Matemática

Geometria Espacial - Esfera - Área e Volume - [Médio]

01 - (PUC PR)

Tem-se um recipiente cilíndrico, de raio 3cm, com água. Se mergulharmos inteiramente uma bolinha esférica nesse recipiente, o nível da água sobe cerca de 1,2 cm. Sabe-se, então, que o raio da bolinha vale aproximadamente:

a) 1 cm

b) 1,5 cm

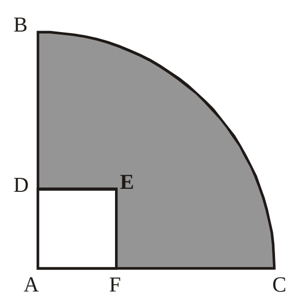
c) 2 cm

d) 2,5 cm

e) 3 cm

02 - (UFMG)

Observe esta figura:



Nessa figura, ABC é um quadrante de círculo de raio 3cm e ADEF é um quadrado, cujo lado mede 1cm.

Considere o sólido gerado pela rotação de 360º, em torno da reta AB, da região hachurada na figura:

Sabe-se que o volume de uma esfera de raio r é igual a $\frac{4\pi r^3}{3}$.

Assim sendo, esse sólido tem um volume de

a) 14π cm^3

b) 15π cm^3

c) 16π cm^3

d) 17π cm^3

03 - (PUC RJ)

Uma esfera de raio R_1, um cilindro circular reto com o raio da base igual a R_2 e com altura $2R_2$ e um cone reto de base circular com o raio R_3 e altura $2R_3$ têm todos o mesmo volume. Vale, então, que:

a) $\sqrt[3]{2R_1} = \sqrt[3]{3R_2} = R_3$

b) $R_1 = \sqrt[3]{3R_2} = \sqrt[3]{2R_3}$

c) $\sqrt[3]{2R_1} = R_2 = \sqrt[3]{3R_3}$

d) $\sqrt[3]{3R_1} = \sqrt[3]{2R_2} = R_3$

e) $R_1 = \sqrt[3]{2R_2} = \sqrt[3]{3R_3}$

04)

Uma esfera de 15 cm de raio é seccionada por um plano distante de 12cm de seu centro. A área da secção será de:

a) $64\ \pi$ cm^2

b) $49\ \pi$ cm^2

c) $81\ \pi$ cm^2

d) $36\ \pi$ cm^2

e) $27\ \pi$ cm^2

05)

Em uma esfera de raio 2R, inscreve-se um cilindro reto, cuja base tem raio R.

A área lateral do cilindro vale:

a) $2\pi\sqrt{3}R^2$

b) $12\pi R^2$

c) $8\pi R^2$

d) $4\pi\sqrt{3}R^2$

e) metade da superfície da esfera.

06)

Dadas duas esferas tangentes, de raios 2m e 1m, respectivamente, o volume do cone reto circunscrito e essas duas esferas é:

a) $16\pi m^3$

b) $32\sqrt{2}\pi m^3$

c) $27\pi m^3$

d) $\frac{64}{3}\pi m^3$

e) $32\pi m^3$

07)

Qual é o raio de uma esfera 1 milhão de vezes maior (em volume) que uma esfera de raio 1?

a) 100.000

b) 10

c) 10.000

d) 1.000

e) 100

08)

Um cilindro de revolução está inscrito em um paralelepípedo reto retângulo. Se representarmos por V_1 o volume do cilindro e por V_2 o volume do paralelepípedo, podemos escrever que:

a) $\pi V_2 = 4V_1$.

b) $4V_2 = \pi V_1$.

c) $\pi V_1 = V_2$.

d) $V_1 = \pi V_2$.

e) $V_2 = 2\pi V_1$.

09 - (UDESC SC)

Duas esferas de ferro estão sobre uma mesa encostadas uma na outra (tangentes exteriormente). As esferas tocam (tangenciam) a mesa nos pontos P e Q. Se o raio de uma delas é 16cm e a área da superfície esférica da outra é 324π cm^2, então, a distância $\overline{PQ}$ é:

a) 20cm.

b) 25cm.

c) 18cm.

d) 24cm.

e) 16cm.

10 - (UEL PR)

Uma caixa cúbica de aresta 1m está vazia. No seu interior são colocadas 1 000 esferas maciças, cada uma delas com diâmetro de 10cm. Os espaços vazios são preenchidos com x litros de água. Em seguida, a caixa é esvaziada. Colocam-se agora no seu interior 1.000.000 de esferas maciças, cada uma delas com diâmetro de 1 cm. Os espaços vazios são preenchidos com y litros de água. É correto afirmar que a relação entre x e y é:

a) $x = 10y$

b) $y = 10x$

c) $x = 100y$

d) $y = 100x$

e) $x = y$

11 - (FFFCMPA RS)

O jogo de bocha surgiu na Espanha e foi trazido para o Rio Grande do Sul, provavelmente pelos italianos. Esse jogo, de grande aceitação em todas as regiões, é praticado em canchas retangulares de 24m de comprimento e 4m de largura. No jogo, são utilizadas 8 bolas maciças, chamadas bochas e uma pequena bolinha maciça, chamada balim. Considere um jogo em que o balim tem 5cm de diâmetro e cada bocha tem 10cm de diâmetro e sua massa varia de 1kg e 150g a 1kg e 300g.

Com base nessas afirmações, considere as seguintes afirmativas:

I. Se acondicionarmos o maior número de bochas em caixa com tampa no formato de um paralelepípedo reto retângulo de dimensões internas 45cm de comprimento, 31cm de largura e 21cm de altura, então a menor massa do total de bochas acondicionadas é de 27,6kg;

II. A razão entre o volume do balim e da bocha é igual a 0,5;

III. A medida da superfície da bocha é igual a 100π cm^2.

Assinale a alternativa correta.

a) Apenas I é verdadeira.

b) Apenas II é verdadeira.

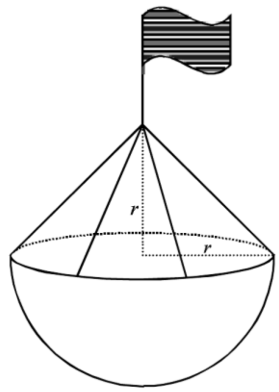
c) Apenas I e III são verdadeiras.

d) Apenas II e III são verdadeiras.

e) I, II e III são verdadeiras.

12 - (UFU MG)

Bóias de sinalização marítima são construídas de acordo com a figura abaixo, em que um cone de raio da base e altura r é sobreposto a um hemisfério de raio r.



Aumentando-se r em 50%, o volume da bóia é multiplicado por

a) 8

b) $\frac{27}{8}$

c) $\frac{9}{4}$

d) 4

13 - (UEG GO)

Um fabricante de bolas deseja adquirir uma caixa de forma cúbica para acondicionar uma bola de volume V_b. A razão entre os volumes dessa bola e do menor cubo possível para acondicioná-la é:

a) $\frac{\pi}{4}$

b) $\frac{\pi}{5}$

c) $\frac{\pi}{3}$

d) $\frac{\pi}{6}$

14 - (UFJF MG)

Um cone circular reto de diâmetro da base e altura iguais a 4 cm está apoiado pela base num plano π. Nesse mesmo plano, está apoiada uma esfera de raio 4 cm. Um plano paralelo a π corta esses dois sólidos, gerando seções de mesma área. A distância entre os planos, em centímetros, é:

a) $\frac{20-8\sqrt{5}}{5}$

b) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

c) $\frac{20-4\sqrt{5}}{5}$

d) $\frac{10-8\sqrt{5}}{5}$

e) $\frac{10-4\sqrt{5}}{5}$

15 - (UESPI)

Uma indústria química pretende construir um reservatório esférico, para armazenar certo tipo de gás. Se o reservatório deve ter volume de 113,04m^3, qual deve ser a área de sua superfície? Ignore a espessura do reservatório. Dados: use a aproximação $\pi \approx 3{,}14$.

a) 113,04m^2

b) 114,05m^2

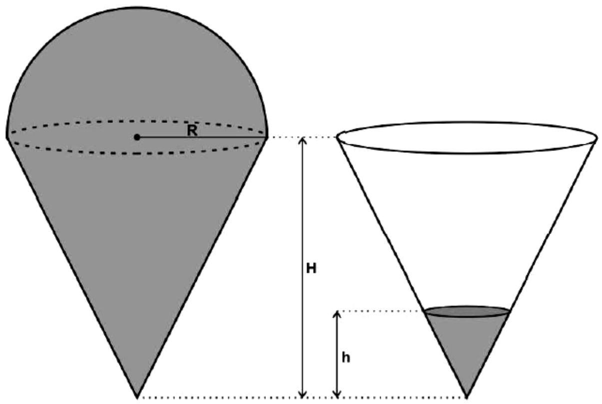
c) 115,06m^2

d) 116,07m^2

e) 117,08m^2

16 - (UFT TO)

Um sorvete em uma casquinha é um sólido completamente cheio cuja parte externa tem a forma de um cone circular reto invertido de altura H = 12 *cm* e raio R = 6 *cm* e uma semi-esfera sobreposta à base do cone, conforme figura 1. Parte do sorvete é consumida por Lúcia, e o restante tem a forma de um cone circular reto completamente cheio de altura h = 4 *cm*, conforme figura 2.



Supondo que não haja perda de volume além do que Lúcia consome, o volume consumido por Lúcia foi de:

a) $\frac{638\pi}{3}\,\text{cm}^3$

b) $\frac{848\pi}{3}\,\text{cm}^3$

c) $\frac{574\pi}{3}\,\text{cm}^3$

d) $\frac{761\pi}{3}\,\text{cm}^3$

17 - (UFF RJ)

Para ser aprovada pela FIFA, uma bola de futebol deve passar por vários testes. Um deles visa garantir a esfericidade da bola: o seu "diâmetro" é medido em dezesseis pontos diferentes e, então, a média aritmética desses valores é calculada. Para passar nesse teste, a variação de cada uma das dezesseis medidas do "diâmetro" da bola com relação à média deve ser no máximo 1,5%. Nesse teste, as variações medidas na Jabulani, bola oficial da Copa do Mundo de 2010, não ultrapassaram 1%.

Fonte: http://footballs.fifa.com/Football-Tests

Se o diâmetro de uma bola tem aumento de 1%, então o seu volume aumenta *x* %.

Dessa forma, é correto afirmar que

a) $x \in [5,6)$.

b) $x \in [2,3)$.

c) $x = 1$.

d) $x \in [3,4)$.

e) $x \in [4,5)$.

18 - (UNESP SP)

Diferentes tipos de nanomateriais são descobertos a cada dia, viabilizando produtos mais eficientes, leves, adequados e, principalmente, de baixo custo.

São considerados nanomateriais aqueles cujas dimensões variam entre 1 e 100 nanômetros (nm), sendo que 1 nm equivale a 10^{-9} m, ou seja, um bilionésimo de metro.

Uma das características dos nanomateriais refere-se à relação entre seu volume e sua área superficial total.

Por exemplo, em uma esfera maciça de 1 cm de raio, a área superficial e o volume valem $4 \cdot \pi$ cm^2 e $(4/3) \cdot \pi$ cm^3, respectivamente. O conjunto de nanoesferas de 1 nm de raio, que possui o mesmo volume da esfera dada, tem a soma de suas áreas superficiais

a) 10 vezes maior que a da esfera.

b) 103 vezes maior que a da esfera.

c) 105 vezes maior que a da esfera.

d) 107 vezes maior que a da esfera.

e) 109 vezes maior que a da esfera.

19 - (UNIFICADO RJ)

Uma esfera de aço oca, de raio R = 5,0 cm, flutua em equilíbrio na superfície de uma poça com 1/5 de seu volume acima da superfície da água.

Se a massa específica do aço é 8,0 g/cm^3, e a da água é 1,0 g/cm^3, qual é a fração oca da esfera?

a) 0 %

b) 10 %

c) 80 %

d) 90 %

e) 100 %

20 - (UEMG)

Em uma pequena cidade do interior de Minas, é realizado, semestralmente, um corte de água durante um dia. Nesse dia, é feita uma manutenção na rede de água, e cada morador aproveita para lavar sua caixa d'água.

A cidade possui 156 casas, cada uma delas com uma caixa d'água. As caixas são de diferentes formas:

● 33 delas são no formato de uma semi-esfera de raio 2 m;

● 62 são no formato de um cubo de aresta 10 dm;

● as restantes são no formato de um paralelepípedo de 10 dm x 20 dm x 50 dm.

Sendo assim, o prefeito da cidade resolveu montar um projeto para que, nesse dia, a prefeitura abastecesse todas as casas.

O projeto consiste em construir, no alto da cidade, uma grande caixa d’água no formato de um cilindro que consiga abastecer todas as 156 caixas d’água da pequena cidade, utilizando caminhões-pipa. No projeto, ficou determinado que a medida do raio da caixa d’água deve ser de 4 metros.

Com base nas informações anteriores, **DETERMINE a altura h da caixa d’água a ser construída pela prefeitura**, capaz de abastecer, ou seja, encher completamente todas as caixas d’água da cidade, considerando que não houve perda de água na transferência para o caminhão e para as caixas e que o cilindro construído ficará vazio após abastecer toda a cidade. Utilize $\pi = 3$.

a) 20 m.

b) 22 m.

c) 28 m.

d) 25 m .

21 - (UEPA)

A ideologia dominante também se manifesta por intermédio do acesso aos produtos do mercado, sobretudo daqueles caracterizados por tecnologias de ponta. O “Cubo Magnético” é um brinquedo constituído por 216 esferas iguais e imantadas. Supondo que esse brinquedo possa ser colocado perfeitamente ajustado dentro de uma caixa, também no formato de um cubo, com aresta igual a 30 mm, a razão entre o volume total das esferas que constituem o “Cubo Magnético” e o volume da caixa que lhe serve de depósito é:

a) $\frac{\pi}{6}$

b) $\frac{\pi}{5}$

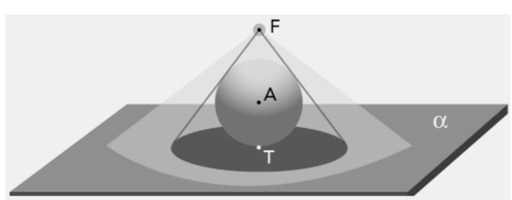
c) $\frac{\pi}{4}$

d) $\frac{\pi}{3}$

e) $\frac{\pi}{2}$

22 - (UERJ)

Uma esfera de centro A e raio igual a 3 dm é tangente ao plano α de uma mesa em um ponto T. Uma fonte de luz encontra-se em um ponto F de modo que F, A e T são colineares. Observe a ilustração:



Considere o cone de vértice F cuja base é o círculo de centro T definido pela sombra da esfera projetada sobre a mesa.

Se esse círculo tem área igual à da superfície esférica, então a distância $\overline{FT}$, em decímetros, corresponde a:

a) 10

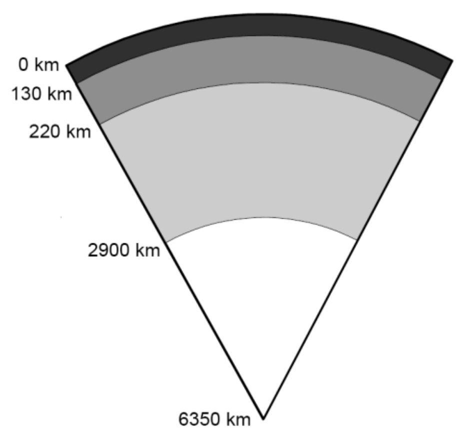
b) 9

c) 8

d) 7

23 - (UFG GO)

A figura a seguir representa um modelo esquemático aproximado para a estrutura interna da Terra em camadas concêntricas, da superfície ao centro, indicando as profundidades aproximadas das transições entre as camadas.



Segundo modelos sísmicos, acredita-se que uma destas camadas é formada, predominantemente, por minerais metálicos, em altas temperaturas, e por duas partes, uma fluida e outra sólida, devido à altíssima pressão. A fração do volume da Terra ocupada por esta camada está entre

a) $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{5}$

b) $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$

e) $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$

24 - (UFG GO)

As cidades de Goiânia e Curitiba têm, aproximadamente, a mesma longitude. Goiânia fica a uma latitude de 16º40', enquanto a latitude de Curitiba é de 25º25'. Considerando-se que a Terra seja aproximadamente esférica, com a linha do equador medindo, aproximadamente, 40000 km, a distância entre as duas cidades, em quilômetros, ao longo de um meridiano,

a) é menor que 700.

b) fica entre 700 e 800.

c) fica entre 800 e 900.

d) fica entre 900 e 1000.

e) é maior que 1000.

25 - (UNIFOR CE)

Um aquário, em forma de paralelepípedo retangular de dimensões 8 cm, 6 cm, e 16 cm, está com 2/3 de seu volume ocupado pela água. Quando uma esfera maciça é imersa lentamente nesse aquário, a água passa a ocupar o volume total desse recipiente, sem derramar. Considerando π aproximadamente 3, o raio da esfera (em centímetros) é de:

a) 3

b) 4

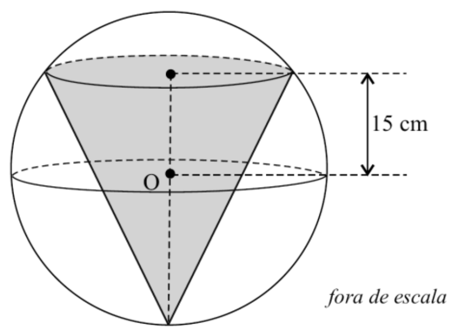
c) 5

d) 6

e) 7

26 - (Univag MT)

Em uma esfera maciça de madeira de centro O, foi feita uma secção, a 15 cm do centro, com 64π cm^2 de área. A partir dessa secção foi escavado um cone no interior dessa esfera, de modo que a área da secção também fosse a base do cone e o eixo central do cone coincidisse com o diâmetro da esfera, conforme ilustra a figura.



Usando π = 3 e sabendo que a área lateral de um cone é dada por $A_L = \pi gr$, sendo g e r, respectivamente, a geratriz e o raio da base do cone, é correto concluir que a área lateral desse cone, em cm^2, é

a) $87\sqrt{17}$

b) $408\sqrt{17}$

c) $192\sqrt{17}$

d) $360\sqrt{17}$

e) $125\sqrt{17}$

27 - (FMJ SP)

Um aluno, durante uma experiência de laboratório, preparou uma solução em um frasco cônico e depois despejou todo o volume num frasco esférico de raio (r). Sabe-se que o formato do frasco cônico era um cone circular reto de altura (h) e raio da base (R). Curiosamente, a solução que ocupava metade do volume do frasco cônico encheu completamente o frasco esférico, sem transbordar. Os sólidos correspondentes aos formatos dos frascos são tais que a esfera pode ser perfeitamente inscrita no cone. Com base nessas informações, é correto afirmar que o valor de $\frac{h^2}{R^2}$ é

a) 2

b) 4

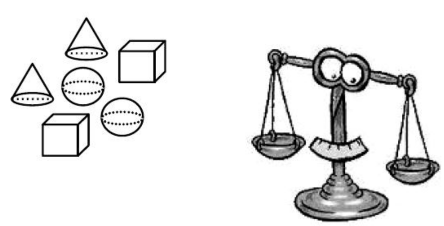
c) 8

d) $\frac{8}{3}$

e) $\frac{4}{3}$

28 - (IFRS)

Cubos, esferas e cones maciços, feitos de um mesmo material, são colocados sobre uma balança de equilíbrio, segundo a distribuição apresentada nas alternativas abaixo. Sabendo-se que a massa de cada peça é diretamente proporcional ao seu volume e que a aresta de cada cubo, bem como a altura e o diâmetro da base de cada cone são iguais ao diâmetro de cada esfera, podemos afirmar que obteremos o equilíbrio com precisão quando tivermos



a) **um cubo** em um prato e **duas esferas** em outro prato.

b) **um cone** em um prato e **duas esferas** em outro prato.

c) **uma esfera** em um prato e **dois cones** em outro prato.

d) **uma esfera** em um prato e **dois cubos** em outro prato.

e) **um cubo** em um prato e **dois cones** em outro prato.

29 - (UERN)

Uma fruta em formato esférico com um caroço também esférico no centro apresenta 7/8 de seu volume ocupado pela polpa. Desprezando-se a espessura da casca, considerando que o raio da esfera referente à fruta inteira é de 12 cm, então a superfície do caroço apresenta uma área de

a) 121π cm^2.

b) 144π cm^2.

c) 169π cm^2.

d) 196π cm^2.

30 - (UERN)

Uma esfera e um cilindro possuem volumes e raios iguais. O raio da esfera ao cubo é igual ao triplo do quadrado do raio do cilindro. A altura do cilindro, em unidades, é

a) 2.

b) 3.

c) 4.

d) 8.

31 - (UFG GO)

Um gás ideal, a uma temperatura de 344 K, ocupa completamente o interior de uma bexiga elástica com superfície esférica de raio 6 cm. Mantendo a pressão constante e variando a temperatura para 258 K, o raio da superfície esférica, em centímetros, que contém o gás, será de:

Dado: $\pi \approx 3$

a) $3\sqrt{6}$

b) $\sqrt{6}$

c) $\sqrt{3}$

d) $3\sqrt[3]{12}$

e) $3\sqrt[3]{6}$

32 - (PUC RS)

Considere a regra 2 da FIFA, segundo a qual a bola oficial de futebol deve ter sua maior circunferência medindo de 68cm a 70cm.

Considerando a mesma circunferência de 70cm, o volume da bola referida na questão anterior é _____ cm^3.

a) $\frac{4 \cdot 70^2}{3\pi}$

b) $\frac{4 \cdot 70^3}{3\pi^2}$

c) $\frac{4 \cdot 35^2}{3\pi^3}$

d) $\frac{4 \cdot 35^2}{3\pi^2}$

e) $\frac{4 \cdot 35^3}{3\pi^2}$

33 - (UEG GO)

Suponha que haja laranjas no formato de uma esfera com 6 cm de diâmetro e que a quantidade de suco que se obtém ao espremer cada laranja é 2/3 de seu volume, sendo o volume dado em litros. Nessas condições, se quiser obter 1 litro de suco de laranja, deve-se espremer no mínimo

Use π = 3,14.

a) 13 laranjas

b) 14 laranjas

c) 15 laranjas

d) 16 laranjas

34 - (UNICAMP SP)

Um cilindro circular reto, com raio da base e altura iguais a R, tem a mesma área de superfície total que uma esfera de raio

a) 2R

b) $\sqrt{3}R$

c) $\sqrt{2}R$

d) R

35 - (UNIOESTE PR)

Considere que o planeta Terra é uma esfera de 6400Km de raio. O núcleo da Terra é a região esférica interior ao planeta Terra, cujo raio é de 3400Km. Assinale a alternativa que melhor representa a porcentagem do volume do núcleo em relação ao volume do planeta Terra.

a) 85%.

b) 75%.

c) 50%.

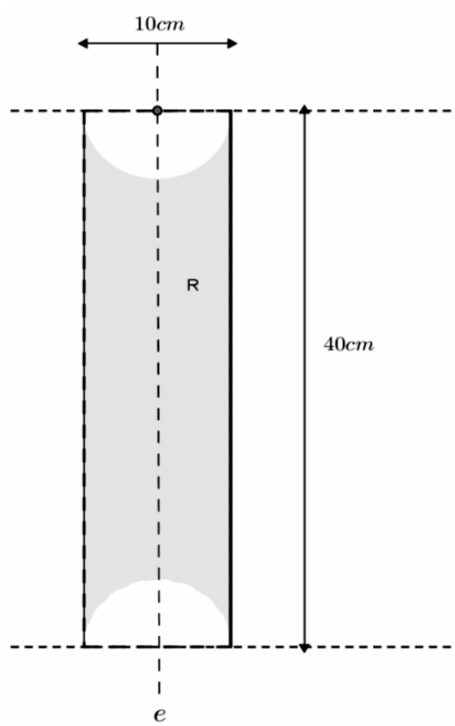
d) 25%.

e) 15%.

36 - (UNEMAT MT)

Em um retângulo com 10 cm de base e 40 cm de altura, foram retirados dois semicírculos de diâmetros iguais a 10 cm.

Considera-se um eixo *e* passando pelos centros dos semicírculos, como mostra a figura abaixo.



Qual o volume aproximado do sólido formado pela rotação da figura em torno do eixo *e*?

Considere π = 3,14.

a) 3.140 cm^3.

b) 1.570 cm^3.

c) 1.600 cm^3.

d) 3.035,3 cm^3.

e) 2.616,6 cm^3.

37 - (UNICAMP SP)

Um cilindro circular reto, cuja altura é igual ao diâmetro da base, está inscrito numa esfera. A razão entre os volumes da esfera e do cilindro é igual a

a) $4\sqrt{2}/3$.

b) 4/3.

c) $3\sqrt{2}/4$.

d) $\sqrt{2}$.

38 - (ESPCEX)

Um recipiente cilíndrico, cujo raio da base tem medida R, contém água até uma certa altura. Uma esfera de aço é mergulhada nesse recipiente ficando totalmente submersa, sem haver transbordamento de água. Se a altura da água subiu $\frac{9}{16}R$, então o raio da esfera mede

a) $\frac{2}{3}R$

b) $\frac{3}{4}R$

c) $\frac{4}{9}R$

d) $\frac{1}{3}R$

e) $\frac{9}{16}R$

39 - (UNIFOR CE)

Uma bola é jogada dentro de uma cesta cuja superfície é obtida girando a parábola $y = x^2$ em torno do eixo y. O centro da bola ocupa um ponto de altura y = 3. O raio da bola é de:

a) $\sqrt{11}$

b) $\frac{\sqrt{11}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{11}}{3}$

d) $\frac{\sqrt{11}}{4}$

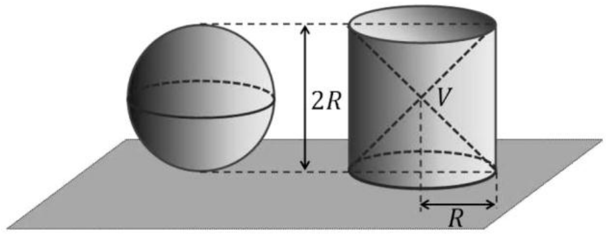
e) $\frac{\sqrt{11}}{5}$

TEXTO: 1 - Comum às questões: 40, 41

Considere uma esfera de raio medindo R e um plano que a tangencia. Pode-se associar a ela um outro sólido, obtido da seguinte maneira:

- constrói-se um cilindro equilátero de raio R com uma das bases contida no plano;
- retira-se desse cilindro dois cones circulares, sendo que a base de cada um deles coincide com uma das bases do cilindro e os vértices coincidem em V, no centro desse cilindro.

O sólido que resta após a retirada dos cones é chamado de anticlepsidra e tem o mesmo volume da esfera. Ambos os sólidos estão representados na figura abaixo.



40 - (IBMEC SP)

Apesar de terem o mesmo volume, a esfera e a anticlepsidra associada não têm a mesma área superficial. A razão entre a área da superfície esférica e a área da superfície da anticlepsidra é

a) $2(\sqrt{2}-1)$

b) 2

c) $2\sqrt{2}$

d) $2-\sqrt{2}$

e) $\sqrt{2}+1$

41 - (IBMEC SP)

Uma anticlepsidra tem volume igual a π. O raio da esfera associada tem medida

a) $\frac{\sqrt[3]{12}}{4}$

b) $\frac{\sqrt[3]{6}}{2}$

c) $\sqrt[3]{\frac{4}{3}}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

GABARITO:

1) Gab: C

2) Gab: D

3) Gab: A

4) Gab: C

5) Gab: D

6) Gab: D

7) Gab: E

8) Gab: A

9) Gab: D

10) Gab: E

11) Gab: C

12) Gab: B

13) Gab: D

14) Gab: A

15) Gab: A

16) Gab: B

17) Gab: D

18) Gab: D

19) Gab: D

20) Gab: D

21) Gab: A

22) Gab: C

23) Gab: A

24) Gab: D

25) Gab: B

26) Gab: C

27) Gab: C

28) Gab: C

29) Gab: B

30) Gab: C

31) Gab: E

32) Gab: E

33) Gab: B

34) Gab: D

35) Gab: E

36) Gab: E

37) Gab: A

38) Gab: B

39) Gab: B

40) Gab: D

41) Gab: B