

Na Parte 2 de Funções serão trabalhados os tópicos referentes às aulas 15 e 16 do nosso material teórico, baseado nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Os tópicos trabalhados nessa aula e que poderão aparecer na lista são os seguintes:

Funções Trigonômicas e Polinomiais (Aula 15)

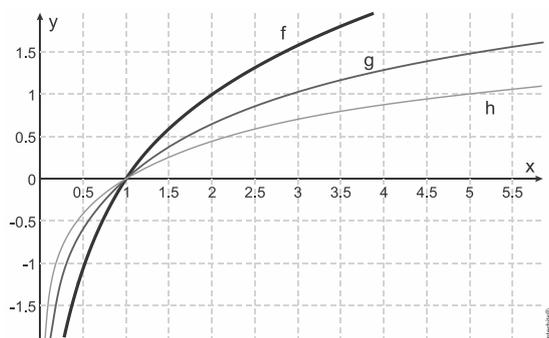
- Ciclo Trigonométrico
- Funções Trigonômicas
- Funções Polinomiais

Funções Exponenciais, Matemática Financeira e Sequências (Aula 16)

- Modelo Linear: Juros Simples / P.A. / Funções Afins
- Modelo Exponencial: Juros Compostos / P.G. / Funções Exponenciais
- Crescimento/Decrescimento de Funções Exponenciais
- Matemática Financeira e Logaritmos
- Funções Logarítmicas
- Progressões Aritméticas e Geométricas

Item 01.

No plano cartesiano abaixo estão representados os gráficos das funções f , g e h , todas definidas no conjunto dos números reais positivos por $f(x) = \log_a x$, $g(x) = \log_b x$ e $h(x) = \log_c x$.



O valor de $\log_{10}(abc)$ é

- a) 1
- b) 3
- c) $\log_{10} 3$
- d) $1 + \log_{10} 3$
- e) $\log_{10} 2 \times \log_{10} 3 \times \log_{10} 5$

Item 02.

Um triângulo retângulo com vértices denominados A, B e C apoia-se sobre uma linha horizontal, que corresponde ao solo, e gira sem escorregar no sentido horário. Isto é, se a posição inicial é aquela mostrada na figura, o movimento começa com uma rotação em torno do vértice C até o vértice A tocar o solo, após o que passa a ser uma rotação em torno de A, até o vértice B tocar o solo, e assim por diante.



Usando as dimensões indicadas na figura ($AB = 1$ e $BC = 2$), qual é o comprimento da trajetória percorrida pelo vértice B, desde a posição mostrada, até a aresta BC apoiar-se no solo novamente?

- a) $\frac{3}{2} \pi$
- b) $\frac{3 + \sqrt{3}}{3} \pi$
- c) $\frac{13}{6} \pi$
- d) $\frac{3 + \sqrt{3}}{2} \pi$
- e) $\frac{8 + 2\sqrt{3}}{3} \pi$

Item 03.

O pH das soluções é dado pela função $\text{pH} = -\log(C)$, onde C é a concentração de hidrogênio na solução.

Se, em uma solução, a concentração de hidrogênio é 2×10^{-7} qual o pH dessa solução?

Adote: $\log 2 = 0,3$

- a) 2,4.
- b) 3,8.
- c) 6,7.
- d) 7,7.
- e) 11.

Item 04.

Ao longo de um ano, a taxa de câmbio de uma moeda X em relação a uma moeda Y foi dada pela seguinte função:

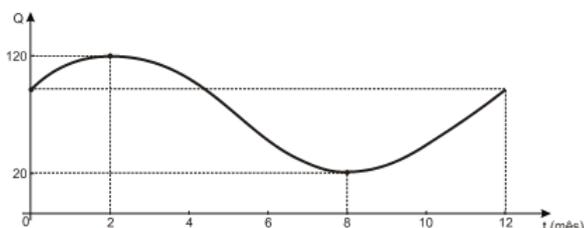
$$f(t) = 1,625 + 1,25 \cdot \cos\left(\pi \cdot \frac{(t-3)}{12}\right)$$

sendo t o tempo, dado em meses desde o início do ano. Assim, $t = 9$ indica a taxa no início de outubro, que era de 1,625 unidades da moeda X para uma unidade da moeda Y (note que esse valor da taxa indica que no instante considerado a moeda X era “menos valiosa” que a Y).

Houve um intervalo de tempo ao longo do ano considerado em que a moeda X deixou de ser “menos valiosa” que a moeda Y. Esse intervalo teve duração de

- a) 5 meses.
- b) 4 meses.
- c) 3 meses.
- d) 2 meses.
- e) 1 mês.

Item 05.



O gráfico mostra a quantidade de animais que uma certa área de pastagem pode sustentar ao longo de 12 meses. Propõe-se a função $Q(t) = a \sin(b + ct) + d$ para descrever essa situação. De acordo com os dados, $Q(0)$ é igual a:

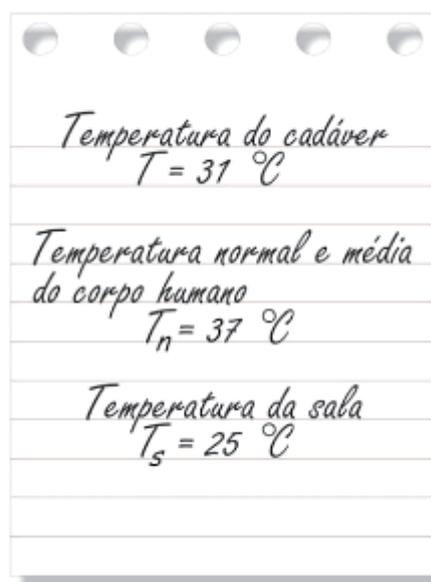
- a) 100.
- b) 97.
- c) 95.
- d) 92.
- e) 90.

Item 06.

“O processo de decomposição do corpo começa alguns minutos depois da morte. Quando o coração para, ocorre o algor mortis ou o frio da morte, quando a temperatura do corpo diminui até atingir a temperatura ambiente.”

(Adaptado de: <<http://diariodebiologia.com/2015/09/o-que-acontece-como-corpo-logo-apos-a-morte/>>. Acesso em: 29 maio 2017.)

Suponha que um cadáver é analisado por um investigador de polícia às 5 horas da manhã do dia 28, que detalha as seguintes informações em seu bloco de anotações:



Imediatamente após escrever, o investigador utiliza a Lei de Resfriamento

$$T = (T_n - T_s) \left(\frac{6}{2}\right)^{-t} + T_s$$

para revelar a todos os presentes que faz t horas que a morte ocorreu. Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a hora e o dia da morte, segundo o investigador.

- a) 11 horas da noite do dia 27
- b) 8 horas da noite do dia 27
- c) 2 horas da manhã do dia 28
- d) 4 horas da manhã do dia 28
- e) 10 horas da manhã do dia 27

Item 07.

Em uma população totalmente suscetível a uma doença infecciosa, o número de novas infecções $C(n)$, no instante de tempo n , cresce em progressão geométrica de razão $q > 0$. Isto é, $C(n) = C_0 q^n$, onde n é expresso em uma certa unidade de medida e C_0 é a quantidade de infectados no instante inicial $n = 0$. A seguir, é apresentada uma tabela com exemplos.

Doença	q	Unidade de medida
Sarampo	15	4 dias
Difteria	6	4 dias
SARS	5	10 dias
Influenza	3	7 dias
Ebola	2	2 semanas

Suponha que uma cidade totalmente suscetível, na Europa medieval, tenha sido tomada pela Peste Negra, que se iniciou com $C_0 = 15$ infectados.

Considerando que, em 8 dias, a soma de infectados desde o início da infestação totalizou 195 pessoas e que a unidade de medida seja de 4 dias, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a razão q .

- a) 2
- b) 3
- c) 5
- d) 6
- e) 10

Item 08.

Um ponto A, que se movimenta sobre uma circunferência, tem sua posição $p(t)$, considerada na vertical, no instante t , descrita pela relação $p(t) = 100 - 20 \cdot \text{sen}(t)$ para $t \geq 0$.

Nesse caso, a medida do diâmetro dessa circunferência é:

- a) 30.
- b) 40.
- c) 50.
- d) 80.
- e) 120.

Item 09.

Pensando em montar seu próprio consultório, Nathália começou a economizar desde que entrou no curso de Medicina. Ao passar no vestibular, ela ganhou R\$ 5.000,00 de seus pais e os aplicou a uma taxa de 0,5% ao mês a juros compostos. Além disso, mensalmente, ela depositou R\$100,00 à mesma taxa de juros compostos.

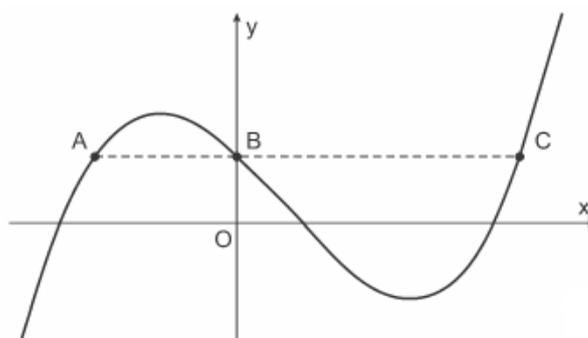
Hoje, passados 5 anos, ou seja, 60 meses, qual o montante do rendimento dos R\$5.000,00 e qual o valor economizado por Nathália com suas aplicações mensais?

(Considere $1,005^{60} \cong 1,35$)

- a) R\$ 6.750,00 e R\$ 7.000,00
- b) R\$ 6.500,00 e R\$ 7.800,00
- c) R\$ 6.500,00 e R\$ 7.000,00
- d) R\$ 6.750,00 e R\$ 7.800,00
- e) R\$ 7.800,00 e R\$ 6.500,00

Item 10.

Seja a função polinomial do terceiro grau $f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1$ definida para todo número real x . A figura abaixo exibe o gráfico de $y = f(x)$ no plano cartesiano, em que os pontos A, B e C têm a mesma ordenada. A distância entre os pontos A e C é igual a:



- a) 2.
- b) $2\sqrt{2}$.
- c) 3.
- d) $3\sqrt{2}$.
- e) 4.

Item 11.

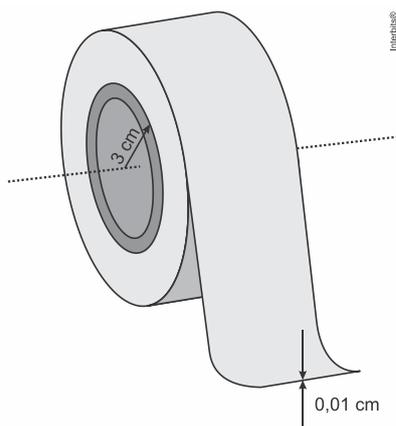
Dentre os carros que mais desvalorizam, os carros de luxo são os que mais sofrem depreciação. Na compra de um carro de luxo no valor de R\$ 120.000,00, o consumidor sabe que o modelo adquirido sofre uma desvalorização de 10% ao ano, isto é, o carro tem, a cada instante, um valor menor do que o valor que tinha um ano antes.

Para que o carro perca 70% do seu valor inicial, é necessário que se passe entre (use $\log 3 = 0,477$):

- a) 9 e 10 anos.
- b) 12 e 13 anos.
- c) 10 e 11 anos.
- d) 11 e 12 anos.

Item 12.

O cilindro de papelão central de uma fita crepe tem raio externo de 3 cm. A fita tem espessura de 0,01 cm e dá 100 voltas completas.



Considerando que, a cada volta, o raio externo do rolo é aumentado no valor da espessura da fita, o comprimento total da fita é de, aproximadamente,

Note e adote: $\pi \cong 3,14$.

- a) 9,4 m.
- b) 11,0 m.
- c) 18,8 m.
- d) 22,0 m.
- e) 25,1 m.

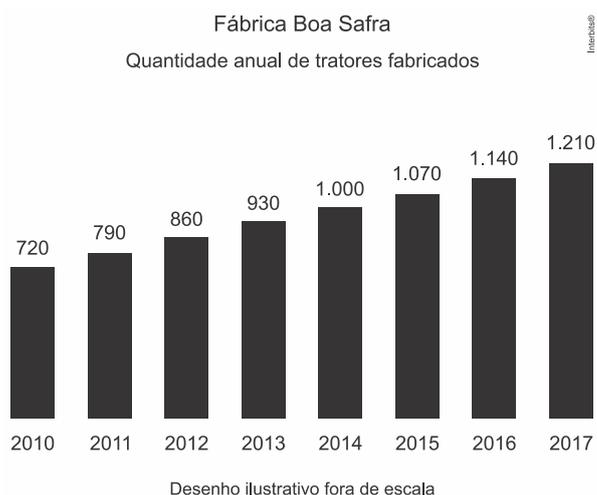
Item 13.

Júlio dispõe de uma quantia Q em reais, e pretende aplicá-la, no sistema de juros compostos, à taxa de 4% ao mês. Considerando $\log 2 = 0,3010$ e $\log 1,04 = 0,0086$, quanto tempo será necessário para que essa quantia seja quadruplicada?

- a) 4 anos e meio.
- b) 5 anos e 8 meses.
- c) 5 anos e 10 meses.
- d) Mais de 6 anos

Item 14.

Uma fábrica de tratores agrícolas, que começou a produzir em 2010, estabeleceu como meta produzir 20.000 tratores até o final do ano de 2025. O gráfico abaixo mostra as quantidades de tratores produzidos no período 2010-2017.



Admitindo que a quantidade de tratores produzidos evolua nos anos seguintes segundo a mesma razão de crescimento do período 2010-2017, é possível concluir que a meta prevista

- a) deverá ser atingida, sendo superada em 80 tratores.
- b) deverá ser atingida, sendo superada em 150 tratores.
- c) não deverá ser atingida, pois serão produzidos 1.850 tratores a menos.
- d) não deverá ser atingida, pois serão produzidos 150 tratores a menos.
- e) não deverá ser atingida, pois serão produzidos 80 tratores a menos.



TE.S15.L1 : Funções – Parte 2

Profs. Fredão e Lobo

Item 15.

Mauro investiu um certo capital por 8 anos em um fundo de investimentos a taxa de 32% ao ano. Já Júlio depositou o triplo do capital investido por Mauro, durante 4 anos, em uma aplicação cuja taxa de juros foi de 20% ao ano e, ao final desse período, reaplicou o montante obtido no primeiro investimento, por mais 4 anos, em um investimento cuja taxa de juros contratada foi de 15% ao ano. Ao final de 8 anos o montante obtido por Júlio foi R\$ 6.685,00 maior do que o obtido por Mauro.

Em todos os investimentos foram considerados juros compostos, e a expressão que relaciona montante (M) e capital (C) nesse regime de juros é dada por:

$$M = C \times (1+i)^n,$$

sendo i a taxa de juros e n o número de períodos que o capital ficou aplicado.

Utilize os números dados no quadro abaixo como aproximações para os valores das potências.

Exemplos: $1,15^3 = 1,52$ e $1,32^4 = 4,30$

Expoente \ Base	3	4	8
1,15	1,52	1,70	3,06
1,20	1,70	2,07	4,30
1,32	2,30	4,30	9,22

Qual foi o capital aplicado inicialmente por Júlio?

- a) R\$ 4.500,00
- b) R\$ 5.000,00
- c) R\$ 10.350,00
- d) R\$ 15.000,00
- e) R\$ 31.050,00