



ÓPTICA



EXERCÍCIOS APROFUNDADOS 2020 - 2022



ÓPTICA

Descubra os segredos da natureza da luz e veja como podemos aplicar os fenômenos de reflexão e refração para compreender o funcionamento de espelhos, lentes, instrumentos ópticos e até mesmo do olho humano!

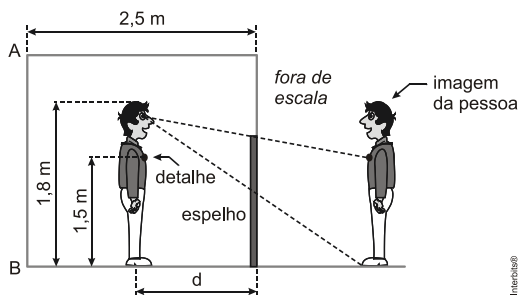
Esta subárea é composta pelos módulos:

- 1. Exercícios Aprofundados: Reflexão da Luz e Espelhos**
- 2. Exercícios Aprofundados: Refração, Reflexão Total e Dispersão da Luz**
- 3. Exercícios Aprofundados: Lentes e Instrumentos Ópticos.**
- 4. Exercícios Aprofundados: Estudo do Olho Humano**



REFLEXÃO DA LUZ E ESPELHOS

1. (UNESP 2015) Uma pessoa de 1,8 m de altura está parada diante de um espelho plano apoiado no solo e preso em uma parede vertical. Como o espelho está mal posicionado, a pessoa não consegue ver a imagem de seu corpo inteiro, apesar de o espelho ser maior do que o mínimo necessário para isso. De seu corpo, ela enxerga apenas a imagem da parte compreendida entre seus pés e um detalhe de sua roupa, que está a 1,5 m do chão. Atrás dessa pessoa, há uma parede vertical AB, a 2,5 m do espelho.



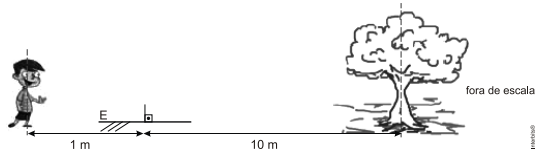
Sabendo que a distância entre os olhos da pessoa e a imagem da parede AB refletida no espelho é 3,3 m e que seus olhos, o detalhe em sua roupa e seus pés estão sobre uma mesma vertical, calcule a distância d entre a pessoa e o espelho e a menor distância que o espelho deve ser movido verticalmente para cima, de modo que ela possa ver sua imagem refletida por inteiro no espelho.

2. (UFJF 2015) Manuela deve comprar um espelho para instalar em seu quarto. Ela pretende comprar um espelho que permita ver sua imagem completa refletida nele. Sabendo que Manuela tem 1,70 m de altura e que seus olhos estão a 1,55 m do chão, ajude-a a realizar sua escolha, calculando o que se pede.

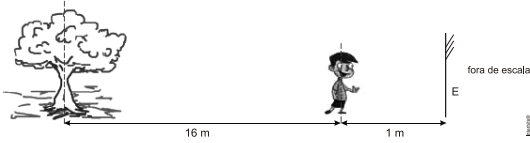
- a. A máxima altura em relação ao solo onde pode ser colocada a base do espelho.
- b. A altura mínima em relação ao solo onde pode ser colocado o topo do espelho.

3. (UFTM 2012) Pedro tem 1,80 m de altura até a linha de seus olhos. Muito curioso, resolve testar seu aprendizado de uma aula de física, levando um espelho plano E e uma trena até uma praça pública, de piso plano e horizontal, para medir a altura de uma árvore. Resolve, então, usar dois procedimentos:

- a. Posiciona horizontalmente o espelho E no chão, com a face refletora voltada para cima, de modo que a reflexão dos raios de luz provenientes do topo da árvore ocorra a uma distância de 10 m da sua base e a 1 m de distância dos pés do menino, conforme mostra a figura.

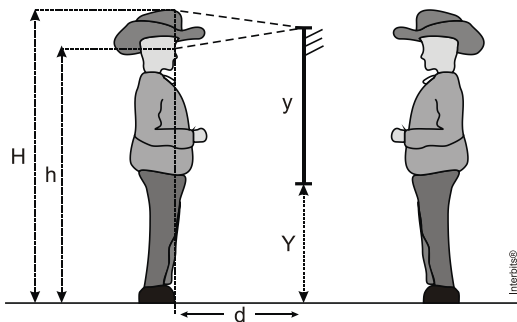


- b. Qual é a medida encontrada por Pedro para a altura da árvore?
- c. Posiciona o espelho E, verticalmente em um suporte, 1m à sua frente, e fica entre ele e a árvore, de costas para ela, a uma distância de 16 m, conforme mostra a figura.



- d. Qual é a altura mínima do espelho utilizado para que Pedro consiga avistar inteiramente a mesma árvore?

4. (FUVEST 2012) Um rapaz com chapéu observa sua imagem em um espelho plano e vertical. O espelho tem o tamanho mínimo necessário, $y = 1,0$ m, para que o rapaz, a uma distância $d = 0,5$ m, veja a sua imagem do topo do chapéu à ponta dos pés. A distância de seus olhos ao piso horizontal é $h=1,60$ m. A figura da página de resposta ilustra essa situação e, em linha tracejada, mostra o percurso do raio de luz relativo à formação da imagem do ponto mais alto do chapéu.



- a. Desenhe, na figura da página de resposta, o percurso do raio de luz relativo à formação da imagem da ponta dos pés do rapaz.
- b. Determine a altura H do topo do chapéu ao chão.
- c. Determine a distância Y da base do espelho ao chão.
- d. Quais os novos valores do tamanho mínimo do espelho (y') e da distância da base do espelho ao chão (Y') para que o rapaz veja sua imagem do topo do chapéu à ponta dos pés, quando se afasta para uma distância d' igual a 1 m do espelho?

Note e adote

O topo do chapéu, os olhos e a ponta dos pés do rapaz estão em uma mesma linha vertical.

5. (UERJ 2010) As superfícies refletoras de dois espelhos planos, E_1 e E_2 , formam um ângulo α . O valor numérico deste ângulo corresponde a quatro vezes o número de imagens formadas.

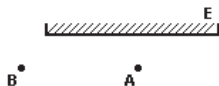
Determine α .

6. (UFRJ 2008) Os quadrinhos a seguir mostram dois momentos distintos. No primeiro quadrinho, Maria está na posição A e observa sua imagem fornecida pelo



espelho plano E. Ela, então, caminha para a posição B, na qual não consegue mais ver sua imagem; no entanto, Joãozinho, posicionado em A, consegue ver a imagem de Maria na posição B, como ilustra o segundo quadrinho.

Reproduza o esquema ilustrado a seguir e desenhe raios luminosos apropriados que mostrem como Joãozinho consegue ver a imagem de Maria.

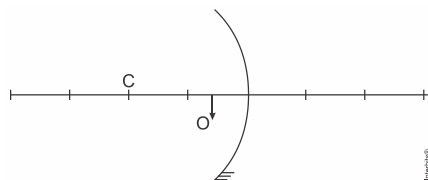


7. (ITA 2007) Um raio de luz de uma lanterna acesa em A ilumina o ponto B, ao ser refletido por um espelho horizontal sobre a semirreta DE da figura, estando todos os pontos num mesmo plano vertical. Determine a distância entre a imagem virtual da lanterna A e o ponto B. Considere $AD = 2$ m, $BE = 3$ m e $DE = 5$ m.

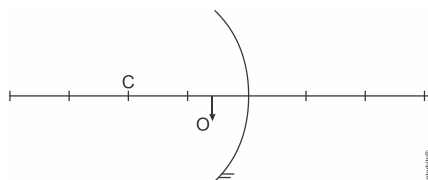


8. (UFPR 2017) Um espelho côncavo, com raio de curvatura 10 cm e centro em C, foi posicionado de acordo com a figura abaixo. Um objeto O, com 2 cm de altura, está localizado a 3 cm do espelho e orientado para baixo, a partir do eixo principal. Os segmentos que podem ser observados sobre o eixo principal são equidistantes entre si.

a. Na figura, assinale o foco do espelho, ressaltando-o por meio da letra F.



b. Determine graficamente, na figura, a imagem formada, representando, adequadamente, no mínimo, dois raios “notáveis”, antes e após a ocorrência da reflexão.



c. Determine, apresentando os devidos cálculos, o tamanho da imagem. É sabido que a ampliação corresponde ao simétrico da razão entre a distância da imagem ao espelho e a distância do objeto ao espelho, ou a razão entre o tamanho da imagem e o tamanho do objeto, com as devidas orientações.



9. (UERJ 2017) Em uma aula prática de óptica, um espelho esférico côncavo é utilizado para obter a imagem de um prédio. Considere as seguintes medidas:

- altura do prédio = 20 m;
- distância do prédio ao espelho = 100 m;
- distância focal do espelho = 20 cm.

Admitindo que a imagem conjugada se situa no plano focal do espelho, calcule, em centímetros, a altura dessa imagem.

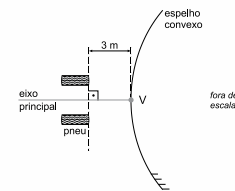
10. (FMJ 2016) Um objeto é colocado perpendicularmente sobre o eixo principal de um espelho esférico de distância focal 2 m, que atende às condições de nitidez de Gauss. A imagem formada é virtual, direita e com o dobro do comprimento do objeto.

Nas condições descritas, relativas à natureza e à posição da imagem formada, determine:

- o tipo do espelho esférico empregado.
- a distância, em metros, do objeto ao vértice do espelho esférico.

11. (UNIFESP 2016) Na entrada de uma loja de conveniência de um posto de combustível, há um espelho convexo utilizado para monitorar a região externa da loja, como representado na figura. A distância focal desse espelho tem módulo

igual a 0,6 m e, na figura, pode-se ver a imagem de dois veículos que estão estacionados paralelamente e em frente à loja, aproximadamente a 3 m de distância do vértice do espelho.



(www.hsj.com.br. Adaptado.)

Considerando que esse espelho obedece às condições de nitidez de Gauss, calcule:

- a distância, em metros, da imagem dos veículos ao espelho.
- a relação entre o comprimento do diâmetro da imagem do pneu de um dos carros, indicada por d na figura, e o comprimento real do diâmetro desse pneu.

12. (UFU 2015) Uma pessoa projeta em uma tela a imagem de uma lâmpada, porém, em um tamanho quatro vezes maior do que seu tamanho original. Para isso, ela dispõe de um espelho esférico e coloca a lâmpada a 60 cm de seu vértice.

A partir da situação descrita, responda:

- Que tipo de espelho foi usado e permitiu esse resultado? Justifique matematicamente sua resposta.
- Se um outro objeto for colocado a 10 cm do vértice desse mesmo espelho, a que distância dele a imagem será formada?



13. (UERJ 2015) Um lápis com altura de 20 cm é colocado na posição vertical a 50 cm do vértice de um espelho côncavo. A imagem conjugada pelo espelho é real e mede 5 cm.

Calcule a distância, em centímetros, da imagem ao espelho.

14. (UERJ 2014) Um lápis é colocado perpendicularmente à reta que contém o foco e o vértice de um espelho esférico côncavo.

Considere os seguintes dados:

- comprimento do lápis = 10 cm;
- distância entre o foco e o vértice = 40 cm;
- distância entre o lápis e o vértice = 120 cm.

Calcule o tamanho da imagem do lápis.

15. (UNESP 2012) Observe o adesivo plástico apresentado no espelho côncavo de raio de curvatura igual a 1,0 m, na figura 1. Essa informação indica que o espelho produz imagens nítidas com dimensões

até cinco vezes maiores do que as de um objeto colocado diante dele.



figura 1

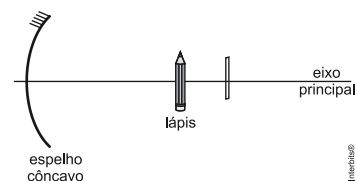
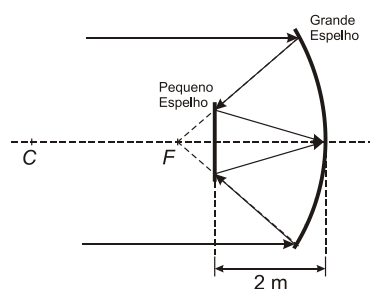


figura 2

Considerando válidas as condições de nitidez de Gauss para esse espelho, calcule o aumento linear conseguido quando o lápis estiver a 10 cm do vértice do espelho, perpendicularmente ao seu eixo principal, e a distância em que o lápis deveria estar do vértice do espelho, para que sua imagem fosse direita e ampliada cinco vezes.

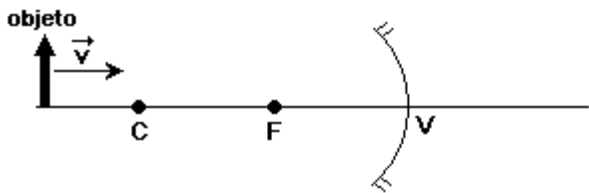
16. (UFJF 2011) A luz de um feixe paralelo de um objeto distante atinge um grande espelho, de raio de curvatura $R = 5,0$ m, de um poderoso telescópio, como mostra a figura ao lado. Após atingir o grande espelho, a luz é refletida por um pequeno espelho, também esférico e não plano como parece, que está a 2 m do grande. Sabendo que a luz é focalizada no vértice do grande espelho esférico, faça o que se pede nos itens seguintes.





- a. O objeto no ponto F, para o pequeno espelho, é real ou virtual? Justifique sua resposta.
- b. Calcule o raio de curvatura r do pequeno espelho.
- c. O pequeno espelho é côncavo ou convexo? Justifique sua resposta.

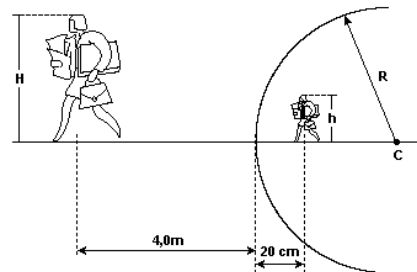
17. (UEG 2008) Conforme a ilustração a seguir, um objeto de 10 cm de altura move-se no eixo de um espelho esférico côncavo com raio de curvatura $R = 20$ cm, aproximando-se dele. O objeto parte de uma distância de 50 cm do vértice do espelho, animado com uma velocidade constante de 5 cm/s.



Responda ao que se pede.

- a. No instante $t = 2$ s, quais são as características da imagem formada? Justifique.
- b. Em qual instante a imagem do objeto se formará no infinito? Justifique.
- c. No instante $t = 7$ s, qual é a posição e tamanho da imagem formada? Justifique.

18. (UNICAMP 2008) Para espelhos esféricos nas condições de Gauss, a distância do objeto ao espelho, p , a distância da imagem ao espelho, p' , e o raio de curvatura do espelho, R , estão relacionados através da equação $(1/p) + (1/p') = 2/R$. O aumento linear transversal do espelho esférico é dado por $A = -p'/p$, onde o sinal de A representa a orientação da imagem, direita quando positivo e invertida, quando negativo. Em particular, espelhos convexos são úteis por permitir o aumento do campo de visão e por essa razão são frequentemente empregados em saídas de garagens e em corredores de supermercados. A figura a seguir mostra um espelho esférico convexo de raio de curvatura R . Quando uma pessoa está a uma distância de 4,0 m da superfície do espelho, sua imagem virtual se forma a 20 cm deste, conforme mostra a figura. Usando as expressões fornecidas acima, calcule o que se pede.



- a. O raio de curvatura do espelho.
- b. O tamanho h da imagem, se a pessoa tiver $H = 1,60$ m de altura.

19. (UFES 2007) O “Método de Pierre Lucie” ou “Método Gráfico das Coordenadas (MGC)” é um interessante processo gráfico para obter a abscissa associada à posição



da imagem de um objeto formada por um espelho ou uma lente esféricas. O método consiste em construir um par de eixos coordenados. Sobre o eixo das ordenadas, marcar um ponto referente à posição do objeto $P(0,p)$ e depois um ponto cujas coordenadas sejam a distância focal do espelho ou da lente, $F(f,f)$. Traçar uma reta passando por P e F . O ponto $P'(p',0)$ onde a reta intercepta o eixo das abscissa será a posição da imagem.

Usando o MGC,

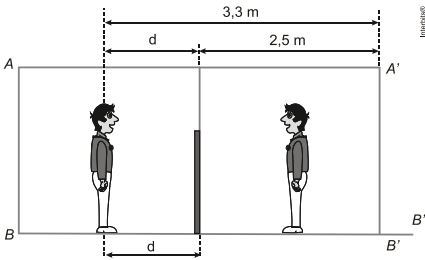
- obtenha a equação de Gauss;
- determine a posição e natureza da imagem de um objeto que se encontra a 2 cm do vértice de um espelho côncavo de distância focal de 3 cm.

ANOTAÇÕES



GABARITO

1. A imagem da parede (A'B') é simétrica em relação ao plano espelho e de mesmo tamanho, como mostra a figura.



Então:

Menor distância que o espelho deve ser movido verticalmente.

Sejam os pontos:

C e C' → topo da cabeça da pessoa e respectiva imagem;

G e G' → globo ocular e respectiva imagem;

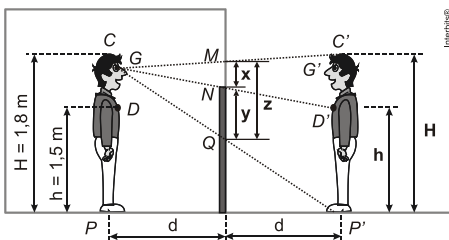
D e D' → detalhe na roupa e respectiva imagem;

P e P' → pé da pessoa e respectiva imagem;

M → para onde deve ser movida a extremidade superior do espelho;

N → extremidade superior do espelho;

Q → onde incide o raio que determina a imagem do pé da pessoa.



Usando semelhança de triângulos, calculamos a altura útil (z) do espelho para a pessoa possa ver sua imagem por inteiro.

$$\Delta GMQ \approx \Delta GC'P' \Rightarrow \frac{z}{d} = \frac{H}{2d} \Rightarrow z = \frac{1,8}{2} \Rightarrow z = 0,9 \text{ m.}$$

Calculando a altura (y) da parte do espelho para a pessoa ver da imagem de seu pé (P') até a imagem do detalhe (D'), também por semelhança de triângulos:

$$\Delta GNQ \approx \Delta GD'P' \Rightarrow \frac{y}{d} = \frac{h}{2d} \Rightarrow y = \frac{1,5}{2} \Rightarrow y = 0,75 \text{ m.}$$

A menor distância (x) que se deve mover o espelho para cima para que a pessoa possa ver sua imagem por inteiro é:

$$x + y = z \Rightarrow x = z - y = 0,90 - 0,75 = 0,15 \text{ m} \Rightarrow$$

$x = 15 \text{ cm.}$

2. Dados: H = 1,70 m; h = 1,55 m.

Considerando que o referido espelho seja plano, objeto e imagem são simétricos em relação ao plano do espelho. A figura ilustra a situação.

a. Seja y a distância da borda inferior do espelho ao solo e d a distância de Manuela ao espelho.

Por semelhança de triângulos:

$$\Delta NQP' \approx \Delta GPP' \Rightarrow \frac{y}{d} = \frac{h}{2d} \Rightarrow y = \frac{h}{2} = \frac{1,55}{2}$$

$y = 0,775 \text{ m.}$

b. Por semelhança de triângulos, encontra-se também a altura mínima x desse espelho:

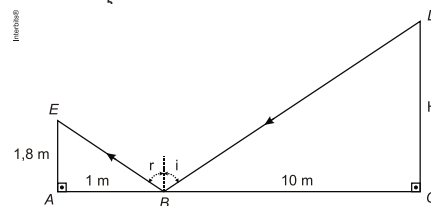
$$\Delta GMN \approx \Delta GC'P' \Rightarrow \frac{x}{d} = \frac{H}{2d} \Rightarrow x = \frac{H}{2} = \frac{1,70}{2} \Rightarrow$$

$x = 0,85 \text{ m.}$

A distância do topo do espelho ao solo é:

$$H_e = x + y = 0,85 + 0,775 \Rightarrow \text{H}_e = 1,625 \text{ m.}$$

3. a. A figura abaixo (fora de escala) ilustra a situação.



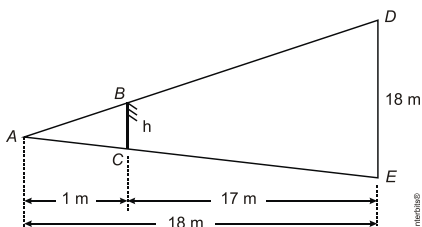


Como o ângulo de incidência é igual ao de reflexão, os triângulos ABE e BCD são semelhantes.

Então:

$$\frac{H}{10} = \frac{1,8}{1} \Rightarrow H = 18 \text{ m.}$$

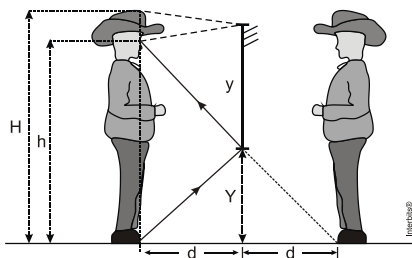
b. Observemos a figura (fora de escala):



Os triângulos ABC e ADE são semelhantes. Sendo h a altura do espelho, temos:

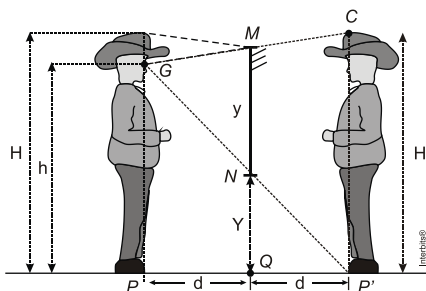
$$\frac{h}{1} = \frac{18}{18} \Rightarrow h = 1 \text{ m.}$$

4. a. A imagem é sempre simétrica do objeto. Para o observador, é como se o raio de luz viesse da imagem.



b. Dado: $y = 1 \text{ m.}$

Analisemos a figura a seguir.



Os triângulos GCP' e GMN são semelhantes:

$$\frac{H}{2d} = \frac{y}{d} \Rightarrow \frac{H}{2} = 1 \Rightarrow H = 2 \text{ m.}$$

c. Dado: $h = 1,60 \text{ m}$

Na mesma figura do item anterior, os triângulos NQP' e GPP' são semelhantes:

$$\frac{Y}{d} = \frac{h}{2d} \Rightarrow Y = \frac{h}{2} = \frac{1,6}{2} \Rightarrow Y = 0,8 \text{ m.}$$

d. Conforme pôde se verificar nos itens [B] e [C] o tamanho mínimo do espelho e a distância da base do espelho ao chão não dependem da distância (d) do rapaz ao espelho.

Portanto: $y' = y = 1 \text{ m}$ e $Y' = Y = 0,8 \text{ m.}$

5. Dado: $\alpha = 4 \text{ n.}$

O número de imagens (n) obtidas pela associação de dois espelhos planos que formam entre si um ângulo α (em graus) é dado pela expressão:

$$n = \frac{360}{\alpha} - 1, \text{ assim:}$$

$$n = \frac{360}{4 \text{ n}} - 1 \text{ (m.m.c = 4 n)} \Rightarrow$$

$$4 \text{ n}^2 = 360 - 4 \text{ n} \Rightarrow \text{n}^2 + \text{n} - 90 = 0.$$

Aplicando a fórmula de Bhaskara, temos:

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 360}}{2} = \frac{-1 \pm 19}{2}.$$

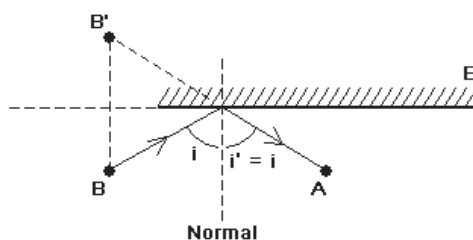
Ignorando a resposta negativa, temos:

$$n = \frac{18}{2} \Rightarrow n = 9.$$

Como:

$$\alpha = 4 \text{ n} \rightarrow \alpha = 36^\circ$$

6. Observe a figura a seguir:



$$7. D = \sqrt{[(3+2)^2 + 5^2]}$$

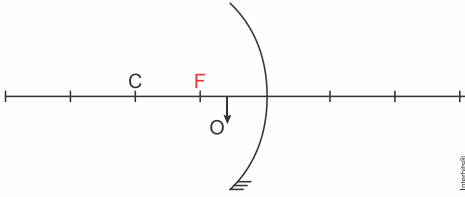
$$D = \sqrt{[(5)^2 + 5^2]}$$

$$D = \sqrt{[2 \cdot (5)^2]}$$

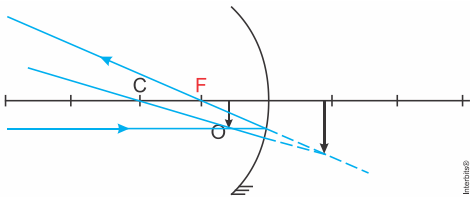
$$D = 5\sqrt{2} \text{ m}$$



8. a. O foco está no ponto médio entre o centro de curvatura do espelho e seu vértice, sendo assinalado na figura abaixo:



b. Determinação gráfica da imagem com no mínimo dois raios "notáveis", suas reflexões com seus respectivos prolongamentos:



c. Para determinar o tamanho da imagem, usamos a equação de Gauss e sua relação com o aumento:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{di} + \frac{1}{do} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{di} + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{di} \Rightarrow \frac{-2}{15} = \frac{1}{di} \therefore di = -7,5 \text{ cm}$$

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-di}{do} \Rightarrow \frac{i}{2} = \frac{-(-7,5)}{3} \therefore i = 5 \text{ cm}$$

Portanto, a imagem tem 5 cm de altura.

9.

$$p' = f$$

$$\frac{i}{o} = \frac{f}{p} \Rightarrow$$

$$i = \frac{f \cdot o}{p} \Rightarrow$$

$$i = \frac{20 \cdot 20}{100} \Rightarrow$$

$$i = 4,0 \text{ cm}$$

10. a. O único espelho esférico que fornece uma imagem ampliada e direita é o espelho côncavo. O objeto deve estar entre a distância focal e o espelho, portanto podemos também prever que a resposta para o item (b) é menor que 2 m.

b. Usando a equação de Gauss para os espelhos esféricos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{di} + \frac{1}{do}$$

sendo:

f = distância focal

di = distância da imagem

do = distância do objeto

E usando as seguintes convenções:

$$f \begin{cases} > 0, \text{ esp. côncavo} \\ < 0, \text{ esp. convexo} \end{cases}$$

$$di \begin{cases} > 0, \text{ imagem real} \\ < 0, \text{ imagem virtual} \end{cases}$$

Substituindo os valores fornecidos, temos:

$$\frac{1}{2 \text{ m}} = \frac{1}{-di} + \frac{1}{do} \quad (1)$$

Combinando a equação de Gauss com a relação de aumento em módulo A:

$$A = \left| \frac{i}{o} \right| = \left| \frac{di}{do} \right|$$

Em que:

i = tamanho da imagem

o = tamanho do objeto

$$A = \left| \frac{di}{do} \right| = 2 \therefore di = 2 do \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1):

$$\frac{1}{2 \text{ m}} = \frac{1}{-2 do} + \frac{1}{do} \xrightarrow{\text{multipl. (2 do)}} do = -1 + 2 \therefore do = 1 \text{ m}$$

11. Observação: Notar que por o espelho ser convexo, a distância focal é menor que zero (negativa).

a. Utilizando a equação de Gauss, temos que:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{-0,6} - \frac{1}{3}$$

$$p' = -0,5 \text{ m}$$

Assim, se a distância da imagem para o espelho é d:

$$d = |p'|$$

$$d = 0,5 \text{ m}$$

b. O que o item está questionando é o aumento transversal da lente. Assim,

$$A = \frac{i}{o} = \frac{d}{o} = \frac{-p'}{p} = \frac{-(-0,5)}{3}$$

$$\frac{d}{o} = \frac{1}{6}$$

12. a. Como a imagem é projetada em uma tela, ela é real, invertida e maior o espelho esférico usado é côncavo.

Justificativa:

O aumento da imagem ou ampliação (A) é representado por:



$$A = \frac{i}{o} = \frac{d_i}{d_o} \quad (1)$$

Em que i é a altura da imagem, o altura do objeto, d_i é a distância da imagem em relação ao vértice, d_o é a distância do objeto em relação ao vértice do espelho.

Temos a informação de que a imagem é quatro vezes maior que o objeto e que a distância do objeto é de 60 cm.

Substituindo na equação (1), obtemos a distância da imagem:

$$4 = \frac{d_i}{60 \text{ cm}} \Rightarrow d_i = 240 \text{ cm}$$

Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} \quad (2)$$

onde f é a distância focal do espelho e substituindo os valores d_i e d_o , calculamos f :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{240} + \frac{1}{60} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{5}{240} \Rightarrow f = 48 \text{ cm}$$

Confirmando assim o espelho côncavo, pois $f > 0$.

b. Tendo a distância focal e sabendo que agora o objeto será colocado a 10 cm do vértice do espelho, ou seja, entre o vértice e o foco, podemos concluir que a imagem será virtual sendo que a distância da imagem deverá ser negativa de acordo com as convenções de sinais adotadas para espelhos esféricos. Neste caso, a equação de Gauss (2) é suficiente para apresentar a solução.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

$$\frac{1}{48} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{48} - \frac{1}{10} = \frac{1}{d_i} \Rightarrow d_i = -\frac{480}{38} = -12,6 \text{ cm}$$

Sendo assim, a imagem está a 12,6 cm do vértice do espelho para “dentro do espelho”, sendo uma imagem virtual.

13. Dados: $h = 20 \text{ cm}$; $p = 50 \text{ cm}$; $h' = -5 \text{ cm}$.

Supondo que o referido espelho côncavo seja esférico, temos:

$$\frac{p'}{p} = \frac{-h'}{h} \Rightarrow \frac{p'}{50} = \frac{-(-5)}{20} \Rightarrow \boxed{p' = 12,5 \text{ cm.}}$$

14. Dados: $f = 40 \text{ cm}$; $p = 120 \text{ cm}$; $h = 10 \text{ cm}$.

Aplicando as equações dos espelhos esféricos:

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \Rightarrow p' = \frac{p f}{p - f} = \frac{120 \cdot 40}{80} \Rightarrow p' = 60 \text{ cm.}$$

$$\frac{h'}{h} = \left| \frac{p'}{p} \right| \Rightarrow \frac{h'}{10} = \frac{60}{120} \Rightarrow h' = 5 \text{ cm.}$$

15. Dados: $R = 1 \text{ m}$; $p_1 = 10 \text{ cm}$; $A_2 = 5$.
A distância focal desse espelho é:

$$f = \frac{R}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m} \Rightarrow f = 50 \text{ cm.}$$

Para o objeto a 10 cm do espelho, o aumento (A_1) pode ser calculado pela equação do aumento linear transversal:

$$A_1 = \frac{f}{f - p_1} = \frac{50}{50 - 10} = \frac{50}{40} \Rightarrow A_1 = 1,25.$$

Para que a imagem fosse direita e ampliada cinco vezes o aumento seria $A_2 = +5$. Para tal, a distância do objeto ao espelho seria p_2 .

Aplicando novamente a expressão do aumento:

$$A_2 = \frac{f}{f - p_2} \Rightarrow 5 = \frac{50}{50 - p_2} = 50 - p_2 = 10 \Rightarrow p_2 = 40 \text{ cm.}$$

16. a. Ponto Objeto (PO) é vértice de feixe Incidente no sistema óptico. Pode ser classificado em:

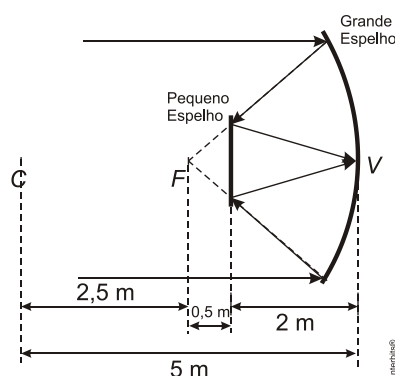
PO Real \Rightarrow vértice de feixe incidente, divergente;

PO Virtual \Rightarrow vértice de feixe incidente, convergente;

PO Impróprio \Rightarrow vértice de feixe incidente, cilíndrico.

O ponto F é vértice de feixe convergente e incidente no pequeno espelho, comportando-se, então, para esse espelho como um Ponto Objeto Virtual.

b.





Como se trata de espelhos gaussianos, o foco F situa-se no ponto médio entre o centro de curvatura C e o vértice V.

$$\overline{CF} = \overline{FV} = \frac{\overline{CV}}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

Por isso a distância a distância focal do grande espelho é 2,5 m, uma vez que o feixe nele incidente é cilíndrico (todo raio que incide paralelo ao eixo principal reflete passando pelo foco principal).

O ponto F, de acordo com a figura acima, está a 2,5 m de V e a 0,5 m do vértice do pequeno espelho. Como ele é ponto objeto virtual, de acordo com o referencial de Gauss, sua abscissa é negativa ($p = -0,5$ m). O ponto imagem real conjugado pelo pequeno espelho forma-se no vértice V do grande espelho. Então $p' = +2$ m.

Aplicando a equação dos pontos conjugados:

$$f = \frac{p \times p'}{p + p'} = \frac{-0,5(2)}{-0,5 + 2} = \frac{-1}{1,5} \Rightarrow f = -\frac{2}{3} \text{ m.}$$

Como o raio de curvatura (r) é igual ao dobro do módulo da abscissa focal, vem:

$$r = 2|f| = 2 \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \text{ m} \Rightarrow r \approx 1,3 \text{ m.}$$

c. Novamente, de acordo com o referencial de Gauss:

Espelho côncavo: $f > 0$;

Espelho convexo: $f < 0$;

Ora, no item anterior, obtivemos para o pequeno espelho $f = -2/3$ m. Logo, ele é convexo.

17. a. $x = 5,0$ t.

Para $t = 2,0$ s $\rightarrow x = 10$ cm.

Assim, em $t = 2,0$ s, o objeto estará a 40 cm do vértice do espelho, ou seja, ele estará antes do centro de curvatura C do espelho.

Para um objeto que se encontra antes do centro de curvatura de um espelho côncavo, as características da imagem formada são: real, invertida e menor.

b. Para que a imagem se forme no infinito (imagem imprópria) o objeto deve se encontrar no foco do espelho. Portanto, ele deverá percorrer 40 cm. Assim, teremos:

$$x = 5,0 \text{ t}$$

$$40 = 5,0 \text{ t} \rightarrow t = 8,0 \text{ s.}$$

c. Distância percorrida pelo objeto em 7 s:

$$x = 5,0 \text{ t}$$

$$x = 5,0 \cdot 7,0 = 35 \text{ cm}$$

Logo a posição do objeto será: $p = 15$ cm.

Calculando a posição da imagem formada usando a relação:

$$\left(\frac{1}{p}\right) + \left(\frac{1}{p'}\right) = \frac{1}{f}$$

Utilizamos o fato de que $f = R/2$

$$p' = 30 \text{ cm}$$

Em $t = 7,0$ s o objeto se encontra entre o foco e o Centro de Curvatura e, portanto, sua imagem será real, maior e invertida.

O cálculo do tamanho da imagem formada pode ser realizado utilizando a equação para ampliação da imagem, dada por:

$$A = i/o = p'/p$$

$$i/10 = - [(30)]/15$$

$$i = - 20 \text{ cm}$$

Nesta equação i e o são os tamanhos da imagem e do objeto, respectivamente. O sinal negativo indica que a imagem formada é invertida.

18. a. Expressão de Gauss

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Não esqueça que se a imagem é virtual $p' = -20 \text{ cm} = -0,2 \text{ m}$ e que se o espelho é convexo à distância focal também.

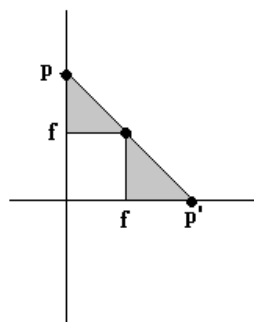
Logo:

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{4} + \frac{1}{-(0,2)} \rightarrow \frac{2}{R} = \frac{1}{4} - \frac{10}{2} \rightarrow \frac{2}{R} = -\frac{1-20}{4} \rightarrow R = \frac{8}{19} \text{ m}$$

b. A ampliação é

$$\left|\frac{i}{o}\right| = \left|\frac{p'}{p}\right| \rightarrow \frac{h}{1,6} = \frac{0,2}{4} \rightarrow h = 0,08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

19. a. Os triângulos sombreados são semelhantes.





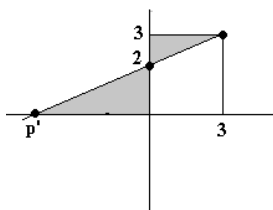
Portanto:

$$\frac{p-f}{f} = \frac{f}{p'-f} \rightarrow pp' - p'f - pf + f^2 = f^2 \rightarrow pp' = p'f + pf$$

Dividindo por $pp'f$, vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

b. Aplicando o MGC.



Os triângulos sombreados são semelhantes, portanto:

$$\frac{-p'}{2} = \frac{3}{1} \rightarrow p' = -6,0\text{cm} \rightarrow \text{virtual}$$

$$A = \frac{-p'}{p} = 6 > 0 \rightarrow \text{direita}$$

ANOTAÇÕES
