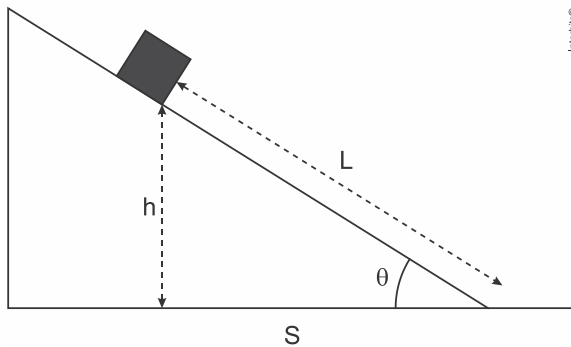




FORÇA DE ATRITO

1. Na (PUCRJ 2017) Um bloco desliza sobre um plano inclinado como mostra a figura. O plano inclinado faz um ângulo θ com o plano horizontal. Existe atrito entre o bloco e a superfície do plano. Considere a aceleração da gravidade igual a g , a massa do bloco igual a M e o coeficiente de atrito cinético igual a μ .



- a. Encontre a aceleração do bloco em função de g , μ e θ .
- b. Determine o trabalho realizado pela força de atrito, desde o instante em que o bloco passa pelo ponto de altura h até atingir a base da rampa, i.e., após percorrer a distância L , no plano, em função de μ , M , g , h e θ .

2. (UFU 2015) A partir de janeiro de 2014, todo veículo produzido no Brasil passa a contar com freios ABS, que é um sistema antibloqueio de frenagem, ou seja, regula a pressão que o condutor imprime nos pedais do freio de modo que as rodas não travem durante a frenagem. Isso, porque,

quando um carro está em movimento e suas rodas rolam sem deslizar, é o atrito estático que atua entre elas e o pavimento, ao passo que, se as rodas travarem na frenagem, algo que o ABS evita, será o atrito dinâmico que atuará entre os pneus e o solo. Considere um veículo de massa m , que trafega à velocidade V , sobre uma superfície, cujo coeficiente de atrito estático é μ_e e o dinâmico é μ_d .

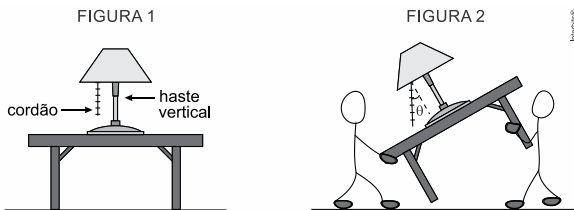
- a. Expresse a relação que representa a distância percorrida (d) por um carro até parar completamente, numa situação em que esteja equipado com freios ABS.
- b. Se considerarmos dois carros idênticos, trafegando à mesma velocidade sobre um mesmo tipo de solo, por que a distância de frenagem será menor naquele equipado com os freios ABS em relação àquele em que as rodas travam ao serem freadas?

3. (UNIFESP 2015) Um abajur está apoiado sobre a superfície plana e horizontal de uma mesa em repouso em relação ao solo. Ele é acionado por meio de um cordão que pende verticalmente, paralelo à haste do abajur, conforme a figura 1.

Para mudar a mesa de posição, duas pessoas a transportam inclinada, em movimento retilíneo e uniforme na direção horizontal, de modo que o cordão



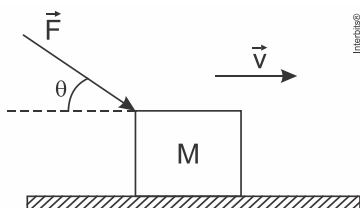
mantém-se vertical, agora inclinado de um ângulo $\theta = 30^\circ$, constante em relação à haste do abajur, de acordo com a figura 2. Nessa situação, o abajur continua apoiado sobre a mesa, mas na iminência de escorregar em relação a ela, ou seja, qualquer pequena inclinação a mais da mesa provocaria o deslizamento do abajur.



Calcule:

- o valor da relação $\frac{N_1}{N_2}$, sendo N_1 o módulo da força normal que a mesa exerce sobre o abajur na situação da figura 1 e N_2 o módulo da mesma força na situação da figura 2.
- o valor do coeficiente de atrito estático entre a base do abajur e a superfície da mesa.

4. (UFPR 2015) Um homem empurra uma caixa de massa M sobre um piso horizontal exercendo uma força constante \vec{F} , que faz um ângulo θ com a direção horizontal, conforme mostra a figura abaixo. Considere que o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a superfície é μ e que a aceleração da gravidade é g .

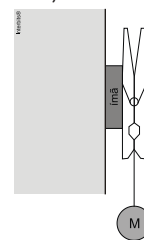


- Utilizando as grandezas e símbolos apresentados no enunciado, deduza

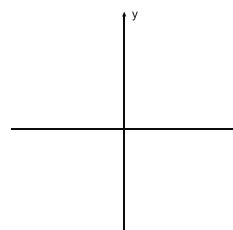
uma equação literal para o módulo da força \vec{F} exercida pelo homem de modo que a caixa se movimente com velocidade escalar constante \vec{v} para a direita.

Escreva a equação para o módulo da força, para o caso particular em que o ângulo θ é igual a zero, isto é, a força \vec{F} é paralela ao piso

5. (UFF 2012) Ímãs são frequentemente utilizados para prender pequenos objetos em superfícies metálicas planas e verticais, como quadros de avisos e portas de geladeiras. Considere que um ímã, colado a um grampo, esteja em contato com a porta de uma geladeira. Suponha que a força magnética que o ímã faz sobre a superfície da geladeira é perpendicular a ela e tem módulo F_M . O conjunto ímã/grampo tem massa m_0 . O coeficiente de atrito estático entre a superfície da geladeira e a do ímã é μ_e . Uma massa M está pendurada no grampo por um fio de massa desprezível, como mostra a figura.



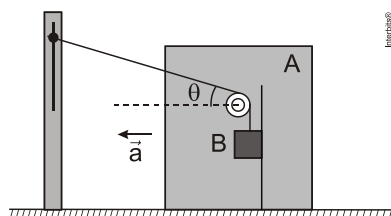
- Desenhe no diagrama as forças que agem sobre o conjunto ímã/grampo (representado pelo ponto preto no cruzamento dos eixos x e y na figura), identificando cada uma dessas forças.





b. Qual o maior valor da massa M que pode ser pendurada no grampo sem que o conjunto caia?

6. (ITA 2012) A figura mostra um sistema formado por dois blocos, A e B, cada um com massa m. O bloco A pode deslocar-se sobre a superfície plana e horizontal onde se encontra. O bloco B está conectado a um fio inextensível fixado à parede, e que passa por uma polia ideal com eixo preso ao bloco A. Um suporte vertical sem atrito mantém o bloco B descendo sempre paralelo a ele, conforme mostra a figura. Sendo μ o coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e a superfície, g a aceleração da gravidade, e $\theta = 30^\circ$ mantido constante, determine a tração no fio após o sistema ser abandonado do repouso.



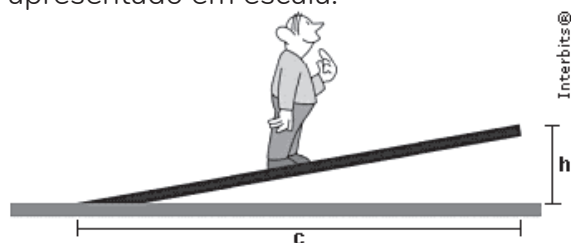
7. (UFSC 2011) No urbanismo e na arquitetura, a questão da acessibilidade tem recebido grande atenção nas últimas décadas, preocupação que pode ser verificada pela elaboração de normas para regulamentar a acessibilidade. A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), por meio da norma NBR 9050 elaborada no Comitê Brasileiro de

Acessibilidade, define:

- **Acessibilidade:** Possibilidade e condição de alcance, percepção e entendimento para a utilização com segurança e autonomia de edificações, espaço, mobiliário, equipamento urbano e elementos.

- **Rampa:** Inclinação da superfície de piso, longitudinal ao sentido de caminhamento. Consideram-se rampas aquelas com declividade igual ou superior a 5%.

A figura apresenta uma rampa com 5% de inclinação, sobre a qual se encontra uma pessoa em pé e parada. Para facilitar a visualização, o desenho não está apresentado em escala.



A inclinação das rampas deve ser calculada segundo a seguinte equação:

$$i = \frac{h \cdot 100}{c}, \text{na qual:}$$

- { i é a inclinação, em porcentagem;
- { h é a altura do desnível;
- { c é o comprimento da projeção horizontal da rampa

Considerando as informações acima apresentadas:

- a. Desenhe e identifique as forças que atuam sobre a pessoa.
- b. Identifique o tipo de atrito que existe entre a pessoa e a rampa para que ela possa caminhar com segurança sobre a mesma.
- c. Determine o coeficiente de atrito mínimo para que a pessoa não deslize ao caminhar nesta rampa. Mostre explicitamente o raciocínio matemático utilizado, que deve ser fundamentado em princípios físicos.



8. (UNIMONTES 2011) Uma caixa de massa m encontra-se na carroceria de um caminhão de massa M que se desloca com velocidade de módulo V . O caminhão é freado bruscamente até parar, após percorrer 5 metros. A caixa para, após percorrer 2 metros ao longo da superfície da carroceria. Se μ_p é o coeficiente de atrito entre os pneus do caminhão e o solo e μ_c é o coeficiente de atrito entre o fundo da caixa e a carroceria do caminhão, então a razão será igual a

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

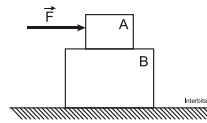
TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Dados:
 Aceleração da gravidade: 10 m/s^2
 Densidade da água: 10^3 kg/m^3
 Velocidade da luz no vácuo: $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

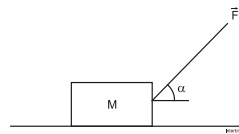
	30°	37°	45°
sen	0,50	0,60	0,71
cos	0,86	0,80	0,71

9. (UFPE 2011) Para medir o coeficiente de atrito cinético, μ_c , entre um bloco e uma superfície plana, um impulso inicial é dado ao bloco, que se desloca em linha reta sobre a superfície até parar. O bloco percorre 80 cm desde o instante em que a sua velocidade tem módulo igual a 2 m/s até o instante em que para. Expressando o coeficiente de atrito cinético na forma $\mu_c = A \cdot 10^{-2}$, qual o valor de A ?

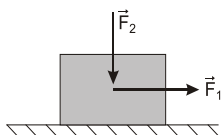
10. (UFPE 2010) Considere dois blocos empilhados, A e B, de massas $m_A = 1,0 \text{ kg}$ e $m_B = 2,0 \text{ kg}$. Com a aplicação de uma força horizontal \vec{F} sobre o bloco A, o conjunto move-se sem ocorrer deslizamento entre os blocos. O coeficiente de atrito estático entre as superfícies dos blocos A e B é igual a $0,60$, e não há atrito entre o bloco B e a superfície horizontal. Determine o valor máximo do módulo da força \vec{F} , em newtons, para que não ocorra deslizamento entre os blocos.



11. (UDESC 2009) Calcule a aceleração do sistema abaixo quando o corpo de massa M é puxado por uma força \vec{F} que forma um ângulo α com a horizontal. Sabendo-se que entre a superfície e o corpo existe um coeficiente de atrito cinético μ .
 Dados: $F = 10 \text{ N}$; $M = 2 \text{ kg}$; $\alpha = 60^\circ$; $\mu = 0,1$; $\cos 60^\circ = 0,5$; $\sin 60^\circ = 0,9$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$.



12. (UEG 2009) Na caixa da figura a seguir existem duas forças aplicadas, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 . O módulo da força \vec{F}_1 é constante e diferente de zero. Inicialmente, o módulo de \vec{F}_2 é nulo, mas aumenta em seguida.

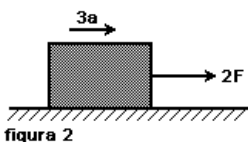
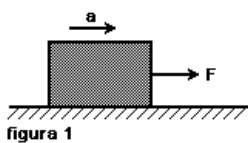


Com relação a uma mudança em seu módulo, o que a presença da força provoca em cada uma das seguintes forças?

- a. Na força gravitacional sobre a caixa
- b. Na força de atrito estático entre a caixa e o chão
- c. Na força normal que o chão faz na caixa
- d. No módulo da força de atrito estático máximo entre a caixa e o chão

13. (UERJ 2008) Um bloco de massa igual a 1,0 kg repousa em equilíbrio sobre um plano inclinado. Esse plano tem comprimento igual a 50 cm e alcança uma altura máxima em relação ao solo igual a 30 cm. Calcule o coeficiente de atrito entre o bloco e o plano inclinado.

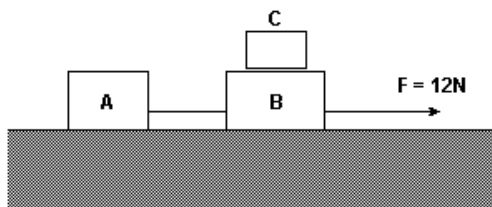
14. (UFRJ 2008) Uma força horizontal de módulo F puxa um bloco sobre uma mesa horizontal com uma aceleração de módulo a , como indica a figura 1



Sabe-se que, se o módulo da força for duplicado, a aceleração terá módulo $3a$, como indica a figura 2. Suponha que, em ambos os casos, a única outra força horizontal que age sobre o bloco seja a força de atrito - de módulo invariável f - que a mesa exerce sobre ele.

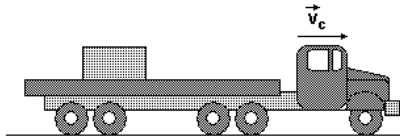
Calcule a razão f/F entre o módulo f da força de atrito e o módulo F da força horizontal que puxa o bloco.

15. (UNESP 2008) Dois corpos, A e B, atados por um cabo, com massas $m_A=1$ kg e $m_B=2,5$ kg, respectivamente, deslizam sem atrito no solo horizontal sob ação de uma força, também horizontal, de 12 N aplicada em B. Sobre este corpo, há um terceiro corpo, C, com massa $m_C=0,5$ kg, que se desloca com B, sem deslizar sobre ele. A figura ilustra a situação descrita



Calcule a força exercida sobre o corpo C.

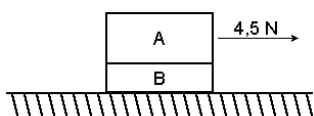
16. (CFTCE 2007) Uma carreta, cuja carroceria mede cerca de 12 metros, trafega em uma via retilínea e horizontal, com velocidade escalar constante de 18,0 km/h, em relação ao solo, transportando um caixote, conforme a figura.



Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre as superfícies do caixote e do caminhão é igual ao dinâmico e vale 0,10, determine: (Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze a resistência do ar)

- a. a máxima aceleração e desaceleração que o caminhão pode imprimir, sem que o caixote deslize.
- b. a distância que o caixote deslizará sobre o caminhão, se a velocidade deste diminuir, uniformemente, 2 m/s em cada segundo, até parar.

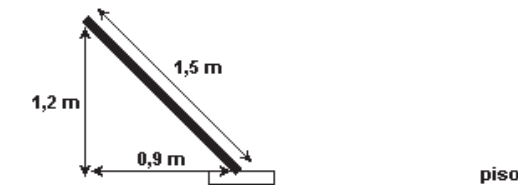
17. (UNESP 2006) Dois blocos, A e B, com A colocado sobre B, estão em movimento sob ação de uma força horizontal de $4,5 \text{ N}$ aplicada sobre A, como ilustrado na figura.



Considere que não há atrito entre o bloco B e o solo e que as massas são respectivamente $m_A = 1,8 \text{ kg}$ e $m_B = 1,2 \text{ kg}$. Tomando $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule

- a. a aceleração dos blocos, se eles se locomovem juntos.
- b. o valor mínimo do coeficiente de atrito estático para que o bloco A não deslize sobre B.

18. (UFPE 2006) Uma vassoura, de massa $0,4 \text{ kg}$, está posicionada sobre um piso horizontal como indicado na figura. Uma força, de módulo $F(\text{cabo})$, é aplicada para baixo ao longo do cabo da vassoura. Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre o piso e a base da vassoura é $\mu_e = \frac{1}{8}$, calcule $F(\text{cabo})$, em newtons, para que a vassoura fique na iminência de se deslocar. Considere desprezível a massa do cabo, quando comparada com a base da vassoura.

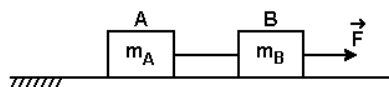


TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
SE NECESSÁRIO, ADOTE $g = 10 \text{ m/s}^2$.

19. (CFTCE 2006) Ao ser solicitado por uma força horizontal F , um bloco A move-se com velocidade constante de 36 km/h . Para aumentar sua velocidade, a força é acrescida de 20%. Sabendo-se que a força resistência total oferecida ao movimento é igual a 15% do peso do bloco A e independe de sua velocidade, determine a distância percorrida pelo bloco, desde o instante em que a força aumentou até atingir a velocidade de 72 km/h .



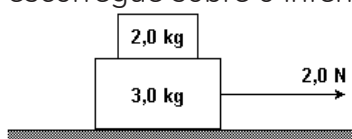
20. (UNESP 2005) A figura ilustra um bloco A, de massa $m_A = 2,0$ kg, atado a um bloco B, de massa $m_B = 1,0$ kg, por um fio inextensível de massa desprezível. O coeficiente de atrito cinético entre cada bloco e a mesa é μ_c . Uma força $F = 18,0$ N é aplicada ao bloco B, fazendo com que ambos se desloquem com velocidade constante.



Considerando $g = 10,0$ m/s², calcule

- a. o coeficiente de atrito μ_c .
- b. a tração T no fio.

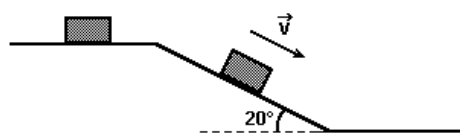
21. (UNESP 2004) Um bloco de massa 2,0 kg repousa sobre outro de massa 3,0 kg, que pode deslizar sem atrito sobre uma superfície plana e horizontal. Quando uma força de intensidade 2,0 N, agindo na direção horizontal, é aplicada ao bloco inferior, como mostra a figura, o conjunto passa a se movimentar sem que o bloco superior escorregue sobre o inferior.



Nessas condições, determine

- a. a aceleração do conjunto.
- b. a intensidade da força de atrito entre os dois blocos.

22. (UFG 2003) Blocos de gelo de 10 kg são armazenados em uma câmara frigorífica. Os blocos são empurrados para a câmara através de uma rampa que forma um ângulo de 20° com a horizontal, conforme a figura adiante. Suponha que a presença do atrito entre o gelo e a rampa faça com que os blocos desçam com velocidade constante de 3 m/s. Ao final da rampa, os blocos passam a se movimentar num trecho horizontal, iniciando o movimento com a mesma velocidade de 3 m/s. Dados: aceleração da gravidade $g = 10$ m/s²; $\sin 20^\circ = 0,34$ e $\cos 20^\circ = 0,94$.



Calcule o coeficiente de atrito cinético entre a rampa e o bloco de gelo.

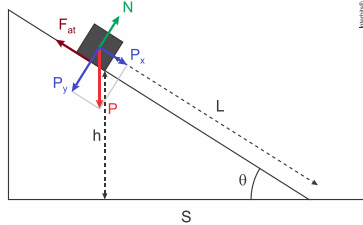
Considerando que o coeficiente de atrito cinético entre o gelo e o trecho horizontal seja o mesmo do item anterior, determine a distância que o bloco de gelo percorre até parar.

23. Qual a função do óleo que se coloca no motor?



GABARITO

1. a. Do diagrama de corpo livre abaixo temos as forças atuantes no bloco nas coordenadas do plano inclinado juntamente com as componentes do peso do bloco.



Notamos que no plano inclinado, a força resultante é dada por:

$$F_R = P_x - F_{at} \quad (1)$$

Ainda que:

$$P_x = M \cdot g \cdot \text{sen} \theta \quad (2)$$

e

$$F_{at} = \mu \cdot N = \mu \cdot M \cdot g \cdot \text{cos} \theta \quad (3)$$

Usando a segunda Lei de Newton e combinando as equações anteriores:

$$F_R = M \cdot a \quad (4)$$

$$M \cdot a = M \cdot g \cdot \text{sen} \theta - \mu \cdot M \cdot g \cdot \text{cos} \theta \quad \therefore \quad a = g(\text{sen} \theta - \mu \cdot \text{cos} \theta)$$

b. O trabalho realizado pela força de atrito ($\tau_{F_{at}}$) é um trabalho resistente, portanto negativo e dado por:

$$\tau_{F_{at}} = F_{at} \cdot L \quad (5)$$

Usando a trigonometria tiramos uma relação entre L e h:

$$L = \frac{h}{\text{sen} \theta} \quad (6)$$

Combinando as equações (5), (3) e (6), obtemos:

$$\tau_{F_{at}} = -\mu \cdot M \cdot g \cdot \text{cos} \theta \cdot \frac{h}{\text{sen} \theta} \quad \therefore \quad \tau_{F_{at}} = -\mu \cdot M \cdot g \cdot h \cdot \text{ctg} \theta = \tau_{F_{at}} = -\frac{\mu \cdot M \cdot g \cdot h}{\tan \theta}$$

2. Esta questão tem várias formas de resolução. Podemos utilizar as equações do movimento uniformemente variado posição e velocidade em função do tempo ou ainda a equação de Torricelli, bem como a equação que relaciona energia e trabalho, conjuntamente com as leis de Newton para o equilíbrio estático do corpo para determinar a aceleração e, por fim, o deslocamento do móvel.

a. Utilizando para a demonstração a equação de Torricelli:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

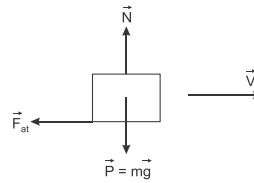
Como o veículo está desacelerando ($a < 0$) até parar ($v_f = 0$), temos:

$$0 = v_i^2 - 2ad$$

Isolando d e substituindo a velocidade inicial por V, ficamos com:

$$d = \frac{V^2}{2a} \quad (1)$$

Aplicando a 2ª Lei de Newton, podemos calcular a aceleração de acordo com o diagrama de corpo livre abaixo:



No eixo horizontal (x):

$$\sum \vec{F}_x = |\vec{F}_{at}| = ma$$

Como, $|\vec{F}_{at}| = \mu N$

$$ma = \mu N \Rightarrow a = \frac{\mu N}{m} \quad (2)$$

No eixo vertical (y), temos:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow |\vec{N}| = |\vec{P}| \Rightarrow N = mg \quad (3)$$

As equações (3) e (2) nos fornecem a aceleração:

$$a = \frac{\mu mg}{m} \Rightarrow a = \mu g \quad (4)$$

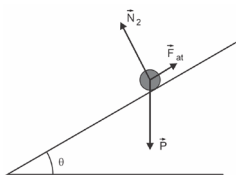
Substituindo a equação (4) em (1) e considerando que o dispositivo com ABS não bloqueia as rodas, então o coeficiente de atrito é o estático μ_e finalmente chegamos a uma expressão para a distância percorrida até o veículo parar totalmente.

$$d = \frac{V^2}{2\mu_e g}$$

b. A distância da frenagem é inversamente proporcional ao coeficiente de atrito, isto é, quanto maior este coeficiente, menor é a distância necessária para o veículo parar. Portanto, como o coeficiente de atrito estático atua nos freios ABS e é maior que o coeficiente de atrito dinâmico ($\mu_e > \mu_d$), a distância de frenagem será menor para o veículo com esse dispositivo.

3. a. Na FIGURA 1 o abajur está em repouso, na horizontal. Então a normal e o peso têm mesma intensidade. $N_1 = P$.

A figura mostra as forças que agem no abajur na situação da FIGURA 2. Como o abajur ainda está em repouso, a resultante dessas forças é nula. Pela regra da poligonal, elas devem fechar um triângulo.



No triângulo destacado:

$$\cos\theta = \frac{N_2}{P} \Rightarrow N_2 = P \cos\theta \Rightarrow N_2 = P \cos 30^\circ \Rightarrow N_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} P.$$

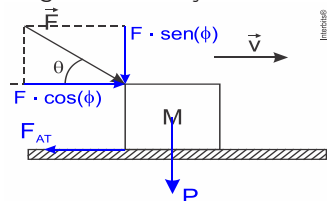
$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{P'}{\frac{\sqrt{3}}{2} P} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{\frac{N_1}{N_2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}}$$

b. Como o abajur está na iminência de escorregar, a força de atrito tem intensidade máxima.

Ainda no triângulo destacado:

$$\text{tg}\theta = \frac{F_{\text{at}}}{N_2} \Rightarrow \frac{\mu_e N_2}{N_2} = \text{tg}\theta \Rightarrow \mu_e = \text{tg}\theta = \text{tg} 30^\circ \Rightarrow \boxed{\mu_e = \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

4. a. Analisando o enunciado, podemos fazer o diagrama de forças atuando na caixa.



Assim, podemos dizer que:

$$\begin{cases} F \cdot \cos(\theta) = F_{\text{AT}} \\ N = P + F \cdot \text{sen}(\theta) \end{cases}$$

Logo,

$$F \cdot \cos(\theta) = \mu \cdot N$$

$$F \cdot \cos(\theta) = \mu \cdot (P + F \cdot \text{sen}(\theta))$$

$$F \cdot \cos(\theta) = \mu \cdot m \cdot g + \mu \cdot F \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$F \cdot \cos(\theta) - \mu \cdot F \cdot \text{sen}(\theta) = \mu \cdot m \cdot g$$

$$F = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{\cos(\theta) - \mu \cdot \text{sen}(\theta)}$$

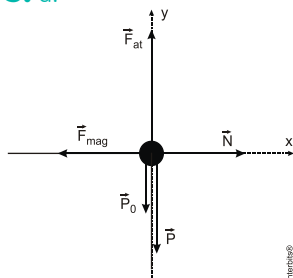
b. Se o ângulo for igual a zero (Força F na horizontal), teremos que:

$$F = F_{\text{AT}}$$

$$F = \mu \cdot N = \mu \cdot P$$

$$F = \mu \cdot m \cdot g$$

5. a.



\bar{P} : peso do corpo suspenso;

\bar{P}_0 : peso do conjunto ímã/grampo;

\bar{F}_{mag} : força magnética;

\bar{F}_{at} : componente de atrito da força que a superfície da geladeira exerce no conjunto;

\bar{N} : componente normal da força que a superfície da geladeira exerce no conjunto;

b. O maior valor da massa M do corpo que pode ser pendurado sem que o conjunto ímã/grampo caia é aquele valor que coloca o conjunto na iminência de escorregar, ou seja, quando a componente de atrito atinge intensidade máxima ($F_{\text{at máx}}$).

Assim, do equilíbrio:

$$\begin{cases} \text{Eixo x: } N = F_{\text{mag}} \\ \text{Eixo y: } F_{\text{at máx}} = P + P_0 \end{cases} \Rightarrow \mu_e N = M g + m_0 g \Rightarrow$$

$$\mu_e F_{\text{mag}} = M g + m_0 g \Rightarrow$$

$$M = \frac{\mu_e F_{\text{mag}} - m_0 g}{g} \Rightarrow$$

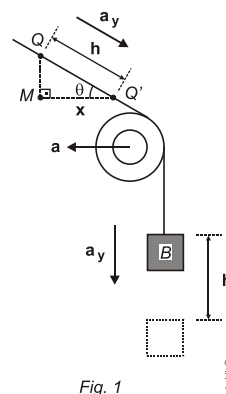
$$M = \frac{\mu_e F_{\text{mag}}}{g} - m_0.$$

6. — O bloco A tem aceleração apenas na direção horizontal (a).

— A aceleração do bloco B tem duas componentes:

– Na direção horizontal, $a_B = a$;

– Na direção vertical, $a_{By} = a \cos \theta$, conforme mostramos com auxílio da Fig. 1.



Se o bloco B desce h, o ponto Q do fio desloca-se também h, passando para a posição Q' e a polia desloca-se x.

No triângulo MQQ':

$$X = h \cos \theta$$

Podemos extrapolar esse raciocínio para a velocidade e para a aceleração.

Portanto:



$$a = a_y \cos\theta \Rightarrow a_y = \frac{a}{\cos\theta} = \frac{a}{\cos 30^\circ} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow$$

$$a_y = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

A Fig. 2 mostra as forças agindo em cada uma das partes do sistema. Como a polia e o suporte estão fixos no bloco A, as forças nele aplicadas foram transferidas ao bloco, já decompostas nos eixos x (horizontal) e y (vertical).

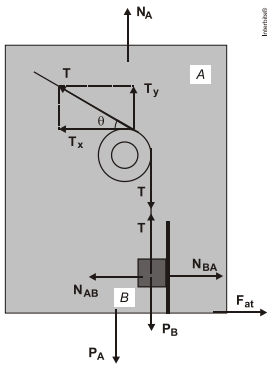


Fig. 2

$$\begin{cases} T_x = T \cos\theta = T \cos 30^\circ \Rightarrow T_x = T \frac{\sqrt{3}}{2} \\ T_y = T \sin\theta = T \sin 30^\circ \Rightarrow T_y = \frac{T}{2} \end{cases}$$

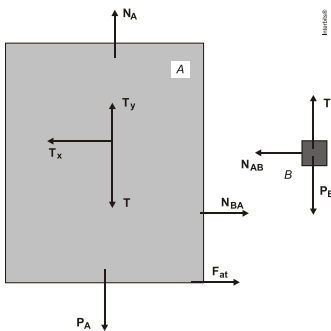


Fig. 3

Analisando os dois blocos, nas direções vertical (y) e horizontal (x).

$$\begin{cases} \text{Bloco A:} \\ \text{Na vertical: } R_{Ay} = 0 \Rightarrow N_A + T_y = P_A \Rightarrow N_A = mg + \frac{T}{2} \quad (I) \\ \text{Na horizontal: } R_{Ax} = ma \Rightarrow T_x - N_{BA} - F_{at} = ma \Rightarrow \\ T \frac{\sqrt{3}}{2} - N_{BA} - \mu N_A = ma \Rightarrow \\ (I) \text{ em } (II) \Rightarrow T \frac{\sqrt{3}}{2} - N_{BA} - \mu \left(mg + \frac{T}{2} \right) = ma \Rightarrow \\ T \frac{\sqrt{3}}{2} - N_{BA} - \mu mg - \mu \frac{T}{2} = ma \quad (II) \\ \text{Bloco B:} \\ \text{Na vertical: } R_{By} = ma_y \Rightarrow mg - T = m \frac{2a}{\sqrt{3}} \Rightarrow ma = \frac{\sqrt{3}}{2} (mg - T) \quad (III) \\ \text{Na horizontal: } R_{Bx} = ma \Rightarrow N_{AB} = ma \quad (IV) \end{cases}$$

Como $N_{AB} = N_{BA}$ (ação-reação), substituindo (IV) em (II):

$$T \frac{\sqrt{3}}{2} - ma - \mu mg - \mu \frac{T}{2} = ma \Rightarrow T \frac{\sqrt{3}}{2} - \mu \frac{T}{2} = 2ma + \mu mg \quad (V)$$

Substituindo (III) em (V):

$$T \frac{\sqrt{3}}{2} - \mu \frac{T}{2} = 2 \frac{\sqrt{3}}{2} (mg - T) + \mu mg \Rightarrow$$

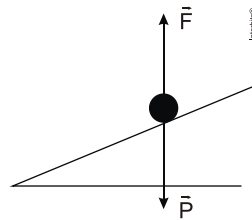
$$T \frac{\sqrt{3}}{2} - \mu \frac{T}{2} = \sqrt{3} mg - \sqrt{3} T + \mu mg \Rightarrow$$

$$T \frac{\sqrt{3}}{2} - \mu \frac{T}{2} + \sqrt{3} T = (\sqrt{3} + \mu) mg \Rightarrow$$

$$T \left(\frac{3\sqrt{3} - \mu}{2} \right) = (\sqrt{3} + \mu) mg \Rightarrow$$

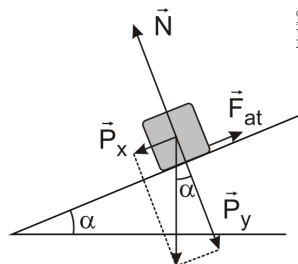
$$T = \frac{2(\sqrt{3} + \mu) mg}{3\sqrt{3} - \mu}$$

7. a. Sobre o homem agem duas forças: A força exercida pela rampa (\vec{F}) e o peso (\vec{P}).



b. Atrito estático, pois não há escorregamento.

c.



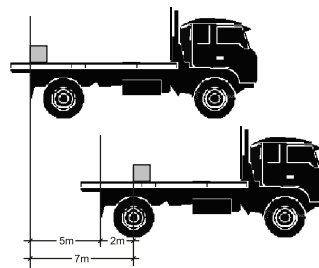
$$\begin{cases} N = P_y = m g \cos \alpha \\ P_x = m g \sin \alpha \end{cases}$$

Consideremos a pessoa na iminência de escorregar: A componente de atrito deve equilibrar a componente tangencial do peso.

$$F = P_x \Rightarrow \mu N = m g \sin \alpha \Rightarrow \mu m g \cos \alpha = m g \sin \alpha \Rightarrow$$

$$\mu = \tan \alpha \Rightarrow \mu = \frac{h}{c}$$

8. A figura mostra as posições iniciais e finais do caminhão e da caixa.



Observe que, em relação ao solo, o deslocamento do caminhão foi 5,0 m e da caixa 7,0 m.



Denominemos a_1 a desaceleração do caminhão em relação ao solo e a_2 a desaceleração do caixote em relação ao solo.

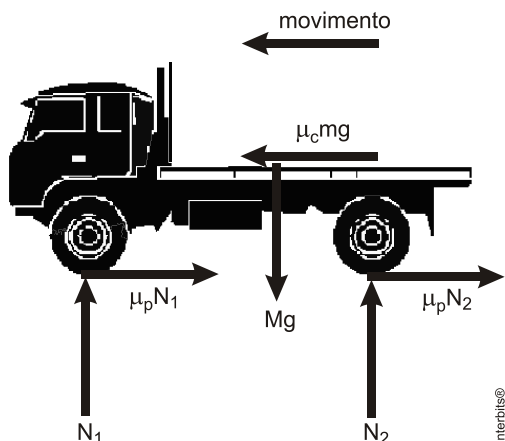
Utilizando a Equação de Torricelli: $V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S$ vem:

Para o caminhão: $0 = V^2 - 2 \cdot a_1 \cdot 5 \rightarrow V^2 = 10a_1$ (01)

Para o caixote: $0 = V^2 - 2 \cdot a_2 \cdot (5 + 2) \rightarrow V^2 = 14a_2$ (02)

Igualando 01 e 02, vem: $10a_1 = 14a_2 \rightarrow a_1 = 1,4a_2$ (03)

A figura abaixo mostra as forças que agem no caminhão supondo que na freada as quatro rodas travaram.



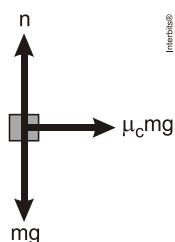
Na vertical a resultante é nula: $N_1 + N_2 = Mg$

Na horizontal: $\vec{F}_R = ma \rightarrow \mu_p(N_1 + N_2) - \mu_c mg = Ma_1$

$$\mu_p Mg - \mu_c mg = Ma_1 \rightarrow a_1 = \left(\mu_p - \frac{\mu_c m}{M}\right)g$$

Supondo M muito maior do que m, vem: $a_1 = \mu_p g$ (04)

A figura abaixo mostra as forças que agem no caixote.



Na vertical a resultante é nula: $n = mg$

Na horizontal: $\vec{F}_R = ma \rightarrow \mu_c mg = ma_2$

Portanto: $a_2 = \mu_c g$ (05)

Substituindo 05 e 04 em 03, vem:

$$a_1 = 1,4a_2 \rightarrow \mu_p \cdot g = 1,4\mu_c \cdot g \rightarrow \frac{\mu_c}{\mu_p} = \frac{1}{1,4} \cong 0,71$$

Não há opção nem próxima.

9.Dados:

$$V_0 = 2\text{m/s}; g = 10\text{m/s}^2; \Delta S = 80\text{cm} = 0,8\text{m}; \mu_c = A \cdot 10^{-2}$$

Aplicando a equação de Torricelli para calcular o módulo da aceleração:

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow 0 = 4 + 2a(0,8) \Rightarrow a = -2,5\text{m/s}^2 \Rightarrow |a| = 2,5\text{m/s}^2$$

Pelo princípio fundamental da dinâmica, destacando que a resultante é a força de atrito cinética:

$$F_{\text{res}} = m|a| \Rightarrow \mu_c N = m|a| \Rightarrow \mu_c mg = m|a| \Rightarrow \mu_c = \frac{|a|}{g} = \frac{2,5}{10} = 0,25 \Rightarrow \mu_c = 25 \times 10^{-2}$$

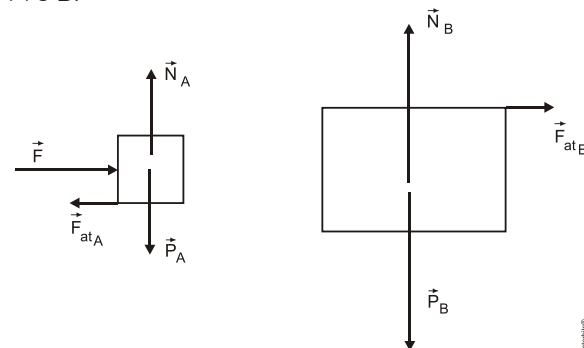
Mas:

$$\mu_c = A \cdot 10^{-2} \Rightarrow 25 \times 10^{-2} = A \cdot 10^{-2} \Rightarrow A = 25$$

10. 9 N

$$m_A = 1 \text{ kg}; m_B = 2 \text{ kg}; \mu = 0,6$$

As figuras mostram as forças agindo nos blocos A e B.



As forças de atrito agindo nos blocos têm mesma intensidade, pois formam um par ação-reação. A intensidade da força mostrada é máxima ($F_{\text{máx}}$) na iminência de escorregamento relativo entre os blocos. Nesse caso, temos:

$$F_{\text{at}_A} = F_{\text{at}_B} = F_{\text{at}} = \mu N_A = 0,6(10) \Rightarrow F_{\text{at}} = 6 \text{ N}$$

Aplicando o princípio fundamental da dinâmica na direção horizontal:

$$\text{Bloco B} \{ F_{\text{at}} = m_B a \Rightarrow 6 = 2a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Bloco A} \{ F_{\text{máx}} - F_{\text{at}} = m_A a \Rightarrow F_{\text{máx}} - 6 = 1(3) \Rightarrow F_{\text{máx}} = 9 \text{ N}$$

11. $F = m \cdot a$

Na direção vertical

$$N + F \cdot \text{sen} \alpha = m \cdot g$$

$$N + 10 \cdot 0,9 = 2 \cdot 10$$

$$N + 9 = 20$$

$$N = 20 - 9 = 11 \text{ N}$$

Na direção horizontal

$$F \cdot \text{cos} \alpha - \mu N = m \cdot a$$

$$10 \cdot 0,5 - 0,1 \cdot 11 = 2 \cdot a$$

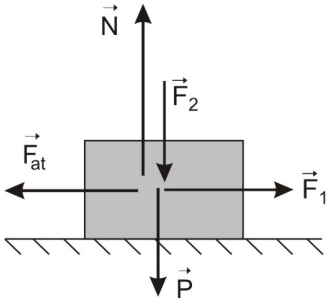
$$5 - 1,1 = 2 \cdot a$$

$$3,9 = 2 \cdot a \Rightarrow a = 1,95 \text{ m/s}^2$$

12. A figura a seguir mostra as forças que agem na caixa.



Exercícios Aprofundados: Força de Atrito



a. A força gravitacional (peso) é devida à interação com a Terra. $P = m g$, não depende da intensidade de F_2 . Portanto, a presença dessa força não altera a força gravitacional.

b. A força de atrito estático é a força que impede a caixa de entrar em movimento, equilibrando a força F_1 , não dependendo de . Portanto, a presença dessa força não altera a força de atrito.

c. Como a caixa está em equilíbrio, a resultante das forças que agem nela é nula. Então a soma vetorial dessas forças é nula: $\vec{N} + \vec{F}_2 + \vec{P} = \vec{0}$. Em módulo: $N = P + F_2$. Assim, a presença de F_2 provoca mudança na normal.

d. A força de atrito máxima tem intensidade $F_{at_{máx}} = \mu N$. Se a presença de F_2 provoca mudança na intensidade da normal, também provoca mudança na intensidade na força de atrito máxima.

13. O plano inclinado possui uma secção transversal que é um triângulo retângulo de hipotenusa 50 cm e cateto 30 cm. O outro cateto, por Pitágoras, deve ser de 40 cm.

$$P(x) - F(\text{atrito}) = 0$$

$$mg \text{sen} \alpha - \mu mg \text{cos} \alpha = 0$$

$$\text{sen} \alpha - \mu \text{cos} \alpha = 0$$

$$\mu = \text{sen} \alpha / \text{cos} \alpha$$

$$\mu = \text{tg} \alpha = 30/40 = 3/4 = 0,75$$

14. $f/F = 1/2$

15. Forças que atuam no corpo C:

- 1) Peso de C, aplicado pela Terra, com módulo 5,0 N.
- 2) Força aplicada pelo corpo B com módulo 5,2 N tendo uma componente de atrito com módulo 1,5 N (resultante) e uma componente normal com módulo 5,0 N.

16. a. 1 m/s^2

b. 3,125 m

17. a. $1,5 \text{ m/s}^2$

b. 0,1

18. $F(\text{cabo}) = 1 \text{ N}$

19. $F - F(\text{resistência}) = m.a$

$$1,2 \cdot 0,15 mg - 0,15 mg = m.a$$

$$0,2 \cdot 0,15.g = a \implies a = 0,3 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2.a.S$$

$$20^2 = 10^2 + 2 \cdot 0,3.S$$

$$400 = 100 + 0,6.S$$

$$300 = 0,6.S$$

$$S = 300/0,6 = 500 \text{ m}$$

20. a. 0,60

b. 12,0N

21. a. $0,4 \text{ m/s}^2$

b. 0,8 N

22. a. 0,36

b. 1,25 m

23. A função do óleo no motor dos automóveis é a de lubrificar as partes internas, reduzindo o atrito, que desgasta as peças.

ANOTAÇÕES
