Moderna PLUS

MATEMÁTICA 1

PAIVA

CADERNO DO ESTUDANTE

Organizadora: Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida
e produzida pela Editora Moderna.

Editora Executiva:
Juliane Matsubara Barroso

Exemplar do professor

Moderna PLUS

Coordenação editorial: Juliane Matsubara Barroso
Elaboração de originais: Carla Naíra Milhossi, Daniel Teodoro
Edição de texto: Débora Regina Yogui, Juliane Matsubara Barroso, Marilu Maranho Tassetto
Assistência editorial: Thais Toldo Antonagi
Preparação de texto: Solange Gonçalves Guerra Martins
Coordenação de *design* e projetos visuais: Sandra Homma
Projeto gráfico e capa: Everson de Paula, Marta Cerqueira Leite
Fotos: Carlos Luvizari/CID
Coordenação de produção gráfica: André Monteiro, Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de arte: Wilson Gazzoni Agostinho
Edição de arte: Elaine Cristina da Silva
Ilustrações: Faustino
Editoração eletrônica: Grapho Editoração
Coordenação de revisão: Elaine Cristina del Nero
Revisão: Alexandra Costa, Fernanda Marcelino, Ivana Alves
Coordenação de pesquisa iconográfica: Ana Lucia Soares
Pesquisa iconográfica: Camila D'Angelo, Marcia Sato
As imagens identificadas com a sigla CID foram fornecidas pelo Centro de Informação e Documentação da Editora Moderna.
Coordenação de *bureau*: Américo Jesus
Tratamento de imagens: Arleth Rodrigues, Fabio N. Precendo, Rodrigo Fragoso, Rubens M. Rodrigues
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Everton L. de Oliveira Silva, Helio P. de Souza Filho, Marcio H. Kamoto
Coordenação de produção industrial: Wilson Aparecido Troque
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Paiva, Manoel Rodrigues
Matemática : Paiva / Manoel Rodrigues Paiva. — 2. ed. — São Paulo : Moderna, 2010 .

Obra em 3v. para alunos do 1º ao 3º ano.
Bibliografia.

1. Matemática (Ensino médio) I. Título

10-07085 CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática : Ensino médio 510.7

ISBN 978-85-16-06830-1 (LA)
ISBN 978-85-16-06831-8 (LP)

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Vendas e Atendimento: Tel. (0_ _11) 2602-5510
Fax (0_ _11) 2790-1501
www.moderna.com.br
2010
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

Apresentação

Caro estudante

Este material foi produzido para auxiliá-lo em seus estudos. O objetivo do *Caderno do estudante* é dinamizar o estudo dos principais conceitos do livro-texto com base em resumos, no destaque, na organização desses conceitos e na conexão entre eles, tornando-se, assim, um guia de estudo. Para isso, este caderno está organizado em capítulos correspondentes aos do livro-texto.

No início de cada capítulo deste caderno, há atividades contextualizadas que exploram os conteúdos dos capítulos, a interpretação de situações e a leitura de imagens.

A seguir, propõem-se atividades correspondentes às seções do livro-texto. Nessas atividades, os termos e conceitos específicos da disciplina são destacados e trabalhados. Há também ferramentas diferenciadas, os organizadores gráficos, que facilitam a retomada dos assuntos estudados por meio de recursos visuais, favorecendo a compreensão e a fixação dos conceitos. Assim, você organiza as ideias e faz associações entre elas.

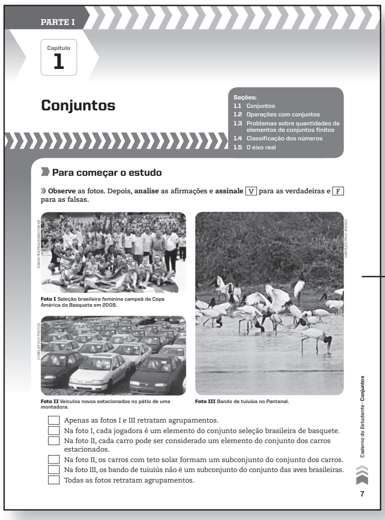
No final de cada capítulo, você elabora uma síntese e avalia o que aprendeu no livro-texto.

O *Caderno do estudante* pode ser usado para retomar os conteúdos abordados nas aulas, como um dos instrumentos de estudo e de revisão para as avaliações.

Bons estudos!

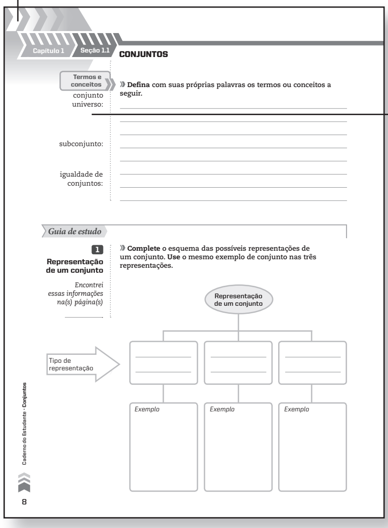
Organização do *Caderno*

Com a ajuda do *Caderno do estudante*, você pode estudar os principais conceitos do seu livro-texto, após a leitura de cada seção.

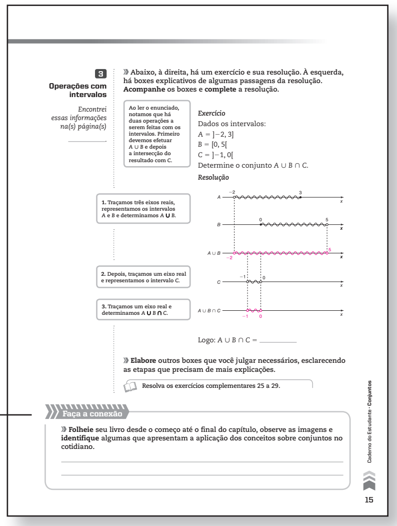


Para começar o estudo

No início de cada capítulo, você vai encontrar uma atividade contextualizada que aborda os conteúdos do capítulo e explora a interpretação de situações e a leitura de imagens.

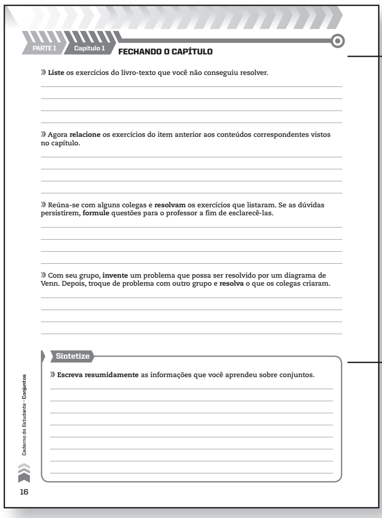


Você vai identificar ou definir os termos e conceitos mais importantes de cada seção.



Faça a conexão

Algumas atividades favorecem as conexões entre o conteúdo da seção e outros conhecimentos.

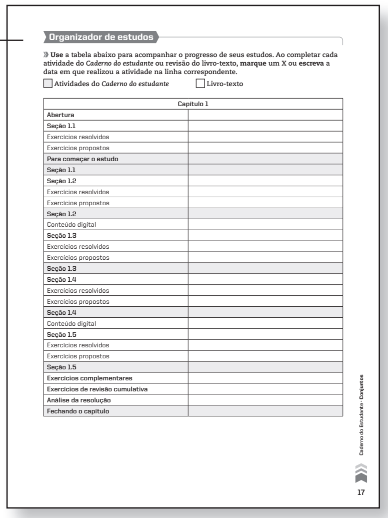


Fechando o capítulo

No final de cada capítulo, você avalia o que aprendeu e retoma os temas em que ainda tenha dúvidas, além de esclarecê-las com colegas e professor.

Sintetize

Para terminar, você escreve uma síntese das principais ideias estudadas no capítulo.



Organizador de estudos

O quadro, na última página de cada capítulo, possibilita o monitoramento do seu avanço nos diferentes assuntos e recursos que compõem o *Moderna Plus Matemática*.

Sumário

Capítulo 1

Conjuntos

Para começar o estudo

Observe as fotos. Depois, **analise** as afirmações e **assinale** V para as verdadeiras e F para as falsas.

EDSON RODRIGUES/SECOM-MT

Foto I Seleção brasileira feminina campeã da Copa América de Basquete em 2009.

COREL/STOCK PHOTOS

Foto II Veículos novos estacionados no pátio de uma montadora.

HAROLDO PALO JR/KINO

Foto III Bando de tuiuiús no Pantanal.

- F Apenas as fotos I e III retratam agrupamentos.
- V Na foto I, cada jogadora é um elemento do conjunto seleção brasileira de basquete.
- V Na foto II, cada carro pode ser considerado um elemento do conjunto dos carros estacionados.
- V Na foto II, os carros com teto solar formam um subconjunto do conjunto dos carros.
- F Na foto III, o bando de tuiuiús não é um subconjunto do conjunto das aves brasileiras.
- V Todas as fotos retratam agrupamentos.

CONJUNTOS

Termos e conceitos

» **Defina** com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir.

conjunto universo: Conjunto universo de um estudo, representado por U, é aquele ao qual pertencem todos os elementos relacionados a esse estudo.

subconjunto: Dizer que um conjunto B é subconjunto de um conjunto A equivale a dizer que, se x é elemento de B, então x é elemento de A.

igualdade de conjuntos: Dois conjuntos, A e B, são iguais se, e somente se, $A \subset B$ e $B \subset A$.

Guia de estudo

1

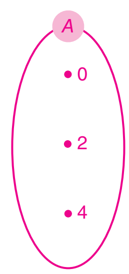
Representação de um conjunto

Encontrei essas informações na(s) página(s) 17.

» **Complete** o esquema das possíveis representações de um conjunto. **Use** o mesmo exemplo de conjunto nas três representações.

Representação de um conjunto

Tipo de representação

Representação tabular	Representação por diagrama de Venn	Representação por uma propriedade
Exemplo $A = \{0, 2, 4\}$	*Exemplo* 	*Exemplo* $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é número par e menor que } 6\}$

2 Conjunto unitário e conjunto vazio

Encontrei essas informações na(s) página(s) 18.

» **Complete** a tabela, **descrevendo** o conjunto e **apresentando** um exemplo para cada um.

	Descrição	Exemplo
Conjunto unitário	É aquele formado por um único elemento.	$A = \{-3\}$
Conjunto vazio	É aquele que não possui elemento algum.	$B = \{x \mid x$ é número natural e $x + 1 = 0\}$

3 Conjunto finito e conjunto infinito

Encontrei essas informações na(s) página(s) 18.

» **Complete** a tabela, **descrevendo** o conjunto e **apresentando** um exemplo para cada um.

	Descrição	Exemplo
Conjunto finito	Um conjunto é finito se for vazio ou se, ao contar seus elementos um a um, chega-se ao fim da contagem.	$C = \{0, 1, 2\}$
Conjunto infinito	Conjunto infinito é todo conjunto que não é finito.	$D = \{0, 1, 2, ...\}$

4 Utilização dos símbolos matemáticos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 17 e 19.

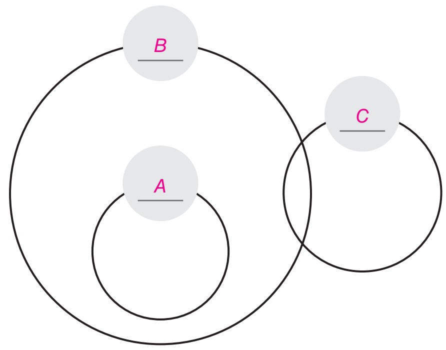
» **Escreva** como se lê e **dê** um exemplo de aplicação para cada símbolo.

Símbolo	Como se lê	Exemplo
$\in$	"pertence" ou "é elemento de"	$3 \in \mathbb{N}$
$\notin$	"não pertence" ou "não é elemento de"	$-3 \notin \mathbb{N}$
$\subset$	"está contido" ou "é subconjunto de"	$\{3\} \subset \mathbb{N}$
$\not\subset$	"não está contido" ou "não é subconjunto de"	$\{-3\} \not\subset N$

5
Subconjunto

Encontrei essas informações na(s) página(s) 19.

» Os três círculos abaixo representam os conjuntos A, B e C. **Identifique** esses conjuntos sabendo que $A \subset B$.



Resolva os exercícios complementares 1 a 3.

6
Conjunto das partes de um conjunto

Encontrei essas informações na(s) página(s) 21.

» **Complete** o quadro com todos os subconjuntos de $A = \{a, b, c\}$. Esses subconjuntos são os elementos do conjunto $\mathcal{P}(A)$.

a	b	c	Subconjunto	
S	S	S	$\{a, b, c\}$	Subconjunto com 3 elementos
S	S	N	$\{a, b\}$	
S	N	S	$\{a, c\}$	Subconjuntos com 2 elementos
N	S	S	$\{b, c\}$	
S	N	N	$\{a\}$	
N	S	N	$\{b\}$	Subconjuntos com 1 elemento
N	N	S	$\{c\}$	
N	N	N	$\varnothing$ ou $\{\ \}$	Subconjunto com zero elemento

(A letra S indica que o elemento pertence ao subconjunto e a letra N, que não pertence.)

7
Número de subconjuntos de um conjunto

Encontrei essas informações na(s) página(s) 22.

» **Analise** as afirmações e **assinale** V para as verdadeiras e F para as falsas.

- F Se um conjunto A possui n elementos, então $\mathcal{P}(A)$ também possui n elementos.
- V Um conjunto de n elementos possui 2^n subconjuntos.
- F Se um conjunto A possui n elementos, então $\mathcal{P}(A)$ possui $2 \cdot n$ elementos.
- F Um conjunto de n elementos possui $2 \cdot n$ subconjuntos.
- V Se um conjunto A possui n elementos, então $\mathcal{P}(A)$ possui 2^n elementos.

Resolva os exercícios complementares 4 a 6.

Capítulo 1 Seção 1.2

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

Termos e conceitos

Defina com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir.

união de conjuntos: A união de dois conjuntos, *A* e *B*, é o conjunto cujos elementos são todos aqueles que pertencem a *A* ou a *B*.

intersecção de conjuntos: A intersecção de dois conjuntos, *A* e *B*, é o conjunto cujos elementos são todos aqueles que pertencem a *A* e a *B*.

diferença de conjuntos: A diferença de dois conjuntos, *A* e *B*, nessa ordem, é o conjunto cujos elementos são todos aqueles que pertencem a *A* e não pertencem a *B*.

complementar de um conjunto: Sendo *A* e *B* dois conjuntos tais que $A \subset B$, o complementar de *A* em relação a *B* é o conjunto cujos elementos são todos aqueles que pertencem a *B* e não pertencem a *A*.

Guia de estudo

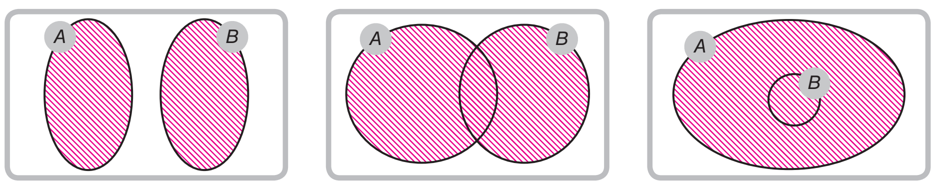
1

Representação das operações com conjuntos por diagramas de Venn

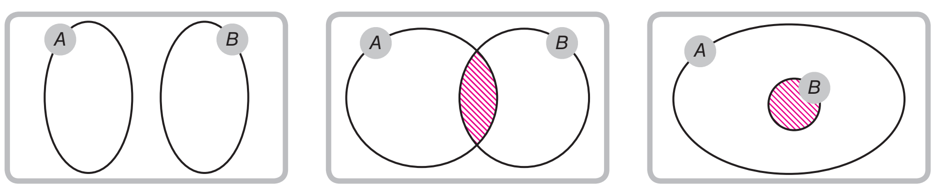
Encontrei essas informações na(s) página(s) 24 a 30.

Represente o resultado das operações indicadas hachurando a região correspondente em cada diagrama.

a) $A \cup B$

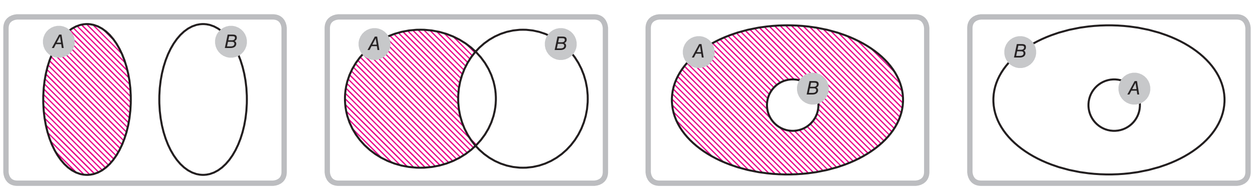


b) $A \cap B$



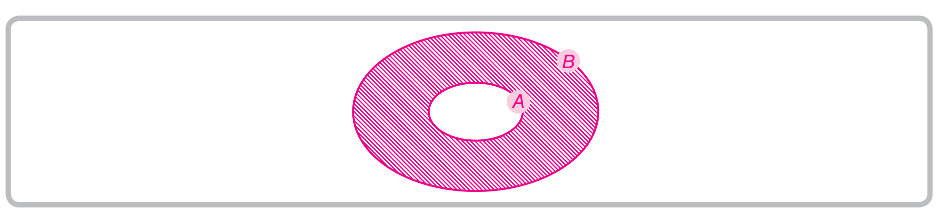
$A \cap B = \varnothing$

c) $A - B$



$A - B = \varnothing$

Desenhe um diagrama de Venn que represente o conjunto $\complement_B A$, sabendo que $A \subset B$.



Resolva os exercícios complementares 7 a 12.

Capítulo 1 Seção 1.3

PROBLEMAS SOBRE QUANTIDADES DE ELEMENTOS DE CONJUNTOS FINITOS

1

Problemas sobre quantidade de elementos de conjuntos finitos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 32 a 34.

» **Abaixo, há um problema cujo objetivo é calcular a quantidade de elementos de um conjunto finito. À direita, há sua resolução e, à esquerda, boxes explicativos de algumas passagens da resolução. Acompanhe os boxes explicativos e complete a resolução.**

Problema

Uma pesquisa realizada com os alunos de um colégio sobre a prática de esportes apresentou o seguinte resultado:

- 50 alunos praticam natação;
- 64 alunos praticam basquete;
- 72 alunos praticam futebol;
- 21 alunos praticam natação e basquete;
- 35 alunos praticam basquete e futebol;
- 30 alunos praticam natação e futebol;
- 7 alunos praticam natação, basquete e futebol.

Quantos alunos participaram dessa pesquisa?

Ao ler o enunciado, identificar os conjuntos natação, basquete e futebol.

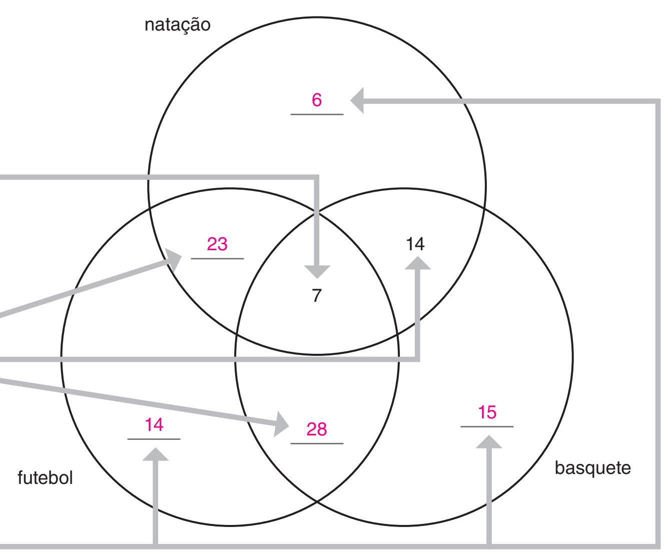
Resolução

1. Desenhar os diagramas dos conjuntos.

2. Preencher a lacuna com a quantidade de alunos que praticam os três esportes.

3. Preencher as lacunas com a quantidade de alunos que praticam apenas dois esportes, desconsiderando aqueles que já foram contados.

4. Preencher as lacunas com a quantidade de alunos que praticam apenas um esporte.



5. Para saber a quantidade total de pessoas entrevistadas, somar as quantidades obtidas nos passos anteriores.

6 + 15 + 14 + 14 + 28 + 23 + 7 = 107

Nessa pesquisa, foram entrevistados 107 alunos.

» **Elabore outros boxes que você julgar necessários, esclarecendo as etapas que precisam de mais explicações.** resposta pessoal

Resolva os exercícios complementares 13 e 30 a 37.

CLASSIFICAÇÃO DOS NÚMEROS

Termos e conceitos

» **Represente** na forma tabular, quando possível, ou por meio de uma propriedade os conjuntos a seguir.

conjunto dos números naturais: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, ...\}$

conjunto dos números inteiros: $\mathbb{Z} = \{..., -1, 0, 1, ...\}$

conjunto dos números racionais: $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^*\right\}$

conjunto dos números irracionais: $\mathbb{Q}' = \{x \mid x \text{ é dízima não periódica}\}$

conjunto dos números reais: $\mathbb{R} = \{x \mid x \text{ é número racional ou irracional}\}$

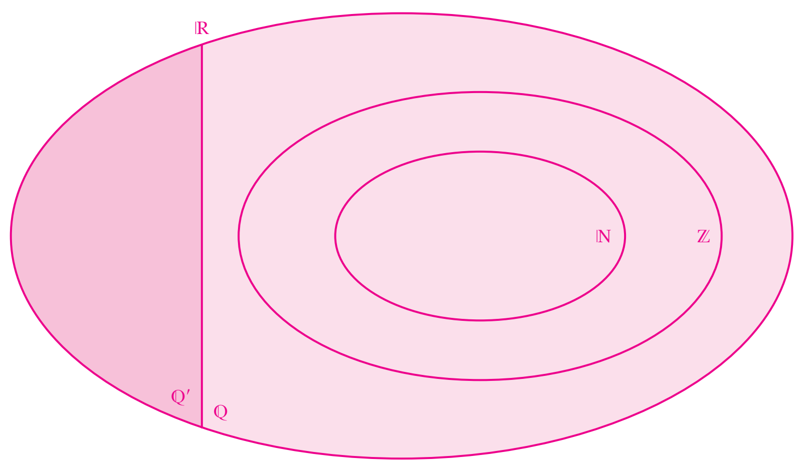
Guia de estudo

1

Relação de inclusão dos conjuntos numéricos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 44.

» **Desenhe** um diagrama que represente as relações de inclusão entre os conjuntos numéricos ℕ, ℤ, ℚ, ℚ′ e ℝ.



Resolva os exercícios complementares 14 a 24 e 38 a 43.

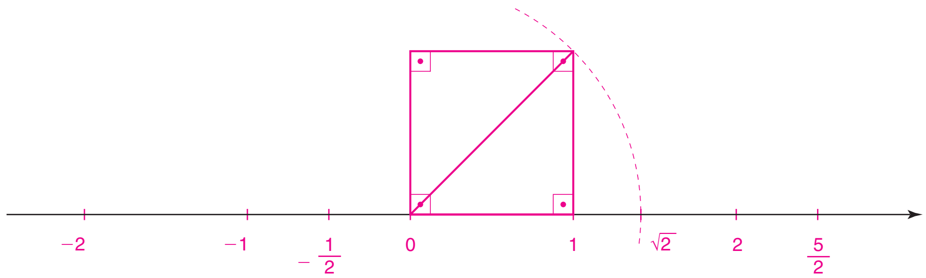
O EIXO REAL

1

Representação dos números no eixo real

Encontrei essas informações na(s) página(s) 47.

» **Represente** alguns números reais no eixo real abaixo (lembre-se de incluir números naturais, inteiros, racionais e irracionais).

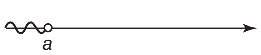


2

Representações de intervalos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 47 e 48.

» **Complete** a tabela em que *a* e *b* representam números reais, com $a < b$.

	Representação algébrica		Representação no eixo real
Intervalo limitado fechado	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	
Intervalo limitado aberto	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	$]a, b[$	
Intervalo aberto à esquerda e fechado à direita	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	$]a, b]$	
Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	$[a, b[$	
Intervalo ilimitado	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	$[a, +\infty[$	
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	$]-\infty, a[$	
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	$]-\infty, a]$	
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	$]a, +\infty[$	
	$\mathbb{R}$	$]-\infty, +\infty[$	

3 Operações com intervalos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 48.

» Abaixo, à direita, há um exercício e sua resolução. À esquerda, há boxes explicativos de algumas passagens da resolução. **Acompanhe** os boxes e **complete** a resolução.

Ao ler o enunciado, notamos que há duas operações a serem feitas com os intervalos. Primeiro devemos efetuar $A \cup B$ e depois a intersecção do resultado com C.

Exercício

Dados os intervalos:

$A =]-2, 3]$

$B = [0, 5[$

$C =]-1, 0[$

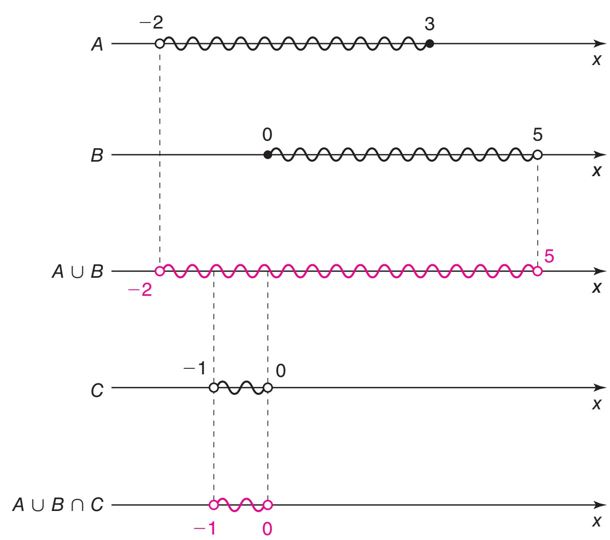
Determine o conjunto $A \cup B \cap C$.

Resolução

1. Traçamos três eixos reais, representamos os intervalos A e B e determinamos $A \cup B$.

2. Depois, traçamos um eixo real e representamos o intervalo C.

3. Traçamos um eixo real e determinamos $A \cup B \cap C$.



Logo: $A \cup B \cap C =$ $]-1, 0[$

» **Elabore** outros boxes que você julgar necessários, esclarecendo as etapas que precisam de mais explicações. resposta pessoal

Resolva os exercícios complementares 25 a 29.

Faça a conexão

» **Folheie** seu livro desde o começo até o final do capítulo, observe as imagens e **identifique** algumas que apresentam a aplicação dos conceitos sobre conjuntos no cotidiano.

respostas possíveis: pessoas jogando basquete, cachos de banana, estados de um país

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **relacione** os exercícios do item anterior aos conteúdos correspondentes vistos no capítulo.

resposta pessoal

» Reúna-se com alguns colegas e **resolvam** os exercícios que listaram. Se as dúvidas persistirem, **formule** questões para o professor a fim de esclarecê-las.

resposta pessoal

» Com seu grupo, **invente** um problema que possa ser resolvido por um diagrama de Venn. Depois, troque de problema com outro grupo e **resolva** o que os colegas criaram.

resposta pessoal

Sintetize

» **Escreva resumidamente** as informações que você aprendeu sobre conjuntos.

resposta pessoal

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 1	
Abertura	
Seção 1.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 1.1	
Seção 1.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 1.2	
Conteúdo digital	
Seção 1.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 1.3	
Seção 1.4	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 1.4	
Conteúdo digital	
Seção 1.5	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 1.5	
Exercícios complementares	
Exercícios de revisão cumulativa	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

PARTE I

Capítulo
2

Introdução ao estudo das funções

Para começar o estudo

» **Observe** as fotos e **leia** os textos. Depois, **identifique** as situações que representam uma relação de dependência entre duas grandezas marcando-as com um X.

JULIO COSTA/FUTURA PRESS

[X] **Situação I** Preço a ser pago em relação à quantidade de queijo.

JOHN EDER/GETTY IMAGES

[ ] **Situação II** Duração do filme em relação à quantidade de pessoas da plateia.

COOLR/SHUTTERSTOCK

[X] **Situação III** Duração de uma viagem em relação à velocidade do automóvel.

ANGELA CAPPETTA/PHOTODISC/GETTY IMAGES

[ ] **Situação IV** Distância entre a casa e o local de trabalho de uma pessoa em relação à temperatura do dia.

SISTEMAS DE COORDENADAS

Termos e conceitos

» **Explique** com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir.

sistema cartesiano ortogonal:

É um sistema de coordenadas formado por dois eixos reais, *Ox* e *Oy*, perpendiculares entre si no ponto *O*.

par ordenado:

É uma representação das coordenadas de um ponto ou é um conjunto ordenado de dois elementos.

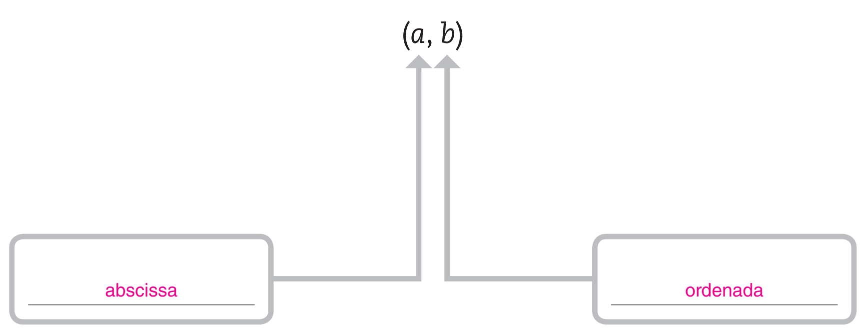
Guia de estudo

1

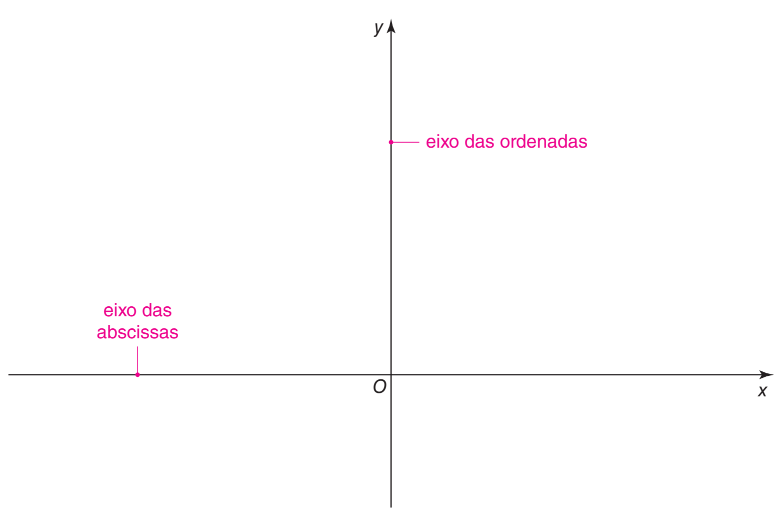
Sistema cartesiano ortogonal de coordenadas

Encontrei essas informações na(s) página(s) 59 e 60.

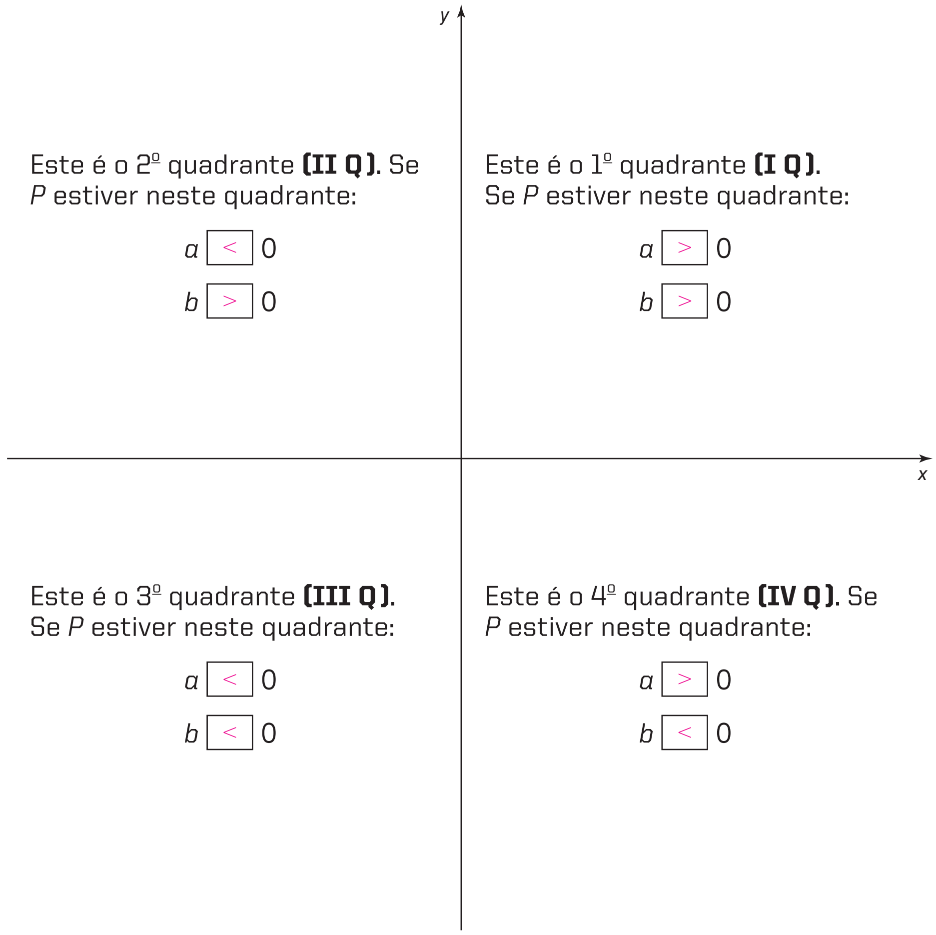
» Considerando que a e b representam números reais, **identifique** no par ordenado (a, b) a abscissa e a ordenada. **Escreva** os termos na linha adequada.



» No sistema cartesiano abaixo **identifique** o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas.



Observe o sistema cartesiano ortogonal de coordenadas abaixo. **Analise** os quadrantes e **indique** os sinais das coordenadas a e b de um ponto qualquer $P(a, b)$, completando os quadrinhos com os símbolos > ou <.



Imagine um ponto $P(a, b)$ sobre o eixo das abscissas. O que se pode afirmar sobre as coordenadas desse ponto?

A ordenada *b* é zero e a abscissa *a* pode assumir qualquer valor real.

- E se esse ponto P estivesse sobre o eixo das ordenadas, o que seria possível dizer sobre as coordenadas?

A abscissa *a* é zero e a ordenada *b* pode assumir qualquer valor real.

Resolva os exercícios complementares 1 a 4 e 26.

O CONCEITO DE FUNÇÃO

Termos e conceitos

» **Defina** o conceito de função e **explique** com suas palavras o significado dos outros conceitos a seguir.

função: Sejam A e B conjuntos não vazios. Uma relação f de A em B é função se, e somente se, qualquer elemento de A estiver associado, por meio de f, a um único elemento de B.

domínio: Na definição acima, o domínio é o conjunto A.

contradomínio: Na definição acima, o contradomínio é o conjunto B.

conjunto imagem: Segundo a definição acima, o conjunto imagem é formado por todos os $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.

Guia de estudo

1

A noção de função no cotidiano

Encontrei essas informações na(s) página(s) 56 a 65.

Faça a conexão

» **Folheie** seu livro do início do capítulo até esse tópico e **identifique** algumas situações que apresentem o conceito de função. **Escreva** 3 **exemplos** de situações que representem funções diferentes das apresentadas no livro. **Determine** a lei que relaciona as grandezas.

1. resposta pessoal

2.

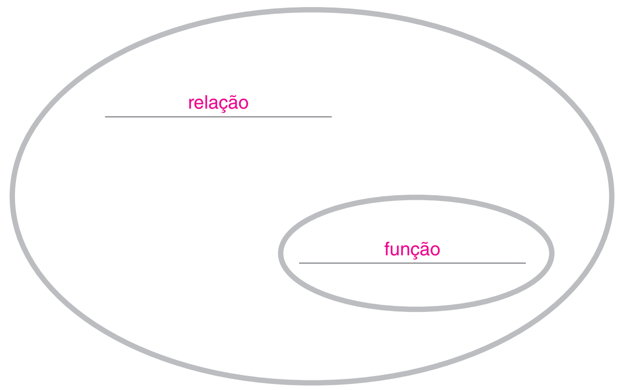
3.

Resolva os exercícios complementares 27 a 29.

2 Formalização do conceito de função

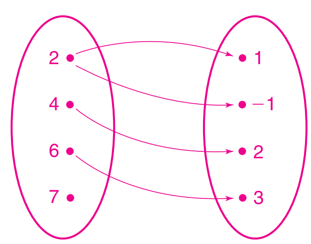
Encontrei essas informações na(s) página(s) 66 a 69.

» No diagrama abaixo estão representados o conjunto de todas as *relações* e o conjunto de todas as *funções*. **Escreva** o nome desses conceitos nas lacunas adequadas, identificando corretamente os conjuntos.

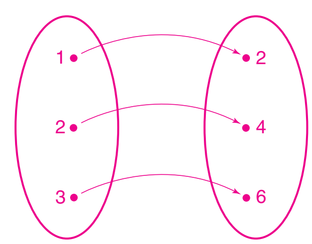


» **Represente**, usando diagramas de flechas, uma relação que não é função e outra que é função:

Relação que não é função



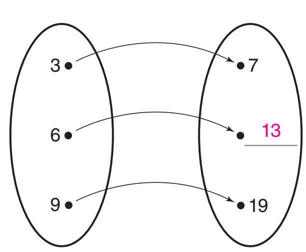
Relação que é função



3 Imagem de *x* pela função *f*

Encontrei essas informações na(s) página(s) 70 e 71.

» **Analise** no quadro abaixo as duas representações diferentes da mesma função. **Determine** a imagem da abscissa 6.

Diagrama de flechas	Lei da função
	$y = 2x + 1$ $y = 2 \cdot 6 + 1$ $y = 13$

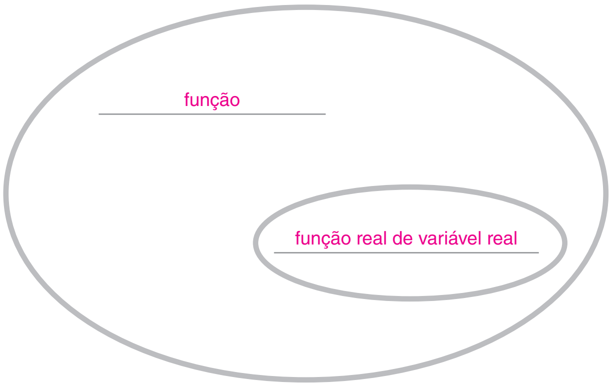
Resolva os exercícios complementares 5 a 7 e 30 a 33.

4

Função real de variável real

Encontrei essas informações na(s) página(s) 73 e 74.

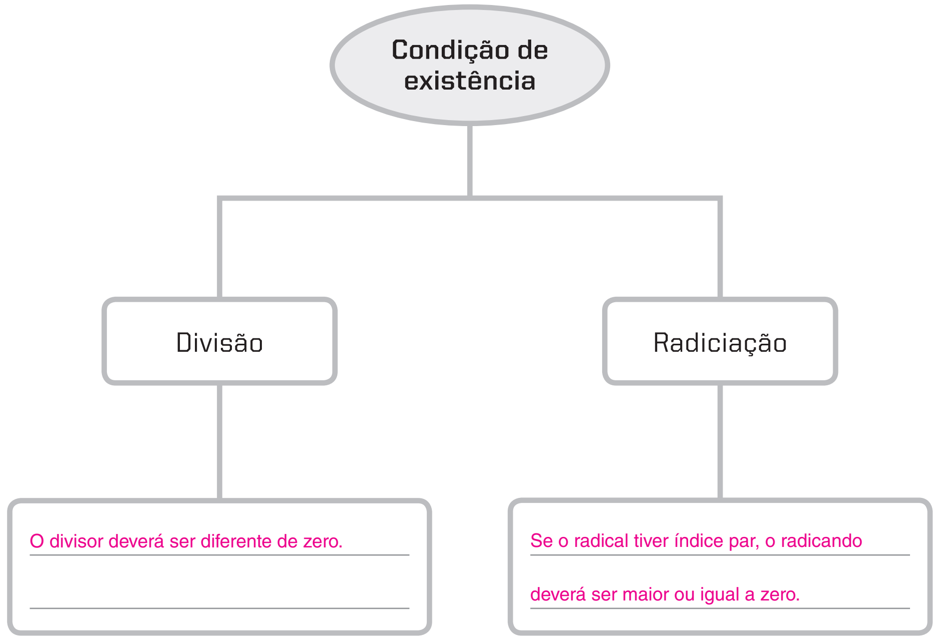
» No diagrama abaixo estão representados o conjunto de todas as *funções* e o conjunto de todas as *funções reais de variável real*. **Escreva** o nome desses conceitos nas lacunas adequadas, identificando corretamente os conjuntos.



» **Cite a diferença** entre uma função real de variável real e outra função qualquer.

Uma função é real de variável real quando seu domínio e seu contradomínio são subconjuntos do conjunto dos números reais. Uma função qualquer pode ter como domínio e contradomínio conjuntos quaisquer, não necessariamente numéricos; por exemplo, a função que associa cada ponto de um segmento de reta $\overline{AB}$ a um ponto do segmento de reta $\overline{CD}$.

» **Determine** a condição de existência das seguintes operações no conjunto dos números reais, completando o esquema:



Resolva os exercícios complementares 8 a 11.

GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

Guia de estudo

1

Esboço de gráficos por pontos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 75.

Descreva o procedimento para traçar o esboço de um gráfico por pontos.

Para esboçar o gráfico de uma função *f*, primeiro construímos uma tabela atribuindo alguns valores a *x* e calculamos os correspondentes valores de *y*. Depois, representamos no plano cartesiano os pares ordenados (*x*, *y*) assim obtidos.

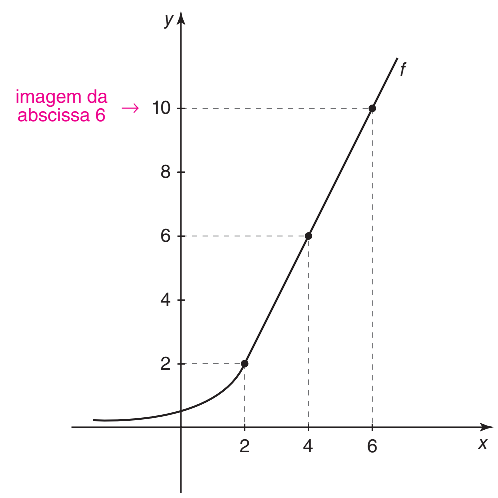
Resolva os exercícios complementares 12 a 14 e 34 a 36.

2

Imagem de um elemento pelo gráfico de uma função

Encontrei essas informações na(s) página(s) 82.

Analise a representação de uma função. **Identifique** a imagem da abscissa 6.



• **Descreva** o procedimento que você usou para identificar a imagem.

Encontramos, no gráfico, o ponto correspondente à abscissa 6. Depois, localizamos no eixo *Oy* a ordenada desse ponto. Essa é a imagem da abscissa 6.

3

Reconhecimento de uma função por análise gráfica

Encontrei essas informações na(s) página(s)

83 e 84.

» **Abaixo, à direita, há um exercício e sua resolução. À esquerda, há boxes explicativos de algumas passagens da resolução. Acompanhe a resolução e complete as lacunas.**

Exercício

Identifique qual dos gráficos a seguir pode representar uma função.

Gráfico 1

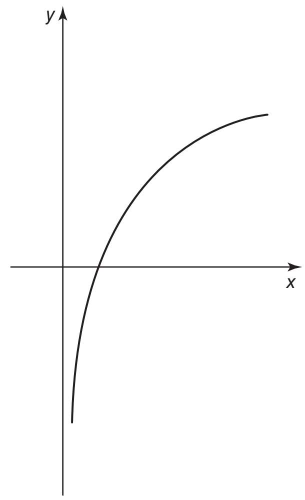
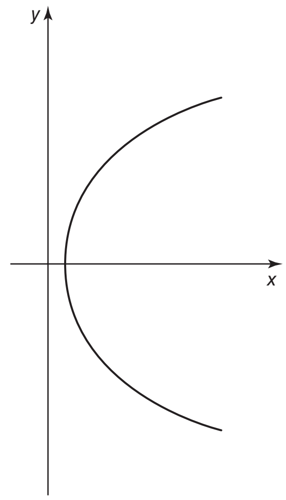


Gráfico 2



Resolução

Gráfico 1

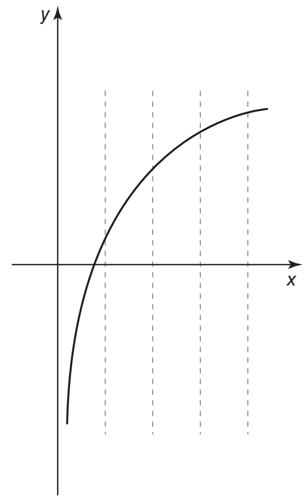
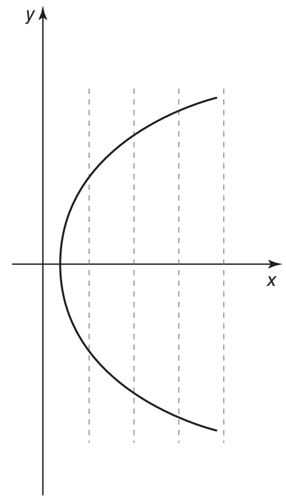


Gráfico 2



1. Traçamos retas paralelas ao eixo Oy.

2. Verificamos se alguma reta cruza o gráfico em mais de um ponto.

Se uma reta paralela ao eixo Oy tiver mais de um ponto em comum com o gráfico, então esse gráfico não representa uma função.

Logo, apenas o gráfico 1 pode representar uma função.

Resolva os exercícios complementares 15 a 19 e 37 a 40.

ANÁLISE DE FUNÇÕES

Termos e conceitos

Defina os termos ou conceitos a seguir.

raiz de uma função:

É todo número r do domínio de uma função f tal que $f(r) = 0$.

função crescente:

Uma função f é crescente em um subconjunto A de seu domínio se, e somente se, para quaisquer x_1 e x_2 de A, temos: $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$

função decrescente:

Uma função f é decrescente em um subconjunto A de seu domínio se, e somente se, para quaisquer x_1 e x_2 de A, temos: $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$

função constante:

Uma função f é constante em um subconjunto A de seu domínio se, e somente se, para qualquer número x de A, temos $f(x) = k$, sendo k uma constante real.

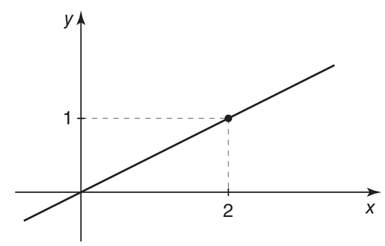
Guia de estudo

1

Raiz de uma função

Encontrei essas informações na(s) página(s) 87.

Analise no quadro abaixo as duas representações diferentes da mesma função. **Descreva** o procedimento para determinar a(s) raiz (raízes) da função em cada representação.

Lei da função	Gráfico da função
$y = \dfrac{x}{2}$	

• Determinação da(s) raiz (raízes) a partir da lei da função:

Como a raiz de uma função é o valor da abscissa que torna a função igual a zero, basta igualar a zero a lei da função e resolver a equação obtida.

• Determinação da(s) raiz (raízes) a partir do gráfico da função:

Observar a abscissa do ponto em que o gráfico intercepta o eixo x. Essa abscissa é a raiz da função.

Resolva os exercícios complementares 20 a 22.

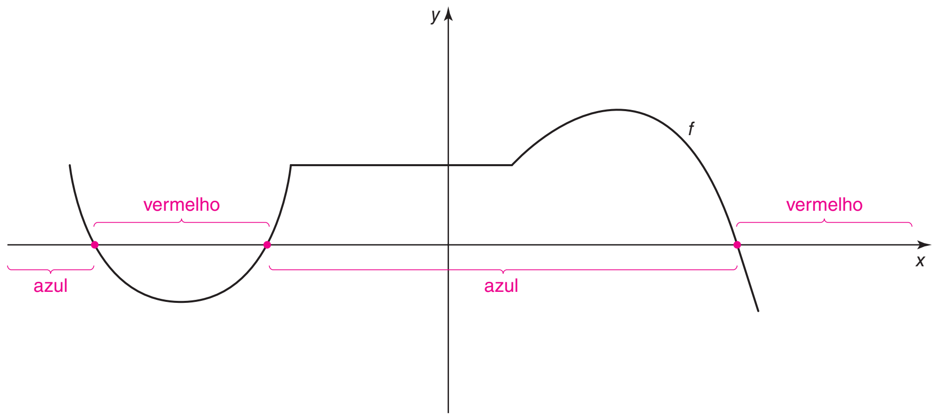
2 Estudo do sinal de uma função

Encontrei essas informações na(s) página(s) 89.

» **Explique**, completando a frase a seguir, o que significa estudar o sinal de uma função.

Estudar o sinal de uma função é dizer para qual(is) valor(es) de x a função é positiva, negativa ou nula.

» O gráfico a seguir representa uma função *f* de domínio ℝ que possui apenas três raízes. **Identifique** os intervalos no eixo *x* em que a função é positiva e aqueles em que a função é negativa e **indique** os valores que a anulam. Use a cor azul para os intervalos positivos e a cor vermelha para os intervalos negativos.



Resolva os exercícios complementares 23 e 24.

3 Variação de uma função

Encontrei essas informações na(s) página(s) 91 a 93.

» **Escreva a condição** para que a função *f* seja classificada conforme o esquema a seguir, supondo que x_1 e x_2 pertençam ao domínio de *f*.

Função

- **Crescente**: Se $x_1 > x_2$, então $f(x_1) > f(x_2)$
- **Decrescente**: Se $x_1 > x_2$, então $f(x_1) < f(x_2)$
- **Constante**: Para quaisquer x_1 e x_2, então $f(x_1) = f(x_2)$

Resolva os exercícios complementares 25 e 41 a 43.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **relacione** os exercícios do item anterior aos conteúdos correspondentes vistos no capítulo.

resposta pessoal

» Reúna-se com alguns colegas e **resolvam** os exercícios que listaram. Se as dúvidas persistirem, **formule** questões para o professor a fim de esclarecê-las.

resposta pessoal

Sintetize

» **Complete o esquema** a seguir e **relacione** os conceitos aprendidos no capítulo.

Função

Conceito
- Domínio
- Contradomínio
- Conjunto imagem

Representações
- Diagrama de flechas
- Gráfico
- Lei

Estudo do sinal
- Positiva
- Negativa
- Nula

Classificações
- Função crescente
- Função decrescente
- Função constante

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 2	
Abertura	
Seção 2.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 2.1	
Seção 2.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 2.2	
Seção 2.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 2.3	
Conteúdo digital	
Seção 2.4	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 2.4	
Conteúdo digital	
Exercícios complementares	
Exercícios de revisão cumulativa	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

PARTE I

Capítulo 3

Algumas funções e conceitos fundamentais

Para começar o estudo

Observe as fotos e **leia** os textos.

EDUARDO SANTALIESTRA/CID

Um restaurante *self-service* cobra R$ 23,00 pelo quilograma de comida.

JOSÉ PATRÍCIA/AGÊNCIA ESTADO

Uma empresa de ônibus vende passagens do Rio de Janeiro para Vitória ao preço unitário de R$ 70,00.

LIZA 1979/SHUTTERSTOCK

O salário de uma vendedora de uma loja de camisetas é R$ 510,00 fixos mais 10% do valor vendido no mês.

- **Analise** as afirmações a seguir e **classifique-as** em verdadeiras V ou falsas F.

V Se um consumidor pagou R$ 6,90 pela comida que consumiu, então a balança registrou 300 gramas.

F Se a venda de passagens de ônibus, do Rio de Janeiro a Vitória, para determinado horário totalizou R$ 2.100,00, não é possível determinar o número de pessoas que compraram passagens para esse horário.

F Se o salário de uma vendedora da loja de camisetas foi R$ 900,00 é correto afirmar que ela vendeu R$ 9.000,00 em produtos no decorrer do mês.

CONSIDERAÇÕES SOBRE ALGUMAS FUNÇÕES FUNDAMENTAIS

Termos e conceitos

» **Defina** os termos ou conceitos a seguir.

função par: Uma função f de domínio D é par se, e somente se, $f(x) = f(-x)$ para qualquer $x \in D$.

função ímpar: Uma função f de domínio D é ímpar se, e somente se, $f(-x) = -f(x)$ para qualquer $x \in D$.

Guia de estudo

1

Funções definidas por mais de uma sentença

Encontrei essas informações na(s) página(s) 104 e 105.

Faça a conexão

» **Folheie** seu livro do início do capítulo até esse tópico e **identifique** algumas situações que apresentem funções definidas por mais de uma sentença. **Pesquise** outra situação ou **crie** uma que apresente uma função definida por mais de uma sentença. **Descreva-a** abaixo.

resposta pessoal

Resolva os exercícios complementares 1, 20 e 21.

2

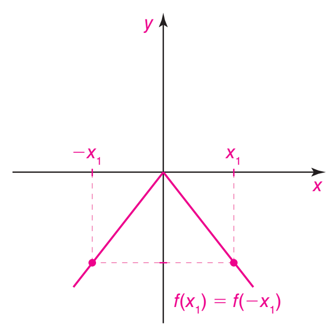
Função par e função ímpar

Encontrei essas informações na(s) página(s) 106 e 107.

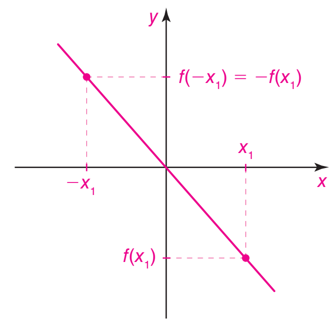
» **Dê um exemplo** de gráfico de uma função que seja par e de uma função que seja ímpar, fazendo seu esboço nos quadros abaixo.

resposta possível

Função par



Função ímpar



» **Escreva** as características da simetria de um gráfico de uma função par e de uma função ímpar.

Gráfico de uma função par: As partes do gráfico de uma função par, quando $x \geqslant 0$ e quando $x \leqslant 0$, são simétricas em relação ao eixo Oy.

Gráfico de uma função ímpar: As partes do gráfico de uma função ímpar, quando $x \geqslant 0$ e quando $x \leqslant 0$, são simétricas em relação à origem O do sistema de eixos.

» **Explique** uma vantagem de saber se uma função é par ou ímpar:

Saber se a função é par ou ímpar

é prático para

Simplificar a construção de seu gráfico, pois, construindo o gráfico para $x \geqslant 0$, automaticamente se obtém o gráfico para $x \leqslant 0$.

Resolva os exercícios complementares 2 a 6.

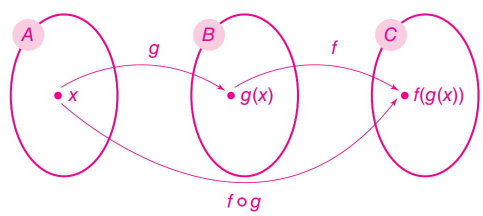
COMPOSIÇÃO DE FUNÇÕES

Termo e conceito

Desenhe diagramas de flechas que representem a ideia de função composta.

função composta de f com g:

Sejam A, B e C conjuntos não vazios e sejam as funções: $g: A \to B$ e $f: B \to C$.



Guia de estudo

1

Imagem de um elemento de uma função composta

Encontrei essas informações na(s) página(s) 109 e 110.

Abaixo há um exercício e sua resolução. **Acompanhe** a resolução e complete os boxes **descrevendo** os procedimentos de cada passagem.

Exercício

Dadas as funções:

- $f(x) = x^2 + 3$
- $g(x) = -2x + 3$

Determine $(g \circ f)(-5)$.

Resolução

1. Primeiro, calculamos $f(-5)$.

$f(-5) = (-5)^2 + 3 = 28$

2. Em seguida, calculamos $(g \circ f)(-5)$, que é o mesmo que calcular $g(28)$.

$(g \circ f)(-5) = g(f(-5)) =$
$= g(28) = -2 \cdot 28 + 3 = -53$

Logo, $(g \circ f)(-5) = -53$

Resolva os exercícios complementares 7 a 11 e 22 a 24.

INVERSÃO DE FUNÇÕES

Termos e conceitos

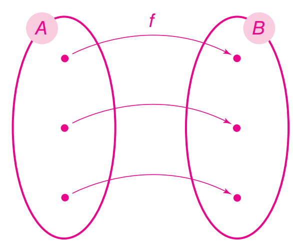
1. função injetora
2. função sobrejetora
3. função bijetora

» **Complete** o termo ou conceito correspondente a cada definição.

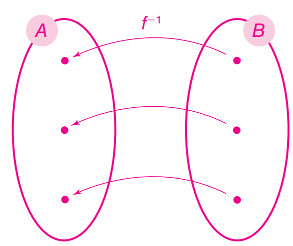
1. É toda função $f: A \rightarrow B$ que, para quaisquer x_1 e x_2 do domínio de f, tem-se $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.
2. É toda função $f: A \rightarrow B$ tal que, para todo elemento y do conjunto B, existe x no conjunto A tal que $f(x) = y$.
3. É toda função que é injetora e sobrejetora.

» **Desenhe** diagramas de flechas que representem a ideia de uma função bijetora $f: A \rightarrow B$ e de sua inversa f^{-1}.

função f:



função inversa f^{-1}:



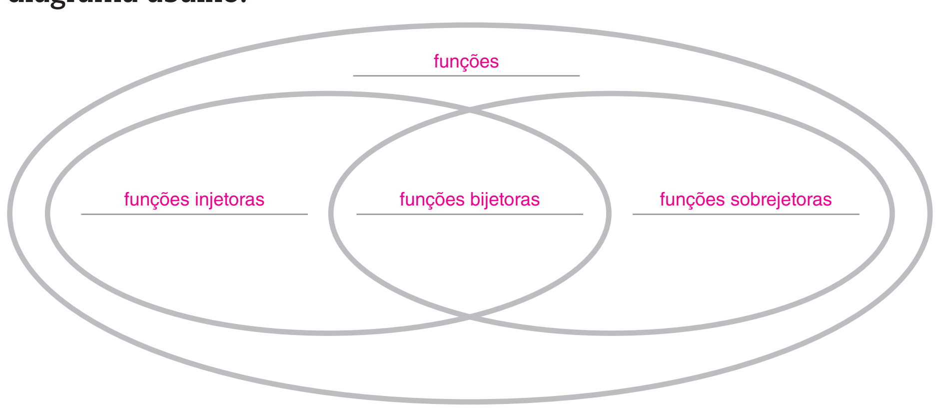
Guia de estudo

1

Relação entre função injetora, sobrejetora e bijetora

Encontrei essas informações na(s) página(s) 113 a 116.

» **Relacione** corretamente os conjuntos de funções, funções injetoras, funções sobrejetoras e funções bijetoras, completando o diagrama abaixo:



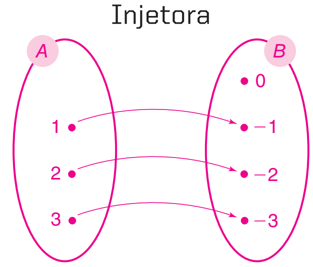
2

Função injetora, sobrejetora e bijetora

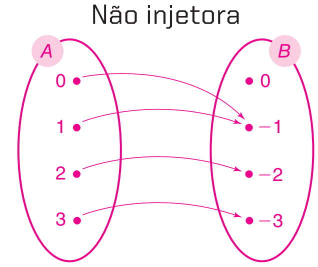
Encontrei essas informações na(s) página(s) 113 a 116.

» Em cada quadro a seguir, **desenhe** um diagrama de flechas, representando uma função com a classificação indicada.

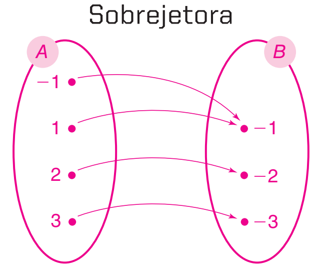
Injetora



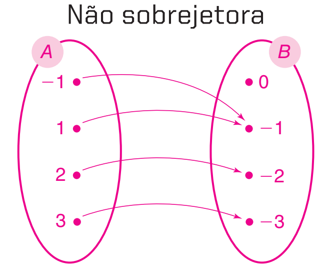
Não injetora



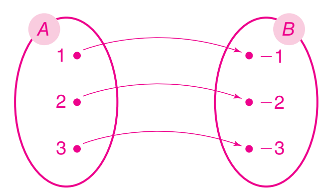
Sobrejetora



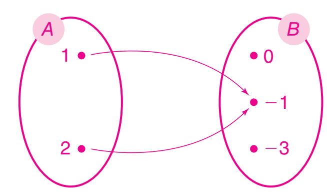
Não sobrejetora



Bijetora



Não bijetora



Resolva os exercícios complementares 12 a 15, 25 e 26.

3

Função inversa

Encontrei essas informações na(s) página(s) 119 a 123.

» **Justifique** a importância de verificar se uma função é ou não bijetora no estudo das funções inversas.

Verifica-se se uma função é bijetora, pois apenas funções bijetoras possuem inversa.

» **Analise** em cada quadro a seguir as duas situações apresentadas (uma situação e a situação inversa) que podem ser expressas por leis. **Complete** as informações que faltam em cada quadro.

Situação I	**Situação inversa**
O perímetro de um quadrado em função da medida x de um lado.	A medida de um lado de um quadrado em função de seu perímetro x.
Lei da função	**Lei da função inversa**
$f(x) = 4x$	$f^{-1}(x) = \dfrac{x}{4}$

Situação II	Situação inversa
A temperatura de um forno após *x* minutos ligado, sabendo que de início era 30 °C e aumenta 20 °C a cada minuto.	Há quantos minutos esse forno está ligado, sabendo sua temperatura *x*.
Função	**Função inversa**
$f(x) = 30 + 20x$	$f^{-1}(x) = \frac{x - 30}{20}$

Situação III	Situação inversa
O valor de uma corrida de táxi de *x* quilômetros, sabendo que a bandeirada é R$ 3,50 e são cobrados R$ 2,00 por quilômetro rodado.	A quantidade de quilômetros rodados por esse táxi, conhecendo-se o valor *x* da corrida.
Função	**Função inversa**
$f(x) = 3{,}5 + 2x$	$f^{-1}(x) = \frac{x - 3{,}5}{2}$

» **Descreva** os procedimentos para obter a inversa de uma função real de variável real $y = f(x)$ que é invertível.

Primeiro, trocamos x por y e y por x, obtendo $x = f(y)$. Em seguida, isolamos a variável y obtendo $y = f^{-1}(x)$.

Faça a conexão

» **Folheie** o item "Inversão de funções" no livro-texto. **Observe** as imagens e **identifique** algumas que possam ser associadas à aplicação do conceito de função inversa no cotidiano.

respostas possíveis: f: salário em função das horas trabalhadas

f^{-1}: horas de trabalho em função do salário

g: deslocamento de um ponteiro em função da massa

g^{-1}: massa em função do deslocamento do ponteiro

h: velocidade em função do tempo

h^{-1}: tempo em função da velocidade

Resolva os exercícios complementares 16 a 19.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **relacione** os exercícios do item anterior aos conteúdos correspondentes vistos no capítulo.

resposta pessoal

» Reúna-se com alguns colegas e **resolvam** os exercícios que listaram. Se as dúvidas persistirem, **formule** questões para o professor a fim de esclarecê-las.

resposta pessoal

» Com seu grupo, **invente** um problema que necessite da aplicação de função inversa. Depois, dê seu problema para outro grupo resolver e resolva o que foi proposto pelos colegas.

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 3	
Abertura	
Seção 3.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 3.1	
Seção 3.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 3.2	
Seção 3.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 3.3	
Exercícios complementares	
Exercícios de revisão cumulativa	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

PARTE I

Capítulo 4

Função afim

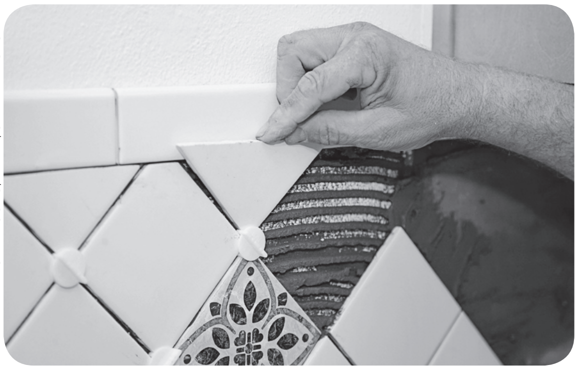
Para começar o estudo

Analise as situações e **assinale** com um X aquelas que apresentam uma função afim.


FRANK ROTHE/GETTY IMAGES

[X] **Situação I** O valor p a ser pago por uma corrida de táxi de x quilômetros, em que o preço da bandeirada é R$ 3,50 e o valor por quilômetro rodado é R$ 2,10, pode ser expressa pela lei de função:

$$p(x) = 3{,}50 + 2{,}10x$$


LISA F. YOUNG/ALAMY/OTHER IMAGES

[ ] **Situação II** A quantidade f de azulejos, em m^2, que um mestre de obras manda comprar para cobrir uma área quadrada de lado medindo ℓm, considerando que ele acrescenta 5% para recortes e perdas, pode ser expressa pela lei de função:

$$f(\ell) = 1{,}05\ell^2$$


JACEK/KINO

[X] **Situação III** Um carro mantém velocidade constante de 110 km/h. A quantidade g de quilômetros percorridos por esse carro em t horas pode ser representada por:

$$g(t) = 110t$$

A FUNÇÃO AFIM

Termos e conceitos

Defina com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir.

função afim: É toda função do tipo $f(x) = ax + b$, com a e b pertencendo aos reais e a diferente de zero.

função linear: É toda função na forma $y = ax$, com a pertencendo aos reais e diferente de zero.

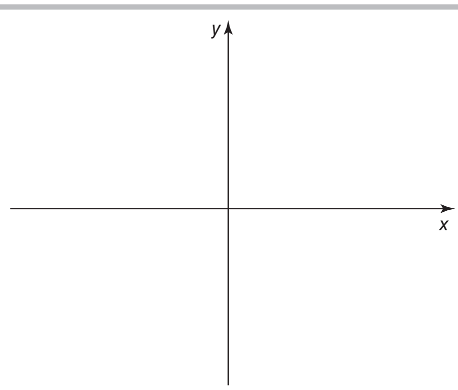
Guia de estudo

1 Gráfico da função afim

Encontrei essas informações na(s) página(s) 131 e 132.

Dê um exemplo de uma função afim e **construa** seu gráfico. Depois, complete a frase a seguir.

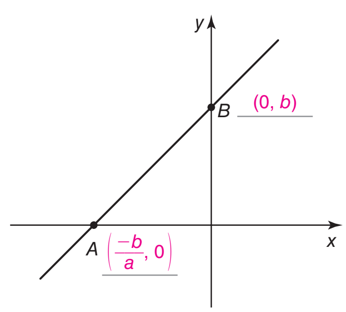
resposta pessoal



- O gráfico de qualquer função afim é uma reta.

Abaixo, está representado o gráfico da função afim $y = ax + b$. **Escreva** as coordenadas dos seguintes pontos:

- A: intersecção da reta com o eixo Ox.
- B: intersecção da reta com o eixo Oy.



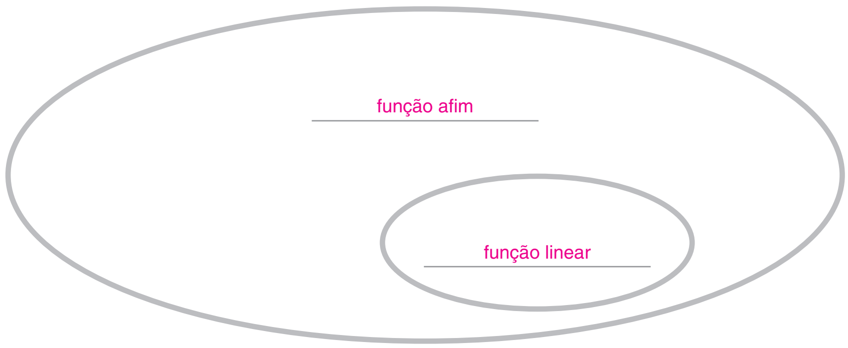
Agora, **responda**:
Qual é a interpretação geométrica da raiz de uma função afim?

É a abscissa do ponto de intersecção da reta com o eixo Ox.

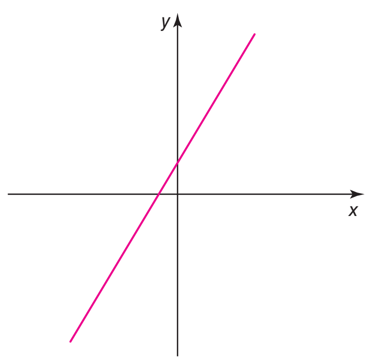
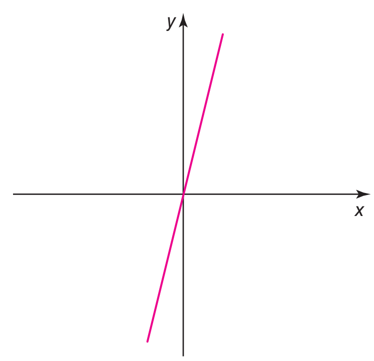
2 Função linear

Encontrei essas informações na(s) página(s) 134 e 135.

» No diagrama seguinte estão representados o conjunto de todas as *funções afins* e o conjunto das *funções lineares*. **Escreva** o nome desses conceitos nas lacunas adequadas, identificando corretamente os conjuntos.



» **Construa** um gráfico de uma função afim e um gráfico de uma função linear. **Compare-os** e **escreva** uma frase que **relacione** os dois gráficos.

Função afim	Função linear
	

***Dicas para escrever a frase*:**

- O gráfico é uma reta?
- O gráfico passa pela origem?

resposta possível: Os dois gráficos representam funções afins, portanto, são uma reta oblíqua. O gráfico da função linear, porém, é uma reta oblíqua que passa pela origem.

Resolva os exercícios complementares 1 a 10 e 31 a 54.

ANÁLISE DA FUNÇÃO AFIM

Termo e conceito

taxa de variação

» **Identifique** o termo ou o conceito correspondente à definição.

É a constante de proporcionalidade $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ da função afim.

Guia de estudo

1

Proporcionalidade e taxa de variação

Encontrei essas informações na(s) página(s) 138 a 141.

» **Verifique**, nas situações abaixo, se a variação de uma das grandezas é diretamente proporcional à variação da outra grandeza.

• **Situação I**

Compra de suco	
Litros	**Preço (em R$)**
2	5
6	15
14	35

Considerando *x* a quantidade de litros e *y* o preço:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{15 - 5}{6 - 2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{35 - 15}{14 - 6} = \boxed{\frac{20}{8} = \frac{5}{2}}$$

• **Situação II**

Área de uma sala quadrada em relação ao lado	
Medida do lado (em m)	**Área (em m²)**
2	4
4	16
5	25

Considerando *x* a medida do lado e *y* a área:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{16 - 4}{4 - 2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{25 - 16}{5 - 4} = 9$$

• **Situação III**

Promoção na locação de DVDs	
Quantidade de DVDs	**Preço (em R$)**
1	3,50
2	5,00
4	7,00

Considerando *x* a quantidade de DVDs e *y* o preço:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 3{,}5}{2 - 1} = 1{,}5$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7 - 5}{4 - 2} = \frac{2}{2} = 1$$

• **Situação IV**

Volume de água despejada em um reservatório em função do tempo	
Tempo (em minuto)	Volume (em litro)
45	300
75	500
195	1.300

Considerando *x* o tempo e *y* o volume:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{500 - 300}{75 - 45} = \frac{200}{30} = \frac{20}{3}$$

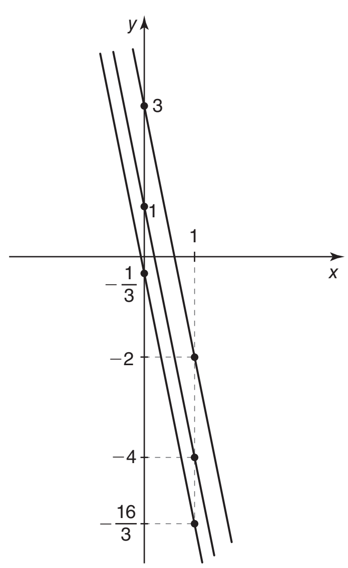
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1.300 - 500}{195 - 75} = \frac{800}{120} = \frac{20}{3}$$

• Agora, **liste** as situações que podem ser representadas por uma função afim:

situações I e IV

Resolva os exercícios complementares 11 e 12.

» **Observe** os gráficos, **ressalte** o que as funções têm em comum e **escreva uma conclusão** sobre a taxa de variação dessas funções.



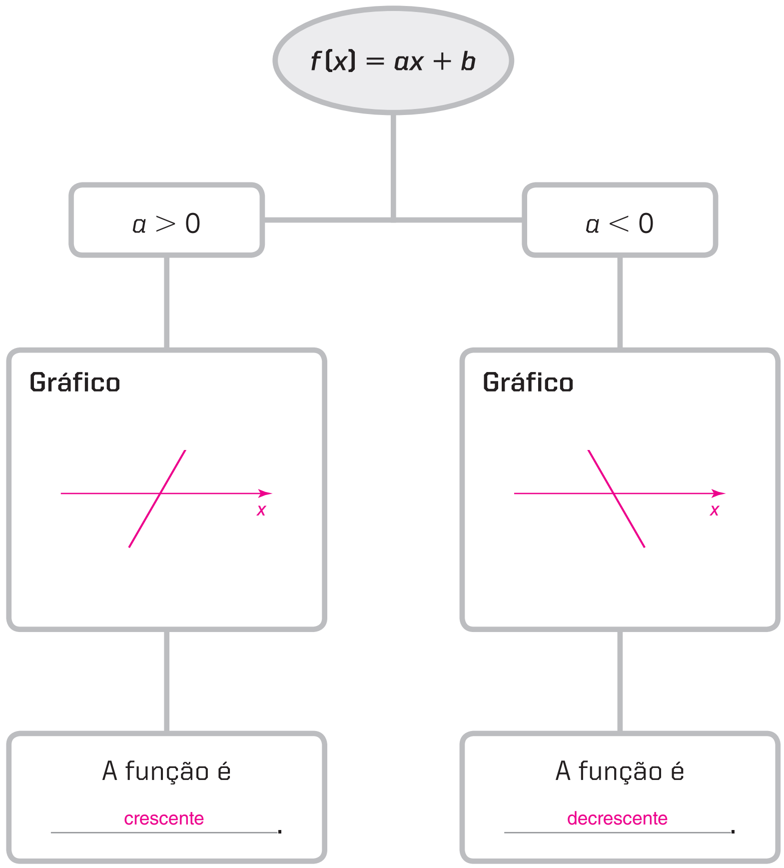
Os três gráficos são retas paralelas e as três funções têm a mesma taxa de variação.

2

Crescimento e decrescimento

Encontrei essas informações na(s) página(s) 143.

» **Desenhe** o esboço de cada gráfico e, a seguir, **classifique** a função como crescente ou decrescente.



Resolva os exercícios complementares 13 a 15.

Faça a conexão

» **Folheie** seu livro desde o começo do capítulo até o fim dessa seção. Observe as **imagens** e **identifique** algumas que possam ser associadas à aplicação do conceito de função afim no cotidiano.

respostas possíveis: pressão em função da profundidade; comprimento da coluna de mercúrio de um termômetro em função da temperatura; velocidade de afastamento de uma galáxia em função de sua distância à Via Láctea

3 Estudo do sinal

Encontrei essas informações na(s) página(s) 144 e 145.

» **Escreva** o que significa estudar o sinal de uma função f.

Estudar o sinal de uma função f significa determinar os possíveis valores de x para os quais f se anula, f é positiva ou f é negativa.

» Abaixo, há um exercício e sua resolução. À esquerda, há boxes explicando algumas passagens da resolução.
Observe os boxes e **complete** a resolução à direita.

Exercício

Estude o sinal da função $f(x) = -7x + 3$.

1. Primeiro, verificamos se a função é crescente ou decrescente, observando o sinal do coeficiente de x.

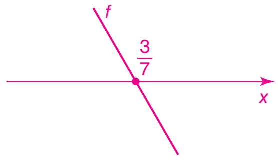
Como $a = -7$, então a função é decrescente.

2. Encontramos a raiz da função, igualando a expressão a zero.

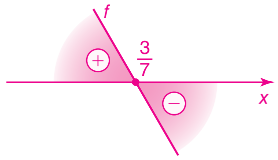
$-7x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{7}$

Portanto, a raiz é $\frac{3}{7}$.

3. Esboçamos o gráfico, indicando a raiz.



4. Verificamos qual parte do gráfico está acima do eixo x e qual parte está abaixo, para avaliar onde o gráfico é positivo e onde é negativo.



Logo, $f(x) = 0$, se $x = \boxed{\frac{3}{7}}$

$f(x) > 0$, se $x < \boxed{\frac{3}{7}}$

$f(x) < 0$, se $x > \boxed{\frac{3}{7}}$

Resolva os exercícios complementares 16 a 19 e 55.

INEQUAÇÃO-PRODUTO E INEQUAÇÃO-QUOCIENTE

Guia de estudo

1

Resolução de inequação-produto e inequação-quociente

Encontrei essas informações na(s) página(s) 148 e 149.

» Abaixo há um exercício e sua resolução. Os boxes à esquerda explicam os passos necessários para a resolução.
Complete as etapas da resolução.

Exercício

Resolva em $\mathbb{R}$ a inequação:

$(2x + 8)(-4x - 8) \leqslant 0$

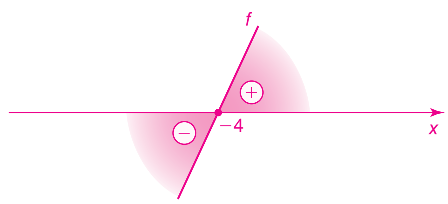
Resolução

1. Estudamos o sinal das funções $f(x) = 2x + 8$ e $g(x) = -4x - 8$.

Raiz de f: $2x + 8 = 0 \Rightarrow x = -4$

Como $a = 2$, f é crescente.

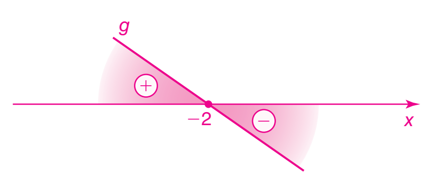
Estudo do sinal:



Raiz de g: $-4x - 8 = 0 \Rightarrow x = -2$

Como $a = -4$, g é decrescente.

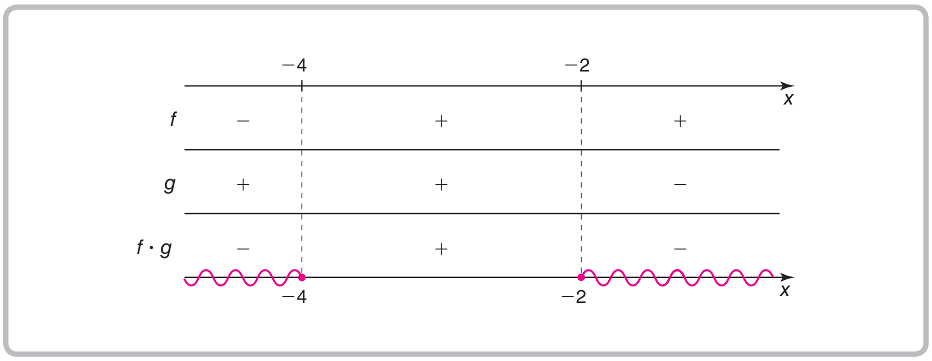
Estudo do sinal:



2. No quadro de sinais, representamos os sinais de f, g e $f \cdot g$.

	$x < -4$	$-4 < x < -2$	$x > -2$
f	−	+	+
g	+	+	−
$f \cdot g$	−	+	−

3. Finalmente, consideramos como soluções apenas os valores de x para os quais o produto $f \cdot g$ é negativo ou nulo.



Logo, o conjunto solução é:

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -4 \text{ ou } x \geqslant -2\}$

» Com base na solução do exercício anterior, **resolva** a seguinte inequação-quociente: $\dfrac{-4x - 8}{2x + 8} \leqslant 0$

Nesse exercício, o aluno poderá notar que o dividendo e o divisor da fração $\dfrac{-4x - 8}{2x + 8}$ são iguais aos fatores de $(2x + 8) \cdot (-4x - 8)$. Logo, o aluno poderá aproveitar a resolução anterior, mas agora vamos considerar a:

Condição de existência:

$2x + 8 \neq 0$

$x \neq -4$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -4 \text{ ou } x \geqslant -2\}$

» **Compare** as resoluções das duas inequações (inequação-produto e inequação-quociente) dos dois últimos exercícios e escreva a diferença entre as resoluções.

Na resolução da inequação-quociente, impomos a condição de existência, excluindo o -4 da solução.

Resolva os exercícios complementares 20 a 30 e 56.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **relacione** os exercícios do item anterior aos conteúdos correspondentes vistos no capítulo.

resposta pessoal

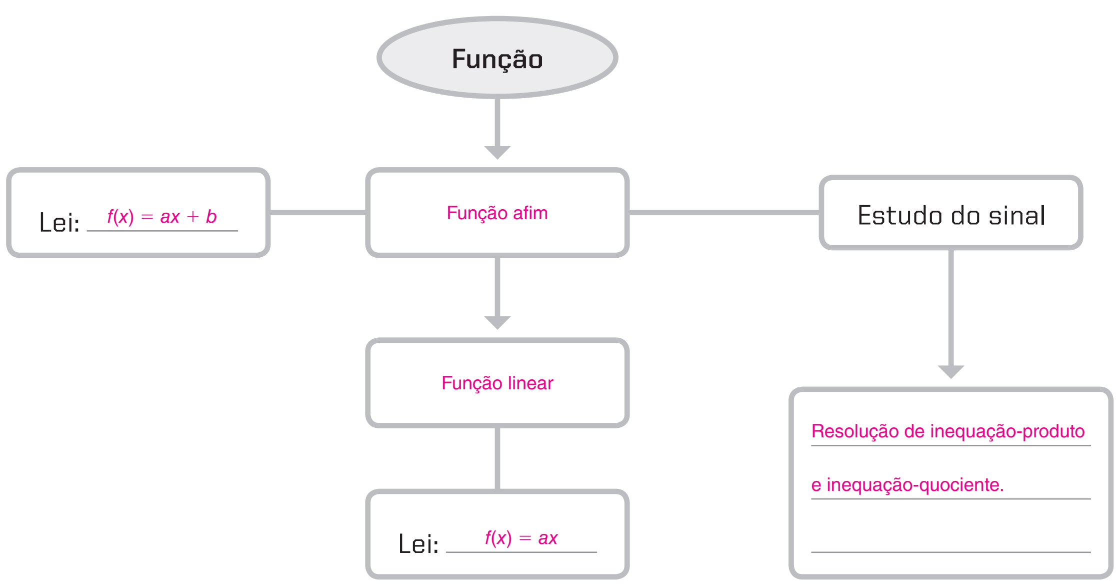
» Reúna-se com alguns colegas e **resolvam** os exercícios que listaram. Se as dúvidas persistirem, **formulem** questões para o professor a fim de esclarecê-las.

resposta pessoal

Sintetize

» **Relacione** os conceitos aprendidos completando o esquema com os termos abaixo.

- Função afim
- Função linear
- $f(x) = ax$
- $f(x) = ax + b$
- Resolução de inequação-produto e inequação-quociente



Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 4	
Abertura	
Seção 4.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 4.1	
Conteúdo digital	
Seção 4.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 4.2	
Conteúdo digital	
Seção 4.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 4.3	
Exercícios complementares	
Exercícios de revisão cumulativa	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

PARTE I

Capítulo **5**

Função quadrática

Seções:
5.1 A função quadrática
5.2 Análise da função quadrática
5.3 Inequações polinomiais do 2° grau

Para começar o estudo

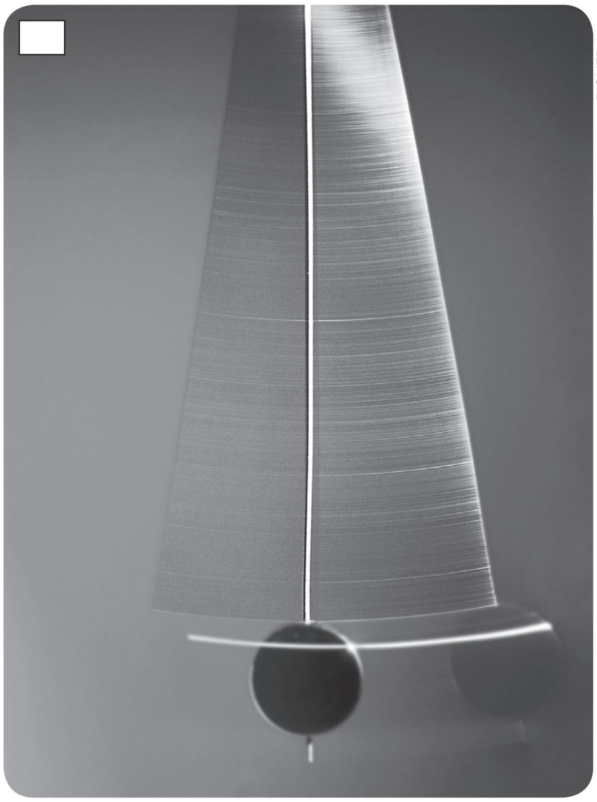
» **Analise** as curvas das fotos a seguir e **assinale** com um X aquelas que representam parte de uma parábola.

X

DMITRY KISTTUKOV/AFP/GETTY IMAGES

X

CHARLES D. WINTERS/PHOTORESEARCHERS/LATINSTOCK


DIOMEDIA

A FUNÇÃO QUADRÁTICA

Termo e conceito

função quadrática:

Defina com suas próprias palavras o termo a seguir.

É toda função do tipo $y = ax^2 + bx + c$, com $\{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Guia de estudo

1

Gráfico da função quadrática

Encontrei essas informações na(s) página(s) 161.

Descreva as características do gráfico de uma função quadrática de lei $f(x) = ax^2 + bx + c$, completando o esquema.

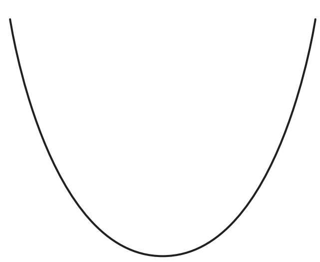
Função quadrática

Gráfico tem a forma de uma parábola.

Concavidade

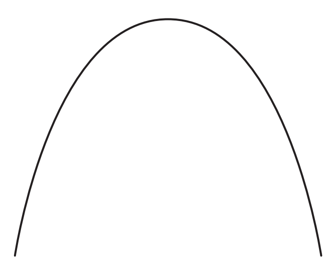
$a > 0$

Esboço do gráfico



$a < 0$

Esboço do gráfico



2

Pontos de intersecção da parábola com os eixos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 162.

Dada a parábola de equação $y = ax^2 + bx + c$, **escreva** as expressões que representam:

- a ordenada do ponto comum à parábola e ao eixo Oy: c
- a(s) abscissa(s) dos pontos comuns à parábola e ao eixo Ox, caso existam: $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, em que $\Delta = b^2 - 4ac$

Descreva em cada caso a condição que determina o número de raízes de uma função quadrática.

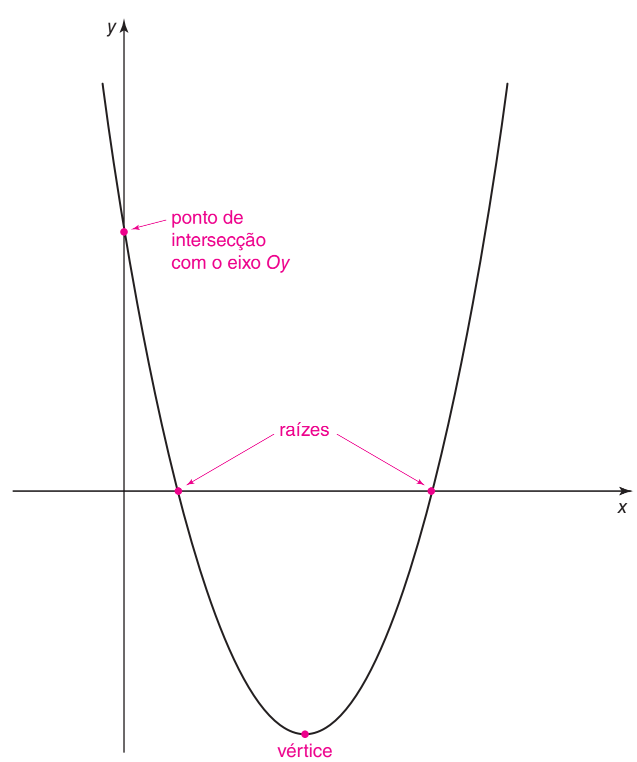
Número de raízes de uma função quadrática

Duas raízes reais e distintas	Duas raízes reais e iguais	Nenhuma raiz real
$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$

3 Vértice da parábola

Encontrei essas informações na(s) página(s) 163.

Observe o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$. **Localize**, no gráfico, o vértice, as raízes da função e o ponto de intersecção da parábola com o eixo Oy.



- **Escreva** as coordenadas do vértice da parábola. $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

Resolva os exercícios complementares 1 a 12 e 24 a 26.

ANÁLISE DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Termos e conceitos

1. valor máximo da função *f*
2. valor mínimo da função *f*

Complete com o conceito correspondente a cada definição.

1. É o maior valor que uma função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a < 0$, pode assumir.
2. É o menor valor que uma função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$, pode assumir.

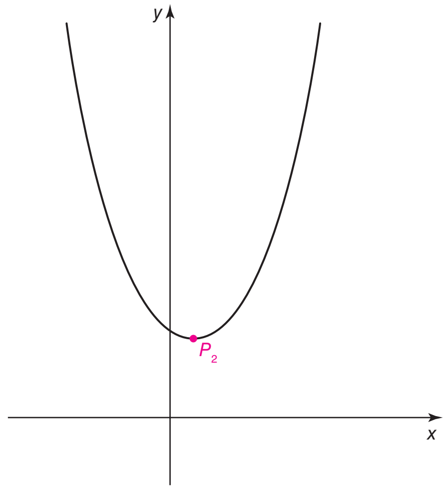
Guia de estudo

1

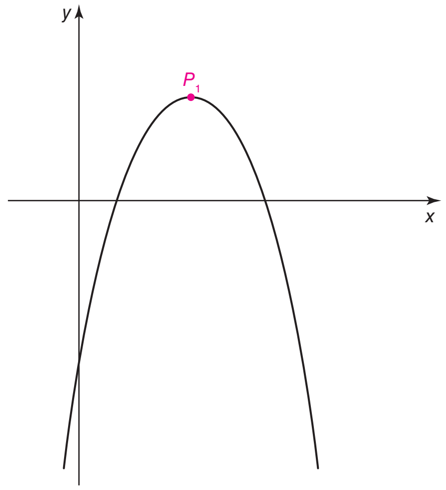
Valor máximo e valor mínimo

Encontrei essas informações na(s) página(s) 168 e 169.

Analise o gráfico de cada uma das funções quadráticas abaixo. **Localize** o ponto máximo P_1 e o ponto mínimo P_2 no gráfico apropriado. **Escreva** a fórmula que determina o valor máximo de uma função e a que determina o valor mínimo da outra.



Valor mínimo $= \boxed{-\frac{\Delta}{4a}}$



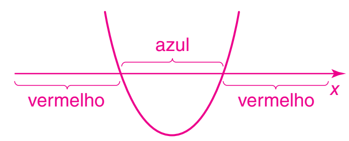
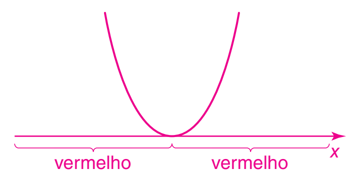
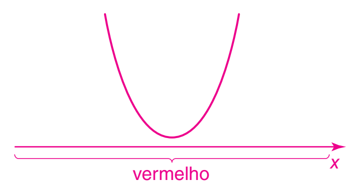
Valor máximo $= \boxed{-\frac{\Delta}{4a}}$

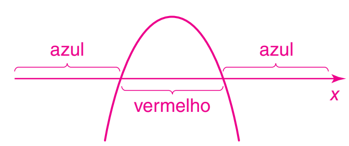
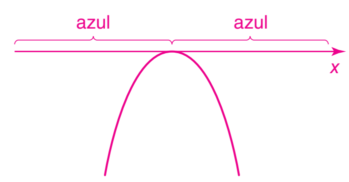
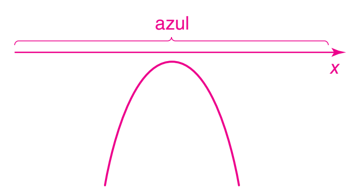
Resolva os exercícios complementares 13 a 17 e 27 a 33.

2 Estudo do sinal

Encontrei essas informações na(s) página(s) 172 a 174.

» Considerando a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, **desenhe** o esboço dos gráficos conforme as características descritas. **Pinte** de vermelho o intervalo do eixo *Ox* em que a função *f* é positiva e de azul o intervalo de eixo *Ox* em que a função *f* é negativa.

$a > 0$	$\Delta > 0$	
	$\Delta = 0$	
	$\Delta < 0$	

$a < 0$	$\Delta > 0$	
	$\Delta = 0$	
	$\Delta < 0$	

» Abaixo, há um exercício e sua resolução.
Observe a resolução e **complete** os boxes da esquerda com os procedimentos.

Exercício

Estude o sinal da função

$f(x) = -2x + 2x + 12$

Primeiro, encontramos as raízes da função, para saber em quais pontos o gráfico intercepta o eixo *Ox*.

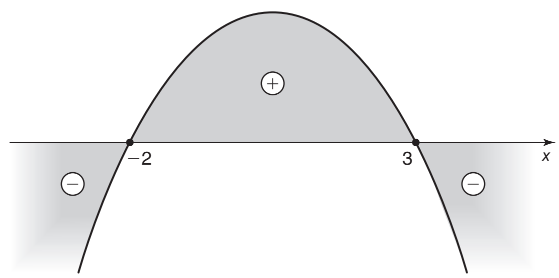
Resolução:

$-2x^2 + 2x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3$ ou $x = -2$

Em seguida, analisamos a concavidade do gráfico, observando o valor de *a*.

Como $a < 0$, pois $a = -2$, o gráfico tem concavidade voltada para baixo.

Fazemos o esboço do gráfico e analisamos o sinal da função.



Assim:

$f(x) = 0$, se $x = 3$ ou $x = -2$

$f(x) > 0$, se $-2 < x < 3$

$f(x) < 0$, se $x < -2$ ou $x > 3$

Resolva os exercícios complementares 34 e 35.

Faça a conexão

» **Folheie** seu livro do início do capítulo até esse tópico. **Observe** os gráficos das situações contextualizadas e **identifique** aquelas que podem ser associadas ao valor máximo e ao valor mínimo de uma função.

respostas possíveis:

- valor máximo: altura máxima atingida por uma pedra; distância máxima alcançada por um dardo
- valor mínimo: distância mínima entre um ponto e um corpo em movimento; quantidade mínima de alumínio para produzir uma lata; custo mínimo para a produção de óleo

INEQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU

Guia de estudo

Resolução de inequações polinomiais do 2º grau

Encontrei essas informações na(s) página(s) 175 e 176.

» Abaixo, há um exercício e sua resolução. Os boxes à esquerda explicam os passos para a resolução.
Complete as lacunas e os quadros em branco.

Exercício

Resolva em $\mathbb{R}$ a inequação

$x^2 - 7x + 12 < 0$

Resolução

Seja $f(x) = x^2 - 7x + 12$

As raízes de f são obtidas por:

$x^2 - 7x + 12 = 0$

1. Primeiro, encontramos as raízes da função $f(x) = x^2 - 7x + 12$.

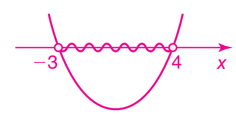
$x = 3$ ou $x = 4$

2. Identificamos o sentido da concavidade da parábola.

Concavidade do gráfico da função f:

A parábola tem concavidade voltada para cima, pois a > 0.

3. Esboçamos o gráfico e indicamos o(s) intervalo(s) em que a função é negativa.



Logo, o conjunto solução é:

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 4\}$

Resolva os exercícios complementares 18 a 23 e 36.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **formule** questões que o ajudarão a resolver os exercícios acima.

resposta pessoal

» Reúna-se com um colega e peça a ele que **esclareça** as dúvidas que você levantou na questão anterior. A seguir, esclareça as dúvidas levantadas por ele. Se as dúvidas persistirem, **perguntem** a seu professor.

resposta pessoal

Sintetize

» **Resuma** as ideias principais do capítulo. Para ajudá-lo, complete antes as fichas abaixo e, a seguir, redija um texto conectando as ideias de cada ficha.

1ª ideia
A função quadrática tem lei do tipo $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$.

2ª ideia
O gráfico de uma função quadrática é uma parábola.

3ª ideia

O gráfico da função quadrática pode interceptar o eixo Ox em 2 pontos ou em 1 ponto ou em 0 ponto.

4ª ideia

As raízes da função quadrática são obtidas pelas fórmulas: $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$.

5ª ideia

Ao analisar uma função quadrática eu estudo:

- o sinal da função.
- valor máximo e valor mínimo.

6ª ideia

O valor máximo de uma função quadrática é:

o maior valor que uma função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a < 0$, pode assumir.

O valor mínimo de uma função quadrática é:

o menor valor que uma função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$, pode assumir.

7ª ideia

As inequações polinomiais do 2º grau podem ser resolvidas com

o estudo do sinal de uma função quadrática.

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 5	
Abertura	
Seção 5.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 5.1	
Conteúdo digital	
Seção 5.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 5.2	
Seção 5.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 5.3	
Exercícios complementares	
Exercícios de revisão cumulativa	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

Capítulo 6

Função modular

Seções:

Para começar o estudo

Associe cada situação da esquerda à expressão matemática que a representa:

A Num dia de outono, o termômetro digital de uma rua de São Paulo marcava 24 °C às 14 horas e 20 °C às 19 horas. A variação da temperatura nesse período é:

DANIEL CYMBALISTA/ PULSAR IMAGENS

D $|249 - 446|$

B O titular de uma conta bancária fez uma retirada de R$ 446,00 dessa conta, que tinha um saldo de R$ 249,00. O novo saldo é:

Extrato por período

Cliente: FERNANDO PIRES DA SILVA

Conta: 0474 / 007 / 00032106-7

Data: 14/07/2010 - 09:11

Extrato

Data Mov.	Nr. Doc.	Histórico	Valor	Saldo
09/04/2010	101017	DEP CH 24H	1.050,00 C	649,35 C
12/04/2010	030826	TRX ELETR	200,00 C	849,35 C
12/04/2010	001869	TRX ELETR	250,00 D	599,35 C
12/04/2010	111354	CP MAESTRO	65,65 D	533,70 C
12/04/2010	121305	CP MAESTRO	20,68 D	513,02 C

EDUARDO SANTALIESTRA/CID

B $249 - 446$

C O preço de um produto que custava R$ 24,00 foi reajustado para R$ 20,00.
O reajuste, em reais, foi de:

PATRÍCIA MORAES/ CRIAR IMAGEM

A $20 - 24$

D A distância entre a cidade de São José do Rio Preto, que fica no quilômetro 446 de uma rodovia, e São Carlos, que fica no quilômetro 249 da mesma rodovia, é representada por:

BE CAVIQUIOLLI/ FUTURA PRESS

C $|20 - 24|$

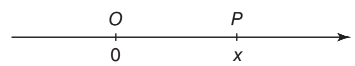
CAD_EST_MAT_CAP 06.indd 60 11.08.10 16:16:12

Capítulo 6 Seção 6.1

MÓDULO DE UM NÚMERO REAL

Termo e conceito

» **Observe** o eixo real e a localização do ponto P, de abscissa x em relação à origem O. **Explique** o significado do módulo de x:



módulo de x: É a distância entre os pontos *P* e *O*.

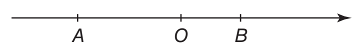
Guia de estudo

1

Módulo de um número real

Encontrei essas informações na(s) página(s) 205.

» **Observe** o eixo real abaixo e considere um número real x, representado nesse eixo.



• **Complete** os quadrinhos com uma das relações $<$, $>$ ou $=$, de acordo com as descrições:

a) Se x é abscissa do ponto A, então x $\boxed{<}$ 0.

b) Se x é abscissa do ponto O, então x $\boxed{=}$ 0.

c) Se x é abscissa do ponto B, então x $\boxed{>}$ 0.

• **Analise** novamente a figura acima e **escolha** adequadamente uma das expressões "o próprio" ou "o oposto de", para preencher cada lacuna.

a) Se x é um número positivo, então o módulo de x é o próprio x.

b) Se x é um número negativo, então o módulo de x é o oposto de x.

c) O módulo de zero é o próprio / o oposto de zero.

• Em um dos itens do exercício anterior, qualquer uma das expressões "o próprio" ou "o oposto de" torna a afirmação verdadeira. Qual é esse item? **Justifique**.

O item **c**, porque o oposto de zero é o próprio zero.

Resolva os exercícios complementares 1 a 5.

A FUNÇÃO MODULAR

Termo e conceito

função modular

» **Complete** a definição da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, descrita abaixo.

$$f(x) = |x| \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \geqslant 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Guia de estudo

1 Esboço do gráfico

Encontrei essas informações na(s) página(s) 207.

» Numere de 1 a 3 os quadrinhos abaixo **organizando** os procedimentos para a construção do gráfico da função $f(x) = |x|$.

[2] Estudamos as sentenças separadamente, construindo uma tabela e representando os pontos obtidos de cada sentença em um sistema cartesiano ortogonal.

[1] Representamos a lei em duas sentenças seguindo a definição de módulo de um número real.

[3] Reunimos os gráficos obtidos em cada uma das sentenças.

2 Outros recursos para a construção de gráficos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 208 a 210.

» **Especifique** os conceitos que também podem ser usados para construir um gráfico de uma função modular.

Construção de gráficos de funções modulares

- reflexão
- translação

Observe o gráfico da função g, na figura 1. No plano cartesiano representado na figura 2, **construa** o gráfico da função $f(x) = |g(x)|$ e **complete** a conclusão.

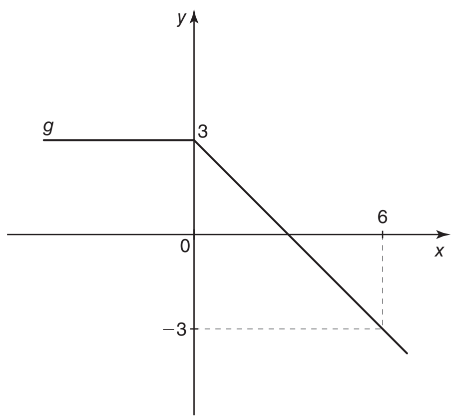


Figura 1

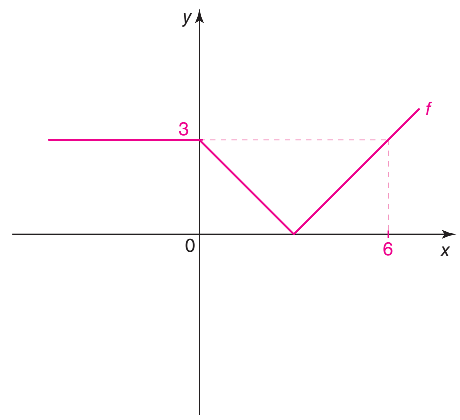


Figura 2

- O gráfico de f é obtido conservando os pontos de ordenadas não negativas do gráfico de g e transformando os pontos de ordenadas negativas em seus simétricos em relação ao eixo das abscissas.

Usando o conceito de translação do gráfico da função g, descreva um processo para se obter os gráficos das funções h, p, s, e t, abaixo, em que k é um número real positivo.

Translação vertical	
$h(x) = k + \|g(x)\|$	$p(x) = -k + \|g(x)\|$
Transladamos o gráfico de g verticalmente k unidades para cima.	Transladamos o gráfico de g verticalmente k unidades para baixo.

Translação horizontal	
$s(x) = \|g(x + k)\|$	$t(x) = \|g(x - k)\|$
Transladamos o gráfico de g horizontalmente k unidades para a esquerda.	Transladamos o gráfico de g horizontalmente k unidades para a direita.

3

Estudo do sinal

Encontrei essas informações na(s) página(s)

211 a 213.

» Abaixo há um exercício e, à esquerda, há boxes explicando os passos da resolução. **Acompanhe** os boxes e **complete** a resolução.

Exercício

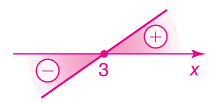
Construa o gráfico da função

$f(x) = |x - 3| + 3x + 1$

Resolução:

1. Primeiro, estudamos o sinal da função $g(x) = x - 3$.

Como a função $g(x) = x - 3$ é uma função crescente e tem raiz 3, temos:



Para $x \geqslant 3$, $|g(x)| = x - 3$

Para $x < 3$, $|g(x)| = -x + 3$

2. Representamos $|g(x)|$ por um esquema:

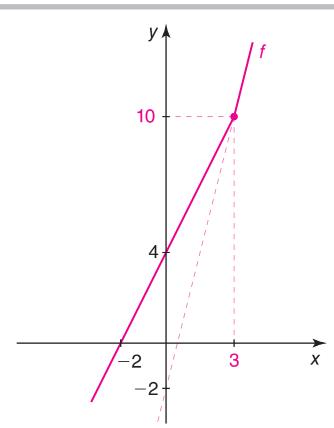
	3		x
$\lvert g(x)\rvert$	$-x + 3$	$x - 3$	

3. Adicionamos $3x + 1$ a cada expressão do esquema e escrevemos a lei da função f por duas sentenças.

	3		x
	$-x + 3$	$x - 3$	
	$3x + 1$	$3x + 1$	
$f(x)$	$2x + 4$	$4x - 2$	

Logo, $f(x) = \begin{cases} 2x + 4, \text{ se } x < 3 \\ 4x - 2, \text{ se } x \geqslant 3 \end{cases}$

4. Por último, analisamos cada sentença separadamente, esboçamos os gráficos e reunimos os dois gráficos para obter o gráfico de f.



Resolva os exercícios complementares 6 a 12 e 37.

CAD_EST_MAT_CAP 06.indd 64 11.08.10 16:16:15

EQUAÇÕES MODULARES

Guia de estudo

1

Equações modulares

Encontrei essas informações na(s) página(s) 214 a 216.

» **Descreva** as 4 propriedades dos módulos relacionadas a igualdades e **acompanhe** a aplicação dessas propriedades na resolução de equações modulares.

Exemplo

Resolver em $\mathbb{R}$: $|4x^2 - 4| = 0$.

$4x^2 - 4 = 0$

$x = \pm 1$

$S = \{-1, 1\}$

Exemplo

Resolver em $\mathbb{R}$: $|2x| = -1$.

Como $|2x| \geqslant 0$, não existe x que satisfaça essa equação.

$S = \varnothing$

P1. Para qualquer número real x, temos: $|x| \geqslant 0$

P2. $|x| = 0 \Rightarrow x = 0$

P3. Sendo d um número real positivo: $|x| = d \Leftrightarrow x = \pm d$

P4. Para quaisquer números reais x e y: $|x| = |y| \Leftrightarrow x = \pm y$

Exemplo

Resolver em $\mathbb{R}$: $|2x| = 6$

$|2x| = 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x = 6$ ou

$2x = -6$

$\therefore x = 3$ ou $x = -3$

$S = \{-3, 3\}$

Exemplo

Resolver em $\mathbb{R}$: $\left|\dfrac{x}{2}\right| = |x + 1|$

$\left|\dfrac{x}{2}\right| = |x + 1| \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{2} = x + 1$

ou $\dfrac{x}{2} = -x - 1$

$\therefore x = -2$ ou $x = -\dfrac{2}{3}$

$S = \left\{-2, -\dfrac{2}{3}\right\}$

Resolva os exercícios complementares 13 a 23 e 38.

INEQUAÇÕES MODULARES

Guia de estudo

1

Inequações modulares

Encontrei essas informações na(s) página(s) 219 e 220.

» **Leia** as propriedades de módulo aplicadas à inequação modular e **complete** a resolução das inequações modulares a seguir.

Exemplo

Resolver em $\mathbb{R}$: $|2x| < 4$

$|2x| < 4 \Leftrightarrow -4 < 2x < 4$

$\therefore -2 < x < 2$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$

Exemplo

Resolver em $\mathbb{R}$: $|2x| \leqslant 4$

$|2x| \leqslant 4 \Leftrightarrow -4 \leqslant 2x \leqslant 4$

$\therefore -2 \leqslant x \leqslant 2$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leqslant x \leqslant 2\}$

P9. Para qualquer número d real positivo:

$|x| < d \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -d < x < d$

P8. Para qualquer número d real positivo:

$|x| \leqslant d \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -d \leqslant x \leqslant d$

P10. Para qualquer número d real positivo:

$|x| \geqslant d \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \geqslant d$

ou $x \leqslant -d$

P11. Para qualquer número d real positivo:

$|x| > d \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x > d$

ou $x < -d$

Exemplo

Resolver em $\mathbb{R}$: $|2x| \geqslant 4$

$|2x| \geqslant 4 \Leftrightarrow 2x \geqslant 4$ ou $2x \leqslant -4$

$\therefore x \geqslant 2$ ou $x \leqslant -2$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 2 \text{ ou } x \leqslant -2\}$

Exemplo

Resolver em $\mathbb{R}$: $|2x| > 4$

$|2x| > 4 \Leftrightarrow 2x > 4$ ou $2x < -4$

$\therefore x > 2$ ou $x < -2$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2 \text{ ou } x < -2\}$

Resolva os exercícios complementares 24 a 36 e 39 a 44.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **formule** questões para ajudá-lo a resolver os exercícios acima.

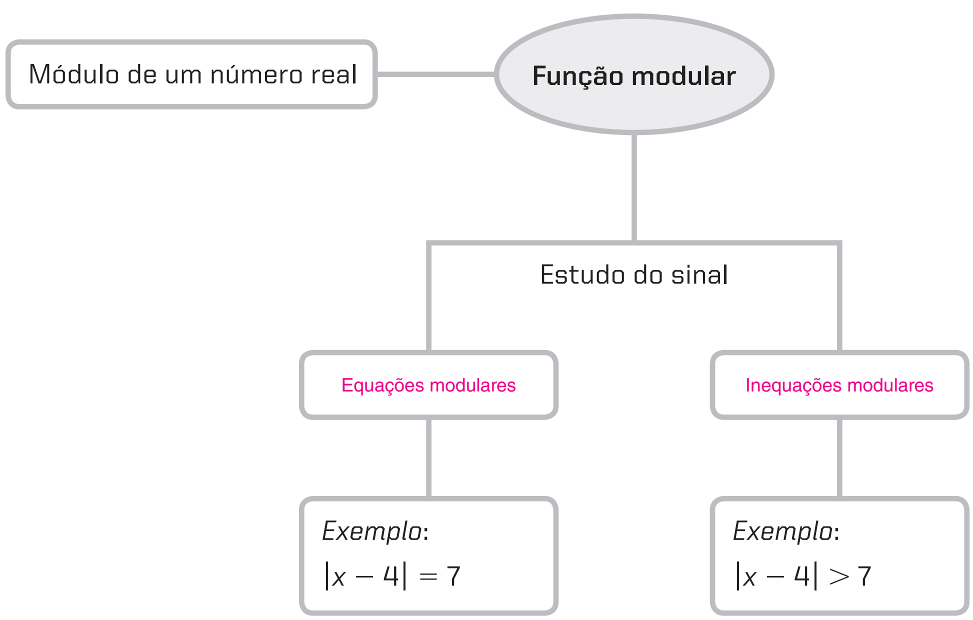
resposta pessoal

» Reúna-se com um colega e peça-lhe que **esclareça** as dúvidas que você levantou na questão anterior. A seguir, esclareça as dúvidas levantadas por ele. Se as dúvidas persistirem, **perguntem** a seu professor.

resposta pessoal

Sintetize

» **Relacione** os conceitos aprendidos completando o esquema.



Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 6	
Abertura	
Seção 6.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 6.1	
Seção 6.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 6.2	
Seção 6.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 6.3	
Seção 6.4	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 6.4	
Conteúdo digital	
Exercícios complementares	
Exercícios de revisão cumulativa	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

PARTE II

Capítulo 7

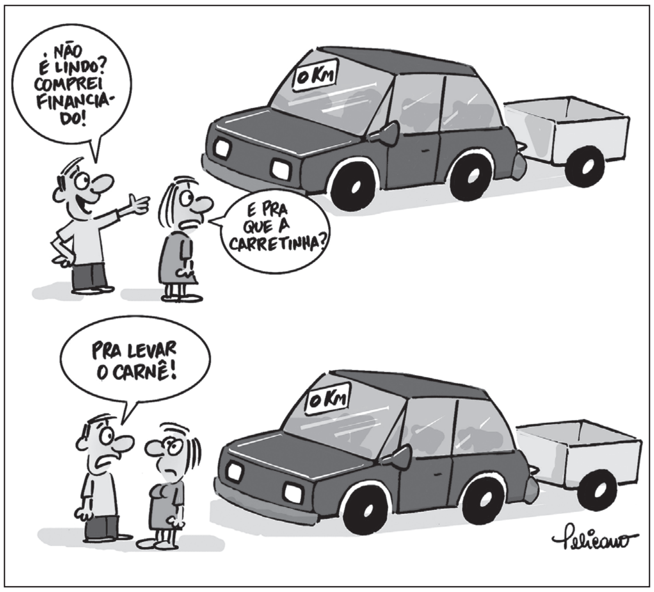
Matemática financeira

Seções:

Para começar o estudo

Analise as tirinhas e **relacione-as** a um dos conceitos listados. A seguir, **justifique** sua escolha.

PELICANO



2008 JEAN/FOLHA PRESS

☐ Juro simples

☒ Juro composto

Justificativa:

resposta pessoal

CAD_EST_MAT_CAP 07.indd 69 11.08.10 16:20:47

PORCENTAGEM E APLICAÇÕES

Termos e conceitos

Explique com suas próprias palavras os conceitos a seguir:

taxa percentual: É a expressão x%, que representa a fração $\frac{x}{100}$, em que x é um número real qualquer.

lucro: É o valor positivo obtido pela diferença entre o preço de venda V e o preço de custo C, quando $V > C$.

prejuízo: É o valor resultante do módulo da diferença entre o preço de venda V e o preço de custo C, quando $V < C$.

desconto: É a redução de uma determinada quantia no preço de um produto.

receita: É a quantia recebida pela venda de certo produto. É o mesmo que faturamento.

câmbio: É a operação financeira que envolve a troca da moeda de um país pela de outro.

Guia de estudo

1

Porcentagem

Encontrei essas informações na(s) página(s) 228 a 230.

Resolva os quatro exercícios a seguir na coluna da direita. Na coluna da esquerda, **escreva** um texto descrevendo e explicando seus procedimentos.

Exercícios

1. Represente a fração $\frac{3}{4}$ na forma de taxa percentual.

Resolução

$$\begin{array}{r|l} 30 & 4 \\ \hline 20 & 0{,}75 \\ 0 & \end{array}$$

$$\frac{3}{4} = 0{,}75 = \frac{75}{100} = 75\%$$

respostas possíveis

Dividimos o numerador pelo denominador para obter o número decimal equivalente à fração. Depois, representamos esse número na forma de porcentagem.

2. Calcule 10% de 50%.

Resolução

$$10\% \text{ de } 50\% = \frac{10}{100} \cdot \frac{50}{100} = \frac{500}{10.000} = \frac{5}{100} = 5\%$$

Representamos as taxas percentuais na forma de fração e as multiplicamos, pois a preposição *de*, nesse contexto, indica a multiplicação das taxas.

3. Dos 250 alunos do ensino médio de uma escola, 68% são meninas. Quantas meninas há no ensino médio nessa escola?

Resolução

68% de 250 = $\frac{68}{100} \cdot 250 = \frac{17.000}{100} = 170$

Há 170 meninas no ensino médio dessa escola.

Representamos a taxa percentual na forma de fração e a multiplicamos por 250 (número de alunos do ensino médio da escola).

4. Uma loja deu um desconto de 10% no preço de uma camiseta que foi comprada por R$ 36,00. Quanto custava a camiseta antes do desconto?

Resolução

Se antes do desconto de 10% o preço era *c* e após o desconto o preço passou a ser R$ 36,00, então:

$c - 10\%c = 36 \Rightarrow 1c - 0{,}1c = 36$

$\therefore\ 0{,}9c = 36 \Rightarrow c = 40$

A camiseta custava 40 reais.

Montamos e resolvemos uma equação do 1º grau em que a incógnita *c* é o preço da camiseta antes do desconto.

2

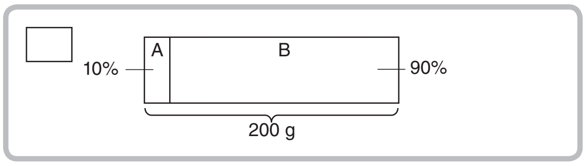
Problemas com porcentagem

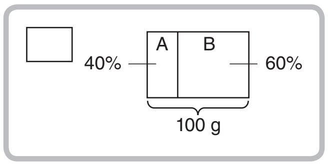
Encontrei essas informações na(s) página(s) 228 a 230.

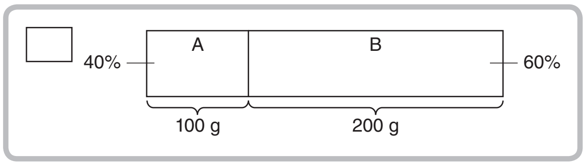
» Algumas situações podem ser mais difíceis de entender. Fazer um esquema, muitas vezes, ajuda na compreensão.
Leia a situação e escolha um esquema que traduza corretamente os dados apresentados.

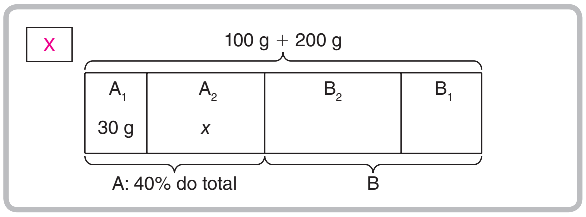
Situação

Em 100 g de uma mistura, há 30% de uma substância A e o restante de uma substância B. Deseja-se acrescentar à mistura inicial 200 g de outra mistura das substâncias A e B, de forma que a mistura final tenha uma porcentagem de 40% da substância A.









Resolva os exercícios complementares 1 a 33.

3

Aplicações do conceito de porcentagem no comércio

Encontrei essas informações na(s) página(s) 231, 233 e 235.

Complete os quadros com os conceitos de *lucro* e *prejuízo* considerando uma situação de compra e venda, em que C é o preço de compra e V é o preço de venda. Depois, **escreva a expressão matemática** para calcular o lucro ou prejuízo e a expressão matemática para calcular o percentual de cada um.

Situação de compra e venda

- Quando $V > C$
  - Lucro
  - Expressão: $V - C$
    - Percentual do lucro sobre o preço de compra: $\frac{V - C}{C}$
    - Percentual do lucro sobre o preço de venda: $\frac{V - C}{V}$
- Quando $V < C$
  - Prejuízo
  - Expressão: $|V - C|$
    - Percentual de prejuízo sobre o preço de compra: $\left|\frac{V - C}{C}\right|$
    - Percentual de prejuízo sobre o preço de venda: $\left|\frac{V - C}{V}\right|$

Resolva os exercícios complementares 34 a 39.

Explique

O que é taxa de desconto?

É a razão entre o desconto e a quantia sobre a qual foi concedido o desconto, nessa ordem.

Resolva os exercícios complementares 40 a 51.

Explique

O que é taxa de câmbio?

É a relação entre os valores de duas moedas.

Resolva os exercícios complementares 52 a 55.

JURO SIMPLES

Termos e conceitos

1. capital inicial
2. montante
3. taxa de juro
4. juro simples

» **Complete** com o termo ou o conceito que tenha a seguinte explicação:

1. É a quantia emprestada ou aplicada em um investimento.
2. É a soma do capital inicial com o juro.
3. É a razão entre o juro e o capital inicial, nessa ordem, num determinado período.
4. É o juro calculado quando a taxa incide apenas sobre a quantia emprestada ou aplicada.

Guia de estudo

1 Juro simples e montante

Encontrei essas informações na(s) página(s) 237.

» **Escreva a fórmula** para calcular o juro simples J produzido por um capital inicial C aplicado durante t unidades de tempo à taxa constante i por unidade de tempo: $J = C \cdot i \cdot t$

» Um capital inicial C produziu o juro J durante o período em que esteve aplicado em um fundo de investimento. **Escreva a fórmula** para calcular o montante M acumulado nessa aplicação financeira: $M = C + J$

2 Taxas equivalentes

Encontrei essas informações na(s) página(s) 238 e 239.

» Duas taxas de juro são equivalentes se produzem juros iguais quando aplicadas ao mesmo capital inicial durante o mesmo período de tempo. **Analise** as taxas de juro simples nos quadrinhos abaixo e **identifique** as taxas equivalentes, associando os quadros da primeira linha aos da segunda.

I	II	III	IV
Taxa de 12% ao ano	Taxa de 15% ao ano	Taxa de 36% ao ano	Taxa de 15% ao mês

A	B	C	D
Taxa de 0,1% ao dia	Taxa de 1% ao mês	Taxa de 1,25% ao mês	Taxa de 0,5% ao dia

I-B; II-C; III-A; IV-D

Resolva os exercícios complementares 56 a 62.

JURO COMPOSTO

Termo e conceito

» **Defina** com suas próprias palavras o termo ou conceito a seguir:

juro composto:

É o juro em que:

- ao final da primeira unidade de tempo considerada na aplicação, a taxa de juro incide sobre o capital inicial; e,
- a partir da segunda unidade de tempo, a taxa de juro incide sobre o montante acumulado na unidade de tempo anterior.

Guia de estudo

1

Juro composto

Encontrei essas informações na(s) página(s) 237, 240 e 241.

» **Escreva um texto explicando a diferença** entre os conceitos de juro simples e juro composto e **dê um exemplo** de cada um.

Juro simples	Juro composto
• Ao final de cada unidade de tempo, a taxa de juro incide apenas sobre o capital inicial.	• Ao final da primeira unidade de tempo considerada na aplicação, a taxa de juro incide sobre o capital inicial. • A partir da segunda unidade de tempo, a taxa de juro incide sobre o montante acumulado na unidade de tempo anterior.
Exemplo resposta possível: Apliquei R$ 1.000,00 por 10 meses à taxa de 1,5% ao mês. Qual foi o juro simples produzido durante o período em que a quantia ficou aplicada?	*Exemplo* resposta possível: Apliquei R$ 1.000,00 por 10 meses à taxa de 1,5% ao mês. Qual foi o juro composto produzido durante o período em que a quantia ficou aplicada?

» Um capital C foi aplicado a juro composto durante t unidades de tempo à taxa constante i por unidade de tempo. **Escreva a fórmula** para calcular o montante M acumulado nessa aplicação.

$M = C(1 + i)^t$

Faça a conexão

» **Identifique** aplicações dos conteúdos estudados neste capítulo em situações do dia a dia. **Selecione** duas delas e **descreva-as** abaixo.

resposta pessoal

Resolva os exercícios complementares 63 a 67.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora, **relacione** os exercícios do item anterior aos conteúdos correspondentes vistos no capítulo.

resposta pessoal

» Reúna-se com alguns colegas e **resolvam** os exercícios que listaram. Se as dúvidas persistirem, **formulem** questões para o professor a fim de esclarecê-las.

resposta pessoal

» **Reveja** a sua justificativa do “Para começar o estudo” e **reavalie** as suas escolhas. Se **julgar** necessário, **escreva** novas justificativas e **compare-as** com suas considerações iniciais.

Sintetize

» **Resuma** em cada ficha as ideias principais de cada conceito destacado.

Taxa percentual

Juro simples

Juro composto

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 7	
Abertura	
Seção 7.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 7.1	
Seção 7.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 7.2	
Seção 7.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 7.3	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

PARTE II

Capítulo 8

Função exponencial

Para começar o estudo

Observe as situações e **identifique** com um X aquelas que estão associadas ao conceito de potência.


MIKE FLIPPO/SHUTTERSTOCK

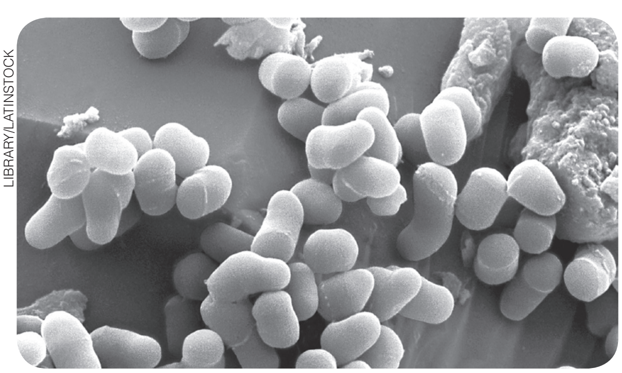
[X] **Situação I** Um cliente tomou um empréstimo bancário de R$ 1.000,00, em regime de juro composto, à taxa de 3% ao mês. A expressão que representa o total da dívida, em real, ao final de *x* meses é:

$$1.000 \cdot (1{,}03)^x$$

[ ] **Situação II** No estado de Sergipe, o gasto médio por estudante efetuado pela Secretaria da Educação é de R$ 173,00. Assim, o custo total com *x* estudantes é representado pela expressão:

$$173x$$


JADILSON SIMÕES/FUTURA PRESS


EYE OF SCIENCE/SCIENCE PHOTO LIBRARY/LATINSTOCK

[X] **Situação III** Uma certa espécie de bactéria se divide em duas a cada hora. Colocando-se apenas uma dessas bactérias em um recipiente, o total de bactérias após y horas é determinado pela expressão:

$$2^y$$

INTRODUÇÃO AO ESTUDO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Termos e conceitos

potência de expoente inteiro:

» Usando notação matemática, **defina** o conceito a seguir:

Para $a \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{Z}$, temos:

$a^0 = 1$, se $a \neq 0$

$a^1 = a$

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ fatores}}$, se $n > 1$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, se $a \neq 0$

notação científica

» **Escreva** o termo ou conceito cuja definição está descrita abaixo.

É a representação de qualquer número real não nulo, com expressão decimal finita, na forma:
$k \cdot 10^m$, em que m é um número inteiro e k é um número real tal que $1 \leqslant |k| < 10$.

Guia de estudo

1

Potência

Encontrei essas informações na(s) página(s) 255 a 266.

» **Escreva** os nomes dos termos da potência destacada abaixo.

a^n ← expoente

↑ base da potência

» **Folheie** as páginas das seções 8.1, 8.2 e 8.3 e **organize** os principais conceitos dessas seções no esquema da página seguinte. **Consulte** o quadro abaixo em que estão listados os principais conceitos.

radiciação
racionalização dos denominadores
potência com expoente irracional
potência com expoente racional
potência com expoente inteiro

CAD_EST_MAT_CAP 08.indd 80 11.08.10 15:11:17

- **Potência com expoente real** (Seção 8.3)
  - Potência com expoente inteiro (Seção 8.1)
  - Potência com expoente racional (Seção 8.3)
    - Radiciação (Seção 8.2)
      - Racionalização dos denominadores (Seção 8.2)
  - Potência com expoente irracional (Seção 8.3)

2 Notação científica

Encontrei essas informações na(s) página(s) 256.

» **Leia a seguir os procedimentos necessários para representar em notação científica um número real não nulo x com representação decimal finita.**

- Se x é positivo:
  - **I.** Determina-se a maior potência de 10 possível, 10^n, com $n \in \mathbb{N}$ e $10^n \leqslant x$.
  - **II.** Divide-se o número x por 10^n, obtendo um quociente positivo k.
  - **III.** A representação do número x, em notação científica, é $k \cdot 10^n$.
- Se x é negativo:
  - **I.** Determina-se a maior potência de 10 possível, 10^n, com $n \in \mathbb{N}$ e $10^n \leqslant |x|$.
  - **II.** Divide-se o número x por 10^n, obtendo um quociente negativo k.
  - **III.** A representação do número x, em notação científica, é $k \cdot 10^n$.

Aplicando esses procedimentos, representе em notação científica alguns números positivos e alguns números negativos escolhidos por você.

resposta pessoal

Resolva os exercícios complementares 1 a 5 e 36 a 43.

RADICIAÇÃO EM $\mathbb{R}$

Termos e conceitos

» **Explique** com suas próprias palavras o significado dos termos ou conceitos a seguir.

raiz n-ésima de um número real:

Podemos explicar em dois casos:

1º) Sendo n um número natural não nulo, dizemos que a raiz n-ésima de um número real não negativo a é o número real não negativo b se, e somente se, b^n é igual a a.

2º) Se n é um número natural ímpar, dizemos que a raiz n-ésima de um número real negativo a é o número real negativo b se, e somente se, b^n é igual a a.

racionalização de denominadores:

É o processo que transforma uma fração de denominador irracional em outra equivalente de denominador racional.

Guia de estudo

1 Termos de um radical

Encontrei essas informações na(s) página(s) 258.

» **Escreva** o nome dos termos do radical destacado abaixo completando as lacunas:

índice do radical → $\sqrt[n]{a}$ ← radicando

2 Simplificação de radicais

Encontrei essas informações na(s) página(s) 261.

» Sendo n e k números naturais, com $n \neq 0$ e $k \geqslant n$, **descreva** o processo de simplificação do radical $\sqrt[n]{p^k}$ em que p é um número natural primo.

Divide-se k por n obtendo-se um quociente natural q e um resto natural r. Assim, $p^q \cdot \sqrt[n]{p^r}$ é a simplificação do radical $\sqrt[n]{p^k}$.

» Sendo n um número natural não nulo, **descreva** o processo de simplificação do radical $\sqrt[n]{a}$, em que a é um número natural qualquer.

- Decompomos o número a em um produto de potências cujas bases são números primos.
- Escrevemos $\sqrt[n]{a}$ como um produto de radicais em que cada radicando é uma dessas potências.
- Simplificamos cada um dos radicais, conforme descrito no exercício acima.
- Multiplicamos as expressões assim obtidas.

3 Operações com radicais

Encontrei essas informações na(s) página(s) 261.

» **Dê um exemplo** das operações a seguir e **escreva uma regra** a ser seguida ao resolver cada operação.

Operações com radicais

Adição ou subtração

Exemplo

resposta pessoal

Regra

Se um radical é fator comum a dois ou mais termos, então a soma (ou a diferença) deles pode ser obtida colocando-se em evidência o radical comum.

Multiplicação ou divisão

Exemplo

resposta pessoal

Regra

Para multiplicar dois ou mais radicais, devemos, se necessário, reduzi-los ao mesmo índice. O produto é um radical com esse índice comum e radicando igual ao produto dos radicandos dos fatores. O processo de divisão é análogo.

4 Racionalização de denominador

Encontrei essas informações na(s) página(s) 262.

» **Leia o texto.**

Uma técnica para racionalizar um denominador que apresenta radical é multiplicar o numerador e o denominador da fração por um mesmo número, tal que o denominador da fração equivalente obtida seja um número racional. Nesse processo, a dificuldade é descobrir o fator que racionaliza o denominador. Analise cada fração a seguir e determine o fator pelo qual devem ser multiplicados o numerador e o denominador, para que a fração equivalente obtida tenha denominador racional.

$$\frac{3}{\sqrt[7]{3^5}}$$

Para racionalizar o denominador da fração, devemos multiplicar o numerador e o denominador por $\sqrt[7]{3^2}$.

$$\frac{6}{3-\sqrt{5}}$$

Para racionalizar o denominador da fração, devemos multiplicar o numerador e o denominador por $3+\sqrt{5}$.

Resolva os exercícios complementares 6 a 12.

POTÊNCIA DE EXPOENTE REAL

Termos e conceitos

potência de expoente racional:

» Usando notação matemática, **complete** a definição.

Sendo a um número real positivo e os números inteiros k e n, com $n \geqslant 1$, definimos:

$$a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}$$

potência de expoente irracional:

» **Explique** com suas palavras como pode ser calculada uma potência de expoente irracional.

É uma potência que pode ser determinada por aproximações do expoente por falta ou por excesso, e ser definida para qualquer valor da base (real positiva).

Guia de estudo

1

Propriedades das potências

Encontrei essas informações na(s) página(s) 264, 266 e 255.

» Supondo que estejam obedecidas as condições de existência, **escreva** as propriedades das potências válidas para expoentes reais, **organizando**-as no esquema abaixo:

Propriedades das potências

P1. Multiplicação de potências de mesma base:
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

P2. Divisão de potências de mesma base:
$a^m : a^n = a^{m-n}$

P3. Potência de potência:
$(a^m)^n = a^{mn}$

P4. Potência de um produto:
$(ab)^n = a^n \cdot b^n$

P5. Potência de um quociente:
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Resolva os exercícios complementares 13 a 24.

A FUNÇÃO EXPONENCIAL

Termo e conceito

função exponencial

» **Escreva** o termo ou conceito correspondente à definição.

É toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, tal que $f(x) = a^x$, com a pertencendo a $\mathbb{R}_+^*$ e a diferente de 1.

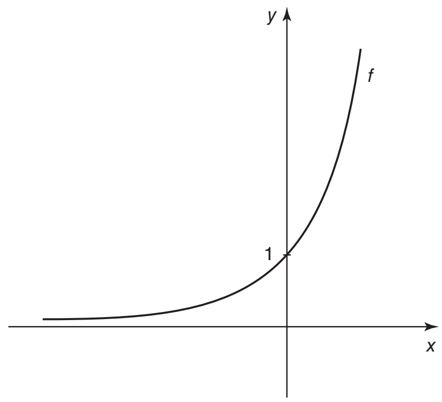
Guia de estudo

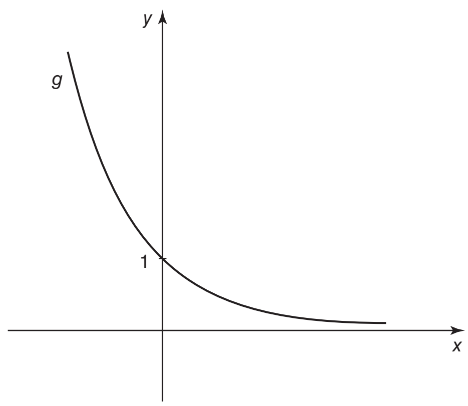
1

Gráfico da função exponencial

Encontrei essas informações na(s) página(s) 267 e 268.

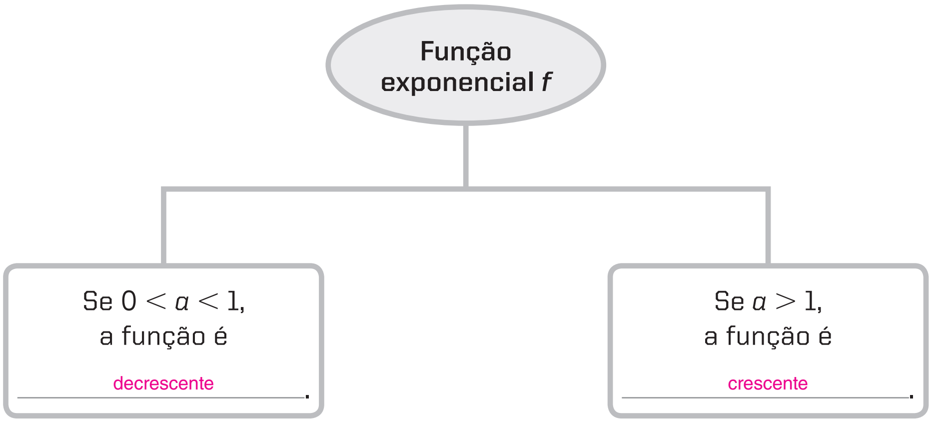
» **Analise** os gráficos das funções exponenciais abaixo e **escreva** suas características completando o quadro.





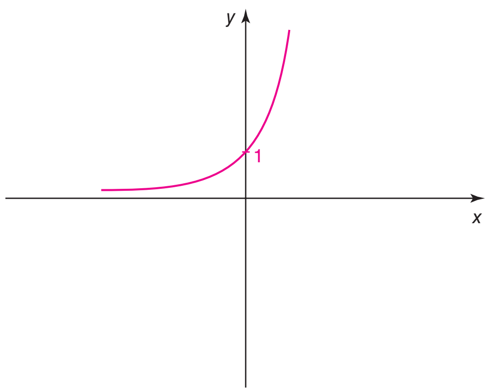
	Características do gráfico da função exponencial	
	f	g
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Imagem	$\mathbb{R}_+^*$	$\mathbb{R}_+^*$
Crescente em todo o domínio	sim	não
Decrescente em todo o domínio	não	sim

» Considere a função f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ tal que $f(x) = a^x$, com $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $a \neq 1$. **Associe** o valor de a com o crescimento ou o decrescimento dessa função, completando o esquema:

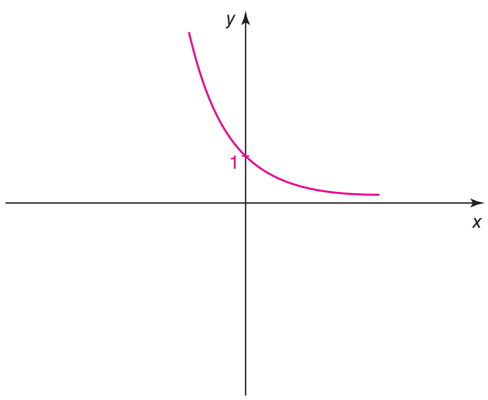


» **Construa** um gráfico de uma função exponencial crescente e um gráfico de uma função exponencial decrescente.

Crescente



Decrescente



Resolva os exercícios complementares 25 a 27 e 44 a 51.

EQUAÇÃO E INEQUAÇÃO EXPONENCIAL

Guia de estudo

1

Equação exponencial

Encontrei essas informações na(s) página(s) 270 e 271.

» **Complete** o enunciado da propriedade das funções exponenciais utilizada na resolução de uma equação exponencial:

P1. Sendo a um número real qualquer, com $a > 0$ e $a \neq 1$, então:

$$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$$

» Abaixo, há um exercício e sua resolução. À esquerda, há boxes explicando algumas das suas etapas. **Acompanhe** os boxes e **complete** a resolução:

Exercício

Resolva em $\mathbb{R}$ a equação $20 - 2^x = 4^x$.

Resolução

1. Identificamos os termos que podem ser escritos como potências de mesma base e os escrevemos dessa forma.

Primeiro, temos:

$4^x = 2^{2x} = (2^x)^2$

2. Escrevemos a equação equivalente à equação original.

A equação pode ser representada como:

$20 - 2^x = (2^x)^2$

3. Fazemos a mudança de variável.

Fazemos $k = 2^x$ e obtemos a equação:

$20 - k = k^2$

4. Resolvemos a equação do segundo grau, obtendo os valores de k.

$k^2 + k - 20 = 0$

$\Delta = 81$

$k = \dfrac{-1 \pm 9}{2}$

$\therefore\ k = 4$ ou $k = -5$

5. Retornamos à variável original x e encontramos a solução.

$2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2$

$\therefore\ x = 2$

$2^x = -5$, não existe x, pois toda potência de base positiva é positiva.

Logo, $S = \{2\}$

Resolva os exercícios complementares 28 a 32, 52 e 53.

2

Inequação exponencial

Encontrei essas informações na(s) página(s) 268 e 273.

» **Complete** o enunciado das propriedades de funções exponenciais utilizadas na resolução de uma inequação exponencial:

P2. Toda função exponencial $f(x) = a^x$, com $a > 1$, é crescente; logo, para quaisquer x_1 e x_2 do domínio de f, temos a equivalência:

$$a^{x_1} > a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 > x_2$$

P3. Toda função exponencial $f(x) = a^x$, com $0 < a < 1$, é decrescente; logo, para quaisquer x_1 e x_2 do domínio de f, temos a equivalência:

$$a^{x_1} > a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 < x_2$$

» **Classifique** como verdadeira $\boxed{\text{V}}$ ou falsa $\boxed{\text{F}}$ cada uma das afirmações a seguir, **justificando** sua resposta.

$\boxed{\text{V}}$ $\left(\sqrt{2}\right)^n > \left(\sqrt{2}\right)^m \Rightarrow n > m$

verdadeira, pois $\sqrt{2} > 1$

$\boxed{\text{V}}$ $(0{,}5)^n > (0{,}5)^m \Rightarrow n < m$

verdadeira, pois $0 < 0{,}5 < 1$

$\boxed{\text{F}}$ $\left(\sqrt{0{,}5}\right)^n > \left(\sqrt{0{,}5}\right)^m \Rightarrow n > m$

falsa, pois $\sqrt{0{,}5} < 1$

$\boxed{\text{F}}$ $\left(\dfrac{3}{\sqrt{6}}\right)^n > \left(\dfrac{3}{\sqrt{6}}\right)^m \Rightarrow n < m$

falsa, pois $\dfrac{3}{\sqrt{6}} > 1$

Resolva os exercícios complementares 33 a 35 e 54 a 56.

Faça a conexão

» **Folheie** seu livro do início do capítulo ao fim e **identifique** as situações do cotidiano que são resolvidas ou analisadas por meio de funções, equações exponenciais e inequações exponenciais.

respostas possíveis: processo de bipartição de bactérias, aplicações financeiras em regime de juro composto, desintegração radioativa

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **formule** questões que o ajudarão a resolver os exercícios listados acima.

resposta pessoal

» Reúna-se com um colega e **peça-lhe** que **esclareça** as dúvidas que você levantou na questão anterior. A seguir, **esclareça** as dúvidas levantadas por ele. Se as dúvidas persistirem, **perguntem** a seu professor.

resposta pessoal

Sintetize

» **Resuma** as ideias principais do capítulo. Para ajudá-lo, consulte o esquema da página 81 deste caderno, complemente-o com o conceito de função exponencial e, depois, **redija** um texto que seja uma síntese dos assuntos estudados.

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 8	
Abertura	
Seção 8.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 8.1	
Seção 8.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 8.2	
Seção 8.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 8.3	
Seção 8.4	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 8.4	
Seção 8.5	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 8.5	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

PARTE II

Capítulo 9

Função logarítmica

Para começar o estudo

Analise a situação abaixo e **responda** às questões a seguir.

FELIPE GOIFMAN/SAMBAPHOTO

O represamento das águas de um rio provocou o alagamento de regiões ribeirinhas. Em uma medição inicial, os técnicos do Conselho Nacional de Defesa Ambiental (CNDA) estimaram em 10 km^2 a área alagada e, a partir de então, passaram a medir periodicamente o crescimento dessa área.

- Se a área alagada dobrar a cada mês, qual será essa área três meses após a medição inicial?

Após 3 meses, a área alagada será de 80 km^2.

- Se a área alagada crescer 5% ao dia, qual será essa área 30 dias após a medição inicial? (Deixe a resposta indicada, não é preciso calcular a potência.)

Após 30 dias a área será $10 \cdot (1{,}05)^{30}$ km^2.

- Se a área alagada crescer 3% ao dia, quantos dias serão necessários, após a medição inicial, para que essa área atinja 22 km^2? (Deixe a resposta indicada, não é preciso resolver a equação.)

$10 \cdot (1{,}03)^n = 22$, em que n é a quantidade de dias procurada.

CAD_EST_MAT_CAP 09.indd 91 11.08.10 15:12:29

LOGARITMO

Termos e conceitos

Defina com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir:

logaritmo: Sendo *a* e *b* dois números reais positivos, com $b \neq 1$, chama-se logaritmo de *a* na base *b* o expoente *x* tal que $b^x = a$.

logaritmo decimal: É o logaritmo cuja base é 10.

Guia de estudo

1 Os fundamentos da teoria dos logaritmos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 282.

Destaque o que motivou a criação da teoria dos logaritmos.

Até o século XVII, os cálculos envolvendo multiplicações e divisões nas ciências, por exemplo, na Astronomia, eram muito trabalhosos. Assim, Neper estudou como simplificar esses cálculos, chegando à possibilidade de transformar as multiplicações em adições ou as divisões em subtrações, já que somar e subtrair é normalmente mais rápido do que multiplicar e dividir. Graças a esses estudos, surgiu a teoria dos logaritmos.

2 O conceito de logaritmo

Encontrei essas informações na(s) página(s) 283.

Escreva os nomes dos termos do logaritmo destacado abaixo.

logaritmo de *a* na base *b*

$\log_b a$

logaritmando

base do logaritmo

CAD_EST_MAT_CAP 09.indd 92 11.08.10 15:12:29

3

Propriedades dos logaritmos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 285, 287 e 288.

» **Faça um esquema** com as propriedades dos logaritmos da página 285 do livro-texto e **cite exemplos** aplicando cada propriedade.

Dica: folheie as páginas deste caderno e se baseie em um dos recursos gráficos aqui utilizados para criar seu esquema.

resposta possível:

Propriedades dos logaritmos

P1. $\log_b b = 1$

Exemplo: calcular $\log_7 7$

$\log_7 7 = 1$

P2. $\log_b 1 = 0$

Exemplo: calcular $\log_{56} 1$

$\log_{56} 1 = 0$

P5. $b^{\log_b a} = a$

Exemplo: calcular $5^{\log_5 10}$

$5^{\log_5 10} = 10$

P3. $\log_b a^y = y \cdot \log_b a$ ($\forall\, y$, com $y \in \mathbb{R}$)

Exemplo: calcular $\log_5 25^3$

$\log_5 25^3 = 3\log_5 25$

Sendo $\log_5 25 = x$, então: $5^x = 25 \Rightarrow x = 2$

Assim: $3 \cdot \log_5 25 = 3 \cdot 2 = 6$

P4. $\log_b b^x = x$ ($\forall\, x$, com $x \in \mathbb{R}$)

Exemplo: calcular $\log_3 3^4$

$\log_3 3^4 = 4$

Resolva os exercícios complementares 1 a 7 e 53 a 60.

» **Faça um esquema** com as propriedades dos logaritmos das páginas 287 e 288 do livro-texto e **cite exemplos** aplicando cada propriedade.

resposta possível:

Propriedades dos logaritmos

P6. $\log_b ac = \log_b a + \log_b c$

Exemplo: Dados $\log_6 5 \approx 0{,}90$ e $\log_6 7 \approx 1{,}08$, calcular $\log_6 35$.

$\log_6 35 = \log_6 5 \cdot 7 = \log_6 5 + \log_6 7 = 0{,}90 + 1{,}08 = 1{,}98$

P7. $\log_b \frac{a}{c} = \log_b a - \log_b c$

Exemplo: Dados $\log_8 18 \approx 1{,}39$ e $\log_8 9 \approx 1{,}06$, calcular $\log_8 2$.

$\log_8 2 = \log_8 \frac{18}{9} = \log_8 18 - \log_8 9 =$

$= 1{,}39 - 1{,}06 = 0{,}33$

P8. $\log_b a = \frac{\log_k a}{\log_k b}$

$(\forall\, k, \text{com } k \in \mathbb{R}_+^* \text{ e } k \neq 1)$

Exemplo: Dados $\log_3 5 \approx 1{,}46$ e $\log_3 12 \approx 2{,}26$, calcular $\log_5 12$.

Fazendo a mudança para base 3, temos:

$\log_5 12 = \frac{\log_3 12}{\log_3 5} = \frac{2{,}26}{1{,}46} \approx 1{,}55$

Resolva os exercícios complementares 8 a 18 e 61 a 70.

CAD_EST_MAT_CAP 09.indd 94 11.08.10 15:12:29

NÚMERO DE NEPER E LOGARITMO NEPERIANO

Termos e conceitos

» **Explique** com suas próprias palavras o significado dos termos ou conceitos a seguir.

número de Neper: É o número irracional e = 2,718281828...

logaritmo neperiano: É o logaritmo de um número positivo a na base e.

Guia de estudo

1

Logaritmo neperiano

Encontrei essas informações na(s) página(s) 291 a 293.

» **Explique** por que as propriedades dos logaritmos descritas anteriormente também valem para o logaritmo neperiano do número a (ln a).

Como ln $a = \log_e a$, então todas as propriedades são válidas.

Faça a conexão

» **Folheie** a seção 9.2 do livro-texto. **Identifique** nas seções de exercícios resolvidos e de exercícios propostos situações em que se aplica o conceito de logaritmo neperiano.

respostas possíveis: na taxa de resfriamento de um corpo, segundo a lei de resfriamento de Newton; na desintegração nuclear

Resolva os exercícios complementares 19 a 21 e 71 a 75.

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Termos e conceitos

Descreva os termos ou conceitos a seguir:

função logarítmica: É toda função $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \log_b x$, onde b é um número real positivo diferente de 1.

inversa da função logarítmica: A inversa da função logarítmica $f(x) = \log_b x$ é a função exponencial $f^{-1}(x) = b^x$.

Guia de estudo

1

Gráfico de uma função logarítmica

Encontrei essas informações na(s) página(s) 295 e 296.

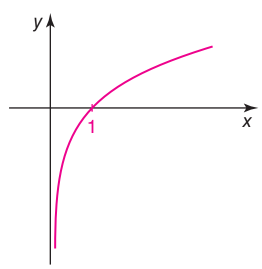
Descreva a característica (crescente ou decrescente) de uma função logarítmica de lei $f(x) = \log_b x$ em que b é um número real, positivo e diferente de 1. Depois, **desenhe** um exemplo para cada tipo de gráfico.

Função logarítmica

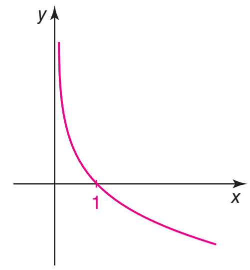
Se $b > 1$, a função é crescente.

Se $0 < b < 1$, a função é decrescente.

Gráfico



Gráfico



Resolva os exercícios complementares 22 a 29 e 76 a 79.

2 Gráfico da inversa da função logarítmica

Encontrei essas informações na(s) página(s) 298.

» A figura 1, abaixo, mostra o gráfico da função $f(x) = \log_4 x$. No plano cartesiano representado na figura 2, **construa** o gráfico de sua inversa, $f^{-1}(x) = 4^x$.

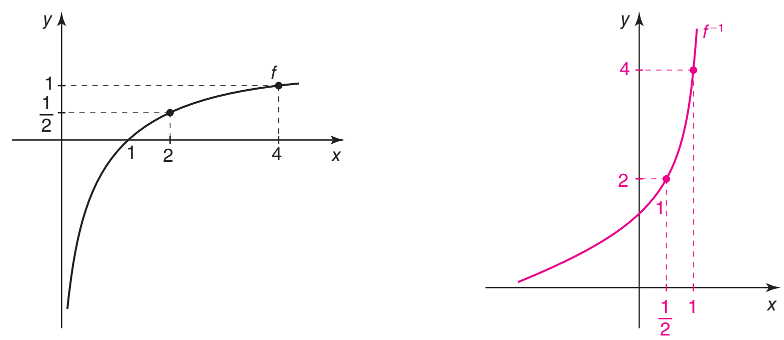


Figura 1 Figura 2

» **Imagine** os dois gráficos acima representados em um mesmo plano cartesiano; eles serão simétricos em relação a uma reta. **Descreva** essa reta.

É a reta bissetriz dos quadrantes ímpares.

3 Obtenção da inversa da função logarítmica

Encontrei essas informações na(s) página(s) 299.

» Numere de 1 a 4 os quadrinhos abaixo **ordenando** os procedimentos para obter a função inversa de $y = \log_5 (3x - 2)$.

[3] Isola-se a variável y:
$$y = \frac{5^x + 2}{3}$$

[1] Substitui-se x por y e y por x:
$$x = \log_5 (3y - 2)$$

[2] Aplica-se a definição de logaritmo:
$$5^x = 3y - 2$$

[4] Logo, a inversa da função é: $y = \dfrac{5^x + 2}{3}$

Resolva os exercícios complementares 30 a 35.

EQUAÇÃO E INEQUAÇÃO LOGARÍTMICA

Guia de estudo

1

Resolução de uma equação logarítmica

Encontrei essas informações na(s) página(s) 300 e 301.

» **Complete** o quadro abaixo com a propriedade dos logaritmos utilizada na resolução de uma equação logarítmica:

P1. $\log_b x = \log_b y \Leftrightarrow x = y$, para quaisquer números reais positivos x, y e b, com b diferente de 1.

» **Identifique** a condição de existência da equação logarítmica $\log_b p = \log_b q$.

Pela definição de logaritmo, o logaritmando deve ser positivo e a base deve ser positiva e diferente de 1. Assim, para que a equação acima exista, p, q e b têm que ser maiores que zero e b diferente de 1.

» Abaixo há um exercício e sua resolução. À esquerda, há boxes para explicar algumas das suas etapas. **Complete** os boxes e a resolução.

Exercício

Resolva em $\mathbb{R}$ a equação

$\log_7 (4x + 3) = \log_7 (3x + 6)$

Resolução

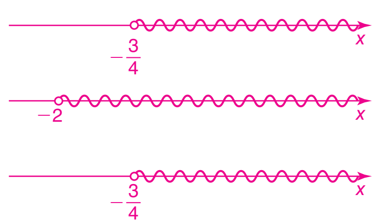
1. Estabelecemos as condições de existência dos logaritmos e as interseccionamos, por meio de um esquema, para encontrar uma única condição de existência.

Condição de existência: $\begin{cases} 4x + 3 > 0 \\ 3x + 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -\dfrac{3}{4} \text{ (I)} \\ x > -2 \text{ (II)} \end{cases}$

(I)

(II)

(I) ∩ (II)



Assim, a condição de existência é: $x > -\dfrac{3}{4}$

2. Usamos a propriedade P1 das funções logarítmicas.

Resolvemos a equação:

$4x + 3 = 3x + 6 \Rightarrow x = 3$

3. Verificamos se o valor encontrado satisfaz a condição de existência e escrevemos o conjunto solução.

Logo, $S = \{3\}$

Resolva os exercícios complementares 36 a 46 e 80 a 82.

2

Resolução de uma inequação logarítmica

Encontrei essas informações na(s) página(s) 303 e 304.

Enuncie as propriedades das funções logarítmicas utilizadas na resolução de inequações logarítmicas completando os quadros abaixo:

P2. Sejam x_1, x_2 e b números reais positivos.

$\log_b x_2 > \log_b x_1 \Leftrightarrow x_2 > x_1$, se $b > 1$

P3. Sejam x_1, x_2 e b números reais positivos.

$\log_b x_2 > \log_b x_1 \Leftrightarrow x_2 < x_1$, se $0 < b < 1$

Ordene os procedimentos descritos abaixo empregados na resolução de uma inequação logarítmica do tipo $\log_a x > \log_a b$.

- 3 Usar a propriedade P2 (se a base for maior que 1) ou a propriedade P3 (se a base for maior que zero e menor que 1).
- 4 Verificar se a solução encontrada satisfaz a condição de existência e escrever o conjunto solução.
- 2 Verificar a base do logaritmo.
- 1 Determinar a condição de existência.

Resolva os exercícios complementares 47 a 52 e 83 a 86.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **formule** questões que o ajudarão a resolver os exercícios listados acima.

resposta pessoal

» Reúna-se com um colega e **peça-lhe** que esclareça as dúvidas que você levantou na questão anterior. A seguir, **esclareça** as dúvidas levantadas por ele. Se as dúvidas persistirem, **perguntem** a seu professor.

resposta pessoal

Sintetize

» **Identifique** as ideias principais do capítulo. Para ajudá-lo, oriente-se pelos títulos das seções e seus subtítulos. Depois, **conecte** as ideias e **redija**, em seu caderno, um texto que seja uma síntese dos assuntos estudados.

Seção 9.1 resposta pessoal

Seção 9.2

Seção 9.3

Seção 9.4

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 9	
Abertura	
Seção 9.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 9.1	
Seção 9.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 9.2	
Conteúdo digital	
Seção 9.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 9.3	
Seção 9.4	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 9.4	
Conteúdo digital	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

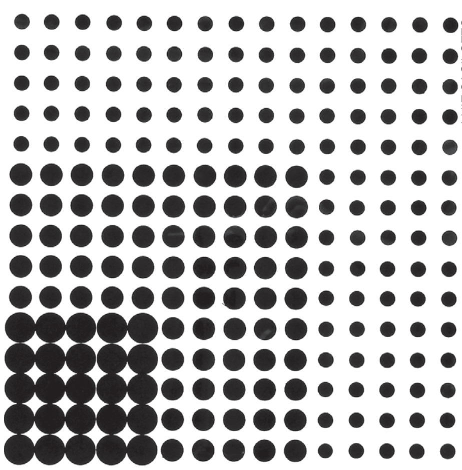
CAD_EST_MAT_CAP 09.indd 101 11.08.10 15:12:31

Capítulo 10

Geometria plana

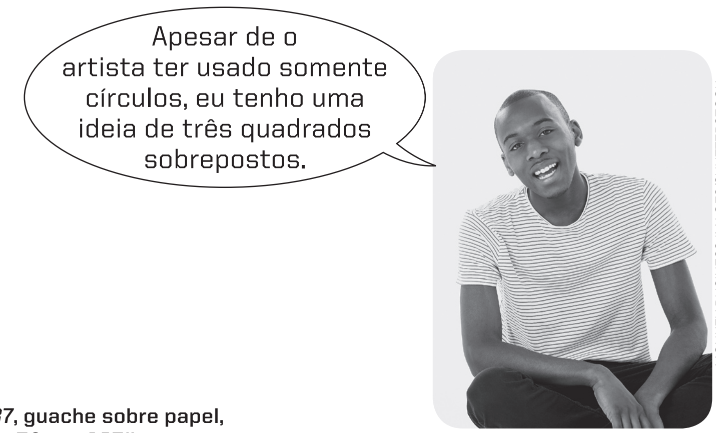
Para começar o estudo

A obra abaixo foi criada pelo artista plástico paulista Luiz Sacilotto (1924-2003). Formado em escola técnica profissional, Sacilotto desenvolveu sua obra artística com extremo rigor geométrico, sendo conhecido como o pintor das linhas exatas e dos ângulos rigidamente traçados. Analise a pintura.



LUIZ SACILOTTO

***G 187*, guache sobre papel, 50 × 50 cm, 1974.**



MONKEY BUSINESS IMAGES/SHUTTERSTOCK

- Agora, é com você. Baseando-se no artifício que o artista usou, **escolha** uma figura geométrica plana e **faça uma composição**. **Dê um nome** para sua obra.

resposta pessoal

POLÍGONOS

Termos e conceitos

Explique com suas próprias palavras os conceitos a seguir:

triângulo: É um polígono que tem três lados.

trapézio: É um quadrilátero que possui pelo menos um par de lados paralelos.

paralelogramo: É todo trapézio que tem dois pares de lados paralelos.

retângulo: É todo paralelogramo que possui os quatro ângulos internos retos.

losango: É todo paralelogramo que possui os quatro lados congruentes entre si.

quadrado: É todo paralelogramo que tem os quatro ângulos retos e os quatro lados congruentes entre si.

Guia de estudo

1 As origens da Geometria

Encontrei essas informações na(s) página(s) 318 e 319.

Liste alguns fatos ou situações que podem ser considerados como origem da Geometria.

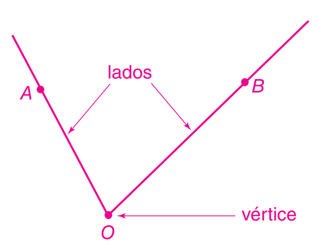
resposta possível:

As formas dadas pelos grupos pré-históricos aos objetos, o ato de esculpir e construir instrumentos, como vasos ou pontas de lança; a necessidade de marcar os limites das terras férteis ao longo das margens do rio Nilo.

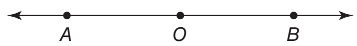
2 Ângulos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 319 e 320.

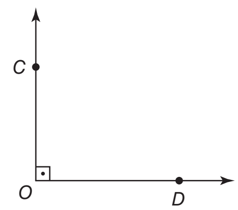
Desenhe um ângulo qualquer, **identifique** e **nomeie** seus lados e vértice.



» **Analise** os ângulos abaixo e **escreva** a medida de cada um.



$m(A\hat{O}B) =$ 180°



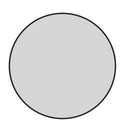
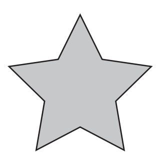
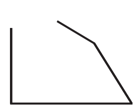
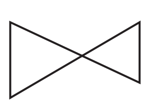
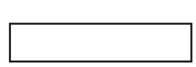
$m(C\hat{O}D) =$ 90°

$m(E\hat{O}F) =$ 0° ou 360°

3 Polígonos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 321 e 322.

» Na tabela abaixo, há algumas figuras geométricas. As duas primeiras são superfícies e as três últimas são linhas. **Identifique** as que são polígonos assinalando X na coluna correspondente e **escreva uma justificativa** na última coluna para as que não forem polígonos.

Figura geométrica	É polígono	Não é polígono porque...
		Porque a superfície não é limitada por segmentos de reta.
	X	
		Porque uma das extremidades é extremidade de apenas um segmento ou porque um polígono é uma superfície e não uma linha.
		Porque há dois segmentos não consecutivos que têm um ponto em comum.
		Porque a figura não inclui a região limitada pela linha.

» **Cite as duas condições** para que um polígono plano seja regular.

1. Todos os lados do polígono devem ser congruentes.

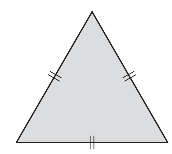
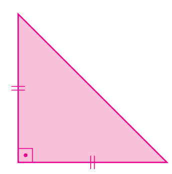
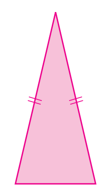
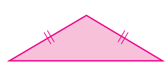
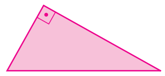
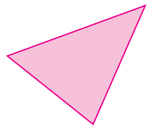
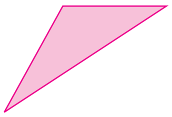
2. Todos os seus ângulos internos devem ser congruentes.

4

Triângulos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 323 a 325.

» **Analise** a organização dos tipos de classificações de um triângulo na tabela abaixo. **Desenhe** em cada quadro em branco um triângulo que atenda às duas classificações correspondentes.

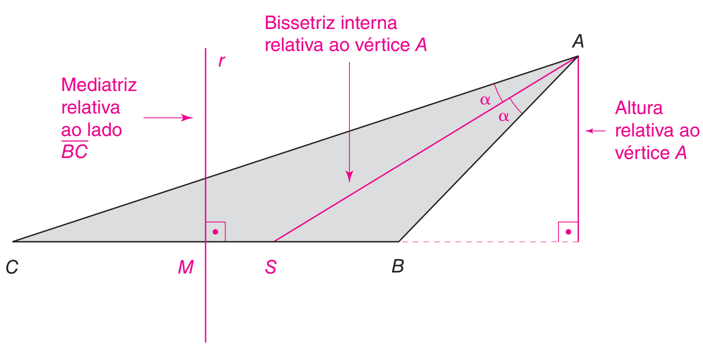
		Classificações dos triângulos quanto aos ângulos		
		Retângulo	Acutângulo	Obtusângulo
Classificação dos triângulos quanto aos lados	Equilátero	não há		não há
	Isósceles			
	Escaleno			

» **Desenhe** e **identifique** no triângulo abaixo o elemento destacado em cada quadro:

Altura relativa ao vértice *A*

Mediatriz relativa ao lado $\overline{BC}$

Bissetriz interna relativa ao vértice *A*

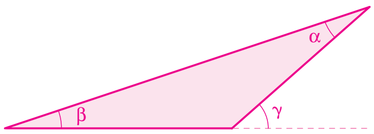


Complete a frase abaixo.

A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180°.

Enuncie o teorema do ângulo externo de um triângulo e **desenhe** a figura correspondente.

A medida de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.



$\gamma = \alpha + \beta$

Resolva os exercícios complementares 1 a 4.

5 Congruência de triângulos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 327 e 328.

Liste todos os casos de congruência de triângulos.

LAL (lado-ângulo-lado)

ALA (ângulo-lado-ângulo)

LLL (lado-lado-lado)

LAA_o (lado-ângulo-ângulo oposto)

RHC (ângulo reto-hipotenusa-cateto)

Resolva os exercícios complementares 5 a 7.

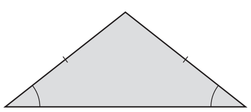
6 Propriedades dos triângulos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 330 e 331.

Escreva as três propriedades do triângulo isósceles estudadas no capítulo.

P1. Dois lados de um triângulo são congruentes se, e somente se, os ângulos internos opostos a esses lados são congruentes.

P2. Um triângulo é isósceles se, e somente se, uma bissetriz interna coincide com uma mediana ou uma altura do triângulo.



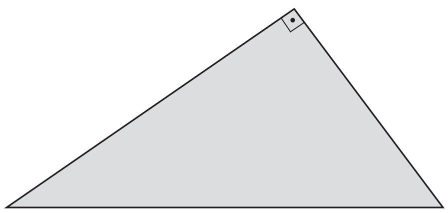
Triângulo isósceles

P3. Um triângulo é isósceles se, e somente se, a mediatriz relativa a um lado contém a mediana ou a bissetriz interna ou a altura relativa a esse lado.

Resolva os exercícios complementares 8 e 9.

CAD_EST_MAT_CAP 10.indd 106 11.08.10 17:02:31

» **Escreva** as duas propriedades do triângulo retângulo, estudadas no capítulo, completando os quadros.



Triângulo retângulo

P1. Os ângulos agudos de um triângulo retângulo são complementares.

P2. Em todo triângulo retângulo, a mediana relativa à hipotenusa mede metade da hipotenusa.

Resolva o exercício complementar 10.

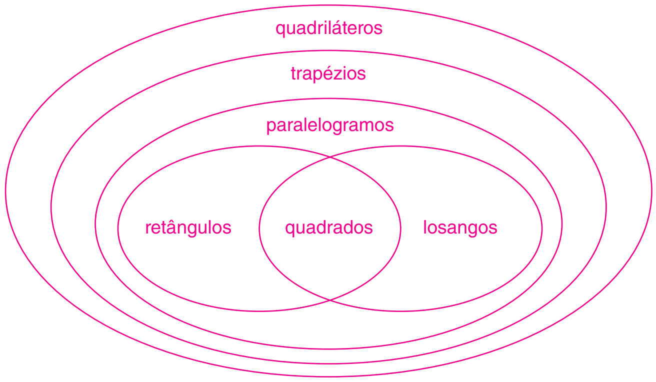
7

Quadriláteros notáveis

Encontrei essas informações na(s) página(s) 333.

» **Elabore um esquema** que represente as relações entre quadriláteros notáveis (trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado).

resposta possível:



8

Propriedades dos quadriláteros notáveis

Encontrei essas informações na(s) página(s) 334.

» **Liste** todas as propriedades dos quadriláteros notáveis estudadas no capítulo.

P1. Em todo paralelogramo, dois lados opostos quaisquer são congruentes.

P2. O ponto de cruzamento das diagonais de um paralelogramo é o ponto médio de cada uma delas.

P3. Em todo paralelogramo, dois ângulos consecutivos quaisquer são suplementares.

P4. Em todo paralelogramo, os ângulos opostos são congruentes.

P5. As diagonais de um retângulo são congruentes.

P6. As diagonais de um losango são perpendiculares entre si e estão contidas nas bissetrizes dos ângulos internos do losango.

Faça a conexão

» **Analise** a foto abaixo e **identifique** quais propriedades dos quadriláteros notáveis podem ser empregadas para explicar a construção da porteira. **Elabore** uma justificativa para aplicação(ões) da(s) propriedade(s) escolhida(s).

IAN D WALKER/SHUTTERSTOCK

Os alunos poderão identificar algumas propriedades, como P1, P2 e P5, e justificar.

Resolva os exercícios complementares 11 a 13.

CAD_EST_MAT_CAP 10.indd 108 11.08.10 17:02:32

TEOREMA DE TALES E SEMELHANÇA DE FIGURAS

Termo e conceito

razão de semelhança:

» **Explique** com suas próprias palavras o termo ou conceito a seguir.

É a razão entre dois lados correspondentes de dois polígonos semelhantes.

Guia de estudo

1

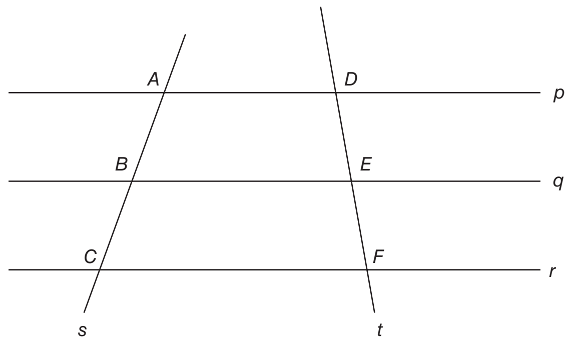
Teorema de Tales

Encontrei essas informações na(s) página(s) 337.

» **Leia o teorema abaixo.**

Teorema de Tales: Se três ou mais retas paralelas concorrem com duas retas transversais, então a razão entre dois segmentos de uma mesma transversal é igual à razão entre os segmentos correspondentes da outra transversal.

- **Agora, considere a figura abaixo, em que as retas paralelas *p*, *q* e *r* concorrem com as transversais *s* e *t*. Aplicando o teorema de Tales, escreva as proporções possíveis entre os segmentos de reta determinados pelas paralelas sobre as transversais.**



As proporções possíveis são:

$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$; $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$; $\frac{CB}{CA} = \frac{FE}{FD}$

Resolva os exercícios complementares 14, 15 e 31.

2 Semelhança de triângulos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 340.

» **Liste** todos os casos de semelhança de triângulos.

AA (ângulo-ângulo)

LAL (lado-ângulo-lado)

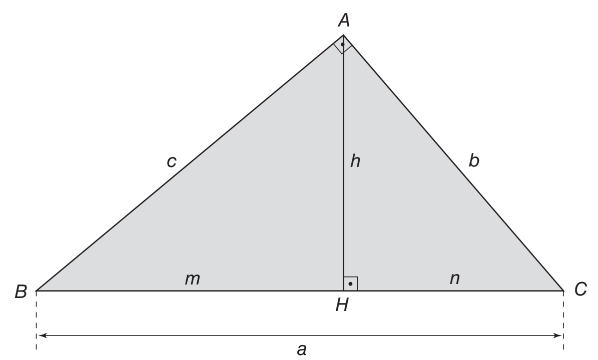
LLL (lado-lado-lado)

Resolva os exercícios complementares 16 e 32 a 34.

3 Relações métricas no triângulo retângulo

Encontrei essas informações na(s) página(s) 343.

» **Liste** as relações métricas de um triângulo retângulo, após observar a figura.



$ah = bc$

$c^2 = am$

$b^2 = an$

$ch = bm$

$bh = cn$

$h^2 = mn$

$a^2 = b^2 + c^2$

Resolva os exercícios complementares 17 e 35 a 39.

CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO

Termos e conceitos

» **Defina** com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir:

circunferência: Sendo C um ponto de um plano e r uma medida positiva, chama-se circunferência de centro C e raio r o conjunto dos pontos desse plano que distam de C a medida r.

círculo: É a reunião da circunferência com o conjunto de seus pontos interiores.

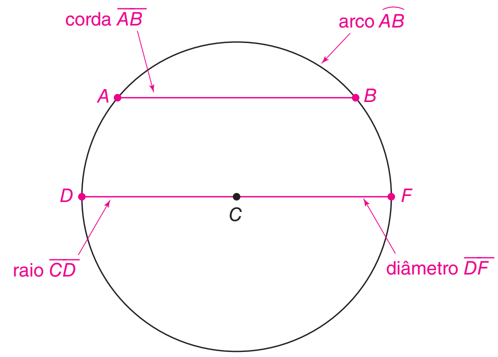
Guia de estudo

1

Arcos e cordas

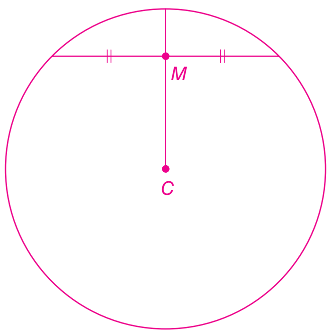
Encontrei essas informações na(s) página(s) 346 e 347.

» Na circunferência abaixo, **desenhe** e **identifique** um diâmetro, um raio, uma corda e um arco.



» **Escreva** a propriedade das cordas estudada no capítulo e **esboce** uma figura para ilustrá-la.

Em uma circunferência de centro C, sejam dois pontos distintos A e B, e M um ponto da corda $\overline{AB}$. O segmento $\overline{CM}$ é perpendicular à corda $\overline{AB}$ se, e somente se, M é o ponto médio dessa corda.



Resolva o exercício complementar 40.

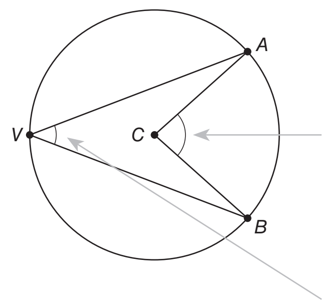
CAD_EST_MAT_CAP 10.indd 111 11.08.10 17:02:34

2

Ângulos de uma circunferência

Encontrei essas informações na(s) página(s) 348 e 349.

» **Identifique** na circunferência de centro C, abaixo, o ângulo central e o ângulo nela inscrito.



• Agora, **escreva** no quadro a relação entre a medida do ângulo central e a medida do ângulo inscrito.

A medida de um ângulo inscrito em uma circunferência é metade da medida do ângulo central correspondente. Ou seja: $m(A\hat{V}B) = \dfrac{m(A\hat{C}B)}{2}$

3

Reta tangente a uma circunferência

Encontrei essas informações na(s) página(s) 351.

» Com base no que foi estudado no capítulo, **liste** as propriedades das retas tangentes a uma circunferência.

P1. Toda reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência.

P2. Se P é um ponto exterior a uma circunferência e os pontos A e B pertencem a ela, de modo que $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$ são tangentes à circunferência, então $PA = PB$.

Resolva os exercícios complementares 18 e 19.

4

Comprimento da circunferência

Encontrei essas informações na(s) página(s) 353 e 354.

» **Escreva a fórmula** que determina o comprimento da circunferência, **nomeando** cada variável.

$C = 2\pi r$

C: é o comprimento da circunferência.

r: é a medida do raio da circunferência.

Resolva os exercícios complementares 20, 21, 41 e 42.

CAD_EST_MAT_CAP 10.indd 112 11.08.10 17:02:34

CÁLCULO DE ÁREAS

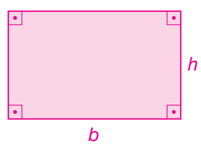
Guia de estudo

Áreas

Encontrei essas informações na(s) página(s) 357 a 363.

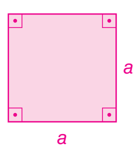
» Neste caderno, propomos algumas atividades que retomam os principais assuntos estudados em cada seção. **Folheie** as páginas deste caderno e **observe** como os assuntos foram retomados por meio de recursos visuais como esquema, tabela, lista, pergunta, organizador gráfico etc. Agora, escolha um esquema que organize os cálculos das áreas das figuras planas estudadas nessa seção. **Escolha** a forma que achar mais adequada e **faça seu esquema**.

retângulo:



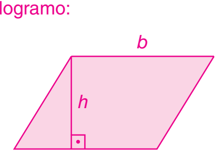
$A = bh$

quadrado:



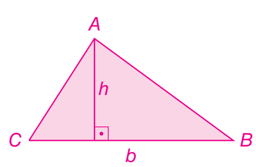
$A = a^2$

paralelogramo:



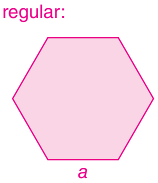
$A = bh$

triângulo:



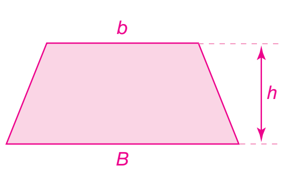
$A = \frac{bh}{2}$

hexágono regular:



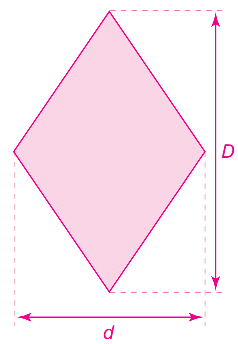
$A = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$

trapézio:



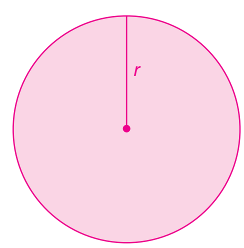
$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$

losango:



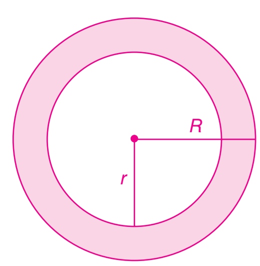
$A = \frac{d \cdot D}{2}$

círculo:



$A = \pi \cdot r^2$

coroa circular:



$A = \pi(R^2 - r^2)$

Resolva os exercícios complementares 22 a 27 e 43 e 44.

CAD_EST_MAT_CAP 10.indd 113 11.08.10 17:02:37

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **formule** questões que o ajudem a resolver os exercícios listados acima.

resposta pessoal

» Reúna-se com um colega e **peça-lhe** que esclareça as dúvidas que você levantou na questão anterior. A seguir, **esclareça** as dúvidas levantadas por ele. Se as dúvidas persistirem, **perguntem** a seu professor.

resposta pessoal

Sintetize

» **Resuma** as ideias principais de cada conceito destacado em cada ficha.

Ângulos

CAD_EST_MAT_CAP 10.indd 114 11.08.10 17:02:37

Triângulos

Quadriláteros notáveis

Teorema de Tales

Círculo e circunferência

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 10	
Abertura	
Seção 10.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 10.1	
Seção 10.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 10.2	
Conteúdo digital	
Seção 10.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 10.3	
Seção 10.4	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 10.4	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

CAD_EST_MAT_CAP 10.indd 116 11.08.10 17:02:38

PARTE III

Capítulo 11

Sequências

Seções:

Para começar o estudo

» **Observe** as situações e **classifique** as afirmações em verdadeiras [V] ou falsas [F].

Situação I Uma gráfica elaborou um plano de crescimento do faturamento mensal para os meses de janeiro a junho deste ano. Abaixo, constam os valores estimados para o período:

Mês	Faturamento
Janeiro	R$ 9.000,00
Fevereiro	R$ 10.500,00
Março	R$ 12.000,00
Abril	R$ 13.500,00
Maio	R$ 15.000,00
Junho	R$ 16.500,00

DMITRY NIKOLAEV/ALAMY/IMAGEPLUS

Situação II Uma organização não governamental criou, em 2005, uma biblioteca circulante com livros recebidos por meio de doação para atender estudantes de escolas rurais. A meta da instituição era atingir um acervo de 5.000 livros em 5 anos. Veja abaixo a quantidade de livros que a entidade conseguiu nesse período.

Ano	Acervo
2005	200 livros
2006	400 livros
2007	800 livros
2008	1.600 livros
2009	3.200 livros

JL SILVA/FUTURA PRESS

[V] Observando a sequência das estimativas do plano de crescimento da gráfica, é possível afirmar que a cada mês o faturamento deveria crescer R$ 1.500,00 a mais que no mês anterior.

[F] A biblioteca da ONG teve um acréscimo de 100 livros por ano.

[V] Se o padrão de crescimento do faturamento da gráfica for mantido, pode-se afirmar que em julho atingirá R$ 18.000,00.

[V] Como, a cada ano, dobra a quantidade de livros oferecidos aos estudantes, em 2010, possivelmente, haverá 6.400 livros na biblioteca.

O CONCEITO DE SEQUÊNCIA

Termos e conceitos

Defina com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir:

sequência finita: É toda função de domínio $A = \{1, 2, 3, ..., n\}$, com A contido em $\mathbb{N}^*$, e contradomínio B, sendo B um conjunto qualquer não vazio.

sequência infinita: É toda função de domínio $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, ...\}$ e contradomínio B, sendo B um conjunto qualquer não vazio.

termo de uma sequência: É cada elemento de uma sequência.

lei de formação de uma sequência: É um conjunto de informações que determina todos os termos de uma sequência e a ordem em que eles são apresentados.

Guia de estudo

1

Termos de uma sequência

Encontrei essas informações na(s) página(s) 389 e 390.

Explique o que representa o índice n do termo a_n de uma sequência.

O índice n indica a posição que o termo a_n ocupa na sequência.

Analise a sequência finita abaixo e **identifique** a afirmativa que aplica corretamente o conceito de termo(s) *equidistante(s) dos extremos*.

(2, 4, 6, 8, 10, 12)

- [ ] O termo 8 é equidistante dos extremos.
- [ ] Os números 6 e 10 são equidistantes dos extremos.
- [x] Os números 6 e 8 são equidistantes dos extremos.

Dê um exemplo de sequência finita cujo termo médio seja 15.

resposta pessoal

Resolva os exercícios complementares 1 a 7 e 89 a 94.

PROGRESSÃO ARITMÉTICA (PA)

Termos e conceitos

1. progressão aritmética (PA)
2. razão de uma PA

» **Complete** com o termo ou com o conceito que possa ser associado à definição:

1. É toda sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do termo anterior com uma constante *r*.
2. É a constante *r*, à qual é somado cada termo para encontrar o próximo termo da PA.

Guia de estudo

1

Classificação de uma PA

Encontrei essas informações na(s) página(s) 393.

» **Observe** a classificação de uma PA e **relacione** cada classificação com os possíveis valores da razão *r*.

Classificação de uma PA

Crescente — A razão *r* é positiva.

Decrescente — A razão *r* é negativa.

Constante — A razão *r* é nula.

Resolva os exercícios complementares 8 a 12.

2

Representação genérica de uma PA

Encontrei essas informações na(s) página(s) 394.

» **Leia** a descrição da PA e **escreva** duas formas diferentes de sua representação genérica.

Descrição	Representação genérica
PA de 3 termos	$(x, x + r, x + 2r)$ ou $(x - r, x, x + r)$ com x e r números reais.

- Se pretendemos determinar uma PA de 3 termos conhecendo a soma dos termos, qual a representação genérica da PA mais adequada para representá-la?
  $(x - r, x, x + r)$

Resolva os exercícios complementares 13 e 14.

3

Termo geral de uma PA

Encontrei essas informações na(s) página(s) 395.

» **Escreva** a fórmula do termo geral a_n de uma PA (a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n, ...) de razão r e **nomeie** cada termo.

$a_n = a_1 + (n - 1)r$

a_1 é o primeiro termo da PA.

n é o índice do termo procurado.

r é a razão da PA.

a_n é o n-ésimo termo.

Resolva os exercícios complementares 15 a 25 e 95 a 102.

4

Propriedades das progressões aritméticas

Encontrei essas informações na(s) página(s) 399.

» **Escreva** as propriedades das progressões aritméticas e **aplique-as** para resolver as situações propostas nos exemplos:

Propriedades das progressões aritméticas

P1. Em toda PA finita, a soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual à soma dos extremos.

Exemplo

Observe a sequência de 5 termos abaixo. Determine o valor de x.
(3, 10, 17, x, 31)

A soma dos extremos é: $3 + 31 = 34$.
Pela propriedade P1, a soma de dois termos equidistantes é igual à soma dos extremos.
Então, $10 + x = 34$. Portanto, $x = 24$.

P2. Uma sequência de três termos é PA se, e somente se, o termo médio é igual à média aritmética entre os outros dois.

Exemplo

Determine o valor de x para que a sequência ($4x + 2$, $3x + 3$, $6x - 4$) seja uma PA.

Pela propriedade P2, temos:

$3x + 3 = \dfrac{4x + 2 + 6x - 4}{2} \Rightarrow x = 2$

Resolva os exercícios complementares 26 a 30.

CAD_EST_MAT_CAP 11.indd 120 11.08.10 15:14:34

5

Soma dos *n* primeiros termos de uma PA

Encontrei essas informações na(s) página(s)

401.

» **Escreva** a fórmula que determina a soma (S_n) dos n primeiros termos de uma PA (a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n, ...) de razão r e **nomeie** cada termo.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

a_1 é o primeiro termo da PA.

n é o número de termos a serem somados.

a_n é o termo que ocupa a posição n.

S_n é a soma dos n primeiros termos.

Resolva os exercícios complementares 31 a 44 e 103 a 109.

Faça a conexão

» O estudo de sequências não é recente na história da Matemática. **Folheie** as páginas do capítulo do início até o final da seção 11.2 e **identifique** matemáticos que estudaram sequências ou ideias matemáticas que representem importantes desenvolvimentos desse assunto na história da Matemática. **Redija** um texto descrevendo esses desenvolvimentos.

respostas possíveis: A sequência proposta por Fibonacci (matemático italiano que viveu por volta de 1180 a 1250) é uma sequência numérica aplicada em diversas áreas, como Economia, Biologia, Química etc. O raciocínio proposto por Carl Friedrich Gauss, desenvolvendo a soma de n termos de uma PA, possibilitou a generalização da fórmula da soma de uma PA.

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (PG)

Termos e conceitos

» **Defina** com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir:

progressão geométrica (PG): É toda sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao produto do termo anterior por uma constante *q*.

razão de uma PG: É a constante *q* pela qual se multiplica cada termo para se obter o termo seguinte da PG.

Guia de estudo

1

Classificação de uma PG

Encontrei essas informações na(s) página(s) 405.

» **Analise** as classificações e **complete** as lacunas com as condições que devem ser obedecidas pelo primeiro termo a_1 e pela razão q para cada PG.

Classificação de uma PG

Uma PG é crescente

quando:

a_1 é maior que zero e

q é maior que um,

ou

a_1 é menor que zero e

q é um número entre zero e um.

Uma PG é decrescente

quando:

a_1 é maior que zero e

q é um número entre zero e um,

ou

a_1 é menor que zero e

q é maior que um.

Uma PG é constante

quando:

q é igual a um ou todos os seus termos são nulos.

Uma PG é oscilante

quando:

o primeiro termo é diferente de zero e *q* é menor que zero.

Uma PG é quase nula

quando:

o primeiro termo é diferente de zero e *q* é igual a zero.

Resolva os exercícios complementares 45 a 50.

CAD_EST_MAT_CAP 11.indd 122 11.08.10 15:14:34

2

Representação genérica de uma PG

Encontrei essas informações na(s) página(s) 406.

» **Leia** a descrição da PG e **escreva** duas formas diferentes de sua representação genérica.

Descrição	Representação genérica
PG de 3 termos	(x, xq, xq^2) ou $\left(\frac{x}{q}, x, xq\right)$ com x e q números reais e q diferente de zero

- Se pretendemos determinar uma PG de 3 termos não nulos conhecendo o produto dos termos, qual a representação genérica da PG mais adequada para representá-la?
  $\left(\frac{x}{q}, x, xq\right)$

Resolva os exercícios complementares 51 e 52.

3

Termo geral de uma PG

Encontrei essas informações na(s) página(s) 408.

» **Escreva** a fórmula do termo geral a_n de uma PG $(a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n, ...)$ de razão q e **nomeie** cada termo.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

a_1 é o primeiro termo da PG.

n é o índice do termo procurado.

r é a razão da PG.

a_n é o n-ésimo termo.

Resolva os exercícios complementares 53 a 62 e 110 a 113.

Faça a conexão

» **Folheie** seu livro do início do capítulo ao fim e **identifique** as situações do cotidiano que contêm ideias de PA ou de PG.

resposta pessoal

4

Representação gráfica de uma PG

Encontrei essas informações na(s) página(s) 411.

» A representação gráfica de uma PG é formada por pontos do gráfico de uma função. **Escreva** qual é essa função e qual é sua lei.

A representação gráfica de uma PG (a_1, a_2, a_3, ...), de razão $q > 0$ e $q \neq 1$, é formada por pontos do gráfico da função exponencial, cuja lei é $y = \frac{a_1}{q} \cdot q^x$.

Resolva o exercício complementar 63.

5

Propriedades das progressões geométricas

Encontrei essas informações na(s) página(s) 412.

» **Escreva** as propriedades das progressões geométricas e **aplique-as** para resolver as situações propostas nos exemplos.

Propriedades das progressões geométricas

P1. Em toda PG finita, o produto de dois termos equidistantes dos extremos é igual ao produto dos extremos.

P2. Uma sequência de três termos (em que o primeiro é diferente de zero) é PG se, e somente se, o quadrado do termo médio é igual ao produto dos outros dois.

Exemplo

Observe a sequência de 5 termos abaixo. Determine o valor de x.

$(2, \quad -6, \quad 18, \quad x, \quad 162)$

O produto dos extremos é: $2 \cdot 162 = 324$
Pela propriedade P1, o produto de dois termos equidistantes é igual ao produto dos extremos.
Então, $(-6) \cdot x = 324$. Portanto, $x = -54$.

Exemplo

Determine o valor de x para que a sequência $(2, 2x, 10x - 12)$ seja uma PG.

Pela propriedade P2, temos:
$(2x)^2 = 2 \cdot (10x - 12) \Rightarrow 4x^2 - 20x + 24 = 0$
$\therefore x = 3$ ou $x = 2$.

Resolva os exercícios complementares 64 a 72.

6 Soma dos *n* primeiros termos de uma PG

Encontrei essas informações na(s) página(s) 414.

Escreva a fórmula da soma (S_n) dos n primeiros termos de uma PG de razão q, com $q \neq 1$, e **nomeie** cada termo.

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

a_1 é o primeiro termo da PG.

n é o número de termos a serem somados.

q é a razão da PG.

S_n é a soma dos n primeiros termos.

Resolva os exercícios complementares 73 a 78 e 114 a 117.

7 Produto dos *n* primeiros termos de uma PG

Encontrei essas informações na(s) página(s) 416.

Escreva a fórmula do produto (P_n) dos n primeiros termos de uma PG de razão q e **nomeie** cada termo.

$$P_n = (a_1)^n \cdot q^{\frac{(n-1)n}{2}}$$

a_1 é o primeiro termo da PG.

n é o número de termos a serem multiplicados.

q é a razão da PG.

P_n é o produto dos n primeiros termos.

Resolva os exercícios complementares 79 a 82 e 118.

8 Soma dos infinitos termos de uma PG

Encontrei essas informações na(s) página(s) 417 e 418.

Escreva a fórmula da soma S_∞ dos infinitos termos de uma PG (a_1, a_2, a_3, ...) de razão q, com $-1 < q < 1$.

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$$

a_1 é o primeiro termo da PG.

q é a razão da PG.

S_∞ é a soma dos infinitos termos.

Resolva os exercícios complementares 83 a 88, 119 e 120.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **formule** questões que o ajudarão a resolver os exercícios listados acima.

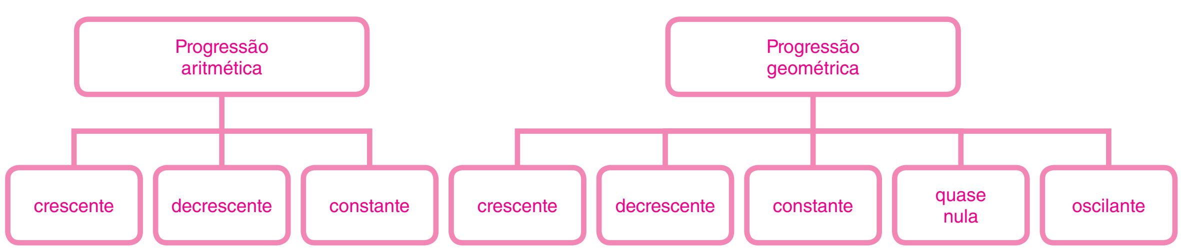
resposta pessoal

» Reúna-se com um colega e **peça-lhe** que **esclareça** as dúvidas que você levantou na questão anterior. A seguir, esclareça as dúvidas levantadas por ele. Se as dúvidas persistirem, **perguntem** a seu professor.

resposta pessoal

Sintetize

» **Elabore um esquema** que relacione os principais conceitos aprendidos no capítulo.



Os alunos poderão elaborar outros esquemas, por exemplo, destacando as fórmulas.

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 11	
Abertura	
Seção 11.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 11.1	
Seção 11.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 11.2	
Seção 11.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 11.3	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

PARTE III

Capítulo 12

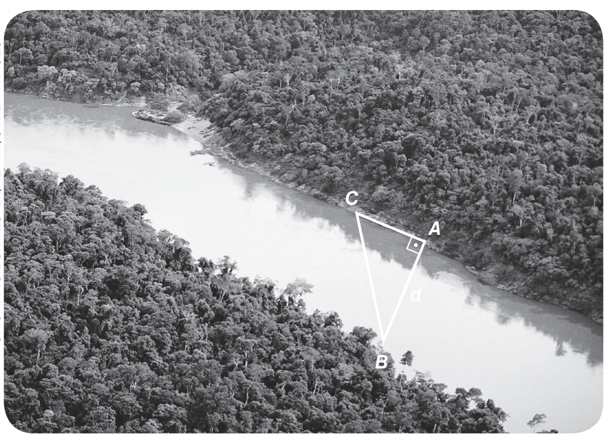
Trigonometria no triângulo retângulo

Seções:

Para começar o estudo

Nas situações I e II, abaixo, as medidas *d* e *x* são desconhecidas e representam, respectivamente, a largura *AB* do rio e a distância *MN* percorrida pela cadeirinha do teleférico. Na primeira situação, são conhecidas as medidas do segmento $\overline{AC}$ e do ângulo $A\hat{C}B$, e na segunda são conhecidas as medidas do segmento $\overline{MP}$ e do ângulo $M\hat{N}P$. Aplicando o conceito de semelhança de triângulos em cada uma das situações, **descreva um procedimento** possível para determinar a medida desconhecida.

Situação I



CRISTIANO BURMESTER/ALAMY/OTHER IMAGES

Construir um triângulo *DEF* semelhante ao triângulo *ABC* de tal forma que seja possível medir os lados $\overline{DF}$, $\overline{EF}$ e $\overline{DE}$. Depois, escrever uma proporção entre as medidas dos lados correspondentes dos triângulos, para determinar a medida de $\overline{AB}$.

Situação II

BLICKWINKEL/ALAMY/OTHER IMAGES

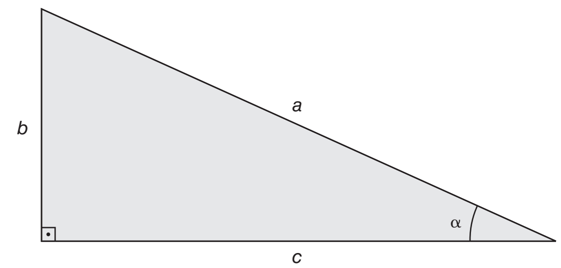
Construir um triângulo *TOQ* semelhante ao triângulo *NMP* de tal forma que seja possível medir os lados $\overline{TO}$, $\overline{TQ}$ e $\overline{OQ}$. Depois, escrever uma proporção entre as medidas dos lados correspondentes dos triângulos, para determinar a medida de $\overline{NM}$.

CAD_EST_MAT_CAP 12.indd 128 11.08.10 15:15:33

ESTUDO DA TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Termos e conceitos

Considerando o triângulo retângulo abaixo, **defina** os conceitos a seguir.



seno do ângulo agudo α:

É a razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo de medida α e a medida da hipotenusa, ou seja, $\frac{b}{a}$.

cosseno do ângulo agudo α:

É a razão entre a medida do cateto adjacente ao ângulo de medida α e a medida da hipotenusa, ou seja, $\frac{c}{a}$.

tangente do ângulo agudo α:

É a razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo de medida α e a medida do cateto adjacente, ou seja, $\frac{b}{c}$.

Guia de estudo

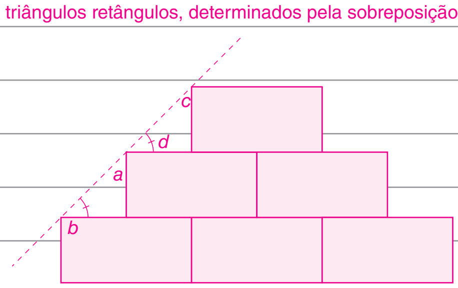
1

A origem da Trigonometria

Encontrei essas informações na(s) página(s) 430.

O papiro Rhind, que data de aproximadamente 1650 a.C., é um dos documentos mais antigos que se conhece a registrar usos da Trigonometria. **Leia** na página 430 do livro-texto o trecho sobre esse documento e, por meio de um esquema, **explique** como os construtores mantinham constante a inclinação das faces das pirâmides.

Para manter a mesma inclinação de todas as faces, os construtores mantinham constantes as razões entre as medidas dos catetos dos triângulos retângulos, determinados pela sobreposição de blocos de pedras.



$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Resolva os exercícios complementares 1 a 3 e 13 a 21.

TRANSFORMAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Guia de estudo

1

Relação entre o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo agudo

Encontrei essas informações na(s) página(s) 436 e 437.

» **Escreva** a relação entre o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo agudo α.

$\text{tg}\ \alpha = \dfrac{\text{sen}\ \alpha}{\cos \alpha}$

» **Escreva** a relação entre o seno e o cosseno de ângulos agudos complementares α e 90° − α.

$\text{sen}\ \alpha = \cos (90° - \alpha)$

$\cos \alpha = \text{sen}\ (90° - \alpha)$

Resolva os exercícios complementares 4 a 8 e 22 a 24.

2

A Trigonometria e o teorema de Pitágoras

Encontrei essas informações na(s) página(s) 438.

» **Retome** o exercício resolvido 7 do livro-texto.
Analise novamente a resolução e **responda** à questão a seguir.
No início da resolução, considerou-se a existência de um triângulo com o cateto oposto medindo 4 e a hipotenusa medindo 5. Com essas medidas, encontraram-se: $\cos \alpha = \dfrac{3}{5}$ e $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{4}{3}$. Se fosse considerado um triângulo semelhante ao primeiro, os valores do cosseno e da tangente seriam outros? Por quê?

Não. O cosseno de um ângulo agudo é uma razão entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo. Portanto, caso fosse considerado outro triângulo semelhante ao primeiro, essa razão seria a mesma. Isso também vale para a tangente.

Resolva os exercícios complementares 9 a 11.

3

Ângulos notáveis

Encontrei essas informações na(s) página(s) 440.

» **Escreva** os valores do seno, do cosseno e da tangente dos ângulos notáveis, completando a tabela.

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Resolva os exercícios complementares 12 e 25 a 31.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Verifique** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver e **formule** questões que o ajudem a resolver esses exercícios.

resposta pessoal

» Reúna-se com um colega e **peça-lhe** que esclareça as dúvidas que você levantou na questão anterior. A seguir, **esclareça** as dúvidas levantadas por ele. Se as dúvidas persistirem, **perguntem** a seu professor.

resposta pessoal

Sintetize

» **Resuma** as ideias principais deste capítulo.

resposta pessoal

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 12	
Abertura	
Seção 12.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 12.1	
Conteúdo digital	
Seção 12.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 12.2	
Conteúdo digital	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

PARTE III

Capítulo
13

A circunferência trigonométrica: seno, cosseno e tangente

Para começar o estudo

» **Veja** abaixo alguns termos e conceitos que você encontrará no capítulo. **Marque** X naqueles que você julga que estão relacionados às imagens. Justifique sua(s) escolha(s).

P. NARAYAN/AGE/OTHER IMAGES

Número de voltas da roda-gigante ao girar 3π rad.

GERSON SOBREIRA

Setor irrigado quando o pivô gira 30°.

- [X] Medida de arco ou ângulo
- [ ] Seno de um ângulo
- [ ] Cosseno de um ângulo
- [ ] Tangente de um ângulo

Justificativa

RADIANO

Termo e conceito

» **Defina** com suas próprias palavras o conceito a seguir.

radiano: Um radiano é a medida de um arco cujo comprimento é igual ao do raio da circunferência que o contém.

Guia de estudo

1 Medida da circunferência em radiano

Encontrei essas informações na(s) página(s) 450 e 451.

» **Escreva a equivalência** entre as medidas em grau e em radiano, completando a tabela a seguir.

	Grau	Radiano
Uma volta completa	360°	2π rad
Meia-volta	180°	π rad
Um quarto de volta	90°	$\frac{\pi}{2}$ rad

2 Transformação de unidades

Encontrei essas informações na(s) página(s) 451.

» Abaixo, há um exercício e sua resolução. **Escreva** comentários à direita explicando as etapas da resolução.

Exercício

Determine a medida, em radiano, equivalente a 120°.

Resolução

grau		radiano
180°	———	π rad
120°	———	x rad

1. As medidas em radianos e suas correspondentes medidas em graus são diretamente proporcionais. Assim, partindo da equivalência entre π rad e 180°, montamos a regra de três ao lado.

$180x = 120\pi$

$x = \dfrac{120\pi}{180}$

$x = \dfrac{2\pi}{3}$

2. Calculamos o valor de x resolvendo a regra de três.

Dessa forma, $\dfrac{2\pi}{3}$ rad é equivalente a 120°.

Resolva os exercícios complementares 1 a 2 e 87 a 98.

CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA

Termos e conceitos

» **Identifique** o termo ou o conceito que pode ser associado à definição:

1. É uma circunferência do plano cartesiano cujo centro é a origem do sistema de eixos e o raio é unitário, isto é, tem medida 1.
2. É o nome dado a cada uma das quatro regiões do plano cartesiano separadas pelos eixos coordenados.
3. É o nome dado ao ponto de coordenadas $A(1, 0)$ da circunferência trigonométrica.
4. É um arco da circunferência trigonométrica, orientado no sentido horário ou anti-horário a partir do ponto $A(1, 0)$.
5. É o nome dado a dois arcos trigonométricos que têm a mesma extremidade; por exemplo, os arcos trigonométricos de medidas 60° e 420°.

1. circunferência trigonométrica
2. quadrante
3. origem dos arcos
4. arco trigonométrico
5. arcos côngruos

Guia de estudo

1

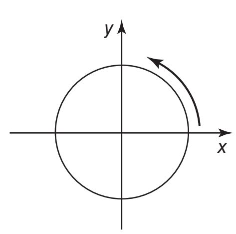
Arcos trigonométricos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 453.

» **Observe** o esquema a seguir e **relacione** cada caso com os possíveis sinais associados à medida dos arcos.

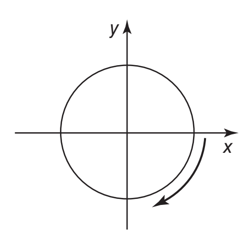
Arco trigonométrico

Sentido anti-horário



O sinal da medida do arco é positivo.

Sentido horário



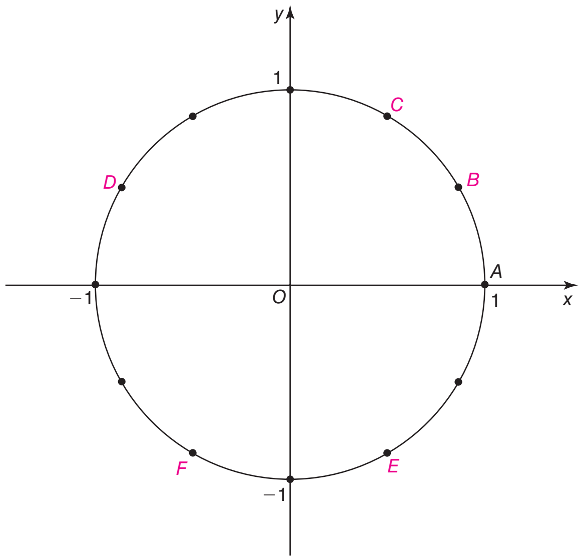
O sinal da medida do arco é negativo.

2

Representação de arcos na circunferência trigonométrica

Encontrei essas informações na(s) página(s) 453 e 454.

» A circunferência trigonométrica da figura abaixo está dividida em 12 partes iguais pelos pontos assinalados. Nessa figura, **nomeie** por B, C, D, E e F as extremidades dos arcos trigonométricos de 30°, 60°, 150°, −60° e −120°, respectivamente.



» Complete a tabela a seguir **identificando** o quadrante a que pertencem as extremidades B, C, D, E e F dos arcos trigonométricos do exercício anterior e **determine** uma medida positiva de um arco côngruo a cada um deles.

Ponto	B	C	D	E	F
Quadrante	Primeiro	Primeiro	Segundo	Quarto	Terceiro
Arco côngruo	390°	420°	510°	300°	240°

Resolva os exercícios complementares 3 a 5.

3

Associando números reais aos pontos da circunferência trigonométrica

Encontrei essas informações na(s) página(s) 455.

» **Imagine** uma circunferência trigonométrica. **Identifique** em que quadrante estão localizados os pontos da circunferência trigonométrica associados aos números reais abaixo. (Lembre-se: $\pi \approx 3{,}14$)

- O ponto associado ao número 1 está no primeiro quadrante.
- O ponto associado ao número 3 está no segundo quadrante.
- O ponto associado ao número 4 está no terceiro quadrante.
- O ponto associado ao número 6 está no quarto quadrante.

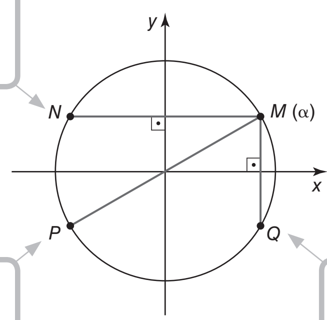
Resolva o exercício complementar 6.

4 Simetrias

Encontrei essas informações na(s) página(s) 457.

» O ponto M da circunferência trigonométrica abaixo é extremidade de um arco trigonométrico de medida α. Complete os quadros a seguir **determinando** as possíveis medidas dos arcos com extremidades nos pontos N, P e Q, simétricos do ponto M, conforme mostra a figura.

Em grau: $180° - \alpha$
Em radiano: $\pi - \alpha$



Em grau: $180° + \alpha$
Em radiano: $\pi + \alpha$

Em grau: $360° - \alpha$
Em radiano: $2\pi - \alpha$

Resolva os exercícios complementares 7 e 8.

Capítulo 13 Seção 13.3

SENO E COSSENO DE UM ARCO TRIGONOMÉTRICO

Termos e conceitos

» **Defina** com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir.

seno de α: É a ordenada da extremidade do arco trigonométrico de medida α.

cosseno de α: É a abscissa da extremidade do arco trigonométrico de medida α.

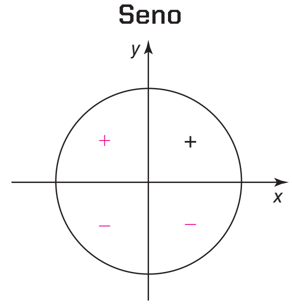
Guia de estudo

1 Variação de sinal do seno e do cosseno

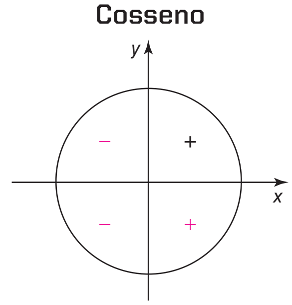
Encontrei essas informações na(s) página(s) 460 e 461.

» Na circunferência trigonométrica da esquerda, **escreva** o sinal (+ ou −) do seno em cada quadrante. E, na circunferência trigonométrica da direita, o sinal do cosseno.

Seno



Cosseno



2

Tabela trigonométrica dos arcos notáveis

Encontrei essas informações na(s) página(s) 461.

» **Escreva**, na tabela a seguir, os valores do seno e do cosseno dos arcos trigonométricos indicados.

	30° ou $\frac{\pi}{6}$ rad	45° ou $\frac{\pi}{4}$ rad	60° ou $\frac{\pi}{3}$ rad
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

Resolva os exercícios complementares 9 a 13.

3

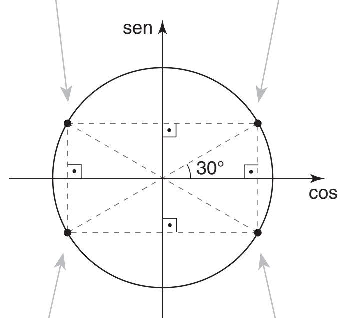
Redução ao 1º quadrante

Encontrei essas informações na(s) página(s) 462 a 464.

» **Analise** os arcos trigonométricos nas figuras e, a seguir, **complete** as lacunas com a medida do arco, com o valor do seno ou com o valor do cosseno de cada arco trigonométrico.

Arco: 150° ou $\frac{5\pi}{6}$ rad
Seno: $\frac{1}{2}$
Cosseno: $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Arco: 30° ou $\frac{\pi}{6}$ rad
Seno: $\frac{1}{2}$
Cosseno: $\frac{\sqrt{3}}{2}$



Arco: 210° ou $\frac{7\pi}{6}$ rad
Seno: $-\frac{1}{2}$
Cosseno: $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Arco: 330° ou $\frac{11\pi}{6}$ rad
Seno: $-\frac{1}{2}$
Cosseno: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Arco: 135° ou $\frac{3\pi}{4}$ rad

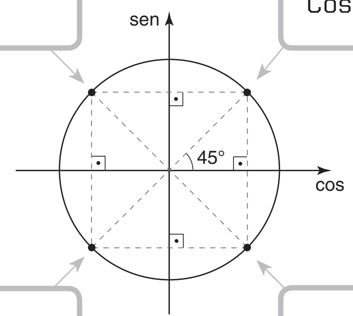
Seno: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Cosseno: $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Arco: 45° ou $\frac{\pi}{4}$ rad

Seno: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Cosseno: $\frac{\sqrt{2}}{2}$



Arco: 225° ou $\frac{5\pi}{4}$ rad

Seno: $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Cosseno: $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Arco: 315° ou $\frac{7\pi}{4}$ rad

Seno: $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Cosseno: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Arco: 120° ou $\frac{2\pi}{3}$ rad

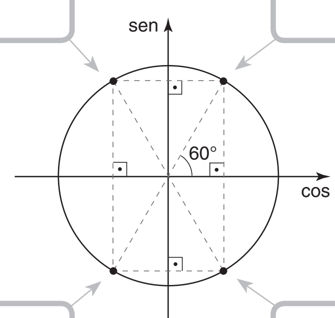
Seno: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Cosseno: $-\frac{1}{2}$

Arco: 60° ou $\frac{\pi}{3}$ rad

Seno: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Cosseno: $\frac{1}{2}$



Arco: 240° ou $\frac{4\pi}{3}$ rad

Seno: $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Cosseno: $-\frac{1}{2}$

Arco: 300° ou $\frac{5\pi}{3}$ rad

Seno: $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Cosseno: $\frac{1}{2}$

Resolva os exercícios complementares 14 a 20, 97 e 98.

4

Relação fundamental da Trigonometria

Encontrei essas informações na(s) página(s) 466 e 467.

» **Escreva** a relação fundamental da Trigonometria no quadro a seguir.

$\text{sen}^2\, x + \cos^2 x = 1$

» Abaixo, há um exercício e sua resolução. Os boxes à esquerda explicam as etapas da resolução. **Faça** a resolução desse exercício seguindo os boxes laterais.

Exercício

Se um arco trigonométrico de medida α tem extremidade no segundo quadrante e $\text{sen}\, \alpha = \frac{4}{5}$, determine $\cos \alpha$.

Resolução

1. Utilizando a relação fundamental da Trigonometria, determinamos $\cos \alpha$.

2. Observando o quadrante ao qual pertence a extremidade do arco, determinamos o sinal do cosseno.

$\text{sen}^2\, \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\cos^2 \alpha = 1 - \text{sen}^2\, \alpha$

$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$

$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25}$

$\cos \alpha = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} \Rightarrow \cos \alpha = \pm\frac{3}{5}$

Como α é uma medida do segundo quadrante, $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

Resolva os exercícios complementares 21 a 27.

Capítulo 13 Seção 13.4

TANGENTE DE UM ARCO TRIGONOMÉTRICO

Termos e conceitos

» **Defina** com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir.

eixo das tangentes: É o eixo real de origem no ponto *A* (a origem dos arcos da circunferência trigonométrica) e que possui mesma direção e sentido que o eixo *Oy*.

tangente de α (admitindo a condição de existência): É a ordenada do ponto de intersecção do eixo das tangentes com a reta que passa pelo centro da circunferência trigonométrica e pela extremidade do arco de medida α.

Guia de estudo

1

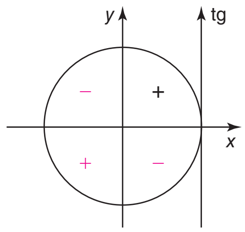
Variação de sinal da tangente

Encontrei essas informações na(s) página(s)

470

» Na circunferência trigonométrica do quadro abaixo, **escreva** o sinal (+ ou −) da tangente em cada quadrante.

Tangente



2

A tangente como razão do seno pelo cosseno

Encontrei essas informações na(s) página(s)

471 e 472

» **Escreva** a tangente de α como a razão do seno pelo cosseno e **dê um exemplo** de um exercício que seja resolvido por essa fórmula.

$\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$

Exemplo:

resposta pessoal

Resolva os exercícios complementares 28 a 35.

3

Tabela trigonométrica dos arcos notáveis

Encontrei essas informações na(s) página(s)

473

» **Escreva** na tabela a seguir os valores da tangente dos arcos trigonométricos indicados.

	30° ou $\frac{\pi}{6}$ rad	45° ou $\frac{\pi}{4}$ rad	60° ou $\frac{\pi}{3}$ rad
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

4

Redução ao 1º quadrante

Encontrei essas informações na(s) página(s) 474 e 475.

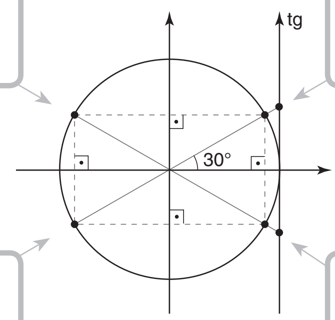
» **Analise** os arcos trigonométricos nas figuras e, a seguir, **complete** as lacunas com a medida do arco ou com o valor da tangente de cada arco trigonométrico.

Arco: 150° ou $\frac{5\pi}{6}$ rad

Tangente: $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

Arco: 30° ou $\frac{\pi}{6}$ rad

Tangente: $\frac{\sqrt{3}}{3}$



Arco: 210° ou $\frac{7\pi}{6}$ rad

Tangente: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Arco: 330° ou $\frac{11\pi}{6}$ rad

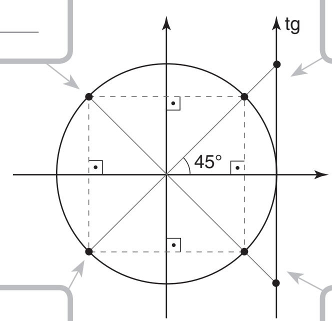
Tangente: $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

Arco: 135° ou $\frac{3\pi}{4}$ rad

Tangente: -1

Arco: 45° ou $\frac{\pi}{4}$ rad

Tangente: 1



Arco: 225° ou $\frac{5\pi}{4}$ rad

Tangente: 1

Arco: 315° ou $\frac{7\pi}{4}$ rad

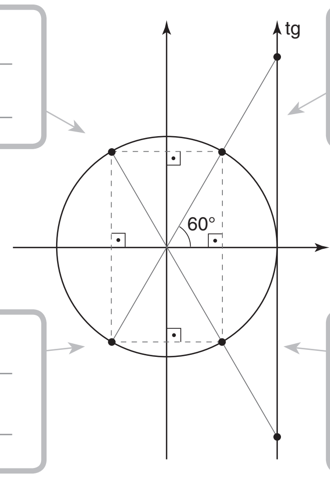
Tangente: -1

Arco: 120° ou $\frac{2\pi}{3}$ rad

Tangente: $-\sqrt{3}$

Arco: 60° ou $\frac{\pi}{3}$ rad

Tangente: $\sqrt{3}$



Arco: 240° ou $\frac{4\pi}{3}$ rad

Tangente: $\sqrt{3}$

Arco: 300° ou $\frac{5\pi}{3}$ rad

Tangente: $-\sqrt{3}$

Resolva os exercícios complementares 36 a 42.

EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Guia de estudo

1

Resolução de uma equação trigonométrica imediata

Encontrei essas informações na(s) página(s) 476 e 477.

» Abaixo, há um exercício e etapas da sua resolução. **Complete** a resolução desse exercício seguindo os boxes laterais.

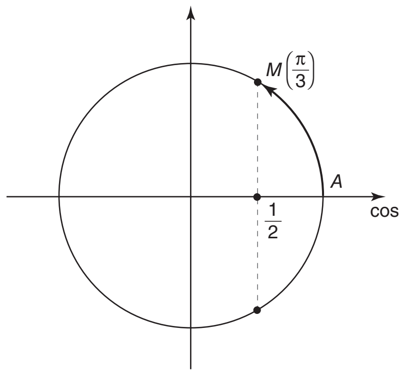
Exercício

Resolva a equação $\cos x = \frac{1}{2}$ para $0 \leqslant x < 2\pi$.

Resolução

1. Lembrando que o valor de cos *x* é a abscissa do ponto *M* do arco trigonométrico $\overset{\frown}{AM}$ de medida *x*, fazemos o esquema ao lado.

Os pontos da circunferência trigonométrica cuja abscissa é $\frac{1}{2}$, na primeira volta positiva, podem ser observados na figura a seguir:



2. Com base no esquema, determinamos os valores de *x* no intervalo considerado.

Os valores de *x* para os quais $\cos x = \frac{1}{2}$, com $0 \leqslant x < 2\pi$, são, portanto:

$x = \frac{\pi}{3}$ ou

$x = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$

Logo, $S = \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$.

Resolva os exercícios complementares 43 a 54.

2

Resolução de uma equação trigonométrica na forma fatorada

Encontrei essas informações na(s) página(s) 479 e 480.

» Abaixo, há um exercício e parte de sua resolução. **Complete-a com base nos boxes laterais.**

Exercício

Resolva a equação $(2\cos^2 x - 1)\left(2\operatorname{sen} x - \sqrt{3}\right) = 0$ para $0 \leqslant x < \pi$.

Resolução

Pela propriedade do produto nulo, temos:

1. Igualamos cada fator a zero (pela propriedade do produto nulo).

$$(2\cos^2 x - 1)\left(2\operatorname{sen} x - \sqrt{3}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\cos^2 x - 1 = 0 \\ 2\operatorname{sen} x - \sqrt{3} = 0 \end{cases}$$

Portanto:

$2\cos^2 x - 1 = 0$

2. Resolvemos a primeira equação e, observando o conjunto universo dela, encontramos os valores de *x*.

$\cos^2 x = \frac{1}{2}$

$\cos x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

Resolvendo a equação acima para $0 \leqslant x < \pi$, obtemos $x = \frac{\pi}{4}$ e $x = \frac{3\pi}{4}$.

E ainda:

$2\operatorname{sen} x - \sqrt{3} = 0$

3. Resolvemos a segunda equação encontrando os outros valores de *x*.

$\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Resolvendo a equação acima para $0 \leqslant x < \pi$,

obtemos $x = \frac{\pi}{3}$ e $x = \frac{2\pi}{3}$.

4. Determinamos o conjunto solução, que é a união dos conjuntos solução das equações resolvidas em (2) e (3).

Dessa forma, $S = \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}\right\}$.

Resolva os exercícios complementares 55 a 65.

3

Resolução de uma equação trigonométrica por meio de equações polinomiais

Encontrei essas informações na(s) página(s) 481 e 482.

» Abaixo, há um exercício e parte de sua resolução. **Complete-a com base nos comentários à esquerda.**

Exercício

Resolva a equação $\cos^2 x - 2\cos x + 1 = 0$, para $0 \leqslant x < 2\pi$.

Resolução

1. Mudando a variável, substituímos cos x por t, obtendo uma equação do 2º grau.

$\cos^2 x - 2\cos x + 1 = 0$

$t^2 - 2t + 1 = 0$

Resolvendo essa equação:

2. Resolvemos a equação do 2º grau.

$t^2 - 2t + 1 = 0$
$(t - 1)^2 = 0$
$t - 1 = 0$
$t = 1$

3. Retornamos à variável original.

Lembrando que $\cos x = t$, temos:

$\cos x =$ 1

4. Resolvemos a equação obtida na 1ª volta positiva.

$\cos x = 1 \Rightarrow x = 0$

Concluímos, então, que o conjunto solução da equação é: $S =$ {0}

Resolva os exercícios complementares 66 a 76.

INEQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Guia de estudo

1

Resolução de uma inequação trigonométrica imediata

Encontrei essas informações na(s) página(s) 484 e 485.

» Abaixo, há um exercício e parte de sua resolução. **Complete** a resolução desse exercício seguindo os boxes laterais.

Exercício

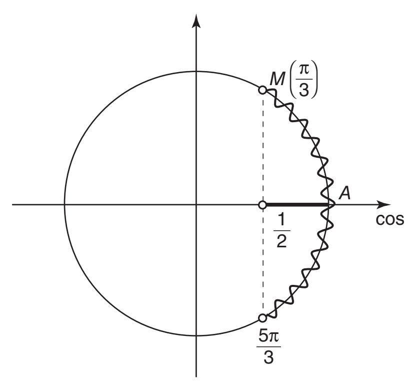
Resolva a equação $\cos x > \frac{1}{2}$ para $0 \leqslant x < 2\pi$.

Resolução

1. Lembramos que o valor de cos *x* é a abscissa do ponto *M* do arco trigonométrico $\overset{\frown}{AM}$ de medida *x*.

Os pontos da circunferência trigonométrica cuja abscissa é maior que $\frac{1}{2}$, na primeira volta positiva, podem ser observados na figura a seguir:

2. Em um esquema, destacamos o intervalo em que o cosseno de *x* é maior que $\frac{1}{2}$.



Os valores de *x* para os quais $\cos x > \frac{1}{2}$, com $0 \leqslant x < 2\pi$, são: $0 \leqslant x < \frac{\pi}{3}$ ou $\frac{5\pi}{3} < x < 2\pi$

3. Escrevemos o conjunto solução, que é formado pelos valores de *x* obtidos em (2).

Logo, $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leqslant x < \frac{\pi}{3} \text{ ou } \frac{5\pi}{3} < x < 2\pi\right\}$

Resolva os exercícios complementares 77 a 82, 99 e 100.

2

Resolução de uma inequação trigonométrica por meio de inequações polinomiais

Encontrei essas informações na(s) página(s) 487 e 488.

» Abaixo, há um exercício e sua resolução. **Escreva explicações** das etapas da resolução à direita e **termine-a.**

Exercício

Resolva a inequação $2 \text{ sen}^2 x - \sqrt{3} \text{ sen } x \leqslant 0$, para $0 \leqslant x < 2\pi$.

Resolução

Substituindo sen x por t, obtemos: $2t^2 - \sqrt{3}t \leqslant 0$

Para resolver essa inequação, devemos estudar o sinal de $f(t) = 2t^2 - \sqrt{3}t$:

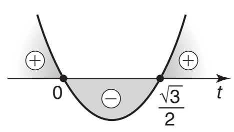
$2t^2 - \sqrt{3}t = 0 \Rightarrow t(2t - \sqrt{3}) = 0$

$\therefore t = 0$ ou $2t - \sqrt{3} = 0$

$\therefore t = 0$ ou $t = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Logo:

1. Transformamos a inequação trigonométrica em uma inequação polinomial, efetuando uma mudança de variável.

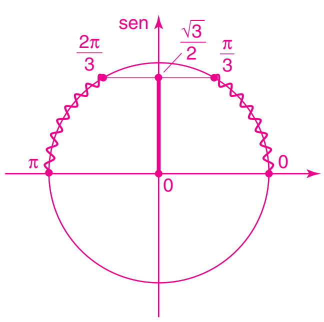


2. Resolvemos a inequação obtida.

Observamos que $f(t) \leqslant 0$ para $0 \leqslant t \leqslant \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Logo, $0 \leqslant \text{sen } x \leqslant \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

3. Voltamos à variável original.



4. Em um esquema, destacamos os valores de *x* cujo seno está no intervalo obtido.

Os valores de *x* para os quais $0 \leqslant \text{sen } x \leqslant \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, com $0 \leqslant x < 2\pi$, são:

$0 \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{3}$ ou $\dfrac{2\pi}{3} \leqslant x \leqslant \pi$.

Logo, $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{3} \text{ ou } \dfrac{2\pi}{3} \leqslant x \leqslant \pi\right\}$.

5. Escrevemos o conjunto solução.

Resolva os exercícios complementares 83 a 86.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **relacione** os exercícios do item anterior aos conteúdos correspondentes vistos no capítulo.

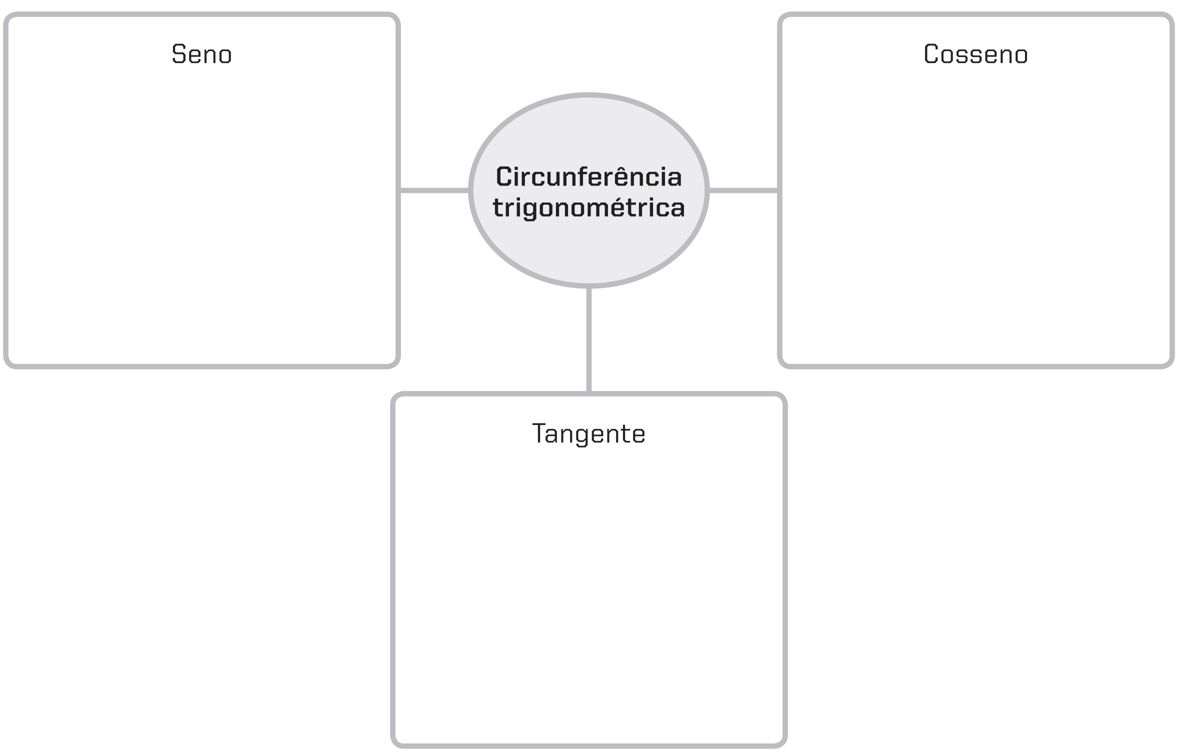
resposta pessoal

» Reúna-se com um colega e **resolvam** os exercícios que listaram. Se as dúvidas persistirem, **formulem** questões para o professor a fim de esclarecê-las.

resposta pessoal

Sintetize

» **Resuma** as ideias principais de cada conceito preenchendo os quadros do esquema a seguir. resposta pessoal



Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 13	
Abertura	
Seção 13.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 13.1	
Seção 13.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 13.2	
Seção 13.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 13.3	
Seção 13.4	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 13.4	
Seção 13.5	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 13.5	
Seção 13.6	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 13.6	
Exercícios complementares	
Exercícios de revisão cumulativa	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

PARTE III

Capítulo

14

Outras razões trigonométricas, adição de arcos e resolução de triângulos

Seções:

Para começar o estudo

» **Observe** a situação e **classifique** as afirmações em verdadeiras V ou falsas F.

BRYAN BUSOVICKI/SHUTTERSTOCK

Uma das maiores rodas-gigantes do mundo, a London Eye, foi construída em Londres em 1999 para comemorar a chegada do ano 2000. A London Eye tem 32 cabines igualmente espaçadas em torno de sua circunferência. Sua altura de 135 metros permite uma visão privilegiada de Londres.

- V Quando uma cabine descreve um arco de 90°, a partir de um ponto da plataforma de embarque, ela estará a 67,5 metros de altura em relação à plataforma.
- F Quando uma cabine descreve um ângulo de 45°, a partir de um ponto da plataforma de embarque, ela estará a 33,75 metros de altura em relação à plataforma.
- F Enumerando as cabines, de 1 a 32, em um mesmo sentido de rotação, o ângulo com vértice no centro da roda e que passa pela primeira e pela 16ª cabine é reto.
- V Uma cabine está a 33,75 metros de altura em relação à plataforma de embarque, quando descrever um arco de 60° a partir do ponto de embarque.

SECANTE, COSSECANTE E COTANGENTE

Termos e conceitos

» **Defina** com suas próprias palavras os conceitos a seguir, referentes a um ângulo agudo de um triângulo retângulo.

secante: É a razão inversa do cosseno, dada pelo quociente entre as medidas da hipotenusa e do cateto adjacente a um ângulo agudo num triângulo retângulo.

cossecante: É a razão inversa do seno, dada pelo quociente entre as medidas da hipotenusa e do cateto oposto a um ângulo agudo num triângulo retângulo.

cotangente: É a razão inversa da tangente, dada pelo quociente entre as medidas do cateto adjacente e do cateto oposto a um ângulo agudo num triângulo retângulo.

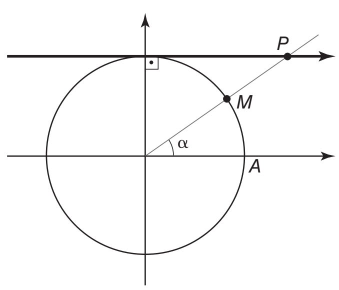
Guia de estudo

1

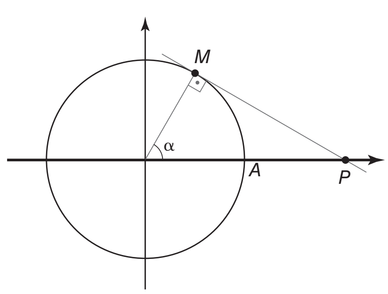
Eixos das razões inversas no ciclo trigonométrico

Encontrei essas informações na(s) página(s) 499 a 501.

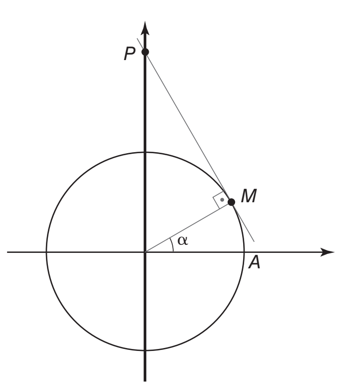
» Em cada uma das circunferências trigonométricas a seguir há um eixo em destaque. **Nomeie** cada um deles empregando o termo correspondente: eixo das secantes, eixo das cossecantes ou eixo das cotangentes.



eixo das cotangentes



eixo das secantes



eixo das cossecantes

Caderno do Estudante • Outras razões trigonométricas, adição de arcos e resolução de triângulos

2

Valores das razões inversas

Encontrei essas informações na(s) página(s) 498 a 503.

» Abaixo há um exercício e parte de sua resolução. Leia os comentários à esquerda e **complete** as etapas da resolução.

Exercício

Dado sen x $= \frac{3}{5}$ e $0 < x < \frac{\pi}{2}$, determine sec x, cossec x e cotg x.

Resolução

1. Aplicamos a relação fundamental da Trigonometria ($\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$) para determinar cos x.

Considerando a relação fundamental da Trigonometria, temos:

$\cos^2 x = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

$\cos x = \pm\frac{4}{5}$

2. Observando em qual quadrante a medida x está, determinamos o sinal do cosseno de x.

Como x pertence ao primeiro quadrante, $\cos x = \frac{4}{5}$.

3. Aplicando as relações trigonométricas, calculamos o valor da secante de x, da cossecante de x e da cotangente de x.

$\sec x = \frac{1}{\cos x} = \frac{5}{4}$

$\text{cossec}\, x = \frac{1}{\text{sen}\, x} = \frac{5}{3}$

$\text{cotg} x = \frac{1}{\text{tg}\, x} = \frac{\cos x}{\text{sen}\, x} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$

Resolva os exercícios complementares 1 a 9, 29 e 30.

IDENTIDADES

Termo e conceito

» **Defina** com suas próprias palavras o termo a seguir.

identidade: Identidade em um universo U é uma igualdade entre duas expressões, que se verifica para todo valor de U atribuído à(s) variável(eis) que essas expressões contêm.

Guia de estudo

1

Técnicas para demonstração de identidades

Encontrei essas informações na(s) página(s) 504 a 506.

» **Descreva** os passos necessários para demonstrar que $f(x) = g(x)$ é uma identidade num universo U utilizando a primeira técnica apresentada no livro-texto.

Primeiro, provamos que f e g estão definidas em U. A seguir, efetuamos simplificações algébricas e utilizamos identidades já conhecidas em um dos membros, até obter a mesma expressão do outro membro.

» **Descreva** os passos necessários para demonstrar que $f(x) = g(x)$ é uma identidade num universo U empregando a segunda técnica apresentada no livro-texto.

Transformamos a igualdade em $f(x) - g(x) = 0$ e aplicamos a primeira técnica.

» **Descreva** os passos necessários para demonstrar uma identidade em um conjunto universo U por meio da terceira técnica apresentada no livro-texto.

Podemos considerar outra identidade válida em U e, por simplificações algébricas e identidades já conhecidas, transformá-la na igualdade inicial.

Resolva os exercícios complementares 10 a 12.

Capítulo 14 | Seção 14.3

ADIÇÃO DE ARCOS

Guia de estudo

1

Fórmulas de adição de arcos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 507 e 509.

Escreva as fórmulas de adição de arcos.

sen $(a + b)$ = sen $a \cdot \cos b$ + sen $b \cdot \cos a$

sen $(a - b)$ = sen $a \cdot \cos b$ − sen $b \cdot \cos a$

cos $(a + b)$ = $\cos a \cdot \cos b$ − sen $a \cdot$ sen b

cos $(a - b)$ = $\cos a \cdot \cos b$ + sen $a \cdot$ sen b

$\text{tg}\,(a + b) = \dfrac{\text{tg}\,a + \text{tg}\,b}{1 - \text{tg}\,a \cdot \text{tg}\,b}$

$\text{tg}\,(a - b) = \dfrac{\text{tg}\,a - \text{tg}\,b}{1 + \text{tg}\,a \cdot \text{tg}\,b}$

Representе os arcos a seguir como uma soma ou diferença dos arcos notáveis (30°, 45° e 60°).

$15° = 45° - 30°$ ou $60° - 45°$

$75° = 30° + 45°$

$105° = 45° + 60°$

Resolva os exercícios complementares 13 a 21, 31 e 32.

Capítulo 14 | Seção 14.4

ARCO DUPLO

Guia de estudo

1

Fórmulas de arcos duplos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 512 e 513.

Escreva as fórmulas dos arcos duplos enunciados a seguir.

sen $2x$ = $2 \cdot \text{sen}\,x \cdot \cos x$

$\cos 2x = \cos^2 x - \text{sen}^2\,x$

$\text{tg}\,2x = \dfrac{2\,\text{tg}\,x}{1 - \text{tg}^2\,x}$

Expresse cos $2x$ em função de cos x.

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

Expresse cos $2x$ em função de sen x.

$\cos 2x = 1 - 2\,\text{sen}^2\,x$

Resolva os exercícios complementares 33 a 34.

RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULOS

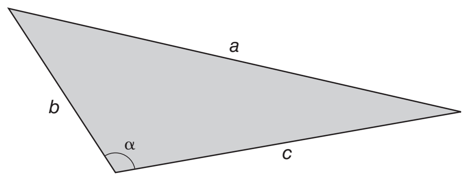
Guia de estudo

1

Lei dos cossenos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 517.

» **Escreva** a lei dos cossenos para o triângulo da figura a seguir.



$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$

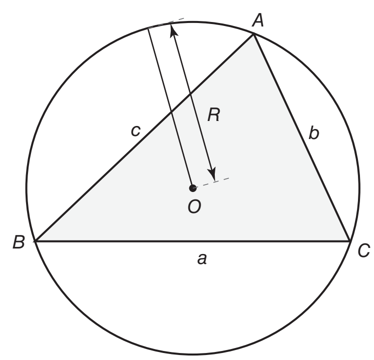
Resolva os exercícios complementares 22 a 28 e 35.

2

Lei dos senos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 520.

» **Escreva** a lei dos senos para o triângulo da figura a seguir.



$\dfrac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \dfrac{b}{\text{sen } \hat{B}} = \dfrac{c}{\text{sen } \hat{C}} = 2R$

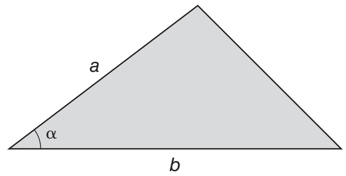
Resolva os exercícios complementares 36 e 37.

3

Área de um triângulo em função das medidas de dois lados e do ângulo compreendido entre eles

Encontrei essas informações na(s) página(s) 523.

» **Escreva** a fórmula do cálculo da área do triângulo *ABC* abaixo em função de *a*, *b* e α:



$A = \dfrac{1}{2} \cdot ab \cdot \text{sen } \alpha$

Resolva os exercícios complementares 38 e 39.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **relacione** os exercícios do item anterior aos conteúdos correspondentes vistos no capítulo.

resposta pessoal

» Reúna-se com um colega e **resolvam** os exercícios que listaram. Se as dúvidas persistirem, **formulem** questões para o professor a fim de esclarecê-las.

resposta pessoal

Sintetize

» **Releia** os conceitos estudados e **escreva** as ideias principais deste capítulo.

resposta pessoal

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 14	
Abertura	
Seção 14.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 14.1	
Conteúdo digital	
Seção 14.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 14.2	
Seção 14.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 14.3	
Seção 14.4	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 14.5	
Exercícios complementares	
Exercícios de revisão cumulativa	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	

PARTE III

Capítulo 15

Funções trigonométricas

Seções:

- **15.1** As funções seno e cosseno
- **15.2** Movimentos periódicos
- **15.3** Outras funções trigonométricas
- **15.4** Funções trigonométricas inversas

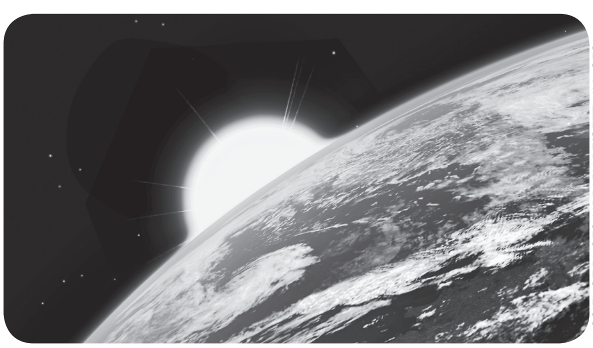
Para começar o estudo

» **Observe** a situação e **classifique** as afirmações como verdadeiras V ou falsas F.

Em muitas situações de nosso cotidiano estão presentes movimentos periódicos, isto é, que se repetem em intervalos de tempo iguais. Um relógio, por exemplo, executa um movimento periódico, assim como a Terra girando em torno do Sol ou dela mesma, ou ainda o nível do mar subindo e descendo de acordo com as marés.


ROY OOMS/MASTERFILE/OTHER IMAGES

MULTIART/SHUTTERSTOCK


SCIENCE PHOTO LIBRARY RF/GETTY IMAGES


SCIENCE PHOTO LIBRARY/LATINSTOCK

F A roda de um carro em movimento descreve sempre um movimento periódico.

V O ponteiro das horas de um relógio em funcionamento dá $\frac{1}{12}$ de volta a cada hora.

F Se um planeta dá uma volta em torno de seu Sol a cada 3 anos, ele dará 3 voltas em 6 anos.

V Se o coração de uma pessoa dá 70 batimentos em 1 minuto, o intervalo entre dois batimentos é de $\frac{1}{70}$ de minuto.

Capítulo 15 Seção 15.1

AS FUNÇÕES SENO E COSSENO

Termos e conceitos

» **Defina** com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir.

função seno: É a função que associa a cada número real *x* o valor do seno desse número.

função cosseno: É a função que associa a cada número real *x* o valor do cosseno desse número.

período: É o menor intervalo no qual uma função periódica repete todos os valores possíveis de sua imagem.
É também o intervalo de tempo entre dois estados idênticos de um movimento periódico.

Guia de estudo

1

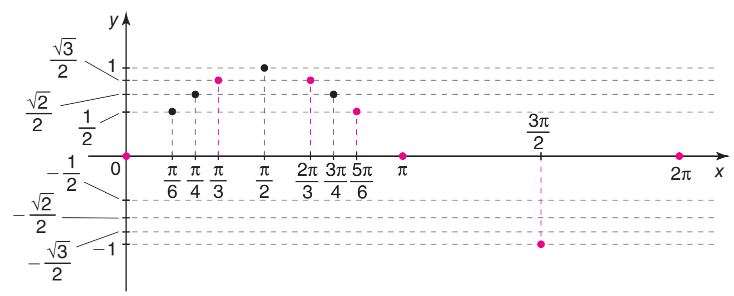
O gráfico da função seno

Encontrei essas informações na(s) página(s) 532 e 533.

» **Determine** os valores de $f(x) = \text{sen}\, x$ para cada x indicado a seguir e complete a tabela.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sen x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0

» Com base na tabela anterior, **represente** no plano cartesiano a seguir os pares ordenados (x, y), em que $y = \text{sen}\, x$.



» **Responda** com suas palavras:

- Existe o valor de $f(x) = \text{sen}\, x$ para qualquer valor real de x?

  Existe o valor de $f(x) = \text{sen}\, x$ para qualquer valor real de x.

- Se sua resposta à questão *a* foi "não existe", quais são os valores reais de x para os quais não existe $f(x) = \text{sen}\, x$?

» **Observe** o gráfico da função seno no livro-texto e **escreva** no quadro a seguir o valor mínimo e o valor máximo dessa função.

Função seno

Valor mínimo: -1

Valor máximo: 1

» **Escreva** o domínio e a imagem da função seno.

$D = \mathbb{R}$

$Im = \{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$

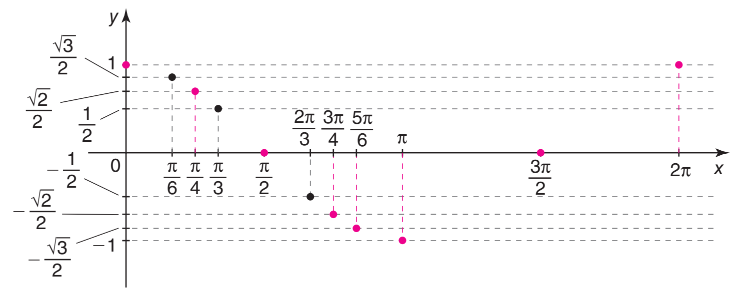
2 O gráfico da função cosseno

Encontrei essas informações na(s) página(s) 537.

» Determine os valores de $f(x) = \cos x$ para cada x indicado a seguir e complete a tabela.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1

» Com base na tabela anterior, **represente** no plano cartesiano a seguir os pares ordenados (x, y), em que $y = \cos x$.



» **Compare** o domínio e o conjunto imagem das funções $f(x) = \text{sen } x$ e $g(x) = \cos x$.

	$f(x) = \text{sen } x$	$g(x) = \cos x$
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Conjunto imagem	$\{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$	$\{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$

» **Imagine** os gráficos das funções $f(x) = \text{sen } x$ e $g(x) = \cos x$. Eles têm a mesma forma? **Descreva** um procedimento para obter o gráfico de f como uma transformação do gráfico de g.

Sim. Como $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \text{sen } x$, temos que o gráfico da função f pode ser obtido por uma translação horizontal de $\frac{\pi}{2}$ para a direita do gráfico de g.

3 Período das funções seno e cosseno

Encontrei essas informações na(s) página(s) 541.

» **Explique** por que podemos afirmar que as funções seno e cosseno são periódicas e determine o período dessas funções.

Essas funções são periódicas porque $\text{sen}(x + 2k\pi) = \text{sen } x$ e $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$, com $k \in \mathbb{Z}$, para qualquer x real. O período dessas funções é 2π.

Resolva os exercícios complementares 1 a 13 e 49.

MOVIMENTOS PERIÓDICOS

Termo e conceito

movimento periódico:

» **Defina** com suas próprias palavras o termo a seguir.

É um mesmo movimento realizado, repetidas vezes, em intervalos de tempo iguais.

Guia de estudo

1

Movimentos periódicos

Encontrei essas informações na(s) página(s) 544 e 545.

» **Leia** a definição e **identifique** o conceito completando a lacuna.

O intervalo de tempo necessário para a realização de cada um dos movimentos periódicos recebe o nome de período.

O número de movimentos periódicos realizados em determinada unidade de tempo é chamado de frequência do movimento.

» **Escreva** a expressão matemática que relaciona o período p e a frequência f de um movimento periódico.

$$p = \frac{1}{f}$$

» A seguir há um exercício parcialmente resolvido. Nos quadros à esquerda, há comentários explicando as etapas da resolução. **Complete** a resolução do exercício.

Exercício

Um sistema cartesiano ortogonal é associado ao plano de uma circunferência de raio 3, de modo que o centro da circunferência coincida com a origem do sistema de eixos. Um ponto P gira sobre essa circunferência no sentido anti-horário com velocidade constante de 2 rotações por minuto. Determine as coordenadas de P cinco segundos depois de passar pelo ponto $A(3, 0)$.

1. Efetuamos a conversão da unidade de frequência: de rotação por minuto para rotação por segundo.

2. Calculamos o período p.

3. Determinamos a medida α do arco $\overset{\frown}{AP}$, por meio de uma regra de três.

4. Para facilitar a visualização, representamos P em um esquema.

5. Determinamos as coordenadas do ponto P.

Resolução

2 rotações por minuto equivalem a $\frac{1}{30}$ rotação por segundo.

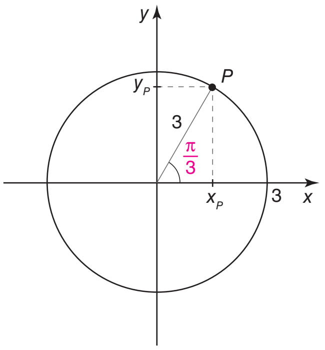
Assim, o período p do movimento periódico é dado por:

$$p = \frac{1}{\frac{1}{30}} = 30$$

Sendo α a medida, em radiano, do arco percorrido pelo ponto P em 5 segundos, temos, pela regra de três:

Medida do arco (rad)	Tempo (segundo)
2π	30
α	5

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$ rad



Assim, a abscissa x_P e a ordenada y_P do ponto P no instante considerado são dadas por:

- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{x_P}{3} \Rightarrow$ $x_P = 3 \cos \frac{\pi}{3} = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
- $\text{sen} \frac{\pi}{3} = \frac{y_P}{3} \Rightarrow$ $y_P = 3 \text{ sen} \frac{\pi}{3} = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Portanto, as coordenadas de P são $\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

Resolva os exercícios complementares 50 a 65.

OUTRAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Termos e conceitos

Defina com suas próprias palavras os termos ou conceitos a seguir.

função tangente:

Sendo D o conjunto dos números reais x para os quais existe tg x, a função que associa cada número x do conjunto D ao valor tg x é chamada de função tangente (y = tg x).

função cotangente:

Sendo D o conjunto dos números reais x para os quais existe cotg x, a função que associa cada número x do conjunto D ao valor cotg x é chamada de função cotangente (y = cotg x).

função cossecante:

Sendo D o conjunto dos números reais x para os quais existe cossec x, a função que associa cada número x do conjunto D ao valor cossec x é chamada de função cossecante (y = cossec x).

função secante:

Sendo D o conjunto dos números reais x para os quais existe sec x, a função que associa cada número x do conjunto D ao valor sec x é chamada de função secante (y = sec x).

Guia de estudo

1

Função tangente

Encontrei essas informações na(s) página(s) 550 e 551.

Represente a seguir a relação que expressa a tangente de um arco trigonométrico x em função do seno e do cosseno de x.

$$\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\cos x}$$

Explique com suas palavras por que não é possível determinar o valor de y = tg x para alguns valores de x e cite alguns desses valores.

Como a tangente de x é o quociente entre o seno de x e o cosseno de x, não podemos determinar o valor de y = tg x para os valores de x em que cos x = 0, pois não é possível dividir por zero. Alguns desses valores são $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$ e $\frac{7\pi}{2}$.

CAD_EST_MAT_CAP 15.indd 163 13.08.10 10:17:42

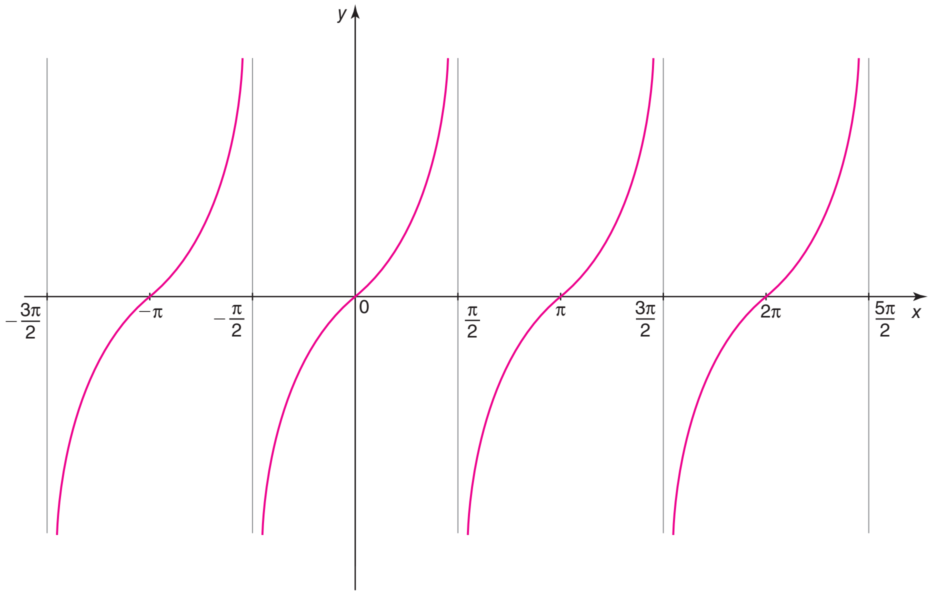
» **Descreva** o domínio, o conjunto imagem e o período da função tangente ($y = \text{tg } x$).

Domínio: $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\right\}$

Imagem: $\mathbb{R}$

Período: π

» **Trace** o esboço do gráfico da função tangente $y = \text{tg } x$.



2 Função cotangente

Encontrei essas informações na(s) página(s) 556.

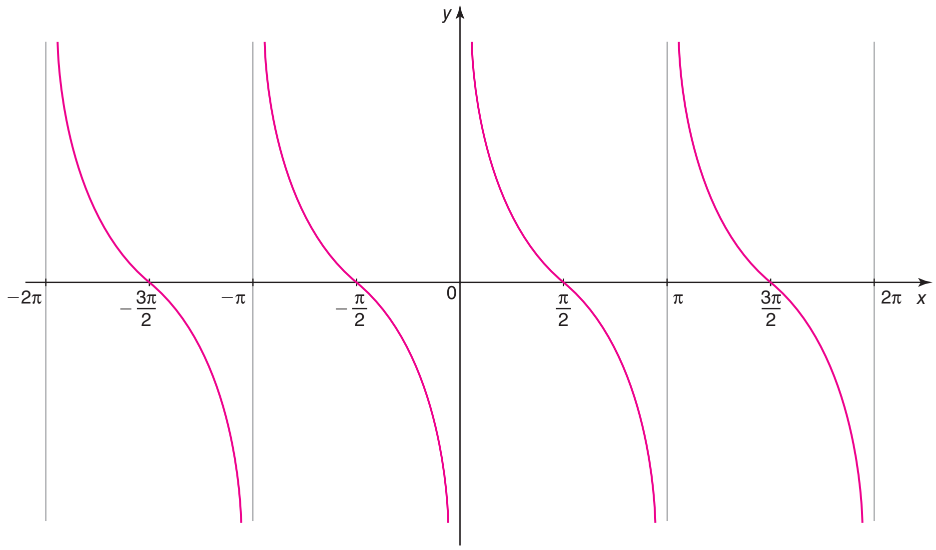
» **Represente** a seguir a relação que expressa a cotangente de um arco trigonométrico x em função do seno e do cosseno de x.

$$\text{cotg } x = \frac{\cos x}{\text{sen } x}$$

» **Observe** o gráfico de $y = \text{cotg } x$ no livro-texto e **explique** por que o domínio dessa função é dado por $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$.

Como a cotangente de x é o quociente do cosseno pelo seno de x, deduzimos que a condição de existência da cotg x é sen $x \neq 0$. Assim, o domínio da função $y = \text{cotg } x$ é o conjunto cujos elementos são as soluções reais da inequação $\cos x \neq 0$.

» **Trace** o esboço da função cotangente $y = \text{cotg } x$.



Resolva os exercícios complementares 14 a 21.

3

Função cossecante

Encontrei essas informações na(s) página(s) 559.

» **Observe** no livro-texto o gráfico da função $y = \text{cossec } x$ e **explique** se há solução para a equação $\text{cossec } x = 0$. Justifique sua resposta.

A equação não tem solução porque a função $y = \text{cossec } x$ não possui o zero em sua imagem.

» A função $y = \text{cossec } x$ é definida para $x = \pi$? Justifique sua resposta.

Como cossec x pode ser dada pelo inverso de sen x, desde que sen $x \neq 0$, não podemos determinar cossec π porque sen $\pi = 0$.

4

Função secante

Encontrei essas informações na(s) página(s) 559 e 561.

» **Imagine** os gráficos das funções $f(x) = \text{cossec } x$ e $g(x) = \sec x$. Eles têm a mesma forma? **Descreva** um procedimento para obter o gráfico de g como uma transformação do gráfico de f.

Sim. Como $\text{cossec}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sec x$, temos que o gráfico da função $g(x) = \sec x$ pode ser obtido por uma translação horizontal de $\frac{\pi}{2}$ para a esquerda do gráfico de f.

Resolva os exercícios complementares 22 a 27.

Capítulo 15 Seção 15.4

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

Termos e conceitos

Defina com suas próprias palavras os termos a seguir:

função arco-seno: É a função que associa cada número real x do intervalo $[-1, 1]$ ao número real y tal que sen $y = x$.

função arco-cosseno: É a função que associa cada número real x do intervalo $[-1, 1]$ ao número real y tal que cos $y = x$.

função arco-tangente: É a função que associa cada número real x ao número real y tal que tg $y = x$.

Guia de estudo

1 Função arco-seno

Encontrei essas informações na(s) página(s) 565 e 566.

Complete a tabela, **escrevendo** os valores dos arcos-senos indicados.

arcsen -1	arcsen $-\frac{1}{2}$	arcsen 0	arcsen $\frac{1}{2}$
$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$

arcsen $\frac{\sqrt{2}}{2}$	arcsen $\frac{\sqrt{3}}{2}$	arcsen 1
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

Descreva o domínio e o conjunto imagem da função $y = \text{arcsen } x$.

Domínio: $[1, -1]$

Imagem: $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

Resolva os exercícios complementares 28 a 34.

2 Função arco-cosseno

Encontrei essas informações na(s) página(s) 568 e 569.

Descreva o domínio e o conjunto imagem da função $y = \text{arccos } x$.

Domínio: $[1, -1]$

Imagem: $[0, \pi]$

Resolva os exercícios complementares 35 a 41.

3 Função arco-tangente

Encontrei essas informações na(s) página(s) 571.

Descreva o domínio e o conjunto imagem da função $y = \text{arctg } x$.

Domínio: $\mathbb{R}$

Imagem: $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

Resolva os exercícios complementares 42 a 48.

FECHANDO O CAPÍTULO

» **Liste** os exercícios do livro-texto que você não conseguiu resolver.

resposta pessoal

» Agora **formule** questões que o ajudarão a resolver os exercícios listados acima.

resposta pessoal

» Reúna-se com um colega e peça-lhe que esclareça as dúvidas que você levantou na questão anterior. A seguir, esclareça as dúvidas levantadas por ele. Se as dúvidas persistirem, perguntem a seu professor.

resposta pessoal

Sintetize

» **Complete o esquema** a seguir que relaciona os principais conceitos aprendidos no capítulo.

Função	$y = \text{sen } x$	$y = \cos x$	$y = \text{tg } x$
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\right\}$
Imagem	$\{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$	$\{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$	$\mathbb{R}$
Período	2π	2π	2π

Função	$y = \text{cotg } x$	$y = \text{cossec } x$	$y = \sec x$
Domínio	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$	$\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\right\}$
Imagem	$\mathbb{R}$	$\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq -1 \text{ ou } y \geq 1\}$	$\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq -1 \text{ ou } y \geq 1\}$
Período	π	2π	2π

Organizador de estudos

» **Use** a tabela abaixo para acompanhar o progresso de seus estudos. Ao completar cada atividade do *Caderno do estudante* ou revisão do livro-texto, **marque** um X ou **escreva** a data em que realizou a atividade na linha correspondente.

☐ Atividades do *Caderno do estudante* ☐ Livro-texto

Capítulo 15	
Abertura	
Seção 15.1	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Para começar o estudo	
Seção 15.1	
Conteúdo digital	
Seção 15.2	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 15.2	
Conteúdo digital	
Seção 15.3	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 15.3	
Seção 15.4	
Exercícios resolvidos	
Exercícios propostos	
Seção 15.4	
Exercícios complementares	
Exercícios de revisão cumulativa	
Análise da resolução	
Fechando o capítulo	