Potenciação e Radiciação

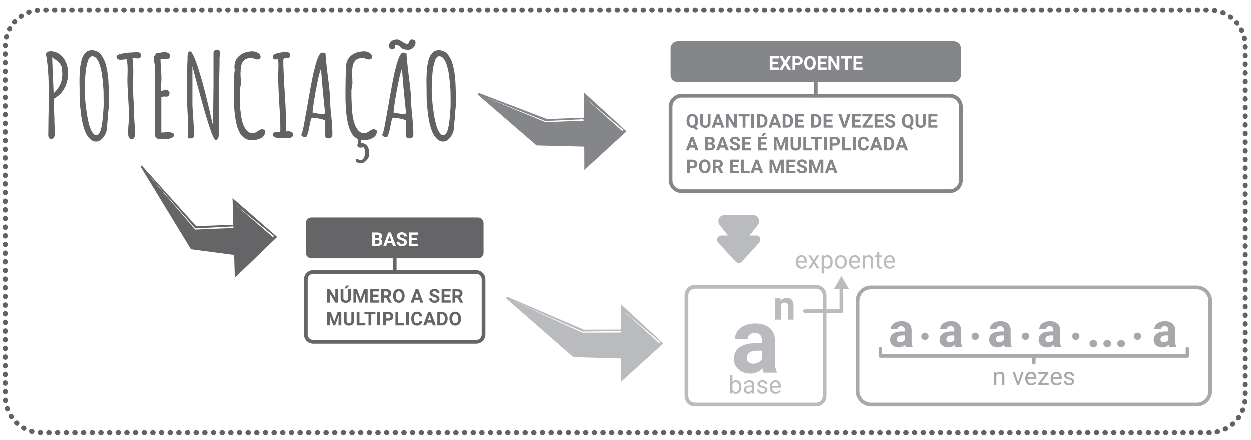
AULAS 1 E 2

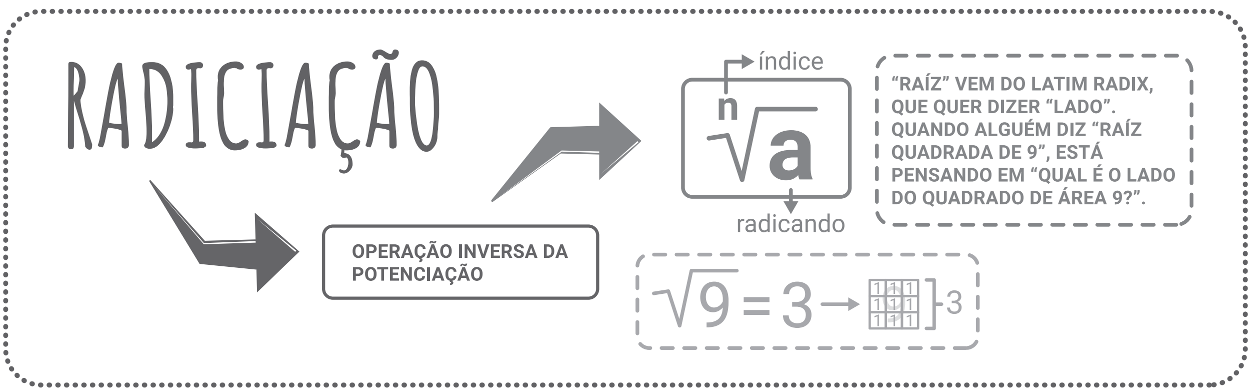
Competência(s): 1 e 2 | Habilidade(s): 1, 3, 4, 7, 10 e 11

Você deve saber!

- Potências de expoente natural
- Potências de expoente inteiro e negativo
- Propriedades da potenciação
- Notação científica
- Raiz enésima
- Potência de expoente racional
- Propriedades da radiciação
- Radicais semelhantes e operações
- Racionalização de denominadores

Mapeando o saber





ANOTAÇÕES

EXERCÍCIOS DE SALA

1. **(Ufrgs 2015)** A expressão $(0{,}125)^{15}$ é equivalente a

a) 5^{45}.
b) 5^{-45}.
c) 2^{45}.
d) $(-2)^{-45}$.
e) $(-2)^{45}$.

2. **(UFRGS)** Considere as desigualdades a seguir.

I) $3^{2000} < 2^{3000}$.
II) $-1/3 < (-1/3)^2$.
III) $2/3 < (2/3)^2$.

Quais são verdadeiras?

a) Apenas I.
b) Apenas II.
c) Apenas I e II.
d) Apenas I e III.
e) Apenas II e III.

3. **(ENEM)** A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus ***influenza.*** Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões.

O vírus ***influenza*** é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011mm.

Disponível em: www.gripenet.pt. Acesso em: 2 nov. 2013 (adaptado).

Em notação científica, o diâmetro interno do vírus ***influenza***, em mm, é

a) $1{,}1 \times 10^{-1}$
b) $1{,}1 \times 10^{-2}$
c) $1{,}1 \times 10^{-3}$
d) $1{,}1 \times 10^{-4}$
e) $1{,}1 \text{ x } 10^{-5}$

4. **(ESPM)** Simplificando a expressão $\sqrt{\dfrac{2^{13} + 2^{16}}{2^{15}}}$ obtemos:

a) $\sqrt{2}$.
b) 1,5.
c) 2,25.
d) 27.
e) 1.

5. **(G1 - IFCE)** Para todo número real positivo ***a***, a expressão $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{a^3}+\sqrt{a^5}}{\sqrt{a}}$ é equivalente a

a) $1 + \sqrt{a} + a$.
b) $1 + a + a^2$.
c) $\sqrt{a} + a$.
d) $\sqrt{a} + a^2$.
e) $1 + a$.

6. **(G1 - UTFPR)** Considere as seguintes expressões:

I. $\dfrac{3\sqrt{12}}{2} = 3\sqrt{2}$

II. $(2\sqrt{3})^{-1} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

III. $(2^4)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$

É(são) verdadeira(s), somente:

a) I.
b) II.
c) III.
d) I e II.
e) I e III.

7. **(UNESP)** Fazendo as aproximações $\sqrt{(2) \approx 1{,}41}$ e $\sqrt{(3) \approx 1{,}73}$ e considerando $a = \sqrt[4]{64}$ e $b = \sqrt{27}$, determinar a representação decimal, até a casa dos centésimos, de b-a.

8. **(UNICAMP)** Dados os dois números positivos, $\sqrt[3]{3}$ e $\sqrt[4]{4}$, determine o maior.

9. **(G1-CFTMG)** Se $a = \dfrac{\left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 25^{\frac{3}{2}}}{2(1000)^{-\frac{1}{3}}}$ e $b = \dfrac{10}{3}\left[3^{-1} - (-3)^{-1}\right]^{-1}$, então, $\dfrac{a}{b}$ é igual a

a) 10.
b) 25.
c) 40.
d) 55.

10. **(G1 - IFCE)** Simplificando a expressão $\dfrac{\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2}} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{2}}}{2^{\frac{1}{6}}}$, obtemos o número

a) 4.
b) $\sqrt{2}$.
c) 2.
d) $\sqrt[3]{2}$.
e) 1.

ESTUDO INDIVIDUALIZADO (E.I.)

1. **(ENEM)** Um segmento de reta está dividido em duas partes na proporção áurea quando o todo está para uma das partes na mesma razão em que essa parte está para a outra. Essa constante de proporcionalidade é comumente representada pela letra grega φ, e seu valor é dado pela solução positiva da equação $\varphi^2 = \varphi + 1$.
Assim como a potência φ^2, as potências superiores de φ podem ser expressas da forma $a\varphi + b$, em que a e b são inteiros positivos, como apresentado no quadro.

φ^2	φ^3	φ^4	φ^5	φ^6	φ^7
$\varphi + 1$	$2\varphi + 1$	$3\varphi + 2$	$5\varphi + 3$	$8\varphi + 5$	...

A potência φ^7, escrita na forma $a\varphi + b$ (a e b são inteiros positivos), é
a) $5\varphi + 3$
b) $7\varphi + 2$
c) $9\varphi + 6$
d) $11\varphi + 7$
e) $13\varphi + 8$

2. **(ENEM PPL)** Computadores utilizam, por padrão, dados em formato binário, em que cada dígito, denominado de *bit*, pode assumir dois valores (0 ou 1). Para representação de caracteres e outras informações, é necessário fazer uso de uma sequência de *bits*, o *byte*. No passado, um *byte* era composto de 6 *bits* em alguns computadores, mas atualmente tem-se a padronização que o *byte* é um octeto, ou seja, uma sequência de 8 *bits*. Esse padrão permite representar apenas 2^8 informações distintas.
Se um novo padrão for proposto, de modo que um *byte* seja capaz de representar pelo menos 2.560 informações distintas, o número de bits em um byte deve passar de 8 para
a) 10.
b) 12.
c) 13.
d) 18.
e) 20.

3. **(G1 - IFSP)** Leia as notícias:

"A NGC 4151 está localizada a cerca de **43 milhões** de anos-luz da Terra e se enquadra entre as galáxias jovens que possui um buraco negro em intensa atividade. Mas ela não é só lembrada por esses quesitos. A NGC 4151 é conhecida por astrônomos como o 'olho de Sauron', uma referência ao vilão do filme 'O Senhor dos Anéis'".
(http://www1.folha.uol.com.br/ciencia/887260-galaxia-herda-nome-de-vilao-do-filme-o-senhor-dos-aneis.shtml Acesso em: 27.10.2013.)

"Cientistas britânicos conseguiram fazer com que um microscópio ótico conseguisse enxergar objetos de cerca de **0,00000005** m, oferecendo um olhar inédito sobre o mundo 'nanoscópico'".
(http://noticias.uol.com.br/ultnot/cienciaesaude/ultimas-noticias/bbc/2011/03/02/com-metodo-inovador-cientistas-criam-microscopio-mais-potente-do-mundo.jhtm Acesso em: 27.10.2013. Adaptado)

Assinale a alternativa que apresenta os números em destaque no texto, escritos em notação científica.
a) $4,3 \times 10^7$ e $5,0 \times 10^8$.
b) $4,3 \times 10^7$ e $5,0 \times 10^{-8}$.
c) $4,3 \times 10^{-7}$ e $5,0 \times 10^8$.
d) $4,3 \times 10^6$ e $5,0 \times 10^7$.
e) $4,3 \times 10^{-6}$ e $5,0 \times 10^{-7}$.

4. **(G1 - IFSC)**

No século III, o matemático grego Diofante idealizou as seguintes notações das potências:
x - para expressar a primeira potência;
xx - para expressar a segunda potência;
xxx - para expressar a terceira potência.
No século XVII, o pensador e matemático francês René Descartes (1596-1650) introduziu as notações x, x^2, x^3 para potências, notações essas que usamos até hoje.
Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI; GIOVANNI JR. A conquista da matemática. 8 ed. São Paulo: FTD, 2002.

Analise as igualdades abaixo:
I. $(x^3y^4)^4 = x^{12}y^{16}$.
II. $-5^0 + 3^0 - (-4)^0 = 1$.
III. $\dfrac{2^0 + \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} - 3^0} = -2$.
IV. $(4^0 + 4^{-1}) \div (4^0 - 4^{-1}) = \dfrac{5}{3}$.

Assinale a alternativa **CORRETA**.
a) Apenas as igualdades I e II são VERDADEIRAS.
b) Apenas as igualdades I, III e IV são VERDADEIRAS.
c) Apenas as igualdades II e IV são VERDADEIRAS.
d) Apenas a igualdade IV é VERDADEIRA.
e) Todas as igualdades são VERDADEIRAS.

5. **(G1 - IFMT)** O valor de x na seguinte expressão $x = \dfrac{\sqrt[5]{0,00032} \cdot \sqrt[4]{0,0256}}{\sqrt[3]{0,125}}$ é:
a) 0,02
b) 0,04
c) 0,08
d) 0,16
e) 0,32

6. **(ENEM)** Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área A da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a sua massa m pela fórmula $A = k \cdot m^{\frac{2}{3}}$, em que k e uma constante positiva.
Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?
a) $\sqrt[3]{16}$
b) 4
c) $\sqrt{24}$
d) 8
e) 64

7. **(G1 - IFCE)** Ao ordenar corretamente os números reais $X = 2\sqrt{5}$; $Y = 3\sqrt{2}$ e $Z = 5\sqrt{3}$, obtemos
a) X < Y < Z.
b) Z < Y < X.
c) Y < X < Z.
d) X < Z < Y.
e) Y < Z < X.

8. **(G1 - EPCAR (CPCAR))** Considere $a = 11^{50}$, $b = 4^{100}$ e $c = 2^{150}$ e assinale a alternativa correta.
a) c < a < b
b) c < b < a
c) a < b < c
d) a < c < b

9. **(UFJF-PISM 1)** Considere os seguintes números reais:

$a = 0{,}0625^{-0{,}25}$ e $b = 81^{0{,}5}$

Sobre os números a e b, é correto afirmar que
a) a = b
b) $a > b^{0{,}5}$
c) $a^3 > b$
d) $a \cdot b$ é um número racional positivo.
e) $\frac{4a}{b}$ é um número racional maior do que 1.

10. **(UNISINOS)** Simplificando-se a expressão $\sqrt{\dfrac{2^{37}}{2^{35}+2^{38}+2^{39}}}$, obtém-se o número

a) $\dfrac{\sqrt{19}}{4}$
b) $\dfrac{\sqrt{19}}{2}$
c) 0,4
d) 0,16
e) $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{37}}$

11. **(UFRGS)** A distância que a luz percorre em um ano, chamada ano-luz, é de aproximadamente $38 \cdot 4^5 \cdot 5^{12}$ quilômetros. A notação científica desse número é
a) $9{,}5 \cdot 10^{10}$.
b) $0{,}95 \cdot 10^{12}$.
c) $9{,}5 \cdot 10^{12}$.
d) $95 \cdot 10^{12}$.
e) $9{,}5 \cdot 10^{14}$.

12. **(UFG)** Uma empresa recebeu uma planilha impressa com números inteiros positivos e menores ou iguais a $5^8 \cdot 4^7$. A tarefa de um funcionário consiste em escolher dois números da planilha uma única vez e realizar a operação de multiplicação entre eles. Para que o funcionário tenha precisão absoluta e possa visualizar todos os algarismos do número obtido após a multiplicação, ele deverá utilizar uma calculadora cujo visor tenha capacidade mínima de dígitos igual a:
a) 44
b) 22
c) 20
d) 15
e) 10

13. **(G1 - EPCAR (CPCAR))** Considere os números A e B tais que:

$A = 2^{1001} + 4^{501} - 256^{125}$

$$B = \frac{8^{0{,}666\ldots} + (0{,}25)^{-\frac{3}{2}} - (0{,}5)^{-\sqrt{9}} + 9^{0{,}5}}{\left[\dfrac{1}{2 \cdot (0{,}2)^{-2} - \left(\sqrt{\sqrt[3]{10}}\right)^{0}}\right]^{-0{,}5}}$$

Se $C = (5AB)^{\frac{1}{2}}$, então C é igual a
a) $20 \cdot 2^{496}$
b) $10 \cdot 2^{499}$
c) $25 \cdot 2^{500}$
d) $40 \cdot 2^{492}$

14. **(G1 - CFTMG)** Sendo $A = \dfrac{2^{n+4}+2^{n-2}-2^{n-1}}{2^{n-2}+2^{n+1}}$ e $B = \sqrt[n]{\dfrac{3^{1+n}}{3^{1-n}}}$, com $n \in N^*$, então, o valor de A+B é igual a

a) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$
b) 2^n
c) 4
d) 16

15. (FUVEST) De 1869 até hoje, ocorreram as seguintes mudanças de moeda no Brasil: (1) em 1942, foi criado o cruzeiro, cada cruzeiro valendo mil réis; (2) em 1967, foi criado o cruzeiro novo, cada cruzeiro novo valendo mil cruzeiros; em 1970, o cruzeiro novo voltou a se chamar apenas cruzeiro; (3) em 1986, foi criado o cruzado, cada cruzado valendo mil cruzeiros; (4) em 1989, foi criado o cruzado novo, cada um valendo mil cruzados; em 1990, o cruzado novo passou a se chamar novamente cruzeiro; (5) em 1993, foi criado o cruzeiro real, cada um valendo mil cruzeiros; (6) em 1994, foi criado o real, cada um valendo 2.750 cruzeiros reais.
Quando morreu, em 1869, Brás Cubas possuía 300 contos.
Se esse valor tivesse ficado até hoje em uma conta bancária, sem receber juros e sem pagar taxas, e se, a cada mudança de moeda, o depósito tivesse sido normalmente convertido para a nova moeda, o saldo hipotético dessa conta seria, aproximadamente, de um décimo de

Dados:
Um conto equivalia a um milhão de réis.
Um bilhão é igual a 10^9 e um trilhão é igual a 10^{12}.

a) real.
b) milésimo de real.
c) milionésimo de real.
d) bilionésimo de real.
e) trilionésimo de real.

16. (UEM) Assinale o que for **correto**.

01) $\dfrac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = 2-\sqrt{2}$.
02) $\sqrt{7} = 2+\sqrt{3}$.
04) $\sqrt[6]{9} = \sqrt[3]{3}$.
08) $(2^{30})^{30} = (2^{100})^9$.
16) $24^{125} = 8^{125} + 16^{125}$.

17. (G1 - CFTCE) Qual a expressão algébrica que é o resultado da multiplicação $\sqrt{\dfrac{x}{y}} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{y^2}{x}} \cdot \sqrt[6]{\dfrac{x}{y}}$?

18. (G1) Simplifique a expressão:

$$\frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{5}} + \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{5}}$$

19. (UFRRJ) Encontre o valor da expressão mostrada na figura a seguir

$$\left[\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}0{,}66\ldots} + \sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^{0} - \frac{1}{1{,}33\ldots}}\right]^{-\frac{1}{2}}$$

20. (FGV) Quantos algarismos tem o produto $4^{18} \cdot 5^{27}$ escrito no sistema de numeração decimal?

Gabarito

1. E	**2.** B	**3.** B	**4.** B	**5.** D
6. B	**7.** C	**8.** A	**9.** D	**10.** C
11. C	**12.** C	**13.** B	**14.** D	**15.** D

16.
01 + 04 + 08 = 13.

[01] Verdadeira. Racionalizando:

$$\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \cdot \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2^2}}{1^2-\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}-2}{1-2} = \frac{\sqrt{2}-2}{-1} = 2-\sqrt{2}$$

[02] Falsa. Elevando ao quadrado, obtemos:

$$\left(\sqrt{7}\right)^2 = \left(2+\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow 7 = 4+4\sqrt{3}+3 \Rightarrow 0 = 4\sqrt{3}$$

(absurdo)

[04] Verdadeira. Utilizando as propriedades de Potenciação e Radiciação, vem:

$$\sqrt[6]{9} = \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[3\cdot 2]{3^{2\cdot 1}} = \sqrt[3]{3}$$

[08] Verdadeira. Multiplicando os expoentes, chegamos a:

$$\left(2^{30}\right)^{30} = 2^{900} \text{ e } \left(2^{100}\right)^{9} = 2^{900}$$

[16] Falsa. Não existe um conjunto de inteiros positivos x, y, z e n (n > 2) que satisfaça:
$x^n + y^n = z^n$

17. $\sqrt[3]{x}$

18. $-\dfrac{2+\sqrt{15}}{2}$

19. $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$

20.
Temos que:

$$4^{18} \cdot 5^{27} = \left(2^2\right)^{18} \cdot 5^{27} = 2^{36} \cdot 5^{27} = 2^9\left(2^{27} \cdot 5^{27}\right) = 512 \cdot 10^{27}$$

Portanto, o número dado possui 3 + 27 = 30 algarismos.