GUIA DE SOBREVIVÊNCIA

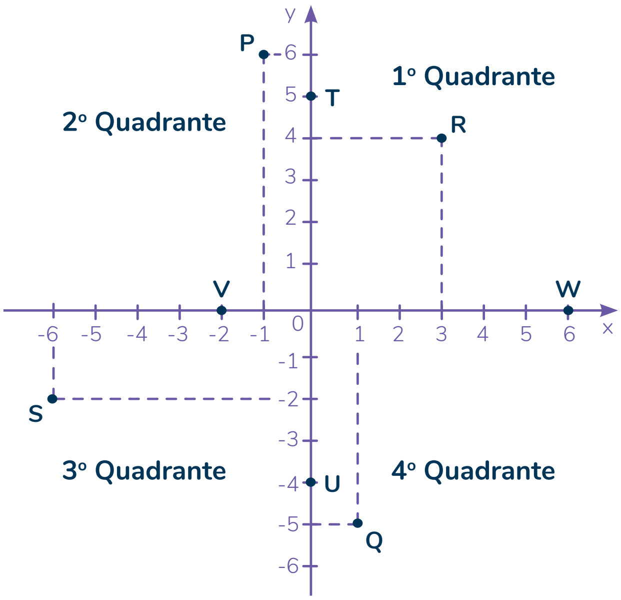
Funções

GUIA DE SOBREVIVÊNCIA

Produto Cartesiano e Plano Cartesiano

Dados dois conjuntos A e B, o **produto cartesiano entre A e B**, denotado por A x B, é o conjunto $A\times B=\{(x,y)\ /x\in A \text{ e } y\in B\}$.

Os elementos desse conjunto são chamados de **pares ordenados**, que são vistos como as coordenadas de um ponto no **plano cartesiano**.



Os pontos W,T,U e V não pertencem a nenhum quadrante pois estão localizados sobre os eixos.

Função

Dados dois conjuntos A e B não vazios, uma função f de A em B é uma relação que a cada elemento de A associa um único elemento de B.

Notação: $f: A\longrightarrow B$ e lemos "f de A em B"
$x\mapsto y$ e lemos "x é levado em y".

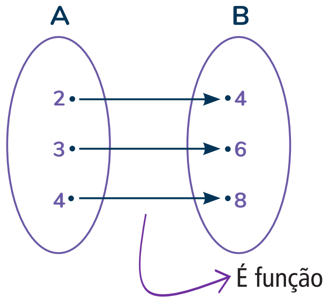
Variável independente

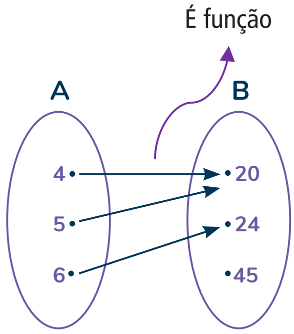
Variável dependente
$y=f(x)$: y é imagem de x pela função

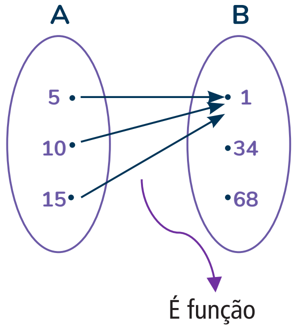
- **Domínio:** conjunto de partida - $Dm(f)$.
- **Contradomínio:** conjunto de chegada - $CD(f)$.
- **Imagem:** elementos do contradomínio que se relacionam com os elementos do domínio - $Im(f)$.

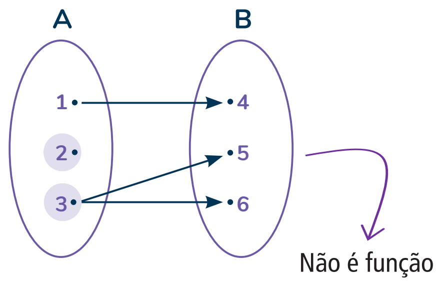
$Im\subset CD$

Obedece ao seguinte: um elemento de A não pode se ligar a mais do que um elemento de B e não pode ter um elemento de A sem ter ligação com algum elemento em B.









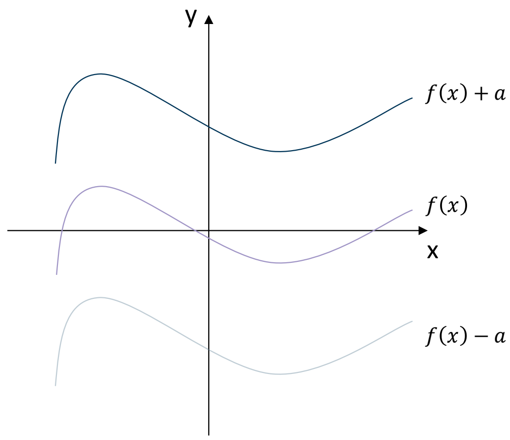
Lei de Formação: estabelece de qual forma os elementos do domínio e do contradomínio se relacionam.

Estudo do Domínio da Função:

- **Lei de Formação com Fração:** denominador não pode ser igual a zero;
- **Lei de Formação com Raiz de Índice Par:** radicando não pode ser negativo;
- **Lei de Formação com Raiz de Índice Par no Denominador:** denominador tem que ser diferente de zero e não pode ser negativo.

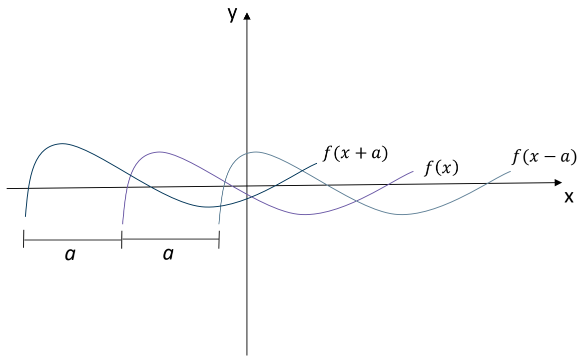
Raiz de uma Função: conjunto dos valores de x que fazem com que $f(x) = 0$.

Translação de Funções:



↑ $f(x) + a$, com $a > 0 \Rightarrow$ o gráfico é transladado a unidades para cima.

↓ $f(x) - a$, com $a > 0 \Rightarrow$ o gráfico é transladado a unidades para baixo.

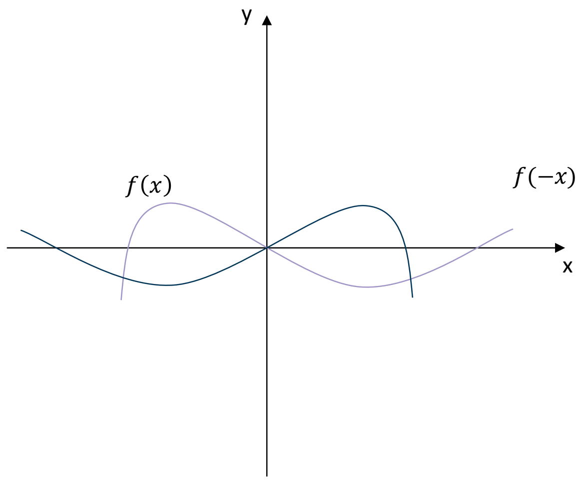


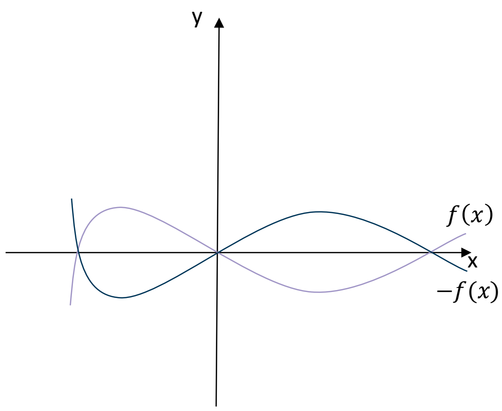
→ $f(x - a)$, com $a > 0 \Rightarrow$ o gráfico é transladado a unidades para a direita.

← $f(x + a)$, com $a > 0 \Rightarrow$ o gráfico é transladado a unidades para a esquerda.

Reflexão de Funções:

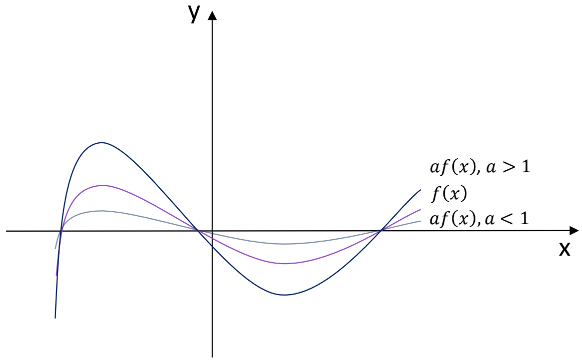
- $f(-x) \Rightarrow$ o gráfico sofre uma reflexão em torno do eixo y;
- $-f(x) \Rightarrow$ o gráfico sofre uma reflexão em torno do eixo x.





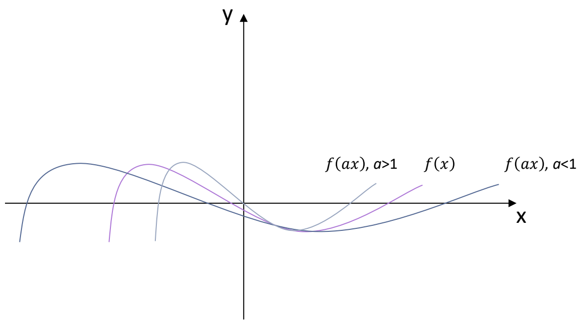
Amplitude:

- $af(x)$, com $a < 1 \Rightarrow$ o gráfico sofre um encolhimento na direção vertical;
- $af(x)$, com $a > 1 \Rightarrow$ o gráfico sofre um alongamento na direção vertical.



Alongamento:

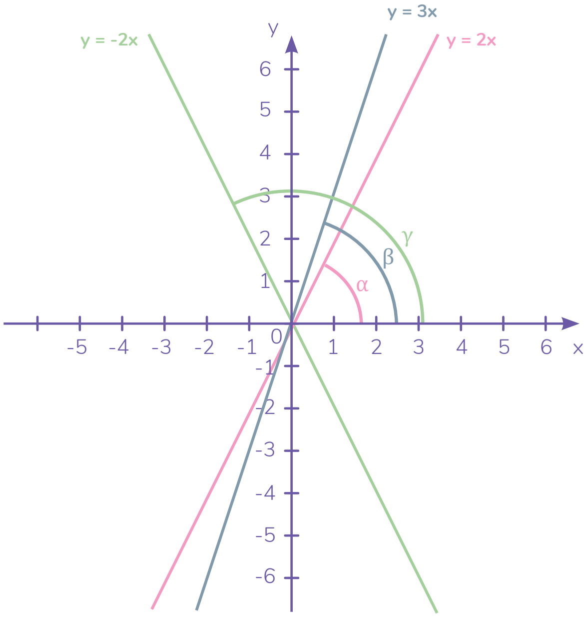
- $f(ax)$, com $a < 1 \Rightarrow$ o gráfico sofre um alongamento na direção horizontal;
- $f(ax)$, com $a > 1 \Rightarrow$ o gráfico sofre um encolhimento na direção horizontal.



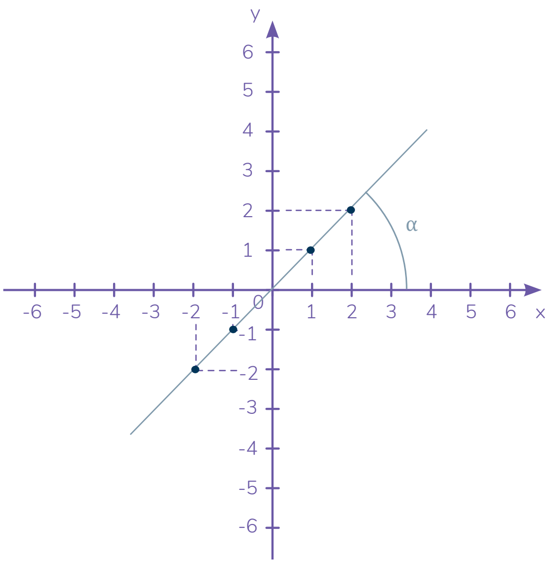
Função Afim

Chamamos de função afim a toda função f:ℝ→ℝ da forma $f(x) = ax + b$.

- Se $a = 0$ e $b \neq 0$ temos uma **função constante.**
- Se $a \neq 0$ temos uma **função do 1° grau.**
- Se $a \neq 0$ e $b = 0$ temos uma **função linear.**
- Nas funções lineares os valores de x e y são **diretamente proporcionais.**
- **Toda** função linear tem como gráfico uma reta que passa pela origem do sistema de coordenadas.



- Função Identidade: f:ℝ → ℝ ; $f(x) = x$.

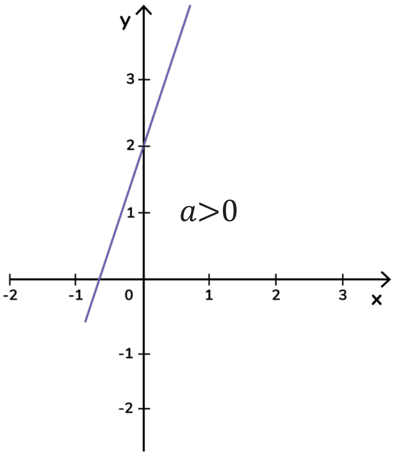


Função do 1º Grau

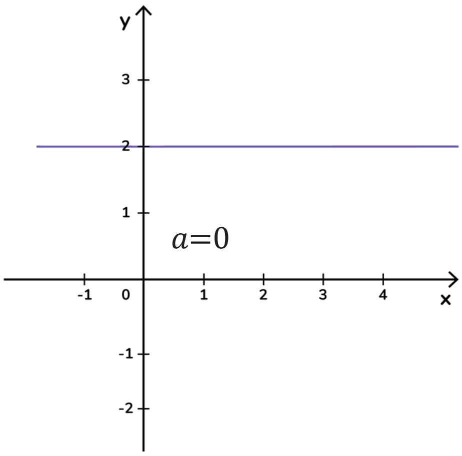
Chamamos de função polinomial de primeiro grau a toda função f:ℝ → ℝ da forma $f(x)=ax+b$, com $a \neq 0$.

Seu gráfico também é uma reta.

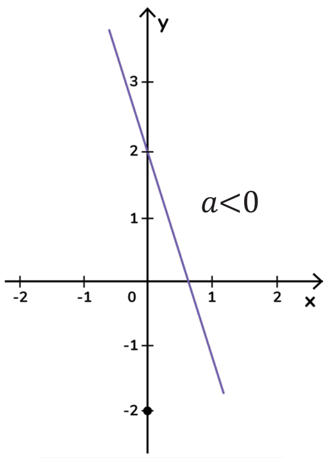
a: coeficiente angular - tangente do ângulo que a reta forma com o eixo x.



reta crescente

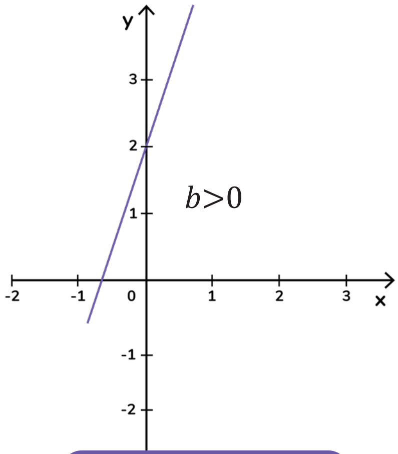


reta horizontal

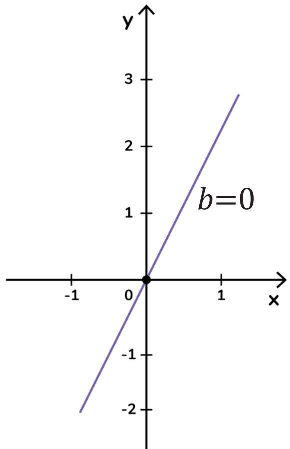


reta decrescente

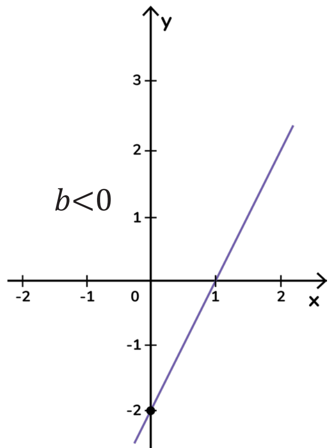
b: coeficiente linear - onde a reta cruza o eixo y.



acima da origem



na origem



abaixo da origem

Raiz da Função: $f(x) = 0 \Rightarrow x = -\dfrac{b}{a}$

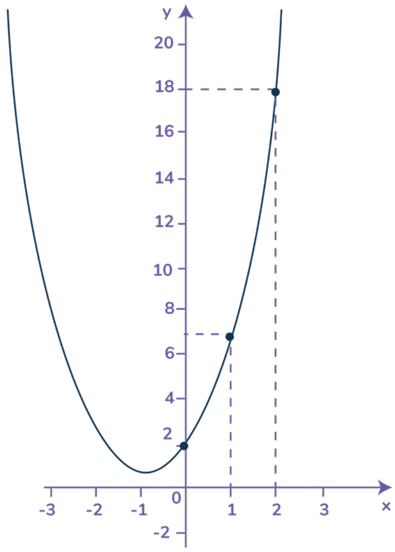
Função do 2º Grau

Chamamos de função polinomial de segundo grau a toda função $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ da forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c\text{, com } a \neq 0.$$

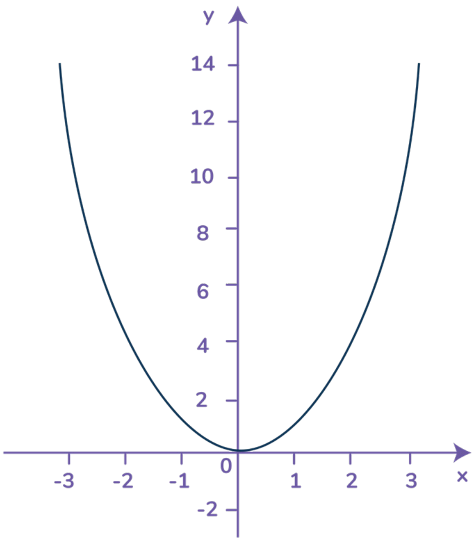
Também pode ser chamada de **função quadrática.**

Seu gráfico é uma parábola.

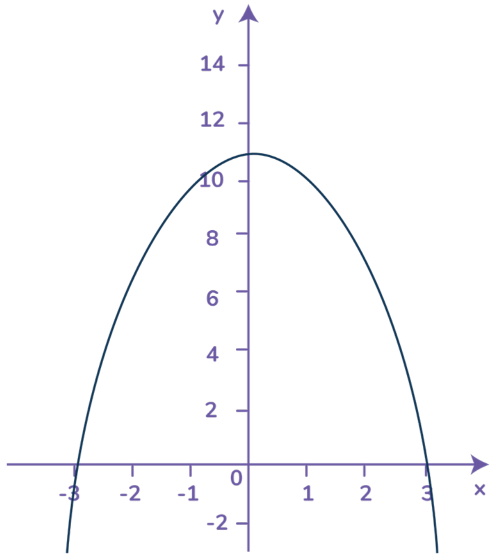


Valor dos Coeficientes

O valor de $\boldsymbol{a}$ na lei de formação determina a **concavidade da parábola**.

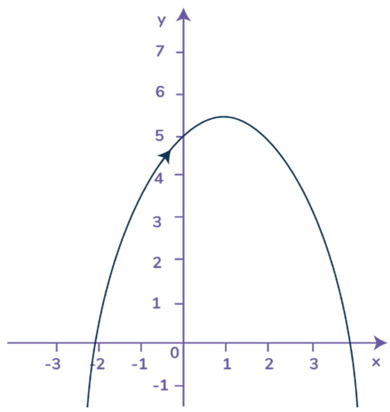


$a>0$

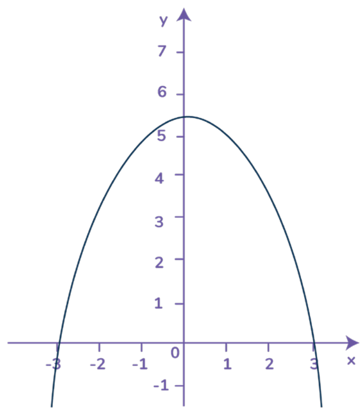


$a<0$

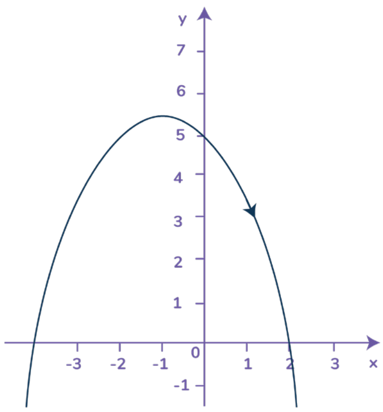
O sinal de $\boldsymbol{b}$ nos diz **de que forma** a parábola corta o eixo y:



$b > 0$



$b = 0$



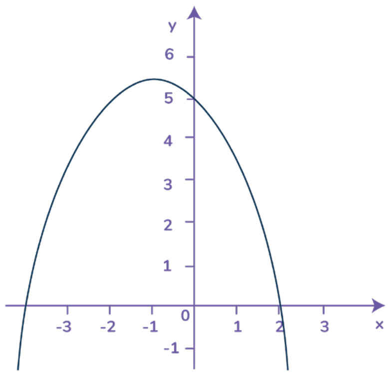
$b < 0$

▶ Quando $b > 0$, a parábola corta o eixo y subindo;

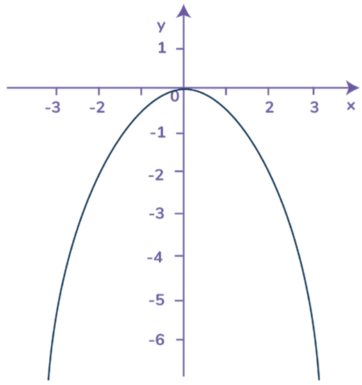
▶ Quando $b = 0$, a parábola tem o eixo de simetria no eixo y;

▶ Quando $b < 0$, a parábola corta o eixo y descendo.

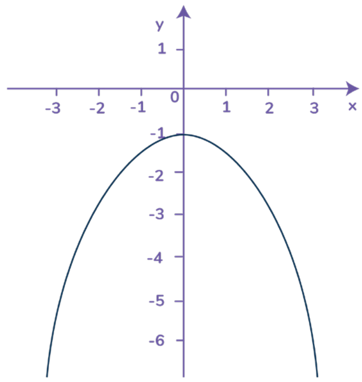
O sinal de ***c*** nos diz se a parábola corta o eixo y **acima ou abaixo da origem** ou, ainda, sobre o eixo x:



$c > 0$



$c = 0$



$c < 0$

▶ Quando $c > 0$, a parábola corta o eixo y acima da origem;

▶ Quando $c = 0$, a parábola corta o eixo y na origem;

▶ Quando $c < 0$, a parábola corta o eixo y abaixo da origem.

Encontramos as raízes de uma função quadrática usando a **Fórmula de Bhaskara**:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

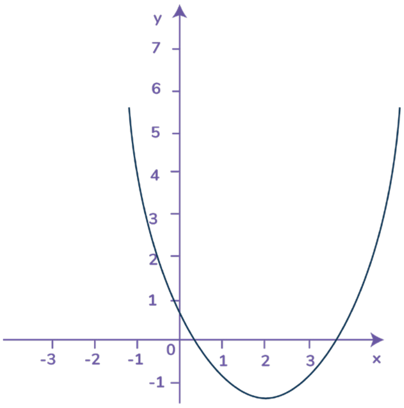
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

e

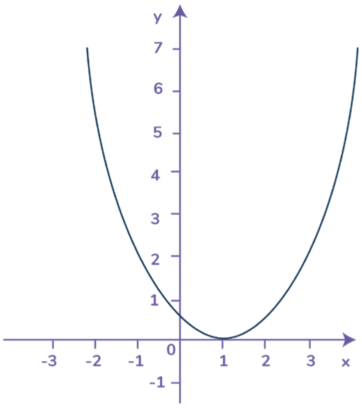
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

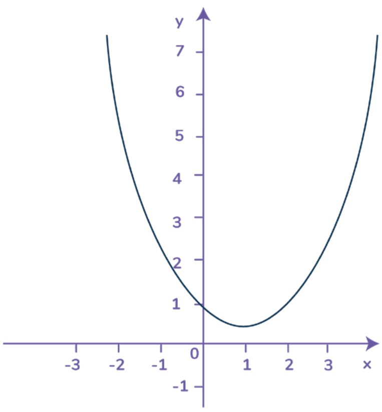
- $\Delta>0$: A função admite duas raízes reais e distintas;
- $\Delta=0$: A função admite duas raízes reais, porém iguais;
- $\Delta<0$: A função não admite raízes reais.



$\Delta>0$



$\Delta=0$



$\Delta<0$

Ou por **Soma e Produto**:

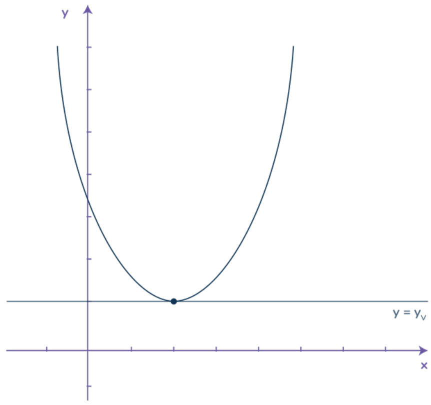
Soma:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Produto:

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

Dada uma função quadrática $f(x)$, o vértice da parábola corresponde ao ponto no qual o gráfico de $f(x)$ muda de sentido.



Coordenadas:

$$x_V = -\frac{b}{2a} \quad \text{e} \quad y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$\downarrow$$

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

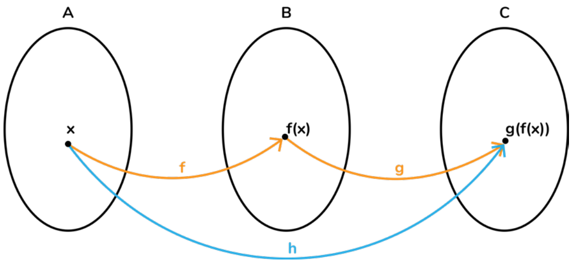
O x_V também pode ser calculado através da **média aritmética das raízes** e o y_V também pode ser calculado **substituindo** o x_V na lei de formação.

Se V é o vértice de uma parábola que possui $a<0$, então V é chamado de **ponto máximo da função**, sendo sua ordenada o **valor máximo de f**.

Se V é o vértice de uma parábola que possui $a>0$, então V é chamado de ponto mínimo da função, sendo sua ordenada o **valor mínimo de f**.

Função Composta

Sejam A, B e C conjuntos não vazios e funções f: A → B e g: B → C. A função h: A → C dada por $h(x) = g(f(x))$ é chamada de função composta de g com f e é indicada por $g \circ f$.



Preste atenção:

- Dadas duas funções f e g, existe a composição entre f e g se, e somente se,

$$Im(f) \subset Dm(g).$$

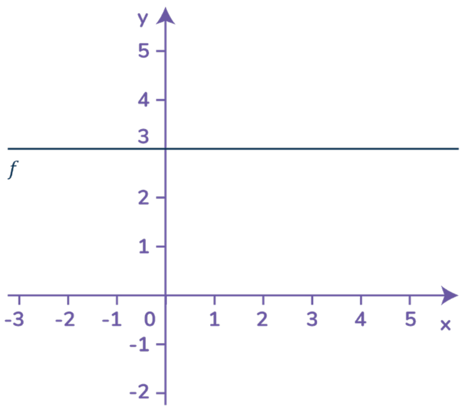
- A composição de funções não é comutativa, isto é, $f \circ g = g \circ f$ não ocorre necessariamente.

Inequações

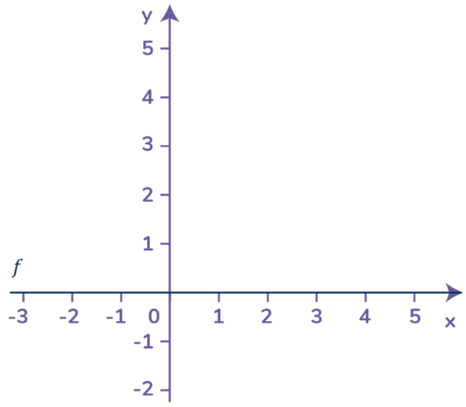
Seja f uma função de domínio D. Dizemos que:

- f é positiva em x, com $x \in$ D, se e somente se $f(x) > 0$;
- f é anulada em x, com $x \in$ D, se e somente se $f(x) = 0$;
- f é negativa em x, com $x \in$ D, se e somente se $f(x) < 0$.

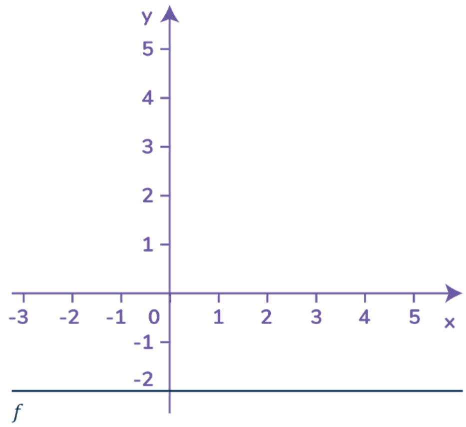
Se f é uma **função constante**, f é apenas positiva, apenas negativa ou nula em todos os pontos.



Apenas Positiva

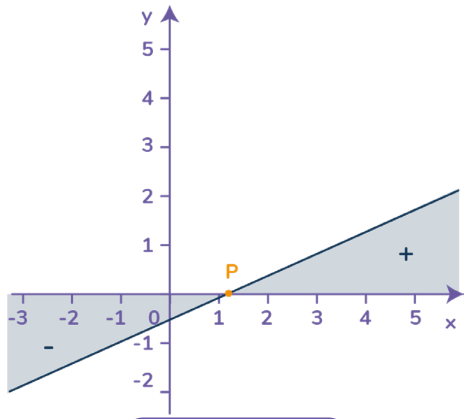


Nula em todos os pontos

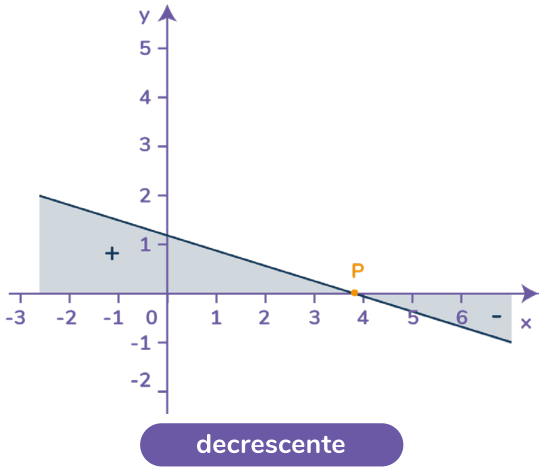


Apenas Negativa

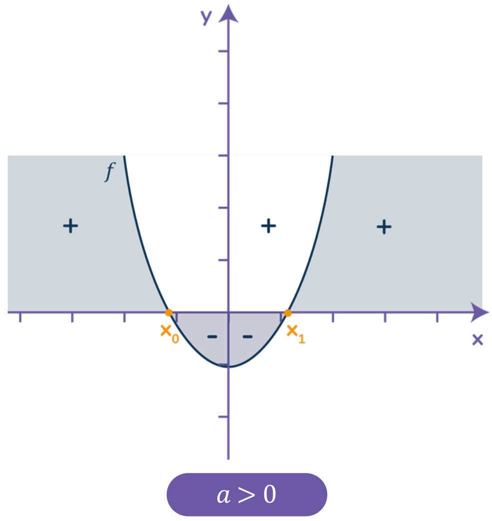
Se f for uma **função afim não constante**, então:

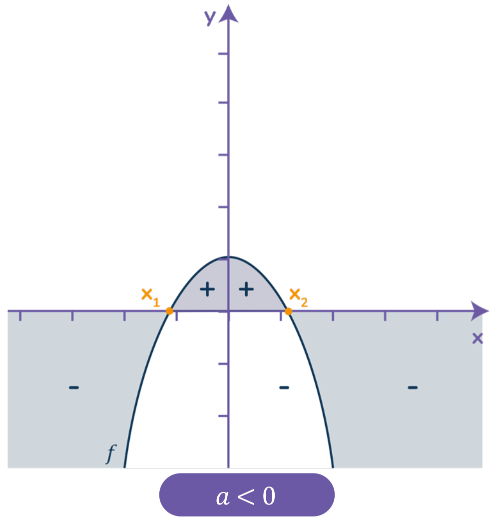


crescente



Se f for uma **função quadrática**, então:

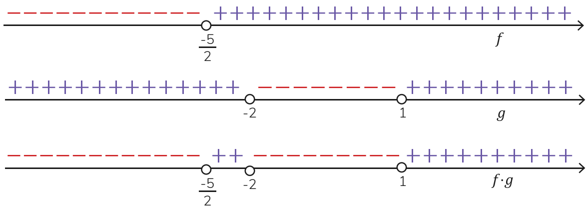




Inequação Produto: compara um produto de duas funções com o número zero:

- $f(x) \cdot g(x) > 0;$
- $f(x) \cdot g(x) \geq 0;$
- $f(x) \cdot g(x) < 0;$
- $f(x) \cdot g(x) \leq 0;$
- $f(x) \cdot g(x) \neq 0;$

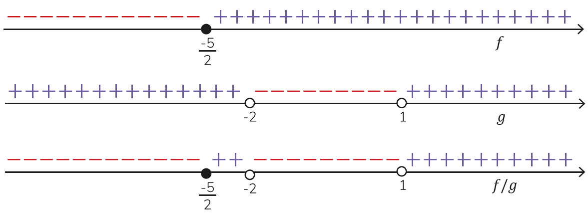
$$\underbrace{\overbrace{(2x+5)}^{f} \cdot \overbrace{(x^2+x-2)}^{g}}_{f \cdot g} > 0$$



Inequação Quociente: compara um quociente de duas funções com o número zero:

- $\dfrac{f(x)}{g(x)} > 0;$
- $\dfrac{f(x)}{g(x)} \geq 0;$
- $\dfrac{f(x)}{g(x)} < 0;$
- $\dfrac{f(x)}{g(x)} \leq 0;$
- $\dfrac{f(x)}{g(x)} \neq 0.$

$$\frac{f}{g}\left\{ \frac{\overbrace{2x+5}^{f}}{\underbrace{x^2+x-2}_{g}} \right. \geq 0$$



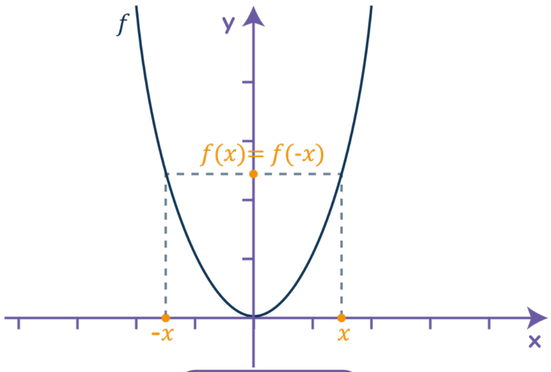
Funções

Paridade de Funções

Função Par: $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é par se para todo x em seu domínio vale que $f(-x) = f(x)$.

Na função par, **domínios opostos** geram **imagens iguais.**

O gráfico de uma função par é simétrico em relação ao eixo y.

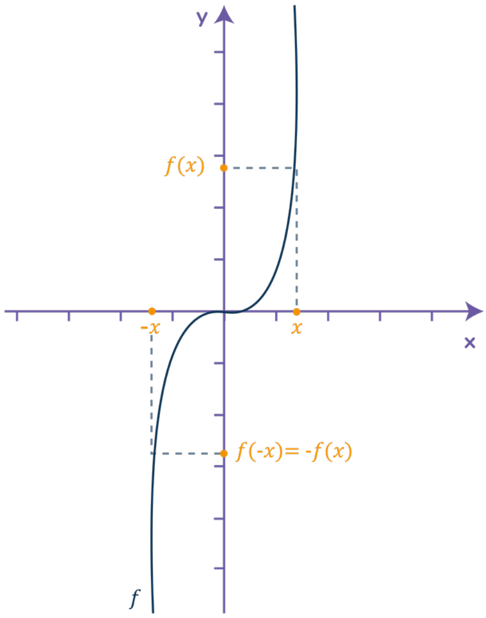


$f(x)=x^2$

Função Ímpar: $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é ímpar se para todo x em seu domínio vale que $f(-x) = -f(x)$.

Na função ímpar, **domínios opostos** geram **imagens opostas.**

O gráfico de uma função ímpar é simétrico em relação à origem.



$f(x)=x^3$

Existem funções que não são pares nem ímpares, as chamadas funções **sem paridade.**

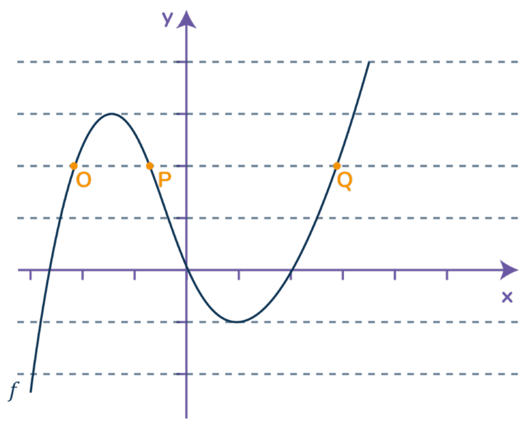
- Seja $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função polinomial. Então, são válidas:
- Se f tem apenas expoentes pares, então f é uma função par.
- Se f tem apenas expoentes ímpares, então f é uma função ímpar.
- Se f tem expoentes pares e ímpares, então f não tem paridade.

Classificação de Funções

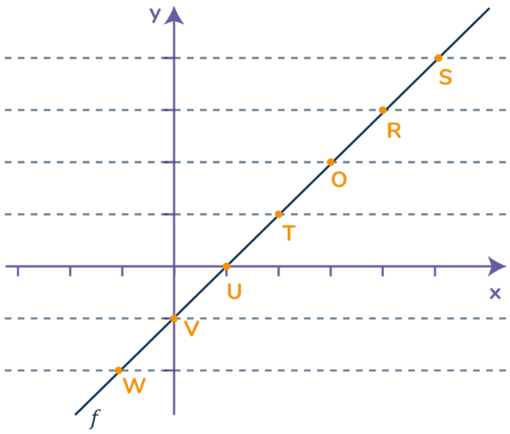
Função Injetora (Injetiva): $f:A \to B$ é injetora se for válida a condição de que para quaisquer $x_1, x_2 \in A$, temos $f(x_1)=f(x_2) \to x_1=x_2$.

Definição equivalente: $f:A \to B$ é injetora se for válida a condição de que para quaisquer $x_1, x_2 \in A$, temos $x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)$.

Para vermos se uma função é injetora a partir de seu gráfico, traçamos linhas horizontais (paralelas ao eixo x) e vemos quantas vezes cada uma dessas linhas cruza o gráfico da função. Uma função será injetora se, e somente se, cada uma dessas linhas interceptar o gráfico em, **no máximo, um ponto**.



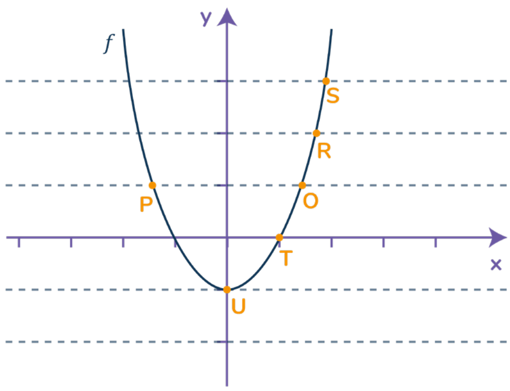
Não é injetora



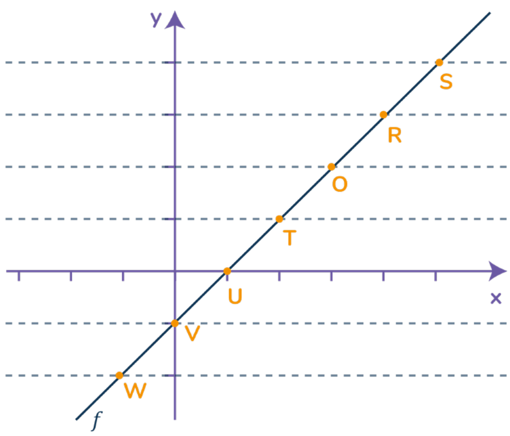
É injetora

Função Sobrejetora (Sobrejetiva): f:A→B é sobrejetora quando sua imagem for igual ao seu contradomínio.

Para vermos se uma função é sobrejetora, traçamos linhas horizontais e avaliamos se todas as linhas cruzam o gráfico, de acordo com o contradomínio da função. Uma função será sobrejetora se, e somente se, **todas** as linhas horizontais cruzarem seu gráfico.



Não é sobrejetora se o CD for $\mathbb{R}$



É sobrejetora

Função Bijetora (Bijetiva): f:A → B é bijetora quando for simultaneamente injetora e sobrejetora.

Função Inversa

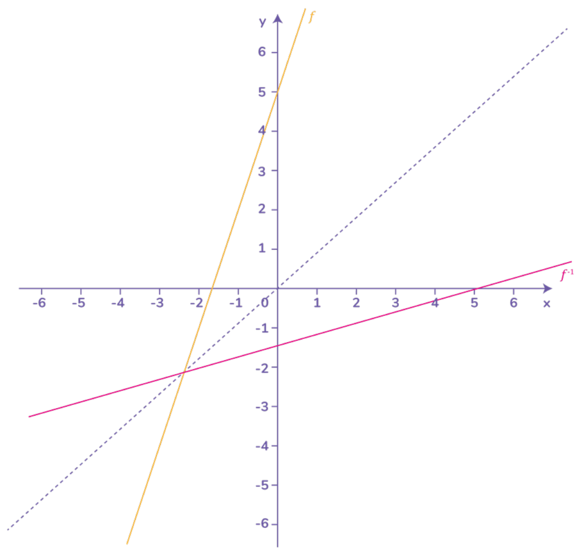
Seja f: A→B uma função **bijetora**. A inversa de f é a função f^{-1}: B→A tal que $f(x)=y \leftrightarrow f^{-1}(y)=x$. Neste caso, dizemos que f é **inversível**.

Preste atenção:

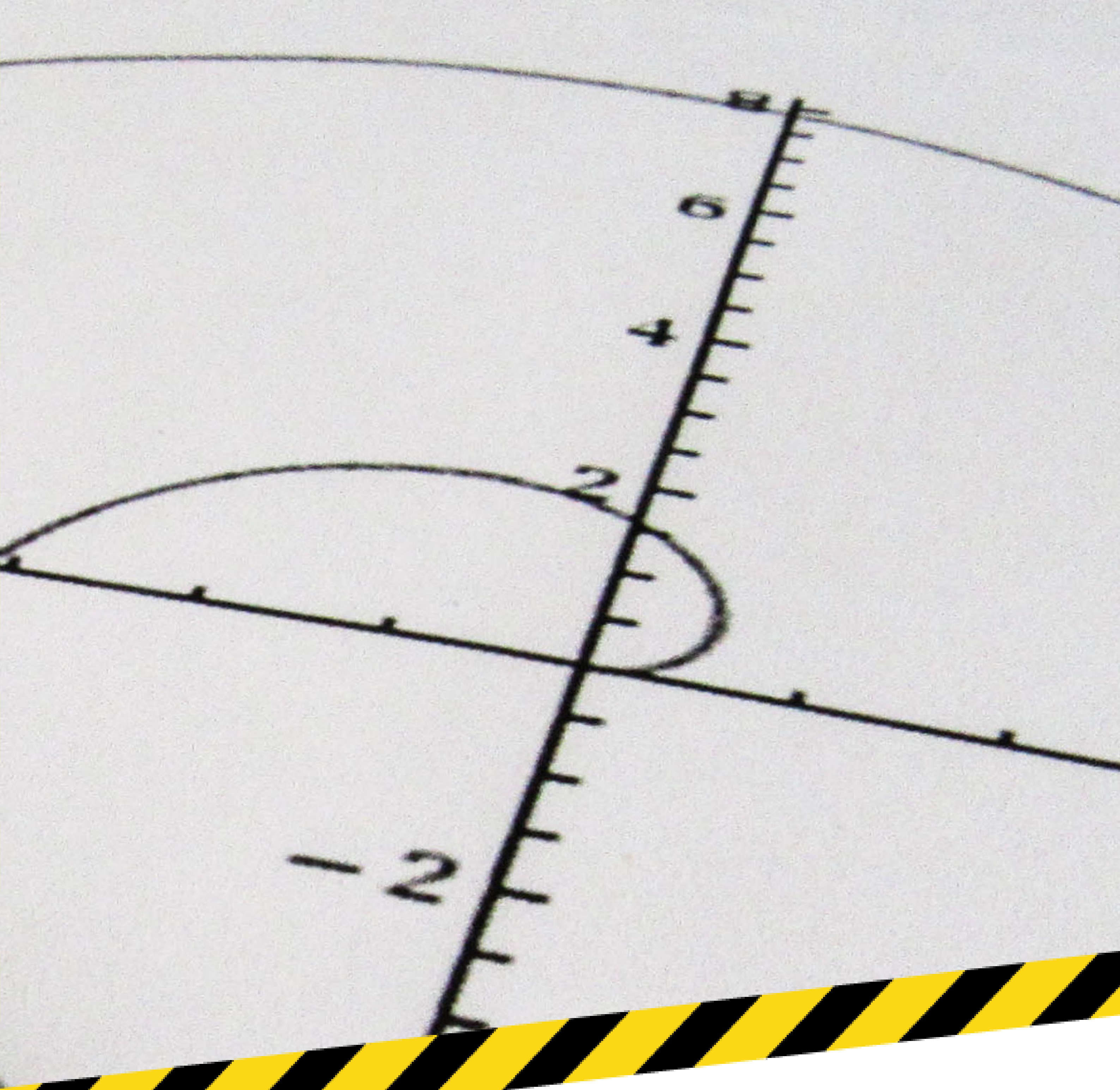
- Só podemos inverter funções **bijetoras**.
- Se f é inversível, então $Dm(f)=Im\ (f^{-1})$ e $Dm(f^{-1})=Im\ (f)$.

Para encontrar a inversa de uma função, trocamos x por y e y por x e isolamos y. No final, trocamos y por $f^{-1}(x)$.

$$f(x) = 4x + 5 \Leftrightarrow y = 4x + 5 \Leftrightarrow x = 4y + 5 \Leftrightarrow x - 5 = 4y \Leftrightarrow y = \frac{x-5}{4} \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-5}{y}$$



O gráfico de uma função e o gráfico de sua função inversa são **simétricos** em relação à **bissetriz dos quadrantes ímpares**.



contato@biologiatotal.com.br
/biologiajubilut
Biologia Total com Prof. Jubilut
@paulojubilut
@Prof_jubilut
biologiajubilut
+biologiatotalbrjubilut