

# Equações Diofantinas

Cleuber Nascimento

**Problem.** 1. Encontre todas as soluções da equação  $2x^2 + xy - 7 = 0$

**Problem.** 2. Encontre todas as soluções da equação  $(x - 1)^2 + (x + 1)^2 = y^2 + 1$

**Problem.** 3. Encontre todas as soluções inteiras positivas da equação abaixo:

$$y^2 - x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 1$$

**Problem.** 4. Ache todas as soluções racionais da equação:

$$x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z = 1$$

**Problem.** 5. Encontre as soluções inteiras positivas da equação:

$$2^x \cdot 3^y = 1 + 5^z$$

**Problem.** 6. Resolva o sistema abaixo:

$$\begin{cases} x^6 + x^3 + x^3y + y = 147^{157} \\ x^3 + x^3y + y^2 + y + z^9 = 157^{147} \end{cases}$$

**Problem.** 7. Quantas soluções tem o sistema de equações diofantinas abaixo:

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = y^5 \\ x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 = z^2 \\ x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 + x_4^5 = t^3 \end{cases}$$

## Polinômios

**Problem.** 1. Qual o resto da divisão do polinômio  $x^{9999} + x^{8888} + \dots + 1$  por  $x^9 + x^8 + x^7 + \dots + 1$

**Problem.** 2. Seja  $P(x)$  um polinômio de grau 16 e coeficientes inteiros:

a) Sabendo que  $P(x)$  assume ímpares para  $x = 0$  e  $x = 1$ , ache suas raízes inteiras.

b) Sabendo que  $P(x) = 7$  para quatro valores de  $x$ , inteiros e diferentes, para quantos valores inteiros de  $x$ ,  $P(x)$  assume valor 14?

**Problem. 3.** Quando o polinômio  $x^{2005} + x + 2$  é dividido por  $x^2 - 1$ , o resto é dado por:  
a)  $2x - 2$     b)  $-2x - 2$     c)  $-2x + 2$     d)  $2$     e)  $2x + 2$

**Problem. 4.** Se  $P(x)$  é um polinômio do 5° grau que satisfaz as condições  $1 = P(1) = P(2) = P(3) = P(5)$  e  $P(6) = 0$ , então:

a)  $P(0) = 4$

b)  $P(0) = 3$

c)  $P(0) = 9$

d)  $P(0) = 2$

e)  $P(0) = 0$