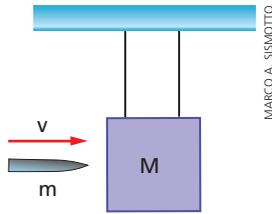


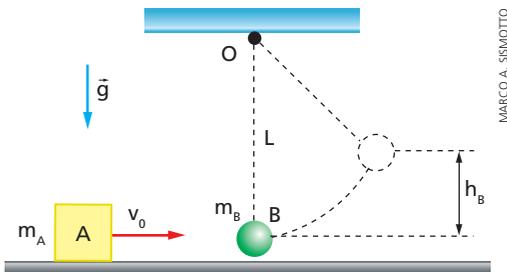
CAPÍTULO 21 – Colisões

1. Um projétil de massa $20,0$ gramas e velocidade horizontal $v = 400$ m/s atinge um bloco de madeira de massa $M = 9,98$ kg, inicialmente em repouso e preso por fios ideais a um suporte, como ilustra a figura.



Sendo $g = 10$ m/s², sabendo que o projétil fica incrustado no bloco, calcule:

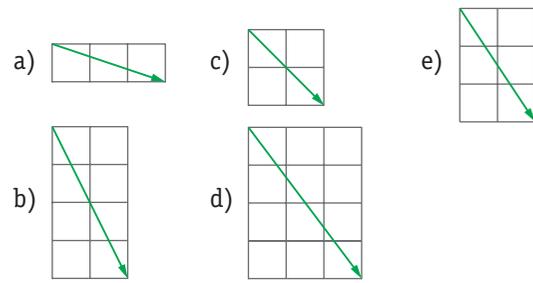
- a velocidade do conjunto bloco + projétil logo após o impacto;
 - a altura máxima atingida pelo conjunto, em relação à posição inicial.
2. Imagine que um corpo A de massa $m_A = 2,0$ kg é lançado com velocidade $v_0 = 4$ m/s num plano horizontal liso, colidindo com uma esfera B de massa $m_B = 5,0$ kg. A esfera, inicialmente parada e suspensa por um fio flexível e inextensível de comprimento L e fixo em O , atinge a altura $h_B = 0,20$ m após a colisão. Dado: $g = 10$ m/s².



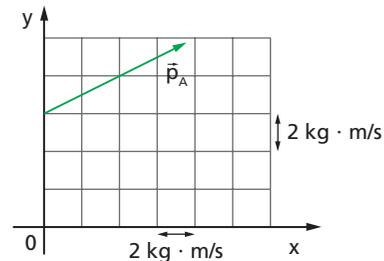
- Qual a velocidade v_B da esfera B imediatamente após a colisão?
 - Qual o módulo e o sentido da velocidade v_A do corpo A após a colisão?
3. (Unifesp-SP) No quadriculado da figura estão representados, em sequência, os vetores quantidade de movimento da partícula A antes e depois de ela colidir elasticamente com a partícula B , que se encontrava em repouso.



O vetor quantidade de movimento da partícula B após o choque está melhor representado por:

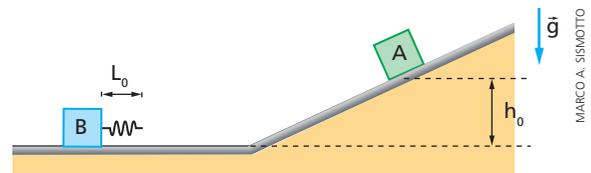


4. (Vunesp-SP) Uma partícula A , com quantidade de movimento de módulo $q_A = 10$ kg · m/s, move-se ao longo do eixo x em direção a uma partícula B em repouso. Após a colisão perfeitamente elástica, a partícula A toma a direção dada pelo vetor quantidade de movimento \vec{p}_A apresentado na figura.



Reproduza o reticulado em seu caderno, incluindo o vetor \vec{p}_A .

- Desenhe nesse reticulado o vetor quantidade de movimento \vec{q}_A da partícula A , antes da colisão, identificando-o.
 - Desenhe, no mesmo reticulado, o vetor quantidade de movimento \vec{p}_B da partícula B , depois da colisão, identificando-o.
5. (Fuvest-SP) Sobre a parte horizontal da superfície representada na figura, encontra-se parado um corpo B de massa M , no qual está presa uma mola ideal de comprimento natural L_0 e constante elástica k . Os coeficientes de atrito elástico e dinâmico, entre o corpo B e o plano, são iguais e valem μ . Um outro corpo A , também de massa M , é abandonado na parte inclinada. O atrito entre o corpo A e a superfície é desprezível.



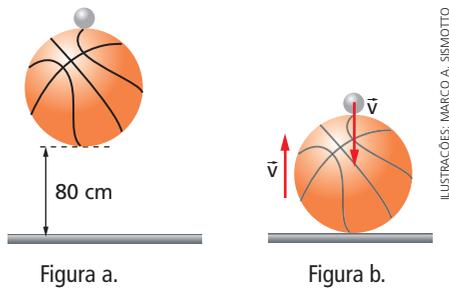
Determine:

- a máxima altura h_0 , na qual o corpo A pode ser abandonado, para que após colidir com o corpo B , retorne até a altura original h_0 .
- o valor da deformação X da mola, durante a colisão, no instante em que os corpos A e B têm a mesma velocidade, na situação em que o corpo A é abandonado de uma altura $H > h_0$. (Despreze o trabalho realizado pelo atrito durante a colisão.)

6. (ITA-SP) Uma massa m_1 com velocidade inicial v_0 colide com um sistema massa-mola m_2 e constante elástica k , inicialmente em repouso sobre uma superfície sem atrito, conforme ilustra a figura. Determine o máximo comprimento de compressão da mola, considerando desprezível a sua massa.



7. (Unicamp-SP) Um experimento interessante pode ser realizado abandonando-se de certa altura uma bola de basquete com uma bola de pingue-pongue (tênis de mesa) em repouso sobre ela, conforme mostra a figura a. Após o choque da bola de basquete com o solo, e em seguida com a bola de pingue-pongue, esta última atinge uma altura muito maior do que sua altura inicial.



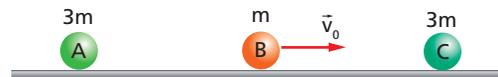
- a) Para $h = 80$ cm, calcule a velocidade com que a bola de basquete atinge o solo. Despreze a resistência do ar.
- b) Abandonadas de uma altura diferente, a bola de basquete, de massa M , reflete no solo e sobe com uma velocidade de módulo $v = 5,0$ m/s. Ao subir, ela colide com a bola de pingue-pongue que está caindo também com $v = 5,0$ m/s, conforme a situação representada na figura b. Considere que, na colisão entre as bolas, a energia cinética do sistema não se conserva e que, imediatamente após o choque, as bolas de basquete e pingue-pongue sobem com velocidades de $v'_b = 4,95$ m/s e $v'_p = 7,0$ m/s, respectivamente. A partir da sua própria experiência cotidiana, faça uma estimativa para a massa da bola de pingue-pongue, e, usando esse valor e os dados acima, calcule a massa da bola de basquete.

8. (Mackenzie-SP) A figura mostra dois blocos, A e B, de mesma massa igual a 5 kg e com velocidades iniciais 20 m/s e 6 m/s, respectivamente. O bloco A se movimenta durante 4 segundos para atingir o plano perfeitamente liso. Uma vez no plano liso, A colide centralmente com B. Supondo que o coeficiente de restituição é 0,2 e que o coeficiente de atrito

entre o bloco A e o plano rugoso é 0,2, determine as velocidades dos blocos após a colisão. (Adote $g = 10$ m/s².)

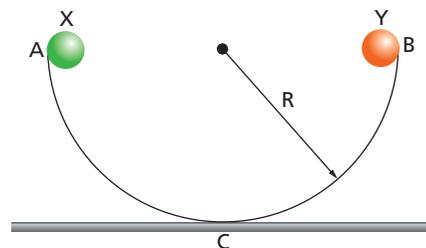


9. A figura mostra a situação inicial de três esferas A, B e C, de mesmo raio e massas respectivamente iguais a $3m$, m e $3m$, as quais estão sobre uma superfície horizontal plana e sem atrito. As esferas A e C estão em repouso e a esfera B tem velocidade inicial \vec{v}_0 .

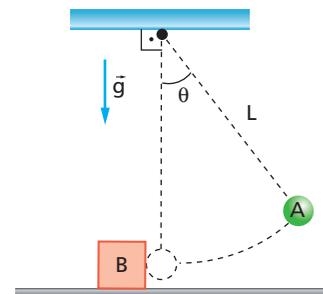


Supondo que as colisões entre as esferas sejam elásticas, determine:

- a) o número de colisões que ocorrem;
- b) as velocidades das esferas após a última colisão.
10. (IME-RJ) A figura abaixo mostra um hemisfério oco e liso, cujo plano equatorial é mantido fixo na horizontal. Duas partículas, X e Y, de massas m_x e m_y , são largadas no mesmo instante, de dois pontos diametralmente opostos, A e B, situados na borda do hemisfério. As partículas colidem no ponto C e, após a colisão, a partícula X atinge uma altura máxima $\frac{R}{2}$, enquanto Y atinge uma altura máxima $\frac{R}{3}$, onde R é raio do hemisfério. Determine o coeficiente de restituição do choque.



11. (Mackenzie-SP) Observe o esquema. Suponha que a esfera A seja abandonada na posição em que $\theta = 90^\circ$.



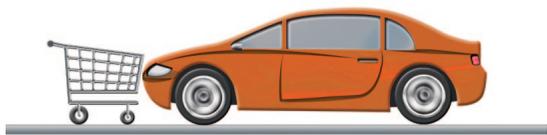
São dados:

- massa de $A = 4,0 \text{ kg}$
- massa de $B = 2,0 \text{ kg}$
- $L = 1,8 \text{ m}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$
- coeficiente de atrito entre B e o plano horizontal = $= 0,20$
- coeficiente de restituição do choque entre A e $B = = 0,50$

Após a colisão, o bloco B percorre no plano horizontal uma distância igual a:

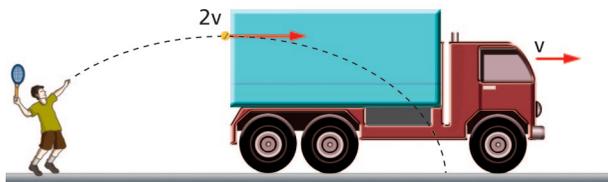
- a) 3 m d) 5 m
b) 6 m e) 4 m
c) 9 m

12. Em um estacionamento de supermercado, um motorista distraído deixa seu automóvel colidir frontalmente com um carrinho de compras de massa $m = 20 \text{ kg}$, que está parado. A massa do automóvel é $M = 1200 \text{ kg}$, a velocidade do automóvel antes da colisão é 40 km/h , e o coeficiente de restituição da colisão é $e = 0,9$. Calcule os valores aproximados das velocidades do automóvel e do carrinho, logo após a colisão.



LUSTRAÇÕES: CONCEITOGRAF

13. (UF-PI) Um garoto lança, com velocidade de módulo $2v$, uma bola de tênis contra a parte traseira de um caminhão que anda com velocidade de módulo v . A bola toca o caminhão perpendicularmente à sua traseira, e tem velocidade inicial no mesmo sentido da velocidade do caminhão, conforme figura.



Considere o choque perfeitamente elástico e a massa da bola muito menor que a do caminhão. Analise as afirmativas e em seu caderno classifique-as em V (verdadeira) ou F (falsa).

- I. A bola, após tocar o caminhão, retorna com velocidade $2v$ na direção perpendicular à superfície da traseira do caminhão.
II. A bola, após tocar o caminhão, retorna com velocidade v na direção perpendicular à superfície da traseira do caminhão.

III. A bola, após tocar o caminhão, retorna com velocidade $\frac{v}{2}$ na direção perpendicular à superfície da traseira do caminhão.

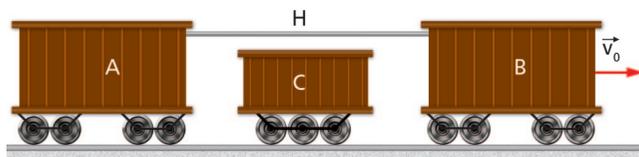
IV. A bola toca o caminhão e cai perpendicularmente ao chão.

14. Um corpo é largado de uma altura de 20 m ; sabendo que o coeficiente de restituição entre o corpo e o solo é $0,50$, a nova altura atingida pelo corpo é de:

- a) 4,5 m c) 4,0 m e) 15 m
b) 5,0 m d) 10 m

(Fund. Carlos Chagas-SP) Enunciado para as questões de números 15 a 18.

Dois carros, A e B , de massas iguais a $1,0 \text{ kg}$, são rigidamente ligados por uma haste H de massa desprezível. O carro C tem massa igual a $0,50 \text{ kg}$. No instante $t = 0$, o carro C tem velocidade nula e os carros A e B têm velocidade cujo módulo é $v_0 = 4,0 \text{ m/s}$, como ilustra a figura. Despreze as forças de atrito entre os carros e a superfície horizontal.



15. Supondo que a colisão entre A e C seja perfeitamente inelástica, a velocidade do sistema após a colisão terá módulo igual a:

- a) 0,31 m/s c) 2,5 m/s e) zero
b) 3,2 m/s d) 3,0 m/s

16. Se a colisão entre A e C fosse perfeitamente elástica, mas a ulterior colisão entre C e B fosse perfeitamente inelástica, a velocidade final do sistema teria módulo igual a:

- a) 0,31 m/s c) 2,5 m/s e) zero
b) 3,2 m/s d) 3,0 m/s

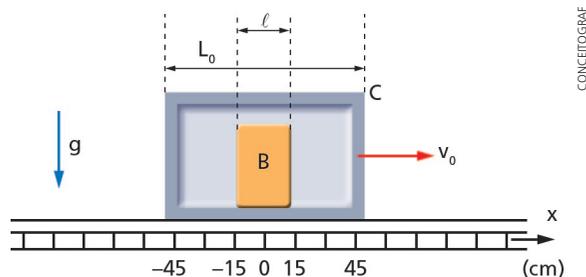
17. Na questão anterior, entre a colisão de A com C e a colisão de C com B , as velocidades de A e C foram, respectivamente, em m/s:

- a) 2,4 e 4,8 d) 6,4 e 4,8
b) 6,4 e 2,4 e) 2,4 e 6,4
c) 4,8 e 2,4

18. Se as colisões entre A e C e entre C e B fossem perfeitamente elásticas, após a segunda colisão (C com B), a velocidade de C seria:

- a) 2,4 m/s c) $-1,6 \text{ m/s}$ e) zero
b) 2,0 m/s d) 1,4 m/s

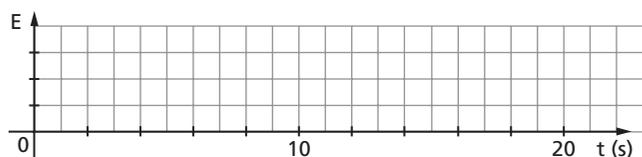
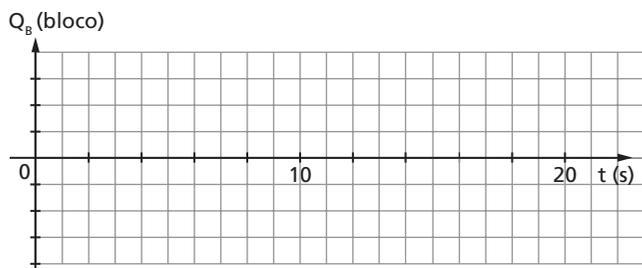
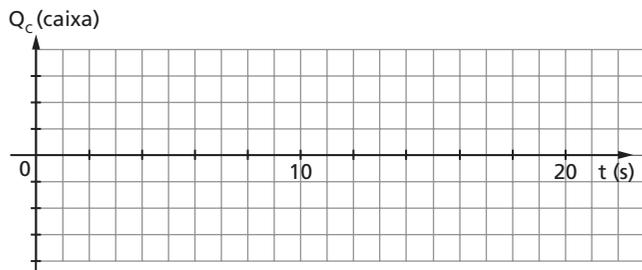
19. (Fuvest-SP) Uma caixa C , parada sobre uma superfície horizontal, tem em seu interior um bloco B , que pode deslizar sem atrito e colidir elasticamente com ela. O bloco e a caixa têm massas iguais, sendo $m_c = m_b = 20$ kg. Na situação representada na figura, no instante $t = 0$, é dado um empurrão na caixa, que passa a se mover, sem atrito, com velocidade inicial $v_0 = 15$ cm/s.



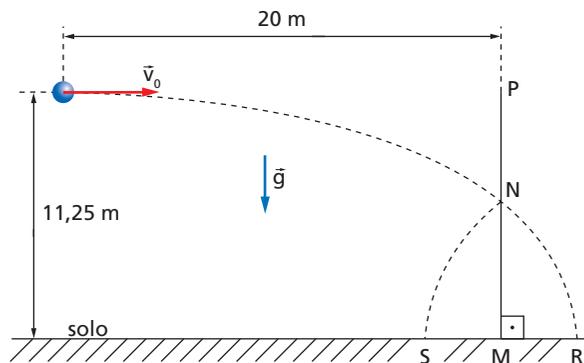
O bloco e a parede esquerda da caixa colidem no instante $t_1 = 2$ s, passando o bloco, depois, a colidir sucessivamente com as paredes direita e esquerda da caixa, em intervalos de tempo Δt iguais.

- Determine os intervalos de tempo Δt .
- Construa os gráficos a seguir:
 - Quantidade de movimento Q_c da caixa em função do tempo t ;
 - Quantidade de movimento Q_b do bloco em função do tempo t ;
 - Energia total E do sistema em função do tempo t .

Em todos os gráficos, considere pelo menos quatro colisões e indique *valores e unidades* nos eixos verticais.



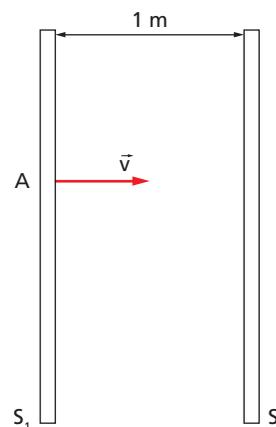
20. Uma partícula é lançada horizontalmente, com velocidade horizontal \vec{v}_0 cujo módulo é 20 m/s, num local em que $g = 10$ m/s², como a figura ilustra. Nessa figura, PM representa uma parede vertical e lisa. Se não houvesse a parede, a partícula atingiria o solo (suposto plano e horizontal) no ponto R . No entanto, o que ocorre é que a partícula colide (não inelasticamente) com a parede no ponto N , indo atingir o solo no ponto S .



Desprezando a resistência do ar e supondo que o choque seja elástico, determine:

- as distâncias MR e NM ;
 - a distância SM . Compare esse valor com o obtido no item a para MR .
21. Retome a situação do problema anterior. Supondo que a colisão da partícula com a parede tenha coeficiente de restituição $e = 0,80$, determine a distância SM .

22. (Fuvest-SP) A figura ilustra dois anteparos paralelos, colocados perpendicularmente com relação ao solo. Uma esfera é lançada do ponto A , com velocidade inicial \vec{v} de 20 m/s perpendicular a S_1 . A esfera colide sucessivamente com S_1 e S_2 , através de choques elásticos.

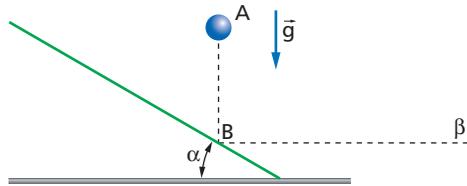


Pedem-se:

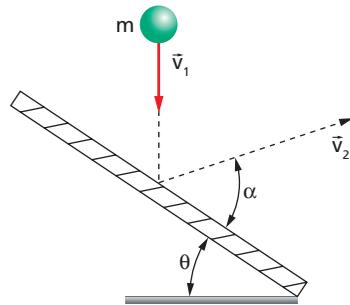
- o tempo que leva a esfera para atingir novamente o anteparo S_1 ;
- a que altura h , relativamente ao ponto inicial A , a esfera se encontra, após 0,5 s do lançamento.

Enunciado para as questões 23 e 24.

Uma bolinha é abandonada num ponto A , $4,0$ m acima do ponto B onde a bolinha colide elasticamente com a superfície inclinada S , que não tem atrito. Adote $g = 10$ m/s².



23. Determine o valor de α para o qual, logo após a colisão, a velocidade da bolinha tem direção horizontal.
24. Supondo $\alpha = 30^\circ$, determine a maior altura atingida pela bolinha, em relação ao plano horizontal β , após a colisão.
25. (ITA-SP) A figura mostra uma bola de massa m que cai com velocidade \vec{v}_1 sobre a superfície de um suporte rígido, inclinada de um ângulo θ em relação ao plano horizontal.



Se e é o coeficiente de restituição para esse impacto, calcule o módulo da velocidade \vec{v}_2 com que a bola é ricocheteada, em função de \vec{v}_1 , θ e e . Calcule também o ângulo α .

26. Uma partícula A , com massa $2,0$ kg e velocidade \vec{v}_0 , de módulo 25 m/s, move-se sobre uma superfície horizontal sem atrito (fig. a). Em repouso, sobre a mesma superfície, há uma partícula B . Ocorre uma colisão entre A e B e, após a colisão, verifica-se que a partícula B tem velocidade \vec{v}_B sobre a reta r e a partícula A tem velocidade \vec{v}_A sobre a reta s , que é perpendicular a r (fig. b).

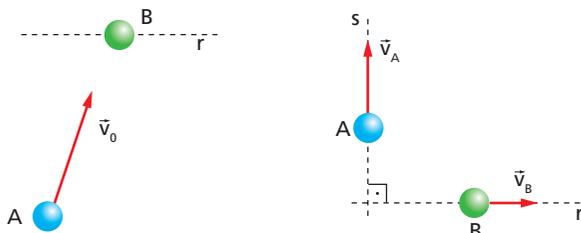
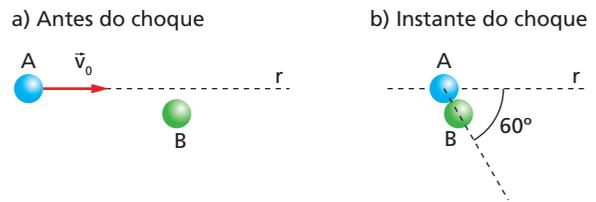


Figura a.

Figura b.

Sabendo que $v_A = 20$ m/s e $v_B = 7,5$ m/s, determine a massa de B .

27. Sobre uma mesa de bilhar, uma bola A , com velocidade de \vec{v}_0 , choca-se com uma bola B , parada e idêntica a A (fig. a). No instante em que ocorre o choque, a linha reta que une os centros das bolas forma um ângulo de 60° com a direção de \vec{v}_0 (fig. b).



Sabe-se que $v_0 = 8,0$ m/s e que o choque é elástico. Sendo \vec{v}_A e \vec{v}_B as velocidades de A e B após o choque e desprezando o atrito entre as bolas, determine:

- a) o ângulo formado entre \vec{v}_B e a reta r , após o choque;
- b) o ângulo formado entre \vec{v}_A e a reta r , após o choque;
- c) v_A ;
- d) v_B .

Enunciado para as questões 28 e 29.

(ITA-SP) Três bolas idênticas A , B e C , tendo cada uma massa igual a $0,20$ kg, estão sobre uma mesa sem atrito. Inicialmente as bolas B e C estão paradas (figura I) e a bola A tem velocidade \vec{v}_0 , de modo que as retas x e y são perpendiculares. A Figura II ilustra o momento da colisão das bolas. Sabe-se que a colisão é elástica e que $v_0 = 2,0$ m/s.

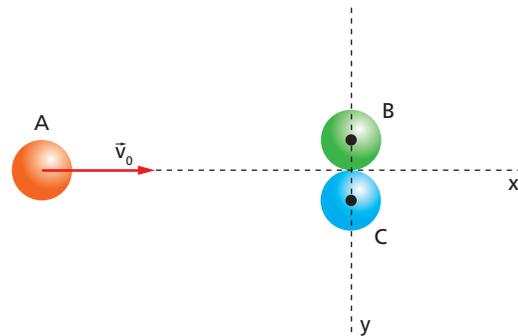


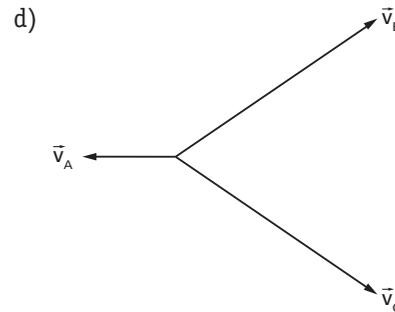
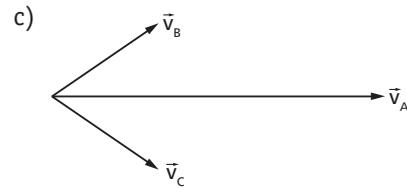
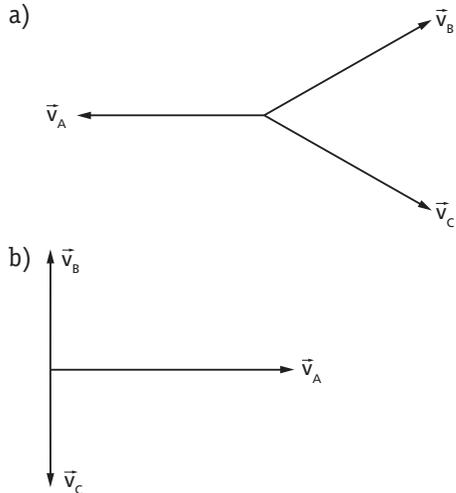
Figura I.

Figura II.

28. Os módulos das velocidades das bolas A , B e C após o choque são, respectivamente, em metros por segundo:

	A	B	C
a)	0,66	0,66	0,66
b)	2,0	1,0	1,0
c)	0,40	1,38	1,38
d)	1,38	0,40	0,40
e)	1,0	2,0	1,0

29. Da configuração de velocidades abaixo, qual deve representar o que ocorre com as bolas após o choque?



30. (ITA-SP) Um objeto de massa m é projetado no ar a 45° do chão horizontal com uma velocidade v . No ápice de sua trajetória, este objeto é interceptado por um segundo objeto, de massa M e velocidade V , que havia sido projetado verticalmente do chão. Considerando que os dois objetos "se colam" e desprezando qualquer tipo de resistência aos movimentos, determine a distância d do ponto de queda dos objetos em relação ao ponto de lançamento do segundo objeto.