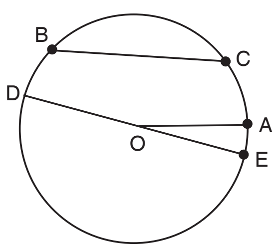
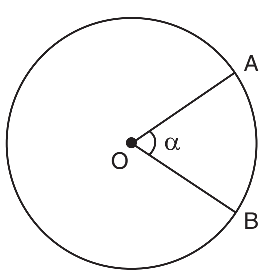
Circunferência



Elementos
O = centro
$\overline{OA}$ = raio
$\overline{BC}$ = corda
$\overset{\frown}{BC}$ = arco
$\overline{DE}$ = diâmetro : 2.raio
$\overset{\frown}{DE} = 180°$

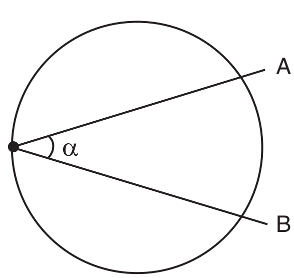
1 - Ângulos na Circunferência

1.1 - Ângulo Central



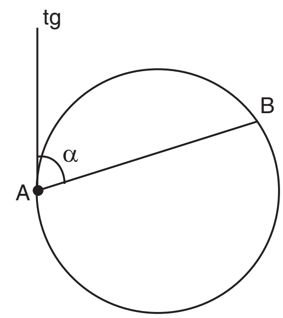
$\overset{\frown}{AB} = \alpha$

1.2 - Ângulo Inscrito



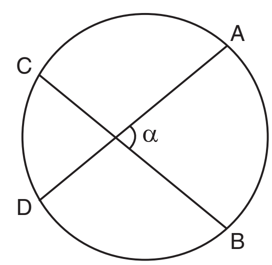
$\overset{\frown}{AB} = 2\alpha$

Observação:
Se um lado do ângulo for tangente à circunferência, também temos $\overset{\frown}{AB} = 2\alpha$.



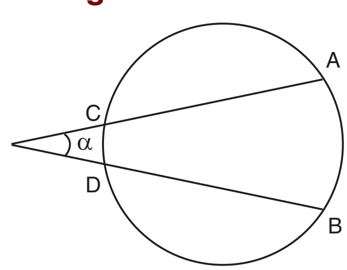
Observação: Ângulos inscritos que determinam o mesmo arco são iguais.

1.3 - Ângulo Interior



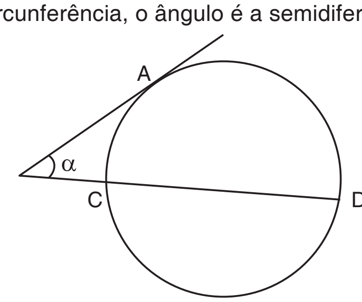
$\alpha = \dfrac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2}$

1.4 - Ângulo Exterior



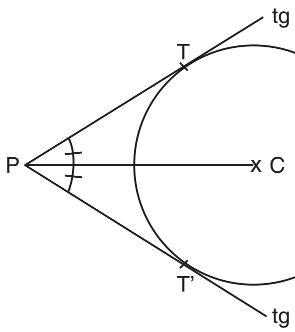
$\alpha = \dfrac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$

Observação:
Se um lado do ângulo, ou até os dois, forem tangentes à circunferência, o ângulo é a semidiferença dos arcos.



$\alpha = \dfrac{\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{AC}}{2}$

1.5 - Retas Tangentes



$\boxed{PT = PT'}$

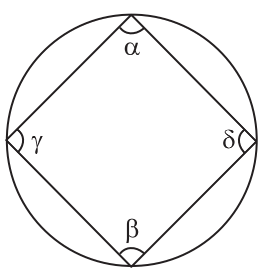
$\overline{CT} \perp \overline{PT}$, $\overline{CT'} \perp \overline{PT'}$ e $\overline{CT} = \overline{CT'} = \text{raio}$

$\overline{PC}$ é bissetriz de TPT'

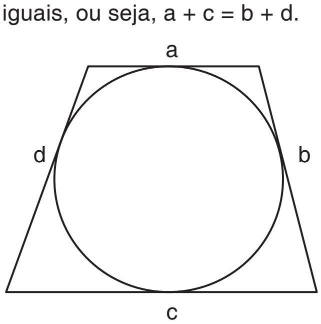
Observação: O raio forma um ângulo de 90º com a reta tangente no ponto de tangência.

2 - Quadriláteros Inscritos e Circunscritos

Em todo quadrilátero inscrito, ângulos opostos são suplementares, ou seja, $\alpha + \beta = \delta + \gamma = 180^\circ$.

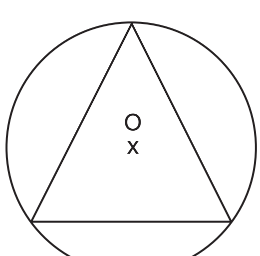


Em todo quadrilátero circunscrito, as somas de lados opostos são iguais, ou seja, a + c = b + d.

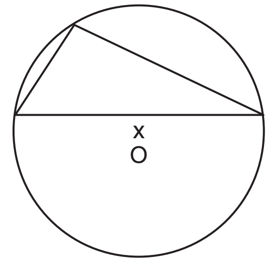


3 - Triângulo Inscrito

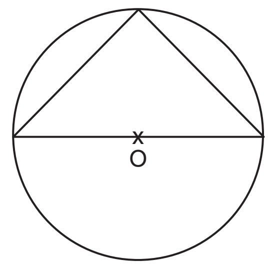
Se o Δ inscrito for acutângulo, o centro da circunferência inscrita é interior a ele.



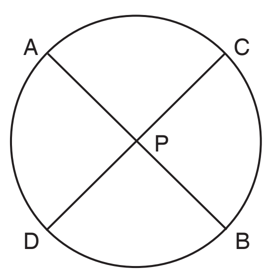
Se o Δ inscrito for obtusângulo, o centro da circunferência é exterior a ele.



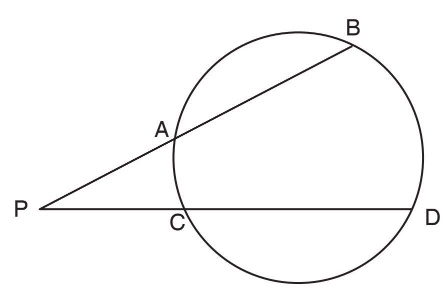
Se o Δ inscrito for retângulo, o centro da circunferência pertence à hipotenusa.



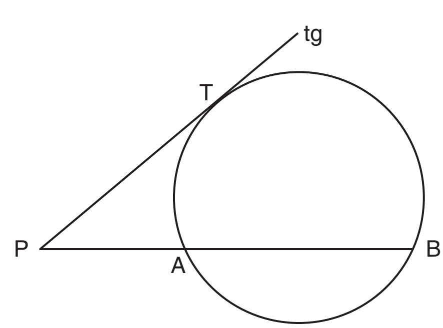
4 - Segmentos na Circunferência



$\boxed{PA.PB = PC.PD}$

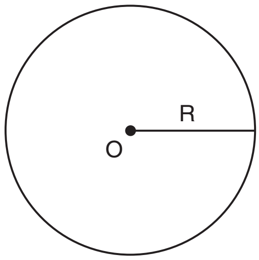


$\boxed{PA.PB = PC.PD}$



$\boxed{PT^2 = PA.PB}$

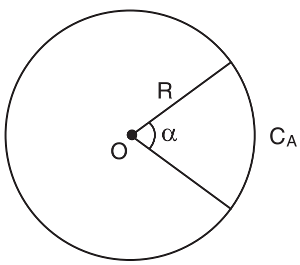
4.1 - Comprimento e Área



$$\boxed{\text{Comprimento} = 2\pi R}$$

$$\boxed{\text{Área} = \pi R^2}$$

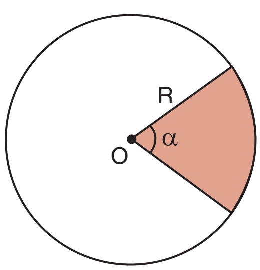
4.2 - Comprimento de Arco



$$\boxed{C_A = \alpha . R}$$

α em radianos

4.3 - Setor Circular



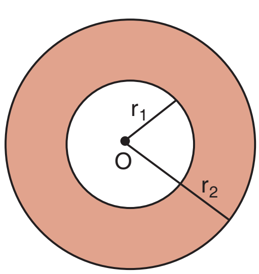
$$\text{Área} = \frac{a}{2} . R^2$$

α em radianos

$$\text{Área} = \frac{\alpha . \pi R^2}{360^o}$$

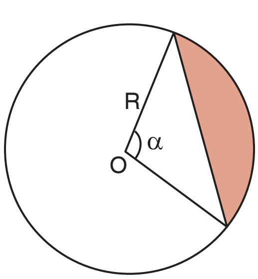
α em graus

4.4 - Coroa Circular



$$\boxed{\text{Área} = \pi\,(r_2^2 - r_1^2)}$$

4.5 - Segmento Circular

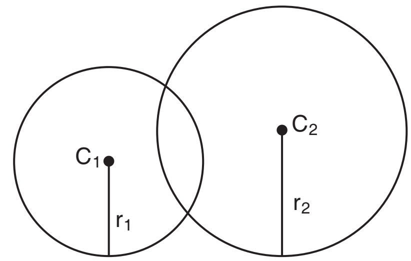


Área = Área setor – Área Δ

$$\boxed{\text{Área} = \frac{\alpha . \pi R^2}{360^o} - \frac{1}{2} R^2 \operatorname{sen} \alpha}$$

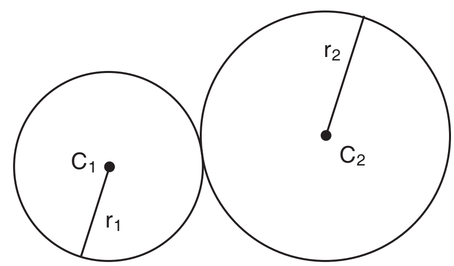
5 - Posições Relativas entre Duas Circunferências

5.1 - Secantes



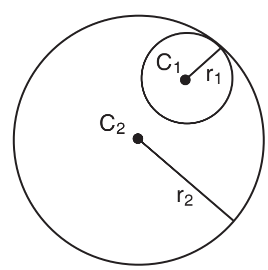
$$\boxed{\overline{C_1C_2} < r_1 + r_2}$$

5.2 - Tangentes Exteriormente



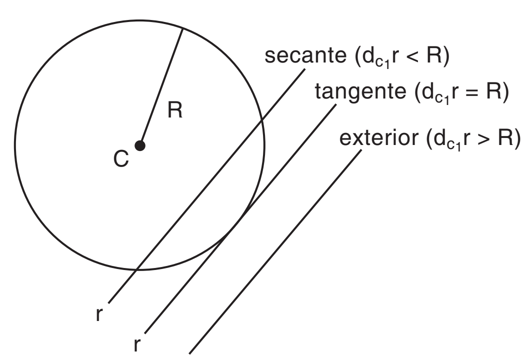
$$\boxed{\overline{C_1C_2} = r_1 + r_2}$$

5.3 - Tangentes Interiormente



$$\boxed{\overline{C_1C_2} = r_2 - r_1}$$

6 - Posições Relativas entre Reta e Circunferência



Observação:

Quando tivermos as equações da reta e da circunferência, ao resolvermos o sistema, obteremos uma equação do 2º grau e a análise será a seguinte:

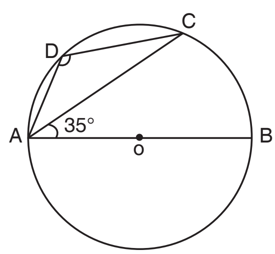
A) $\Delta > 0 \Rightarrow$ reta secante

B) $\Delta < 0 \Rightarrow$ reta exterior

C) $\Delta = 0 \Rightarrow$ reta tangente

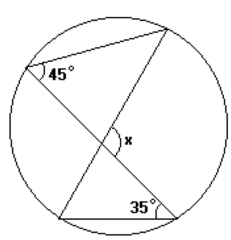
QUESTÕES DE CIRCUNFERÊNCIA

1. (FUVEST-1991) A medida do ângulo ADC inscrito na circunferência de centro O é



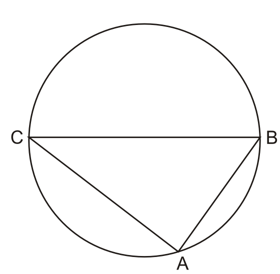
A) 125°
B) 110°
C) 120°
D) 100°
E) 135°

2. (PUC-1996) O ângulo x, na figura a seguir, mede



A) 60° B) 80° C) 90° D) 100° E) 120°

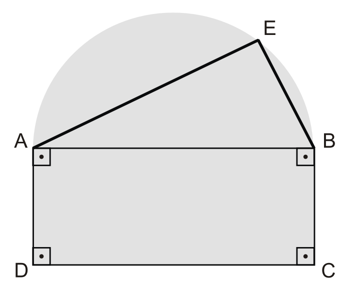
3. (FGV-2012) Na figura abaixo, o ângulo Â do triângulo ABC inscrito na circunferência é reto. O lado $\overline{AB}$ mede 4, e o lado $\overline{AC}$ mede 5.



A área do círculo da figura é

A) 9,75 π
B) 10 π
C) 10,25 π
D) 10,50 π
E) 10,75 π

4. (CEFET/MG-2012) Na figura a seguir, tem-se um portão em arco em que o triângulo ABE está inscrito na semicircunferência de diâmetro AB e as medidas dos segmentos AE, BE, e AD são, respectivamente, 40 dm, 3000 mm e 200 cm. Com base nesses dados, a área sombreada, em m², é de



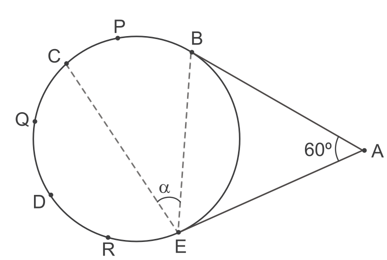
A) $\dfrac{25\pi + 80}{8}$

B) $\dfrac{25\pi + 40}{4}$

C) $25\pi + 40$

D) $25\pi + 80$

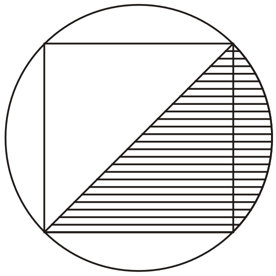
5. (FGV-2013) Na figura, AB e AE são tangentes à circunferência nos pontos B e E, respectivamente, e BÂE = 60°.



Se os arcos $\overset{\frown}{BPC}$, $\overset{\frown}{CQD}$ e $\overset{\frown}{DRE}$ têm medidas iguais, a medida do ângulo BÊC, indicado na figura por α, é igual a

A) 20°
B) 40°
C) 45°
D) 60°
E) 80°

6. (ACAFE-2014) Na figura abaixo, o quadrado está inscrito na circunferência. Sabendo que a medida do lado do quadrado é 8 cm, então, a área da parte hachurada, em $cm^{2,}$ é igual a



A) $4(\pi+2)$
B) $8(\pi+4)$
C) $8(\pi+2)$
D) $4(\pi+4)$

7. (UEPB-2005) Três amigos fizeram uma aposta para saber quem comia mais pizzas. Daí, partiram para uma pizzaria e depois da "comilança" o garçom trouxe a conta.

CONTA
Roberto: 2 pizzas grandes
Carlos: 4 pizzas médias
Paulo: 8 pizzas pequenas

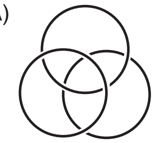
Sabendo que as pizzas são de mesma espessura e que o diâmetro das pizzas grande, média e pequena são, respectivamente, 43 cm, 30 cm e 21 cm, podemos afirmar que

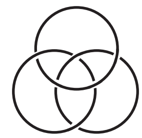
A) Carlos e Paulo ganharam a aposta.
B) não tivemos um vencedor.
C) Paulo ganhou a aposta.
D) Roberto ganhou a aposta.
E) Carlos ganhou a aposta.

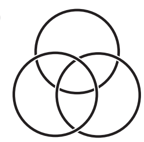
8. (ENEM-2009) Em Florença, Itália, na Igreja de Santa Croce, é possível encontrar um portão em que aparecem os anéis de Borromeo. Alguns historiadores acreditavam que os círculos representavam as três artes: escultura, pintura e arquitetura, pois elas eram tão próximas quanto inseparáveis.

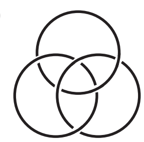
Scientific American, ago. 2008.

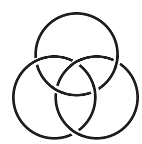
Qual dos esboços a seguir melhor representa os anéis de Borromeo?

A)


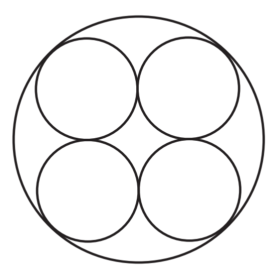
B)


C)


D)


E)


9. (ENEM-2010) Uma fábrica de tubos acondiciona tubos cilíndricos menores dentro de outros tubos cilíndricos. A figura mostra uma situação em que quatro tubos cilíndricos estão acondicionados perfeitamente em um tubo com raio maior.

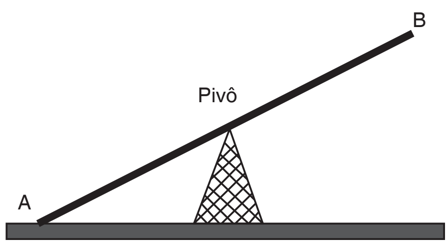


Suponha que você seja o operador da máquina que produzirá os tubos maiores em que serão colocados, sem ajustes ou folgas, quatro tubos cilíndricos internos. Se o raio da base de cada um dos cilindros menores for igual a 6 cm, a máquina por você operada deverá ser ajustada para produzir tubos maiores, com raio da base igual a

A) 12 cm.
B) $12\sqrt{2}$ cm.
C) $24\sqrt{2}$ cm.
D) $6(1+\sqrt{2})$ cm.
E) $12(1+\sqrt{2})$ cm.

10. (ENEM-2013) Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra.

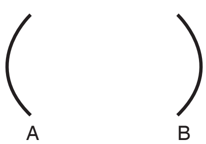
Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos A e B são equidistantes do pivô:



A projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

GABARITO

Questões de Circunferência

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	C	A	B	C	D	E	D	B