FUNÇÕES

EXERCÍCIOS APROFUNDADOS 2020 - 2022

FUNÇÕES

Aprenda sobre funções: domínio, imagem, gráfico, função do 1º e 2º grau, função composta, inequações, paridade e classificação de funções e função inversa!

Esta subárea é composta pelo módulo:

1. Exercícios Aprofundados: Função e Função do 1º Grau
2. Exercícios Aprofundados: Função do 2º grau
3. Exercícios Aprofundados: Função Composta e Inequações
4. Exercícios Aprofundados: Função Inversa

FUNÇÃO E FUNÇÃO DO 1º GRAU

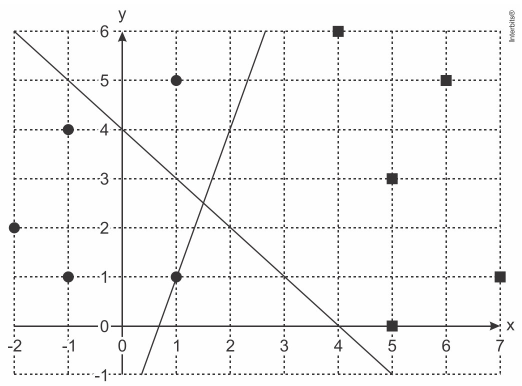
1. (UFPR 2018) Considere os conjuntos de pares ordenados

C = {(-2,2), (-1,1), (-1,4), (1,1), (1,5)} e

Q = {(4,6), (5,0), (5,3), (6,5), (7,1)}.

Diremos que a reta r separa os pontos dos conjuntos C e Q quando nenhum elemento de C está à direita da reta r e nenhum elemento de Q está à esquerda da reta r.

Na figura abaixo, podemos ver que a reta de equação y = 3x - 2 separa os pontos de C e Q. Por outro lado, a reta de equação y = -x + 4 não separa os pontos de C e Q, pois o par ordenado (1,5) pertence ao conjunto C e está à direita dessa reta.



a) A reta de equação y = 2x +1 separa os pontos dos conjuntos C e Q? Justifique sua resposta.

b) Para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ a reta de equação $y = ax - 3$ separa os pontos dos conjuntos C e Q.

2. (FUVEST 2018) Considere a função real definida por

$$f(x) = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} - x.$$

a) Qual é o domínio de f?

b) Encontre o(s) valor(es) de x para o(s) qual(is) $f(x) = 0$.

3. (UEL 2015) *ViajeBem* é uma empresa de aluguel de veículos de passeio que cobra uma tarifa diária de R$160,00 mais R$1,50 por quilômetro percorrido, em carros de categoria A. *AluCar* é uma outra empresa que cobra uma tarifa diária de R$146,00 mais R$2,00 por quilômetro percorrido, para a mesma categoria de carros.

a) Represente graficamente, em um mesmo plano cartesiano, as funções que determinam as tarifas diárias cobradas pelas duas empresas de carros da categoria A que percorrem, no máximo, 70 quilômetros.

b) Determine a quantidade de quilômetros percorridos para a qual o valor cobrado é o mesmo. Justifique sua resposta apresentando os cálculos realizados.

____

____

____

4. (UEM-PAS 2015) Dadas a função afim f e a função afim g definidas por $f(x) = ax - 3$ e $g(x) = 15x + m - 3$, em que $a, m \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, assinale o que for **correto**.

01) Se m = 3, então o gráfico de g passa pela origem.

02) As funções f e g são crescentes.

04) A função composta $f \circ g$ é crescente, para todo $m \in \mathbb{R}$ e $a > 0$.

08) Se $a = 15$ e $m \in \mathbb{R}$, então os gráficos de f e g são duas retas paralelas e distintas.

16) Se $a = m = 5$, então os gráficos de f e g interceptam-se no ponto $P\left(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{2}\right)$.

5. (UEM 2017) Considerando as propriedades de funções, assinale o que for **correto**.

01) O gráfico de uma função afim, cujos domínio e contradomínio são $\mathbb{R}$, é uma reta.

02) Sejam A um conjunto formado por 10 crianças e B um conjunto formado por 20 adultos, sendo os adultos as 10 mães e os 10 pais destas crianças. Então, a lei que associa cada criança a seu casal de pais é uma função de A em B.

04) Se f e g são funções reais, sendo f crescente e g decrescente, então $f - g$ é uma função constante.

08) Quaisquer que sejam os conjuntos distintos A e B, e funções $f: A \to B$ e $g: A \to B$, é possível definir a função $g \circ f: A \to B$.

16) Uma função $f: A \to B$ é injetora se todo elemento de $y \in B$ possui um correspondente $x \in A$ de tal forma que $f(x) = y$.

6. (FGV 2014) A quantidade de cópias vendidas de cada edição de uma revista jurídica é função linear do número de matérias que abordam julgamentos de casos com ampla repercussão pública. Uma edição com quatro matérias desse tipo vendeu 33 mil exemplares, enquanto que outra contendo sete matérias que abordavam aqueles julgamentos vendeu 57 mil exemplares.

a) Quantos exemplares da revista seriam vendidos, caso fosse publicada uma edição sem matéria alguma que abordasse julgamento de casos com ampla repercussão pública?

b) Represente graficamente, no plano cartesiano, a função da quantidade (Y) de exemplares vendidos por edição, pelo número (X) de matérias que abordem julgamentos de casos com ampla repercussão pública.

c) Suponha que cada exemplar da revista seja vendido a R$ 20,00. Determine qual será o faturamento, por edição, em função do número de matérias que abordem julgamentos de casos com ampla repercussão pública.

____

____

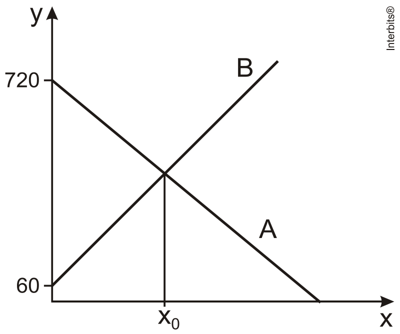
____

____

____

____

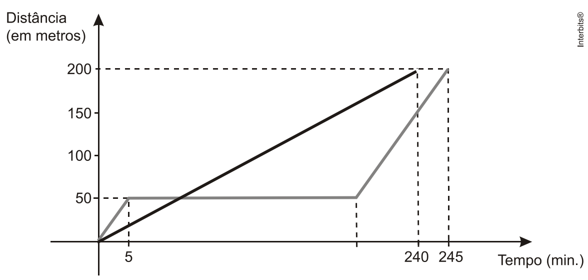
7. (UERJ 2014) O reservatório A perde água a uma taxa constante de 10 litros por hora, enquanto o reservatório B ganha água a uma taxa constante de 12 litros por hora. No gráfico, estão representados, no eixo y, os volumes, em litros, da água contida em cada um dos reservatórios, em função do tempo, em horas, representado no eixo x.



Determine o tempo x_0 em horas, indicado no gráfico.

8. (G1 - CFTRJ 2014) Sabendo que r é o inverso de s e que f é uma função tal que $f(x) = r \cdot (x-3) \cdot (s-x)$, quem são a abscissa e a ordenada do ponto de intersecção do gráfico de f com o eixo dos y?

9. (UFMG 2013) A fábula da lebre e da tartaruga, do escritor grego Esopo, foi recontada utilizando-se o gráfico abaixo para descrever os deslocamentos dos animais.



Suponha que na fábula a lebre e a tartaruga apostam uma corrida em uma pista de 200 metros de comprimento. As duas partem do mesmo local no mesmo instante. A tartaruga anda sempre com velocidade constante. A lebre corre por 5 minutos, para, deita e dorme por certo tempo. Quando desperta, volta a correr com a mesma velocidade constante de antes, mas, quando completa o percurso, percebe que chegou 5 minutos depois da tartaruga.

Considerando essas informações,

a) DETERMINE a velocidade média da tartaruga durante esse percurso, em metros por hora.

b) DETERMINE após quanto tempo da largada a tartaruga alcançou a lebre.

c) DETERMINE por quanto tempo a lebre ficou dormindo.

10. (UEPG 2013) Considere a equação $\frac{f(1)-g(x)}{f(g(2))} = \frac{f(2)}{f(0)}$ onde $f(x) = x^2 + 5x - 6$ e $g(x) = 2x - 1$. Quanto à raiz dessa equação, assinale o que for correto.

01) É um número primo.

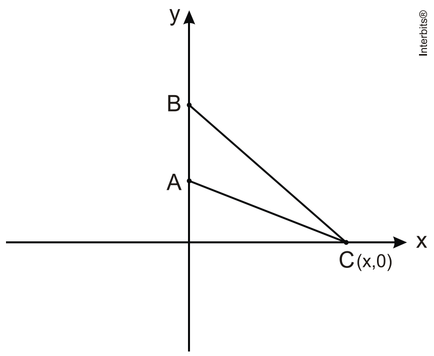
02) É um número situado entre -10 e 10.

04) É um número decimal.

08) É um número par.

16) É um número maior que 10.

11. (UEG 2012) A figura representa no plano cartesiano um triângulo ABC, com coordenadas A (0,5), B (0,10) e C (x,0), em que x é um número real positivo.

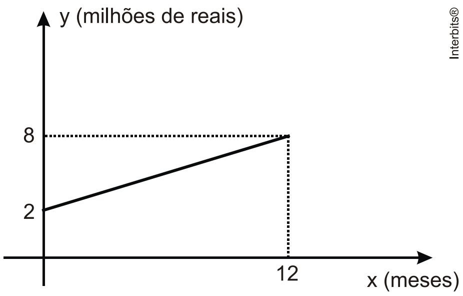


Tendo em vista as informações apresentadas,

a) encontre a função F que representa a área do triângulo ABC, em função de sua altura relativa ao lado AB;

b) esboce o gráfico da função F.

12. (UFJF 2012) Uma construtora, para construir o novo prédio da biblioteca de uma universidade, cobra um valor fixo para iniciar as obras e mais um valor, que aumenta de acordo com o passar dos meses da obra. O gráfico abaixo descreve o custo da obra, em milhões de reais, em função do número de meses utilizados para a construção da obra.

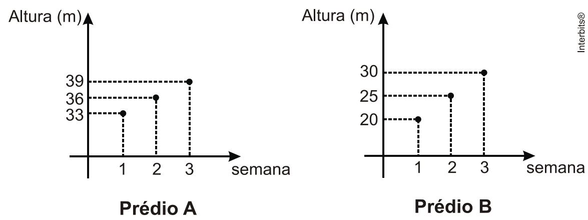


a) Obtenha a lei $y = f(x)$, para $x \geq 0$, que determina o gráfico.

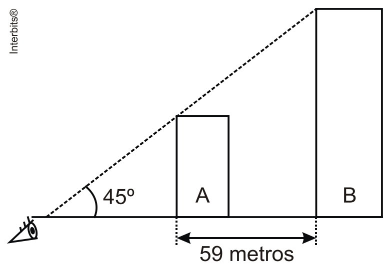
b) Determine o valor inicial cobrado pela construtora para a construção do prédio da biblioteca.

c) Qual será o custo total da obra, sabendo que a construção demorou 10 meses para ser finalizada?

13. (UFG 2012) Um estudante observa a construção de dois prédios, A e B, marcando em um gráfico a altura de cada edifício, em cada semana de observação. O progresso das construções mantém um ritmo constante, de modo que o estudante obtém os gráficos a seguir:

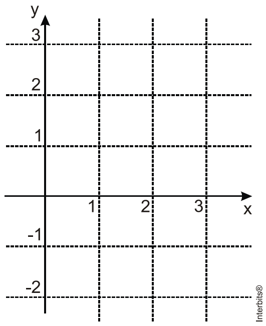


Em uma determinada semana, o estudante constata, de um ponto da rua onde se encontra, que os topos dos prédios alinham-se a uma elevação de 45°, como indica a figura a seguir.



Com base nos dados apresentados, determine em qual semana ocorreu essa observação.

14. (UFF 2012) Esboce, no sistema de eixos coordenados abaixo, o gráfico de uma função real cujo domínio é o intervalo [1,2] e cuja imagem é o conjunto [-2,-1]∪[2,3].

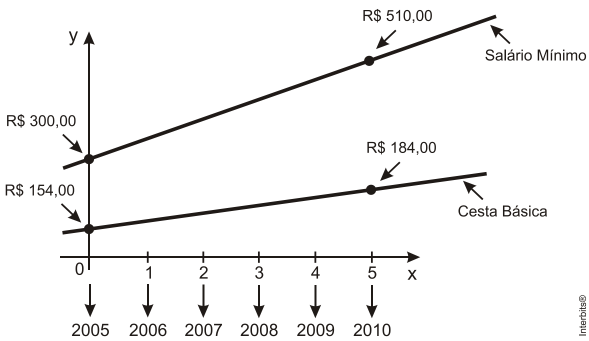


15. (FGV 2011) Nos últimos anos, o salário mínimo tem crescido mais rapidamente que o valor da cesta básica, contribuindo para o aumento do poder aquisitivo da população. O gráfico abaixo ilustra o crescimento do salário mínimo e do valor da cesta básica na região Nordeste, a partir de 2005.

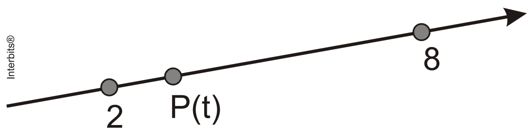
Suponha que, a partir de 2005, as evoluções anuais dos valores do salário mínimo e dos preços da cesta básica, na região Nordeste, possam ser aproximados mediante funções polinomiais do 1° grau, $f(x) = ax + b$, em que x representa o número de anos transcorridos após 2005.

a) Determine as funções que expressam os crescimentos anuais dos valores do salário mínimo e dos preços da cesta básica, na região Nordeste.

b) Em que ano, aproximadamente, um salário mínimo poderá adquirir cerca de três cestas básicas, na região Nordeste? Dê a resposta aproximando o número de anos, após 2005, ao inteiro mais próximo.



16. (UFRJ 2011) Um ponto P desloca-se sobre uma reta numerada, e sua posição (em metros) em relação à origem é dada, em função do tempo t (em segundos), por P(t) = 2(1– t) + 8t.



a) Determine a posição do ponto P no instante inicial (t = 0).

b) Determine a medida do segmento de reta correspondente ao conjunto dos pontos obtidos pela variação de t no intervalo $\left[0,\frac{3}{2}\right]$.

17. (UEPG 2011) Sobre uma função afim f(x) = ax + b, assinale o que for correto.

01) Se a > 0 e b < 0 então f(x) é crescente e possui raiz negativa.

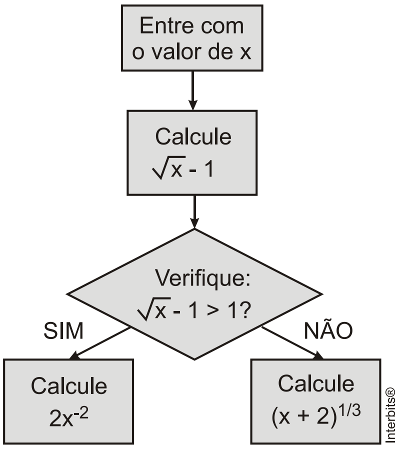
02) Se o gráfico de f(x) passa pelos pontos, (–1, 1) e (3, 5) então f(f(–3)) = 1.

04) Se f(x) + f(x – 3) = x então f(x) = $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$.

08) Se b = – 3 e f(f(–2)) = – 5 então a = 3.

16) Se a.b > 0 a raiz de f(x) é um número positivo.

18. (UFRJ 2011) Considere o programa representado pelo seguinte fluxograma:



a) Determine os valores reais de x para os quais é possível executar esse programa.

b) Aplique o programa para $x = 0$, $x = 4$ e $x = 9$.

19. (UFJF 2011) Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é dita estritamente crescente quando $f(x_2) > f(x_1)$ sempre que $x_2 > x_1$, com $x_2, x_1 \in \mathbb{R}$.

a) Dê exemplo de uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ estritamente crescente.

b) Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função estritamente crescente. Para $a \in \mathbb{R}$ fixado, considere a função $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por:

$$g(x) = [f(x) - f(a)](x - a).$$

Mostre que $g(a) < g(x)$, para todo $x \neq a$.

20. (UFPR 2010) Sabe-se que a velocidade do som no ar depende da temperatura. Uma equação que relaciona essa velocidade v (em metros por segundo) com a temperatura t (em graus Celsius) de maneira aproximada é $v = 20\sqrt{t + 273}$. Com base nessas informações, responda às seguintes perguntas:

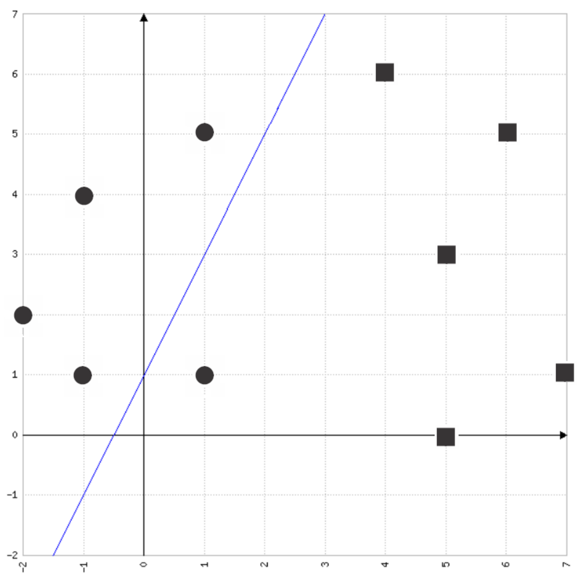
a) Qual é a velocidade do som à temperatura de 27 °C? (Sugestão: use $\sqrt{3} = 1{,}73$)

b) Costuma-se assumir que a velocidade do som é de 340 m/s (metros por segundo). Isso ocorre a que temperatura?

ANOTAÇÕES

GABARITO

1: a) A reta de equação y = 2x + 1 está representada em azul no gráfico a seguir. Ela não separa os pontos C e Q pois o ponto (1,1) ficou à direita da reta, junto com os pontos do conjunto Q.



b) A reta em questão deve passar entre os pontos (4,6) e (1,1). Assim, pode-se calcular:

$$y = ax - 3$$

$$\left.\begin{array}{l}(1{,}1) \Rightarrow 1 = 1a - 3 \Rightarrow a = 4 \\ (4{,}6) \Rightarrow 6 = 4x - 3 \Rightarrow a = \frac{9}{4}\end{array}\right\} \Rightarrow S = \left\{a \in \mathbb{R} \mid \frac{9}{4} \leq a \leq 4\right\}$$

2: a) O maior subconjunto dos números reais para o qual a função f está definida é tal que

$$\left|\begin{array}{l} x - \frac{1}{x} \geq 0 \\ 1 - \frac{1}{x} \geq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} \frac{(x-1)(x+1)}{x} \geq 0 \\ \frac{x-1}{x} \geq 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} -1 \leq x < 0 \vee x \geq 1 \\ \wedge \\ x < 0 \vee x \geq 1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq x < 0 \vee x \geq 1.$$

Portanto, temos $D_f = [-1,\ 0[\ \cup\ [1,\ +\infty[.$

b) Sendo $x \neq 0$, $\sqrt{x - \frac{1}{x}} \geq 0$ e $\sqrt{1 - \frac{1}{x}} \geq 0$, e $\sqrt{1 - \frac{1}{x}} \geq 0$, podemos concluir que a igualdade $\sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} - x = 0$ se verifica apenas se x for positivo. Logo, vem

$$\sqrt{x - \frac{1}{x}} = x - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \Rightarrow x - \frac{1}{x} = x^2 - 2x\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 1 - \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x^2 - x} = x^2 - x + 1.$$

Tomando $x^2 - x = \varphi$, obtemos

$$2\sqrt{\varphi} = \varphi + 1 \Leftrightarrow \varphi^2 - 2\varphi + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \varphi = 1.$$

Portanto, lembrando que x>0, encontramos

x^2-x = 1 ⇔ x^2-x-1 = 0

$$\Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Fazendo a verificação, temos

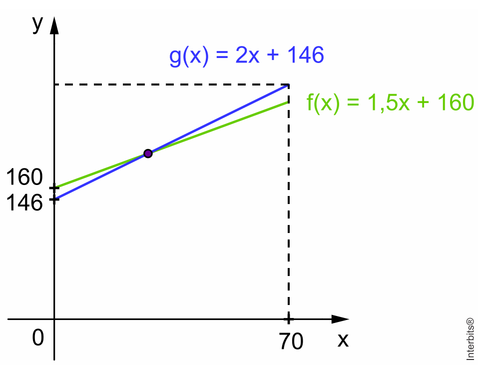
$$\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}} + \sqrt{1 - \frac{1}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1 + \frac{2}{1+\sqrt{5}} - \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$= 1 - 1$$

$$= 0.$$

A resposta é $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

3: a)Sejam $f, g \colon [0,\ 70] \to \mathbb{R}$, com $f(x) = 1{,}5x + 160$ e $g(x) = 2x + 146$, cujos gráficos estão representados na figura abaixo.



b) Queremos calcular o valor de x para o qual se tem $f(x) = g(x)$. Logo, segue que

1,5x + 160 = 2x + 146 ⇔ x = 28 km.

4: 01 + 04 + 16 = 21.

[01] Verdadeira, pois 0 = 15 . 0 + 3 - 3.

[02] Falsa. Depende do valor de a.

[04] Verdadeira.

$f \circ g(x) = a \cdot (15x + m - 3) - 3 = 15ax + (m-3) \cdot a - 3,$

pois com $a > 0,$ temos $15a > 0.$

[08] Falsa. Se $a = 15$ e m = 0 , elas serão paralelas iguais.

[16] Verdadeira, pois resolvendo o sistema $\begin{cases} y = 5x - 3 \\ y = 15x + 2 \end{cases}$, temos $x = -\frac{1}{2}$ e $y = -\frac{11}{2}$.

5: 01.

[01] Verdadeira. De fato, seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função afim, definida por $f(x) = ax + b,$ com $a,\ b \in \mathbb{R}.$ Tomando quaisquer reais x_1, x_2 e x_3, com $x_1 < x_2 < x_3$, tem-se que os pontos $P = (x_1,\ ax_1 + b),$ $Q = (x_2,\ ax_2 + b)$ e $R = (x_3,\ ax_3 + b)$ estão alinhados. Basta mostrar que a maior distância entre dois desses pontos é igual à soma das distâncias entre os outros dois pontos, isto é, $d(P,\ R) = d(P,\ Q) + d(Q,\ R).$

[02] Falsa. Sejam $A = \{f_1,\ \ldots,\ f_{10}\}$ e $B = \{p_1,\ m_1,\ \ldots,\ p_{10},\ m_{10}\},$ em que p_i e m_i são, respectivamente, o pai e a mãe da criança $f_i,$ com $1 \le i \le 10$ e $i \in \mathbb{N}.$ Seja ainda $g: A \to B$ a relação que associa cada $f_i,$ de A aos seus pais em B.

A relação g não pode ser uma função de A em B, pois pelo menos um elemento de A possui mais de um correspondente distinto em B.

[04] Falsa. Sejam $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R},$ definidas por $f(x) = x$ e $g(x) = -x.$ É imediato que f é crescente e g é decrescente. Porém, temos $(f - g)(x) = 2x,$ que é uma função crescente. Contradição.

[08] Falsa. Sejam $f, g: \{1\} \to \{-1\},$ definidas por $f(x) = -x$ e $g(x) = \ell n\ x.$ A função $g \circ f: \{1\} \to \{-1\}$ não está definida.

[16] Falsa. Essa é a definição de função sobrejetiva.

6: Seja $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ a função afim definida por $f(x) = ax + b,$ em que $f(x)$ é o número de cópias vendidas e x é o número de matérias que abordam julgamentos de casos com ampla repercussão pública.

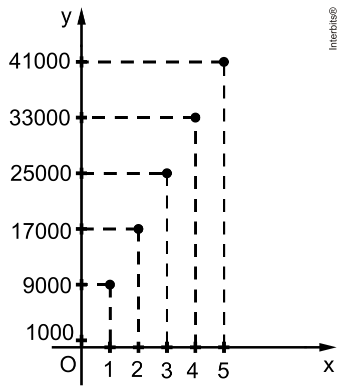
Sabendo que o gráfico de f passa pelos pontos (4, 33000) e (7, 57000), tem-se que

$$a = \frac{57000 - 33000}{7 - 4} = 8000.$$

Logo, $33000 = 8000 \cdot 4 + b \Leftrightarrow b = 1000.$

a) O valor inicial da função f , definida acima, é igual a 1000.

b) O gráfico pedido é



c) Seja $g: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ a função definida por $g(x) = 20 \cdot f(x),$ em que $g(x)$ é o faturamento por adição e $f(x)$ é o número de cópias vendidas, conforme definido em (a).

Portanto, segue-se que

$$g(x) = 20 \cdot (8000x + 1000) = 160000x + 20000.$$

7: De acordo com as informações do problema, temos:

y_A = 720 - 10x

y_B = 60 + 12x

O valor x_0 indicado no gráfico é o valor de x quando $y_A = y_B$, ou seja:

720 - 10x = 60 + 12x

-22x = -660

x = 30

Logo, x_0 = 30 horas.

8: $r \cdot s = 1$

O ponto de intersecção com o eixo $y = (0, f(0))$.

Calculando $f(0)$, temos:

$f(0) = r \cdot (0-3) \cdot (s-0) = r \cdot s(-3) = 1.(-3) = -3$

Portanto, abscissa do ponto é x = 0 e a ordenada do ponto é $f(0) = -3$.

9: a) Velocidade média da tartaruga é o coeficiente angular da reta que representa seu deslocamento:

$$\frac{200-0}{240-0} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6} \cdot \frac{m}{\frac{1}{60}h} = 50\, m/h$$

b) Equação da posição y da tartaruga (m) em função do tempo x (minutos): $y = \frac{5}{6} \cdot x$

Equação da posição y (m) da lebre no instante do encontro: y = 50

Resolvendo a igualdade $\frac{5}{6} \cdot x = 50$, temos x = 60 min = 1 hora

Portanto, a lebre e a tartaruga se encontrarão 1 hora após o início da corrida.

c) As velocidades são iguais, portanto os coeficientes angulares das duas retas são iguais:

$$\frac{200-50}{245-t} = \frac{50-0}{5-0} \Rightarrow \frac{150}{245-t} = 10 \Rightarrow t = 230 \text{ min}$$

(tempo em que a lebre voltou a correr depois que acordou).

Portanto, a lebre ficou dormindo:

230 – 5 = 225 min = 3 horas e 45 min.

10: 04 + 16 = 20.

$$f(1) = 1^2 + 5 \cdot 1 - 6 = 0$$
$$f(2) = 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 = 8$$
$$g(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$$
$$f(g(2)) = 3^2 + 5 \cdot 3 - 6 = 18$$
$$f(0) = 0^2 + 5 \cdot 0 - 6 = -6$$

$$\frac{f(1) - g(x)}{f(g(2))} = \frac{f(2)}{f(0)} \Rightarrow \frac{0-(2X-1)}{18} = \frac{8}{-6} \Rightarrow -2X + 1 = -24 \Leftrightarrow X = 12{,}5$$

[01] Falsa, pois 12,5 não é inteiro.

[02] Falsa, pois 12,5 > 10.

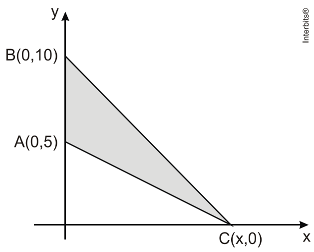
[04] Verdadeira.

[08] Falsa, pois 12,5 não é inteiro.

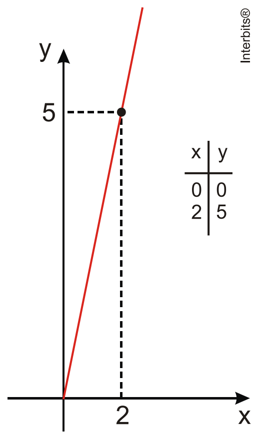
[16] Verdadeira, pois 12,5 > 10.

11: a) $F(x) = \frac{10.x}{2} - \frac{5x}{2}$

$F(x) = \frac{5x}{2}$



b) Observe o gráfico a seguir:



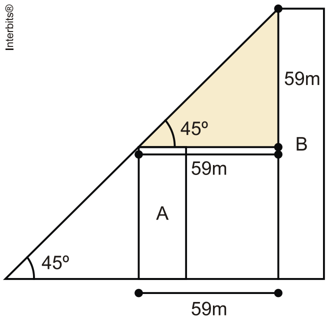
12: a) Como o gráfico de f é uma reta, segue que $f(x) = ax + b$, Logo, sabendo que b é a ordenada do ponto de interseção do gráfico de f com o eixo y, temos que b = 2. Além disso, como o gráfico passa pelo ponto (12, 8), segue que a taxa de variação de f é tal que $8 = a \cdot 12 + 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Portanto, $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$, com $x \geq 0$.

b) De (a), temos que o valor inicial, cobrado pela construtora para a construção do prédio da biblioteca, é igual a 2 milhões.

c) Se a construção demorou 10 meses para ser finalizada, então o custo total da obra foi de $f(10) = \frac{1}{2} \cdot 10 + 2 = 7$ milhões de reais.

13 :



Prédio A: y = 3x + 30

Prédio B: y = 5x + 15

De acordo com a figura, a diferença entre as alturas é 59.

Logo:

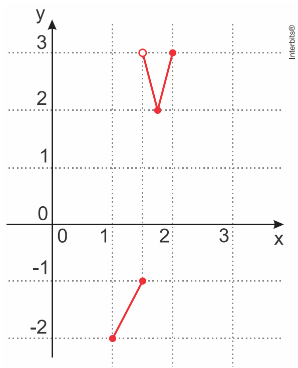
5x + 15 - (3x + 30) = 59

2x = 74

x = 37

Resposta: Na 37ª semana.

14:



15: a) Seja $S:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, definida por $S(x) = ax + b$, com $S(x)$ sendo o salário mínimo x anos após 2005. Logo,

$$a = \frac{510 - 300}{5 - 0} = 42 \quad \text{e} \quad b = S(0) = 300.$$

Portanto, $S(x) = 42x + 300$.

Seja $C:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, definida por $C(x) = a'x + b'$, com $C(x)$ sendo o valor da cesta básica x anos após 2005. Assim,

$$a' = \frac{184 - 154}{5 - 0} = 6 \quad \text{e} \quad b' = C(0) = 154.$$

Por conseguinte, C(x) = 6x + 154.

b) Queremos calcular o menor inteiro x para o qual $S(x) \geq 3 \cdot C(x)$.

$$42x + 300 \geq 3 \cdot (6x + 154) \Rightarrow 8x \geq 54 \Rightarrow x \geq 6{,}75.$$

Portanto, o menor inteiro x para o qual $S(x) \geq 3 \cdot C(x)$ é 7 e, assim, em 2012 um salário mínimo poderá adquirir três cestas básicas.

16: a) $P(t) = 2(1 - t) + 8t = 2 - 2t + 8t = 2 + 6t$.

$$P(0) = 2 + 6 \cdot 0 = 2.$$

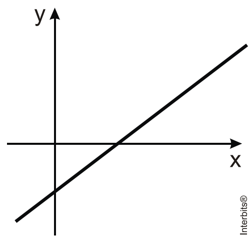
b) Como P(t) = 2 + 6t é crescente, segue que a medida do segmento de reta que queremos calcular é dada por:

$$P\left(\frac{3}{2}\right) - P(0) = 2 + 6 \cdot \frac{3}{2} - 2 = 9 \text{ metros.}$$

17: 02 + 04 = 06.

[01] Falso

Sendo f(x) = ax + b, temos para a > 0 e b < 0 o gráfico a seguir:



Portanto, f(x) = ax + b é crescente, porém não possui raiz negativa (intercepta x num valor positivo)

[02] Verdadeiro

Considerando f(x) = ax + b, temos:

$$\begin{cases} (-1,1) \Rightarrow f(-1) = a(-1) + b \Rightarrow -a + b = 1 \\ (3,5) \Rightarrow f(3) = a(3) + b \Rightarrow 3a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

então $f(x) = x + 2$.

Portanto: $f(-3) = (-3) + 2 = -1$

Logo: $f(f(-3)) = (-1) + 2 = 1$

[04] Verdadeiro

$$\begin{aligned} & f(x) = ax + b \Rightarrow \\ & f(x) + f(x-3) = 1x \Rightarrow \\ & (ax + b) + (a(x-3) + b) = 1x \Rightarrow \\ & ax + b + ax - 3a + b = 1 \Rightarrow \\ & 2ax + 2b - 3a = 1x \end{aligned}$$

Logo: $\begin{cases} 2a = 1 \to a = \frac{1}{2} \\ 2b - 3a = 0 \to b = \frac{3}{4} \end{cases}$

Portanto: $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$

[08] Falso

Para $b = -3 \to f(x) = ax - 3 \Rightarrow$
$f(-2) = -2a - 3 \Rightarrow$
$f\big(f(-2)\big) = a(-2a - 3)) - 3 \Rightarrow$
$f(f(-2)) = -2a^2 - 3a - 3$

Portanto: $f\big(f(-2)\big) = -5$

Logo: $-2a^2 - 3a - 3 = -5 \Rightarrow$
$-2a^2 - 3a + 2 = 0$

Temos: $a_1 = -2 \; ou \; a_2 = \frac{1}{2}$

[16] Falso
Se $a < 0$ e $b < 0 \Rightarrow ab > 0$
Logo, a raiz de $f(x) = ax + b$ será negativa

18: a) Sejam f, g e h, respectivamente, as funções definidas por

$f(x) = \sqrt{x} - 1,$

$g(x) = 2x^{-2} = \frac{2}{x^2}$ e

$h(x) = (x + 2)^{\frac{1}{3}}.$

Temos que o domínio de

f é $\{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\};$
g é $\{x \in \mathbb{R} | x \neq 0\};$
h é $\mathbb{R}.$

Assim, apesar do domínio da função g não admitir x = 0, o teste $\sqrt{x} - 1 > 1$ não é satisfeito para este valor de x (g será aplicada apenas para x >4).

Portanto, o programa descrito pelo fluxograma é executável apenas para x≥0.

b)

x	0	4	9
$\sqrt{x} - 1$	$\sqrt{0} - 1 = -1$	$\sqrt{4} - 1 = 1$	$\sqrt{9} - 1 = 2$
$\sqrt{x} - 1 > 1?$	Não	Não	Sim
Função	$(x + 2)^{\frac{1}{3}}$	$(x + 2)^{\frac{1}{3}}$	$\frac{2}{x^2}$
Saída	$(0 + 2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$	$(4 + 2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6}$	$\frac{2}{9^2} = \frac{2}{81}$

19: a) A função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x + 1$, é estritamente crescente.

b) Como $g(a) = [f(a) - f(a)](a - a) = 0,$ queremos mostrar que $g(x) > 0$ para todo $x \neq a.$

Sabendo que f é estritamente crescente, temos que:

i) Se $x < a,$ então $f(x) - f(a) < 0$ e $x - a < 0;$

ii) Se $x > a,$ então $f(x) - f(a) > 0$ e $x - a > 0.$

Portanto, de (i) e (ii) segue o resultado pedido.

20:

a) $v\,(27) = 20\sqrt{27 + 273} = 20.\sqrt{300} = 200\sqrt{3} \approx 346\ m/s$

b) $340 \,.\, 20 \,.\, \sqrt{t + 273} \Leftrightarrow 17 = \sqrt{t + 273} \Leftrightarrow t + 273 = 289 \Leftrightarrow t = 16^o C$

ANOTAÇÕES