



ESTATÍSTICA



Fig.5



Fig.1

Fig.2



Fig.3

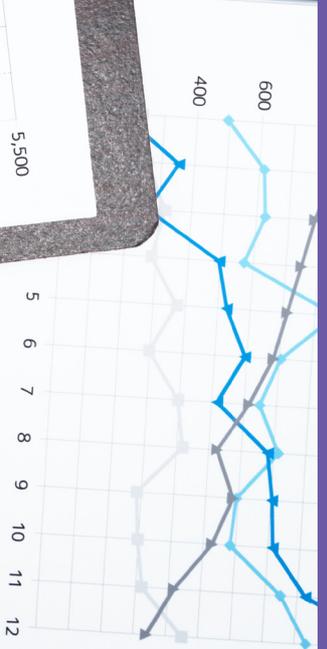
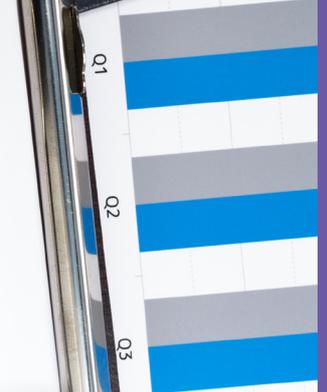


Fig.10



ESTATÍSTICA

Quer ter uma nota no vestibular acima da média? A estatística te ajudará a alcançar esse destaque!

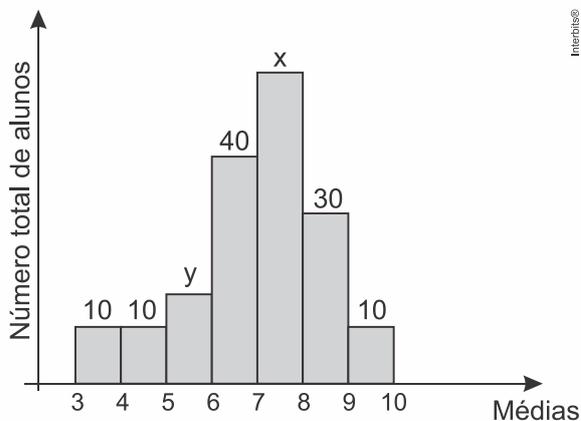
Esta subárea é composta pelos módulos:

1. Exercícios Aprofundados: Estatística



ESTATÍSTICA

1. (Epcar (Afa) 2020) No Curso Preparatório de Cadetes do Ar (CPCAR) existem 8 turmas de 25 alunos que ao final do 3º trimestre de certo ano apresentaram as médias em matemática, registradas no gráfico abaixo:



Neste ano, 60% dos alunos do CPCAR obtiveram média maior ou igual a 7

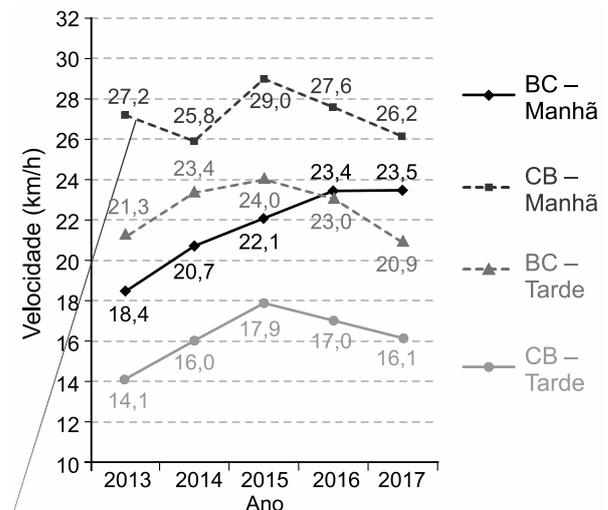
Analise cada proposição abaixo quanto a ser (V) Verdadeira ou (F) Falsa.

- () x% do total de alunos apresentaram média maior ou igual a 6
- () y% do total de alunos apresentaram média menor que 6
- () A nota mediana deste resultado é maior que 7,3

Sobre as proposições, tem-se que

- a) todas são verdadeiras.
- b) todas são falsas.
- c) apenas duas são falsas.
- d) apenas uma é falsa.

2. (UNESP 2020) A Companhia de Engenharia de Tráfego (CET) divulgou um estudo apresentando a mobilidade no sistema viário da cidade de São Paulo. Um dos resultados desse estudo consiste na comparação da velocidade média do tráfego geral, em um importante conjunto de vias, no sentido bairro- centro (BC) e no sentido centro-bairro (CB), nos horários de pico dos períodos da manhã e da tarde, de 2013 a 2017. O gráfico apresenta esse comparativo:



(CET: Mobilidade no Sistema Viário Principal – MSVP, 2017. www.cetesp.com.br, julho de 2018. Adaptado.)

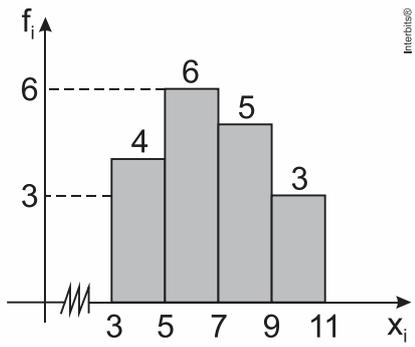
De acordo com o gráfico, em apenas um dos sentidos e em um determinado período foram registradas seguidas reduções anuais no tempo médio de deslocamento ao longo das vias. Comparando 2017 com 2013, a redução do tempo de deslocamento nessas vias, em porcentagem, é de, aproximadamente,

- a) 12,9%.
- b) 5,1%.



- c) 21,7%.
- d) 1,8%.
- e) 27,7%.

3. (EEAR 2019) A média da distribuição representada pelo seguinte Histograma é



- a) 8
- b) 7
- c) $\frac{56}{9}$
- d) $\frac{61}{9}$

4. (Epcar (Afa) 2018) Na tabela a seguir estão relacionados os salários de todos os funcionários das classes A, B e C de uma empresa cuja média salarial é R\$ 1.680,00.

Classes	Salários	Quantidade de funcionários
A	900 – 1.500	20
B	1.500 – 2.100	x
C	2.100 – 2.700	10

Se a mediana para a distribuição de frequências obtida acima é m, então a soma dos algarismos de m é igual a

- a) 10
- b) 12

- c) 15
- d) 18

5. (UPE 2018) Trezentos candidatos se submeteram ao teste de seleção para vaga de emprego em uma grande empresa sediada em Pernambuco. Os resultados estão agrupados na tabela a seguir:

DESEMPENHO DOS CANDIDATOS NO TESTE DE SELEÇÃO	
Pontuação no teste de seleção	Número de candidatos
80 – 90	20
90 – 100	100
100 – 110	120
110 – 120	50
120 – 130	10

Com base nessas informações, os valores aproximados da variância e do desvio-padrão são respectivamente:

- a) 103 e 10,15
- b) 102,5 e 10,09
- c) 94,6 e 9,72
- d) 84,9 e 9,21
- e) 76 e 8,71

6. (FCMMG 2017) O aparecimento de problemas hepáticos na população mundial. O fígado é um órgão vital, responsável por inúmeras funções no nosso organismo, como a produção de enzimas digestivas e de proteínas. É também responsável pela metabolização de nutrientes absorvidos pelos intestinos e pela limpeza de toxinas circulantes. Diversos fatores podem contribuir para o aumento da incidência de danos hepáticos aos sujeitos, entre eles, a alimentação e a utilização inadequadas de medicamentos.



Alguns dos exames de acompanhamento da função hepática realizam-se a partir de dosagens laboratoriais, como as referenciadas a seguir:

EXAME	VALORES DE REFERÊNCIA
Alanina Transaminase (ALT) ou (TGP)	Normal: até 38 unidades por litro de sangue (U/L)
Aspartato Transaminase (AST) ou (TGO)	Normal: até 38 unidades por litro de sangue (U/L)
Colesterol Total	Normal: até 200 miligramas por decilitro de sangue (mg/dL)

Objetivando-se acompanhar a função hepática em um grupo de 16 pacientes, foram registrados os valores relacionados aos resultados da dosagem para a taxa de TGP, TGO e Colesterol Total:

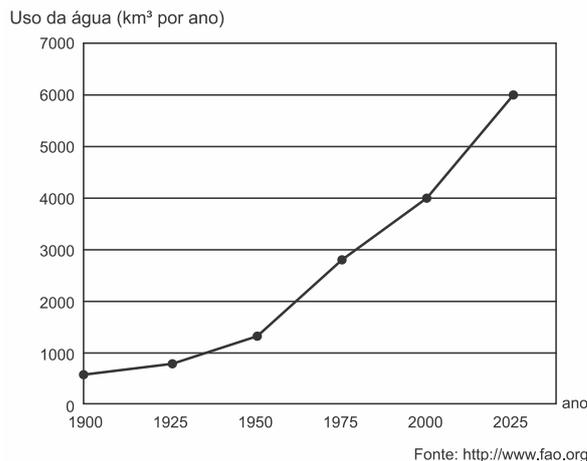
PACIENTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
TGP (U/L)	124	94	107	135	36	95	53	48	60	70	70	67	80	90	15	50
TGO (U/L)	57	70	80	18	20	22	19	65	95	74	102	106	80	33	104	94
Colesterol Total (mg/dL)	274	258	230	265	194	236	210	205	180	265	174	168	174	196	196	210

Nesse grupo, a mediana dos níveis da enzima Aspartato Transaminase (TGO) fornece como resultado:

- a) 42 (U/L)
- b) 65 (U/L)
- c) 72 (U/L)
- d) 80 (U/L)

7. (UFRGS 2017) As estimativas para o uso da água pelo homem, nos anos 1900 e 2000, foram, respectivamente, de 600 km³ e 4.000 km³ por ano. Em 2025, a expectativa é que sejam usados 6.000 km³ por ano de água na Terra.

O gráfico abaixo representa o uso da água em km³ por ano de 1900 a 2025.



Com base nos dados do gráfico, é correto afirmar que,

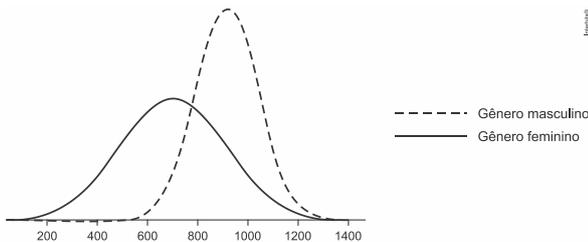
- a) de 1900 a 1925, o uso de água aumentou em 100%.
- b) de 1900 a 2000, o uso da água aumentou em mais de 600%.
- c) de 2000 a 2025, mantida a expectativa de uso da água, o aumento será de 66,6%.
- d) de 1900 a 2025, mantida a expectativa de uso da água, o aumento será de 900%.
- e) de 1900 a 2025, mantida a expectativa de uso da água, o aumento será de 1.000%.

8. (FCMMG 2017) Apesar da aparente igualdade entre os sexos, os salários entre homens e mulheres continuam sendo diferentes. Uma forma de estudar o preconceito em relação às mulheres no mercado de trabalho consiste na comparação de valores salariais de ambos os gêneros. No Brasil, pesquisas sinalizam que a participação das mulheres no mercado de trabalho tem aumentado e isso se reflete também na remuneração delas. Contudo, observa-se que os homens ganham em média 30% a mais.



As curvas seguintes seguem a distribuição normal, relacionadas com as médias salariais líquidas por gênero em determinada localidade brasileira.

A linha pontilhada representa a situação do gênero masculino e a linha contínua, do gênero feminino. A variável representada no eixo horizontal indica o valor salarial em reais.



Pelos dados dessa pesquisa, pode-se concluir que:

- a) O salário médio do gênero feminino, na localidade estudada, vale 700 reais e o do gênero masculino vale 910 reais, aproximadamente.
- b) A possibilidade de uma mulher, nesta localidade, receber mais que 1.400 reais é inexistente.
- c) Os homens residentes nesta localidade recebem mais que 400 reais mensais.
- d) O salário médio dos trabalhadores desta localidade é de 800 mensais.

9. (UFJF 2017) Um nutricionista indicou três dietas diferentes para grupos de pacientes que gostariam de perder peso (em quilogramas). A tabela a seguir indica a perda de peso (em quilogramas) por paciente de cada grupo.

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
2	2	3
3	2	4
4	2	4
4	3	4
5	3	5
6	5	6
8	8	6
10	9	5

A partir desses dados, a média de perda de peso do grupo 1, a mediana de perda de peso do grupo 3 e a moda da perda de peso do grupo 2 é dado, respectivamente, por:

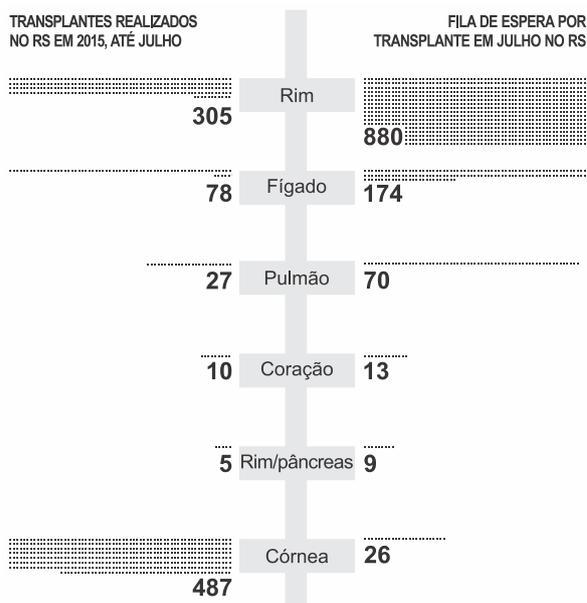
- a) 5,25; 4,5; 2,0.
- b) 4,25; 4,5; 3,0.
- c) 4,75; 2,0; 4,0.
- d) 5,25; 3,0; 4,5.
- e) 4,75; 4,0; 4,5.

10. (FGV 2016) Para $1 < x < y < x + y$, seja $S = \{1, x, y, x + y\}$. A diferença entre a média e a mediana dos elementos de S, nessa ordem, é igual a

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $\frac{1+4y}{2}$
- d) $\frac{x+y}{4}$
- e) $\frac{1+x-2y}{4}$



11. (UFRGS 2016) Observe o gráfico abaixo.



Fonte: Jornal Zero Hora

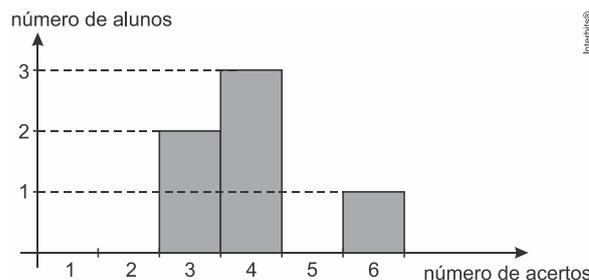
Nele está retratado o número de transplantes realizados no Rio Grande do Sul, até julho de 2015, e a quantidade de pessoas que aguardam na fila por um transplante no Estado, no mês de julho de 2015.

Assinale a alternativa que está de acordo com as informações do gráfico.

- a) Mais de 50% dos transplantes realizados no RS, até julho de 2015, foram transplantes de córnea.
- b) O percentual de pessoas que aguardavam transplante de pulmão em julho de 2015 era 70% do total de pessoas na fila de espera por transplantes.
- c) O transplante de fígado é o que apresenta maior diferença percentual entre o número de transplantes realizados e o número de pessoas que aguardavam transplante.
- d) O número de transplantes de fígado realizados até julho de 2015 é 288% maior do que o número de transplantes de pulmão realizados no mesmo período.

e) O transplante de córneas é o que tem a menor quantidade de pessoas aguardando transplante.

12. (EPCAR 2016) Um cursinho de inglês avaliou uma turma completa sendo que parte dos alunos fez a avaliação A, cujo resultado está indicado no gráfico abaixo.



Os demais alunos fizeram a avaliação B e todos tiveram 4 acertos. Assim, o desvio padrão obtido a partir do gráfico acima ficou reduzido à metade ao ser apurado o resultado da turma inteira.

Essa turma do cursinho de inglês tem

- a) mais de 23 alunos.
- b) menos de 20 alunos.
- c) 21 alunos.
- d) 22 alunos.

13. (EEAR 2016) A distribuição dos salários dos 20 funcionários de uma empresa está representada no quadro a seguir.

SALÁRIO (em reais)	Número de funcionários (f_i)	f_{ia}	f_r (%)
860	2	2	10
950	6	8	_____
1.130	_____	16	40
1.480	3	_____	15
2.090	1	20	5



Os valores que completam corretamente as lacunas do quadro são

- a) $f_i = 10$; $f_{ia} = 13$; $f_r = 30$
- b) $f_i = 10$; $f_{ia} = 13$; $f_r = 20$
- c) $f_i = 8$; $f_{ia} = 11$; $f_r = 20$
- d) $f_i = 8$; $f_{ia} = 19$; $f_r = 30$

14. (INSPER 2016) Durante um campeonato de futebol de salão, o jogador A disputou p partidas e marcou, no total, g gols. No mesmo campeonato, o jogador B disputou g partidas, conseguindo marcar um total de p^3 gols. Mesmo assim, a média de gols marcados por partida disputada foi a mesma para os dois jogadores. Sendo p e g números maiores do que 1, é correto concluir que

- a) $p = \sqrt{g}$
- b) $p = \sqrt[3]{g}$
- c) $p = 2g$
- d) $p = g^2$
- e) $p = g^3$

15. (UEG 2016) Os números de casos registrados de acidentes domésticos em uma determinada cidade nos últimos cinco anos foram: 100, 88, 112, 94 e 106. O desvio padrão desses valores é aproximadamente

- a) 3,6
- b) 7,2
- c) 8,5
- d) 9,0
- e) 10,0

16. (UEPG 2016) Em uma caixa há três varetas amarelas, medindo 3 cm, 5 cm e

7 cm e cinco varetas vermelhas medindo 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm e 7 cm.

Nesse contexto, assinale o que for correto.

- 01)** A média aritmética e a mediana dos comprimentos de todas as varetas são iguais.
- 02)** O desvio padrão do comprimento das varetas amarelas é maior que 3.
- 04)** Escolhendo-se duas varetas ao acaso, sem reposição, a probabilidade de serem de cores diferentes é $\frac{13}{28}$.
- 08)** Escolhendo-se ao acaso uma das varetas, a probabilidade de ser vermelha ou ter comprimento maior que 4 cm é $\frac{7}{8}$.

17. (EEAR 2016) A distribuição de frequência abaixo refere-se à exportação de soja realizada por uma Cooperativa no mês de abril.

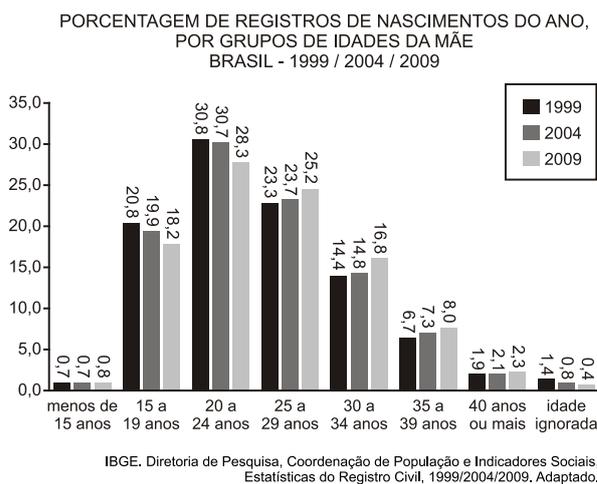
x_i	Toneladas exportadas	f_i
1	10 20	3
2	20 30	2
3	30 40	8
4	40 50	10
5	50 60	7
		$\sum f_i = 30$

Dados fictícios

Com base nos dados apresentados, a mediana da distribuição pertence à

- a) 2ª classe
- b) 3ª classe
- c) 4ª classe
- d) 5ª classe

18. (FUVEST 2015) Examine o gráfico.

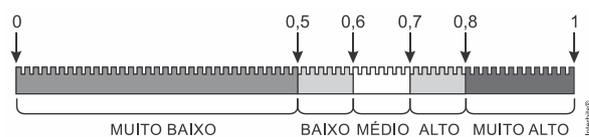


Com base nos dados do gráfico, pode-se afirmar corretamente que a idade

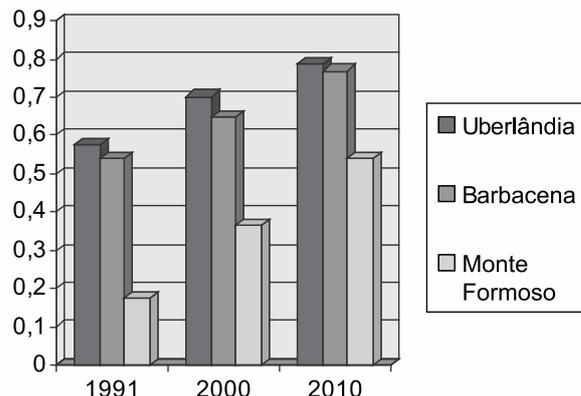
- a) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi maior que 27 anos.
- b) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi menor que 23 anos.
- c) mediana das mães das crianças nascidas em 1999 foi maior que 25 anos.
- d) média das mães das crianças nascidas em 2004 foi maior que 22 anos.
- e) média das mães das crianças nascidas em 1999 foi menor que 21 anos.

19. (Epcar (Afa) 2015) No Atlas de Desenvolvimento Humano no Brasil 2013 constam valores do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) de todas as cidades dos estados brasileiros.

O IDHM é um número que varia entre 0 e 1. Quanto mais próximo de 1, maior o desenvolvimento humano de um município, conforme escala a seguir.



Abaixo estão relacionados o IDHM de duas cidades de Minas Gerais em condições extremas, Monte Formoso e Uberlândia, e uma em situação intermediária, Barbacena.



Analisando os dados acima, afirma-se que

- I. o município de maior crescimento do IDHM, nos períodos considerados, é Monte Formoso.
- II. na última década, Barbacena apresentou maior evolução do IDHM que Uberlândia.
- III. uma tabela que relaciona cidade, época e faixa de IDHM pode ser representada corretamente como:

	Monte Formoso	Barbacena	Uberlândia
1991	Muito baixo	Baixo	Baixo
2000	Muito baixo	Alto	Alto
2010	Baixo	Alto	Alto

São corretas

- a) apenas I e II
- b) apenas II e III
- c) apenas I e III
- d) I, II e III

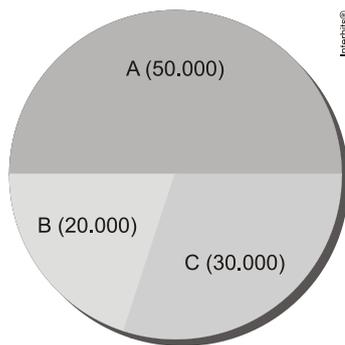


TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

No aeroporto de uma cidade, embarcaram 100.000 passageiros no mês passado, distribuídos em voos de 3 companhias aéreas: A, B e C. A tabela abaixo relaciona os totais de passageiros e as quantidades de embarques de um mesmo passageiro.

embarques do mesmo passageiro	números de pessoas
5	1.000
4	1.500
3	3.000
2	10.000
1	60.000

Já o gráfico que se segue mostra os totais de embarques realizados pelas 3 companhias.



20. (INSPEER 2013) Considere as afirmações:

- I. Pelo menos 10.000 dos embarques da companhia A foram feitos por pessoas que fizeram um único embarque.
- II. Pelo menos um embarque da companhia B foi feito por uma pessoa que fez no máximo dois embarques.
- III. Pelo menos uma pessoa fez embarques em duas companhias diferentes.

É(São) necessariamente verdadeira(s)

- a) apenas I.
- b) apenas II.
- c) apenas III.
- d) I e II.
- e) I e III.

ANOTAÇÕES



GABARITO



1: [D]

Observando o gráfico e as informações do enunciado, temos:

$$10 + 10 + y + 40 + x + 30 + 10 = 8 \cdot 25 \Rightarrow x + y = 100.$$

$$x + 30 + 10 = 0,6 \cdot 200 \Rightarrow x + 40 = 120 \Rightarrow x = 80.$$

Logo, $y = 120$.

Julgando as informações, obtemos:

Verdadeira. $x\%$ do total de alunos apresentaram média maior ou igual a **6**.

$$80\% \text{ de } 200 = 160.$$

Alunos com nota maior ou igual a **6**:

$$40 + x + 30 + 10 = 160.$$

Verdadeira. $y\%$ do total de alunos apresentaram média menor que **6**.

$$100\% - 80\% = 20\%.$$

Falsa. A nota mediana deste resultado é maior que **7,3**.

Utilizando a mediana para dados agrupados com intervalos de classe, obtemos:

$$M_e = 7 + \frac{100 - 80}{80} = 7 + 0,25 = 7,25$$

Resposta: [D] apenas uma é falsa.

2: [C]

Do gráfico, tem-se que o sentido bairro-centro, no período da manhã, foi o único que apresentou aumentos consecutivos na velocidade média das vias. Logo, como velocidade e tempo são inversamente proporcionais, e sendo ΔS a distância percorrida, vem

$$\frac{\frac{\Delta S}{23,5} - \frac{\Delta S}{18,4}}{\frac{\Delta S}{18,4}} \cdot 100\% = \frac{18,4 - 23,5}{23,5 \cdot 18,4} \cdot 18,4 \cdot 100\% \cong -21,7\%$$

ou seja, uma redução do tempo de deslocamento de aproximadamente **21,7%**.

3: [D]

Seja \bar{x} a média da distribuição, temos:

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 4 + 6 \cdot 6 + 8 \cdot 5 + 3 \cdot 10}{4 + 6 + 5 + 3}$$

$$\bar{x} = \frac{61}{9}$$

4: [B]

Considere a tabela.

Classes	Salários	f_i	x_i	$x_i \cdot f_i$
A	900 – 1500	20	1200	24000
B	1500 – 2100	x	1800	$1800x$
C	2100 – 2700	10	2400	24000
		$\sum f_i = 30 + x$		$\sum_{i=A}^C x_i \cdot f_i = 48000 + 1800x$

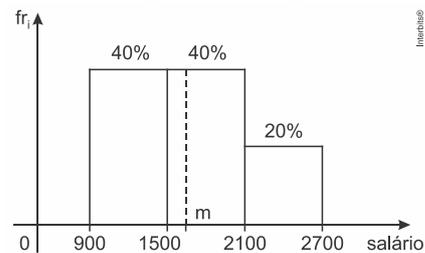
Se a média salarial é R\$ 1.680,00, então

$$\frac{\sum_{i=A}^C x_i \cdot f_i}{n} = 1680 \Leftrightarrow \frac{48000 + 1800x}{30 + x} = 1680$$
$$\Leftrightarrow 1680x + 50400 = 48000 + 1800x$$
$$\Leftrightarrow x = 20.$$

Daí, segue que as frequências relativas das classes **A**, **B** e **C** são, respectivamente, iguais a

$$\frac{20}{50} \cdot 100\% = 40\%, \quad \frac{20}{50} \cdot 100\% = 40\% \text{ e } \frac{10}{50} \cdot 100\% = 20\%.$$

Considere agora o histograma abaixo.



Como os retângulos contidos na classe **B** possuem a mesma altura, temos

$$\frac{m - 1500}{50\% - 40\%} = \frac{2100 - 1500}{40\%} \Leftrightarrow m = 1650.$$

Em consequência, vem $1 + 6 + 5 + 0 = 12$, que é o resultado pedido.

5: [D]

Considere a tabela.



Pontos	f_i	x_i	x_i^2	$x_i^2 \cdot f_i$	$x_i \cdot f_i$
80 90	20	85	7225	144500	1700
90 100	100	95	9025	902500	9500
100 110	120	105	11025	1323000	12600
110 120	50	115	13225	661250	5750
120 130	10	125	15625	156250	1250
	$n = 300$			$\Sigma = 3187500$	$\Sigma = 30800$

Logo, segue que a variância é dada por

$$\text{Var}(x) = \frac{1}{n} \cdot \left[\sum_{i=1}^5 x_i^2 \cdot f_i - \frac{(\sum_{i=1}^5 x_i \cdot f_i)^2}{n} \right]$$

$$= \frac{1}{300} \cdot \left[3187500 - \frac{30800^2}{300} \right]$$

$$\cong 84,6.$$

Em consequência, o desvio-padrão é $S = \sqrt{\text{Var}(x)} = \sqrt{84,6} \cong 9,20$.

6: [C]

Colocando os dados da terceira linha em rol, temos:
 rol
 18, 19, 20, 22, 33, 57, 65, 70, 74, 80, 80, 04, 95, 102, 104, 106

A mediana será a média aritmética entre o oitavo e o nono termo do rol.

$$\text{Mediana} = \frac{70 + 74}{2} = 72$$

7: [D]

- [A] Falsa, pois $600(1+100\%) = 1.200$ (maior que 1.000)
- [B] Falsa, pois $600(1+600\%) = 4.200$ (maior que 4.000)
- [C] Falsa, pois $4000(1+66,6\%) = 6.664$ (maior que 6.000)
- [D] Verdadeira, pois $600(1+900\%) = 6.000$
- [E] Falsa, pois $600(1+1000\%) = 6.600$

8: [A]

Neste tipo de curva simétrica a média e a moda coincidem, portanto, a média dos salários do gênero feminino é aproximadamente:

$$\frac{600 + 800}{2} = 700.$$

A média dos salários do gênero masculino é:

$$\frac{800 + 1000}{2} = 900 \text{ (aproximadamente, 910 reais)}$$

Portanto, a afirmação correta é [A].

9: [A]

A perda de peso média do grupo 1 é dada por

$$\frac{2 + 3 + 4 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10}{8} = \frac{42}{8} = 5,25.$$

Ordenando as perdas de peso do grupo 3, obtemos: 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6. Daí, segue que a perda de peso mediana deste grupo é $\frac{4+5}{2} = 4,5$.

É imediato que a perda de peso modal do grupo 2 é igual a 2.

10: [B]

Calculando:

$$\text{Média} = \frac{1+x+y+(x+y)}{4} = \frac{1+2x+2y}{4}$$

$$\text{Mediana} = \frac{x+y}{2}$$

$$\text{Média} - \text{Mediana} = \frac{1+2x+2y}{4} - \frac{x+y}{2} = \frac{1+2x+2y-2x-2y}{4} = \frac{1}{4}$$

11: [A]

Considerando a tabela dos percentuais (valores relativos), a alternativa correta é a [A].

Órgãos	Transplantes realizados	Pessoas na fila de espera
Rim	33%	75%
Fígado	9%	15%
Pulmão	3%	6%
Coração	1%	1%
Rim/pâncreas	1%	1%
Córnea	53%	2%
Total	100%	100%

12: [A]

1ª Solução: Considere a tabela, referente aos resultados no exame A.

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
3	2	6	1	2
4	3	12	0	0
6	1	6	4	4
	$n_A = 6$	$\sum x_i \cdot f_i = 24$		$\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i = 6$

A média no exame A foi



$$\bar{x}_A = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n_A} = \frac{24}{6} = 4.$$

Logo, sabendo que todos os alunos tiveram 4 acertos no exame B, segue que a média da turma, \bar{x} , também é 4.

Se Dp_A é o desvio padrão no exame A, então

$$Dp_A = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x}_A)^2 \cdot f_i}{n_A}}$$

$$= \sqrt{\frac{6}{6}}$$

$$= 1.$$

Chamando de n o número total de alunos, e sabendo que o desvio padrão da turma, Dp_T , é igual à metade do desvio padrão no exame A, temos

$$Dp_T^2 = \frac{\sum (x_j - \bar{x})^2 \cdot f_j}{n} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{6}{n}$$

$$\Rightarrow n = 24.$$

2ª Solução: Considere a tabela, referente aos resultados no exame A.

x_i	f_i	x_i^2	$x_i^2 \cdot f_i$	$x_i \cdot f_i$
3	2	9	18	6
4	3	16	48	12
6	1	36	36	6
	$n_A = 6$		$\sum x_i^2 \cdot f_i = 102$	$\sum x_i \cdot f_i = 24$

Logo, o desvio padrão no exame A é dado por

$$Dp_A = \sqrt{\frac{1}{n_A} \cdot \left(\sum x_i^2 \cdot f_i - \frac{(\sum x_i \cdot f_i)^2}{n_A} \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{6} \cdot \left(102 - \frac{24^2}{6} \right)}$$

$$= 1.$$

Daí, segue que o desvio padrão da turma é igual a $\frac{1}{2}$ e, portanto, se n é o número de alunos da turma, então

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{n} \cdot \left(16n + 6 - \frac{(4n)^2}{n} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{6}{n} \Leftrightarrow n = 24.$$

3ª Solução: Considere a tabela, referente aos resultados no exame A.

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
3	2	6	1	2
4	3	12	0	0
6	1	6	4	4
	$n_A = 6$	$\sum x_i \cdot f_i = 24$		$\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i = 6$

A média no exame A foi

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n_A} = \frac{24}{6} = 4.$$

O desvio padrão no exame A é dado por

$$Dp_A = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{n_A}}$$

$$= \sqrt{\frac{6}{6}}$$

$$= 1.$$

Logo, o desvio padrão da turma é igual a $Dp_T = \frac{1}{2}$.

Por outro lado, sabendo que todos os alunos que fizeram o exame B tiveram 4 acertos, é imediato que a média no exame B foi $\bar{x}_B = 4$, e o desvio padrão $Dp_B = 0$.

Em consequência, sendo n_B o número de alunos que fizeram o exame B e $x_A = x_B = x$, temos

$$Dp_T^2 = \frac{n_A \cdot Dp_A^2 + n_B \cdot Dp_B^2}{n_A + n_B} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{6 \cdot 1^2 + n_B \cdot 0^2}{n}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{6}{n}$$

$$\Leftrightarrow n = 24.$$

13: [D]

$$6 + f_i = 16 \Rightarrow f_i = 10$$

$$f_{ia} = 16 + 3 = 19$$

$$f_r = 100 - 10 - 40 - 15 - 5 = 30$$

Portanto,

$$f_i = 8; f_{ia} = 19; f_r = 30$$

14: [A]

Média de gols por jogo do jogador A: $M_A = \frac{g}{p}$



Média de gols por jogo do jogador B: $M_B = \frac{p^3}{g}$

Como as médias dos dois jogadores são iguais, temos:

$$\frac{g}{p} = \frac{p^3}{g} \Rightarrow p^4 = g^2 \Rightarrow p = \pm\sqrt[4]{g^2} \Rightarrow p = \pm\sqrt{g}$$

Como $p > 1$, temos:

$$p = \sqrt{g}$$

15: [C]

Calculando a média aritmética, temos:

$$\bar{x} = \frac{100 + 88 + 112 + 94 + 106}{5} = 100$$

E depois o desvio padrão:

$$\sqrt{\sigma} = \sqrt{\frac{(100-100)^2 + (100-88)^2 + (100-112)^2 + (100-94)^2 + (100-106)^2}{5}} = \sqrt{72} \approx 8,5$$

16: $01 + 08 = 09$.

[01] Verdadeira. Ordenando os comprimentos das varetas, obtemos: 2, 3, 3, 4, 5, 5, 7 e 7. Logo, a mediana é igual a $\frac{4+5}{2} = 4,5$.

Por outro lado, se a média aritmética simples é dada por

$$\bar{x} = \frac{3+5+7+2+3+4+5+7}{8} = 4,5,$$

então podemos afirmar que a média e a mediana são iguais.

[02] Falsa. Sendo

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 4^2 + 2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 7^2 = 186$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 2 + 2 \cdot 3 + 4 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 36,$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} \right]} = \sqrt{\frac{1}{8} \left[186 - \frac{36^2}{8} \right]} = \sqrt{3} \text{ cm.}$$

Portanto, supondo que a unidade de medida considerada na afirmação tenha sido o centímetro, segue o resultado.

[04] Falsa. Supondo varetas idênticas, a menos da cor, tem-se que a probabilidade de retirar, sem reposição, duas varetas de cores diferentes é

$$\text{igual a } \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{28}.$$

[08] Verdadeira. Vamos considerar que o tamanho das varetas não afete a probabilidade de escolha. Assim, a probabilidade de escolher uma vareta de tal modo que ela seja vermelha ou que tenha

$$\text{comprimento maior do que } 4 \text{ cm é } \frac{5}{8} + \frac{4}{8} - \frac{2}{8} = \frac{7}{8}.$$

17: [C]

x_i	Toneladas exportadas	f_i	Frequências acumuladas
1	10 20	3	3
2	20 30	2	5
3	30 40	8	13
4	40 50	10	23
5	50 60	7	30
		$\sum f_i = 30$	

Dados fictícios

Determinando o intervalo de classe onde se encontra a mediana, temos:

$$\frac{\sum f_i}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ a primeira frequência acumulada maior que } 15 \text{ é a da } 4^{\text{a}} \text{ classe.}$$

Portanto, a mediana dos dados se encontra na 4ª classe.

18: [D]

Para as crianças nascidas em 2004, considere a tabela abaixo.



Idades	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
[15, 19]	17	0,199	3,38
[20, 24]	22	0,307	6,75
[25, 29]	27	0,237	6,40
[30, 34]	32	0,148	4,74
[35, 39]	37	0,073	2,70
			$\sum_{i=1}^5 x_i f_i = 23,97$

Desse modo, podemos concluir que a idade média das mães das crianças nascidas em 2004 foi maior do que **23,97 > 22** anos.

19: [A]

[I] Verdadeira. Com efeito, é fácil ver que, dentre as três cidades, Monte Formoso foi a que apresentou o maior crescimento do IDHM (superior a **100%**).

[II] Verdadeira. De fato, de 2000 para 2010, Barbacena apresentou maior evolução do IDHM que Uberlândia. Basta perceber que a diferença entre o IDHM das duas diminuiu entre 2000 e 2010, com Barbacena se aproximando do IDHM de Uberlândia.

[III] Falsa. De acordo com a escala, em 2000 o IDHM de Barbacena atingiu o nível médio.

20: [A]

A afirmação [I] é verdadeira, pois não é possível distribuir para a companhia A somente passageiros com **2** ou mais embarques. Somando estes embarques, temos:

$5 \cdot 1000 + 4 \cdot 1500 + 3 \cdot 3.000 + 2 \cdot 10000 = 40.000$, que é menor que **50.000**. Logo, pelo menos **10.000** dos embarques da companhia A foram feitos por pessoas que fizeram único embarque.

A afirmação [II] é falsa, pois podemos estabelecer uma distribuição de passageiros de modo a contrariar a afirmação. No exemplo citado abaixo todos os passageiros da companhia B tiveram mais de dois embarques.

Exemplo de distribuição dos embarques.

Companhia A (**10.000** passageiros com **2** embarques e **30.000** passageiros com apenas 1 embarque), Companhia B (**1.000** passageiros com **5** embarques, **1.500** passageiros com **4** embarques e **3.000** passageiros com **3** embarques) e na Companhia C (**30.000** passageiros com 1 embarque).

A afirmação [III] também é falsa, pois na distribuição abaixo, também citada na resposta acima, todos os passageiros com dois ou mais embarques fizeram seus embarques com a mesma companhia.

Exemplo de uma distribuição:

Companhia A (**10.000** passageiros com **2** embarques e **30.000** passageiros com apenas 1 embarque), Companhia B (**1.000** passageiros com **5** embarques, **1.500** passageiros com **4** embarques e **3.000** passageiros com **3** embarques) e na Companhia C (**30.000** passageiros com **1** embarque).

ANOTAÇÕES

-  contato@biologiatotal.com.br
-  /biologiajubulut
-  Biologia Total com Prof. Jubilut
-  @biologiatotaloficial
-  @Prof_jubilut
-  biologiajubulut

Fig.1



Fig.2



Fig.3

