Aula 09 – Estatística Descritiva – Parte 2

EEAR 2021.2

Professores Victor So e Ismael Santos

Sumário

Apresentação

Olá.

Nessa aula estudaremos Estatística Descritiva, o nosso último tema para a prova!

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia ou nas redes sociais abaixo:

/victorso /profvictorso /profvictorso

Qualquer crítica, sugestão ou elogio, só entrar em contato pelas redes sociais abaixo:

Fale comigo!

@profismael_santos ***Ismael Santos*** ***@IsmaelSantos***

Vamos que vamos! Fé na missão, FUTURO SARGENTO!

1. Estatística

É muito comum vermos nas mídias dados sobre a vida cotidiana na forma estatística. Dados sobre saúde, política, violência, economia, índice de desenvolvimento humano e educação são somente alguns dos exemplos.

Dentro desse universo, temos três etapas:

- ✓ Técnicas de Amostragem
- ✓ Estatística Descritiva
- ✓ Inferência Estatística

As Técnicas de Amostragem são as técnicas para que consigamos dados confiáveis sem analisar toda a população disponível. Para que uma pesquisa não seja enviesada, são levados em conta aspectos como o tempo de duração da pesquisa, investimento disponível, geografia, camada social, entre tantos outros.

Já a Estatística Descritiva nos permite organizar os dados obtidos na primeira etapa por meio de gráficos e tabelas. Esses dados são, então, associados por meio de medidas de tendência central (média, mediana, moda...) e de medidas de dispersão (variância, desvio padrão...). Além de ter aplicação aos dados de uma amostra, as técnicas da Estatística Descritiva também podem ser usadas em populações inteiras.

A Inferência Estatística é a etapa onde os dados são analisados, a margem de erro é verificada e, enfim, a conclusão sobre a variável estudada é emitida.

Como dito na introdução, a Estatística é "galho fraco" nas provas e, além disso, podemos perceber que as bancas costumam cobrar apenas a parte da Estatística Descritiva, deixando de lado as Técnicas de Amostragem e a Inferência Estatística.

Sendo assim, nosso curso terá como linha central a Estatística Descritiva.

2. População, amostra e variável

População e Amostra são conceitos muito importantes quando estamos falando em Estatística Descritiva. Sendo assim, vamos entender essas definições.

Quando falamos em população, estamos falando em dados de cada um dos elementos de um conjunto. Se o conjunto for formado pelas pessoas de uma cidade, ao falarmos em dados populacionais, estamos deixando claro que cada pessoa teve seu dado computado.

Já na amostra, não são todos os elementos que são "consultados", apenas uma fração deles, ou seja, é um subconjunto da população. Há técnicas específicas para definir qual o tamanho da amostra ideal e como definir seus elementos para que se possa extrair dados confiáveis.

No estudo da Estatística Descritiva, dizemos que as variáveis são as características de interesse de uma população. Elas podem ser classificadas em:

I) Variáveis qualitativas: são valores que são expressos por atributos ou qualidades. Podem ser do tipo:

- Nominal

  São variáveis que não são ordenáveis. Por exemplo: sexo, raça, etc...

- Ordinal

  São variáveis que são ordenáveis. Por exemplo: classe social, grau de escolaridade, etc...

II) Variáveis quantitativas: são valores expressos por números e obtidos através de um processo de medição ou de contagem. Podem ser do tipo:

- Discreta

  Assumem apenas valores inteiros. Por exemplo: idade, número de alunos em uma escola, etc...

- Contínua

  Podem assumir qualquer valor real. Por exemplo: altura, peso, diâmetro, etc...

3. Rol e Amplitude

Quando temos uma distribuição de elementos, temos duas definições muito frequentes no estudo da matemática estatística. Vamos, então, defini-los de início.

Rol: conjunto dos elementos de uma distribuição ordenados de forma não decrescente.

Amplitude: diferença entre o maior e o menor elemento da distribuição, ou, de maneira equivalente, entre o último e o primeiro elemento do Rol.

Apesar de serem conceitos muito simples, eles estão presentes nas provas, veja:

1. (Eear/2019)

Na tabela de dados brutos tem-se as massas, em quilogramas, de 15 clientes de uma clínica médica. Organizando os dados desta tabela pode-se verificar que a amplitude do rol, em kg é

83	72	86	74	88
57	81	91	65	82
59	55	49	73	74

a) 36 b) 42 c) 51 d) 55

Comentários:

Explicitando o Rol, vamos ordenar os elementos de forma não decrescente.

$$49, 55, 57, 59, 65, 72, 73, 74, 74, 81, 82, 83, 88, 91$$

A amplitude é dada pela diferença entre o maior elemento e o menor:

$$91 - 49 = 42$$

Gabarito: b)

4. Frequências

Você está lembrado da aula de probabilidades, onde definimos o que é a frequência natural de um evento em uma experiência?

Pois é, aqui é exatamente a mesma coisa.

No entanto, vamos ampliar um pouco essa ideia, definindo alguns tipos de frequência.

Frequência
- Absoluta
- Relativa
- Acumulada

Antes de analisarmos um exemplo prático, vamos entender do que se tratam esses nomes.

Frequência Absoluta é a contagem simples da ocorrência de um evento dentro de uma experiência. Esse conceito é exatamente o mesmo que vimos quando estudamos probabilidades.

Frequência Relativa é a razão entre a Frequência Absoluta de um evento e o número total de eventos. É, comumente, apresentada na forma de porcentagem. Também coincide com o que estudamos em probabilidades.

Frequências Acumuladas são baseadas nas Frequências Absoluta e Relativa. A apresentação segue uma ligeira mudança, explicitando dados somados, de forma crescente ou decrescente, até o evento em questão.

Calma, não é complicado. Vamos analisar um caso prático para que fique mais claro.

Em uma ceia de natal, vinte pessoas de uma família comentam sobre quantos livros leram durante todo o ano anterior.

Juliano, que estudava matemática, decidiu pegar esses dados e construir uma tabela. Veja o resultado:

Número de livros lidos	Número de pessoas leitoras
0	7
1	6
2	4
3	2
4	1
Total de pessoas	**20**

Podemos fazer gráficos com os dados tabelados e, em alguns casos, até encontrar uma função que os descreva algebricamente. No entanto, não é nosso objetivo analisar essas ferramentas, pelo menos, não por enquanto.

Os dados referentes à coluna "Número de pessoas leitoras" representam a Frequência Absoluta, ou seja, quantas ocorrências há de pessoas que leram o número de livros constante na coluna "Número de livros lidos".

Para construirmos a coluna de Frequência Relativa, basta fazermos a porcentagem de cada dado presente na coluna Frequência Absoluta com relação ao total de pessoas, veja.

Número de livros lidos	Número de pessoas leitoras Frequência Absoluta	% Frequência Relativa
0	7	$\frac{7}{20} = 0{,}35 = 35\%$
1	6	$\frac{6}{20} = 0{,}3 = 30\%$
2	4	$\frac{4}{20} = 0{,}2 = 20\%$
3	2	$\frac{2}{20} = 0{,}1 = 10\%$
4	1	$\frac{1}{20} = 0{,}05 = 5\%$
Total de pessoas	$\mathbf{20}$	$\mathbf{100}\%$

Podemos pensar na Frequência Acumulada como a resposta para a pergunta: quem leu até x livros? Dessa forma, na linha onde anotamos o número que leu exatamente dois livros, agora anotaremos quem leu 0 livros, quem leu 1 livro e quem leu 2 livros. Veja como fica a tabela com esses dados.

Número de livros lidos	**Frequência Absoluta**	% **Frequência Relativa**	***Frequência Acumulada***
0	7	35%	7
1	6	30%	13
2	4	20%	17
3	2	10%	19
4	1	5%	20
Total de pessoas	**20**	**100%**	**20**

Assim, podemos olhar para nossa tabela e, rapidamente, dizer que 19 pessoas leram até 3 livros.

5. Dados agrupados

Em algumas tabelas, o volume de dados se torna muito grande para ser informado por valor, mesmo utilizando a coluna de frequência.

Normalmente, isso acontece em grandezas contínuas, como altura, idade, entre outros. Veja que, nessas condições, se medidas com acurácia, teremos muitos e muitos valores diferentes.

Para contornar esse problema, surgiu o agrupamento de dados.

Nesse tipo de apresentação, os elementos passam a ser apresentados em intervalos de valores, e não em valores individuais.

Veja o exemplo abaixo, uma tabela com as alturas de pessoas com mais de 18 anos, em uma cidade com 5.000 habitantes.

Altura (m)	Altura $(\%\ da\ população)$
$[1{,}5;1{,}6[$	12
$[1{,}6;1{,}7[$	19
$[1{,}7;1{,}8[$	47
$[1{,}8;1{,}9[$	11
$[1{,}9;2{,}0[$	7
$[2{,}0;2{,}1[$	4
Total	$\mathbf{100}$

A notação na coluna Altura (m) está apresentada em intervalos.

A notação $[1{,}5;1{,}6[$ significa que a menor altura registrada nessa faixa é de $1{,}5\ m$ e a maior não pode chegar a $1{,}6\ m$. É o equivalente às bolinhas abertas e fechadas que estudamos quando respondíamos as inequações, está lembrado?

Colchete virado para dentro: bolinha fechada, inclui o valor que está escrito ao lado.

Colchete virado para fora: bolinha aberta, não inclui o valor que está escrito ao lado.

Alguns autores utilizam a notação $1{,}5 \vdash 1{,}6$, com, exatamente o mesmo significado.

Resumindo, todas as notações abaixo têm o mesmo significado:

$$1{,}5 \leq x < 1{,}6$$

$$[1{,}5;1{,}6[$$

$$1{,}5 \vdash 1{,}6$$

Caso o problema agrupe os valores, utilizaremos o valor médio do agrupamento para o cálculo de média, mediana, moda, desvio padrão e variância.

Para o exemplo dado, teríamos os seguintes valores médios de intervalos.

Altura (m)	Altura $(\%\ da\ população)$	Valor médio do intervalo
$[1{,}5; 1{,}6[$	12	$\frac{1{,}5+1{,}6}{2} = 1{,}55$
$[1{,}6; 1{,}7[$	19	$\frac{1{,}6+1{,}7}{2} = 1{,}65$
$[1{,}7; 1{,}8[$	47	$\frac{1{,}7+1{,}8}{2} = 1{,}75$
$[1{,}8; 1{,}9[$	11	$\frac{1{,}8+1{,}9}{2} = 1{,}85$
[1,9;2,0[	7	$\frac{1{,}9+2{,}0}{2} = 1{,}95$
$[2{,}0; 2{,}1[$	4	$\frac{2{,}0+2{,}1}{2} = 2{,}05$
Total	$\mathbf{100}$	$-$

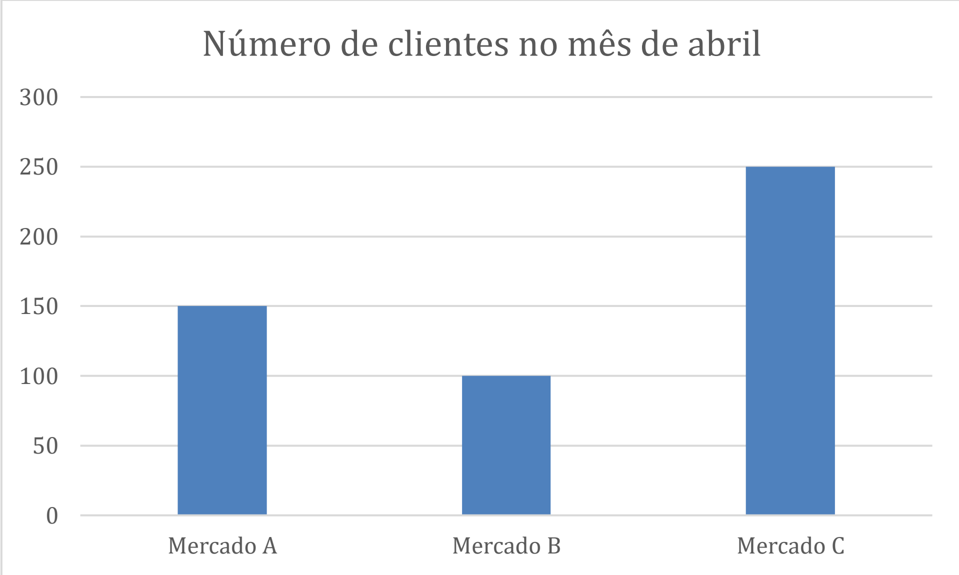
6. Gráficos estatísticos

Podemos dizer que os gráficos na Estatística são recursos visuais que nos permitem analisar um determinado fenômeno. Diferentemente das tabelas, os gráficos podem evidenciar as tendências, valores de máximos e mínimos e outros tipos de ocorrências nos dados de determinada população. Vamos estudar os principais tipos de gráficos usados na Estatística.

6.1. Gráfico de barras

Os gráficos de barras são úteis quando se deseja fazer comparações. Esse gráfico pode ser formado por barras horizontais ou verticais e a altura das barras mostra a frequência de ocorrência do atributo. As barras nesse gráfico devem ser espaçadas.

Exemplo:

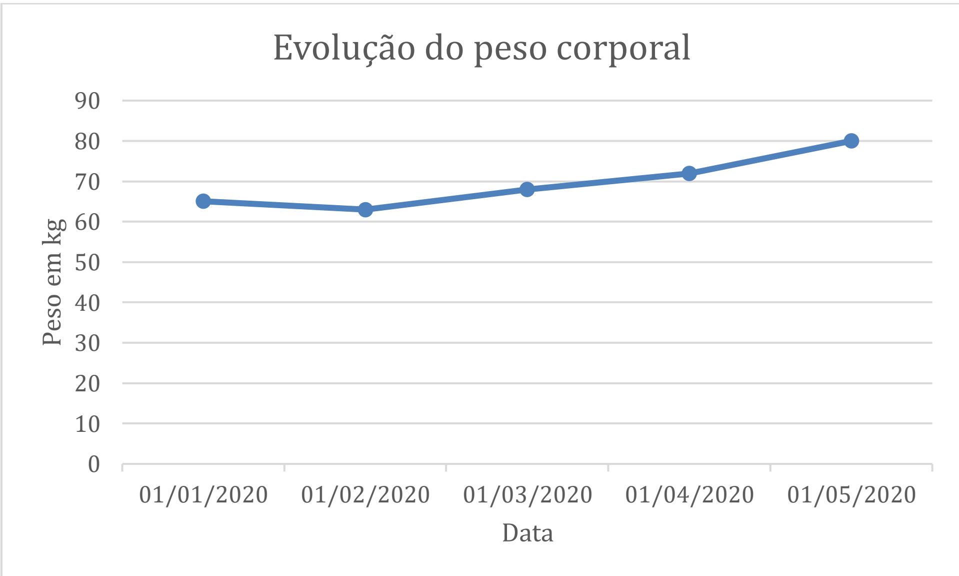


Nesse gráfico podemos ver que o mercado B teve o menor número de clientes no mês de abril e o mercado C foi o que teve maior número de clientes.

6.2. Gráfico poligonal

Esse gráfico também é conhecido como gráfico de linhas. Ela é formada por linhas e o eixo horizontal deve representar a variável tempo. Ela permite analisar a variação de um atributo ao longo do tempo.

Exemplo:

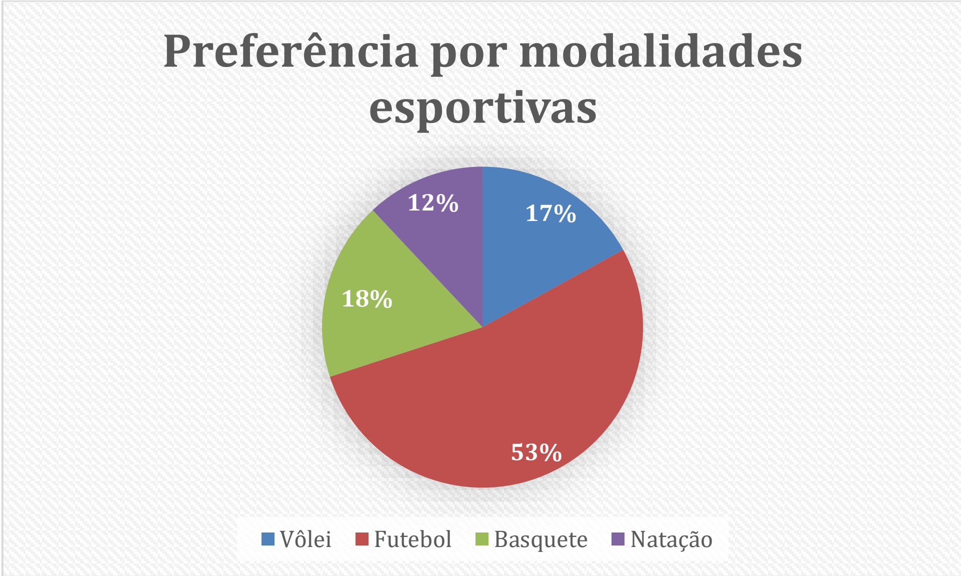


Note a variação do peso corporal do indivíduo ao longo dos meses.

6.3. Gráfico de setores

É um gráfico circular dividido em setores. Esse tipo de gráfico é útil para analisar as proporções dos dados envolvidos.

Exemplo:

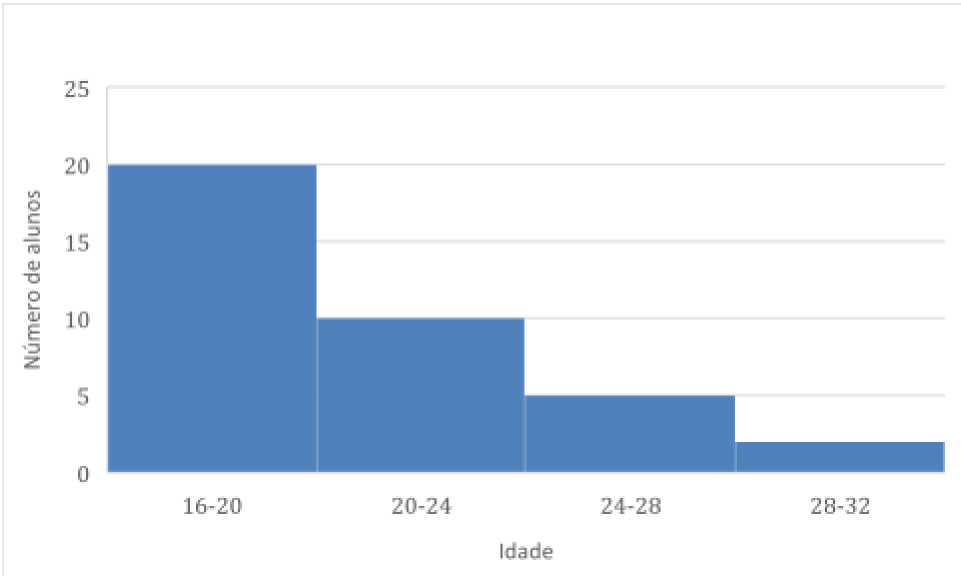


Nesse gráfico podemos ver que há uma preferência por futebol.

6.4. Histograma

O histograma é um gráfico de barras que mostra a variação sobre uma faixa específica. A altura das barras é proporcional à frequência de ocorrência das variáveis. É usada quando se deseja uma visão geral da variação de um conjunto de dados.

Exemplo:



Nesse gráfico temos o número de alunos por faixa etária.

7. Medidas de centralidade

Medidas de centralidade ou medidas de tendência central são tentativas de representar dados múltiplos por meio de um único valor numérico.

Embora essa representação seja resumitiva, ou seja, perde parte da informação ao ser expressa, acaba por ter alguma vantagem pela praticidade.

Veremos, aqui, três medidas de tendência central: média aritmética (simples e ponderada), mediana e moda.

Vamos a elas.

7.1. Média aritmética simples

Você já está acostumado a essa medida de centralidade.

Quando você faz duas provas da mesma disciplina na escola e consegue 7 pontos em uma e 8 pontos na outra, para encontrar sua média, você soma ambos os valores e divide o resultado por dois, correto? Nesse caso sua média seria 7,5.

É exatamente sobre esse tipo de representação que estamos falando. Você acabou por representar os dois valores diferentes de suas notas por meio de um valor único, a média, 7,5.

Mas que vantagem há em representar os valores dessa maneira?

Praticidade.

Em vez de dizer a nota de cada aluno de uma determinada sala na segunda prova de Língua portuguesa, é possível, de modo simplificado, dizer que a média da sala foi de 3,5 e, mesmo não sabendo a nota individual de cada aluno, conseguir entender que esses alunos não estão indo muito bem nos estudos.

Apesar de a média ser um valor, de certo modo, incompleto, pois não é possível por meio dela encontrar os valores que lhe deram origem, conserva certa utilidade de comunicação.

Para encontrar a média aritmética simples entre os elementos de um conjunto, basta dividir a soma destes pelo número de elementos.

No caso da prova, o mais comum é somar duas notas e dividir por dois. No entanto, a média não está limitada a dois elementos. Podemos calcular a média entre tantos elementos quanto quisermos.

Para calcularmos a média de livros lidos pela família leitora, analisada no tópico anterior, precisamos computar cada uma das 20 pessoas envolvidas. Dessa forma, a média de livros lidos por pessoa na família é dada por:

$$\bar{x} = \frac{0+0+0+0+0+0+0+1+1+1+1+1+1+2+2+2+2+3+3+4}{20}$$

$$\bar{x} = \frac{24}{20}$$

$$\bar{x} = 1{,}2$$

Dessa forma, podemos dizer que a média de leitura dessa família é de 1,2 livros por pessoa.

Sobre nomenclatura, a barra logo acima de x significa que o valor exibido é a média, ou ainda, o x médio.

Podemos, de modo simplificado, utilizar a notação de somatório:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}}$$

onde x_i representa o i-ésimo valor em nossa tabela de distribuição.

Se os dados forem apresentados em forma de dados agrupados, podemos usar a seguinte fórmula para calcular a média aritmética:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n}}$$

Em que f_i é a frequência absoluta da variável, x_i é o valor observado da variável discreta e n é o número de observações.

7.2. Média aritmética ponderada

Em significado, a média aritmética ponderada é bastante similar à média aritmética simples, a diferença é que na média ponderada devemos levar em consideração o peso de cada termo.

Para calcular a média aritmética ponderada, vamos tomar o seguinte exemplo.

Em um vestibular temos que o peso das matérias segue a seguinte tabela:

Matéria	Peso
Matemática	4
Física	3
Química	2
Português	1

Suponha que Joaquim tirou as seguintes notas no vestibular: 8 em matemática, 7 em física, 5 em química e 2 em português. Para determinarmos a média de Joaquim, usamos a média aritmética ponderada:

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 4 + 7 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot 1}{4 + 3 + 2 + 1}$$

$$\bar{x} = \frac{32 + 21 + 10 + 2}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{65}{10}$$

$$\bar{x} = 6{,}5$$

Essa é a média de Joaquim no vestibular considerando os pesos das matérias.

A notação simplificada da média aritmética ponderada, também simplificada, tem o seguinte aspecto:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot p_i}{\sum p_i}$$

onde x_i representa o i-ésimo valor e p_i, o peso do i-ésimo valor.

Note que se o peso de todos os termos for igual a 1, a média aritmética ponderada torna-se igual à média aritmética simples.

2. Calcule a média aritmética dos valores a seguir:

a) $1 - 2 - 5 - 7 - 12 - 15$

b) $10 - 0{,}5 - 13 - 12 - 0{,}8 - 74 - 11$

c) $x - y - x - x - y - a - b - b$

Comentários:

a) $1 - 3 - 5 - 7 - 12 - 15$

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 5 + 7 + 12 + 15}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

b) $10 - 0{,}5 - 13 - 12 - 0{,}8 - 74$

$$\bar{x} = \frac{10 + 0{,}5 + 13 + 12 + 0{,}8 + 74 + 11}{7} = \frac{121{,}3}{7} \cong 17{,}33$$

c) $x - y - x - x - y - a - b - b$

Para evitar desentendimento, não vamos utilizar $\bar{x}$ para simbolizar o valor médio, pois há, dentre os valores dos elementos, um homônimo x. Dessa forma, escolhamos qualquer outra letra, como $\bar{m}$ para a média.

$$\bar{m} = \frac{x + y + x + x + y + a + b + b}{8}$$

$$\bar{m} = \frac{3x + 2y + 2b + a}{8}$$

3. Qual o valor de k para que a média de $\{k, 7{,}12{,}23\}$ seja igual à média de $\{-2{,}15, k^2, 25{,}13\}$?

Comentários:

Para que ambas as médias sejam iguais, devemos ter:

$$\frac{k + 7 + 12 + 23}{4} = \frac{-2 + 15 + k^2 + 25 + 13}{5}$$

$$\frac{k+42}{4}=\frac{k^2+51}{5}$$
$$5\cdot(k+42)=4\cdot(k^2+51)$$
$$5k+210=4k^2+204$$
$$0=4k^2-5k+204-210$$
$$0=4k^2-5k-6$$

Como temos uma equação do segundo grau, podemos utilizar a fórmula de Bhaskara para encontrar as raízes.

$$\Delta= b^2-4\cdot a\cdot c=(-5)^2-4\cdot 4\cdot(-6)=25+96=121$$

$$k=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{121}}{2\cdot 4}=\begin{cases} k'=\dfrac{5+11}{8}=2 \\ k''=\dfrac{5-11}{8}=-\dfrac{6}{8}=-\dfrac{3}{4}\end{cases}$$

Dessa forma, há dois valores de k para que as médias dos dois conjuntos sejam iguais:

$$\begin{cases} k'=2 \\ k''=-\dfrac{3}{4}\end{cases}$$

7.3. Mediana

Mediana é, também, um tipo de medida central, mas um pouco diferente do conceito de média.

Para entender a necessidade de outro tipo de medida de tendência central, vamos analisar o caso das notas de 9 alunos de um grupo de estudos de matemática.

Tome as notas do grupo, em uma prova com valor mínimo de zero e máximo de dez, como $\{1,6,0,1,4,3,10,10,10\}$.

Se eu te perguntar a nota média do grupo, provavelmente você fará o seguinte cálculo:

$$\overline{M}=\frac{1+6+0+1+4+3+10+10+10}{9}=\frac{45}{9}=5$$

Ao informar a média dessa sala, $\overline{M}=5$, podemos ter a falsa impressão de que a sala apresentou rendimento perto de 50% na prova. No entanto, esse valor foi muito afetado pelas altas notas de três elementos que tiraram nota máxima. Analisando as notas mais baixas, podemos ver, claramente, que o grupo de alunos, como conjunto, está bem longe dos 50% de acerto na prova.

Nesse caso, a média acaba sendo uma medida de tendência central com pouca representatividade contextual, visto que é muito afetada por altos valores isolados na distribuição.

Para termos valores um pouco mais fiéis, poderíamos excluir os valores mais altos e, então, fazer a nova média. No entanto, esse método tem, também, seus inconvenientes.

Nesse contexto, a mediana pode fornecer valores interessantes para análise.

A mediana, representada nos cálculos por Me, traz a ideia de valor central para o elemento que teria metade (ou quase) dos outros elementos com valores superiores e outra metade (ou quase), com valores inferiores.

Para o cálculo da mediana, vamos escrever as notas dos alunos em ordem não decrescente, ou seja, vamos escrever o Rol.

$$0 - 1 - 1 - 3 - 4 - 6 - 10 - 10 - 10$$

Como temos um número ímpar de elementos, vamos escolher o elemento central como representante. O valor desse elemento representa a mediana. Um valor que está situado de forma a ter um número igual de elementos à sua direita (portanto maiores) e à sua esquerda (portanto, menores).

$$0 - 1 - 1 - 3 - 4 - 6 - 10 - 10 - 10$$

Como 4 é o elemento central, podemos dizer, diretamente, que $Me = 4$.

Note que esse valor é um pouco mais representativo do que a média $\overline{M} = 5$ no contexto de notas de uma prova e denota de forma mais fiel a necessidade de correção de rota nos estudos da turma.

Como nossa distribuição era pequena, foi fácil reconhecer o termo central visualmente. No entanto, essa tarefa pode ser um pouco mais chatinha quando temos uma distribuição muito grande.

Para isso, podemos utilizar uma fórmula para encontrar a posição desse elemento facilmente.

Se uma distribuição tem n elementos, com n sendo um número ímpar, a posição do termo central é dada por:

$$termo\ central = \frac{n+1}{2}$$

Dessa forma, nossa mediana é o valor do termo central. Simples assim.

Mas, professor, e quando uma distribuição tiver um número par de elementos? Aí não tem termo central!

Pois é, não tem mesmo.

Para contornar esse problema, nós vamos considerar a média entre os dois termos centrais!

Imagine que estejamos interessados na mediana da distribuição $\{1,2,5,7,8,9\}$.

Perceba que, nesse caso, não há um termo central definido.

Para contornar esse problema, consideraremos a mediana como a média dos dois termos centrais.

Nesse caso específico, a mediana será:

$$Me = \frac{5+7}{2}$$

$$Me = \frac{12}{2}$$
$$Me = 6$$

Do mesmo modo que fizemos para definir o termo central, podemos pensar na mediana de distribuições grandes, com número n par de elementos, como sendo:

$$posição\ dos\ dois\ termos\ centrais \rightarrow \begin{cases} \frac{n}{2} \\ \frac{n}{2} + 1 \end{cases}$$

De modo resumido, podemos dizer, então, que a mediana de uma distribuição de x_n elementos é dada por:

$$Me = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}\ se\ n\ é\ ímpar \\ \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}\ se\ n\ é\ par \end{cases}$$

ATENÇÃO!!

As posições a que se refere a fórmula da mediana é sempre sobre o Rol!

4. Calcule a mediana de cada uma das distribuições.

a) $\{1,2,5,6,7,9,12,14,15\}$

b) $\{5,19\}$

c) $\{-4,-2,18,-9,7\}$

Comentários:

a) $\{1,2,5,6,7,9,12,14,15\}$

Como a distribuição já foi fornecida em ordem crescente, temos um trabalho a menos.

Nosso lembrete para a mediana é:

$$Me = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}\ se\ n\ é\ ímpar \\ \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}\ se\ n\ é\ par \end{cases}$$

Já que temos 9 termos (ímpar), podemos dizer que

$$Me = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}\ se\ n\ é\ ímpar$$

$$Me = x_{\left(\frac{9+1}{2}\right)}$$

$$Me = x_5$$

O que representa o quinto elemento da distribuição $\{1,2,5,6,7,9,12,14,15\}$

$$Me = 7$$

b) $\{5,19\}$

Essa é uma pergunta interessante pelo número reduzido de termos. Ainda assim, é aplicável o mesmo conceito de mediana (mesmo que fosse um termo apenas).

$$Me = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \; se\ n\ é\ ímpar \\ \dfrac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} \; se\ n\ é\ par \end{cases}$$

São dois termos, portanto, n é par.

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} \; se\ n\ é\ par$$

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{2}{2}\right)} + x_{\left(\frac{2}{2}+1\right)}}{2}$$

$$Me = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$Me = \frac{5 + 19}{2}$$

$$Me = 12$$

Perceba que, para distribuição de apenas dois elementos, a mediana será sempre igual à média.

c) $\{-4, -2,18, -9,7\}$

Aqui já não temos a distribuição em ordem crescente. Então, vamos reescrevê-la na forma necessária ao cálculo da mediana.

$$\{-9, -4, -2,7,18\}$$

Ao perceber que são 5 termos (ímpar), podemos definir a mediana como:

$$Me = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \; se\ n\ é\ ímpar \\ \dfrac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} \; se\ n\ é\ par \end{cases}$$

$$Me = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \; se\ n\ é\ ímpar$$

$$Me = x_{\left(\frac{5+1}{2}\right)}$$

$$Me = x_3$$

$$Me = -2$$

Claro que, com pequenas distribuições, você não precisaria fazer as contas manualmente. É possível verificar a mediana visualmente.

$$\{-9, -4, -2, 7, 18\}$$

Para grandes distribuições, a fórmula acaba sendo viável. Por isso, enquanto estuda, pratique-a sempre que puder, mesmo já sabendo de antemão qual é a resposta, ok?

5. O Brasil vem participando dos jogos olímpicos desde 1896 e, desde 1984, conquistou diversas medalhas. A distribuição de medalhas brasileiras, por tipo, está representada na tabela a seguir.

Ano	Ouro	Prata	Bronze
2016	7	6	6
2012	3	5	9
2008	3	4	10
2004	5	2	3
2000	0	6	6
1996	3	3	9
1992	2	1	0
1988	1	2	3
1984	1	5	2

Calcule as medianas das três distribuições de medalha: ouro, prata e bronze.

Comentários:

Como as distribuições referentes ao número de cada medalha não estão em ordem crescente, vamos ordená-las.

Ouro: $\{0,1,1,2,3,3,3,5,7\}$ Prata: $\{1,2,2,3,4,5,5,6,6\}$ Bronze: $\{0,2,3,3,6,6,9,9,10\}$

Todas as três distribuições apresentam 9 elementos, portanto, número ímpar de elementos.

Utilizemos, então, a fórmula da mediana correspondente.

$$Me = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \text{ se } n \text{ é ímpar}$$

$$Me = x_{\left(\frac{9+1}{2}\right)}$$

$$Me = x_5$$

Dessa forma, temos as três medianas dadas por:

Ouro: $\{0,1,1,2,3,3,3,5,7\}$ Prata: $\{1,2,2,3,4,5,5,6,6\}$ Bronze: $\{0,2,3,3,6,6,9,9,10\}$

$Me = x_5 = 3$ $Me = x_5 = 4$ $Me = x_5 = 6$

Caso os dados estejam agrupados, podemos usar a seguinte fórmula para calcular a mediana:

$$\boxed{Me = l + h \cdot \frac{\left(\frac{n}{2} - f_{ac}\right)}{f_m}}$$

Em que

l - limite inferior da classe de dados em que se encontra a mediana

h - amplitude da classe

n - quantidade de dados

f_{ac} - frequência acumulada da classe anterior à mediana

f_m - frequência da classe da mediana

Vejamos uma aplicação dessa fórmula. Consideremos a seguinte tabela que indica as notas dos alunos em determinada prova:

Nota	Número de alunos
$2 \vdash 4$	5
$4 \vdash 6$	15
$6 \vdash 8$	30
$8 \vdash 10$	20
Total	**70**

Para aplicarmos a fórmula da mediana usando os dados da tabela, precisamos identificar a classe da mediana:

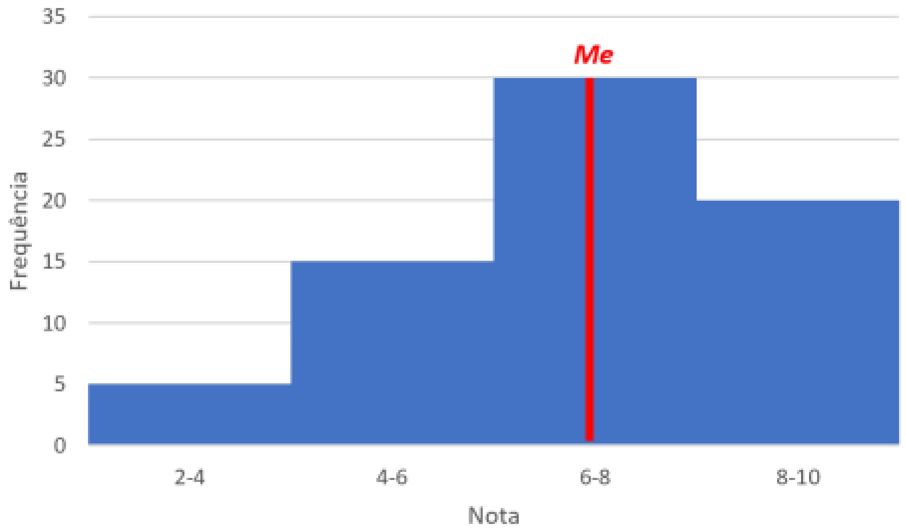
$$\frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

A classe mediana está localizada na classe $6 \vdash 8$, colocando-se os alunos em rol, temos que o $35°$ aluno estará nessa classe. Assim, temos da classe $6 \vdash 8$:

$$\begin{cases} l = 6 \\ h = 8 - 6 = 2 \\ \frac{n}{2} = 35 \\ f_{ac} = 5 + 15 = 20 \\ f_m = 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Me = l + h \cdot \frac{\left(\frac{n}{2} - f_{ac}\right)}{f_m} = 6 + 2 \cdot \frac{(35 - 20)}{30} = 7$$

Em algumas questões, teremos que encontrar a mediana com base em um histograma. Para encontrar esse valor, devemos entender que a mediana é o termo central e, assim, ela é definida como o ponto do eixo das abcissas que equilibra os dados, ou seja, a reta vertical que passa por esse ponto deve deixar ambos os lados do histograma com áreas iguais. Vejamos um exemplo. Vamos pegar a tabela anterior e transformar em um histograma:



Sabemos que a mediana está na classe $6 \vdash 8$. Como ela deve dividir o histograma em duas regiões de áreas iguais, temos:

$$S_{esquerda} = 5 \cdot 2 + 15 \cdot 2 + 30 \cdot (Me - 6) = 30Me - 140$$

$$S_{direita} = 30 \cdot (8 - Me) + 20 \cdot 2 = 280 - 30Me$$

Igualando-se as áreas:

$$S_{esquerda} = S_{direita}$$

$$30Me - 140 = 280 - 30Me$$

$$\Rightarrow 60Me = 420$$

$$\Rightarrow Me = \frac{42}{6} = 7$$

Note que esse é o mesmo valor que encontramos ao aplicarmos a fórmula da mediana.

7.4. Moda

A moda é a última das medidas de centralidade que veremos no curso.

Entendemos a palavra moda como algo ligado mais ao comportamento ou uso de algo muito comum, que todo mundo faz. Essa ideia pode ser transportada para o universo da estatística descritiva sem muito prejuízo, pois, moda (Mo) é o número de maior frequência dentro de uma distribuição.

Só isso, sem fórmulas, sem complicações.

Apenas o número – ou os números – de maior frequência.

Assim, uma distribuição pode ter uma moda (unimodal), duas modas (bimodal), três modas (trimodal) ou até mesmo, nenhuma.

Vamos ver como aplicar esse conceito por meio de alguns exemplos.

6. Determine a moda das seguintes distribuições.

a) $\{1,3,5,9,3,4,4,5,6,9,9,4,7,1,9,2,3\}$

b) $\{1,2,3\}$

c) $\{2, \pi, 5, e, 9,4,2\}$

Comentários:

a) $\{1,3,5,9,3,4,4,5,6,9,9,4,7,1,9,2,3\}$

Apesar de não ser absolutamente necessário, vamos ordenar os elementos da sequência para evidenciar os elementos porventura repetidos.

$$\{1,1,2,3,3,3,4,4,4,5,5,6,7,9,9,9,9\}$$

O número de maior frequência é o 9, com 4 ocorrências. Portanto, $Mo = 9$.

b) $\{1,2,3\}$

Como não há repetição de termo algum, essa distribuição não apresenta moda. É uma distribuição amodal.

c) $\{2, \pi, 5, e, 9,4,2,5\}$

Novamente, mesmo não sendo obrigatório, vamos ordenar esses elementos.

$$\{2,2, e, \pi, 4,5,5,9\}$$

Dois números aparecem com maior frequência, o número 2 e o número 5, ambos com frequência igual a 2.

Dessa forma, nossa frequência tem duas modas, 2 e 5.

No caso de dados agrupados, para calcular a moda, usamos a seguinte fórmula:

$$\boxed{Mo = l + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot h}$$

Em que

l – limite inferior da classe modal

Δ_1 – diferença entre a frequência simples da classe modal e a frequência simples da classe anterior

Δ_2 – diferença entre a frequência simples da classe modal e a frequência simples da classe posterior

h - amplitude da classe modal

*A classe modal é a classe com a maior frequência absoluta.

Vejamos um exemplo.

Nota	Número de alunos
$2 \vdash 4$	5
$4 \vdash 6$	15
$6 \vdash 8$	30
$8 \vdash 10$	20
Total	**70**

A classe modal é a classe $6 \vdash 8$, pois a frequência absoluta de ocorrência dessas notas é 30 que é a maior dentre as outras. Assim, temos:

$$l = 6$$

$$\Delta_1 = 30 - 15 = 15$$

$$\Delta_2 = 30 - 20 = 10$$

$$H = 8 - 6 = 2$$

Aplicando a fórmula:

$$Mo = l + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot h = 6 + \frac{15}{15 + 10} \cdot 2 = 7{,}2$$

Portanto, podemos afirmar que a nota mais comum entre os 70 alunos foi 7,2.

8. Lista de Questões

7. (EEAR/2000)

Numa prova de matemática, três classes obtiveram as seguintes médias e desvios:

- Classe A: $x = 4{,}5$ e $\delta = 2{,}5$
- Classe B: $x = 4{,}5$ e $\delta = 3{,}1$
- Classe C: $x = 4{,}5$ e $\delta = 2{,}8$

Se for sorteado um aluno em cada classe, em qual delas é mais provável que a nota desse aluno esteja entre $3{,}0$ e $6{,}0$?

a) Classe A

b) Classe B

c) Classe C

d) Classe C e B

8. (EEAR/2001)

Como parte de seu treinamento, um piloto realizou 10 missões cujos tempos em minutos são, em ordem: $4 - 6 - 7 - 9 - x - 14 - 18 - y - 23 - 26$. Sabendo-se que o tempo médio das missões foi de 14 minutos e o tempo mediano foi de 13 minutos, podemos afirmar que x e $y$valem, respectivamente:

a) 13 e 20

b) 12 e 21

c) 13 e 21

d) 12 e 22

9. (EEAR/2001)

Em Estatística, ______ de um conjunto de dados dispostos em ordem crescente, onde o número de dados é ímpar, é o valor que ocupa a posição central; e ______ de um conjunto de dados é o valor mais frequente do conjunto

a) Mediana; Moda

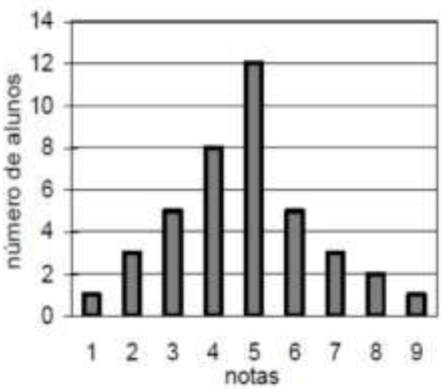
b) Moda; Mediana

c) Média; Moda

d) Mediana; Média

10. (EEAR/2001)

Os resultados da prova de Ciências aplicada a uma turma de um certo colégio estão apresentados no gráfico. Baseado neste gráfico, podemos afirmar que a porcentagem de alunos dessa turma com nota inferior a $5{,}0$, nessa prova de Ciências, foi de:



a) $37{,}5\%$

b) $42{,}5\%$

c) $47{,}5\%$

d) $52{,}5\%$

11. (EEAR/2002)

A média aritmética, a moda e a mediana do conjunto de valores $6; 1; 7; 3; 8; 7; 2; 10$são, respectivamente:

a) $5; 6{,}5; 6{,}5$

b) $5{,}5; 7; 7$

c) $5{,}5; 6{,}5; 7$

d) $5{,}5; 7; 6{,}5$

12. (EEAR/2003)

A tabela abaixo indica o número de gols de 50 artilheiros de um campeonato de futebol. É falsa a afirmação:

Nº de gols	Nº de artilheiros
1	5
3	7
4	10
5	8
6	7
8	6
9	4
10	3

a) A moda dessa distribuição é 4

b) O número de gols marcados é 46

c) A média de gols dos artilheiros é $5{,}24$

d) O número mediano de gols é 5

13. (EEAR/2003)

Assinale a alternativa que complete corretamente o período. Júlia tem 8 filhos, resultado de 4 gestações de gêmeos. Se considerarmos as idades desses filhos, poderemos afirmar que elas formam uma série que apresenta ________ moda(s).

a) Nenhuma

b) Uma

c) Duas

d) Mais de duas

14. (EEAR/2003)

Um teste de inteligência, aplicado aos alunos das 4as séries do Ensino Fundamental da Escola A, apresentou os seguintes resultados:

Pontos	n.º de alunos		Pontos	n.º de alunos
90 ⊢ 95	40		115 ⊢ 120	140
95 ⊢ 100	60		120 ⊢ 125	120
100 ⊢ 105	140		125 ⊢ 130	30
105 ⊢ 110	160		130 ⊢ 135	20
110 ⊢ 115	180		135 ⊢ 140	10

A frequência relativa da classe modal é:

a) 0,2.

b) 0,22.

c) 0,25.

d) 0,5.

15. (EEAR/2005)

A tabela traz as idades, em anos, dos filhos de 5 mães.

Nome da mãe	Ana	Márcia	Cláudia	Lúcia	Eloísa
Idade dos filhos	7, 10, 12	11, 15	8, 10, 12	12, 14	9, 12, 15, 16, 18

A idade modal desses 15 filhos é inferior à idade média dos filhos de Eloísa em ___ ano(s).

a)4.

b)3.

c)2.

d)1.

16. (EEAR/2005)

A tabela a seguir mostra os dados coletados num levantamento realizado num torneio de futebol.

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	28	26	31	9	4	2

Se x_i representa o número de gols por partida e f_i, o número de partidas, então é correto afirmar que, nesse torneio

a) Foi marcado um total de 140 gols

b) Foi realizado um total de 98 partidas de futebol

c) Em 85% dos jogos os números de gols por partida foi, no máximo, 2.

d) Em 25% dos jogos o número de gols por partida foi, no mínimo, 3.

17. (EEAR/2005)

Em tempos de eleição para presidente, foram ouvidas 400 pessoas quanto à intenção de voto. Cada pessoa ouvida nessa pesquisa constitui um(a)

a) Dado estatístico.

b) Unidade estatística.

c) Amostra representativa.

d) Frequência.

18. (EEAR/2005)

Na distribuição dos salários de 800 empregados de uma empresa, o ponto médio da $4^{\underline{a}}$ classe é $R\$1400,00$. Se as 8 classes dessa distribuição têm a mesma amplitude de $R\$200,00$ e são do tipo $[a, b[$, então a $6^{\underline{a}}$ classe não inclui, com certeza, o salário de $R\$$

a) $1900,00$.

b) $1850,00$.

c) $1800,00$.

d) $1750,00$.

19. (EEAR/2005)

Sejam $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{81}$ os valores ordenados de uma variável X. A mediana desse conjunto de valores é igual a

a) x_{41}

b) x_{40}

c) $\frac{x_{40}+x_{41}}{2}$

d) $\frac{x_{41}+x_{42}}{2}$

20. (EEAR/2006)

Os alunos da $6^{\underline{a}}$ série A de um colégio foram pesquisados em cinco diferentes objetos de estudo: sexo, idade, cor dos olhos, disciplina favorita e estatura. Desses cinco objetos, são variáveis qualitativas

a) Todas.

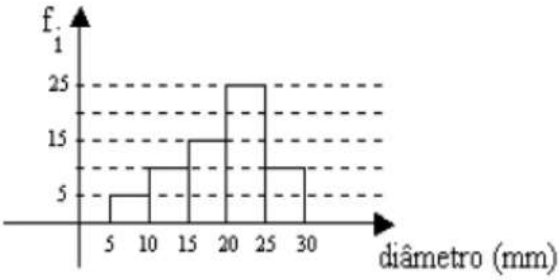
b) Apenas quatro.

c) Apenas três.

d) Apenas duas.

21. (EEAR/2006)

O histograma representa a distribuição dos diâmetros de 65 peças de uma loja. Se f_i são as frequências absolutas, então o número de peças com diâmetro não inferior a $20mm$ é



a) 30.

b) 35.

c) 40.

d) 45.

22. (EEAR/2006)

Os resultados de uma pesquisa realizada com 20 alunos de uma escola, a respeito da área da carreira pretendida, estão apresentados na tabela:

Área	Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa
Humanas	8	M
Biológicas	P	0,35
Exatas	R	S
Total	20	1,00

Os valores de M, P, R e S são, respectivamente

a) $0{,}35$; 5; 7 e $0{,}35$.

b) $0{,}4$; 7; 5 e $0{,}4$.

c) $0{,}4$; 7; 5 e $0{,}25$.

d) $0{,}25$; 5; 7 e $0{,}25$.

23. (EEAR/2006)

A tabela mostra as idades dos alunos matriculados no Centro de Educação Infantil X, em2005. A média das idades dos alunos dessa escola, em anos, é, aproximadamente

Idade (anos)	Número de alunos
2	3
3	3
4	5
5	14
6	25
Total	50

a) 4,1.

b) 4,5.

c) 5,1.

d) 5,6.

24. (EEAR/2006)

Sendo f_i as frequências absolutas, a classe mediana da distribuição é a

classe	[10,20[	[20,30[	[30,40[	[40,50[	[50,60[	[60,70[	[70,80[
f_i	25	18	10	05	09	12	15

a) 2ª.

b) 3ª.

c) 4ª.

d) 5ª.

25. (EEAR/2007)

Feito um levantamento sobre a altura dos 50 alunos da 5ª série A de um colégio, chegou-se aos seguintes resultados:

Altura (cm)	nº de alunos	Altura	nº de alunos
150 ↦ 154	6	162 ↦ 166	8
154 ↦ 158	12	166 ↦ 170	6
158 ↦ 162	14	170 ↦ 174	4

Nessas condições, o número de alunos da 5ª A que não atingem 1,58 m de altura, e a porcentagem de alunos cuja altura é maior ou igual a 1,62 m são, respectivamente

a) $12\ e\ 12\%$.

b) $12\ e\ 20\%$.

c) $18\ e\ 36\%$.

d) $18\ e\ 20\%$.

26. (EEAR/2007)

Quando o objetivo de uma pesquisa é comparar o comportamento de uma mesma variável em populações com números diferentes de elementos, a frequência mais conveniente é a

a) Total.

b) Relativa.

c) Absoluta.

d) Acumulada.

27. (EEAR/2007)

Os resultados de uma pesquisa, cujo objetivo era saber o número de televisores, por família, realizada em uma certa comunidade, estão na tabela:

Número de televisores	1	2	3	4	5
Número de famílias	23	35	22	14	6

É correto afirmar que o número modal e o número médio de televisores, por família, são, respectivamente

a) 2 e $2{,}45$.

b) 5 e $2{,}45$.

c) 2 e 3.

d) 5 e 3.

28. (EEAR/2007)

A tabela a seguir traz o resultado de uma prova de Ciências. Nela, $\boldsymbol{x_i}$ são as notas e $\boldsymbol{f_i}$ são as frequências absolutas. Agrupando os dados em $\mathbf{5}$ classes do tipo [a, b[, de amplitude $\mathbf{1,5}$, sendo o limite inferior da $\mathbf{1}^{\text{a}}$ classe a nota $\mathbf{1,5}$, a frequência absoluta da $\mathbf{3}^{\text{a}}$ classe da nova tabela será igual a

x_i	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5
f_i	1	2	2	3	5	6	7	8	9	7	6	5	4	3	2

a) 14.

b) 19.

c) 24.

d) 29.

29. (EEAR/2007)

A produção média mensal de 8 fábricas de doces caseiros de uma cidade é de $1{,}5$ tonelada. Se forem construídas mais duas fábricas e a produção mensal total continuar a mesma, a produção média mensal das 10 fábricas será de

a) $0{,}8t$.

b) $1t$.

c) $1{,}2t$.

d) $1{,}4t$.

30. (EEAR/2007)

Os dados de uma pesquisa, cujo objetivo era saber o número de filhos, por família, realizada em uma certa comunidade, estão na tabela:

Nº de filhos	0	1	2	3	4	5
Nº de famílias	2	8	10	14	18	15

É correto afirmar que o número

a) modal de filhos é maior que o número médio.

b) médio de filhos coincide com o número modal.

c) mediano e o número modal de filhos são iguais.

d) modal, o mediano e o número médio de filhos são iguais.

31. (EEAR/2007)

Seja a distribuição de frequência, onde f_i é a frequência simples absoluta:

x_i	4	8	10	12	20
f_i	9	10	16	30	35

A média dessa distribuição é

a) $10{,}28$.

b) $11{,}17$.

c) $13{,}36$.

d) $14{,}15$.

32. (EEAR/2008)

Segundo a distribuição de frequências, o número de funcionários que ganham a partir de 4 salários mínimos e menos de 10 é.

Número de salários mínimos	Número de funcionários
0 ⊢ 2	95
2 ⊢ 4	75
4 ⊢ 6	45
6 ⊢ 8	35
8 ⊢ 10	30
10 ⊢ 12	20

a) 110.

b) 130.

c) 185.

d) 205.

33. (EEAR/2009)

A mediana dos valores 2, 2, 3, 6, 6, 1, 5, 4, 4, 5 e 1 é

a) 5.

b) 4.

c) 3.

d) 2.

34. (EEAR/2009)

Numa pesquisa feita em uma cidade, para verificar o meio de transporte utilizado por 240 pessoas, chegou-se ao seguinte resultado:

Meio de transporte	Número de pessoas
Metrô	90
Ônibus	80
Automóvel	40
Trem	30

Apresentando esses dados num gráfico em setores, o ângulo do setor correspondente a "Automóvel" será de

a) 60°.

b) 65°.

c) 70°.

d) 75°.

35. (EEAR/2009)

Os resultados de uma pesquisa sobre os números de casos Rascunho de AIDS entre consumidores de drogas injetáveis, no país X, nos últimos oito anos, foram apresentados em um gráfico, onde as colunas foram substituídas por seringas de tamanhos diferentes. Este gráfico é um

a) Cartograma.

b) Pictograma.

c) Histograma.

d) Estereograma.

36. (EEAR/2009)

Na $5^{\underline{a}}$ série A do Colégio X, numa prova de Ciências, 8 alunos obtiveram notas menores que 4; 15 alunos, notas de 4 a 6; 20 alunos, notas entre 6 e 8; e apenas 2, notas a partir de 8. A nota modal da $5^{\underline{a}}$ série A, nessa prova de Ciências, foi

a) 8.

b) 7.

c) 6.

d) 5.

37. (EEAR/2010)

Se as frequências absolutas da $1^{\underline{a}}$ à $6^{\underline{a}}$ classes de uma distribuição são, respectivamente, 5, 13, 20, 30, 24 e 8, então a frequência acumulada da $4^{\underline{a}}$ classe dessa distribuição é

a) 68%.

b) 82.

c) 28%.

d) 20%.

38. (EEAR/2010)

Os salários mensais, em reais, dos 24 funcionários de uma empresa são

800	840	880	880	1000	1050	1060	1060
1100	1150	1200	1210	1230	1250	1280	1300
1340	1380	1450	1480	1500	1500	1520	1550

O salário mensal mediano dessa empresa, em reais, é

a) 1200.

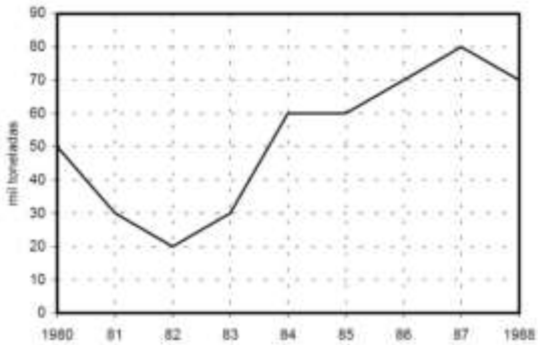
b) 1210.

c) 1220.

d) 1230.

39. (EEAR/2010)

O gráfico representa a produção de arroz, em milhares de toneladas, em certo país, no período 1980-1988



Pelo gráfico, pode-se concluir que, no período 1980-1988, nesse país, a produção média anual de arroz, em mil toneladas, é, aproximadamente,

a) 64.

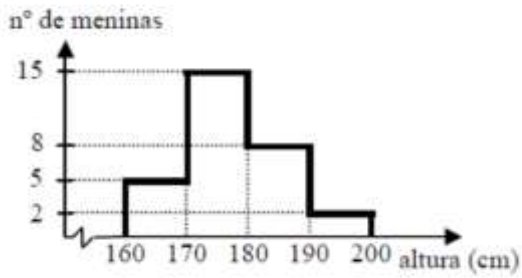
b) 60.

c) 58.

d) 52.

40. (EEAR/2011)

O histograma apresenta as alturas de 30 meninas que frequentam o 3º ano do Ensino Médio de uma escola.



Considerando que as classes apresentadas no gráfico incluem seus limites inferiores e não os limites superiores, é correto afirmar que o número de meninas com altura não inferior a 170 cm é

a) 13.

b) 18.

c) 22.

d) 25.

41. (EEAR/2011)

Um teste de Matemática foi aplicado em duas turmas distintas de uma escola, a primeira com 40 alunos e a segunda com 20. As médias aritméticas das notas da primeira e da segunda turma foram, respectivamente, 6,0 e 7,0. Assim, a média aritmética das notas dos 60 alunos foi aproximadamente

a) 6,1.

b) 6,3.

c) 7,2.

d) 7,5.

42. (EEAR/2011)

Considere o Polígono de Frequência e a Ogiva, ambos representativos de uma distribuição de frequência com classes. As abscissas dos pontos que orientam as construções do Polígono e da Ogiva são, respectivamente, os ____e os (as)____ das classes

a) Limites superiores – Frequências absolutas.

b) Pontos médios – Frequências absolutas.

c) Pontos médios – Limites superiores.

d) Limites superiores – Pontos médios.

43. (EEAR/2011)

Considere a distribuição:

Idades de 90 pacientes de um hospital – Ago/2009

Idades	Número de pacientes
40 ⊢ 50	8
50 ⊢ 60	12
60 ⊢ 70	27
70 ⊢ 80	31
80 ⊢ 90	10
90 ⊢ 100	2

A frequência relativa da 3ª classe dessa distribuição é

a) 40%.

b) 35%.

c) 30%.

d) 25%.

44. (EEAR/2012)

Em um supermercado, Ana pesquisou o preço de cinco marcas de molho de tomate e obteve os seguintes valores, em reais: 2,05; 1,92; 2,16; 1,98 e 2,11. O valor mediano, em reais, é

a) 2,05.

b) 1,92.

c) 2,11.

d) 1,98.

45. (EEAR/2012)

Numa fábrica de lâmpadas, quase todos os dias há lâmpadas que não passam no teste de qualidade. A distribuição de frequência reúne as informações ao longo de 100 dias, quanto ao número total de lâmpadas defeituosas por dia.

Lâmpadas defeituosas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Número de dias (f_i)	2	5	18	25	22	10	7	5	3	2	1	100

A moda dessa distribuição é

a) 2.

b) 3.

c) 4.

d) 5.

46. (EEAR/2013)

Em Estatística, uma Amostra sempre é

a) Uma tabela de dados desordenados.

b) Um subconjunto de uma população.

c) Uma tabela com dados ordenados.

d) O mesmo que população.

47. (EEAR/2013)

Foram vendidos 100 ingressos para um show. Desses ingressos, 70 foram vendidos a R$50, 00 cada um, e os demais, por serem da área vip, foram vendidos a R$100, 00 cada um. Considerando todos os ingressos vendidos, o preço médio do ingresso, em reais, foi

a) 68.

b) 65.

c) 60.

d) 54.

48. (EEAR/2013)

Uma das possíveis análises do gráfico permite concluir, corretamente, que houve desvalorização do ouro ao comparar os dados relativos aos anos de

a) 1980 e 1999.

b) 1999 e 2001.

c) 2001 e 2003.

d) 2003 e 2004.

49. (EEAR/2013)

Em um teste de Estatística, aplicado aos 50 alunos de uma determinada turma, foi obtido como média aritmética das notas o valor 1, 8. Sabendo-se que, nesse teste, cada aluno teve como nota o valor 1, 0 ou o valor 2, 0, então a quantidade de alunos que obtiveram nota igual a 2, 0 foi

a) 30.

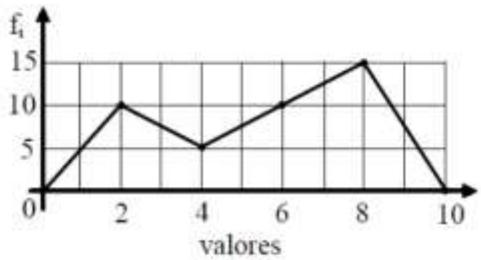
b) 35.

c) 40.

d) 45.

50. (EEAR/2014)

Sejam f_1 e f_2 as frequências da 1ª e 2ª classes da distribuição representada no polígono de frequências.



Assim, $f_1 + f_2$ é igual a

a) 15.

b) 20.

c) 25.

d) 30.

51. (EEAR/2014)

A distribuição apresenta os resultados de um levantamento feito com os alunos e funcionários de uma determinada escola, sobre o tempo diário gasto com a leitura de jornais. Nessa distribuição, o percentual de pessoas cujo tempo de leitura é maior ou igual a 20min é

Tempo de leitura (min)	Número de pessoas
0 ⊢ 5	24
5 ⊢ 10	61
10 ⊢ 15	112
15 ⊢ 20	97
20 ⊢ 25	36
25 ⊢ 30	20
TOTAL	350

a) 12%.

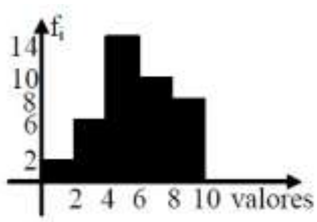
b) 16%.

c) 20%.

d) 25%.

52. (EEAR/2015)

Considere a Distribuição representada no gráfico.



Ao somar os limites inferior e superior da classe de maior frequência dessa Distribuição obtém-se

a) 4.

b) 6.

c) 8.

d) 10.

53. (EEAR/2015)

Em uma pesquisa de preços de um determinado produto, em 25 lojas, cujos resultados constam da tabela apresentada, as frequências relativas dos preços menores que R$300, 00 somam ____%

Preços R$	Nº de lojas
280	4
290	5
300	8
310	6
320	2

a) 36.

b) 40.

c) 48.

d) 50.

54. (EEAR/2015)

A tabela apresenta as notas dos alunos de uma turma em uma prova. A mediana dos dados da tabela é

Notas	Frequência (f_i)
1	2
2	4
3	14
4	9
5	6
Total	35

a) 3,5.

b) 4,5.

c) 3.

d) 4.

55. (EEAR/2015)

Os dados da tabela referem-se às porcentagens de aumento salarial aplicadas nos últimos 6 anos em uma determinada empresa.

2008	2009	2010	2011	2012	2013
8%	9%	11%	10%	8%	8%

Os percentuais que correspondem à moda e à média desses dados, respectivamente, são

a) 8 e 9.

b) 9 e 10.

c) 8 e 9,2.

d) 8,8 e 9,2.

56. (EEAR/2016)

Os salários de 100 funcionários de uma determinada empresa estão representados na tabela abaixo

Salários (em reais)	N° de funcionários
1200	29
1700	23
2300	25
2800	13
3500	10
Total	100

Com relação às medidas de tendência central, mediana e moda, pode-se afirmar que

a) a moda é aproximadamente $1,5$ vezes maior que a mediana.

b) o valor da mediana é maior que o dobro do valor da moda.

c) a diferença entre a mediana e a moda é igual a $R\$500,00$

d) o valor da moda é superior a $R\$1500,00$.

57. (EEAR/2016)

A tabela apresenta o número de acidentes de trabalho ocorrido a cada mês em uma empresa no ano de 2014.

Mês	N° de acidentes
Jan.	4
Fev.	3
Mar.	1
Abr.	1
Mai.	3
Jun.	3
Jul.	4
Ago.	1
Set.	0
Out.	2
Nov.	3
Dez.	5
TOTAL	30

A quantidade de meses que apresentou números de acidentes acima da média aritmética mensal foi

a) 4.

b) 5.

c) 6.

d) 7.

58. (EEAR/2016)

Ao calcular a média aritmética das notas dos Testes Físicos (TF) de suas três turmas, um professor de Educação Física anotou os seguintes valores:

TURMA	Nº DE ALUNOS	MÉDIA DO TF
A	20	9
B	40	7,5
C	30	8

A média aritmética das notas do TF dos 90 alunos das turmas A, B e C é

a) 8,0.

b) 8,1.

c) 8,2.

d) 8,3.

59. (EEAR/2010)

A distribuição dos salários dos 20 funcionários de uma empresa está representada no quadro a seguir.

SALÁRIO (em Reais)	Número de Funcionários (f_i)	f_{ia}	f_r (%)
860	2	2	10
950	6	8	....
1130	....	16	40
1480	3	....	15
2090	1	20	5

Os valores que completam corretamente as lacunas do quadro são

a) $f_i = 10; f_{ia} = 13; f_r = 30$.

b) $f_i = 10; f_{ia} = 13; f_r = 20$.

c) $f_i = 8; f_{ia} = 11; f_r = 20$.

d) $f_i = 8; f_{ia} = 19; f_r = 30$.

60. (EEAR/2016)

A distribuição de frequência abaixo refere-se à exportação de soja realizada por uma Cooperativa no mês de abril.

x_i	Toneladas exportadas	f_i
1	$10 \mapsto 20$	3
2	$20 \mapsto 30$	2
3	$30 \mapsto 40$	8
4	$40 \mapsto 50$	10
5	$50 \mapsto 60$	7
		$\sum f_i = 30$

Dados Fictícios

Com base nos dados apresentados, a mediana da distribuição pertence à

a) 2ª classe.

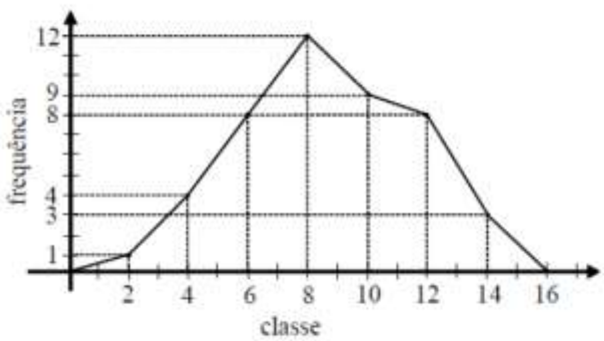
b) 3ª classe.

c) 4ª classe.

d) 5ª classe.

61. (EEAR/2017)

A Moda da distribuição representada pelo Polígono de Frequência é



a) 6.

b) 8.

c) 10.

d) 12.

62. (EEAR/2010)

No primeiro semestre de 2016, os 720 alunos de uma determinada escola técnica possuíam as seguintes idades:

Idade em anos	18	19	20	21	22
Nº de alunos	100	180	200	160	80

Se apresentarmos os dados em um gráfico de setores, o setor que representa o número de alunos com idade de 19 anos deverá ter

a) $90°$.

b) $60°$.

c) $45°$.

d) $30°$.

63. (EEAR/2010)

A tabela seguinte informa a quantidade de pessoas que compraram ingressos antecipados de um determinado show, cujos preços eram modificados semanalmente.

Valor do ingresso (R$)	Número de pessoas
$50 \vdash 75$	300
$75 \vdash 100$	640
$100 \vdash 125$	500
$125 \vdash 150$	1310
$150 \vdash 175$	850
	$\sum = 3600$

O percentual de pessoas que adquiriram o ingresso por menos de R$125, 00 foi

a) 40%.

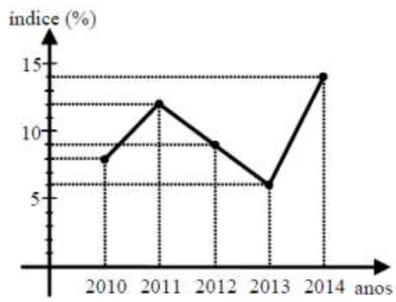
b) 45%.

c) 50%.

d) 55%.

64. (EEAR/2010)

O gráfico abaixo refere-se aos índices de desistência em um curso de Informática, verificados nos anos de 2010 a 2014.



Com base no gráfico, pode-se afirmar que os índices mediano e médio (aproximado) de desistência do curso nesses anos são, respectivamente

a) 10% e 10%.

b) 9% e 10%.

c) 10% e 9%.

d) 9% e 9%.

65. (EEAR/2010)

A tabela abaixo mostra os números dos sapatos dos candidatos ao Curso de Formação de Sargentos 1/2018 da Força Aérea Brasileira. A Moda dessa Distribuição é

Nº do sapato	f_i
33	182
34	262
35	389
36	825
37	1441
38	2827
39	3943
40	2126
41	1844
42	1540
43	989
44	421
Total	16789

Dados Fictícios

a) 33.

b) 36.

c) 39.

d) 44.

66. (EEAR/2018)

Considere o conjunto de valores $x, 90, 72, 58, 85, 55$. Se $58 < x < 72$ e a mediana desse conjunto é 66, então x é

a) 59.

b) 60.

c) 65.

d) 68.

67. (EEAR/2018)

A média aritmética de cinco números é 7. Se for retirado do conjunto o número 9, a média aritmética dos restantes será

a) 6,8.

b) 6,5.

c) 5,9.

d) 5,6.

68. (EEAR/2019)

Na tabela de dados brutos tem-se as massas, em quilogramas, de 15 clientes de uma clínica médica. Organizando os dados desta tabela pode-se verificar que a amplitude do rol, em kg, é

83	72	86	74	88
57	81	91	65	82
59	55	49	73	74

a) 36.

b) 42.

c) 51.

d) 55.

69. (EEAR/2019)

A tabela apresenta as frequências acumuladas das notas de 70 alunos, obtidas em uma avaliação.

Notas	Frequência acumulada
2,0 ⊢ 3,5	12
3,5 ⊢ 5,0	26
5,0 ⊢ 6,5	43
6,5 ⊢ 8,0	57
8,0 ⊢ 9,5	70

A frequência absoluta da 2ª classe é

a) 14.

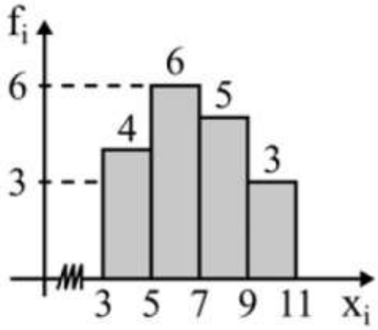
b) 15.

c) 16.

d) 17.

70. (EEAR/2019)

A média da distribuição representada pelo seguinte Histograma é



a) 8

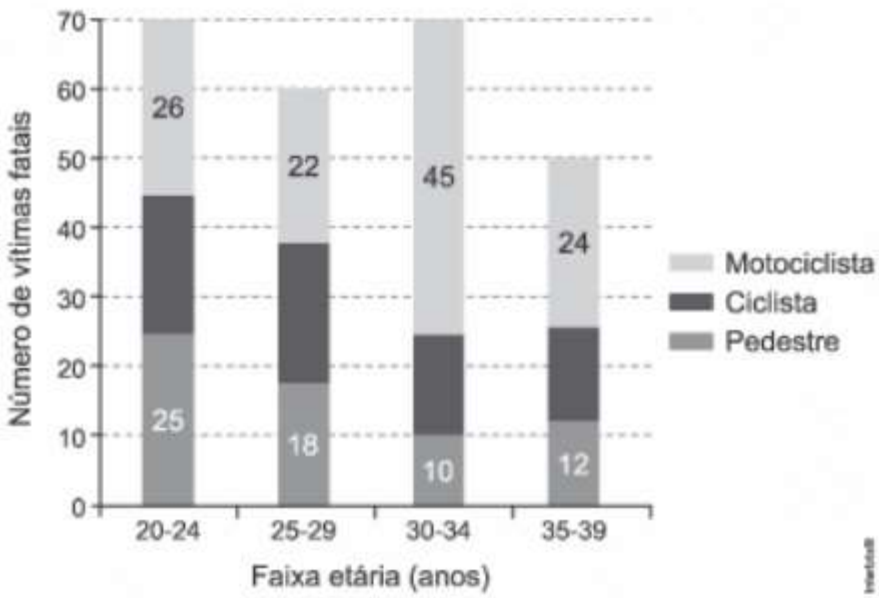
b) 7

c) $\frac{56}{9}$

d) $\frac{61}{9}$

71. (Unesp/2018)

O gráfico indica o número de vítimas fatais no trânsito de uma grande cidade em 2017. Os dados estão distribuídos por quatro faixas etárias e por três categorias de locomoção dessas vítimas: pedestres, ciclistas e motociclistas.

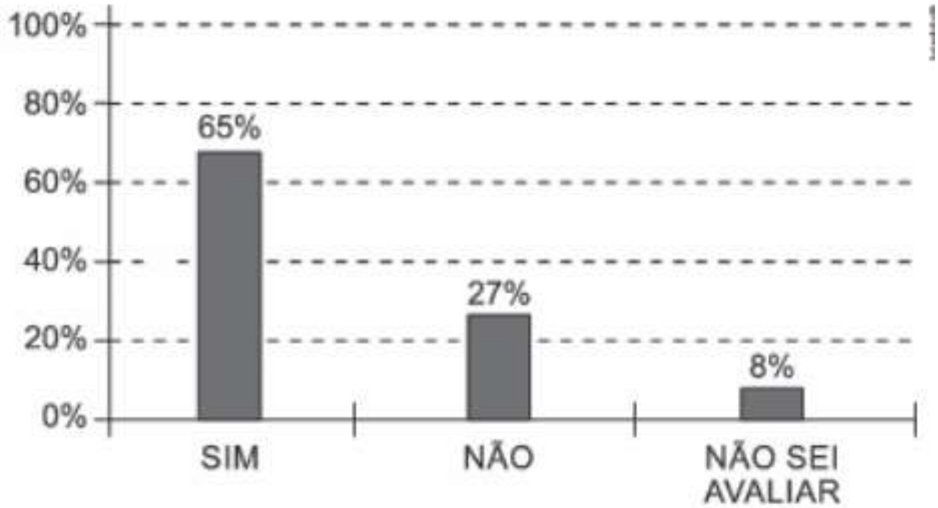


Nesse ano, a porcentagem de vítimas fatais que se deslocavam de bicicleta e tinham menos de 30 anos. em relação ao total de vítimas das quatro faixas etárias e das três categorias de locomoção, foi de

a) 15,6%. b) 21,6%. c) 30%. d) 12,5%. e) 27,2%.

72. (PUC-RJ/2018)

Em uma pesquisa, realizada em janeiro de 2015, perguntava-se aos internautas se eles acreditavam que a reciclagem de lixo era importante para o meio ambiente. Eram 3 alternativas possíveis, e 4.600 internautas responderam, como mostra o gráfico abaixo.



Quantas pessoas responderam “não sei avaliar"?

a) 256 b) 307 c) 368 d) 512 e) 800

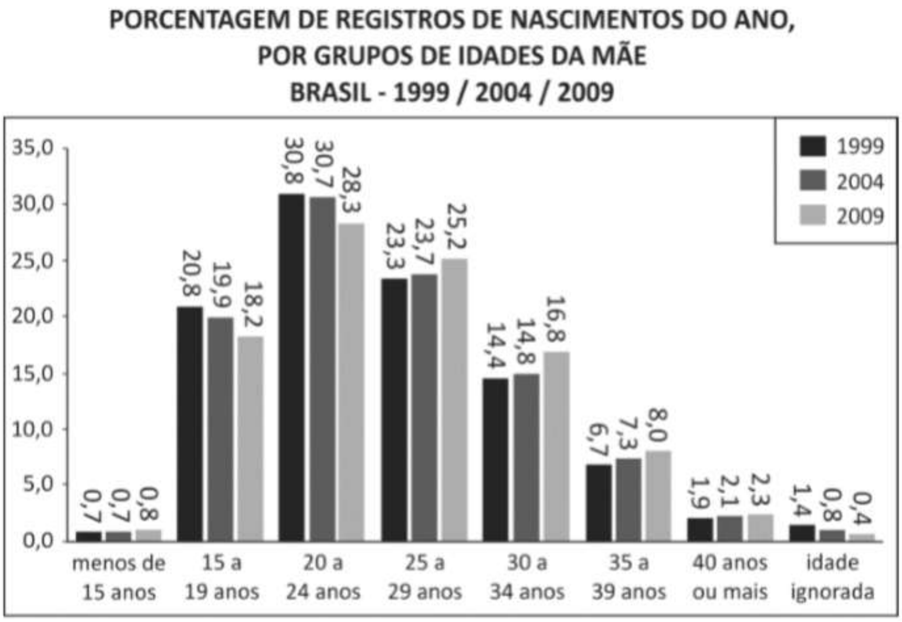
73. (Famerp/2018)

Sendo x um número inteiro, a mediana do conjunto $\{3, 7, 2, -3, 13, 9, -1, x\}$ de oito números é igual a $\frac{7}{2}$. Dessa forma, x é igual a

a) 7. b) 3. c) 4. d) 6. e) 5.

74. (Fuvest/2015)

Examine o gráfico.



IBGE. Diretoria de Pesquisa, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Estatísticas do Registro Civil, 1999/2004/2009. Adaptado.

Com base nos dados do gráfico, pode-se afirmar corretamente que a idade

a) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi maior que 27 anos.

b) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi menor que 23 anos.

c) mediana das mães das crianças nascidas em 1999 foi maior que 25 anos.

d) média das mães das crianças nascidas em 2004 foi maior que 22 anos.

e) média das mães das crianças nascidas em 1999 foi menor que 21 anos.

75. (Fuvest/2014)

Cada uma das cinco listas dadas é a relação de notas obtidas por seis alunos de uma turma em uma certa prova.

Assinale a única lista na qual a média das notas é maior do que a mediana.

a) 5,5,7,8,9,10

b) 4,5,6,7,8, 8

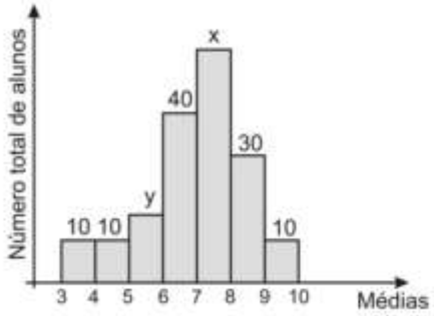
c) 4,5,6,7,8,9

d) 5,5,5,7,7,9

e) 5,5,10,10,10,10

76. (AFA/2020)

No Curso Preparatório de Cadetes do Ar (CPCAR) existem 8 turmas de 25 alunos que ao final de 3º trimestre de certo ano apresentaram as médias em matemática, registradas no gráfico abaixo:



Neste ano, 60% dos alunos do CPCAR obtiveram média maior ou igual a 7.

Analise cada proposição abaixo quanto a ser (V) Verdadeira ou (F) Falsa.

( ) $x\%$ do total de alunos apresentaram média maior ou igual a 6

( ) $y\%$ do total de alunos apresentaram média menor que 6

( ) a nota mediana deste resultado é maior que $7{,}3$

Sobre as proposições, tem-se que:

a) todas são verdadeiras.

b) todas são falsas.

c) apenas duas são falsas.

d) apenas uma é falsa.

77. (AFA/2019)

Em uma turma de 5 alunos, as notas de um teste de matemática são números inteiros tais que a média aritmética e a mediana são iguais a 5, e nenhum aluno errou todas as questões.

Sabendo que esse conjunto de notas é unimodal, com a moda igual a 8, então a diferença entre a maior nota e a menor nota é um número que é divisor de

a) 14

b) 15

c) 16

d) 18

78. (AFA/2018)

Na tabela a seguir estão relacionados os salários de todos os funcionários das classes A, B e C de uma empresa cuja média salarial é R$1.680,00.

Classes	Salários	Quantidade de funcionários
A	900 |– 1.500	20
B	1.500 |– 2.100	x
C	2.100 |– 2.700	10

Se a mediana para a distribuição de frequências obtida acima é m, então a soma dos algarismos de m é igual a

a) 10

b) 12

c) 15

d) 18

79. (AFA/2017)

As notas de oito alunos numa prova de matemática foram escritas pelo professor numa tabela como a que segue:

Aluno	A	B	C	D	E	F	G	H
Nota	6,5	10	8	9,4	8	6,4	x	7,4

Sabe-se que a média aritmética dessas notas é 8,2.

Considerando as notas dos oito alunos, é correto afirmar que a nota do aluno G é

a) igual à moda.

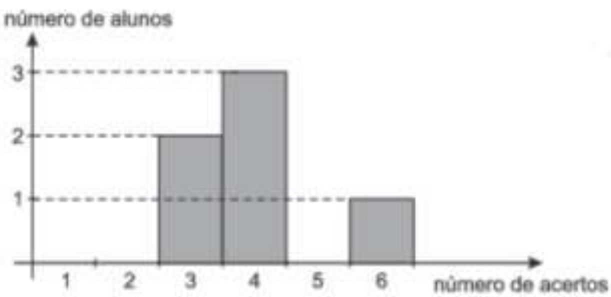
b) inferior a 9,8.

c) superior à mediana.

d) inferior à média aritmética das outras sete notas.

80. (AFA/2016)

Um cursinho de inglês avaliou uma turma completa sendo que parte dos alunos fez a avaliação A, cujo resultado está indicado no gráfico abaixo.



Os demais alunos fizeram a avaliação B e todos tiveram 4 acertos. Assim, o desvio padrão obtido a partir do gráfico acima ficou reduzido à metade ao ser apurado o resultado da turma inteira.

Essa turma do cursinho de inglês tem:

a) mais de 23 alunos.

b) menos de 20 alunos.

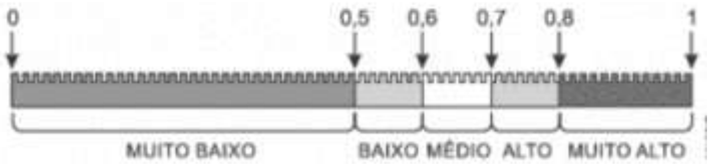
c) 21 alunos.

d) 22 alunos

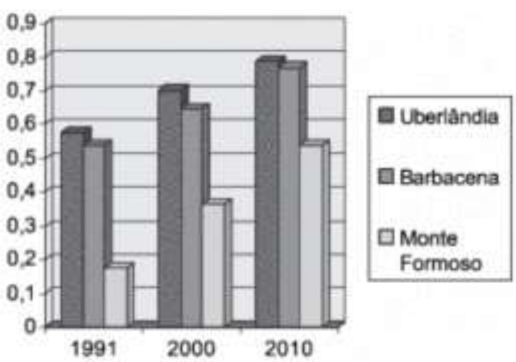
81. (AFA/2015)

No Atlas de Desenvolvimento Humano no Brasil 2013 constam valores do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) de todas as cidades dos estados brasileiros.

O IDHM é um número que varia entre 0 e 1. Quanto mais próximo de 1, maior o desenvolvimento humano de um município, conforme a escala a seguir.



Abaixo estão relacionados o IDHM de duas cidades de Minas Gerais em condições extremas, Monte Formoso e Uberlândia, e uma em situação intermediária, Barbacena.



Analisando os dados acima, afirma-se que

I. o município de maior crescimento do IDHM, nos períodos considerados, é Monte Formoso.

II. na última década, Barbacena apresentou maior evolução do IDHM que Uberlândia.

III. uma tabela que relaciona cidade, época e faixa de IDHM pode ser representada corretamente como:

	Monte Formoso	Barbacena	Uberlândia
1991	Muito baixo	Baixo	Baixo
2000	Muito baixo	Alto	Alto
2010	Baixo	Alto	Alto

São corretas

a) apenas I e II

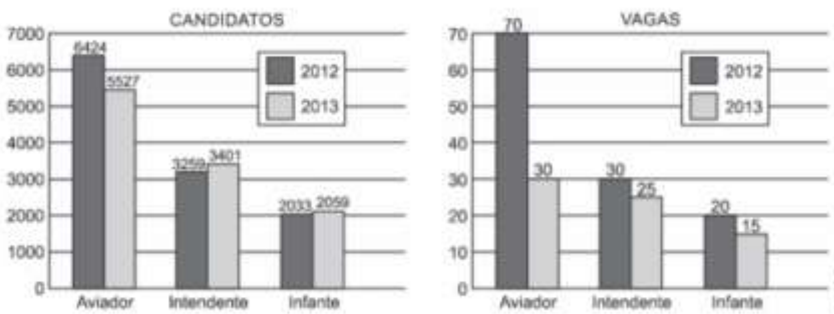
b) apenas II e III

c) apenas I e III

d) apenas I, II, III

82. (AFA/2014)

Os gráficos a seguir apresentam os números de candidatos e de vagas para os concursos AFA 2012 e 2013.



Entenda-se por concorrência a razão entre o número de candidatos e número de vagas.

Do concurso 2012 para o concurso 2013, pode-se afirmar corretamente que

a) para a infantaria, a taxa de crescimento do número de candidatos foi positiva, porém a concorrência diminuiu.

b) para o quadro de intendência, tanto a procura quanto a concorrência diminuíram.

c) apesar da taxa de crescimento do número de candidatos ao quadro de aviadores ser negativa, a concorrência aumentou.

d) a concorrência dobrou.

83. (AFA/2013)

As seis questões de uma prova eram tais, que as quatro primeiras valiam 1,5 ponto cada, e as duas últimas valiam 2 pontos cada.

Cada questão, ao ser corrigida, era considerada certa ou errada. No caso de certa, era atribuída a ela o total de pontos que valia e, no caso de errada, a nota 0 (zero).

Ao final da correção de todas as provas, foi divulgada a seguinte tabela:

Nº DA QUESTÃO	PERCENTUAL DE ACERTOS
1	40%
2	50%
3	10%
4	70%
5	5%
6	60%

A média aritmética das notas de todos os que realizaram tal prova é

a) $3{,}7$

b) $3{,}85$

c) 4

d) $4{,}15$

84. (AFA/2010)

Uma pequena fábrica de cintos paga a seus funcionários o salário, conforme tabela abaixo:

CARGO	SALÁRIOS (em reais)	Nº DE FUNCIONÁRIOS
COSTUREIRO(A)	1 000	10
SECRETÁRIO(A)	1 500	4
CONSULTOR	2 000	3
GERENTE	X	1

Certo mês, houve um aumento de 10% sobre os salários da tabela acima para todos os cargos.

Sabendo-se que a nova média salarial passou a ser de 1650 reais, o novo salário do gerente é, em reais, igual a

a) $5\ 500$

b) $5\ 000$

c) $3\ 300$

d) $3\ 000$

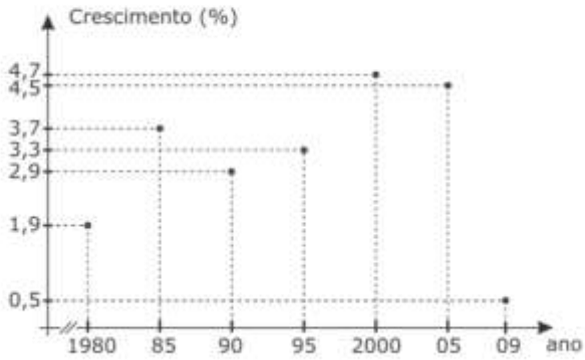
85. (AFA/2010)

A Revista Época publicou uma reportagem em fevereiro de 2009 a respeito do impacto da crise financeira mundial no crescimento da economia.

Desaceleração recorde

Em 2009, a economia mundial deverá ter o menor crescimento desde a 2ª Guerra Mundial – em $\%$ ao ano.

O gráfico abaixo indica o percentual de crescimento da economia mundial de alguns anos, no período de 1980 a 2009.



Fonte: Revista Época – 02/02/2009 nº 559 – pag. 85. (Adaptado)

Sabendo-se que no ano de 2009 o percentual foi estimado, analise o gráfico e marque a alternativa FALSA.

a) Houve um aumento superior a 42% do percentual de crescimento do ano de 1995 para o ano 2000.

b) A queda de crescimento do ano de 2005 para o percentual estimado no ano de 2009 é menor que 90%.

c) O aumento do percentual de crescimento do ano de 1985 em relação ao ano de 1980 é aproximadamente 95% do percentual de crescimento do ano 1980.

d) A taxa de crescimento do ano de 2000 em relação ao ano de 1985 é a mesma que a taxa de crescimento do ano de 1990 em relação ao ano de 1980.

9. Gabarito

GABARITO

7. A
8. B
9. A
10. B
11. D
12. B
13. A
14. A
15. C
16. C
17. B

18. A
19. A
20. C
21. B
22. C
23. C
24. B
25. C
26. B
27. A
28. C
29. C
30. A
31. C
32. A
33. B
34. A
35. B
36. B
37. A
38. C
39. D
40. D
41. B
42. C
43. C
44. A
45. B
46. B
47. B
48. A
49. C
50. A
51. B
52. D
53. A
54. C
55. A
56. C
57. D
58. A
59. D
60. C
61. B
62. A

63. A
64. B
65. C
66. B
67. B
68. B
69. A
70. D
71. A
72. C
73. C
74. D
75. D
76. D
77. A
78. B
79. C
80. A
81. A
82. C
83. B
84. A
85. D

10. Lista de Questões Resolvidas

7. (EEAR/2000)

Numa prova de matemática, três classes obtiveram as seguintes médias e desvios:

- Classe A: $x = 4{,}5$ e $\delta = 2{,}5$
- Classe B: $x = 4{,}5$ e $\delta = 3{,}1$
- Classe C: $x = 4{,}5$ e $\delta = 2{,}8$

Se for sorteado um aluno em cada classe, em qual delas é mais provável que a nota desse aluno esteja entre $3{,}0$ e $6{,}0$?

a) Classe A

b) Classe B

c) Classe C

d) Classe C e B

Comentários

A classe cuja medida tiver o menor desvio é aquela cujas amostras mais se aproximam da média calculada. Assim, quanto maior o desvio, maior é a distância de uma amostra qualquer à média estimada.

Logo, como a média é a mesma para as 3 classes (4.5 que está entre 3 e 6), quanto menor for o desvio, maior a chance dos dados sorteados estarem próximos desse valor de 4.5 e, portanto, maior a probabilidade desse número sorteado estar dentro do intervalo de 3 a 6.

Dessa maneira, como a classe que possui menor desvio é a Classe A, ela é a alternativa correta.

Gabarito: "a".

---

8. (EEAR/2001)

Como parte de seu treinamento, um piloto realizou 10 missões cujos tempos em minutos são, em ordem: $4 - 6 - 7 - 9 - x - 14 - 18 - y - 23 - 26$. Sabendo-se que o tempo médio das missões foi de 14 minutos e o tempo mediano foi de 13 minutos, podemos afirmar que x e $y$valem, respectivamente:

a) 13 e 20

b) 12 e 21

c) 13 e 21

d) 12 e 22

Comentários

A mediana é o termo central das amostras em ordem crescente. Como a quantidade de dados de tempo é par, não existe um único termo central. Portanto, pegamos os dois termos do centro calculamos a sua média aritmética. Os termos centrais são destacados abaixo:

$$4 - 6 - 7 - 9 - \boldsymbol{x} - \mathbf{14} - 18 - y - 23 - 26$$

$$\frac{x + 14}{2} = 13 \Rightarrow x + 14 = 26 \Rightarrow x = 12$$

Média é a soma de todos os termos dividida pela quantidade de termos:

$$Média = \frac{4 + 6 + 7 + 9 + 12 + 14 + 18 + y + 23 + 26}{10} = 14 \Rightarrow y = 21$$

Portanto, a alternativa b) é correta.

Gabarito: "b".

---

9. (EEAR/2001)

Em Estatística, ______ de um conjunto de dados dispostos em ordem crescente, onde o número de dados é ímpar, é o valor que ocupa a posição central; e ______ de um conjunto de dados é o valor mais frequente do conjunto

a) Mediana; Moda

b) Moda; Mediana

c) Média; Moda

d) Mediana; Média

Comentários

Pela definição, temos que, Moda (M_o) representa o valor mais frequente de um conjunto de dados, sendo assim, para defini-la basta observar a frequência com que os valores aparecem.

A Mediana (M_d) representa o valor central de um conjunto de dados. Para encontrar o valor da mediana é necessário colocar os valores em ordem crescente ou decrescente. Quando o número de dados é ímpar, a mediana é o valor que ocupa a posição central. Quando o número elementos de um conjunto é par, a mediana é encontrada pela média dos dois valores centrais.

Já a média aritmética é a soma dos termos dividido pela quantidade de termos.

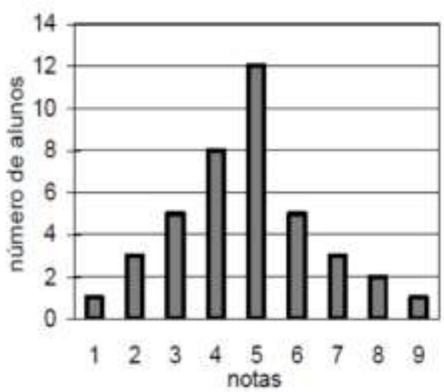
Sendo assim, a alternativa correta é a letra a).

Gabarito: "a".

---

10. (EEAR/2001)

Os resultados da prova de Ciências aplicada a uma turma de um certo colégio estão apresentados no gráfico. Baseado neste gráfico, podemos afirmar que a porcentagem de alunos dessa turma com nota inferior a $5{,}0$, nessa prova de Ciências, foi de:



a) $37{,}5\%$

b) $42{,}5\%$

c) $47{,}5\%$

d) $52{,}5\%$

Comentários

De acordo com o gráfico, o número total de alunos é:

$$1+3+5+8+12+5+3+2+1=40$$

Ainda de acordo com o gráfico, percebe-se que, o número de alunos com nota inferior a $5{,}0$ é:

$$1+3+5+8=17$$

Portanto, a porcentagem pedida é:

$$\frac{17}{40}=42{,}5\%$$

Assim, a alternativa correta é a letra b)

Gabarito: “b”.

11. (EEAR/2002)

A média aritmética, a moda e a mediana do conjunto de valores $6; 1; 7; 3; 8; 7; 2; 10$são, respectivamente:

a) $5; 6{,}5; 6{,}5$

b) $5{,}5; 7; 7$

c) $5{,}5; 6{,}5; 7$

d) $5{,}5; 7; 6{,}5$

Comentários

A média aritmética é a soma dos termos dividido pela quantidade de termos. Assim temos que:

$$Média = \frac{6+1+7+3+8+7+2+10}{8} = \frac{44}{8} = 5{,}5$$

Moda é o valor que mais se repete dentre todos os elementos: $6; 1; \mathbf{7}; 3; 8; \mathbf{7}; 2; 10$, portanto, Moda ($M_o$) = 7

Para calcular a mediana é necessário organizar os termos em ordem crescente: $1; 2; 3; 6; 7; 7; 8; 10$. Como o conjunto é par, a mediana é encontrada pela média dos dois valores centrais:

$$Mediana = \frac{6+7}{2} = 6{,}5$$

Sendo assim, a alternativa correta é a letra (d

Gabarito: “d”.

12. (EEAR/2003)

A tabela abaixo indica o número de gols de 50 artilheiros de um campeonato de futebol. É falsa a afirmação:

Nº de gols	Nº de artilheiros
1	5
3	7
4	10
5	8
6	7
8	6
9	4
10	3

a) A moda dessa distribuição é 4

b) O número de gols marcados é 46

c) A média de gols dos artilheiros é $5{,}24$

d) O número mediano de gols é 5

Comentários

a) Moda (M_o) é o resultado que aparece com mais frequência. Neste caso, o número de gols que apareceu com mais frequência é 4. Portanto, a moda dessa distribuição é 4.

Portanto, uma alternativa A é verdadeira.

b) Número de gols = $1 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 7 + 8 \cdot 6 + 9 \cdot 4 + 10 \cdot 3 = 262$ gols.

Portanto, uma alternativa B é FALSA

c) Média de gols:

$$\frac{262}{50} = 5{,}24$$

Portanto, a alternativa C é verdadeira

d) Ao colocar a quantidade de gols em ordem decrescente ou crescente, o número médio de gols será o valor central. Como tem-se 50 artilheiros, número par, a mediana estará entre o $24^{º}$ e o $25^{º}$:

$11111 \quad 3333333 \quad 4444444444 \quad 5\mathbf{55}55555 \quad 6666666 \quad 888888 \quad 9999 \quad 101010$. Sendo assim, a mediana será:

$$\frac{5+5}{2} = 5$$

Portanto, uma alternativa d) é verdadeira.

Gabarito: "b".

---

13. (EEAR/2003)

Assinale a alternativa que complete corretamente o período. Júlia tem 8 filhos, resultado de 4 gestações de gêmeos. Se considerarmos as idades desses filhos, poderemos afirmar que elas formam uma série que apresenta _________ moda(s).

a) Nenhuma

b) Uma

c) Duas

d) Mais de duas

Comentários

Pela definição, Moda (M_o) representa o valor mais frequente de um conjunto de dados, sendo assim, para defini-la basta observar a frequência com que os valores aparecem. Se listarmos as idades dessas 8 crianças, sendo que 4 duplas são de gêmeos, teremos 4 pares de idades iguais: $xx \ \ yy \ \ zz \ \ ww$, portanto não encontraremos nenhuma moda, pois não aparecerá uma idade que mais seja frequente e sim idades iguais em pares. Portanto, a alternativa correta é a letra a)

Gabarito: "a".

---

14. (EEAR/2003)

Um teste de inteligência, aplicado aos alunos das 4as séries do Ensino Fundamental da Escola A, apresentou os seguintes resultados:

Pontos	n.º de alunos		Pontos	n.º de alunos
90 ⊢ 95	40		115 ⊢ 120	140
95 ⊢ 100	60		120 ⊢ 125	120
100 ⊢ 105	140		125 ⊢ 130	30
105 ⊢ 110	160		130 ⊢ 135	20
110 ⊢ 115	180		135 ⊢ 140	10

A frequência relativa da classe modal é:

a) $0{,}2$.

b) $0{,}22$.

c) $0{,}25$.

d) $0{,}5$.

Comentários

Veja que, a classe modal é a $5^{\underline{o}}$ classe $(110| - 115)$, pois é a classe que ocorre com maior frequência, ou seja, o intervalo de pontuação em que mais aparece. Portanto, a frequência relativa dessa classe é o número de alunos da classe modal, dividido pelo total de número de alunos:

$$F_5 = \frac{180}{40+60+140+160+180+140+120+30+20+10} = \frac{180}{900} = \frac{20}{100} = 0{,}2$$

Portanto, a alternativa correta é a letra a)

Gabarito: "a".

---

15. (EEAR/2005)

A tabela traz as idades, em anos, dos filhos de 5 mães.

Nome da mãe	Ana	Márcia	Cláudia	Lúcia	Eloísa
Idade dos filhos	7, 10, 12	11, 15	8, 10, 12	12, 14	9, 12, 15, 16, 18

A idade modal desses 15 filhos é inferior à idade média dos filhos de Eloísa em ___ ano(s).

a) 4.

b) 3.

c) 2.

d) 1.

Comentários

O primeiro passo a ser tomado é calcular a mediana. Para encontrar o valor da mediana é necessário colocar os valores em ordem crescente ou decrescente. Como o número de dados é ímpar, a mediana é o valor que ocupa a posição central:

$$7\ 8\ 9\ 10\ 10\ 11\ 12\ \mathbf{12}\ 12\ 12\ 14\ 15\ 15\ 16\ 18$$

Veja que a moda das idades é igual a 12, pois é o valor que mais se repete.

Calculando a média das idades dos filhos de Eloísa, temos:

$$x = \frac{9+12+15+16+18}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

Assim, temos que, a diferença entre a moda e média de idade dos filhos de Eloísa é:

$$14 - 12 = 2$$

Portanto, a alternativa correta é a letra c)

Gabarito: "c".

---

16. (EEAR/2005)

A tabela a seguir mostra os dados coletados num levantamento realizado num torneio de futebol.

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	28	26	31	9	4	2

Se x_i representa o número de gols por partida e f_i, o número de partidas, então é correto afirmar que, nesse torneio

a) Foi marcado um total de 140 gols

b) Foi realizado um total de 98 partidas de futebol

c) Em 85% dos jogos os números de gols por partida foi, no máximo, 2.

d) Em 25% dos jogos o número de gols por partida foi, no mínimo, 3.

Comentários

Como x_i representa o número de gols por partidas e f_i representa o número de partidas, veja que:

Nº de gols $= 0 \cdot 28 + 1 \cdot 26 + 2 \cdot 31 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 2 = 141$ gols. Portanto, a alternativa a) é FALSA.

Nº de partidas = $28 + 26 + 31 + 9 + 4 + 2 = 100$ partidas. Portanto a alternativa b) é FALSA

Como o número total de partidas foi igual a 100, temos que: $28 + 26 + 31 = 85 \Rightarrow 85\%$ das partidas tiveram, no máximo 2 gols. Portanto, a alternativa c) é VERDADEIRA

Veja que, se em 85% dos jogos tiveram no máximo 2 gols, nos restantes 15% das partidas, o mínimo de gols seria 3. Portanto, a alternativa d) é FALSA

Portanto, a alternativa correta é a letra c)

Gabarito: "c".

---

17. (EEAR/2005)

Em tempos de eleição para presidente, foram ouvidas 400 pessoas quanto à intenção de voto. Cada pessoa ouvida nessa pesquisa constitui um(a)

a) Dado estatístico.

b) Unidade estatística.

c) Amostra representativa.

d) Frequência.

Comentários

Com base nos estudos sobre noções de estatística, podemos compreender que:

As 400 pessoas formam uma amostra, que é um subconjunto ou parte da população estatística pesquisada;

Cada pessoa ouvida representa uma unidade estatística, ou seja, um elemento dos vários que formam o total da amostra;

Cada registro numérico realizado representa um dado estatístico.

Portanto, veja que a alternativa correta é a letra b)

Gabarito: "b".

---

18. (EEAR/2005)

Na distribuição dos salários de 800 empregados de uma empresa, o ponto médio da 4ª classe é $R\$1400,00$. Se as 8 classes dessa distribuição têm a mesma amplitude de $R\$200,00$ e são do tipo $[a, b[$, então a 6ª classe não inclui, com certeza, o salário de $R\$$

a) $1900,00$.

b) $1850,00$.

c) $1800,00$.

d) $1750,00$.

Comentários

De acordo com o enunciado, sabemos que os salários são distribuídos nas classes em ordem crescente da 1ª até a 8ª classe.

Se o ponto médio da 4ª classe é 1400 e a amplitude de cada classe é 200, então os extremos dessa classe serão o ponto médio mais/menos a metade da amplitude:

$$\text{Extremo inferior: } 1400 - 100 = 1300$$

$$\text{Extremo superior: } 1400 + 100 = 1500$$

Na 5ª classe temos que:

$$\text{Extremo inferior: } 1500$$

$$\text{Extremo superior: } 1700$$

Na 6ª classe:

Extremo inferior: 1700

Extremo superior: 1900

Como as classes dessa distribuição são do tipo $[a, b[$, então a 6ª classe não inclui, com certeza, o salário de $R\$1900{,}00$.

Portando, a alternativa correta é a letra a)

Gabarito: "a".

---

19. (EEAR/2005)

Sejam $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{81}$ os valores ordenados de uma variável X. A mediana desse conjunto de valores é igual a

a) x_{41}

b) x_{40}

c) $\frac{x_{40}+x_{41}}{2}$

d) $\frac{x_{41}+x_{42}}{2}$

Comentários

Veja que, temos 81 números, ou seja, quantidade ímpar. Como o número de dados é ímpar, a mediana é o valor que ocupa a posição central:

De x_1 a x_{40} temos 40 números

De x_{42} a x_{81} temos 40 números, logo

x_{41} é o número central.

Portanto, a alternativa correta é a letra a)

Gabarito: "a".

---

20. (EEAR/2006)

Os alunos da 6ª série A de um colégio foram pesquisados em cinco diferentes objetos de estudo: sexo, idade, cor dos olhos, disciplina favorita e estatura. Desses cinco objetos, são variáveis qualitativas

a) Todas.

b) Apenas quatro.

c) Apenas três.

d) Apenas duas.

Comentários

As variáveis qualitativas são aquelas que não podem ser expressas numericamente, sendo assim, temos que: sexo, cor dos olhos e disciplina favorita são variáveis qualitativas.

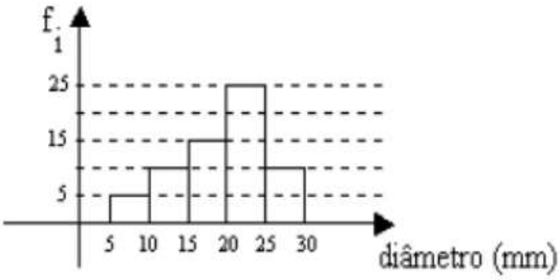
Portando, a alternativa correta é a letra c).

Gabarito: "c".

---

21. (EEAR/2006)

O histograma representa a distribuição dos diâmetros de 65 peças de uma loja. Se f_i são as frequências absolutas, então o número de peças com diâmetro não inferior a $20mm$ é



a) 30.

b) 35.

c) 40.

d) 45.

Comentários

De acordo com o gráfico, o número de peças com diâmetro não inferior à $20mm$ são as que pertencem às classes $[20, 25[$ e $[25, 30[$ de diâmetro (mm), que possuem as frequências 25 e 10.

Assim, pela soma algébrica temos: $25 + 10 = 35$.

Portanto, a alternativa correta é a letra b).

Gabarito: "b".

---

22. (EEAR/2006)

Os resultados de uma pesquisa realizada com 20 alunos de uma escola, a respeito da área da carreira pretendida, estão apresentados na tabela:

Área	Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa
Humanas	8	M
Biológicas	P	0,35
Exatas	R	S
Total	20	1,00

Os valores de M, P, R e S são, respectivamente

a) $0{,}35; 5; 7$ e $0{,}35$.

b) $0{,}4; 7; 5$ e $0{,}4$.

c) $0{,}4; 7; 5$ e $0{,}25$.

d) $0{,}25; 5; 7$ e $0{,}25$.

Comentários

Definimos frequência relativa absoluta assumido por uma variável como a razão entre a frequência absoluta e o número total de dados

$$\boxed{f_{ri} = \frac{f_i}{n}}$$

Assim, para acharmos os valores de cada variável, basta substituirmos na fórmula:

$$\mathrm{M} = \frac{8}{20} = 0{,}4 \quad \frac{\mathrm{P}}{20} = 0{,}35 \ \Rightarrow \mathrm{P} = 7$$

$$\mathrm{R} + \mathrm{P} + 8 = 20 \Rightarrow \mathrm{R} = 5$$

$$\mathrm{S} = \frac{\mathrm{R}}{20} = \frac{5}{20} = 0{,}25$$

Logo, temos para M, P, R e S, respectivamente

$$0{,}4; 7; 5 \text{ e } 0{,}25.$$

Portanto, a alternativa correta é a letra c).

Gabarito: "c".

---

23. (EEAR/2006)

A tabela mostra as idades dos alunos matriculados no Centro de Educação Infantil X, em2005. A média das idades dos alunos dessa escola, em anos, é, aproximadamente

Idade (anos)	Número de alunos
2	3
3	3
4	5
5	14
6	25
Total	50

a) 4,1.

b) 4,5.

c) 5,1.

d) 5,6.

Comentários

Calculamos a média das idades dos alunos pela média aritmética, que é a soma das idades dos alunos dividido pela quantidade total de alunos. Assim temos que:

$$x = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 14 + 6 \cdot 25}{50} = 5{,}1.$$

Portanto, a alternativa correta é a letra c)

Gabarito: "c".

---

24. (EEAR/2006)

Sendo f_i as frequências absolutas, a classe mediana da distribuição é a

classe	[10,20[	[20,30[	[30,40[	[40,50[	[50,60[	[60,70[	[70,80[
f_i	25	18	10	05	09	12	15

a) $2^{\underline{a}}$.

b) $3^{\underline{a}}$.

c) $4^{\underline{a}}$.

d) $5^{\underline{a}}$.

Comentários

Somando as frequências absolutas obtemos um total de 94. Como o conjunto é par, a mediana é encontrada pela média dos dois valores centrais.

$$Mediana = \frac{47 + 48}{2} = 47{,}5.$$

De acordo com o valor encontrado, podemos observar que a classe mediana é a 3ª classe.

Portando, veja que a alternativa b) é correta.

Gabarito: "b".

---

25. (EEAR/2007)

Feito um levantamento sobre a altura dos 50 alunos da 5ª série A de um colégio, chegou-se aos seguintes resultados:

Altura (cm)	nº de alunos	Altura	nº de alunos
150 ⊢ 154	6	162 ⊢ 166	8
154 ⊢ 158	12	166 ⊢ 170	6
158 ⊢ 162	14	170 ⊢ 174	4

Nessas condições, o número de alunos da 5ª A que não atingem 1,58 m de altura, e a porcentagem de alunos cuja altura é maior ou igual a 1,62 m são, respectivamente

a) $12\ e\ 12\%$.

b) $12\ e\ 20\%$.

c) $18\ e\ 36\%$.

d) $18\ e\ 20\%$.

Comentários

De acordo com a tabela, o número de alunos que não atintem 1,58m de altura correspondem a:

$$6 + 12 = 18 \text{ alunos.}$$

Como o número total de alunos é 50, e o número de alunos cuja altura é maior ou igual a 1,62 m correspondem a

$$8 + 6 + 4 = 18 \text{ alunos.}$$

A porcentagem de alunos cuja altura é maior ou igual a 1,62 m é de 36%.

Portanto, a alternativa correta é a letra c)

Gabarito: "c".

---

26. (EEAR/2007)

Quando o objetivo de uma pesquisa é comparar o comportamento de uma mesma variável em populações com números diferentes de elementos, a frequência mais conveniente é a

a) Total.

b) Relativa.

c) Absoluta.

d) Acumulada.

Comentários:

Quando o objetivo de uma pesquisa é comparar o comportamento de uma mesma variável em populações distintas a frequência mais conveniente é a relativa, pois conforme o nome já o diz, essa frequência exprime uma mesma característica de cada população levando em consideração os seus tamanhos.

Um exemplo claro disso é quando se deseja comparar o desempenho acadêmico de turmas com número distintos de alunos: a solução geralmente é analisar a média de cada turma, que nada mais é do que uma frequência relativa de notas.

Gabarito: "b".

---

27. (EEAR/2007)

Os resultados de uma pesquisa, cujo objetivo era saber o número de televisores, por família, realizada em uma certa comunidade, estão na tabela:

Número de televisores	1	2	3	4	5
Número de famílias	23	35	22	14	6

É correto afirmar que o número modal e o número médio de televisores, por família, são, respectivamente

a) 2 e 2,45.

b) 5 e 2,45.

c) 2 e 3.

d) 5 e 3.

Comentários

O número modal é aquele que mais se repete, portanto será o número 2, pois aparece em 35 famílias. A média de televisores, por famílias, será achada pegando o número total de televisores e dividindo pela quantidade de famílias. Então, temos que:

$$\text{Total de televisores} = 1 \cdot 23 + 2 \cdot 35 + 3 \cdot 22 + 4 \cdot 14 + 5 \cdot 6 = 245$$

$$\text{Total de famílias} = 100$$

$$\text{Média} = \frac{245}{100} = 2{,}45$$

Portanto, a alternativa correta é a letra a)

Gabarito: "a".

---

28. (EEAR/2007)

A tabela a seguir traz o resultado de uma prova de Ciências. Nela, $\boldsymbol{x_i}$ são as notas e $\boldsymbol{f_i}$ são as frequências absolutas. Agrupando os dados em $\mathbf{5}$ classes do tipo [a, b[, de amplitude $\mathbf{1,5}$, sendo o limite inferior da $\mathbf{1}^{\mathbf{a}}$ classe a nota $\mathbf{1,5}$, a frequência absoluta da $\mathbf{3}^{\mathbf{a}}$ classe da nova tabela será igual a

x_i	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5
f_i	1	2	2	3	5	6	7	8	9	7	6	5	4	3	2

a) 14.

b) 19.

c) 24.

d) 29.

Comentários

Construindo as classes a partir da primeira, obedecendo à amplitude de 1.5 e considerando que uma classe é um intervalo que não inclui seu limite superior (apenas o inferior), temos:

$1^{a}\ classe$: $[1.5, 3.0[$

Frequência: $1 + 2 + 2 = 5$

$2^{a}\ classe$: $[3.0, 4.5[$

Frequência: $3 + 5 + 6 = 14$

$3^{a}\ classe$: $[4.5, 6.0[$

Frequência: $7 + 8 + 9 = 24$

Logo, a frequência absoluta da 3ª classe é 24 e a alternativa correta é a letra c).

Gabarito: "c".

---

29. (EEAR/2007)

A produção média mensal de 8 fábricas de doces caseiros de uma cidade é de 1,5 tonelada. Se forem construídas mais duas fábricas e a produção mensal total continuar a mesma, a produção média mensal das 10 fábricas será de

a) $0{,}8t$.

b) $1t$.

c) $1{,}2t$.

d) $1{,}4t$.

Comentários

A Produção Média é igual a soma das produções de cada fábrica dividida pelo número de fábricas.

Produção Média (8 fábricas):

$$1{,}5 = \frac{S}{8} \Rightarrow S = 12 \text{ toneladas}$$

(soma das produções das 8 fábricas)

Ao construir mais duas fábricas, a soma da produção mensal continua a mesma (12 toneladas), mesmo tendo mais duas fábricas produzindo. Logo:

Produção Média (10 fábricas):

$$\frac{S}{10} = \frac{12}{10} = 1{,}2 \text{ toneladas}$$

Portanto, a alternativa correta é a letra c)

Gabarito: "c".

---

30. (EEAR/2007)

Os dados de uma pesquisa, cujo objetivo era saber o número de filhos, por família, realizada em uma certa comunidade, estão na tabela:

Nº de filhos	0	1	2	3	4	5
Nº de famílias	2	8	10	14	18	15

É correto afirmar que o número

a) modal de filhos é maior que o número médio.

b) médio de filhos coincide com o número modal.

c) mediano e o número modal de filhos são iguais.

d) modal, o mediano e o número médio de filhos são iguais.

Comentários

a) Observando a tabela, percebemos que o número modal de filhos é igual a 5. Calculando o númer1o médio, temos que:

$$\frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 8 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 14 + 4 \cdot 18 \ + 5 \cdot 15}{2 + 8 + 10 + 14 + 18 + 15} = \frac{217}{67} = 3{,}24$$

Portanto, a alternativa é VERDADEIRA.

b) Vimos que o número modal é igual a 5 e o número médio igual a $3{,}24$. Portanto, a alternativa é FALSA

c) Calculando o mediano:

$$11111111 \ \ 2222222222 \ 33333333333333 \ \mathbf{4}44444444444444444 \ 555555555555555$$

Temos 65 termos. Como o número é ímpar, o mediano é o termo central: 4. Portanto, a alternativa é FALSA.

d) Com base nas afirmações anteriores, sabemos que a alternativa é FALSA.

Gabarito: “a”.

---

31. (EEAR/2007)

Seja a distribuição de frequência, onde f_i é a frequência simples absoluta:

x_i	4	8	10	12	20
f_i	9	10	16	30	35

A média dessa distribuição é

a) 10,28.

b) 11,17.

c) 13,36.

d) 14,15.

Comentários

Calculando a média, temos que:

$$\text{Média} = \frac{4 \cdot 9 + 8 \cdot 10 + 10 \cdot 16 + 12 \cdot 30 + 20 \cdot 35}{9 + 10 + 16 + 30 + 35} = \frac{1336}{100} = 13{,}36$$

Portanto, veja que, alternativa c) é a correta.

Gabarito: “c”.

---

32. (EEAR/2008)

Segundo a distribuição de frequências, o número de funcionários que ganham a partir de 4 salários mínimos e menos de 10 é.

Número de salários mínimos	Número de funcionários
0 ├─ 2	95
2 ├─ 4	75
4 ├─ 6	45
6 ├─ 8	35
8 ├─ 10	30
10 ├─ 12	20

a) 110.

b) 130.

c) 185.

d) 205.

Comentários

De acordo com o gráfico, o número de funcionários que ganham a partir de 4 salários mínimos e menos de 10 é dado pela soma algébrica:

$$45 + 35 + 30 = 110.$$

Portanto, a alternativa a) é a correta.

Gabarito: “a”.

---

33. (EEAR/2009)

A mediana dos valores $2, 2, 3, 6, 6, 1, 5, 4, 4, 5$ e 1 é

a) 5.

b) 4.

c) 3.

d) 2.

Comentários

Primeiramente, vamos organizar os termos em ordem crescente:

$$1, 1, 2, 2, 3, \mathbf{4}, 4, 5, 5, 6, 6$$

Com isso, tem-se que a mediana é o termo central 4.

Portanto, a alternativa correta é a letra b)

Gabarito: “b”.

---

34. (EEAR/2009)

Numa pesquisa feita em uma cidade, para verificar o meio de transporte utilizado por 240 pessoas, chegou-se ao seguinte resultado:

Meio de transporte	Número de pessoas
Metrô	90
Ônibus	80
Automóvel	40
Trem	30

Apresentando esses dados num gráfico em setores, o ângulo do setor correspondente a “Automóvel” será de

a) $60°$.

b) $65°$.

c) $70°$.

d) $75°$.

Comentários

Note que o total de pessoas pesquisadas é de 240 pessoas. Logo, esse total ocupará 360°.

Assim, uma pessoa ocupará um ângulo de:

$$\frac{360°}{240} = 1{,}5°$$

Como são 40 pessoas que usam automóvel, então o ângulo ocupado por 40 pessoas é:

$$40 \cdot 1{,}5° = 60°$$

Portanto, note que a alternativa a) é a correta.

Gabarito: "a".

---

35. (EEAR/2009)

Os resultados de uma pesquisa sobre os números de casos Rascunho de AIDS entre consumidores de drogas injetáveis, no país X, nos últimos oito anos, foram apresentados em um gráfico, onde as colunas foram substituídas por seringas de tamanhos diferentes. Este gráfico é um

a) Cartograma.

b) Pictograma.

c) Histograma.

d) Estereograma.

Comentários

O gráfico descrito trata-se de um pictograma, pois representa um objeto ou conceito por meio de desenho figurativo dentro do contexto da pesquisa.

Gabarito: "b".

---

36. (EEAR/2009)

Na $5^{\underline{a}}$ série A do Colégio X, numa prova de Ciências, 8 alunos obtiveram notas menores que 4; 15 alunos, notas de 4 a 6; 20 alunos, notas entre 6 e 8; e apenas 2, notas a partir de 8. A nota modal da $5^{\underline{a}}$ série A, nessa prova de Ciências, foi

a) 8.

b) 7.

c) 6.

d) 5.

Comentários

Veja que, pelas definições temos quatro grupos. Suponha $n \in \mathbb{Z}$ a nota dos alunos, temos os conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{Z} \mid n < 4\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{Z} \mid 6 \geq n \geq 4\}$$

$$C = \{n \in \mathbb{Z} \mid 8 > n > 6\}$$

$$D = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \geq 8\}$$

Tendo A 8 alunos, B 15 alunos, C 20 alunos e D 2 alunos. O conjunto C$= \{7\}$, pois é o conjunto dos inteiros maiores que 6 e menores que 8. Esse conjunto contém 20 alunos. Observe que esse conjunto é unitário e mesmo que todos os alunos correspondentes dos outros conjuntos tirassem a mesma nota possível em seus respectivos conjuntos, a nota 7 é a que mais se repete.

Portanto, a alternativa correta é a letra b)

Gabarito: "b".

---

37. (EEAR/2010)

Se as frequências absolutas da 1ª à 6ª classes de uma distribuição são, respectivamente, 5, 13, 20, 30, 24 e 8, então a frequência acumulada da 4ª classe dessa distribuição é

a) 68%.

b) 82.

c) 28%.

d) 20%.

Comentários

Frequência acumulada é o total acumulado (soma) de todas as classes anteriores até a classe atual. Portanto, temo que:

classe	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
f_i	5	13	20	30	24	8

$$5 + 13 + 20 + 30 = 68.$$

Portanto, veja que, a alternativa a) é a correta.

Gabarito: "a".

---

38. (EEAR/2010)

Os salários mensais, em reais, dos 24 funcionários de uma empresa são

800	840	880	880	1000	1050	1060	1060
1100	1150	1200	1210	1230	1250	1280	1300
1340	1380	1450	1480	1500	1500	1520	1550

O salário mensal mediano dessa empresa, em reais, é

a) 1200.

b) 1210.

c) 1220.

d) 1230.

Comentários

Para calcular a mediana, basta colocar os termos em ordem crescente ou decrescente. Como os salários já estão em ordem crescente e a quantidade de salários é par, somamos os dois salários centrais e dividimos por dois:

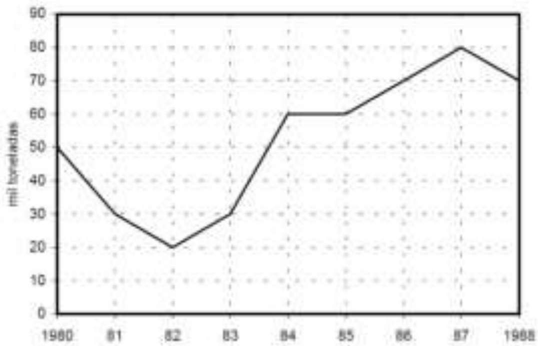
$$Mediana = \frac{(1210 + 1230)}{2} = 1220$$

Portanto, veja que, a alternativa c) é a correta.

Gabarito: “c”.

39. (EEAR/2010)

O gráfico representa a produção de arroz, em milhares de toneladas, em certo país, no período 1980-1988



Pelo gráfico, pode-se concluir que, no período 1980-1988, nesse país, a produção média anual de arroz, em mil toneladas, é, aproximadamente,

a) 64.

b) 60.

c) 58.

d) 52.

Comentários

Para calcular a média anual de arroz, basta somar as toneladas de arroz produzidas em cada ano e dividir pelo total de anos:

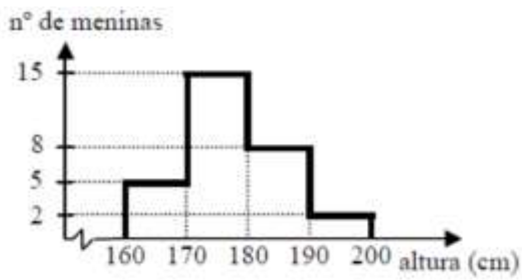
$$Média = \frac{(50+30+20+30+60+60+70+80+70)}{9} = 52{,}22$$

Portanto, a alternativa d) é a correta.

Gabarito: “d”.

40. (EEAR/2011)

O histograma apresenta as alturas de 30 meninas que frequentam o 3º ano do Ensino Médio de uma escola.



Considerando que as classes apresentadas no gráfico incluem seus limites inferiores e não os limites superiores, é correto afirmar que o número de meninas com altura não inferior a 170 cm é

a) 13.

b) 18.

c) 22.

d) 25.

Comentários

Considerando que as classes apresentadas no gráfico, incluem os limites inferiores e não superiores, temos que:

1ª classe: $[160{,}170[$

2ª classe: $[170{,}180[$

3ª classe: $[180{,}190[$

4ª classe: $[190{,}200[$

Portanto, é correto afirmar que o número de meninas com altura não inferior a 170 é: $15 + 8 + 2 = 25$ meninas.

A alternativa correta é a letra d).

Gabarito: "d".

---

41. (EEAR/2011)

Um teste de Matemática foi aplicado em duas turmas distintas de uma escola, a primeira com 40 alunos e a segunda com 20. As médias aritméticas das notas da primeira e da segunda turma foram, respectivamente, 6,0 e 7,0. Assim, a média aritmética das notas dos 60 alunos foi aproximadamente

a) $6{,}1$.

b) $6{,}3$.

c) $7{,}2$.

d) $7{,}5$.

Comentários

Neste caso, usa-se a média aritmética ponderada:

$$\text{Média} = \frac{(40 \cdot 6 + 20 \cdot 7)}{40 + 20} = \frac{240 + 140}{60} = \frac{380}{60} = 6{,}333$$

Portanto, a alternativa correta é a letra b)

Gabarito: "b".

---

42. (EEAR/2011)

Considere o Polígono de Frequência e a Ogiva, ambos representativos de uma distribuição de frequência com classes. As abscissas dos pontos que orientam as construções do Polígono e da Ogiva são, respectivamente, os _____e os (as)_____ das classes

a) Limites superiores – Frequências absolutas.

b) Pontos médios – Frequências absolutas.

c) Pontos médios – Limites superiores.

d) Limites superiores – Pontos médios.

Comentários

Vamos às definições de cada uma:

Polígono de frequências: É um gráfico de linhas de uma distribuição de frequências. A sua construção é feita tal que no eixo das abscissas (x) estão os **pontos médios de classe**, e no eixo das ordenadas (y) podemos ter a frequência absoluta $\boldsymbol{f}$ (polígono de frequências absolutas), ou frequência relativa $\boldsymbol{f_r}$, (polígono de frequências relativas).

Ogiva: é um gráfico representativo de frequências acumuladas. A sua construção é feita tal que no eixo das abscissas (x) estão os limites superiores de classe, e no eixo das ordenadas (y) podemos ter a frequência absoluta acumulada **F** (ogiva de frequências absolutas), ou a frequência relativa acumulada $\boldsymbol{F_r}$, (ogiva de frequências relativas).

Portanto, veja que, a alternativa correta é a letra c)

Gabarito: "c".

43. (EEAR/2011)

Considere a distribuição:

Idades de 90 pacientes de um hospital – Ago/2009

Idades	Número de pacientes
40 ⊢ 50	8
50 ⊢ 60	12
60 ⊢ 70	27
70 ⊢ 80	31
80 ⊢ 90	10
90 ⊢ 100	2

A frequência relativa da 3ª classe dessa distribuição é

a) 40%.

b) 35%.

c) 30%.

d) 25%.

Comentários

De acordo com a tabela, percebemos que a terceira classe da distribuição é a que possui 27 pacientes de 60 a 70 anos. Calculando sua frequência relativa, temos que:

$$f_r = \frac{27}{90} = 0{,}3$$

Portanto, a alternativa correta é a letra c).

Gabarito: "c".

44. (EEAR/2012)

Em um supermercado, Ana pesquisou o preço de cinco marcas de molho de tomate e obteve os seguintes valores, em reais: $2{,}05$; $1{,}92$; $2{,}16$; $1{,}98$ e $2{,}11$. O valor mediano, em reais, é

a) $2{,}05$.

b) $1{,}92$.

c) $2{,}11$.

d) $1{,}98$.

Comentários

Colocando os valores em ordem crescente temos:

$$1{,}92; 1{,}98; \mathbf{2{,}05}; 2{,}11; 2{,}16$$

Como a quantidade de termos é ímpar, o termo central é o valor mediano.

Portando, veja que a alternativa a) é a correta.

Gabarito: “a”.

---

45. (EEAR/2012)

Numa fábrica de lâmpadas, quase todos os dias há lâmpadas que não passam no teste de qualidade. A distribuição de frequência reúne as informações ao longo de 100 dias, quanto ao número total de lâmpadas defeituosas por dia.

Lâmpadas defeituosas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Número de dias (f_i)	2	5	18	25	22	10	7	5	3	2	1	100

A moda dessa distribuição é

a) 2.

b) 3.

c) 4.

d) 5.

Comentários

Moda (M_o) é o resultado que aparece com mais frequência. Neste caso, a moda de distribuição é 3, pois é o termo que aparece em maior número (25 vezes).

Portanto, a alternativa correta é a letra b)

Gabarito: “b”.

---

46. (EEAR/2013)

Em Estatística, uma Amostra sempre é

a) Uma tabela de dados desordenados.

b) Um subconjunto de uma população.

c) Uma tabela com dados ordenados.

d) O mesmo que população.

Comentários

Uma amostra é a menor parte do total, ou seja, um subconjunto de toda a população.

Portanto, a alternativa correta é a letra b).

Gabarito: “b”.

---

47. (EEAR/2013)

Foram vendidos 100 ingressos para um show. Desses ingressos, 70 foram vendidos a R$50, 00 cada um, e os demais, por serem da área vip, foram vendidos a R$100, 00 cada um. Considerando todos os ingressos vendidos, o preço médio do ingresso, em reais, foi

a) 68.

b) 65.

c) 60.

d) 54.

Comentários

A média do preço do ingresso, nesse caso, é a soma dos preços de todos os ingressos dividido pela quantidade de ingressos.

$$\text{Média} = \frac{(70 \cdot 50 + 30 \cdot 100)}{100} = \frac{6500}{100} = 65.$$

Portanto, veja que a alternativa correta é a letra b)

Gabarito: “b”.

---

48. (EEAR/2013)

Uma das possíveis análises do gráfico permite concluir, corretamente, que houve desvalorização do ouro ao comparar os dados relativos aos anos de

a) 1980 e 1999.

b) 1999 e 2001.

c) 2001 e 2003.

d) 2003 e 2004.

Comentários

Ao observamos o gráfico, podemos perceber que a única queda que ocorre no preço do ouro ocorre de 1980 para 1999 (de 18,9 para 8,2).

Portanto, a alternativa correta é a letra a).

Gabarito: "a".

---

49. (EEAR/2013)

Em um teste de Estatística, aplicado aos 50 alunos de uma determinada turma, foi obtido como média aritmética das notas o valor 1, 8. Sabendo-se que, nesse teste, cada aluno teve como nota o valor 1, 0 ou o valor 2, 0, então a quantidade de alunos que obtiveram nota igual a 2, 0 foi

a) $30.$

b) $35.$

c) $40.$

d) $45.$

Comentários

De acordo com os dados fornecidos, podemos montar um sistema de equações para descobrir a quantidade de alunos que tiraram notas $1{,}0$ e $2{,}0$. Sendo x a quantidade de alunos que tiraram $1{,}0$ e y a quantidade de alunos que tiraram $2{,}0$. Assim, temos:

$$\begin{cases} \dfrac{(1{,}0x + 2y)}{50} = 1{,}8 \\ x + y = 50 \end{cases}$$

$$x = 50 - y$$

$$\frac{(50 - y + 2y)}{50} = 1{,}8$$

$$y = 90 - 50$$

$$y = 40.$$

$$x = 10.$$

Logo, 40 alunos tiraram a nota $2{,}0$ e 10 alunos tiraram a nota $1{,}0$.

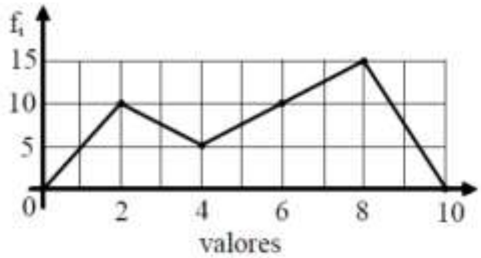
Portanto, a alternativa correta é a letra c).

Gabarito: "c".

---

50. (EEAR/2014)

Sejam f_1 e f_2 as frequências da $1^{\underline{a}}$ e $2^{\underline{a}}$ classes da distribuição representada no polígono de frequências.



Assim, $f_1 + f_2$ é igual a

a) 15.

b) 20.

c) 25.

d) 30.

Comentários

Em gráficos de polígonos de frequências, ou histograma, o ponto médio do todo de cada polígono marca a frequência da classe. Dessa forma, os "vértices" do gráfico, mostra a frequência das classes:

1^a classe = 1 até 3; ponto médio = 2; frequência = 10.

2^a classe = 3 até 5; ponto médio = 4; frequência = 5.

Logo, $f_1 + f_2 = 10 + 5 = 15$.

Portanto, a alternativa a) é a correta.

Gabarito: "a".

---

51. (EEAR/2014)

A distribuição apresenta os resultados de um levantamento feito com os alunos e funcionários de uma determinada escola, sobre o tempo diário gasto com a leitura de jornais. Nessa distribuição, o percentual de pessoas cujo tempo de leitura é maior ou igual a 20min é

Tempo de leitura (min)	Número de pessoas
$0 \vdash 5$	24
$5 \vdash 10$	61
$10 \vdash 15$	112
$15 \vdash 20$	97
$20 \vdash 25$	36
$25 \vdash 30$	20
TOTAL	350

a) 12%.

b) 16%.

c) 20%.

d) 25%.

Comentários

De acordo com a tabela, percebemos que o percentual de pessoas cujo tempo de leitura é maior ou igual a 20min é

$$\frac{36+20}{350}=\frac{56}{350}=0{,}16 \Rightarrow 16\%.$$

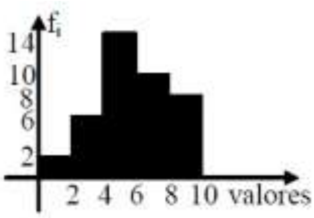
Portanto, a alternativa correta é a letra b).

Gabarito: "b".

---

52. (EEAR/2015)

Considere a Distribuição representada no gráfico.



Ao somar os limites inferior e superior da classe de maior frequência dessa Distribuição obtém-se

a) 4.

b) 6.

c) 8.

d) 10.

Comentários

As classes são os intervalos: $[0,2[$, $[4,6[$, $[6,8[$, $[8,10[$. Note que a classe que obtém a maior frequência é a classe $[4,6[$, e essa classe tem como limite inferior o número 4 e limite superior o número 6. Logo, ao somarmos esses limites obtemos: $4+6=10$.

Portanto, a alternativa correta é a letra d).

Gabarito: "d".

---

53. (EEAR/2015)

Em uma pesquisa de preços de um determinado produto, em 25 lojas, cujos resultados constam da tabela apresentada, as frequências relativas dos preços menores que R$300, 00 somam ____%

Preços R$	Nº de lojas
280	4
290	5
300	8
310	6
320	2

a) 36.

b) 40.

c) 48.

d) 50.

Comentários

Na tabela, há 4 lojas com preços de R$280 e 5 lojas com preços de R$290. Ou seja, há 9 (4 + 5) lojas com preços menores que R$300, em um total de 25 lojas, logo:

$$\frac{(5+4)}{25} = \frac{9}{25} = 0{,}36 \Rightarrow 36\%$$

Portanto, a alternativa correta é a letra a)

Gabarito: "a".

---

54. (EEAR/2015)

A tabela apresenta as notas dos alunos de uma turma em uma prova. A mediana dos dados da tabela é

Notas	Frequência (f_i)
1	2
2	4
3	14
4	9
5	6
Total	35

a) 3,5.

b) 4,5.

c) 3.

d) 4.

Comentários

Para encontrar o valor da mediana é necessário colocar os valores em ordem crescente ou decrescente. Como o número de dados é ímpar, a mediana é o valor que ocupa a posição central, que nesse caso é o número 3.

$$11\ 2222\ 33333333333\mathbf{3}33\ 444444444\ 555555$$

Portanto, a alternativa correta é a letra c)

Gabarito: "c".

---

55. (EEAR/2015)

Os dados da tabela referem-se às porcentagens de aumento salarial aplicadas nos últimos 6 anos em uma determinada empresa.

2008	2009	2010	2011	2012	2013
8%	9%	11%	10%	8%	8%

Os percentuais que correspondem à moda e à média desses dados, respectivamente, são

a) 8 e 9.

b) 9 e 10.

c) 8 e $9{,}2$.

d) $8{,}8$ e $9{,}2$.

Comentários

Moda (M_o) é o resultado que aparece com mais frequência. Neste caso, a moda da distribuição é 8, que aparece nos anos de 2008,2012 e 2013.

Média é a soma de todos os termos dividida pela quantidade de termos:

$$\frac{8+9+11+10+8+8}{6}=\frac{54}{6}=9$$

Portanto, a alternativa a) é a correta.

Gabarito: "a".

---

56. (EEAR/2016)

Os salários de 100 funcionários de uma determinada empresa estão representados na tabela abaixo

Salários (em reais)	N° de funcionários
1200	29
1700	23
2300	25
2800	13
3500	10
Total	100

Com relação às medidas de tendência central, mediana e moda, pode-se afirmar que

a) a moda é aproximadamente $1{,}5$ vezes maior que a mediana.

b) o valor da mediana é maior que o dobro do valor da moda.

c) a diferença entre a mediana e a moda é igual a $R\$500{,}00$

d) o valor da moda é superior a $R\$1500{,}00$.

Comentários

Moda (M_o) é o resultado que aparece com mais frequência. Neste caso, a moda dessa distribuição é 1200, que é o salário que o maior número de funcionários recebe. Mediana é o valor central, colocando o número de funcionários em ordem crescente temos que a mediana é:

$$10{,}13,\mathbf{23},25{,}29.$$

23 representa o salário de $R\$1700{,}00$.

Logo, $1700-1200=500$.

Portanto, a alternativa c) é a correta.

Gabarito: "c".

57. (EEAR/2016)

A tabela apresenta o número de acidentes de trabalho ocorrido a cada mês em uma empresa no ano de 2014.

Mês	N° de acidentes
Jan.	4
Fev.	3
Mar.	1
Abr.	1
Mai.	3
Jun.	3
Jul.	4
Ago.	1
Set.	0
Out.	2
Nov.	3
Dez.	5
TOTAL	30

A quantidade de meses que apresentou números de acidentes acima da média aritmética mensal foi

a) 4.

b) 5.

c) 6.

d) 7.

Comentários

O cálculo da média aritmética será feito somando o total do número de acidentes, dividido pela quantidade de meses:

$$\text{Média} = \frac{30}{12} = 2{,}5$$

Assim, a quantidade de meses que apresentou números de acidentes acima de 2,5 foi igual a 7.

Portanto, a alternativa d) é a correta.

Gabarito: "d".

58. (EEAR/2016)

Ao calcular a média aritmética das notas dos Testes Físicos (TF) de suas três turmas, um professor de Educação Física anotou os seguintes valores:

TURMA	Nº DE ALUNOS	MÉDIA DO TF
A	20	9
B	40	7,5
C	30	8

A média aritmética das notas do TF dos 90 alunos das turmas A, B e C é

a) 8,0.

b) 8,1.

c) 8,2.

d) 8,3.

Comentários

Média aritmética é a soma de todos os termos dividido pelo total deles. Ou seja, o resultado dessa divisão equivale a um valor médio entre todos os valores.

De acordo com os dados da tabela, temos:

$$\text{Média} = \frac{20 \cdot 9 + 40 \cdot 7{,}5 + 30 \cdot 8}{90} = \frac{720}{90} = 8.$$

Portanto, a alternativa a) é a correta.

Gabarito: “a”.

---

59. (EEAR/2010)

A distribuição dos salários dos 20 funcionários de uma empresa está representada no quadro a seguir.

SALÁRIO (em Reais)	Número de Funcionários (f_i)	f_{ia}	f_r (%)
860	2	2	10
950	6	8	....
1130	....	16	40
1480	3	....	15
2090	1	20	5

Os valores que completam corretamente as lacunas do quadro são

a) $f_i = 10; f_{ia} = 13; f_r = 30.$

b) $f_i = 10; f_{ia} = 13; f_r = 20.$

c) $f_i = 8; f_{ia} = 11; f_r = 20.$

d) $f_i = 8; f_{ia} = 19; f_r = 30.$

Comentários

De acordo com a tabela, temos que: $f_i =$ número de funcionários; $f_{ia} =$ frequência acumulada e $f_r =$ frequência relativa.

Como o total de números de funcionários é igual a 20, temos que:

$$f_i = 2 + 6 + 3 + 1 = 12$$

$$f_i = 20 - 12 = 8$$

A frequência acumulada é o total acumulado (soma) de todas as classes anteriores até a classe atual, logo:

$$f_{ia} = f_i + f_i + \cdots$$
$$f_{ia} = 2 + 6 + 8 + 3$$
$$f_{ia} = 19$$

Como o percentual total da frequência relativa é 100%, ao somarmos todas as frequências obtemos:

$$f_r = 10 + 40 + 15 + 5 = 70$$

Logo,

$$f_r = 100 - 70 = 30$$

Portanto, a alternativa d) é a correta.

Gabarito: "d".

---

60. (EEAR/2016)

A distribuição de frequência abaixo refere-se à exportação de soja realizada por uma Cooperativa no mês de abril.

x_i	Toneladas exportadas	f_i
1	$10 \mapsto 20$	3
2	$20 \mapsto 30$	2
3	$30 \mapsto 40$	8
4	$40 \mapsto 50$	10
5	$50 \mapsto 60$	7
		$\sum f_i = 30$

Dados Fictícios

Com base nos dados apresentados, a mediana da distribuição pertence à

a) 2ª classe.

b) 3ª classe.

c) 4ª classe.

d) 5ª classe.

Comentários

Para encontrar o valor da mediana é necessário colocar os valores em ordem crescente ou decrescente. Como o somatório das frequências da exportação de soja é 30 (par) a mediana será a média aritmética do 15 º e do 16º termo, que são os termos centrais.

Como esses termos centrais (15º e 16º termos) estão na 4ª classe, então eles estão no intervalo [40, 50[. Portanto, a soma desses é tal que:

$$80 \leq x_{15} + x_{16} < 100 \Rightarrow 40 \leq \frac{x_{15} + x_{16}}{2} < 50$$

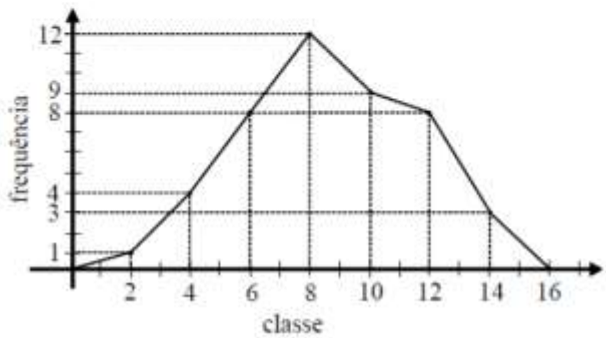
Assim, veja que a mediana continua sendo do intervalo [40, 50[, que é a 4ª classe.

Gabarito: "c".

---

61. (EEAR/2017)

A Moda da distribuição representada pelo Polígono de Frequência é



a) 6.

b) 8.

c) 10.

d) 12.

Comentários

Moda (M_o) é o resultado que aparece com mais frequência. Neste caso, a moda da distribuição é 8, que aparece com a maior frequência 12.

Portanto, a alternativa b) é a correta.

Gabarito: "b".

---

62. (EEAR/2010)

No primeiro semestre de 2016, os 720 alunos de uma determinada escola técnica possuíam as seguintes idades:

Idade em anos	18	19	20	21	22
Nº de alunos	100	180	200	160	80

Se apresentarmos os dados em um gráfico de setores, o setor que representa o número de alunos com idade de 19 anos deverá ter

a) 90°.

b) 60°.

c) 45°.

d) 30°.

Comentários

Gráfico de setores ou gráfico circular, é um diagrama circular em que os valores de cada categoria estatística representada são proporcionais às respectivas medidas dos ângulos.

Como o total de alunos equivale a uma volta completa, queremos saber quanto vale o setor que possui 180 alunos. Assim, fazendo uma regra de três temos que:

$$\frac{720}{180} = \frac{360}{x}$$

$$x = 90°$$

Portanto, a alternativa correta é a letra a)

Gabarito: "a".

---

63. (EEAR/2010)

A tabela seguinte informa a quantidade de pessoas que compraram ingressos antecipados de um determinado show, cujos preços eram modificados semanalmente.

Valor do ingresso (R$)	Número de pessoas
$50 \vdash 75$	300
$75 \vdash 100$	640
$100 \vdash 125$	500
$125 \vdash 150$	1310
$150 \vdash 175$	850
	$\sum = 3600$

O percentual de pessoas que adquiriram o ingresso por menos de R$125, 00 foi

a) 40%.

b) 45%.

c) 50%.

d) 55%.

Comentários

O número de pessoas que comprou ingresso a preço menor que 125 reais é a soma das frequências absolutas das 3 primeiras classes, que são os intervalos de preço: [50, 75[, [75, 100[e [100, 125[. A partir da 4ª classe, todos os preços são acima ou iguais a 125 reais. Logo, o percentual desejado é a soma das frequências das 3 primeiras classes dividido pelo total de pessoas, que é 3600:

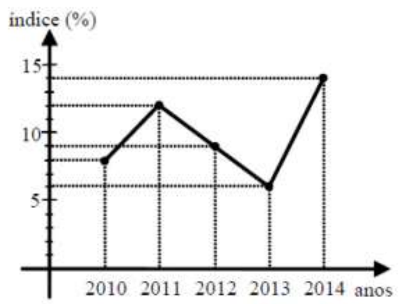
$$percentual = \frac{300 + 640 + 500}{3600} = \frac{1440}{3600} = 0{,}4 = 40\%$$

Gabarito: "a".

---

64. (EEAR/2010)

O gráfico abaixo refere-se aos índices de desistência em um curso de Informática, verificados nos anos de 2010 a 2014.



Com base no gráfico, pode-se afirmar que os índices mediano e médio (aproximado) de desistência do curso nesses anos são, respectivamente

a) 10% e 10%.

b) 9% e 10%.

c) 10% e 9%.

d) 9% e 9%.

Comentários

De acordo com o gráfico, obtemos os respectivos valores (eixo dos índices) em ordem crescente:

$$6\%, 8\%, \mathbf{9}\%, 12\%, 14\%$$

Como o conjunto dos termos é ímpar, a mediana é o termo central 9.

Calculamos a média aritmética somando todos os termos e dividindo pelo total deles.

$$Média = \frac{6+8+9+12+14}{5} = \frac{49}{5} = 9{,}8\%$$

Portanto, a alternativa correta é a letra b)

Gabarito: "b".

---

65. (EEAR/2010)

A tabela abaixo mostra os números dos sapatos dos candidatos ao Curso de Formação de Sargentos 1/2018 da Força Aérea Brasileira. A Moda dessa Distribuição é

Nº do sapato	f_i
33	182
34	262
35	389
36	825
37	1441
38	2827
39	3943
40	2126
41	1844
42	1540
43	989
44	421
Total	16789

Dados Fictícios

a) 33.

b) 36.

c) 39.

d) 44.

Comentários

Moda (M_o) é o resultado que aparece com mais frequência. Neste caso, a moda da distribuição é 39, pois é o número de sapatos que se repete com a maior frequência (de 3943).

Portanto, a alternativa c) é a correta.

Gabarito: “c”.

---

66. (EEAR/2018)

Considere o conjunto de valores $x, 90, 72, 58, 85, 55$. Se $58 < x < 72$ e a mediana desse conjunto é 66, então x é

a) 59.

b) 60.

c) 65.

d) 68.

Comentários

Como sabemos a mediana, e que $58 < x < 72$, então x tem que estar depois de 58 e antes de 72. Colocando os termos em ordem crescente temos que o conjunto dos termos é par, portanto, basta somar os dois termos centrais e dividir por dois. Logo:

$$55, 58, x, 72, 85, 90$$

$$\frac{x + 72}{2} = 66$$

$$x = 60$$

Portanto, a alternativa correta é a letra b).

Gabarito: “b”.

---

67. (EEAR/2018)

A média aritmética de cinco números é 7. Se for retirado do conjunto o número 9, a média aritmética dos restantes será

a) $6{,}8$.

b) $6{,}5$.

c) $5{,}9$.

d) $5{,}6$.

Comentários

A média aritmética é obtida a partir da soma de todos os elementos do conjunto, dividido pelo número total de elementos. Como já sabemos o valor da média, basta encontrar o valor da soma de todos os elementos:

$$7 = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 35$$

Como foi retirado do conjunto o número 9, a média aritmética dos restantes é encontrada subtraindo da soma e do total de elementos:

$$\mathrm{M} = \frac{35 - 9}{5 - 1} = \frac{26}{4} = 6{,}5$$

Portanto, a alternativa b) é a correta.

Gabarito: "b".

---

68. (EEAR/2019)

Na tabela de dados brutos tem-se as massas, em quilogramas, de 15 clientes de uma clínica médica. Organizando os dados desta tabela pode-se verificar que a amplitude do rol, em kg, é

83	72	86	74	88
57	81	91	65	82
59	55	49	73	74

a) 36.

b) 42.

c) 51.

d) 55.

Comentários

Colocar em rol, significa organizar os dados por ordem de valor, sendo ele crescente ou decrescente. A amplitude do rol é calculada pela diferença entre o maior e o menor valor dos dados. Colocando as massas em rol de ordem crescente, temos:

$$49\ 55\ 57\ 59\ 65\ 72\ 73\ 74\ 74\ 81\ 82\ 83\ 86\ 88\ 91$$

Como o menor valor é 49 e o maior é 91, logo:

$$91 - 49 = 42$$

Portanto, veja que a alternativa correta é a letra b)

Gabarito: "b".

---

69. (EEAR/2019)

A tabela apresenta as frequências acumuladas das notas de 70 alunos, obtidas em uma avaliação.

Notas	Frequência acumulada
2,0 ├── 3,5	12
3,5 ├── 5,0	26
5,0 ├── 6,5	43
6,5 ├── 8,0	57
8,0 ├── 9,5	70

A frequência absoluta da 2ª classe é

a) 14.

b) 15.

c) 16.

d) 17.

Comentários

Veja que a frequência acumulada é calculada somando a frequência absoluta de uma classe com as frequências absolutas das classes acima. Para determinar a frequência absoluta da segunda classe, basta descontar a frequência acumulada até ela. Logo:

$$f_{a2} = 26 - 12$$

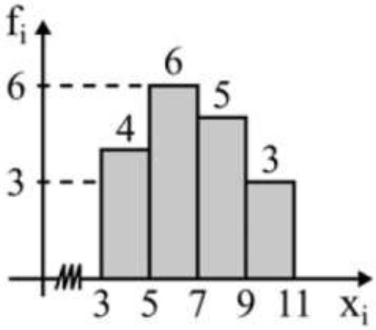
$$f_{a2} = 14$$

Gabarito: "a".

---

70. (EEAR/2019)

A média da distribuição representada pelo seguinte Histograma é



a) 8

b) 7

c) $\frac{56}{9}$

d) $\frac{61}{9}$

Comentários

Para calcular a média de distribuição a partir de um histograma, consideramos as médias de cada classe (intervalos em x_i) e suas respectivas frequências absolutas (marcação f_i em cada retângulo no histograma):

$$Média = \frac{\left(\frac{5+3}{2}\right)\cdot 4 + \left(\frac{7+5}{2}\right)\cdot 6 + \left(\frac{7+9}{2}\right)\cdot 5 + \left(\frac{9+11}{2}\right)\cdot 3}{4+6+5+3} = \frac{122}{18} = \frac{61}{9}$$

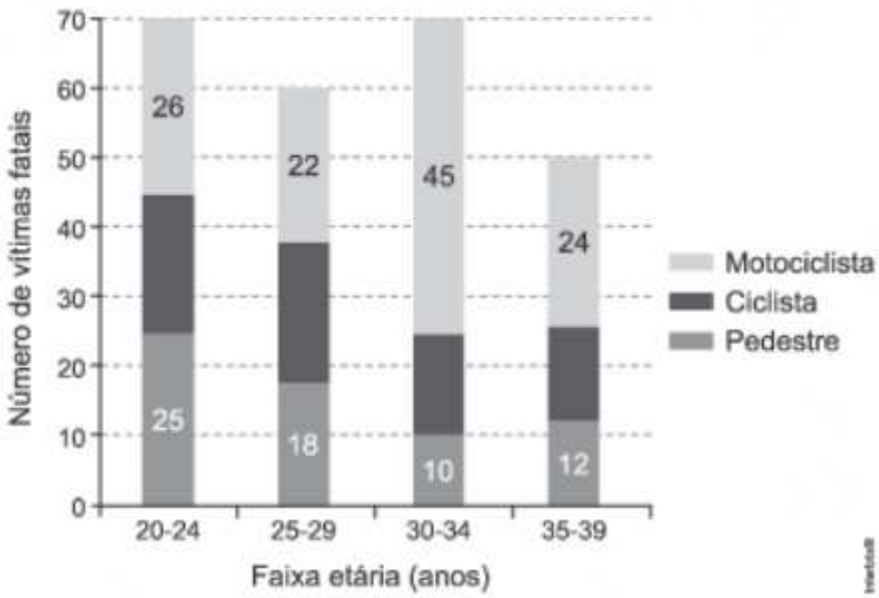
Portanto, a alternativa d) é a correta.

Gabarito: “d”.

---

71. (Unesp/2018)

O gráfico indica o número de vítimas fatais no trânsito de uma grande cidade em 2017. Os dados estão distribuídos por quatro faixas etárias e por três categorias de locomoção dessas vítimas: pedestres, ciclistas e motociclistas.



Nesse ano, a porcentagem de vítimas fatais que se deslocavam de bicicleta e tinham menos de 30 anos. em relação ao total de vítimas das quatro faixas etárias e das três categorias de locomoção, foi de

a) 15,6%. b) 21,6%. c) 30%. d) 12,5%. e) 27,2%.

Comentários:

Como não temos, diretamente no gráfico, o número de ciclistas nas duas faixas que representam ciclistas abaixo de 30 anos, vamos calcular esses números.

Perceba que a primeira coluna informa que 70 vítimas fatais foram registradas para a faixa de 20 a 24 anos. Como foram 25 pedestres e 26 motociclistas, temos que o número de ciclistas foi de:

$$vítimas\ fatais = pedestres + ciclistas + motociclistas$$

$$70 = 25 + ciclistas + 26$$

$$19 = ciclistas$$

O mesmo raciocínio pode ser aplicado para a segunda coluna, que informa um total de 60 fatalidades, entre pedestres, ciclistas e motociclistas.

$$vítimas\ fatais = pedestres + ciclistas + motociclistas$$

$$60 = 18 + ciclistas + 22$$

$$20 = ciclistas$$

Desse modo, temos, ao todo, $19 + 20 = 39$ ciclistas abaixo de 30 anos.

Como precisamos dar nosso resultado em porcentagem com relação ao total de vítimas, precisamos calcular esse total de vítimas, dado pela soma das alturas das colunas.

$$total = soma\ das\ alturas\ das\ colunas$$

$$total = 70 + 60 + 70 + 50$$

$$total = 250$$

Desse modo, nossa porcentagem é dada por:

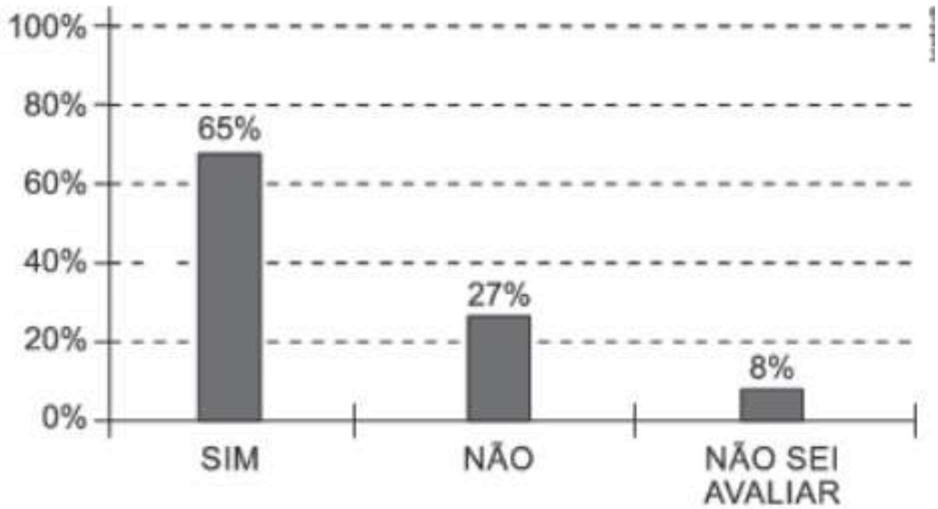
$$\frac{ciclistas}{total} = \frac{39}{250} = 0{,}156 = 15{,}6\%$$

Gabarito: A

---

72. (PUC-RJ/2018)

Em uma pesquisa, realizada em janeiro de 2015, perguntava-se aos internautas se eles acreditavam que a reciclagem de lixo era importante para o meio ambiente. Eram 3 alternativas possíveis, e 4.600 internautas responderam, como mostra o gráfico abaixo.



Quantas pessoas responderam "não sei avaliar"?

a) 256 b) 307 c) 368 d) 512 e) 800

Comentários:

O enunciado informou que, no total, 4.600 internautas responderam a pesquisa.

Pelo gráfico, podemos ver que apenas 8% dessas pessoas responderam que não sabiam avaliar.

Dessa maneira, o número de pessoas que disseram não saber avaliar foi de:

$$8\% \cdot 4.600$$

$$\frac{8}{\cancel{100}} \cdot 4.6\cancel{00}$$

$$8 \cdot 46$$

$$368$$

Gabarito: C

---

73. (Famerp/2018)

Sendo x um número inteiro, a mediana do conjunto $\{3, 7, 2, -3, 13, 9, -1, x\}$ de oito números é igual a $\frac{7}{2}$. Dessa forma, x é igual a

a) 7.　b) 3.　c) 4.　d) 6.　e) 5.

Comentários:

Escrevendo o Rol para o conjunto, excetuando o valor de x, temos:

$$x \quad -3 \quad -1 \quad 2 \quad 3 \quad 7 \quad 9 \quad 13$$

Temos, aqui, três opções para a posição do valor de x: à esquerda dos termos centrais, sendo um dos termos centrais, à direita dos termos centrais.

Estamos fazendo referência aos termos centrais, pois a distribuição tem um número par de elementos, assim, a mediana é calculada como a média dos dois termos centrais.

Se x estiver em qualquer posição à esquerda dos termos centrais, a mediana seria dada por

$$x \quad -3 \quad -1 \quad 2 \quad 3 \quad 7 \quad 9 \quad 13$$

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} \; se\; n \text{ é } par$$

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{8}{2}\right)} + x_{\left(\frac{8}{2}+1\right)}}{2}$$

$$Me = \frac{x_4 + x_5}{2}$$

$$Me = \frac{2+3}{2}$$

$$Me = \frac{5}{2} \neq \frac{7}{2}$$

Como a mediana, nessa situação, não bate com a mediana fornecida no texto, sabemos que não é esse o caso da posição de x.

Se x estiver em qualquer posição à direita dos termos centrais, a mediana seria dada por

$$-3 \quad -1 \quad 2 \quad 3 \quad 7 \quad 9 \quad 13 \quad x$$

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} \; se\; n \text{ é } par$$

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{8}{2}\right)} + x_{\left(\frac{8}{2}+1\right)}}{2}$$

$$Me = \frac{x_4 + x_5}{2}$$

$$Me = \frac{3 + 7}{2}$$

$$Me = \frac{10}{2}$$

$$Me = 5 \neq \frac{7}{2}$$

Como a mediana, nessa situação, também não bate com a mediana fornecida no texto, sabemos que não é esse o caso da posição de x.

Sobra, então, a opção de x ser um dos elementos centrais:

$$-3 \quad -1 \quad 2 \quad x \quad 3 \quad 7 \quad 9 \quad 13$$

$$-3 \quad -1 \quad 2 \quad 3 \quad x \quad 7 \quad 9 \quad 13$$

Em todo caso, a mediana é dada por:

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} \; se \; n \text{ é } par$$

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{8}{2}\right)} + x_{\left(\frac{8}{2}+1\right)}}{2}$$

$$Me = \frac{x_4 + x_5}{2}$$

$$Me = \frac{3 + x}{2} = \frac{7}{2}$$

Bom, há uma possibilidade de igualdade, o que não havia nos casos anteriores. Vamos, então, encontrar o valor de x.

$$\frac{3 + x}{2} = \frac{7}{2}$$

$$3 + x = 7$$

$$x = 7 - 3$$

$$x = 4$$

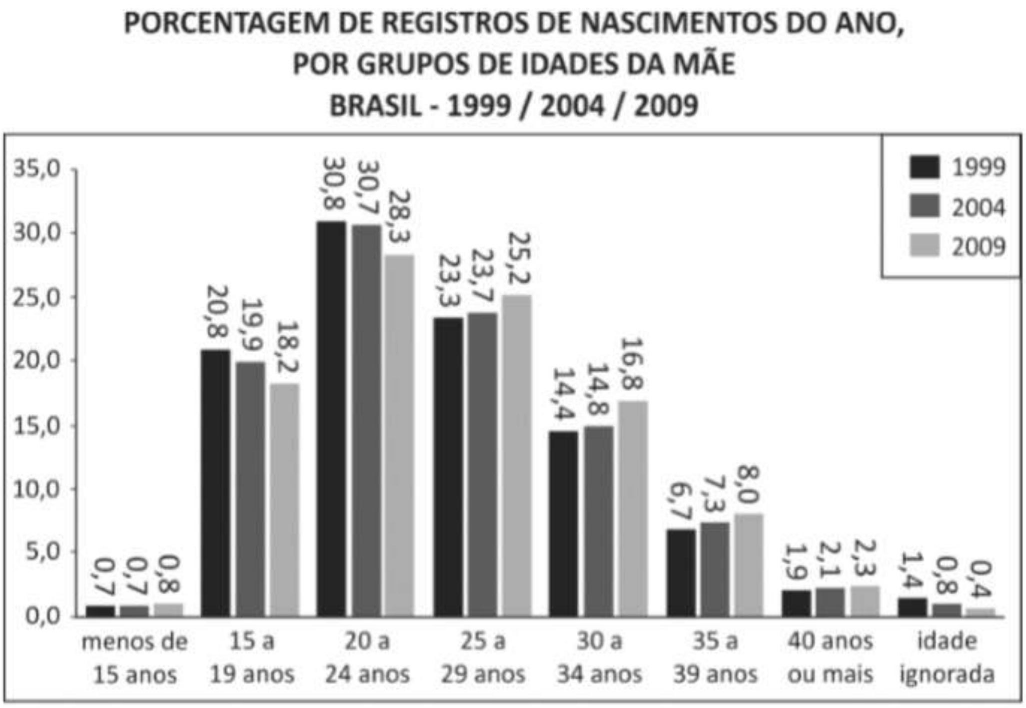
Assim, se $x = 4$, temos a mediana da distribuição igual a $\frac{7}{2}$, como informado no enunciado.

Gabarito: C

---

74. (Fuvest/2015)

Examine o gráfico.



IBGE. Diretoria de Pesquisa, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Estatísticas do Registro Civil, 1999/2004/2009. Adaptado.

Com base nos dados do gráfico, pode-se afirmar corretamente que a idade

a) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi maior que 27 anos.

b) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi menor que 23 anos.

c) mediana das mães das crianças nascidas em 1999 foi maior que 25 anos.

d) média das mães das crianças nascidas em 2004 foi maior que 22 anos.

e) média das mães das crianças nascidas em 1999 foi menor que 21 anos.

Comentários:

Perceba que há a presença de vários anos diferentes nas alternativas.

Desse modo, precisaremos julgar cada uma delas para encontrar nosso gabarito.

Vamos lá.

a) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi maior que 27 anos.

A mediana é um valor central no rol (ou a média dos dois centrais se o número de elementos for par).

Dessa forma, vejamos em qual classe (intervalo de valores) está a mediana.

A técnica para encontrar a mediana em dados distribuídos em classes é ir somando a porcentagem de elementos apresentada em cada classe e perceber em qual classe está, em tese, 50% da distribuição. Vimos essa ferramenta quando estudamos a frequência acumulada acima, está lembrado?

Classe	Frequência 2009	Frequência acumulada (%)
[0; 15[	0,8%	0,8%
[15; 19[	18,2%	19%
[20; 24[	28,3%	47,3%
[25; 29[	25,2%	72,5%
[30; 34[	16,8%	89,3%
[35; 39[	8,0%	97,3%
[40; ∞[	2,3%	99,6%
ignorada	0,4%	100%

Como a primeira faixa a superar os 50% na frequência acumulada foi a faixa dos [25;29[anos, temos que a mediana está entre 25 e 29. Asso, essa alternativa está errada, pois diz que mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi maior que 27 anos.

b) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi menor que 23 anos.

Na tabela feita no estudo da alternativa a), vimos que a mediana está entre 25 e 29 anos, ou seja, essa alternativa também está incorreta.

c) mediana das mães das crianças nascidas em 1999 foi maior que 25 anos.

Novamente um cálculo de mediana, mas de um ano diferente. Vamos repetir o processo que fizemos na alternativa a), mas para o ano de 1999.

Classe	Frequência 1999 (%)	Frequência acumulada (%)
[0; 15[	0,7%	0,7%
[15; 19[	20,8%	21,5%
[20; 24[	30,8%	52,3%
[25; 29[	23,3%	75,6%
[30; 34[	14,4%	90%
[35; 39[	6,7%	96,7%
[40; ∞[	1,9%	98,6%

ignorada	$1,4\%$	100%

Como a primeira faixa a superar os 50% na frequência acumulada foi a faixa dos [20;24[anos, temos que a mediana está entre 20 e 24. Asso, essa alternativa está errada, pois diz que mediana das mães das crianças nascidas em 1999 foi maior que 25 anos.

d) média das mães das crianças nascidas em 2004 foi maior que 22 anos.

Para calcular a média, vamos utilizar a média aritmética ponderada, onde a porcentagem faz o papel de "peso" do valor.

Além disso, utilizaremos o valor médio de cada intervalo para servir de parâmetro para a faixa de idade.

Classe	Valor do intervalo (x_i)	Frequência 2009 $(\%)$	Frequência acumulada $(\%)$	$x_i \cdot \%$
$[0; 15[$	$\frac{0+15}{2} = 7,5$	$0,8\%$	$0,7\%$	$7,5 \cdot 0,8\% = 0,06$
$[15; 19[$	$\frac{15+19}{2} = 17$	$18,2\%$	$21,5\%$	$17 \cdot 18,2\% = 3,094$
$[20; 24[$	$\frac{20+24}{2} = 22$	$28,3\%$	$52,3\%$	$22 \cdot 28,3\% = 6,226$
$[25; 29[$	$\frac{25+29}{2} = 27$	$25,2\%$	$75,6\%$	$27 \cdot 25,2\% = 6,804$
$[30; 34[$	$\frac{30+34}{2} = 32$	$16,8\%$	90%	$32 \cdot 16,8\% = 5,376$
$[35; 39[$	$\frac{35+39}{2} = 37$	$8,0\%$	$96,7\%$	$37 \cdot 8,0\% = 2,96$
$[40; \infty[$	$-$	$2,3\%$	$98,6\%$	$-$
ignorada	$-$	$0,4\%$	100%	$-$
Média dos intervalos conhecidos			$\bar{x} = \sum x_i \cdot \% = 24,52$	

Perceba que não podemos utilizar, em nosso cálculo, a faixa de quarenta anos ou mais, nem a faixa das idades ignoradas.

A faixa de quarenta anos ou mais elevaria nossa média, que já é igual a 24,52 anos. A faixa ignorada não fornece dados suficientes para inserção, então somos forçados a deixá-la de fora de nossos cálculos.

Dessa forma, não há motivos para declararmos a média de idades de 2009 como inferior a 22 anos, o que torna nossa alternativa verdadeira e, portanto, nosso gabarito.

Mesmo já de posse da resposta, vamos analisar a última alternativa para encontrar o motivo de ela estar incorreta.

e) média das mães das crianças nascidas em 1999 foi menor que 21 anos.

Vamos repetir o processo que aplicamos na alternativa d), porém, com os dados do ano de 1999.

Classe	Valor do intervalo (x_i)	Frequência 1999 $(\%)$	Frequência acumulada $(\%)$	$x_i \cdot \%$
$[0; 15[$	$\frac{0+15}{2} = 7{,}5$	$0{,}7\%$	$0{,}7\%$	$7{,}5 \cdot 0{,}7\% = 0{,}0525$
$[15; 19[$	$\frac{15+19}{2} = 17$	$20{,}8\%$	$21{,}5\%$	$17 \cdot 20{,}8\% = 3{,}536$
$[20; 24[$	$\frac{20+24}{2} = 22$	$30{,}8\%$	$52{,}3\%$	$22 \cdot 30{,}8\% = 6{,}776$
$[25; 29[$	$\frac{25+29}{2} = 27$	$23{,}3\%$	$75{,}6\%$	$27 \cdot 23{,}3\% = 6{,}291$
$[30; 34[$	$\frac{30+34}{2} = 32$	$14{,}4\%$	90%	$32 \cdot 14{,}4\% = 4{,}608$
$[35; 39[$	$\frac{35+39}{2} = 37$	$6{,}7\%$	$96{,}7\%$	$37 \cdot 6{,}7\% = 2{,}479$
$[40; \infty[$	$-$	$1{,}9\%$	$98{,}6\%$	$-$
ignorada	$-$	$1{,}4\%$	100%	$-$
Média dos intervalos conhecidos			$\bar{x} = \sum x_i \cdot \% = 23{,}7425$	

Pelas mesmas considerações que fizemos na alternativa d), a média das idades das mães das crianças que nasceram no ano de 1999 não são menores que 22, portanto, alternativa falsa.

Gabarito: D

---

75. (Fuvest/2014)

Cada uma das cinco listas dadas é a relação de notas obtidas por seis alunos de uma turma em uma certa prova.

Assinale a única lista na qual a média das notas é maior do que a mediana.

a) 5,5,7,8,9,10

b) 4,5,6,7,8, 8

c) 4,5,6,7,8,9

d) 5,5,5,7,7,9

e) 5,5,10,10,10,10

Comentários:

A questão pede a distribuição na qual a média é maior do que a mediana, ou seja, $\bar{x} < Me$.

Vamos, então, calcular a média e a mediana de cada uma das distribuições fornecidas.

a) 5,5,7,8,9,10

$$\bar{x} = \frac{5+5+7+8+9+10}{6} = 7,\bar{3}$$

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}\ se\ n\ é\ par = \frac{x_{\left(\frac{6}{2}\right)} + x_{\left(\frac{6}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{7+8}{2} = 7{,}5$$

$$\bar{x} < Me \therefore \color{red}{alternativa\ falsa}$$

b) 4,5,6,7,8, 8

$$\bar{x} = \frac{4+5+6+7+8+8}{6} = 6,\bar{3}$$

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}\ se\ n\ é\ par = \frac{x_{\left(\frac{6}{2}\right)} + x_{\left(\frac{6}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{6+7}{2} = 6{,}5$$

$$\bar{x} < Me \therefore \color{red}{alternativa\ falsa}$$

c) 4,5,6,7,8,9

$$\bar{x} = \frac{4+5+6+7+8+9}{6} = 6{,}5$$

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}\ se\ n\ é\ par = \frac{x_{\left(\frac{6}{2}\right)} + x_{\left(\frac{6}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{6+7}{2} = 6{,}5$$

$$\bar{x} = Me \therefore \color{red}{alternativa\ falsa}$$

d) 5,5,5,7,7,9

$$\bar{x} = \frac{5+5+5+7+7+9}{6} = 6,\bar{3}$$

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}\ se\ n\ é\ par = \frac{x_{\left(\frac{6}{2}\right)} + x_{\left(\frac{6}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{5+7}{2} = 6$$

$$\bar{x} > Me \therefore \color{green}{alternativa\ verdadeira}$$

e) 5,5,10,10,10,10

$$\bar{x} = \frac{5+5+10+10+10+10}{6} = 8,\bar{3}$$

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}\ se\ n\ é\ par = \frac{x_{\left(\frac{6}{2}\right)} + x_{\left(\frac{6}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{10+10}{2} = 10$$

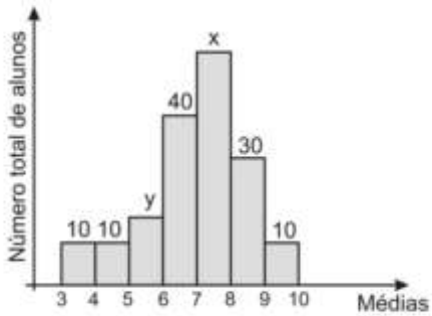
$$\bar{x} < Me \therefore alternativa\ falsa$$

Gabarito: D

---

76. (AFA/2020)

No Curso Preparatório de Cadetes do Ar (CPCAR) existem 8 turmas de 25 alunos que ao final de 3º trimestre de certo ano apresentaram as médias em matemática, registradas no gráfico abaixo:



Neste ano, 60% dos alunos do CPCAR obtiveram média maior ou igual a 7.

Analise cada proposição abaixo quanto a ser (V) Verdadeira ou (F) Falsa.

( ) $x\%$ do total de alunos apresentaram média maior ou igual a 6

( ) $y\%$ do total de alunos apresentaram média menor que 6

( ) a nota mediana deste resultado é maior que 7,3

Sobre as proposições, tem-se que:

a) todas são verdadeiras.

b) todas são falsas.

c) apenas duas são falsas.

d) apenas uma é falsa.

Comentários

O total de alunos é 8 turmas $\times$ 25 alunos por turma $=$ 200 alunos.

Pelo histograma, temos que o total de alunos é

$$10 + 10 + y + 40 + x + 30 + 10 = x + y + 100.$$

Logo, $x + y + 100 = 200 \therefore x + y = 100$.

Também sabemos que 60% dos alunos tiveram nota maior ou igual a 7. Logo:

60% de 200 alunos $= 120$ alunos $= x + 30 + 10 \therefore x = 80$.

Portanto, $y = 100 - x = 20$. Vamos analisar as assertivas:

I. $x\%$ do total de alunos apresentaram média maior ou igual a 6

80% de $200 = 160$. #alunos com média $\geq 6: 40 + x + 30 + 10 = 160$. Assertiva verdadeira.

II. $y\%$ do total de alunos apresentaram média menor que 6

Se 160 tiveram média ≥ 6, então $200 - 160 = 40$ tiveram média < 6. Como 20% de $200 = 40$, assertiva verdadeira.

III. a nota mediana deste resultado é maior que $7{,}3$

No caso de um histograma, diferente de quando se tem os dados brutos, a mediana é definida como o ponto do eixo das abcissas que equilibra os dados, de forma que uma reta vertical que passe por esse ponto deixe ambos os lados do histograma com áreas iguais. Tanto o $100°$ como o $101°$ melhor aluno tiveram nota no intervalo $[7{,}8[$, do que se conclui que a mediana é $m = 7 + t$, com $t \in [0{,}1[$. Vamos calcular a área de cada lado em função de t:

$$A_{esquerda} = \sum base \times altura = 1 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 20 + 1 \cdot 40 + t \cdot 80 = 80 + 80t$$

$$A_{direita} = \sum base \times altura = (1 - t) \cdot 80 + 1 \cdot 30 + 1 \cdot 10 = 120 - 80t$$

Igualando: $80 + 80t = 120 - 80t \therefore t = 0{,}25$.

Portanto, temos $m = 7{,}25 < 7{,}3$ e logo a assertiva é falsa. Ficamos com VVF.

Gabarito: D

---

77. (AFA/2019)

Em uma turma de 5 alunos, as notas de um teste de matemática são números inteiros tais que a média aritmética e a mediana são iguais a 5, e nenhum aluno errou todas as questões.

Sabendo que esse conjunto de notas é unimodal, com a moda igual a 8, então a diferença entre a maior nota e a menor nota é um número que é divisor de

a) 14

b) 15

c) 16

d) 18

Comentários

Sejam $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq x_5$ as notas. Temos:

$$x_i \in \mathbb{Z}, i \in \{1,2,3,4,5\}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 5$$

Mediana $x_3 = 5$

Moda $= 8$ e não há empate na determinação da moda.

Como temos apenas x_4 e x_5 como maiores ou iguais a $x_3 = 5$ e a moda é 8, segue que $x_4 = x_5 = 8$ necessariamente. Como não há empate, segue que $x_1 \neq x_2$ e da equação para $\bar{x}$ segue que

$x_1 + x_2 = 4$. Como nenhum aluno errou todas, segue que necessariamente $x_1 = 1$ e $x_2 = 3$. Logo, as notas foram: $1, 3, 5, 8, 8$. Portanto, a diferença entre a maior e a menor nota foi $8 - 1 = 7$, divisor de 14.

Gabarito: A

---

78. (AFA/2018)

Na tabela a seguir estão relacionados os salários de todos os funcionários das classes A, B e C de uma empresa cuja média salarial é R$1.680,00.

Classes	Salários	Quantidade de funcionários
A	900 |– 1.500	20
B	1.500 |– 2.100	x
C	2.100 |– 2.700	10

Se a mediana para a distribuição de frequências obtida acima é m, então a soma dos algarismos de m é igual a

a) 10

b) 12

c) 15

d) 18

Comentários

$$1680 = média\ salarial = \frac{\left(\frac{900+1500}{2}\right)\cdot 20 + \left(\frac{1500+2100}{2}\right)\cdot x + \left(\frac{2100+2700}{2}\right)\cdot 10}{20 + x + 10}$$

$$\Leftrightarrow 1680 \cdot (30 + x) = 24000 + 1800 \cdot x + 24000 \Leftrightarrow 2400 = 120x \Leftrightarrow x = 20.$$

Logo, há $20 + 20 + 10 = 50$ funcionários na empresa e, portanto, a mediana está associada ao $25°$ funcionário com melhor salário. Pela tabela, tal funcionário pertence à classe B. A mediana é calculada supondo uma distribuição de salário linear dentro de cada classe. Ela equilibra o número de pessoas que ganham $< m$ com o número de pessoas que ganham $\geq m$. Temos:

A fórmula para mediana é:

$$Me = l + h \cdot \frac{\left(\frac{n}{2} - f_{ac}\right)}{f_m} = 1500 + (2100 - 1500) \cdot \frac{(25 - 20)}{20} = 1500 + 600 \cdot \frac{1}{4} = 1650$$

sendo l o limite inferior da classe de dados em que se encontra a mediana (classe B, no nosso caso), h a amplitude da classe, n a quantidade de dados, f_{ac} a frequência acumulada da classe anterior à da mediana e f_m a frequência da classe da mediana.

Logo, a soma dos algarismos de Me é $1 + 6 + 5 + 0 = 12$.

Gabarito: B

---

79. (AFA/2017)

As notas de oito alunos numa prova de matemática foram escritas pelo professor numa tabela como a que segue:

Aluno	A	B	C	D	E	F	G	H
Nota	6,5	10	8	9,4	8	6,4	x	7,4

Sabe-se que a média aritmética dessas notas é 8,2.

Considerando as notas dos oito alunos, é correto afirmar que a nota do aluno G é

a) igual à moda.

b) inferior a 9,8.

c) superior à mediana.

d) inferior à média aritmética das outras sete notas.

Comentários

Da equação da média:

$$8{,}2 = \frac{1}{8} \cdot (6{,}5 + 10 + 8 + 9{,}4 + 8 + 6{,}4 + x + 7{,}4) \therefore x = 9{,}9.$$

A moda é a nota que mais saiu, 8. Alternativa A incorreta.

$9{,}9 > 9{,}8$. Alternativa B incorreta.

Ordenando os dados: $6{,}4\ \ 6{,}5\ \ 7{,}4\ \ 8\ \ 8\ \ 9{,}4\ \ 9{,}9\ \ 10$

Logo a mediana é a média entre a $4^{\underline{a}}$ e a $5^{\underline{a}}$ notas mais altas, no caso $\frac{1}{2} \cdot (8 + 8) = 8$. Temos que $9{,}9 > 8$ e, portanto, a alternativa C é a correta.

A média das outras 7 notas é

$$\frac{(x_1 + \cdots + x_8) - 9{,}9}{7} = \frac{8 \cdot \frac{1}{8} \cdot (x_1 + \cdots + x_8) - 9{,}9}{7} = \frac{8 \cdot 8{,}2 - 9{,}9}{7} \approx 7{,}96 < 9{,}9.$$

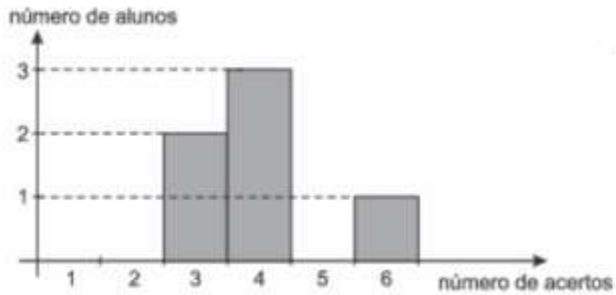
Alternativa D incorreta.

Gabarito: C

---

80. (AFA/2016)

Um cursinho de inglês avaliou uma turma completa sendo que parte dos alunos fez a avaliação A, cujo resultado está indicado no gráfico abaixo.



Os demais alunos fizeram a avaliação B e todos tiveram 4 acertos. Assim, o desvio padrão obtido a partir do gráfico acima ficou reduzido à metade ao ser apurado o resultado da turma inteira.

Essa turma do cursinho de inglês tem:

a) mais de 23 alunos.

b) menos de 20 alunos.

c) 21 alunos.

d) 22 alunos

Comentários

Primeiramente, considerando apenas os alunos que fizeram a avaliação A, sendo x a variável que representa o número de acertos de cada aluno:

$$\bar{x}_A = \frac{2\cdot 3 + 3\cdot 4 + 1\cdot 6}{2+3+1} = \frac{24}{6} = 4$$

A variância é:

$$\sigma_A^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x}_A)^2}{n_A} = \frac{2\cdot(3-4)^2 + 3\cdot(4-4)^2 + 1\cdot(6-4)^2}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Portanto, o desvio-padrão é $\sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = 1$.

Considerando agora todos os alunos, tendo n_B alunos feito a avaliação B:

$$\bar{x} = \frac{2\cdot 3 + (3+n_B)\cdot 4 + 1\cdot 6}{2+(3+n_B)+1} = \frac{24+4n_B}{6+n_B} = 4$$

A variância é:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{6+n_B} = \frac{2\cdot(3-4)^2 + (3+n_B)\cdot(4-4)^2 + 1\cdot(6-4)^2}{6+n_B} = \frac{6}{6+n_B}$$

Como fomos informados que $\sigma = \frac{\sigma_A}{2}$, temos:

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_A^2}{4} \Leftrightarrow \frac{6}{6+n_B} = \frac{1}{4} \therefore n_B = 18$$

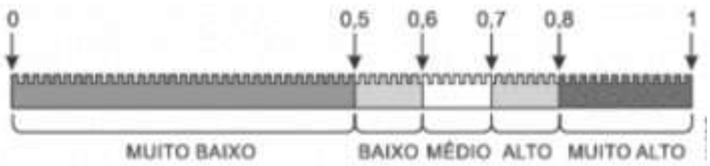
Portanto, a turma tem $n_A + n_B = 6 + 18 = 24$ alunos.

Gabarito: A

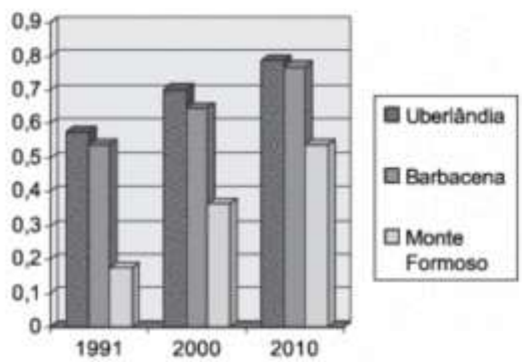
81. (AFA/2015)

No Atlas de Desenvolvimento Humano no Brasil 2013 constam valores do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) de todas as cidades dos estados brasileiros.

O IDHM é um número que varia entre 0 e 1. Quanto mais próximo de 1, maior o desenvolvimento humano de um município, conforme a escala a seguir.



Abaixo estão relacionados o IDHM de duas cidades de Minas Gerais em condições extremas, Monte Formoso e Uberlândia, e uma em situação intermediária, Barbacena.



Analisando os dados acima, afirma-se que

I. o município de maior crescimento do IDHM, nos períodos considerados, é Monte Formoso.

II. na última década, Barbacena apresentou maior evolução do IDHM que Uberlândia.

III. uma tabela que relaciona cidade, época e faixa de IDHM pode ser representada corretamente como:

	Monte Formoso	Barbacena	Uberlândia
1991	Muito baixo	Baixo	Baixo
2000	Muito baixo	Alto	Alto
2010	Baixo	Alto	Alto

São corretas

a) apenas I e II

b) apenas II e III

c) apenas I e III

d) apenas I, II, III

Comentários

I. correta. Monte Formoso cresceu mais que 0,3 pontos entre 1991 e 2010, enquanto os outros municípios cresceram menos que isso.

II. correta. Percebe-se que a diferença entre as barrinhas diminuiu, apesar de Barbacena ainda ter IDHM menor que Uberlândia.

III. incorreta. Barbacena em 2000 tinha IDHM entre 0,6 e 0,7, considerado médio, e não alto.

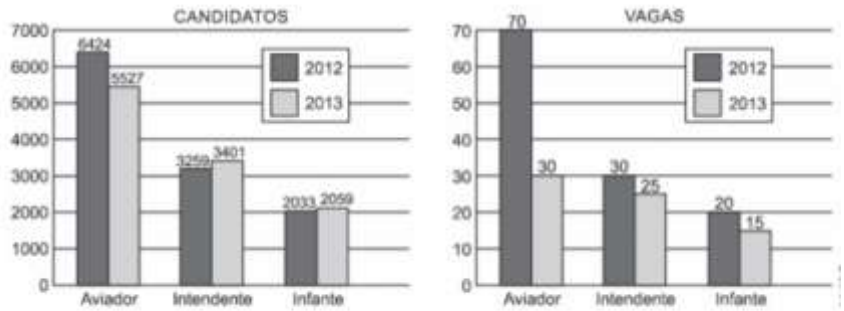
Apenas I e II estão corretas.

Gabarito: A

---

82. (AFA/2014)

Os gráficos a seguir apresentam os números de candidatos e de vagas para os concursos AFA 2012 e 2013.



Entenda-se por concorrência a razão entre o número de candidatos e número de vagas.

Do concurso 2012 para o concurso 2013, pode-se afirmar corretamente que

a) para a infantaria, a taxa de crescimento do número de candidatos foi positiva, porém a concorrência diminuiu.

b) para o quadro de intendência, tanto a procura quanto a concorrência diminuíram.

c) apesar da taxa de crescimento do número de candidatos ao quadro de aviadores ser negativa, a concorrência aumentou.

d) a concorrência dobrou.

Comentários

a) incorreta. Como havia menos vagas e mais candidatos, a concorrência aumentou.

b) incorreta. A procura aumentou e a concorrência também.

c) correta. A procura diminuiu, mas a concorrência aumentou. De fato,

$$\frac{6424}{70} \approx 91{,}8 < \frac{5527}{30} \approx 184{,}2$$

d) incorreta. A concorrência total no exame de admissão da AFA aumentou, mas não dobrou:

Concorrência antes:

$$\frac{6424 + 3259 + 2033}{70 + 30 + 20} \approx 97{,}6$$

Concorrência depois:

$$\frac{5527 + 3401 + 2059}{30 + 25 + 15} \approx 157{,}0$$

Gabarito: C

83. (AFA/2013)

As seis questões de uma prova eram tais, que as quatro primeiras valiam 1,5 ponto cada, e as duas últimas valiam 2 pontos cada.

Cada questão, ao ser corrigida, era considerada certa ou errada. No caso de certa, era atribuída a ela o total de pontos que valia e, no caso de errada, a nota 0 (zero).

Ao final da correção de todas as provas, foi divulgada a seguinte tabela:

Nº DA QUESTÃO	PERCENTUAL DE ACERTOS
1	40%
2	50%
3	10%
4	70%
5	5%
6	60%

A média aritmética das notas de todos os que realizaram tal prova é

a) 3,7

b) 3,85

c) 4

d) 4,15

Comentários

A nota é dada pela média ponderada dos acertos, pesada com o valor de cada questão, vezes o valor total da prova:

$$\overline{N} = \frac{(40\% \cdot 1{,}5 + 50\% \cdot 1{,}5 + 10\% \cdot 1{,}5 + 70\% \cdot 1{,}5 + 5\% \cdot 2{,}0 + 60\% \cdot 2{,}0)}{1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 + 1{,}5 + 2{,}0 + 2{,}0} \times 10$$

$$\overline{N} = \frac{(0{,}6 + 0{,}75 + 0{,}15 + 1{,}05 + 0{,}1 + 1{,}2)}{10} \times 10 = 3{,}85$$

Gabarito: B

84. (AFA/2010)

Uma pequena fábrica de cintos paga a seus funcionários o salário, conforme tabela abaixo:

CARGO	SALÁRIOS (em reais)	Nº DE FUNCIONÁRIOS
COSTUREIRO(A)	1 000	10
SECRETÁRIO(A)	1 500	4
CONSULTOR	2 000	3
GERENTE	X	1

Certo mês, houve um aumento de 10% sobre os salários da tabela acima para todos os cargos.

Sabendo-se que a nova média salarial passou a ser de 1650 reais, o novo salário do gerente é, em reais, igual a

a) $5\,500$

b) $5\,000$

c) $3\,300$

d) $3\,000$

Comentários

Equacionando a nova média, temos:

$$1650 = \frac{10 \cdot (1000 \cdot 1{,}1) + 4 \cdot (1500 \cdot 1{,}1) + 3 \cdot (2000 \cdot 1{,}1) + 1 \cdot (x \cdot 1{,}1)}{10 + 4 + 3 + 1}$$

$$1650 = \frac{(10 \cdot 1000 + 4 \cdot 1500 + 3 \cdot 2000 + x) \cdot 1{,}1}{18} \therefore x = 5000$$

Portanto, o novo salário do gerente é:

$$1{,}1 \cdot 5000 = 5500$$

Gabarito: A

---

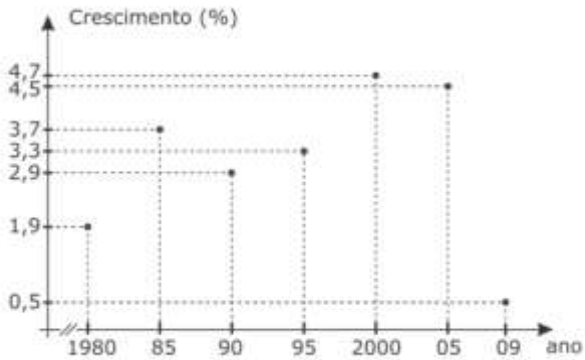
85. (AFA/2010)

A Revista Época publicou uma reportagem em fevereiro de 2009 a respeito do impacto da crise financeira mundial no crescimento da economia.

Desaceleração recorde

Em 2009, a economia mundial deverá ter o menor crescimento desde a 2ª Guerra Mundial – em % ao ano.

O gráfico abaixo indica o percentual de crescimento da economia mundial de alguns anos, no período de 1980 a 2009.



Fonte: Revista Época – 02/02/2009 nº 559 – pag. 85. (Adaptado)

Sabendo-se que no ano de 2009 o percentual foi estimado, analise o gráfico e marque a alternativa FALSA.

a) Houve um aumento superior a 42% do percentual de crescimento do ano de 1995 para o ano 2000.

b) A queda de crescimento do ano de 2005 para o percentual estimado no ano de 2009 é menor que 90%.

c) O aumento do percentual de crescimento do ano de 1985 em relação ao ano de 1980 é aproximadamente 95% do percentual de crescimento do ano 1980.

d) A taxa de crescimento do ano de 2000 em relação ao ano de 1985 é a mesma que a taxa de crescimento do ano de 1990 em relação ao ano de 1980.

Comentários

a) verdadeira. De $3,3\%$ para $4,7\%$ houve um crescimento de $\frac{(4,7\%-3,3\%)}{3,3\%} = \frac{14}{33} \approx 42,4\%$

b) verdadeira. A taxa de crescimento do percentual foi negativa, de: $\frac{(0,5\%-4,5\%)}{4,5\%} = -\frac{8}{9} \approx -88,9\%$

c) verdadeira. O aumento percentual de 1985 em relação a 1980 é de $3,7\% - 1,9\% \approx 1,8\% \approx 0,95 \cdot 1,9\%$.

d) falsa. Embora as diferenças percentuais da taxa de crescimento sejam iguais $(1,0\%)$, a taxa de crescimento do percentual de crescimento é uma medida relativa e, portanto, depende também do valor anterior. Temos:

taxa de crescimento de 2000 em relação a 1985: $\frac{4,7-3,7}{3,7} \approx 27,0\%$

taxa de crescimento de 1990 em relação a 1980: $\frac{2,9-1,9}{1,9} \approx 52,6\%$

Gabarito: D