

Equações Diofantinas

Cleuber Nascimento

Problem. 1. Encontre todas as soluções da equação $2x^2 + xy - 7 = 0$

Problem. 2. Encontre todas as soluções da equação $(x - 1)^2 + (x + 1)^2 = y^2 + 1$

Problem. 3. Encontre todas as soluções inteiras positivas da equação abaixo:

$$y^2 - x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 1$$

Problem. 4. Ache todas as soluções racionais da equação:

$$x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z = 1$$

Problem. 5. Encontre as soluções inteiras positivas da equação:

$$2^x \cdot 3^y = 1 + 5^z$$

Problem. 6. Resolva o sistema abaixo:

$$\begin{cases} x^6 + x^3 + x^3y + y = 147^{157} \\ x^3 + x^3y + y^2 + y + z^9 = 157^{147} \end{cases}$$

Problem. 7. Quantas soluções tem o sistema de equações diofantinas abaixo:

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = y^5 \\ x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 = z^2 \\ x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 + x_4^5 = t^3 \end{cases}$$

Polinômios

Problem. 1. Qual o resto da divisão do polinômio $x^{9999} + x^{8888} + \dots + 1$ por $x^9 + x^8 + x^7 + \dots + 1$

Problem. 2. Seja $P(x)$ um polinômio de grau 16 e coeficientes inteiros:

a) Sabendo que $P(x)$ assume ímpares para $x = 0$ e $x = 1$, ache suas raízes inteiras.

b) Sabendo que $P(x) = 7$ para quatro valores de x , inteiros e diferentes, para quantos valores inteiros de x , $P(x)$ assume valor 14?

Problem. 3. Quando o polinômio $x^{2005} + x + 2$ é dividido por $x^2 - 1$, o resto é dado por:
a) $2x - 2$ b) $-2x - 2$ c) $-2x + 2$ d) 2 e) $2x + 2$

Problem. 4. Se $P(x)$ é um polinômio do 5° grau que satisfaz as condições $1 = P(1) = P(2) = P(3) = P(5)$ e $P(6) = 0$, então:

a) $P(0) = 4$

b) $P(0) = 3$

c) $P(0) = 9$

d) $P(0) = 2$

e) $P(0) = 0$