Capítulo 06: Divisibilidade

Resposta da questão 01: [B]

Para descobrir em que poste Rael irá tocar na quinquagésima terceira vez, temos:

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{53} & \mathbf{8} \\ \cline{2-2} \mathbf{5} & \mathbf{6} \end{array}$$

Temos então que Rael dará 6 voltas completas nesse octógono e na sétima volta ele irá parar no quinto poste. Sabendo que ele começa essa sequência no poste preto, esse poste será nosso ponto de partida (primeiro na sequência). Logo, o quinto poste será o poste Cinza.

Resposta da questão 02: [E]

Observe que a cada duas páginas temos 7+8=15 figurinhas, assim:

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{189} & \mathbf{15} \\ \cline{2-2} \mathbf{9} & \mathbf{12} \end{array}$$

Até chegarmos a figurinha de número 189, teremos passado por 12 blocos de duas páginas (uma ímpar e outra par), ou seja, teremos passado por 24 páginas, mais uma página ímpar com 7 figurinhas e pararemos na próxima página, que é a 26ª, na segunda figurinha.

Resposta da questão 03: [B]

Na repetição dessa frase, temos a repetição de 7 letras. Para descobrir quantas vezes a palavra EU se repete, temos:

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{724} & \mathbf{7} \\ \cline{2-2} \mathbf{3} & \mathbf{103} \end{array}$$

Assim, vemos que a palavra EUTEAMO é escrita 103 vezes de maneira completa e a sua escrita de número 104 é iniciada com apenas 3 letras (EUT).
Logo, temos que a palavra EU é escrita 104 vezes.

Resposta da questão 04: [A]

$$64 = 9 \times 7 + 1$$

A criança designada a procurar as demais é ANA.

Resposta da questão 05: [B]

$$90 = 12 \times 7 + 6$$

Assim, contando o domingo como primeiro dia, o dia da semana em que a promoção abará será uma sexta-feira. Além do mais, serão “usados” 1 dia do mês de julho, 31 dias de agosto, 30 dias de setembro e 28 dias de outubro, totalizando os 90 dias de promoção. Ou seja, o último dia da promoção será o dia 28 de outubro de 2016.

Resposta da questão 06: [B]

Basta dividirmos 100 por 14 e observar o resto.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 14 \\ \cline{2-2} \mathbf{2} & 7 \end{array}$$

Assim, ela estará tocando na árvore B.

Resposta da questão 07: [A]

Do exposto, temos que o número de livros é divisível por 6 e divisível por 5 (20% = 1/5), assim, é múltiplo de 30. Logo, o múltiplo de 30 maior que 60 e menor que 100 é 90.

Resposta da questão 08: [B]

Como o total é múltiplo de 72, temos que ele é múltiplo de 8 e de 9. Daí, para que um número seja múltiplo de 8, basta que os três últimos algarismos forme um número múltiplo de 8, para tanto, o algarismo das unidades do total deve ser 2. Além disso, para que um número seja múltiplo de 9, basta que a soma dos algarismo desse número seja divisível por 9, para tanto, o primeiro dígito deve ser 3.

Logo, o total pago por todos os brinquedos foi Cr$ 367,92 e o valor de cada brinquedo era

$$\frac{367{,}92}{72} = Cr\$\ 5{,}11.$$

Resposta da questão 09: [E]

Para que tenhamos a data mais tardia para o evento, o mês de novembro deve ter seu primeiro dia num sábado, isto é, sua primeira sexta-feira deve ser o dia 7. Logo, a segunda sexta-feira será no dia 14 e a terceira sexta-feira será no dia 21, que é data procurada.

Resposta da questão 10: [E]

Do dia 30 de maio ao dia 21 de junho, se passam 22 dias, logo, a próxima ocorrência do Manhanttanhenge será 22 dias depois do dia 21 de junho, isto é, será no dia 13 de julho.

Como o dia 30 de maio foi uma quarta-feira, 44 dias depois será uma sexta-feira, pois 44 quando dividido por 7 deixa resto 2.

Resposta da questão 11: [C]

Seja S o conjunto dos alunos que aprovaram os

1	2	3	4	5	6	7	8
P	**I**	**M**	**A**	**m**	**A**	**M**	**I**

16	17	18	19	20	21	22	23
P	**I**	**M**	**A**	**m**	**A**	**M**	**I**
...							

Observe que o nosso problema é periódico e ordenado, de modo que de 8 em 8 há uma repetição. Assim, se contarmos até 2019, teremos o dedo Médio (M), pois

$$2019 = 252 \times 8 + 3.$$

Resposta da questão 12: [A]

$$121 = 24 \times 5 + 1$$

O dia da semana em que a filia 121 receberá uma visita do dono da empresa será uma segunda-feira.

Resposta da questão 13: [B]

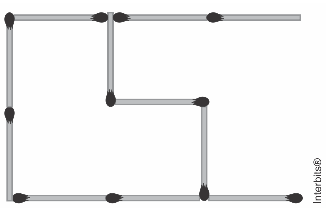
Na primeira linha se encontra todos os números que quando divididos por 4 deixam resto zero e apresentam um quociente par. Sabendo que $2016 = 504 \cdot 16$ podemos concluir que 2016 encontra-se na primeira linha, portanto 2017 encontra-se na segunda linha.

Resposta da questão 14: [C]

Basta verificar que após oito giros sucessivos o quadrado menor retorna à sua posição inicial. Como $2019 = 8 \times 252 + 3$, após o 2019º giro o quadrado cinza terá dado 252 voltas completas no quadrado maior e mais três giros, parando na posição que corresponde à alternativa C.

Resposta da questão 15: [C]

Para montar mais um conjunto de dois polígonos um padrão de 11 palitos é usado.



Assim, o número de palitos restantes será igual a:

$$225 \div 11 = 20{,}4545454545$$

$$0{,}4545454545 \cdot 11 = 5$$

Porém, para o último conjunto do padrão de 11 palitos ficar completo, são necessários mais dois palitos, logo restarão 3 palitos.

Resposta da questão 16: [E]

Observe que a figura apresenta um conjunto de letras dispostas de modo a se repetirem periodicamente, contando com os espaços e o período é de 20 letras/espaços, veja

MATEMÁTICA_CRIATIVA_

Como cada linha tem 21 letras/espaços, para chagarmos na letra desejada, usaremos um total de $51 \times 21 + 7 = 1078$ letras.

Assim, para encontrar a letra procurada, basta fazer

$$\begin{array}{r|l} 1078 & 20 \\ \hline 18 & 53 \end{array}$$

ou seja, a letra procurada é a 18ª letra do ciclo, isto é, a letra V.

Resposta da questão 17: [B]

Dado que a distribuição de brindes para os clientes segue uma ordem cíclica da seguinte forma:

1	2	3	4	5	6
A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**

7	8	9	10	11	12
A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**

Então, para saber qual brinde o ducentésimo (200º) cliente receberá, devemos dividir essa quantidade pelo número de itens no ciclo (6):

$$\begin{array}{r|l} 200 & 6 \\ \hline 2 & 33 \end{array}$$

Logo, o 200º cliente receberá o 2º brinde que é a Bola.

Resposta da questão 18: [C]

Para saber a cada quantos dias os amigos se reúnem (todos) novamente, basta calcular o mmc(1,2,3,4,5,6) que é 60.

Portanto, o próximo encontro será 60 dias depois, que corresponderá a 29 de junho de 2016.

Resposta da questão 19: [D]

Larissa assiste filmes a cada 7 dias (somente nas tardes de domingo), enquanto o canal EDig-BiOW só é liberado a cada 12 dias. Assim Larissa assistirá a filmes no referido canal a cada 84 dias (mmc entre 7 e 12). Logo, a próxima vez que Larissa assistirá filmes no canal EDig-BiOW será 84 dias depois, ou seja, 13 dias restantes de junho, mais 31 dias de julho, mais 31 dias de agosto, mais 9 dias de setembro.

Portanto, a data da próxima vez que ela poderá assistir filmes no referido canal será 09 de setembro de 2018.

Resposta da questão 20: [E]

Para saber a cada quanto tempo Janeide faz as três sobremesas simultaneamente, basta calcular o mmc(5, 6, 8) que é 120.

Resposta da questão 21: [A]

Se o volume da garrafa serve, exatamente, 15. Copos de um tipo ou 12 copos de outro tipo, temos que esse volume é múltiplo de 15 e múltiplo de 12, logo é múltiplo do mmc entre 15 e 12, ou seja, é múltiplo de 60.

O único múltiplo de 60 no intervalo de 980 a 1050 é 1020, logo a capacidade dessa garrafa é 1020 ml.

Resposta da questão 22: [C]

Se Rebeca tem aula de violino a cada seis dias e aula de piano a cada oito dias, então ela terá aulas de violino e piano, simultaneamente, a cada 24 dias. Observe que

$$mmc(6{,}8) = 24.$$

Se, hoje, um domingo, ele teve aulas de violino e piano, a próxima vez que ela terá aula de violino e piano, simultaneamente, será numa quarta-feira, pois

$$\begin{array}{r|l} 24 & 7 \\ \hline 3 & 3 \end{array}$$

ou seja, três dias depois do domingo.

Resposta da questão 23: [B]

Isaque voava de Nova York a Londres a cada 5 dias e Japiassu, a cada 4 dias. Logo, os dois viajavam juntos a cada 20 dias ($mmc(4{,}5) = 20$). Do primeiro ao quarto encontro se passaram $3 \times 20 = 60$ dias. Como o quarto encontro ocorreu no dia 12 de junho, temos que o primeiro encontro ocorreu 60 dias antes, ou seja, no dia 13 de abril.

Resposta da questão 24: [B]

Pelo padrão proposto, a soma das quantidades de coraçõezinhos vermelhos e azuis é um quadrado perfeito. Desta forma, o maior quadrado perfeito possível menor que 2561 é o número $50^2 = 2500$. Como esse número é par, o quadrado obtido tem quantidades iguais de coraçõezinhos vermelhos e azuis, isto é, 1250 de cada cor. Portanto sobrarão 1281 – 1250 = 31 coraçõezinhos vermelhos e 1280 – 1250 = 30 coraçõezinhos azuis.

Resposta da questão 25: [C]

Para descobrir a quantidade de dias necessários para que todas essas atividades ocorrem juntas outra vez, precisamos determinar o MMC desses três números.

$$\begin{array}{rrr|l} 7, & 6, & 4 & 2 \\ 7, & 3, & 2 & 2 \\ 7, & 3, & 1 & 3 \\ 7, & 1, & 1 & 7 \\ \hline 1, & 1, & 1 & \mathbf{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84} \end{array}$$

Assim, devemos distribuir esses 84 dias nos meses seguintes para descobrir a data exata:

Ago	Set	Out	Nov
10	30	31	13

Logo, encontra-se que a data desse evento será dia 13 de Novembro.

Resposta da questão 26: [D]

O mmc(1,2,3,4,5) = 60 é a quantidade de dias necessários que se passem para que ela volte a estudar as quatro disciplinas e faça uma redação num mesmo dia.

Se ela o fez em 01 de outubro de 2020, a próxima vez que isso ocorrerá será 60 dias depois, ou seja, vamos passar pelos 30 dias restantes de outubro, após o primeiro, e pelos 30 dias de novembro, fechando os 60 dias totais, ou seja, será no dia 30 de novembro de 2020.

Resposta da questão 27: [D]

Basta calcular o mmc(36, 48, 56).

$$\begin{array}{rrr|l} 36, & 48, & 56 & 2 \\ 18, & 24, & 28 & 2 \\ 9, & 12, & 14 & 2 \\ 9, & 6, & 7 & 2 \\ 9, & 3, & 7 & 3 \\ 3, & 1, & 7 & 3 \\ 1, & 1, & 7 & 7 \\ \hline 1, & 1, & 1 & \mathbf{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 1008} \end{array}$$

Os três asteroides passarão novamente por esse planeta depois de 1008 anos, após 3004, ou seja, isso ocorrerá no ano 3004+ 1008 = 4012.

Resposta da questão 28: [B]

Note que sempre que dividimos esse número n por 8, 9 ou 10, sempre sobram 5. Logo, se dividirmos agora o número $(n-5)$ por 8, 9 ou 10, a divisão será então perfeita. Ou seja, $(n-5)$ é um múltiplo comum entre esses três números. Faremos então o MMC:

8,	9,	10	2
4,	9,	5	2
2,	9,	5	2
1,	9,	5	3
1,	3,	5	3
1,	1,	5	5
1,	1,	1	$\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 360}$

Agora que encontramos o MMC, precisamos multiplicá-lo até alcançar um número que fique entre 700 e 800 como dito na questão.
Multiplicando 360 por 2, obtemos 720. Esse número é nosso $(n-5)$, então precisamos montar uma pequena equação para descobrir o valor real de n.

$$n - 5 = 720$$
$$n = 725$$

Agora, em posse do número de bolas de gude, nos é pedido que divida esse número em recipientes que cabem 25 bolas e descubra a quantidade de recipientes necessários.

$$\frac{725}{25} = 29\ Recipientes$$

Resposta da questão 29: [A]

Para saber a próxima vez que o Sr. Smith se reunirá com os membros das quatro empresas simultaneamente, basta calcular o menor múltiplo comum entre 8, 9, 12 e 15.

mmc(8,9,12,15) = 360

Assim, após 360 dias a reunião com as quatro empresas simultaneamente ocorrerá novamente.

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{360} & \mathbf{7} \\ \hline \mathbf{3} & \mathbf{51} \end{array}$$

Com tivemos o encontro do Sr. Smith com as quatro empresas numa segunda-feira, a próxima vez que isso ocorrerá será numa quinta feira.

Resposta da questão 30: [E]

A quantidade máxima de kits que esse grupo pode montar para distribuir entre os caminhoneiros de modo que não haja sobra de qualquer um dos itens é o maior divisor comum entre 2520, 2100 e 1680.

2520,	*2100,*	*1680*	*2*
1260,	*1050,*	*840*	*2*
630,	*525,*	*420*	*3*
210,	*175,*	*140*	*5*
42,	*35,*	*28*	*7*
6,	*5,*	*4*	

Logo, o mdc(2520, 2100, 1680) = 420, sendo a maior quantidade de kits que esse grupo pode montar de acordo com as condições dadas.

Resposta da questão 31: [D]

O número de pacotes por caixa deve ser o maior divisor comum de 4200 e 4800, ou seja, o número de pacotes por caixa deve ser igual a 600. Como cada pacote tem sete fraudas, temos que o número de fraudas em cada caixa é $7 \times 600 = 4200$

Resposta da questão 32: [C]

Observe que o diâmetro da circunferência deve ser o maior divisor comum de 180 e 240, isto é,

$$2R = mdc(180, 240) = 60.$$

Logo, $R = 30\ cm$.

Resposta da questão 33: [D]

Visto que queremos dividir esses cartões em quantidades iguais, devemos achar o MDC entre esses dois números:

216,	128	2
108,	64	2
54,	32	2
27,	16	$\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 2 = 8\ cart\tilde{o}es\ /\ envelope}$

Ao obter o MDC, descobrimos que teremos 8 cartões por envelope. No final de cada uma das duas colunas do MDC temos quantos envelopes de cada tipo teremos nessa divisão. 27 envelopes com cartões de frases motivacionais e 16 envelopes com cartões de frases reflexivas, totalizando 43 envelopes.

Resposta da questão 34: [D]

O maior número de kits confeccionados deve ser o maior divisor comum entre 3600 e 4200, ou seja, deve ser 600.

Assim, o número de caixas de máscaras em cada kit será igual a $\frac{3600}{600} = 6$, como em cada caixa tem 20 máscaras, teremos $6 \times 20 = 120$ máscaras em cada kit.

Resposta da questão 35: [E]

Observe que o número de sacolinhas deve ser um divisor comum dos números 156, 130 e 78, pois todos os itens serão utilizados, não havendo sobra de qualquer um deles. Além disso, deve ser o maior divisor, pois queremos o maior número possível de sacolinhas.

156,	130,	78	2
78,	65,	39	13
6,	5,	3	$\mathbf{2 \cdot 13 = 26 = mdc}$

Ou seja, o maior número possível de sacolinhas é 26 e em cada uma delas temos:

- $\frac{156}{26} = 6\, mordedores$
- $\frac{130}{26} = 5\, guias$
- $\frac{78}{26} = 3\, coleiras$

Assim, o número de itens colocados em cada uma das sacolas é 6+5+3 = 14.

Resposta da questão 36: [D]

Para descobrir o comprimento do maior pedaço obtido nessa divisão dos três fios, teremos que aplicar o MDC nesses comprimentos:

720,	840,	1200	10
72,	84,	120	2
36,	42,	60	2
18,	21,	30	3
6,	7,	10	$\mathbf{10 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 120\, cm}$

Ao fim do MDC, temos que teremos pedaços de 120 cm de comprimento. Para descobrir a quantidade de pedações, temos que olhar para o final de cada uma das três colunas do MDC. Os fios de 720 cm formarão 6 pedaços, os fios de 840 cm formarão 7 pedaços e os fios de 1200 cm formarão 10 pedaços. Logo:

$$5 \cdot 6 + 8 \cdot 7 + 1 \cdot 10 = 96\, pedaços$$

Resposta da questão 37: [A]

O maior número possível de kits a serem distribuídos é o mdc entre 2000, 1200 e 800.

2000,	1200,	800	100
20,	12,	8	4
5,	3,	2	$\mathbf{4 \cdot 100 = 400 = mdc}$

Observe que em cada kit termos 5 canetas, 3 blocos de anotações e 2 marcadores de texto, totalizando 10 itens por kit.

Resposta da questão 38: [C]

Seja $n = 7k$, com k inteiro positivo, o número de degraus da escada. Desse modo, estando n compreendido entre 40 e 100, temos $6 \le k \le 14$. Por outro lado, segue que $7k + 1 = 2(p+1) = 3(q+1)$, com p, q inteiros positivos. Em consequência, sendo 2 e 3 primos entre si, podemos concluir que $7k + 1$ é um múltiplo de 6 e, portanto, só pode ser $k = 11$.

Resposta da questão 39: [C]

Seja c o preço da caneta hidrográfica, m o preço do marcador de texto e b o preço do bloco de post-it. O valor total T da compra de Christyan é calculado da seguinte forma:

$$T = 15c + 6m + 12b = 3 \cdot (5c + 2m + 4b).$$

Sendo assim, Christyan sabe o que o valor total da compra deve ser um múltiplo de 3. E ele percebeu que o valor total de R$ 130,45, anunciado pela atendente, não é múltiplo, pois a soma dos seus algarismos não é um múltiplo de 3.

Resposta da questão 40: [A]

Seja n a quantidade de alunos matriculados. Assim, quando dividimos n por 6, 7 ou 8, sempre temos resto 2. Logo, $n - 2$ é divisível por 6, por 7 e por 8.

Assim, $n - 2$ é múltiplo do $mmc(6,7,8) = 168$. Como o número de alunos é menor que 200, temos que

$$n - 2 = 168 \quad \Rightarrow \quad n = 170.$$

Queremos dividir os 170 alunos em grupos com a maior quantidade de alunos possível, de modo que essa quantidade não ultrapasse 20. Assim, o maior divisor de 170 que é menor do que 20 é 17. Portanto, cada grupo deve ter 17 alunos e, nesse caso, o número de assessores que serão contratados para atender a atual demanda é $\frac{170}{17} = 10.$

Resposta da questão 41: [B]

De acordo com a tabela, temos:

$$n = 12x + 11 \Rightarrow n + 1 = 12(x+1)$$
$$n = 20y + 19 \Rightarrow n + 1 = 20(x+1)$$
$$n = 18z + 17 \Rightarrow n + 1 = 18(x+1)$$

$$mmc(12, 20, 18) = 180$$

Concluímos então que, n + 1 é o maior múltiplo de 180 que é menor que 1200.
Portanto, $n + 1 = 1080 \Rightarrow n = 1079$.
A soma dos algarismos de *n* será dada por: 1 + 0 + 7 + 9 = 17.

Resposta da questão 42: [E]

Tem-se que o número da primeira figurinha da última página é $875-25+1=851.$ Logo, a figurinha especial de maior número que inicia uma página é o maior múltiplo de 7 dentre: $851, 826, 801, \ldots.$ Daí, como $826=118\cdot 7,$ podemos afirmar que a resposta é $34.$

Resposta da questão 43: [E]

O número de divisores **positivos** de $N,$ diferentes de $N,$ é dado por $(x+1)(y+1)(z+1)$

com $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$ e $w = 0.$

Dado que N não é múltiplo de 7, o valor de w nesse conjunto é 0.

Resposta da questão 44: [D]

O maior lado possível para os quadrados deve, ser o MDC entre 770 cm e 330 cm, logo, dever ser igual a mdc(770, 330) = 110 cm, assim teremos, no mínimo,

$$\frac{770}{110} \times \frac{330}{110} = 7 \times 3 = 21\ quadrados.$$

Resposta da questão 45: [A]

O número de alunos em cada grupo é o maior divisor comum entre 273, 130 e 234, ou seja,

$$mdc(273, 130, 234) = 13\ alunos.$$

O número de grupos formados é

$$\frac{273}{13} + \frac{130}{13} + \frac{234}{13} = 21 + 10 + 18 = 49.$$

Resposta da questão 46: [B]

Temos um total de 65 peças. Calculando o MDC entre 15, 20 e 30 obtemos 5.
Portanto, o total de saquinhos para distribuir as peças será dado por: $65 \div 5 = 13$

Resposta da questão 47: [D]

Considerando que:
$3{,}36\text{ m} = 336\text{ cm}$ e que $4{,}0\text{ m} = 400\text{ cm}.$

Podemos determinar a medida do maior lado para a peça de cerâmica quadrada calculando o MDC entre 336 e $400.$
$\text{MDC}(336, 400) = 16.$

Número de peças utilizadas no comprimento: $400 : 16 = 25.$
Número de peças utilizadas na largura: $336 : 16 = 21.$

Portanto, o número de peças será dado por: $21 \cdot 25 = 525.$

Resposta da questão 48: [B]

Da relação $\text{MMC}(a, b) \cdot \text{MDC}(a, b) = a \cdot b,$ temos:
$x \cdot y = 6 \cdot 36 = 2^3 \cdot 3^3$

Portanto, teremos as seguintes possibilidades (para x > 10):

$x = 2^2 \cdot 3 = 12$ e $y = 18$

$x = 2 \cdot 3^2 = 18$ e $y = 12$

$x = 2^2 \cdot 3^2 = 36$ e $y = 6$

$x = 2 \cdot 3^3 = 54$ e $y = 4$

$x = 2^2 \cdot 3^3 = 108$ e $y = 2$

Como y > x, concluímos que o número de mulheres no grupo é igual a 18.

Resposta da questão 49: [C]

Fatorando o número 101101, obtemos:

$$\begin{array}{r|l} 101101 & 7 \\ 14443 & 11 \\ 1313 & 13 \\ 101 & 101 \\ 1 & \end{array}$$

Logo:

$101101 = 7^1 \cdot 11^1 \cdot 13^1 \cdot 101^1$

$n = (1+1)\cdot(1+1)\cdot(1+1)\cdot(1+1) = 16$

$m = 4$

$\therefore n - m = 12$

Resposta da questão 50: [C]

Teremos a seguinte sequência de dias de natação:
(Sáb, qua, dom, qui, seg, sex, ter, sáb, qua...)

O padrão se repete a cada 7 vezes. E:
$100 = 98 + 2 = 7 \cdot 14 + 2$

Ou seja, na 98ª vez Paulo vai nadar numa terça-feira (último dia da sequência). Após 2 outras vezes – na 100ª –, Paulo vai nadar numa quarta-feira.

Resposta da questão 51: [C]

Note que o horário e data solicitados correspondem a exatamente 48 horas depois do momento que Gheraldy começou a tomar os três remédios. Como 48 não é múltiplo de 10, nesse momento ele não estará tomando o Xarope Nãotemgripe. Entretanto, como 48 é múltiplo de 6 e de 8, então nesse momento, ele estará tomando o antitérmico Xôfebre e o antibiótico Bactericilina.