RELAÇÕES E FUNÇÕES

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Dadas as relações em $\Re$ definidas por:
$A = \{(x, y) \in \Re^2 \mid y = |x|\}$ e $B = \{ (x, y) \in \Re^2 \mid y = x^2\}$, descreva as relações:
a) $A \cap B$;
b) $A \cup B$;
c) A^{-1};
d) B^{-1};
e) BoA.

2. Dado o conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, considere os pares (x, y) e a relação R, tais que: $x \in A$, $y \in A$, $xRy \Leftrightarrow 1 \le x + y \le 3$. Escreva os pares (x, y) que pertencem ao produto cartesiano $A \times A$ e que satisfazem a relação R.

3. (OBM) Seja f uma função definida para todo x real, satisfazendo as condições:

$$\begin{cases} f(3) = 2 \\ f(x+3) = f(x) \cdot f(3) \end{cases}$$

Então, f(–3) vale:
a) –6
b) 0
c) $\frac{1}{2}$
d) 2
e) –1

4. (OBM) Para todo n natural definimos a função f por:

$f(n) = \frac{n}{2}$ se n é par,

$f(n) = 3n + 1$ se n é ímpar.

O número de soluções da equação $f(f(f(n))) = 16$ é:
a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

5. (OBM) Seja f uma função real que tem as seguintes propriedades:
i) Para todos x, y reais, $f(x + y) = x + f(y)$;
ii) $f(0) = 2$.
Quanto vale $f(2000)$?
a) 0
b) 2
c) 1998
d) 2000
e) 2002

6. (OBM) A função f é definida para todos os pares ordenados $(x; y)$ de inteiros positivos e tem as seguintes propriedades: $f(x; x) = x$; $f(x; y) = f(y; x)$; $(x + y)f(x; y) = (2x + y)f(x; x + y)$. Qual é o valor de $f(21; 12)$?
a) $\frac{7}{4}$
b) $\frac{4}{7}$
c) $\frac{11}{6}$
d) $\frac{6}{11}$
e) $\frac{1}{2003}$

7. Sejam as relações F e G abaixo, definidas em $A = \{1,2,3,4,5\}$:
$F = \{(1, 3), (2, 4), (3, 3), (4, 3), (5, 4)\}$
$G = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3), (4, 5), (3, 4)\}$;
a) Quais das relações acima são funções?
b) Defina pelo conjunto de pares ordenados a relação composta de F com G.

8. Determinar o domínio das seguintes funções:
a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$
b) $g(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$
c) $h(x) = \sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$

9. Sejam as funções reais de variável real f e g, definidas por $f(x) = \dfrac{5x-3}{4x+1}$ e $g(x) = \dfrac{3}{x}$.

Pede-se:
a) obter as leis que definem gof e fog
b) calcular $gof(2)$ e $fog(2)$

10. Determinar a função inversa de $f(x) = x^5 + 1$
11) Dada a função real de variável real $f(x) = ax^2 + bx + c$, pede-se:
a) obter $f(x + 1)$
b) obter $f(-x)$
c) determinar a, b, c de modo que se tenha $f(x + 1) = f(-x)$

12. Se $f(2x+1) = \dfrac{x}{x^2+1}$, determinar $f(x-1)$.

13. Se $f(x) = 4x + 1$ e $f(g(x)) = x^2 + 1$, determinar a função $g(x)$

14. Seja $f: \Re \to \Re$ uma função tal que: $(\forall x_1, x_2 \in \Re)(f(x_1 + x_2) = f(x_1).f(x_2))$

a) Prove que $f(x) \ge 0$, $\forall x \in \Re$
b) Calcule $f(0)$
c) Prove que: $(f(x) = 0 \leftrightarrow f(0) = 0)$
d) Se $f(1) = \sqrt{2}$, calcule $f(2)$, $f(4)$, $f(-2)$ e ache a relação entre $f(-x)$ e $f(x)$

15. Seja $f: \Re_+ \to \Re$ tal que: $(\forall x_1, x_2 \in \Re_+)$ $(f(x_1.x_2) = f(x_1) + f(x_2))$

a)Calcule $f(1)$
b) Determine a relação entre $f(x^{-1})$ e $f(x)$
c) Prove que $f\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right) = f(x_1) - f(x_2)$, $\forall x_1, x_2 \in \Re_+$

16. Determinar o conjunto imagem das funções abaixo:
a) $f: \Re - \{0\} \to \Re$, $x \to y = \dfrac{|x|}{x}$
b) $f: [4, +\infty[\to \Re$, $x \to y = \sqrt{x} + \sqrt{x-4}$
c) $f: \Re \to \Re$, $x \to y = \dfrac{1}{x^2+1}$
d) $f: \Re \to \Re$, $x \to y = \dfrac{x}{x^2+1}$

17. Esboce no plano cartesiano os gráficos das seguintes funções:
a) $f: \Re \to \Re_+$
$x \to y = |x^2 + 2x|$
b) $f: \Re \to \{-1, 1\}$
$x \to y = \text{sgn } x$, (função sinal), $\text{sgn } x = (1$ se $x \ge 0$ ou -1 se $x < 0)$
c) $f: \Re \to Z$

$x \to [x] = (n \in Z \mid n \leq x < n+1)$, (função parte inteira)

d) $f: \Re \to [0, 1[$

$x \to \{x\} = x - [x]$, (função parte fracionária)

e) $f: \Re - \{0\} \to \Re$

$x \to y = x^{-1}$

18. Dada a função f abaixo , desenhar os gráficos das variações pedidas:

$f: \Re \to \Re$

$x \to y =$ (-2 se $x < -2$ ou x se $-2 \leq x < 1$ ou $-x + 2$ se $x \geq 1$)

a) $f(x) + 1$ b) $f(x) - 1$
c) $2.f(x)$ d) $\frac{1}{2} f(x)$
e) $-f(x)$ f) $|f(x)|$
g) $f(-x)$ h) $f(|x|)$
i) $f(x - 1)$ j) $f(x + 2)$
k) $f(2x)$ l) $f(\frac{x}{2})$
m) $\frac{1}{f(x)}$ n) $[f(x)]$.

19. Determine quantas raízes reais tem a equação $x^3 + 8x^2 + x - 5 = 0$.

20. Resolva a equação $\sqrt{a + \sqrt{a + x}} = x$.

21. (OBM) Seja $f(x) = x^2 - 3x + 4$. Quantas soluções reais tem a equação $f(f(f(...f(x)))) = 2$ (onde f é aplicada 2001 vezes)?

a) 0 b) 1
c) 2 d) 2001
e) 2^{2001}

22. Sendo $f(x) = \sqrt[3]{2x+3} - 1$ e $g(x) = \dfrac{3x-1}{2x+5}$, ache f^{-1}, g^{-1} e gog.

23. (IME) Sejam q e r funções cujo domínio são os inteiros maiores que zero. Sabe-se que $q(1) = 1$, $r(1) = 0$ e:

se $r(n) < 2q(n) + 1$, então $\begin{cases} r(n+1) = r(n) + 1 \\ q(n+1) = q(n) \end{cases}$

se $r(n) = 2q(n) + 1$, então $\begin{cases} r(n+1) = 0 \\ q(n+1) = q(n) + 1 \end{cases}$

Determine $q(5)$ e $r(5)$.

24. (OBM) Seja f uma função de Z em Z definida como $f(x) = x/10$ se x é divisível por 10 e $f(x) = x + 1$ caso contrário. Se $a_0 = 2001$ e $a_{n+1} = f(a_n)$, qual é o menor valor de n para o qual $a_n = 1$?

a) 20 b) 38
c) 93 d) 2000
e) a_n nunca é igual a 1

25. (OBM) Seja f uma função real de variável real que satisfaz a condição: $f(x) + 2f\left(\dfrac{2002}{x}\right) = 3x$ para $x > 0$. O valor de $f(2)$ é igual a:

a) 1000 b) 2000
c) 3000 d) 4000
e) 6000

26. Seja $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e considere uma função bijetora de S em S, tal que:

(i) Se $x \in S$, a imagem de x não pode ser igual a $x - 1$, nem igual a x, nem igual a $x + 1$;

(ii) Se $x \in S$ e a imagem de x é y, então a imagem de y não pode ser nem x, nem $x + 1$.

Nessas condições, a imagem do número 3 é igual a:

a) 1 b) 2
c) 3 d) 4
e) 5

27. A função f associa a cada real x o menor elemento do conjunto $\left\{x+1, \dfrac{15-x}{2}\right\}$.

O máximo de $f(x)$ é:

a) 4 b) 5
c) 11/2 d) 16/3
e) 19/4

28. Seja a função $f: [2, \infty) \to I,\ f(x) = x^2 - x + 1$. Determine qual deve ser o intervalo I para que f admita uma função inversa.

29. Se $f(x)$ é periódica de período T, determine o período de $g(x) = f(ax + b)$.

30. (OBM) Seja $f: N \to R$ uma função tal que $f(1) = 999$ e $f(1) + f(2) + ... + f(n) = n^2 \cdot f(n)$ para todo n inteiro positivo.

Determine o valor de $f(1998)$.

31. Classifique a função $f: NxN \to N,\ f(m,n) = 2^m \cdot 3^n$ quanto a injetividade e sobrejetividade.

32. (OBM) Se $f: \Re \to \Re$ é uma função tal que, para todo $x \in \Re$, $f(x)(f(x) - x) = 0$, então:

a) f é a função nula.
b) f é a função identidade, ou seja, $f(x) = x$ para todo x real
c) f é a função nula ou a função identidade
d) Há 4 possíveis funções f
e) Há infinitas funções f

33. (AFA-1986) As funções f e g são dadas por $f(x) = a^x + b^x$ e $g(x) = \dfrac{f(x)}{f(x-2)}$.

Então, g(3) é igual a:

a) $a^2 + b^2$ b) $(a + b)^2$
c) $(a - b)^2$ d) $a^2 - ab + b^2$
e) Há infinitas funções f

RELAÇÕES E FUNÇÕES

34. (AFA-1986) A função f satisfaz a relação: f(x + 1) = x.f(x) , x > 0.
Se $f(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$, o valor de $f(\frac{3}{2})$ é:

a) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$
b) $2\sqrt{\pi}$
c) $\frac{3\pi}{2}$
d) $\sqrt{\pi}$

35. (AFA-1986) Seja f a função definida por $f(x) = \frac{3x+2}{4x-1}$ onde x ≠ $\frac{1}{4}$. Os valores de a e b, tais que $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{ax+b}$, são:

a) a = 3 e b = 4
b) a = 4 e b = -3
c) a = -4 e b = 3
d) a = 4 e b = 3

36. (AFA-1988) Sejam as funções reais definidas por f(x) = x^2 - 1 e g(x) = $\frac{1}{x}$.
Então, f(g(-1)) é igual a:
a) -1
b) 0
c) 1
d) 2

37. (AFA-1988) Determine a função inversa de $f(x) = \frac{x-1}{x}$.

a) $\frac{1}{1-x}$
b) $\frac{1}{1+x}$
c) $\frac{1-x}{1+x}$
d) $\frac{1+x}{1-x}$

38. (AFA-1989) Sejam A = {0,1,2,3} e f : A $\longrightarrow A$ uma função definida por f (0) = 2 , f(2) = 3 e f(3) = 0. Calculando fofofofof(1) , encontra-se:
a) 0
b) 1
c) 2
d) 3

39. (AFA-1995) Indique a alternativa correta:
a) Se f é uma função par, então é bijetora.
b) Se f(x) - f(-x) = 0, então f pode ser relação, mas não função.
c) Se f é uma função par e x ∈ N*, então f* é par só quando **x** por primo.
d) Se $f : \Re \to \Re$ é uma função real qualquer, então f pode ser escrita como soma de duas funções reais g: $\Re \to \Re$ e h: $\Re \to \Re$, onde g é par e h é impar.

40. (AFA-1995) A função f : N → N definida por

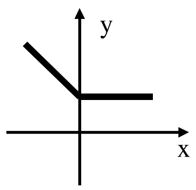
$$f(x) = \begin{cases} \frac{n}{2} \text{ se n é par} \\ \frac{n+1}{2} \text{ se n é ímpar} \end{cases}$$

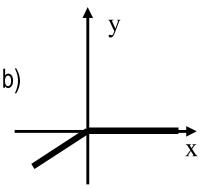
é:

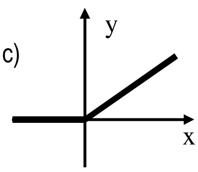
a) bijetora
b) somente injetora
c) somente sobrejetora
d) não injetora e não sobrejetora

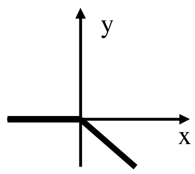
41. (AFA-1995) Se f for uma função real, tal que $f(\frac{x-1}{x+1})$ = x + 3, então f(x) é definida por:
a) $\frac{4-2x}{1-x}$
b) $\frac{4x-2}{1+x}$
c) $\frac{2x+1}{x-1}$
d) $\frac{2x-1}{1-x}$

42. (AFA-1999) O gráfico que melhor representa a função $f(x) = \frac{1}{2}(x - |x|)$ é:

a)


b)


c)


d)


43. (AFA-1999) Seja D = {1, 2, 3, 4, 5} e f: D → $\Re$, a função definida por f(x) = (x – 2)(x – 4). Então, pode-se afirmar que f:
a) é bijetora;
b) é somente injetora;
c) é somente sobrejetora;
d) possui conjunto imagem com 3 elementos.

44. (AFA-2000) A imagem da função real ***f*** definida por

$$f(x) = \frac{2+x}{2-x}$$ é

a) $\Re$ – {1}
b) $\Re$ – {2}
c) $\Re$ – {-1}
d) $\Re$ – {-2}

45. (AFA-2001) Se f e g são funções de |R em |R definidas por $f(3x+2) = \frac{3x-2}{2}$ e g(x – 3) = 5x – 2, então f(g(x)) é:

a) $\frac{x-4}{5}$
b) $\frac{5x+9}{5}$
c) 5x + 13
d) $\frac{5x+11}{5}$

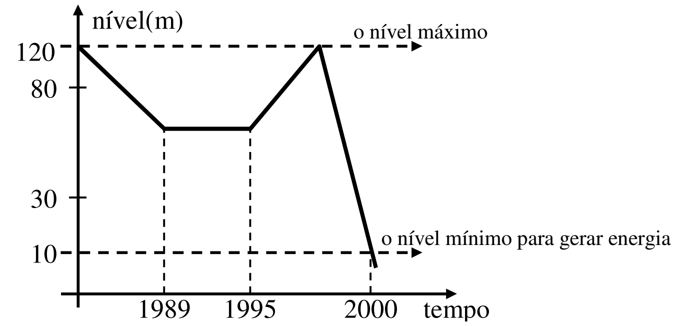
46. (AFA-2001) Os números inteiros do domínio da função real $f(x) = \sqrt{(5+2x)\cdot(2\cdot 3x)}$ são as raízes da equação g(x) = 0.
Uma expressão analítica da função g(x) é:
a) $x^3 + x^2 + 2x$
b) $x^3 + x^2 - 2x$
c) $x^3 - 3x^2 + 2x$
d) $x^3 + 3x^2 + 2x$

47. (AFA-2002) "O Brasil tem um encontro marcado com o caos. No dia 1º de junho começa o plano de racionamento de energia".

"O modelo energético brasileiro é baseado quase que exclusivamente em hidrelétricas, que produzem 97% da energia consumida no país. Sem chuva, entra em colapso".

Revista *Veja* – 16/05/01

No gráfico abaixo, tem-se o nível da água armazenada em uma barragem ao longo dos últimos anos, que foi construída para represar água a fim de mover as turbinas de uma usina hidrelétrica.



Analise as alternativas e marque a opção correta.
a) O nível da água permaneceu constante num período de 8 anos.
b) O nível de 80 metros foi atingido exatamente duas vezes até o ano 2000.
c) Após o ano de 2000, o nível da água da barragem foi insuficiente para gerar energia.
d) No período de 1995 a 2000, o nível da água só diminuiu.

48. (AFA-2002) Considere a função f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2, \text{se } x \le 0 \\ 1, \text{se } 0 < x < 2 \\ -x + 2, \text{se } x \ge 2 \end{cases}$$

Então, pode-se afirmar que o conjunto imagem dessa função é
a) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \le 0\}$;
b) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \le 0$ ou $y = 1$ ou $y \ge 2\}$;
c) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \le 0$ ou $y = 1$ ou $y \ge \frac{7}{4}\}$;
d) $\{y \in \mathbb{R} \mid y = 1$ ou $y \ge \frac{7}{4}\}$

49. (AFA-2002) Sejam as funções g e f definidas por g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que

$g(x) = \begin{cases} 2, \text{se } |x| > 2 \\ -1, \text{se } |x| \le 2 \end{cases}$ e f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que f(x) = x – 2.

Sobre a composta (gof)(x), é correto afirmar que
a) se $x \ge 1$, então (gof)(x) = -1
b) se $x \le 0$, então (gof)(x) = 2
c) se $x \le -1$, então (gof)(x) = -1
d) se $x \le 1$ e $x \ge 0$, então (gof)(x) = -1

50. (AFA-2002) O domínio da função real expressa pela lei

$f(x) = \sqrt{x\left[(x+1)^{-1} - (x-1)^{-1}\right]}$ é $x \in \mathbb{R}$, tal que

a) x < -1 ou 0 ≤ x < 1 b) –1 < x ≤ 0 ou x > 1
c) x < -1 ou 0 < x < 1 d) –1 < x < 0 ou x > 1

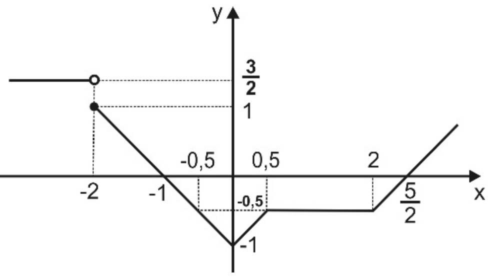
51. (AFA-2004) Considere as funções reais

$$(f \circ g)(x) = \begin{cases} 4x^2 - 6x - 1 & se \quad x \ge 1 \\ 4x + 3 & se \quad x < 1 \end{cases} \text{ e } g(x) = 2x - 3$$

Com base nessas funções classifique as afirmativas abaixo em VERDADEIRA(S) ou FALSA(S).
I) $f(x)$ é par;
II) $f(x)$ admite inversa em todo o seu domínio;
III) $f(x)$ é crescente em $\{x \in \Re \ / \ x < -1 \ \ ou \ \ x \ge -1\}$;
IV) se $x < -6$ então $f(x) > -3$.

A seqüência correta é
a) V, V, F, V. b) F, F, V, F.
c) F, F, V, V. d) F, V, V, F.

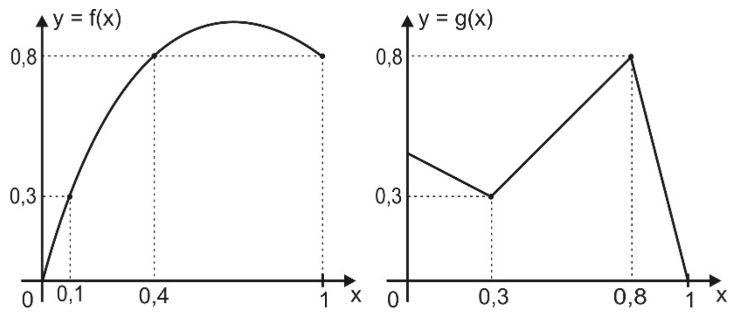
52. (AFA-2005) Seja f a função real cujo gráfico se apresenta a seguir:



Analisando o gráfico, é **INCORRETO** afirmar que

a) f(f(1)) = f(0,5)
b) f(x) + 1 > 0, $\forall$ x $\in \Re$
c) f(0) ≤ f(x), $\forall$ x $\in \Re$
d) se g(x) = f(x) – 1, então $g(-2) = f\left(\frac{5}{2}\right)$

53. (AFA-2005) Observe os gráficos abaixo, das funções f e g, definidas no intervalo [0,1]

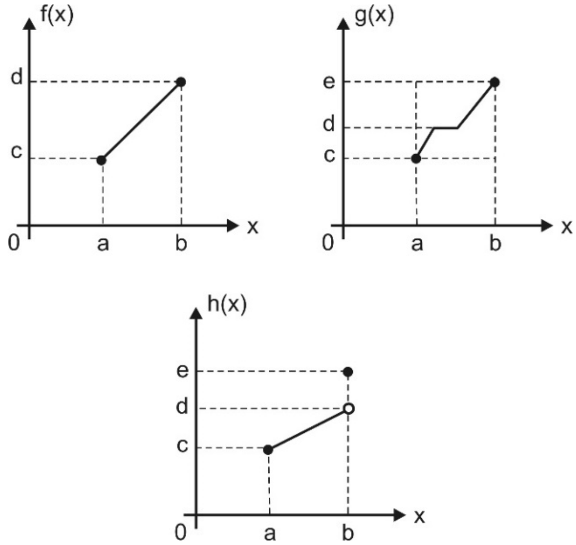


Com base nos gráficos, assinale a alternativa **FALSA**.
a) g(f(0,4)) ≥ g(f(x)), $\forall$ x ι [0,1]
b) g(f(0,05)) > g(f(0,1))
c) g(g(x)) = x, $\forall$ x ι [0,3; 0,8]
d) g(f(0,6)) > g(f(1))

54. (AFA-2005) Dada a função real f definida por f(x) = x^2, considere a função real g definida por g(x) = f(x+m) + k, sendo m e k $\in \Re$. É **INCORRETO** afirmar que

a) o gráfico da função g em relação ao gráfico da função f é deslocado k unidades para cima, se k > 0, e m unidades para a direita, se m < 0
b) a equação do eixo de simetria da parábola que representa g é dada por x = m
c) se m = 0 e k = 1, então o conjunto imagem de g é dado por Im = {y ∈ ℜ / y ≥ 1}
d) se m = – 2 e k = – 3, então as coordenadas do vértice da parábola que representa g são (–m, k)

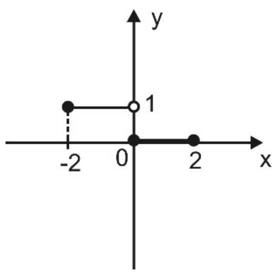
55. (AFA-2005) Considere as funções f, g e h, todas de domínio $[a,b]$ e contra-domínio $[c,d]$, representadas através dos gráficos abaixo.

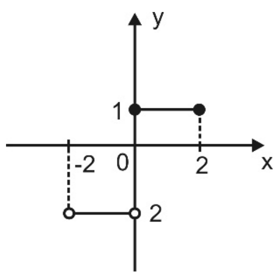


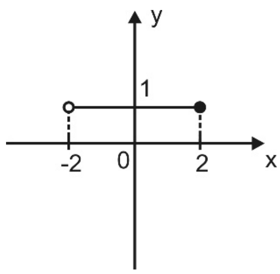
Com base nos gráficos, é correto afirmar que
a) f é uma sobrejeção, g não é uma injeção, h é uma sobrejeção.
b) f é uma sobrejeção, g é uma injeção, h não é uma sobrejeção.
c) f é uma injeção, g não é uma sobrejeção, h é uma bijeção.
d) f é uma bijeção, g não é uma injeção, h não é uma sobrejeção.

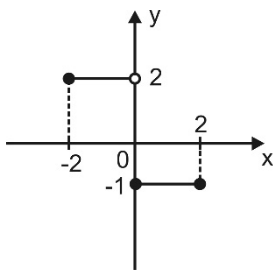
56. (AFA-2005) Considere a função f(x) = $\begin{cases} 1, \text{se } 0 \le x \le 2 \\ -2, \text{se } -2 \le x < 0 \end{cases}$

A função $g(x)=|f(x)|-1$ terá o seguinte gráfico:

a)


b)


c)


d)


57. (EN-1983) Se $M = \{x \in R \mid |x-1| < |x+1|\}$ e N é o domínio da função $f(x) = \sqrt{\dfrac{4-x}{x}}$, então:

a) $C_M^N = (4, \infty)$
b) M∪N=ℜ
c) M∩N=∅ = [0,4]
d) M∩N=∅
e) M∩N=∅ = (1,4)

58. (EN-1984) O conjunto imagem da função
$f(x) = \sqrt{x^2-4} + \sqrt{4-x^2}$ é:

a) {x∈ ℜ / x > 0}
b) {x∈ ℜ / -2 < x < 2}
c) $\{0\}$
d) {x∈ ℜ / x ≤ -2 ou x ≥ 2}
e) $ℜ_+$

59. (EN-1984) É dada uma função tal que:
I) f(x). f(y) = f(x+y)
II) f(1) = 2 e f($\sqrt{2}$) = 4
Podemos concluir então, que f(3 + $\sqrt{2}$) é igual a:
a) (3 + $\sqrt{2}$)²
b) 16
c) 24
d) 32
e) 64

60. (EN-1988) Seja x ∉ {-1, 0, 1}. Se $f_1(x) = \dfrac{x-3}{x+1}$ e $f_{n+1}(x) = f_1(f_n(x))$ para todo <u>n</u> natural, então $f_{1988}(x)$ igual a:

a) $\dfrac{x-3}{x+1}$
b) x
c) $\dfrac{x+3}{1-x}$
d) $\dfrac{3-x}{x+1}$
e) $\dfrac{x+3}{x-1}$

61. (EN-1989) Sabendo que f , g e h são funções reais de variável real e que f e g não se anulam, considere as afirmações abaixo:
I - $f \circ (g+h) = f \circ g + f \circ h$;
II - $(g+h) \circ f = g \circ f + h \circ f$;
III - $\dfrac{1}{f \, o \, g} = \left(\dfrac{1}{f}\right) o \, g$;
IV - $\dfrac{1}{f \, o \, g} = f \, o \left(\dfrac{1}{g}\right)$.

Podemos afirmar que:
a) todas as afirmativas acima são verdadeiras
b) somente I a II são verdadeiras
c) somente a IV é falsa
d) somente II e III são verdadeiras
e) somente I é falsa

62. (EN-1991) Determine o conjunto-imagem da função (fog) para:

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{se } x<0\\ 2x & \text{se } 0\le x\le 1\\ 0 & \text{se } x>1\end{cases} \quad \text{e} \quad g(x)=\begin{cases}1 & \text{se } x<0\\ \dfrac{x}{2} & \text{se } 0\le x\le 1\\ 1 & \text{se } x>1\end{cases}$$

a) $|0\,,1| \cup \{2\}$ b) $(-\infty\,,+\infty)$
c) $|0\,,1|$ d) $|0\,,+\infty)$
e) {1}

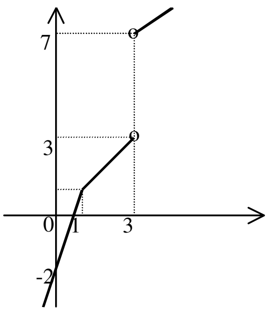
63. (EN-1993) O domínio da função: $y=\dfrac{-32x}{\sqrt{(\frac{1}{3})^x-243}}$ é:

a) $(-\infty\,,-5)$ b) $(-\infty\,,5)$
c) $(-5\,,\infty)$ d) $(5\,,\infty)$
e) (-5 , 5)

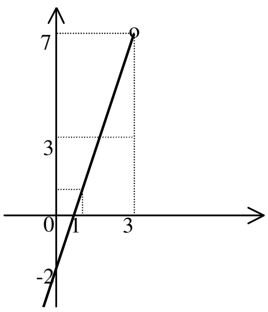
64. (EN-1993) O conjunto-imagem da função é:
a) [-4, 4] b) $(-\infty,-4]\cup[4,\infty)$
c) { 0 } d) { -4, 4 }
e) $[0,\infty)$

65. (EN-1999) O gráfico da função

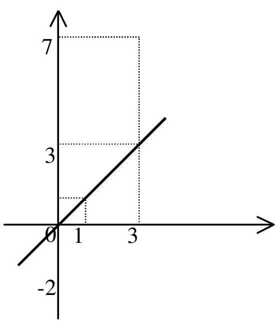
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2-4x+3|}{x-3}+2x-1 & \text{se} \quad x\neq 3\\ 0 & \text{se} \quad x=3\end{cases}$$ é:



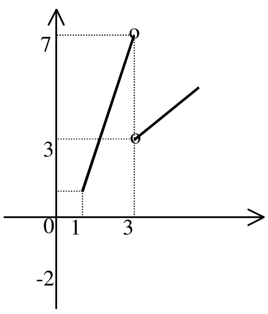
a)



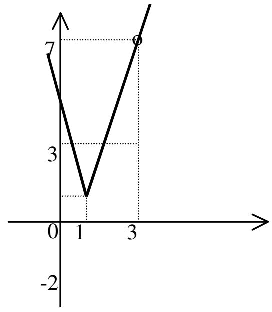
b)



c)

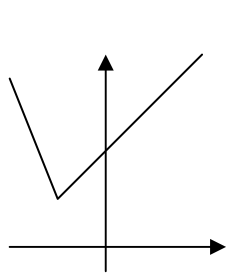


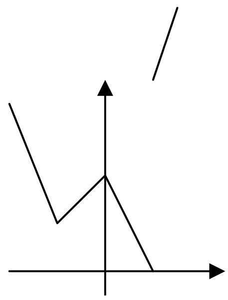
d)

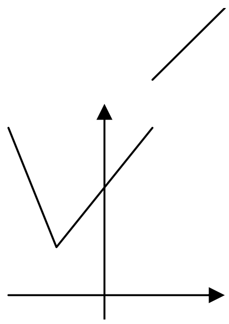


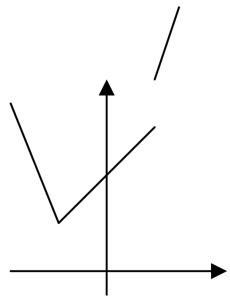
e)

66. (EN-2000) Assinale o gráfico que melhor representa a função real $f(x)=\dfrac{x\,|\,x-1\,|}{x-1}+2\,|\,x+1\,|\; se\; x\neq 1$, f(1) = 0.


a)


b)


c)


d)

67. (ITA-1979) Seja f uma função real definida para todo x real tal que: f é ímpar; f(x + y) = f(x) + f(y); e f(x) ≥ 0.

Definindo $g(x)=\dfrac{f(x)+f(y)}{x}$, se x≠ 0, e sendo n um número natural, podemos afirmar que:
a) f é não decrescente e g é uma função ímpar.
b) f é não decrescente e g é uma função par.
c) g é uma função par e 0 ≤ g(n) ≤ f(1).
d) g é uma função ímpar e 0 ≤ g(n) ≤ f(1).
e) f é não decrescente e 0 ≤ g(n) ≤ f(1).

68. (EN-2004) Considere a função real ***f*** definida por:

$$
f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & se \quad x < -2 \\ \dfrac{3}{x^2-1} & se \quad -2 \leq x < -1 \\ \dfrac{3}{x^2-1} & se \quad -1 < x < 1 \\ \dfrac{3}{x^2-1} & se \quad 1 < x < 2 \\ x^3 & se \quad x \geq 2 \\ 2 & se \quad x = 1 \\ 2 & se \quad x = -1 \end{cases}
$$

A imagem da função ***f*** é o conjunto:

a) $]-\infty, -3\,] \cup [\,1, +\infty[$;

b) $]-\infty, -1[\cup [2, +\infty[$;

c) $]-\infty, -3[\cup]-1, 1[\cup]1, +\infty[$;

d) $]-\infty, -2[\cup]-2, -1[\cup]-1, +\infty[$;

e) IR - $\{-1, 1\}$

69. (ITA-1982) Seja f: $\Re \to \Re$ definida por:

$$
f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+a}{x+b} & se \quad x \neq -b \\ -1 & se \quad x = -b \end{cases}.
$$

Se f(f(x)) = x para todo <u>x</u> real, então:

a) ab = -2
b) ab = -1
c) ab = 0
d) ab = 1
e) ab = 2

70. (ITA-1983) Sejam três funções f, u, v: $\Re \to \Re$ tais que $f\left(x + \dfrac{1}{x}\right) = f(x) + \dfrac{1}{f(x)}$ para todo <u>x</u> não nulo e $(u(x))^2 + (v(x))^2 = 1$ para todo <u>x</u> real. Sabendo-se que x_0 é um número real tal que $u(x_0).v(x_0) \neq 0$ e $f\left(\dfrac{1}{u(x_0)}.\dfrac{1}{v(x_0)}\right) = 2$, o valor de $f\left(\dfrac{u(x_0)}{v(x_0)}\right)$ é:

a) -1
b) 1
c) 2
d) $\dfrac{1}{2}$
e) -2

71. (ITA-84) Seja $f(x) = e^{\sqrt{x^2-4}}$ onde $x \in \Re$ e $\Re$ é o conjunto dos números reais. Um subconjunto D de $\Re$ tal que $f : D \to \Re$ é uma função injetora é:

a) D= $\{x \in \Re : x \geq 2 \text{ e } x \leq -2\}$;

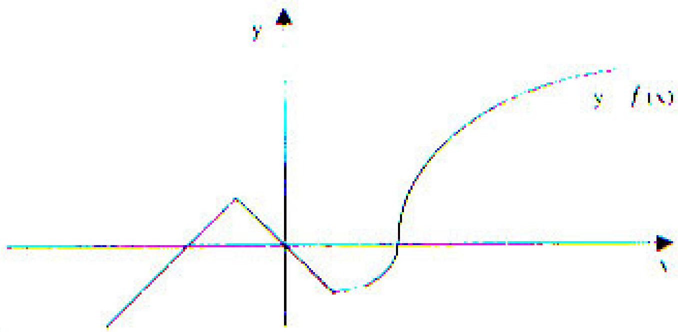
b) D= $\{x \in \Re : x \geq 2 \text{ ou } x \geq -2\}$;

c) D= $\Re$;

d) D= $\{x \in \Re : x - 2 < x < 2\}$;

e) D= $\{x \in \Re : x \geq 2\}$

72. (EN-2004)

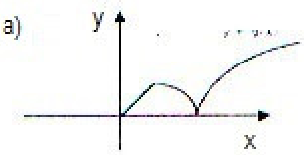


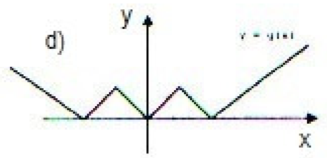
A figura acima é a representação gráfica de uma função

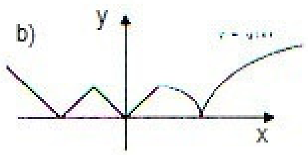
f: IR $\longrightarrow$ IR.

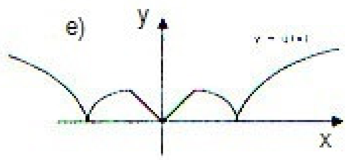
Dos gráficos abaixo, aquele que melhor representa a função

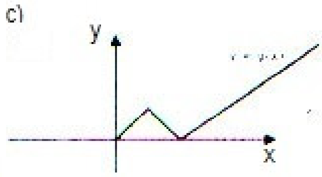
g: IR $\longrightarrow$ IR onde $g(x) = |\, f(\,|x|\,)\,|$

a)


d)


b)


e)


c)


73. (ITA-1985) Dadas as sentenças:

1) Sejam $f: X \to Y$ e $g: Y \to X$ duas funções satisfazendo (gof) (x) = x, para todo $x \in X$. Então <u>f</u> é injetiva, mas <u>g</u> não é necessariamente sobrejetiva.

2) Seja $f : X \to Y$ uma função injetiva. Então, $f(A) \cap f(B) = f(A \cap B)$, onde A e B são dois subconjuntos de X.

3) Seja $f : X \to Y$ uma função injetiva. Então, para cada subconjunto A de X, $f(A^C) \subset (f(A))^C$ onde $A^C = \{x \in X / x \notin A\}$ e $(f(A))^C = \{x \in Y / x \notin f(A)\}$. Podemos afirmar que está (ao) correta(s):

a) as sentenças nº1 e nº2;
b) as sentenças nº2 e nº3;
c) apenas a sentença nº1
d) as sentenças nº1 e nº3;
e) todas as sentenças.

74. (ITA-1985) Considere as seguintes funções: $f(x) = x - \frac{7}{2}$ e $g(x) = x^2 - \frac{1}{4}$ definidas para todo x real. Então, a respeito da solução da inequação $|(gof)(x)| > (gof)(x)$, podemos afirmar que:

a) nenhum valor de x real é solução;
b) se x < 3 então x é solução;
c) se $x > \frac{7}{2}$ então x é solução;
d) se x > 4 então x é solução;
e) se 3 < x < 4 então x é solução.

75. (ITA-1986) Consideremos as seguintes afirmações sobre uma função f: $\Re \to \Re$.

I- Se existe $x \in \Re$ tal que $f(x) \neq f(-x)$ então f não é par.
II- Se existe $x \in \Re$ tal que f(-x) = - f(x) então f é ímpar.
III- Se f é par e ímpar então existe $x \in \Re$ tal que f(x) = 1.
IV- Se f é ímpar então fof (f composta com f) é ímpar.
Podemos afirmar que estão corretas as afirmações de números:

a) 1 e 4
b) 1, 2 e 4
c) 1 e 3
d) 3 e 4
e) 1, 2 e 3.

76. (ITA-1987) Considere a função y = f(x) definida por $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x$, para cada x real. Sobre esta função, qual das afirmações abaixo é verdadeira?

a) y = f(x) é uma função par;
b) y = f(x) é uma função ímpar;
c) $f(x) \geq 0$ par todo real x;
d) $f(x) \leq 0$ para todo real x;
e) f(x) tem o mesmo sinal de x, para todo real $x \neq 0$.

77. (ITA-1987) Considere x = g(y) a função inversa da seguinte função: "$y = f(x) = x^2 - x + 1$, para cada número real $x \geq \frac{1}{2}$". Nestas condições, a função g é assim definida:

a) $g(y) = \frac{1}{2} + \sqrt{y - \frac{3}{4}}$, para cada $y \geq \frac{3}{4}$;

b) $g(y) = \frac{1}{2} + \sqrt{y - \frac{1}{4}}$, para cada $y \geq \frac{1}{4}$

c) $g(y) = \sqrt{y - \frac{3}{4}}$, para cada $y \geq \frac{3}{4}$

d) $g(y) = \sqrt{y - \frac{1}{4}}$ 'para cada $y \geq \frac{1}{4}$

e) $g(y) = \frac{3}{4} + \sqrt{y - \frac{1}{2}}$, para cada $y \geq \frac{1}{2}$

78. (ITA-1988) Seja f: $\Re \to \Re$ uma função estritamente decrescente, isto é, quaisquer x e y reais com x < y tem-se f(x) > f(y). Dadas as afirmações:
I- f é injetora;
II- f pode ser uma função par;
III- se f possui inversa então sua inversa também é estritamente decrescente.
Podemos assegurar que:
a) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
b) Apenas as afirmações II e III são falsas.
c) Apenas as afirmações I é falsa.
d) Todas as afirmações são verdadeiras.
e) Apenas a afirmação II é verdadeira.

79. (ITA-1988) Sejam f e g funções reais de variável real definidas por $f(x) = \ln(x^2 - x)$ e $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$.

Então, o domínio de fog é:
a)]0,e[
b)]0,1[
c) [e, e + 1]
d)]-1,1[
e)]1, +∞[

Nota: fog é a lei definida por (fog) (x)=f(g(x)) para cada x de seu domínio.

80. (ITA-1989) Sejam A e B subconjuntos de R, não vazios, possuindo B mais de um elemento. Dada uma função f: A → B, definidos L: A→A x B por L(a) = (a,f(a)), para todo a ∈ .
Podemos afirmar que:

a) A função L sempre será injetora;
b) A função L sempre será sobrejetora;
c) Se f for sobrejetora, então L também o será;
d)Se f não for injetora , então L também não o será.
e) Se f for bijetora, então L será sobrejetora.

81. (ITA-1990) Seja f: $\Re \to \Re$ a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, \text{ se } x \leq -1 \\ x^2, \text{ se } -1 < x \leq 1 \\ 4, \text{ se } x > 1 \end{cases}$$

Lembrando que se $A \subset \Re$ então $f^{-1}(A) = \{x \in \Re : f(x) \in A\}$ considere as afirmações:
I- f não é injetora e $f^{-1}([3, 5]) = \{4\}$
II- f não é sobrejetora e $f^{-1}([3, 5]) = f^{-1}([2, 6])$
III- f é injetora e $f^{-1}([0, 4]) = [-2, +\infty[$

Então podemos garantir que:

a) Apenas as afirmações II e III são falsas;
b) As afirmações I e III são verdadeiras;
c) Apenas a afirmação II é verdadeira;
d) Apenas a afirmação III é verdadeira;
e) Todas as afirmações são falsas.

82. (ITA-1990) Seja a função f: $\Re$ - {2} $\rightarrow$ $\Re$ - {3} definida por $f(x) = \frac{2x - 3}{x - 2} + 1$. Sobre sua inversa podemos garantir que:

a) não está definida pois f é não injetora.
b) não está definida pois f não é sobrejetora.
c) está definida por $f^{-1}(y) = \frac{y - 2}{y - 3}$, $y \neq 3$.
d) está definida por $f^{-1}(y) = \frac{y + 5}{y - 3} - 1$, $y \neq 3$.
e) está definida por $f^{-1}(y) = \frac{2y - 5}{y - 3}$, $y \neq 3$.

83. (ITA-1990) Sejam as funções f e g dadas por:

f: $\Re \rightarrow \Re$, $f(x) = \begin{cases} 1 \; se \, |x| < 1 \\ 0 \; se \, |x| \geq 1 \end{cases}$

g: $\Re$ - {1}$\rightarrow \Re$, $g(x) = \frac{2x-3}{x-1}$

Sobre a composta (fog)(x) = f(g(x)) podemos garantir que:

a) se $x \geq \frac{3}{2}$, f(g(x)) = 0
b) se $1 < x < \frac{3}{2}$, f(g(x)) = 1
c) se $\frac{4}{3} < x < 2$, f(g(x)) = 1
d) se $1 < x \leq \frac{4}{3}$, f(g(x)) = 1
e) n.d.a

84. (ITA-1991) Considere as afirmações:
I- Se f: $\Re\rightarrow\Re$ é uma função par e g:$\Re\rightarrow\Re$ uma função qualquer, então a composição gof é uma função par.
II- Se f: $\Re\rightarrow\Re$ é uma função par e g: $\Re\rightarrow\Re$ uma função ímpar, então a composição fog é uma função par.
III- Se f: $\Re\rightarrow\Re$ é uma função ímpar e inversível então f^{-1}: $\Re\rightarrow\Re$ é uma função ímpar.
Então:
a) Apenas a afirmação I é falsa;
b) Apenas as afirmações I e II são falsas;
c) Apenas a afirmação III é verdadeira;
d) Todas as afirmações são falsas;
e) n.d.a.

85. (ITA-1992) Considere as funções f: $\Re^*\rightarrow \Re$, g: $\Re\rightarrow \Re$, e h: $\Re^*\rightarrow \Re$ definidas por: $f(x) = 3^{x+\frac{1}{x}}$, g(x) = x^2, $h(x) = \frac{81}{x}$.

O conjunto dos valores de x em $\Re^*$ tais que (fog)(x) = (hof)(x), é subconjunto de:

a) [0, 3]
b) [3, 7]
c) [-6, 1]
d) [-2, 2]
e) n.d.a.

86) (ITA-1992) Dadas as funções f: $\Re\rightarrow \Re$ e g : $\Re\rightarrow \Re$, ambas estritamente decrescentes e sobrejetoras, considere h = fog. Então podemos afirmar que:
a) h é estritamente crescente, inversível e sua inversa é estritamente crescente.
b) h é estritamente decrescente, inversível e sua inversa é estritamente crescente.
c) h é estritamente crescente, mas não necessariamente inversível.
d) h é estritamente crescente, inversível e sua inversa é estritamente decrescente.
e) nda

87) (ITA-1993) Seja f: $\Re \rightarrow \Re$ uma função não nula, ímpar e periódica de período p. Considere as seguintes informações:
I. f(p) $\neq$ 0
II. f(-x) = -f(x-p), $\forall x\in\Re$
III. f(-x) = f(x-p), $\forall x\in\Re$
IV. f(x) = -f(-x), $\forall x\in\Re$

Podemos concluir que:
a) I e II são falsas
b) I e III são falsas
c) II e III são falsas
d) I e IV são falsas
e) II e IV são falsas

88. (ITA-1994) Dadas as funções reais de variável real f(x) = mx + 1 e g(x) = x + m, onde m é uma constante real com 0 < m < 1, considere as afirmações:
I- (fog)(x) = (gof)(x), para algum x $\in$ R.
II- f(m) = g(m)
III- Existe a $\in$ $\Re$ tal que (fog)(a) = f(a).
IV- Existe b $\in$ $\Re$ tal que (fog)(b) = mb.
V- 0 < (gog)(m) < 3

Podemos concluir
a) Todas são verdadeiras.
b) Apenas quatro são verdadeiras.
c) Apenas três são verdadeira
d) Apenas duas são verdadeiras.
e) Apenas uma é verdadeira.

89. (ITA-1997) Se **Q** e **I** representam, respectivamente, o conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais, considere as funções f. $\Re \rightarrow \Re$ e g : $\Re \rightarrow \Re$ definidas por

$f(x) = \begin{cases} 0, & se \; x \in Q \\ 1, & se \; x \in I \end{cases}$; $g(x) = \begin{cases} 1, se \; x \in Q \\ 0, se \; x \in I \end{cases}$

Seja J a imagem da função composta $f$og : $\Re \rightarrow \Re$. Podemos afirmar que:
a) J = $\Re$
b) J = Q
c) J = {0}
d) J = {1}
e) J = {0,1}

RELAÇÕES E FUNÇÕES

90. (ITA-1997) Sejam f, g : $\Re \rightarrow \Re$ funções tais que: g(x) = 1 – x e f (x) + 2f (2 – x) = (x – 1)^3 para todo x $\in \Re$. Então f [g(x)] é igual a:

a) (x – 1)^3
b) (1 – x)^3
c) x^3
d) x
e) 2 – x

91. (ITA-1998) Seja f: $\Re \rightarrow \Re$ a função definida por: f(x) = -3a^x , onde <u>a</u> é um número real, 0 < a < 1. Sobre as afirmações:
(**I**) f(x + y) = f(x).f(y), para todo x, y $\in \Re$.
(**II**) f é bijetora.
(**III**) f é crescente e f( ] 0 , +∞[ ) =]-3 , 0[.

Podemos concluir que:
a) Todas as afirmações são falsas.
b) Todas as afirmações são verdadeiras.
c) Apenas as afirmações (**I**) e (**III**) são verdadeiras.
d) Apenas a afirmação (**II**) é verdadeira.
e) Apenas a afirmação (**III**) é verdadeira.

92. (ITA-1998) Sejam as funções f: $\Re \rightarrow \Re$ e g: A $\subset \Re \rightarrow \Re$, tais que f(x) = x^2 - 9 e (fog)(x) = x - 6, em seus respectivos domínios. Então, o domínio **A** da função **g** é:
a) [-3, +∞[
b) $\Re$
c) [-5 , +∞[
d)]-∞ , -1[∪[3 , +∞[
e)]-∞ , $\sqrt{6}$ [

93. (ITA-2002) Sejam **a, b, c** reais não-nulos e distintos, c > 0. Sendo par a função dada por $f(x) = \dfrac{ax+b}{x+c}$, $-c < x < c$, então **f(x)**, para $-c < x < c$, é constante e igual a

a) **a + b**
b) **a + c**
c) **c**
d) **b**
e) **a**

94. (ITA-2003) Considere uma função f: $\Re \rightarrow \Re$ não-constante e tal que f(x + y) = f(x)f(y), ∀x, y $\in \Re$.

Das afirmações:
I. f(x) > 0 , ∀ x $\in \Re$.
II. f(nx) = [f(x)]^n, ∀x $\in \Re$, ∀n$\in$ N*.
III. f é par.
é (são) verdadeira(s):
a) apenas **I** e **II**.
b) apenas **II** e **III**.
c) apenas **I** e **III**.
d) todas.
e) nenhuma.

95. (EN-1979) Seja f uma função e x um ponto do seu domínio. Diz-se que x é um ponto fixo de f se $f(x) = x$. Considere a função $g: \Re \rightarrow \Re$ definida por $g(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$. É correto afirmar que:

a) g não possui ponto fixo em $[0, 1]$
b) g possui um ponto fixo em $[0, 1]$
c) g possui dois pontos fixos em $[0, 1]$
d) g possui três pontos fixos em $[0, 1]$
e) g possui quatro pontos fixos em $[0, 1]$

96. (EN-1981) Se o conjunto **A** tem **6** elementos e **B** tem **8** elementos, o número de funções de **A** em **B** que podem ser definidas:
a) 26160.
b) 2^{18}.
c) 28.
d) 3003.
e) 56.

97. (EN-1980) Os gráficos de $y = x^2$ e $y = \cos x$ interceptam-se:
a) Em nenhum ponto.
b) Em um só ponto.
c) Em dois pontos.
d) Em quatro pontos.
e) Em infinitos pontos.

98. (EN-2005) Seja A menor inteiro pertencente ao domínio da função real, de variável real, $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[4]{\dfrac{9}{16} - \left(\dfrac{4}{3}\right)^{(1-x)}}}$. Pode-se afirmar que $\log_A 2\sqrt{2\sqrt{2}}$ pertence ao intervalo.

a) $\left[\dfrac{1}{2}, 1\right]$
b) $\left]0, \dfrac{1}{3}\right[$
c) $\left]\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{2}\right[$
d) $\left[1, \dfrac{3}{2}\right[$
e) $\left]\dfrac{3}{2}, 2\right]$

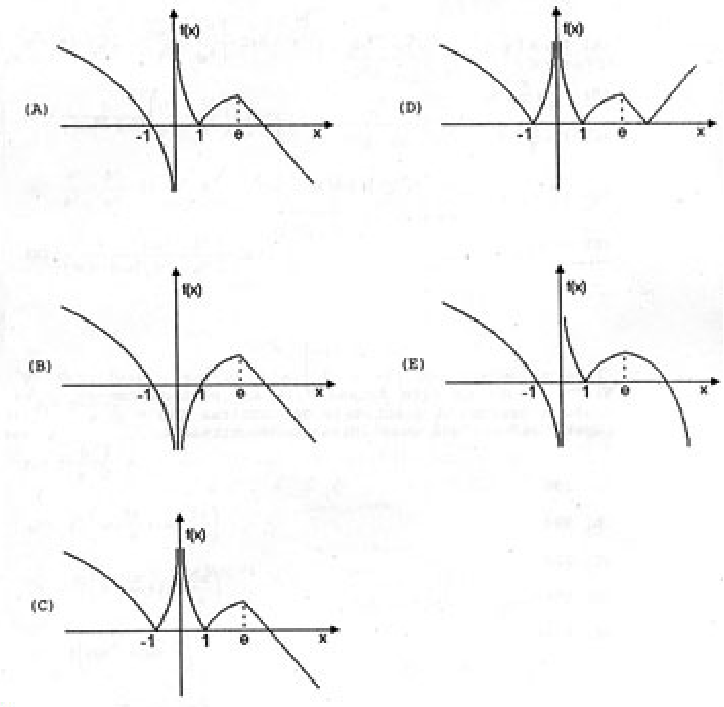
99. (EN-2004) Dadas as funções $f(x) = \dfrac{100}{1+2^{-x}}$ e $g(x) = 2^{\frac{x}{2}}$, pode-se afirmar que $(gof^{-1})(90)$ é igual a:

a) 10
b) 3
c) 1
d) $\dfrac{1}{3}$
e) $\dfrac{1}{10}$

RELAÇÕES E FUNÇÕES

100. (EN-2007) 0 gráfico que melhor representa a função real

$$f(x) = \begin{cases} |\ln x| & se \ 0 < x \le e \\ -x+1+e & se \ x > e \\ \ln|x| & se \ x < 0 \end{cases} \quad \text{com } x \in \mathbb{R}^* \text{ é}$$



101. (ITA-2006)

Seja $f : [0, 1) \to \Re$ definida por $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \le x < \dfrac{1}{2} \\ 2x-1, & \dfrac{1}{2} \le x < 1 \end{cases}$

. Seja $g : \left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right) \to \Re$ dada por

$g(x) = \begin{cases} f\left(x+\dfrac{1}{2}\right), & -\dfrac{1}{2} < x < 0 \\ 1-f\left(x+\dfrac{1}{2}\right), & 0 \le x < \dfrac{1}{2} \end{cases}$, com f definida acima.

Justificando a resposta, determine se g é par, ímpar ou nem par nem ímpar.

102. (ITA-2005)
Considere os conjuntos
$S = \{0, 2, 4, 6\},\ T = \{1, 3, 5\}\ e\ U = \{0, 1\}$ e as afirmações:

I. $\{0\} \in S \ \ e \ \ S \cap U \ne \{\ \}$.

II. $\{2\} \subset S \setminus U \ \ e \ \ S \cap T \cap U = \{0, 1\}$.

III. Existe uma função $f : S \to T$ injetiva.

IV. Nenhuma função $g : T \to S$ é sobrejetiva.

Então, é(são) verdadeira(s):

a) apenas I
b) apenas IV
c) apenas I e IV
d) apenas II e III
e) apenas III e IV

103. (ITA-2005)

Seja $D = R \setminus \{1\}\ e\ f : D \to D$ uma função dada por $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Considere as afirmações:

I. f é injetiva e sobrejetiva.

II. f é injetiva, mas não sobrejetiva.

III. $f(x) + f\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0,\ \forall x \in D,\ x \ne 0.$

IV. $f(x).f(-x) = 1,\ \forall x \in D.$

Então, são verdadeiras

a) apenas I e III
b) apenas I e IV
c) apenas II e III
d) apenas I, III e IV
e) apenas II, III e IV

104. (OBM) A função *f* é dada pela tabela a seguir.

x	1	2	3	4	5
f(*x*)	4	1	3	5	2

Por exemplo, *f*(2) = 1. Quanto vale $\underbrace{f(f(...(f(f}_{2004\ \text{vezes}}(4))...))$?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

105. (OBM) A função real *f*, definida nos inteiros, satisfaz $f(n) - (n+1)f(2-n) = (n+3)^2$, para todo *n* inteiro. Quanto vale *f*(0)?

a) –17
b) 0
c) 1
d) 2
e) 9

106. Seja $f(x)$ uma função real, definida em $\Re - \{0, 1\}$ e satisfazendo a equação funcional $f(x) + f\left(\dfrac{x-1}{x}\right) = 1 + x$. A expressão de $f(x)$ é:

a) $\dfrac{x^3 - x^2 - 1}{2x(x-1)}$
b) $\dfrac{x^3 + x^2 + 1}{x(x-1)}$
c) $\dfrac{x^3 - x^2 + 1}{x(x-1)}$
d) $\dfrac{x^3 + x^2 - 1}{x(x-1)}$
e) $\dfrac{x^3 + x^2 - 1}{x(x+1)}$

107. A função real definida por $f(x) = \dfrac{1+x}{1-x}$ pode ser decomposta, de maneira única, como uma soma da forma $P(x) + I(x)$ onde $P(x)$ é uma função par e $I(x)$ é uma função ímpar. A expressão de $I(x)$ é:

a) $\dfrac{x}{1-x^2}$ b) $\dfrac{2x}{1-x^2}$

c) $\dfrac{3x}{1-x^2}$ d) $\dfrac{4x}{1-x^2}$

e) $\dfrac{5x}{1-x^2}$

108. Se a função $f : x \to ax - 1,\ \ a \in \Re^*$, for decrescente e tal que $f(f(4)) = 32$, podemos afirmar que f :

a) é positiva para $x > 0$.

b) é negativa para $x > -\dfrac{4}{11}$.

c) é nula para $x = -\dfrac{4}{11}$.

d) admite o valor $-\dfrac{15}{4}$ quando $x = -1$.

e) possui parte do seu gráfico no 1º quadrante.

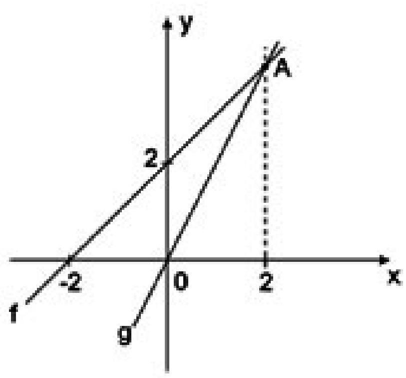
109. A função $f : \Re \to \Re$ satisfaz a equação funcional $x^2 f(x) + f(1-x) = 2x - x^4$. A expressão de $f(x)$ é:

a) $x^2 + 1$ b) $x^2 - 1$

c) $1 - x^2$ d) $x^4 + 1$

e) $1 - x^4$

110. (AFA-2007) No gráfico abaixo estão representadas as funções reais f e g sendo $A = f \cap g$.



É **FALSO** afirmar sobre as mesmas funções que

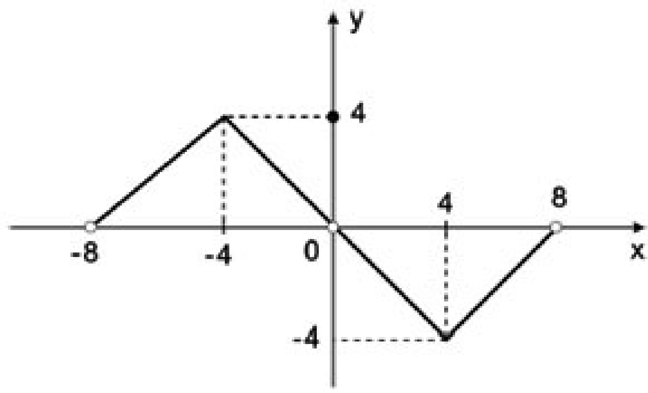
a) $(fog)(x) \geq 0 \Rightarrow g(x) \geq -2$.

b) se $s(x) = \sqrt{\dfrac{-1}{(f(x))^{100}.(g(x))^{101}}}$, então o domínio de s é dado por $\Re_-^* - \{-2\}$.

c) se $h : \Re \to B$ tal que $h(x) = f(x).g(x)$, então h será bijetora se $B = [-2, +\infty[$.

d) o gráfico da função j definida por $j(x) = \dfrac{f^{-1}(x)}{g^{-1}(x)}$ possui pontos no 4º quadrante.

111. (AFA-2007) No gráfico abaixo está representada a função real $f : A \to B$. Classifique em **(V)** verdadeira ou **(F)** falsa cada proposição a seguir sobre a função f



( ) No conjunto A existem apenas 15 números inteiros.
( ) Se B = [–4, 4], então f é sobrejetora, mas não é injetora.
( ) A composta (fofofo ... f)(4) = f(4) ou f(–4)
( ) f é função par.

Tem-se, então, a seqüência correta

a) V – F – V – F b) F – V – F – V c) F – F – V – V
d) V – V – F – F

RESPOSTAS

1. $A \cap B = \{(0,0);(1,1);(-1,1)\}$; $A \cup B = \{(x,y) \in R^2 \mid y = |x| \vee y = x^2\}$; $A^{-1} = \{(x,y) \in R^2 \mid x = |y|\}$; $B^{-1} = \{(x,y) \in R^2 \mid x = \pm\sqrt{y}\}$; *BoA* = *B*;

2. (0,1), (0,2), (0,3), (1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1), (3,0);

3. C;
4. C;
5. E;
6. D;
7. a) *F* é função; b) *FoG* = {(1,3), (1,4), (2,4), (3,3). (4, 4)};

8. a) $x \geq 0 \wedge x \neq 1$; b) *x* > 1; c) $x \leq 0 \vee x > 1$;

9. $gof(x) = \dfrac{12x+3}{5x-3}$; $fog(x) = \dfrac{-3x+15}{x+12}$;

RELAÇÕES E FUNÇÕES

10. $f^{-1}(x) = \sqrt[5]{x} - 1$;

11. a) $f(x+1) = ax^2 + (2a+b)x + a + b + c$;

b) $f(-x) = ax^2 - bx + c$;

c) $a = -b$;

12. $f(x-1) = \dfrac{2x-4}{x^2-4x+8}$;

13. $g(x) = \dfrac{x^2}{4}$; **14.** -; **15.** a) $f(1)=0$; b) $f(x) + f(x^{-1})=0$;

16. a) {-1,1}; b) [2, ∞); c) (–∞, 1); d) [–2, 2];

17. -; **18.** -; **19.** três; **20.** $x = \dfrac{1}{2} \pm \dfrac{\sqrt{1-4a^2}}{2}$; **21.** C;

22.

$f^{-1}(x) = \dfrac{x^3+3x^2+3x-2}{2}$; $g^{-1}(x) = \dfrac{5x+1}{-2x+3}$; $gog(x) = \dfrac{7x-8}{16x+23}$

23. $r(5) = 0$; $q(5) = 2$; **24.** B; **25.** B; **26.** E; **27.** D;

28. $[\frac{3}{4}, \infty)$; **29.** $\dfrac{T}{a}$; **30.** $f(1998) = \dfrac{1998}{1998 \cdot 1999} = \dfrac{1}{1999}$. ;

31. É injetiva, mas não sobrejetiva; **32.** E; **39.** D; **42.** B;

43. D; **44.** C; **45.** B; **46.** D; **47.** C; **48.** C; **49.** D; **50.** A; **51.** B;
52. B; **53.** D; **54.** B; **55.** D; **56.** A; **57.** A; **59.** D; **60.** C; **61.** D;
62. A; **63.** A; **64.** C; **65.** A; **66.** D; **67.** E; **68.** A ;
69. não há alternativa correta; **70.** B; **71.** A ou E; **72.** E; **73.** B;
74. E; **75.** A; **76.** E; **77.** A; **78.** C; **79.** E; **80.** A; **81.** C; **82.** E;
83. C; **84.** E; **85.** C; **86.** A; **87.** B; **88.** E; **89.** C; **90.** C; **91.** E;
92. A; **93.** E; **94.** D; **95.** B; **96.** B; **97.** C; **100.** A; **101.** g é par;
102. B; **103.** A; **104.** D; **105.** A; **106.** A; **107.** B; **108.** B; **109.** C;
110. C; **111.** A.