Estratégia
Militares

Aula 02

Cinemática Vetorial e Movimento circular

Prof. Vinícius Fulconi

Sumário

Apresentação

Querido aluno(a), seja bem-vindo(a) à nossa primeira aula!

Sou o professor **Vinícius Fulconi**, tenho vinte e cinco anos e estou cursando Engenharia Aeroespacial no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Irei contar um pouco sobre minha trajetória pessoal, passando pelo mundo dos vestibulares com minhas principias aprovações, até fazer parte da equipe de física do Estratégia Militares.

No ensino médio, eu me comportava como um aluno mediano. No final do segundo ano do ensino médio, um professor me desafiou com a seguinte declaração: *Você **nunca vai passar** no ITA!* Essa fala do professor poderia ter sido internalizada como algo desestimulador e, assim como muitos, eu poderia ter me apegado apenas ao que negritei anteriormente. Muitos desistiriam! Entretanto, eu preferi negritar e gravar "***Você vai passar** no ITA!*

Querido aluno(a), a primeira lição que desejo te mostrar não é nenhum conteúdo de física. Quero que transforme seu sonho em vontade de vencer. Transforme seus medos e incapacidades em desafios a serem vencidos. Haverá muitos que duvidarão de você. O mais importante é você acreditar! **Nós do Estratégia Militares acreditamos no seu potencial** e ajudaremos você a realizar seu sonho!

Sonhos | Perseverança e trabalho duro | Realizações

Após alguns anos estudando para o ITA, usando muitos livros estrangeiros, estudando sem planejamento e frequentando diversos cursinhos do segmento, realizei meu sonho e entrei em umas das melhores faculdades de engenharia do mundo. 😊 Além de passar no ITA, ao longo da minha preparação, fui aprovado no IME, UNICAMP, Medicina (pelo ENEM) e fui medalhista na Olimpíada Brasileira de Física.

Minha resiliência e grande experiência em física, que obtive estudando por diversas plataformas e livros, fez com que eu me tornasse professor de física do Estratégia Militares. Tenho muito orgulho em fazer parte da família Estratégia e hoje, se você está lendo esse texto, também já é parte dela. Como professor, irei te guiar por toda física, alertando sobre os erros que cometi na minha preparação, mostrando os pontos em que obtive êxito e, assim, conseguirei identificar quais são seus pontos fortes e fracos, maximizando seu rendimento e te guiando até à faculdade dos seus sonhos.

Você deve estar se perguntando: **O que é necessário para começar esse curso?**

ALERTA!

Esse curso exige do candidato apenas **dedicação**, **perseverança** e **vontade de vencer**.

1. Deslocamento Vetorial

Considere um corpo que parte do ponto A e percorre uma determinada trajetória, chegando ao ponto B. Os vetores posição da partícula, em relação a um sistema de coordenadas, é mostrado na figura abaixo.

Perceba, novamente, que é muito importante trabalharmos com sistema de referência. Não deixe de adotar o seu referencial.

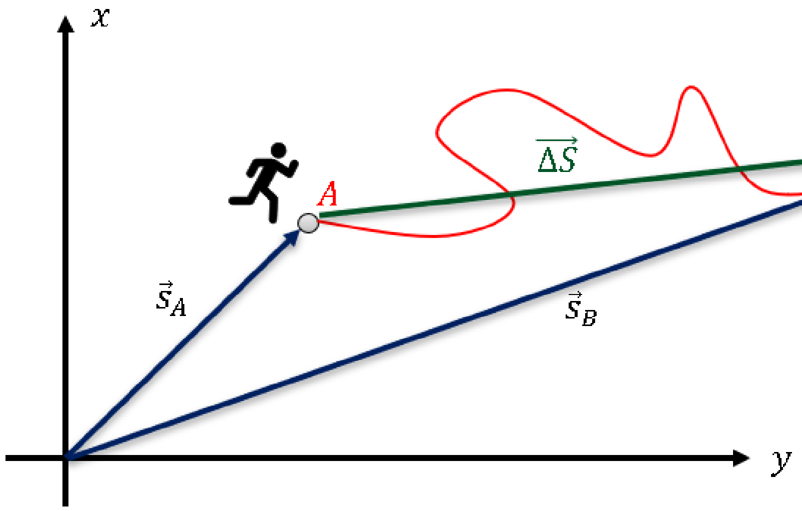


Figura 1: Deslocamento de um corpo feito pela trajetória em vermelho.

Percebemos que o deslocamento da pessoa é realizado pela trajetória em vermelho. Como já vimos na aula anterior, o deslocamento é o comprimento da trajetória e, portanto, é o comprimento do traço vermelho.

O deslocamento vetorial é um vetor que liga o ponto A ao ponto B. A origem do vetor está no ponto A (situação inicial) e a extremidade no vetor está no ponto B (Situação final).

Podemos interpretar o deslocamento vetorial como sendo a diferença entre o vetor posição final e o vetor posição inicial.

Desta maneira, temos:

$$\boxed{\overrightarrow{\Delta S} = \vec{S}_B - \vec{S}_A}$$

"O deslocamento vetorial leva em consideração apenas a situação inicial e a situação final do corpo."

1.1 Deslocamento relativo vetorial

Considere os dois corpos abaixo com seus respectivos vetores posição e seus respectivos vetores velocidade.

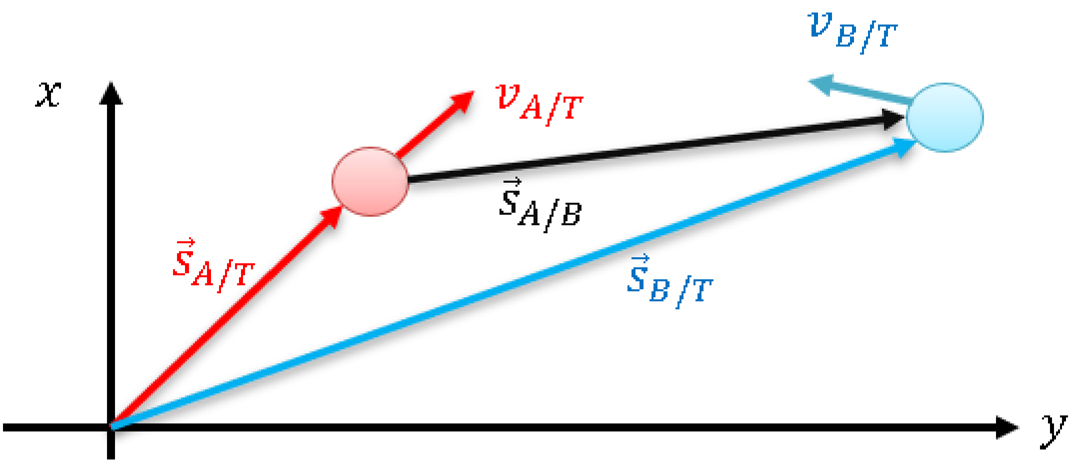


Figura 2: Móveis em relação a um sistema cartesiano.

O deslocamento relativo entre os corpos vermelho e azul é dado por:

$$\boxed{\vec{s}_{A/B} = \vec{s}_{A/T} - \vec{s}_{B/T}}$$

$\vec{s}_{A/B}$ – Deslocamento do corpo A em relação ao corpo B.

$\vec{s}_{A/T}$ – Deslocamento do corpo A em relação à Terra.

$\vec{s}_{B/T}$ – Deslocamento do corpo B em relação à Terra.

2. Velocidade relativa vetorial

A velocidade relativa vetorial revela a composição de movimentos proposta por Galileu. Considere dois corpos se movimentando no espaço com determinadas velocidades em relação à Terra.

Figura 3: Móveis e seus vetores velocidade.

A velocidade relativa entre os corpos é dada por:

$$\boxed{\vec{v}_{A/B} = \vec{v}_{A/T} - \vec{v}_{B/T}}$$

$\vec{v}_{A/B}$ – Velocidade do corpo A observada pelo referencial de B.

$\vec{v}_{A/T}$ – Velocidade do corpo A em relação à Terra.

$\vec{v}_{B/T}$ – Velocidade do corpo B em relação à Terra.

2.1 Velocidade vetorial média

A velocidade vetorial média leva em consideração apenas o vetor deslocamento. Desta maneira, apenas a situação inicial e a situação são consideradas.

$$\boxed{\overrightarrow{v_m} = \frac{\overrightarrow{\Delta S}}{\Delta t}}$$

"Se um corpo parte de um ponto e, após realizar uma determinada trajetória, volta para o mesmo ponto, o deslocamento vetorial é nulo e, portanto, a velocidade média também é nula."

3. Problemas envolvendo correntezas

Considere um barco que está em uma das margens de um rio de largura L. A velocidade da correnteza desse rio é $\vec{V}_c$. Iremos definir algumas grandezas importante para este tipo de movimento.

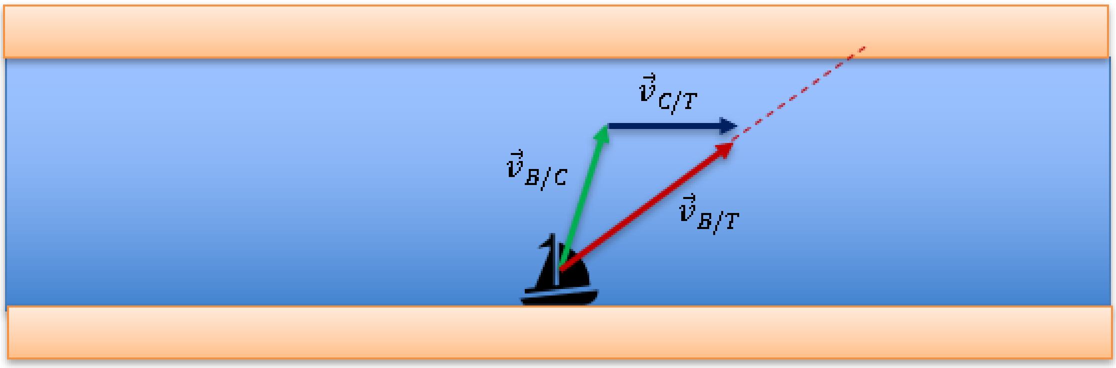


Figura 4: Deslocamento de um barco em uma correnteza.

Velocidade do barco em relação às águas (correnteza) - $\vec{v}_{B/C}$

- É para onde o barco aponta.
- É a velocidade medida pelo velocímetro do barco.

Velocidade do barco em relação à terra - $\vec{v}_{B/T}$

- É a velocidade que o barco tem em relação a um pessoa parada nas margens do rio.
- Mostra a direção que o barco segue em relação ao observador parado nas margens.

Velocidade da correnteza - $\vec{v}_{C/T}$

- É a velocidade das águas do rio.
- É sempre paralelas às margens do rio.

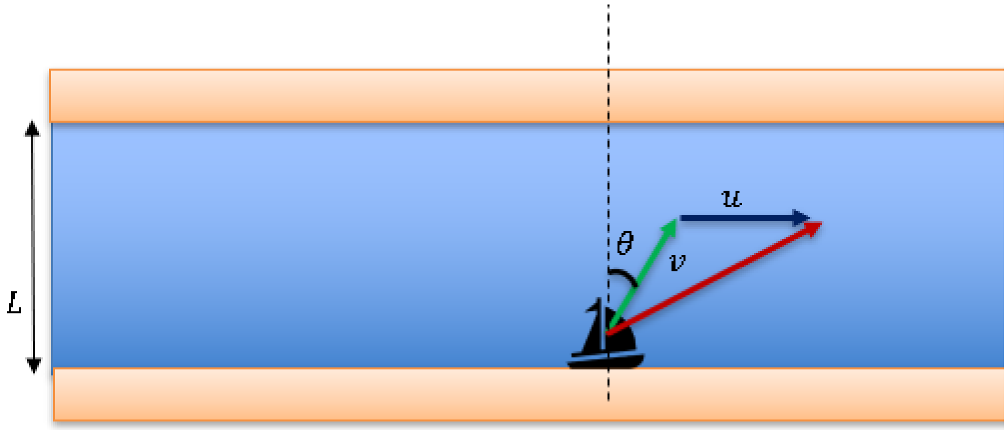
O movimento do barco em um rio, em relação à terra, será a composição entre o movimento do barco relativo às águas e a movimentação da correnteza. Em outras palavras, o movimento do barco é uma composição vetorial de movimentos.

$$\boxed{\vec{v}_{B/T} = \vec{v}_{B/C} + \vec{v}_{C/T}}$$

Desta maneira, temos a seguinte situação:

O barco aponta na direção do vetor em vetor. Entretanto, a correnteza modifica sua trajetória original (verde), deslocando-o para a direita. Assim, o barco seguirá a trajetória em vermelho até a outra margem. Lembre-se que a trajetória em vermelho é a composição entre a trajetória em verde e o deslocamento feito pela correnteza.

Exemplo 1: Um barco tem velocidade v em relação às águas. A velocidade do rio vale u e a largura do rio vale L.



a) Calcule o tempo de travessia supondo um ângulo genérico θ.

b) Calcule o tempo mínimo de travessia.

C) Calcule o tempo de travessia para que a distância percorrida pelo barco seja mínima.

Comentário:

a)

Para calcular o tempo de travessia, podemos decompor a velocidade do barco em relação às águas na direção do deslocamento que conhecemos (Largura do rio).

$$\boxed{t = \frac{L}{v \cdot cos\theta}}$$

b)

Para que o tempo seja mínimo, podemos maximizar o cosseno. Pois, quanto maior o valor de cosseno menor será a fração e, portanto, menor será o tempo.

O maior valor assumido pelo cosseno é 1. Portanto,

$$cos\theta = 1 \quad \rightarrow \quad \theta = 0°$$

Desta maneira, temos:

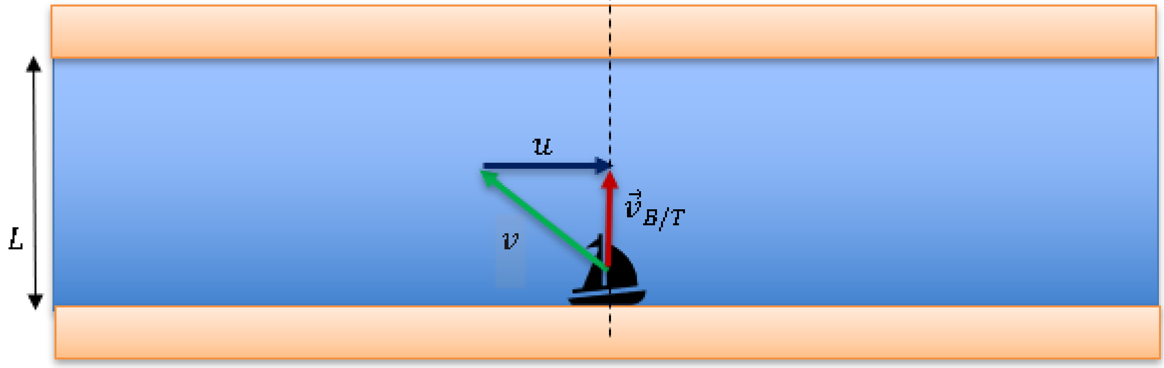
$$\boxed{t_{mín} = \frac{L}{v}}$$

Observação importante: O tempo de travessia será mínimo sempre que o barco for posicionado perpendicularmente às margens do rio.

c)

Para que o barco percorra a menor distância possível, o deslocamento dele deve ser perpendicular às margens do rio. Ou seja, ele deve percorrer a distância L.

Para que isso ocorra, devemos ter a seguinte situação:



Podemos encontrar o vetor $\vec{v}_{B/T}$, fazendo Pitágoras no triângulo da figura.

$$v^2{}_{B/T} + u^2 = v^2$$

$$v_{B/T} = \sqrt{v^2 - u^2}$$

Desta maneira, o tempo de travessia é:

$$t = \frac{L}{v_{B/T}}$$

$$\boxed{t = \frac{L}{\sqrt{v^2 - u^2}}}$$

4. Movimento circular e uniforme

Através da nomenclatura do movimento, podemos extrair as principais informações sobre o movimento retilíneo e uniforme.

Movimento:

- A velocidade do corpo é diferente de zero. Ou seja, o corpo não está em repouso.

Circular:

- A trajetória da partícula é uma circunferência.
- A aceleração centrípeta é diferente de zero.

Uniforme:

- O módulo da velocidade não varia. É um valor constante.
- A aceleração tangencial do corpo é nula.

4.1 Aceleração centrípeta e tangencial

Para que um corpo consiga realizar uma trajetória circular, é preciso que haja uma aceleração apontando para o centro da trajetória do movimento. Essa aceleração é chamada de centrípeta.

Considere um automóvel realizando um movimento circular e uniforme de raio R com velocidade de módulo constante V.

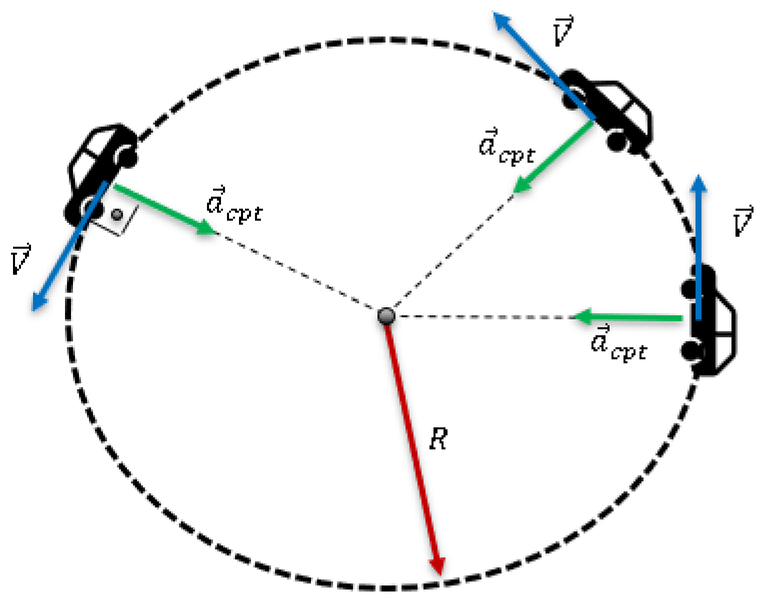


Figura 5: Corpo em MCU.

Perceba que a aceleração centrípeta é sempre perpendicular a velocidade e aponta para o centro da trajetória do corpo. Além disso, perceba que o vetor velocidade da partícula não é constante. O módulo da velocidade se mantém constante, mas a direção e o sentido estão mudando a cada instante de tempo.

Agora, veremos mais afundo sobre a aceleração centrípeta e a aceleração tangencial.

Aceleração centrípeta:

Direção:

- Reta que une o centro da trajetória e o corpo.

Sentido:

- Aponta para o centro da trajetória.

Módulo:

$$\boxed{\left|\vec{a}_{cpt}\right| = \frac{v^2}{R}}$$

Em que v é o modulo da velocidade instantânea do corpo e R é o raio da trajetória.

Observação importante:

A aceleração centrípeta modifica a direção e o sentido da velocidade. Não modifica o módulo da velocidade do corpo.

Aceleração tangencial:

Direção:

- Reta tangente à circunferência

Sentido:

- Depende das forças envolvidas sobre o corpo.

Módulo:

- O módulo da aceleração tangencial é o mesmo que utilizávamos nas equações do Movimento Retilíneo uniformemente variado.

O movimento circular e uniforme não tem aceleração tangencial pois o módulo da sua velocidade é constante. Veremos no próximo tópico, o MCUV. Nesse movimento, o módulo da velocidade do corpo irá variar e, portanto, haverá aceleração tangencial. Entretanto, para que você entenda melhor, considere um corpo que não possui o módulo da velocidade constante. Esse corpo possui aceleração tangencial a_T. Considere que no instante igual a zero o corpo passe pela posição 1 com velocidade V.

No instante de tempo igual a 2 segundos, o corpo está na posição 2. Sua velocidade não é mais a mesma da anterior. Podemos descobrir a velocidade nesse instante fazendo:

$$v(t) = v_o \pm a.t$$

$$\boxed{v(2) = V + 2a_T}$$

No instante de tempo igual a 5 segundos, o corpo está na posição 3. Sua velocidade não é mais a mesma novamente. Podemos descobrir a velocidade nesse instante fazendo:

$$v(t) = v_o \pm a.t$$

$$\boxed{v(5) = V + 5a_T}$$

Veja a figura abaixo, representando a situação.

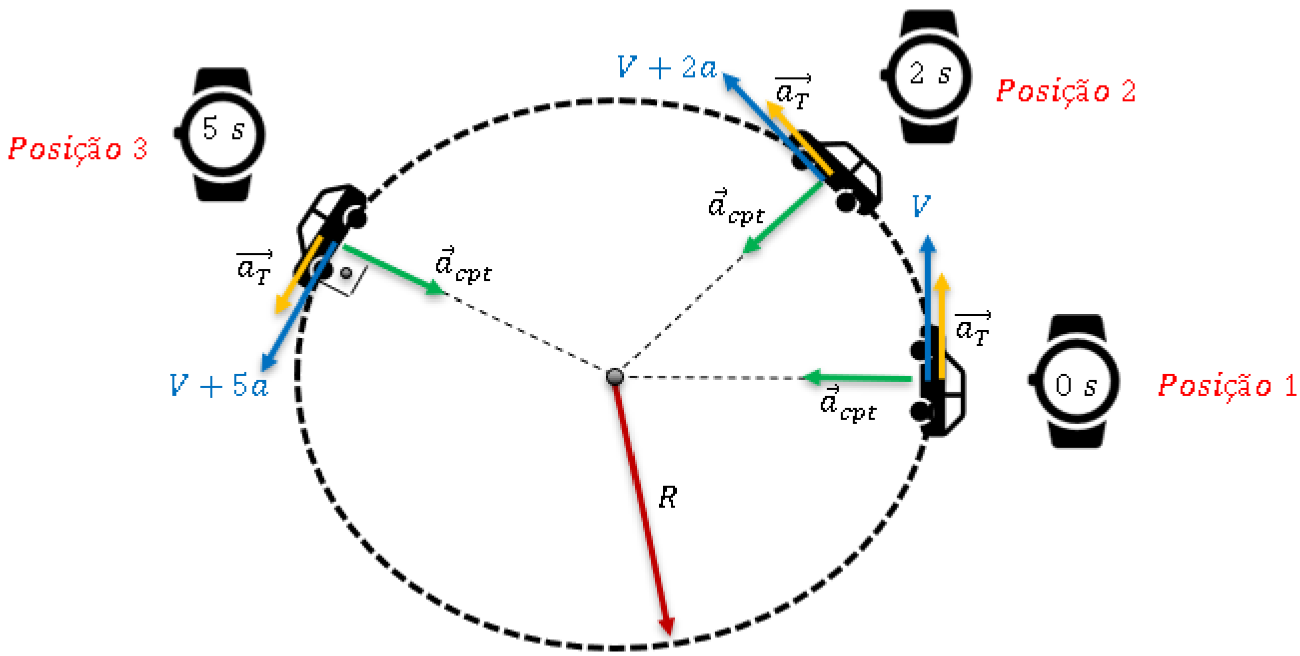


Figura 6: Corpo se movendo em um movimento circular em que a velocidade não é constante. ***Lembre que o movimento acima não é um MCU. No MCU a aceleração tangencial é nula.***

Perceba que agora a velocidade está mudando devido à presença da aceleração tangencial. Além disso, a aceleração tangencial é perpendicular à aceleração centrípeta.

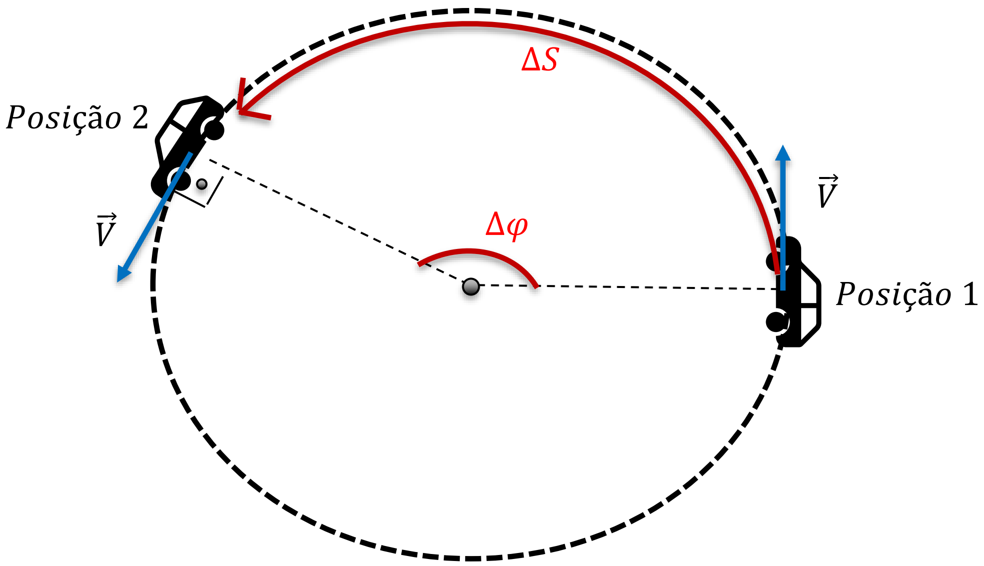
A aceleração tangencial é a aceleração que modifica apenas o modulo da velocidade do corpo.

Para finalizar, veja o quadro comparativo abaixo:

Aceleração centrípeta	Aceleração tangencial
Modifica a direção e o sentido da velocidade. Não modifica o módulo da velocidade do corpo.	Modifica apenas o modulo da velocidade do corpo.

4.2 Grandezas do movimento circular uniforme

Considere um corpo realizando um movimento circular e uniforme com velocidade V. O corpo parte da posição 1 no instante de tempo igual a zero e após Δt segundos está na posição 2. Iremos definir algumas grandezas para o movimento circular.



Deslocamento angular

É o ângulo varrido pelo corpo ao se deslocar de uma posição para outra no movimento circular. Na figura acima, temos:

$$\Delta\varphi - Deslocamento\ angular$$

Podemos relacionar o deslocamento angular ao deslocamento escalar ΔS realizado pela partícula.

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{\Delta S}{R}}$$

Velocidade angular

É a velocidade de rotação de um objeto.

$$\omega - Velocidade\ angular$$

Podemos associar a velocidade angular de um corpo com sua velocidade linear $\vec{V}$.

$$\boxed{\omega = \frac{v}{R}}$$

Se o módulo da velocidade do corpo for um valor constante, como é o caso do MCU, podemos fazer que:

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}$$

Frequência

A frequência é uma grandeza que mede a quantidade de oscilações em relação a um período de tempo.

$$\boxed{f = \frac{n}{\Delta t}}$$

Para o movimento circular, temos:

$$n - Número\ de\ voltas$$

$$\Delta t - Intervalo\ de\ tempo$$

Período

É o tempo necessário para que o corpo realiza uma volta completa. Podemos encontrar o período fazendo:

$$\boxed{T = \frac{1}{f}}$$

Relação entre frequência, período e velocidade angular

Podemos relacionar essas três grandezas da seguinte maneira.

$$\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$$

4.3 Equações gerais do MCU

Considere um corpo que parte de uma posição genérica, cujo ângulo inicial é φ_0. A posição final do corpo é φ_f. O corpo leva t segundos para ir de um posição para a outra.

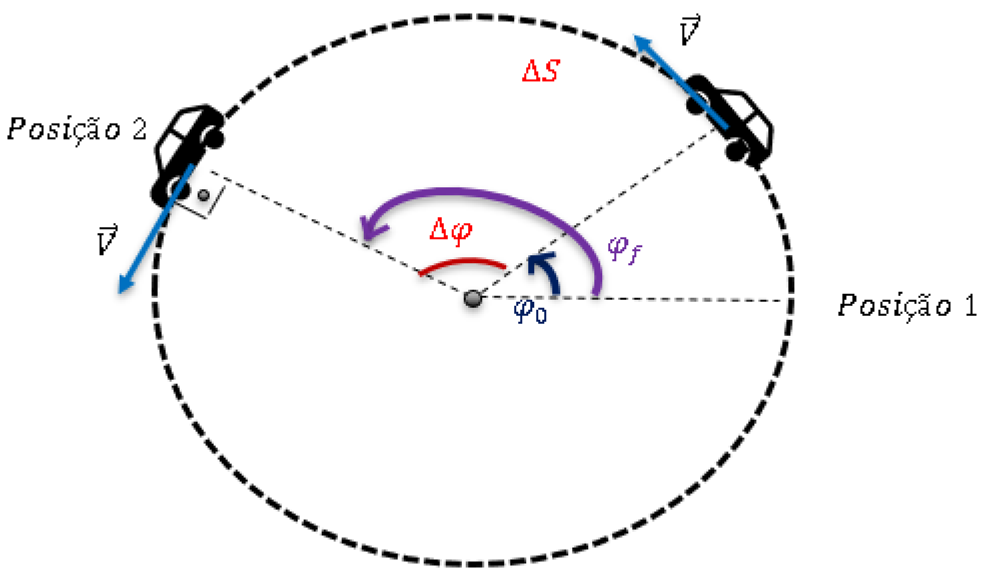


Figura 7: Movimento Circular e uniforme.

A equação para o movimento circular e uniforme é dada por:

$$\boxed{\varphi_f = \varphi_0 + \omega \cdot t}$$

Note que:

$$\varphi_f - \varphi_0 = \Delta\varphi$$

Desta maneira, temos:

$$\boxed{\Delta\varphi = \omega \cdot t}$$

Percebemos a grande semelhança com o MRU. Realmente, as equações são muito parecidas. Veja a tabela comparativa abaixo.

	Movimento Retilíneo Uniforme	**Movimento Circular Uniforme**
Velocidade	v	$\omega = \frac{v}{R}$
Deslocamento	ΔS	$\Delta\varphi = \frac{\Delta S}{R}$
Equação do movimento	$S_f = S_0 \pm v \cdot t$	$\varphi_f = \varphi_0 \pm \omega \cdot t$

Exemplo 2:

Um corpo em movimento circular tem frequência de 500 rpm. Se a trajetória tem 20 cm de raio, calcule:

a) a frequência em hertz.

b) o período em segundos.

c) a velocidade angular.

d) a velocidade linear.

Comentários:

a)

Basta transformar a unidade da frequência:

$$f = \frac{500}{60} = \frac{25}{3} = 8{,}33\ Hz$$

b)

O período é o inverso da frequência:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{3}{25} = 0{,}12\ s$$

c)

Podemos calcular a velocidade angular a partir da frequência:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi.\frac{25}{3} = \frac{50\pi}{3}\ rad/s$$

d)

Para chegarmos à velocidade linear, basta lembrarmos da relação entre as velocidades:

$$v = \omega.r = \frac{50\pi}{3}.20 = \frac{1000\pi}{3} cm/s$$

Exemplo 3:

Dois carros percorrem uma circunferência de raio R no mesmo sentido e com módulos de velocidades constantes v_1 e v_2, com $v_2 > v_1$. No instante inicial, $t_0 = 0$, os dois carros estão no mesmo ponto. Determine o instante em que ocorre o próximo encontro.

Comentários:

Vamos adotar como origem dos espaços o ponto onde $t_0 = 0$. Dessa forma, temos que $s_{0_1} = s_{0_2}$.

No ponto de encontro, o mais rápido terá andado uma volta de vantagem sobre o mais lento:

$$s_2 = s_1 + 2\pi.R$$

$$v_2.t_E = v_1.t_E + 2\pi.R$$

$$\therefore \boxed{t_E = \frac{2\pi.R}{v_2 - v_1}}$$

5. Movimento Circular Uniformemente Variado

Através da nomenclatura do movimento, podemos extrair as principais informações sobre o movimento retilíneo e uniforme.

Movimento:

- A velocidade do corpo é diferente de zero. Ou seja, o corpo não está em repouso.

Circular:

- A trajetória da partícula é uma circunferência.
- A aceleração centrípeta é diferente de zero.

Uniformemente variado:

- A velocidade do corpo é constante
- A aceleração tangencial do corpo não é nula.

Neste caso, o módulo da velocidade do corpo não é constante. A velocidade muda ao longo do tempo. Além disso, o corpo possui duas acelerações: Tangencial e Centrípeta.

Considere o movimento circular uniformemente variado abaixo. O carro leva $t\ segundos$ para ir da posição 1 para a posição 2.

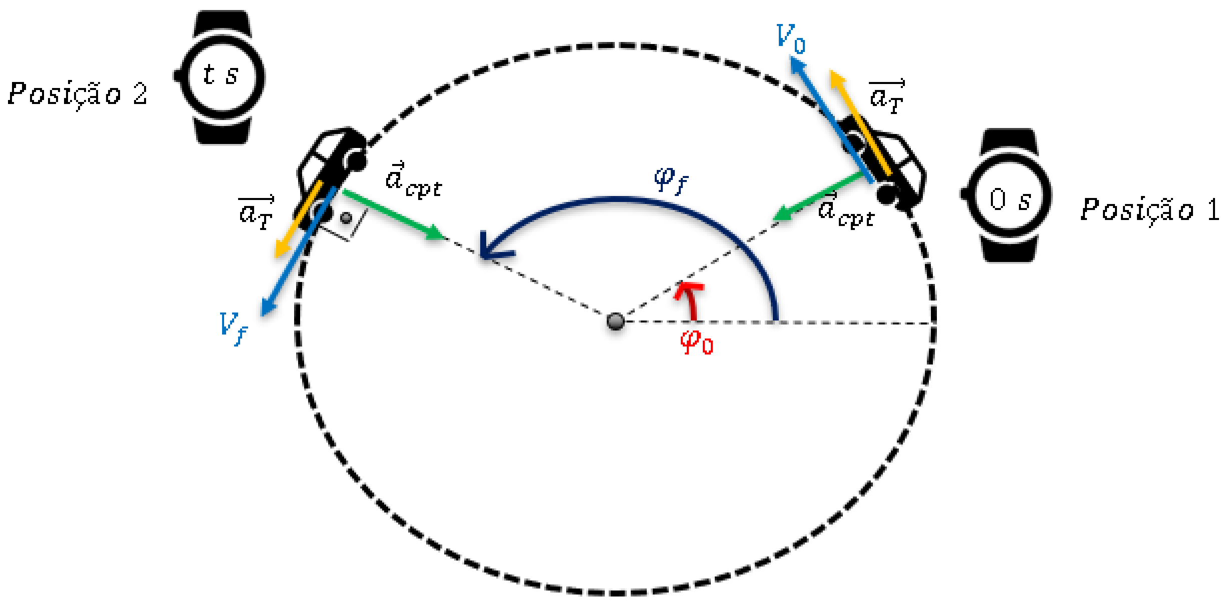


Figura 8: Movimento Circular Uniformemente Variado.

Velocidade do corpo em função do tempo

Agora, o corpo possui aceleração escalar tangencial. Desta maneira, o módulo da velocidade varia.

$$\boxed{V_f = V_0 + a_T \cdot t}$$

Podemos dividir todos os termos da equação acima por R.

$$\frac{V_f}{R} = \frac{V_0}{R} + \frac{a_T}{R} \cdot t$$

$$\frac{V_f}{R} = \omega_f - Velocidade\ angular\ final\ do\ corpo$$

$$\frac{V_0}{R} = \omega_0 - Velocidade\ angular\ inicial\ do\ corpo$$

Um novo termo surge:

$$\boxed{\alpha = \frac{a_T}{R} = Aceleração\ angular}$$

A aceleração angular é a razão entre a aceleração tangencial e o raio da trajetória.

Desta maneira, temos:

$$\boxed{\omega_f = \omega_0 + \alpha \cdot t}$$

Deslocamento do corpo em função do tempo.

O deslocamento escalar do corpo em função do tempo é dado por:

$$S_f = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{a_T \cdot t^2}{2}$$

Podemos dividir todos os termos da equação acima por R.

$$\frac{S_f}{R} = \frac{S_0}{R} + \frac{V_0}{R} \cdot t + \frac{a_T}{R} \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$\boxed{\varphi_f = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\alpha \cdot t^2}{2}}$$

Podemos escrever também:

$$\varphi_f - \varphi_0 = +\omega_0 \cdot t + \frac{\alpha \cdot t^2}{2}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{\alpha \cdot t^2}{2}}$$

Torricelli para o MCUV

Podemos aplicar a equação de Torricelli para o MCUV.

$$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a_T \cdot \Delta S$$

Dividindo por R², temos:

$$\frac{v_f^2}{R^2} = \frac{v_0^2}{R^2} + 2 \cdot \frac{a_T}{R} \cdot \frac{\Delta S}{R}$$

Assim, temos:

$$\boxed{\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot a_T \cdot \Delta S}$$

Percebemos que as equações são muito parecidas com as equações do MRUV. Veja o quadro comparativo.

	Movimento Retilíneo Uniformemente Variado	Movimento Circular Uniformemente Variado
Aceleração	a_T	$\alpha = \frac{a_T}{R}$
Velocidade	$V_f = V_0 + a_T \cdot t$	$\omega_f = \omega_0 + \alpha \cdot t$
Deslocamento	$\Delta S = V_0 \cdot t + \frac{a_T \cdot t^2}{2}$	$\Delta\varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{\alpha \cdot t^2}{2}$
Torricelli	$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a_T \cdot \Delta S$	$\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot a_T \cdot \Delta S$

Exemplo 4:

Um móvel descrevendo um MCUV tem velocidade angular igual a $10\,\pi\, rad/s$ em $t = 0$ e velocidade angular igual a $24\,\pi\, rad/s$, em um intervalo de tempo igual a 7 segundos. Calcule:

a) a aceleração angular;

b) a função horária da velocidade angular;

c) quantas voltas o móvel executa nesse Δt.

Comentários:

a)

Utilizando a definição de aceleração angular média, pois no MCUV, $\gamma = \gamma_m$, temos que:

$$\gamma = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{24\pi - 10\pi}{7 - 0} = 2\pi\, rad/s^2$$

b)

A função horária da velocidade angular é dada por:

$$\omega = \omega_0 + \gamma . t$$

$$\boxed{\omega = 10\pi + 2\pi . t}$$

c)

Vamos calcular o espaço descrito pelo móvel, utilizando a equação de Torricelli:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2.\gamma.\Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi = \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{2.\gamma} \Rightarrow \boxed{\Delta\varphi = 119\pi}$$

A cada 2π ele realiza uma volta, então, em $119\pi = 118\pi + \pi = 59.2\pi + \pi$

Logo o móvel dá 59 voltas mais meia volta.

6. Acoplamentos

6.1 Acoplamentos por corrente e engrenagens tangentes

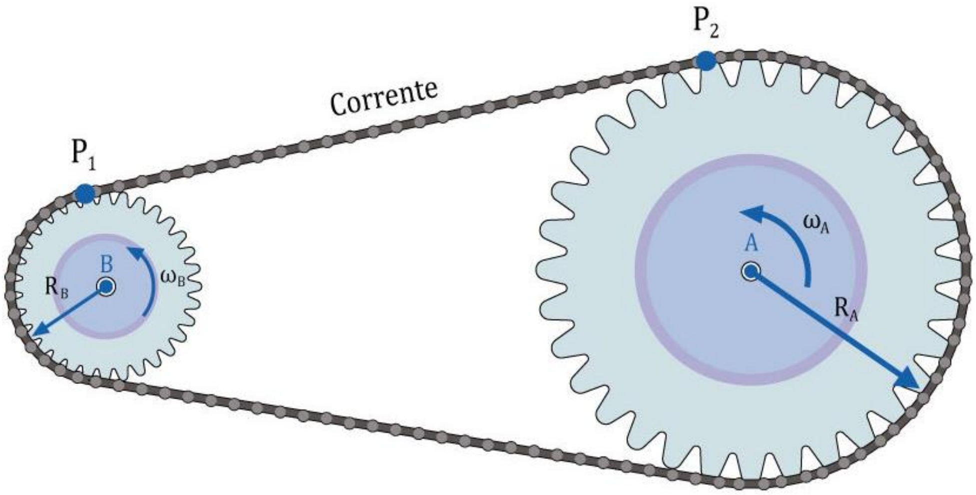


Figura 9. Acoplamento por corrente.

Caso não haja escorregamento entre as correntes, podemos dizer que as velocidade lineares são iguais.

$$\boxed{v_{P_1} = v_{P_2}}$$

Dessa forma, podemos encontrar uma relação para as velocidades angulares e as frequências para este conjunto:

$v_{P_1} = v_{P_2}$

$$\boxed{\omega_B \cdot R_B = \omega_A \cdot R_A}$$

Como $\omega = 2\pi f$, então:

$$2\pi f_B \cdot R_B = 2\pi f_A \cdot R_A$$

$$\boxed{f_B \cdot R_B = f_A \cdot R_A}$$

Assim, podemos concluir que se $R_A > R_B$, então $\omega_A < \omega_B$ e $f_A < f_B$.

De maneira análoga, podemos fazer utilizar as mesmas equações para duas engrenagens.

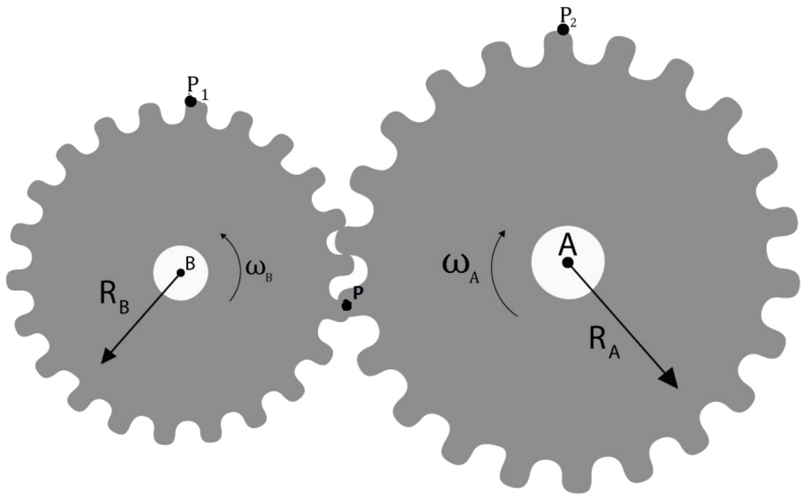


Figura 10: Engrenagens.

Caso não haja escorregamento e como as duas coroas se encontram em um ponto em comum, a velocidade linear das duas coroas deve ser a mesma:

$$\boxed{v_P = v_{P_1} = v_{P_2}}$$

Então:

$$\boxed{\omega_B \cdot R_B = \omega_A \cdot R_A}$$

$$\boxed{f_B \cdot R_B = f_A \cdot R_A}$$

Caso o móvel esteja realizando um MCUV:

$$\boxed{a_A = a_B} \text{ e } \boxed{\alpha_A \cdot R_A = \alpha_B \cdot R_B}$$

6.2 Engrenagens com mesmo eixo de rotação

Agora, considere duas engrenagens com o mesmo eixo de rotação.

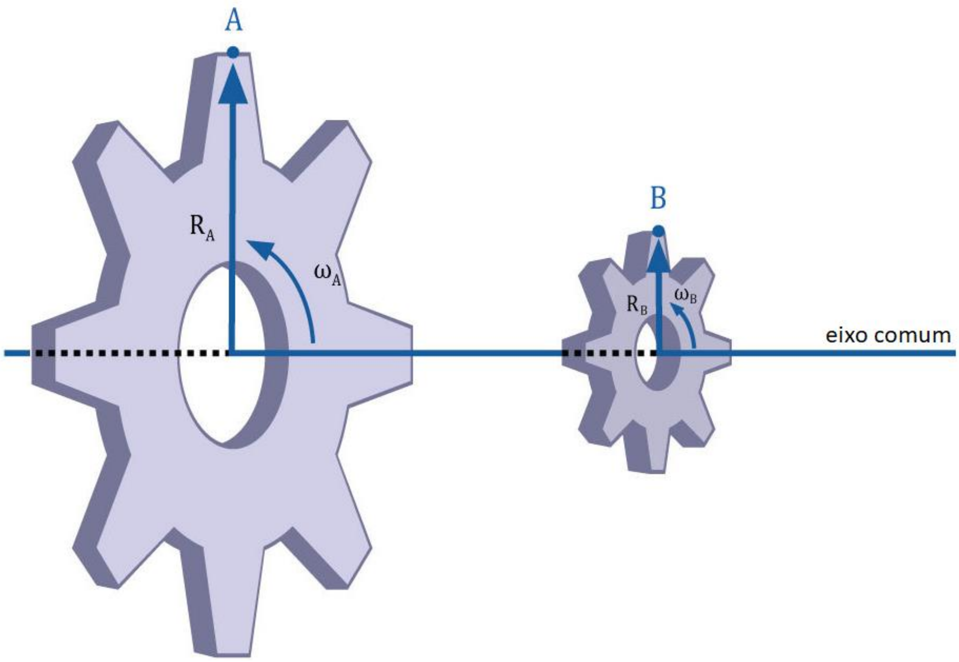


Figura 11: Engrenagens com mesmo eixo de rotação.

Para este tipo de acoplamento, podemos dizer que:

$$\boxed{\Delta\varphi_B = \Delta\varphi_A}$$

Assim, as velocidades angulares e as frequências serão as mesmas:

$$\Delta\varphi_A = \Delta\varphi_B$$

$$\omega_A \cdot \Delta t = \omega_B \cdot \Delta t$$

$$\boxed{\omega_A = \omega_B}$$

Como $\omega = 2\pi f$, temos que:

$$\omega_A = \omega_B$$

$$2\pi f_A = 2\pi f_B$$

$$\boxed{f_A = f_B}$$

Para velocidades lineares, encontramos que:

$$\omega_A = \omega_B$$

$$\boxed{\frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B}}$$

Caso o móvel esteja realizando um MCUV:

$$\boxed{\alpha_A = \alpha_B}$$

$$\boxed{\frac{a_A}{R_A} = \frac{a_B}{R_B}}$$

Exemplo 5.

Dois discos fixados a um mesmo eixo, que gira com frequência igual a f. A distância entre os discos é d. Um projétil é disparado, em uma linha paralela ao eixo, com uma velocidade v_p, perfurando os dois discos de tal forma que o ângulo formado pelo eixo comum com o furo do primeiro disco e o plano formado pelo eixo comum com o furo do segundo disco é $\Delta\varphi$. Calcule a velocidade do projétil.

Comentários:

Inicialmente, vamos calcular o tempo que o projétil gasta para percorrer a distância entre os dois discos:

$$\Delta t = \frac{d}{v_p}$$

Nesse intervalo de tempo, o eixo teve uma variação angular de φ, logo:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow 2\pi f = \frac{\varphi}{\Delta t} \Rightarrow 2\pi f = \frac{\varphi}{\frac{d}{v_p}}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_p = \frac{2\pi f d}{\varphi}}$$

Questões

1. (EEAR – 2018)

Um ponto material descreve um movimento circular uniforme com o módulo da velocidade angular igual a 10 rad/s. Após 100 s, o número de voltas completas percorridas por esse ponto material é

Adote $\pi = 3$.

a) 150

b) 166

c) 300

d) 333

2. (EEAR – 2018)

Considere as seguintes afirmações sobre o movimento circular uniforme (MCU):

I – possui velocidade angular constante.

II – possui velocidade tangencial constante em módulo, mas com direção e sentido variáveis.

III – a velocidade angular é inversamente proporcional à frequência do movimento.

IV – possui aceleração radial, com sentido orientado para o centro da trajetória.

Das afirmações anteriores, são corretas:

a) I e II

b) II e III

c) I, II e IV

d) todas

3. (EEAR – 2016)

Uma hélice de avião gira a 2800 rpm. Qual a frequência (f) de rotação da hélice, em unidades do Sistema Internacional (SI)? Adote $\pi \cong 3$.

a) 16,7

b) 26,7

c) 36,7

d) 46,7

4. (EEAR – 2016)

Duas polias estão acopladas por uma correia que não desliza. Sabendo-se que o raio da polia menor é de 20 cm e sua frequência de rotação f_1 é de 3600 rpm, qual é a frequência de rotação f_2 da polia maior, em rpm, cujo raio vale 50 cm?

a) 9000

b) 7200

c) 1440

d) 720

5. (EEAR – 2015)

Calcule a velocidade tangencial, em km/h, do movimento de translação do planeta Terra em torno do Sol. Para esse cálculo considere:

1. que a luz do Sol leva 8 minutos para chegar até a Terra.

2. a velocidade da luz no vácuo igual a $3 \cdot 10^8\ m/s$.

3. as dimensões da Terra e do Sol devem ser desprezadas.

4. o raio do movimento circular da Terra em torno do Sol como a distância que a luz percorre em 8 minutos.

5. o movimento da Terra em torno do Sol como sendo um Movimento Circular Uniforme (MCU).

6. o valor de $\pi = 3$.

7. um ano = 360 dias.

a) 10.000

b) 24.000

c) 36.000

d) 100.000

6. (EEAR – 2014)

Numa pista circular de 100 m de diâmetro um corredor A, mantendo o módulo da velocidade tangencial constante de valor igual 6 m/s, corre durante 5 min, completando várias voltas. Para que um corredor B, correndo nesta mesma pista, saindo do mesmo ponto e durante o mesmo tempo, consiga completar duas voltas a mais que o corredor A é necessário que este mantenha uma velocidade tangencial de módulo constante e igual a _________ m/s.

Adote: $\pi = 3{,}0$.

a) 8

b) 9

c) 10

d) 12

7. (EEAR – 2011)

Devido ao mau tempo sobre o aeroporto, uma aeronave começa a executar um movimento circular uniforme sobre a pista, mantendo uma altitude constante de 1000 m. Sabendo que a aeronave possui velocidade linear de 500 km/h e que executará o movimento sob um raio de 5 km, qual será o tempo gasto, em h, para que essa aeronave complete uma volta.

a) $\pi/50$.

b) $\pi/100$.

c) 10π.

d) 50π.

8. (EEAR – 2010)

Para explicar como os aviões voam, costuma-se representar o ar por pequenos cubos que deslizam sobre a superfície da asa. Considerando que um desses cubos tenha a direção do seu movimento alterada sob as mesma condições de um movimento circular uniforme (MCU), pode-se afirmar corretamente que a aceleração _________ do “cubo” é ________ quanto maior for o módulo da velocidade tangencial do “cubo”.

a) tangencial, maior.

b) tangencial, menor.

c) centrípeta, menor.

d) centrípeta, maior.

9. (EEAR – 2007)

No movimento circular uniforme a velocidade angular (ω) não depende

a) do raio da circunferência.

b) da sua frequência.

c) do seu período.

d) do tempo gasto para completar uma volta.

10. (EEAR-2020.1)

Uma aerovia é definida como um conjunto de trajetórias possíveis utilizadas por aviões. Em viagens internacionais é usual o avião utilizar trajetórias circulares durante o deslocamento no chamado voo de cruzeiro. Mais precisamente, essas trajetórias são setores circulares com o raio partindo do centro da Terra. Se em uma dessas viagens o avião inicia o voo de cruzeiro na posição angular 20° e termina na posição angular 50° (as duas posições angulares foram estabelecidas em relação a uma mesma origem), então o deslocamento linear, em km, realizado pelo avião é igual a ________π km.

Considere:

I- o raio da Terra (distância do centro a superfície do planeta) igual a 6400 km.

II- a altitude de cruzeiro (distância da superfície do planeta até a trajetória do avião) igual a 14 km.

III- o menor arco formado pelas posições angulares.

a) 712

b) 1069

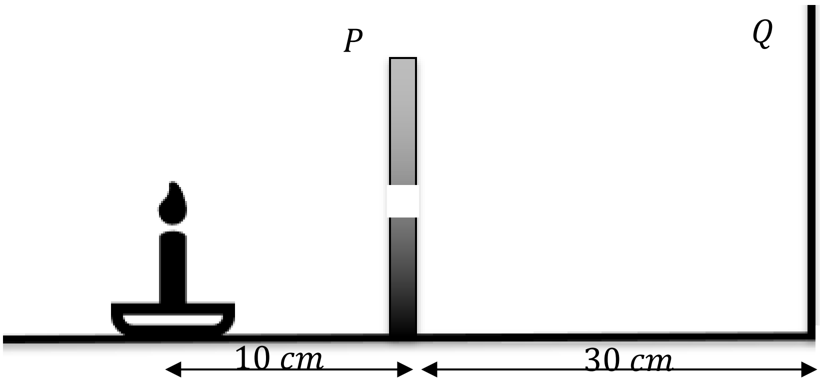
c) 5345

d) 7483

Nível 1

1.

A vela é consumida uniformemente na razão de 0,5 cm/s. A vela está em frente de um anteparo P com um furo no meio, inicialmente na mesma altura que o topo da vela. Qual é a velocidade do raio luminoso no anteparo Q?



a) 3,5 cm/s

b) 2,0 cm/s

c) 2,5 cm/s

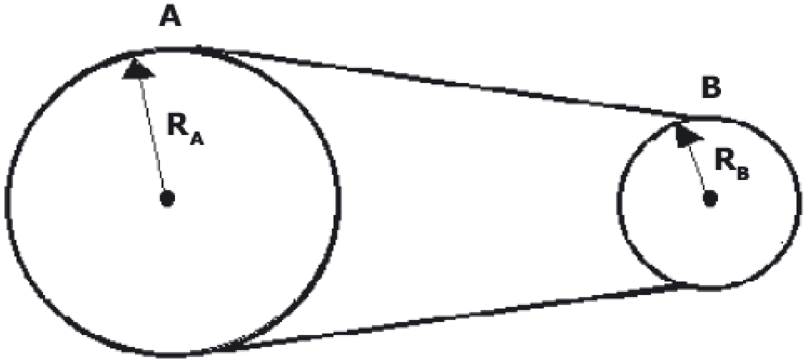
d) 1,5 cm/s

e) 1,0 cm/s

Nível 2

2. (EsPCEx – 2019)

Duas polias, A e B, ligadas por uma correia inextensível têm raios $R_A = 60\ cm$ e $R_B = 20\ cm$, conforme o desenho abaixo. Admitindo que não haja escorregamento da correia e sabendo que a frequência da polia A é $f_A = 30\ rpm$, então a frequência da polia B é



Desenho Ilustrativo-Fora de Escala

a) 10 rpm

b) 20 rpm

c) 80 rpm

d) 90 rpm

e) 120 rpm

3. (EsPCEx – 2009)

Uma máquina industrial é movida por um motor elétrico que utiliza um conjunto de duas polias, acopladas por uma correia, conforme figura abaixo. A polia de raio $R_1 = 15\ cm$ está acoplada ao eixo do motor e executa 3000 rotações por minuto. Não ocorre escorregamento no contato da correia com as polias. O número de rotações por minuto, que a polia de raio $R_2 = 60\ cm$ executa, é de

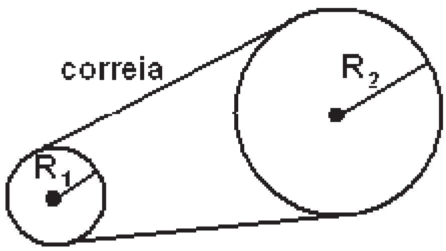
a) 250

b) 500

c) 750

d) 1000

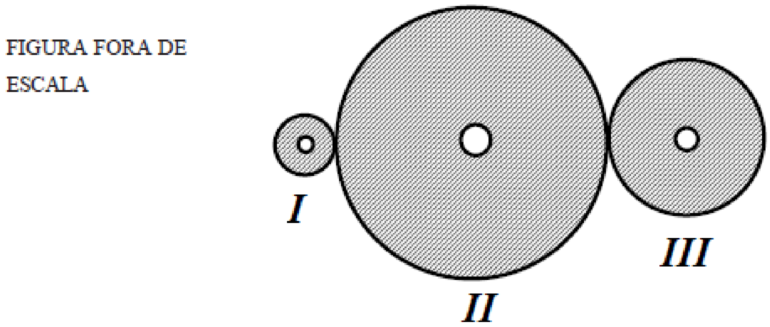
e) 1200



Desenho Ilustrativo

4. (EsPCEx – 2003)

A figura abaixo representa uma associação das engrenagens I, II e III, de raios iguais a 4 cm, 48 cm e 12 cm, respectivamente, que giram em torno de eixos fixos.



Se a engrenagem III girar com velocidade angular de $5\pi\ rad/s$, a frequência de rotação da engrenagem I valerá

a) 2,5 Hz

b) 5,0 Hz

c) 7,5 Hz

d) 10,0 Hz

e) 12,5 Hz

5. (EsPCEx – 2000)

A figura abaixo representa uma polia que gira em torno de seu eixo no ponto O com movimento de rotação uniforme. O módulo da velocidade linear do ponto A é $V_1 = 50\ cm/s$, e a do ponto B é $V_2 = 10\ cm/s$. Sabendo que a distância AB é 40 cm, o valor da velocidade angular da polia em rad/s é

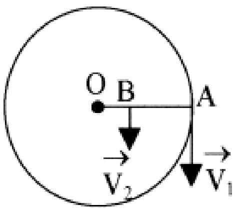
a) 1

b) 2

c) 5

d) 10

e) 50



6.

Uma lancha que desenvolve uma velocidade de 5 Km/h em água paradas atravessou um rio de água corrente de 1 Km de largura, ao longo da trajetória mais curta possível, em 15 minutos. A velocidade da correnteza desse rio vale:

a) 1 km/h

b) 3 Km/h

c) 4 Km/h

d) 5 Km/h

e) $\sqrt{41}$ Km/h

7.

Dois móveis partem de um mesmo ponto seguindo trajetórias retilíneas perpendiculares com velocidades 6 m/s e 8 m/s. Depois de quanto tempo os móveis estão separados de 200 m?

a) $10\ s$

b) $20\ s$

c) $30\ s$

d) $40\ s$

Nível 3.

8.

Um avião cuja velocidade em relação ao ar vale v, viaja de São Paulo à Campinas num tempo T, quando não há vento. Quanto tempo será gasto para essa mesma viagem, quando sofra um vento com velocidade u em relação ao solo, perpendicularmente à linha que liga as duas cidades?

a) $t = \frac{v_{vento} \cdot T}{\sqrt{V^2 + v_{vento}^2}}$

b) $t = \frac{v_{vento} \cdot T}{\sqrt{V^2 - v_{vento}^2}}$

c) $t = \frac{V \cdot T}{\sqrt{V^2 + v_{vento}^2}}$

d) $t = \frac{V \cdot T}{\sqrt{V^2 - v_{vento}^2}}$

e) $t = \frac{v_{vento} \cdot T}{V}$

9.

Numa pista circular de D (m) de diâmetro, um corredor A, mantendo o módulo da velocidade tangencial constante de valor igual v_A m/s, corre durante t (segundos), completando várias voltas. Para que um corredor B, correndo nesta mesma pista, saindo do mesmo ponto e durante o mesmo tempo, consiga completar N voltas a mais que o corredor A é necessário que este mantenha uma velocidade tangencial de módulo constante e igual a ________ m/s.

$a) \frac{N\pi D}{t} - v_A$

$b)\ \frac{N\pi D}{t} + v_A$

$c)\ \frac{N\pi D}{t}$

$d)\ v_A$

$e)\ -\frac{N\pi D}{t} + v_A$

10.

Um ponto material descreve um movimento circular uniformemente variado com aceleração angular 2 rad/s² e aceleração tangencial 4 m/s². Se o objeto parte do repouso e dá 50 voltas, qual é o valor da aceleração centrípeta após a 50ª volta?

a) 1200π

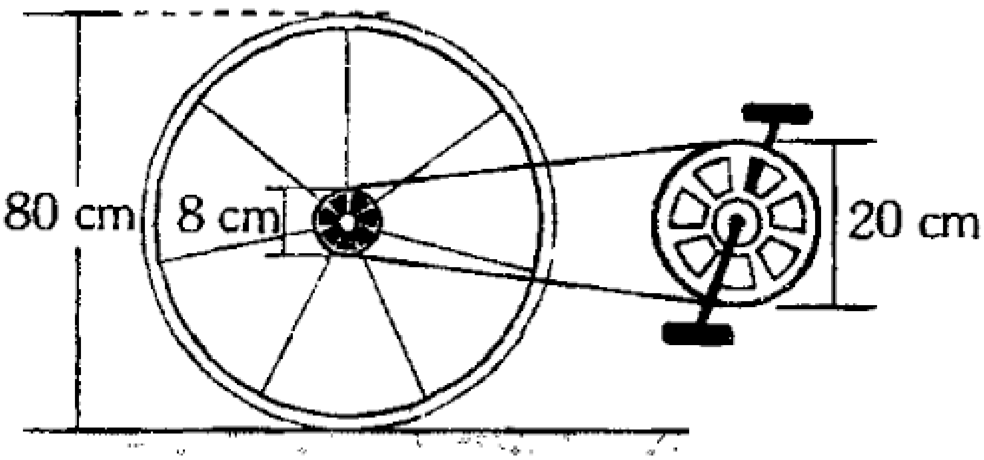
b) 800π

c) 400π

d) 200π

11.

A figura abaixo mostra o sistema de transmissão de uma bicicleta. O ciclista realiza duas pedaladas por segundo. Qual é a velocidade de translação da bicicleta?



a) $\pi\ m/s$

b) $2\pi\ m/s$

c) $0{,}5\pi\ m/s$

d) $3\pi\ m/s$

e) $4\pi\ m/s$

12.

Um trem move-se com 72 km/h por um trilho paralelo à margem de um rio, por onde se move uma lancha subindo a correnteza de 54 km/h. Num dado momento, a lancha começa a ultrapassar o trem e assim prossegue até que, no exato momento em que ela chega na extremidade oposta dele, seu motor para de funcionar e imediatamente ela começa a descer com o rio. Sabendo que a velocidade da lancha é constante e igual a 50 m/s, determine a razão entre o tempo necessário para ultrapassar o trem subindo o rio e o tempo para ultrapassá-lo descendo juntamente com a correnteza.

a) 1/2

b) 3/4

c) 5/4

d) 9/5

e) 7/3

Gabarito

Questões EEAR

1. B 2. C 3. D 4.C

5. D 6. A 7. A 8. D

9. A 10. B

Nível 1

1. D

Nível 2

2. D 3. C 4. C 5. A

6. B 7. B

Nível 3

8. C 9. B 10. B 11. E

12. E

Questões Comentadas

1. (EEAR – 2018)

Um ponto material descreve um movimento circular uniforme com o módulo da velocidade angular igual a 10 rad/s. Após 100 s, o número de voltas completas percorridas por esse ponto material é

Adote $\pi = 3$.

a) 150

b) 166

c) 300

d) 333

Comentários:

Se a velocidade angular é de 10 rad/s, podemos determinar o período do movimento por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = \frac{2 \cdot 3}{10} = \frac{6}{10}\ s$$

Então, o número de voltas após 100 s é de:

$$n = \frac{100}{\frac{6}{10}} = \frac{1000}{6}$$

$$n = 166{,}7$$

Como o número de voltas só pode ser um inteiro, isto é, voltas completas, então o corpo deu 166 voltas e andou 0,7 do tempo da próxima volta.

Gabarito: B

---

2. (EEAR – 2018)

Considere as seguintes afirmações sobre o movimento circular uniforme (MCU):

I – possui velocidade angular constante.

II – possui velocidade tangencial constante em módulo, mas com direção e sentido variáveis.

III – a velocidade angular é inversamente proporcional à frequência do movimento.

IV – possui aceleração radial, com sentido orientado para o centro da trajetória.

Das afirmações anteriores, são corretas:

a) I e II

b) II e III

c) I, II e IV

d) todas

Comentários:

I – Correto. No MCU, a velocidade angular é constante.

II – Correto. No MCU, a velocidade tangencial é constante em módulo, pois não temos aceleração tangencial neste tipo de movimento. Por outro lado, temos o vetor velocidade variando de direção e sentido o tempo todo, pois neste movimento ainda temos a aceleração centrípeta.

III – Incorreto. A velocidade angular é diretamente proporcional a frequência angular, de acordo com a expressão:

$$\boxed{\omega = 2\pi f}$$

IV- Correto. De fato, neste movimento, temos a aceleração radial (também chamada de normal ou centrípeta) que aponta para o centro da trajetória.

Gabarito: C

---

3. (EEAR – 2016)

Uma hélice de avião gira a 2800 rpm. Qual a frequência (f) de rotação da hélice, em unidades do Sistema Internacional (SI)? Adote $\pi \cong 3$.

a) 16,7

b) 26,7

c) 36,7

d) 46,7

Comentários:

Se a frequência de rotação é de 2800 rpm, isto é 2800 rotações por minuto. Então.

$$2800\ rpm \equiv \frac{2800}{60}\ Hz = 46{,}7\ Hz$$

Gabarito: D

---

4. (EEAR – 2016)

Duas polias estão acopladas por uma correia que não desliza. Sabendo-se que o raio da polia menor é de 20 cm e sua frequência de rotação f_1 é de 3600 rpm, qual é a frequência de rotação f_2 da polia maior, em rpm, cujo raio vale 50 cm?

a) 9000

b) 7200

c) 1440

d) 720

Comentários:

Neste tipo de acoplamento, sabemos que as velocidades lineares são iguais, portanto:

$$v_1 = v_2$$

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

$$2\pi f_1 R_1 = 2\pi f_2 R_2$$

$$f_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot f_1$$

$$f_2 = \frac{20}{50} \cdot 3600$$

$$\boxed{f_2 = 1440\ rpm}$$

Gabarito: C

---

5. (EEAR – 2015)

Calcule a velocidade tangencial, em km/h, do movimento de translação do planeta Terra em torno do Sol. Para esse cálculo considere:

1. que a luz do Sol leva 8 minutos para chegar até a Terra.

2. a velocidade da luz no vácuo igual a $3 \cdot 10^8\ m/s$.

3. as dimensões da Terra e do Sol devem ser desprezadas.

4. o raio do movimento circular da Terra em torno do Sol como a distância que a luz percorre em 8 minutos.

5. o movimento da Terra em torno do Sol como sendo um Movimento Circular Uniforme (MCU).

6. o valor de $\pi = 3$.

7. um ano = 360 dias.

a) 10.000

b) 24.000

c) 36.000

d) 100.000

Comentários:

Diante das considerações feitas em questão, a velocidade tangencial da terra é dada por:

$$v = \omega \cdot R$$

O raio do movimento circular realizado pela Terra em torno do Sol (considerado em questão) é calculado através do tempo que a luz leva para chegar a Terra:

$$R = c \cdot \Delta t$$
$$R = 3 \cdot 10^8 \cdot 8 \cdot 60$$
$$R = 144 \cdot 10^9\ m$$
$$R = 144 \cdot 10^6\ km$$

A velocidade angular pode ser determinada a partir do período que a Terra leva para dar uma volta em torno do Sol:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$
$$\omega = \frac{2 \cdot 3}{360 \cdot 24}$$

Portanto:

$$v = \frac{2 \cdot 3}{360 \cdot 24} \cdot 144 \cdot 10^6$$
$$\boxed{v = 100.000\ km/h}$$

Gabarito: D

---

6. (EEAR – 2014)

Numa pista circular de 100 m de diâmetro um corredor A, mantendo o módulo da velocidade tangencial constante de valor igual 6 m/s, corre durante 5 min, completando várias voltas. Para que um corredor B, correndo nesta mesma pista, saindo do mesmo ponto e durante o mesmo tempo, consiga completar duas voltas a mais que o corredor A é necessário que este mantenha uma velocidade tangencial de módulo constante e igual a _________ m/s.

Adote: $\pi = 3{,}0$.

a) 8

b) 9

c) 10

d) 12

Comentários:

A variação angular de B deve ser a mesma que a de A mais 2 voltas, isto é:

$$\Delta\varphi_B = \Delta\varphi_A + 2 \cdot 2\pi$$
$$\omega_B \cdot \Delta t = \omega_A \cdot \Delta t + 2 \cdot 2\pi$$
$$\frac{v_B}{R} \cdot \Delta t = \frac{v_A}{R_A} \cdot \Delta t + 2 \cdot 2\pi$$

Substituindo valores, temos:

$$\frac{v_B}{50} \cdot (5 \cdot 60) = \frac{6}{50} \cdot (5 \cdot 60) + 2 \cdot 2 \cdot 3$$
$$6v_B = 36 + 12$$

$$\boxed{v_B = 8\,m/s}$$

Gabarito: A

---

7. (EEAR – 2011)

Devido ao mau tempo sobre o aeroporto, uma aeronave começa a executar um movimento circular uniforme sobre a pista, mantendo uma altitude constante de 1000 m. Sabendo que a aeronave possui velocidade linear de 500 km/h e que executará o movimento sob um raio de 5 km, qual será o tempo gasto, em h, para que essa aeronave complete uma volta.

a) $\pi/50$.

b) $\pi/100$.

c) 10π.

d) 50π.

Comentários:

Se a velocidade linear é de 500 km/h e o raio do movimento circular executado pela aeronave é de 5 km, então a velocidade angular é dada por:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{500}{5} = 100\,rad/h$$

Logo, o período é dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = \frac{2\pi}{100}$$

$$\boxed{T = \frac{\pi}{50}\ h}$$

Gabarito: A

---

8. (EEAR – 2010)

Para explicar como os aviões voam, costuma-se representar o ar por pequenos cubos que deslizam sobre a superfície da asa. Considerando que um desses cubos tenha a direção do seu movimento alterada sob as mesma condições de um movimento circular uniforme (MCU), pode-se afirmar corretamente que a aceleração __________ do “cubo” é _________ quanto maior for o módulo da velocidade tangencial do “cubo”.

a) tangencial, maior.

b) tangencial, menor.

c) centrípeta, menor.

d) centrípeta, maior.

Comentários:

A aceleração centrípeta está relacionada com a velocidade tangencial da seguinte forma:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Portanto, quanto maior a aceleração centrípeta, maior será a velocidade tangencial. Note que no movimento circular uniforme, a aceleração tangencial é nula e temos apenas a centrípeta alterando a direção e o sentido da velocidade.

Gabarito: D

---

9. (EEAR – 2007)

No movimento circular uniforme a velocidade angular (ω) não depende

a) do raio da circunferência.

b) da sua frequência.

c) do seu período.

d) do tempo gasto para completar uma volta.

Comentários:

A velocidade angular no MCU pode ser calculada como:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Não depende do raio da circunferência. Lembrando que período é o tempo gasto para dar uma volta completa.

Gabarito: A

---

10. (EEAR-2020.1)

Uma aerovia é definida como um conjunto de trajetórias possíveis utilizadas por aviões. Em viagens internacionais é usual o avião utilizar trajetórias circulares durante o deslocamento no chamado voo de cruzeiro. Mais precisamente, essas trajetórias são setores circulares com o raio partindo do centro da Terra. Se em uma dessas viagens o avião inicia o voo de cruzeiro na posição angular 20° e termina na posição angular 50° (as duas posições angulares foram estabelecidas em relação a uma mesma origem), então o deslocamento linear, em km, realizado pelo avião é igual a _________π km.

Considere:

I- o raio da Terra (distância do centro a superfície do planeta) igual a 6400 km.

II- a altitude de cruzeiro (distância da superfície do planeta até a trajetória do avião) igual a 14 km.

III- o menor arco formado pelas posições angulares.

a) 712

b) 1069

c) 5345

d) 7483

Comentários:

A partícula sofre um deslocamento angular de :

$$\Delta\varphi = 50° - 20° = 30°$$

O raio da trajetória do avião é a soma entre o raio da terra e sua altura em relação à superfície da terra.

$$R = 6400 + 14 = 6414\ km$$

O comprimento da trajetória é dado por:

$$L = R \cdot \alpha$$

$$L = 6414 \cdot \frac{\pi}{6}$$

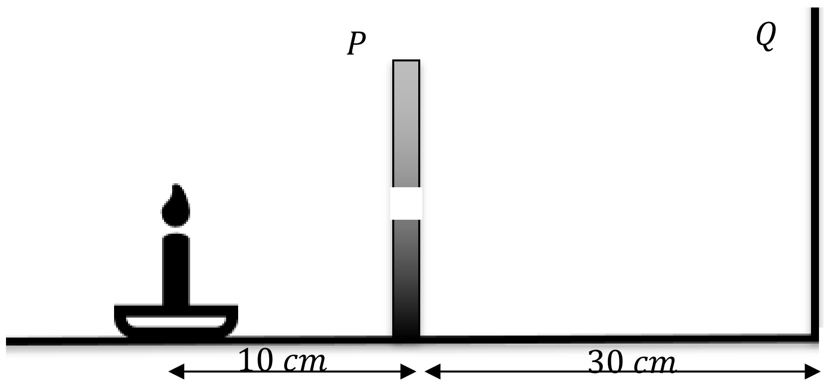
$$\boxed{L = 1069\pi}$$

Gabarito: B

Nível 1

1.

A vela é consumida uniformemente na razão de 0,5 cm/s. A vela está em frente de um anteparo P com um furo no meio, inicialmente na mesma altura que o topo da vela. Qual é a velocidade do raio luminoso no anteparo Q?



a) 3,5 cm/s

b) 2,0 cm/s

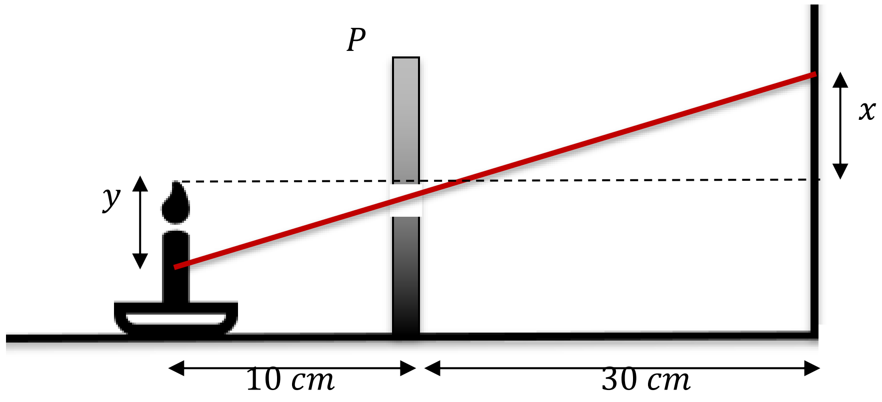
c) 2,5 cm/s

d) 1,5 cm/s

e) 1,0 cm/s

Comentário:

Quando a vela decrescer um distancia y, o raio subirá um distância x. Veja a imagem.



Podemos fazer uma semelhança de triângulo:

$$\frac{y}{10} = \frac{x}{30}$$

$$3y = x$$

Colocando as velocidades, temos:

$$3 \cdot v \cdot t = u \cdot t$$

$$3 \cdot 0{,}5 = u$$

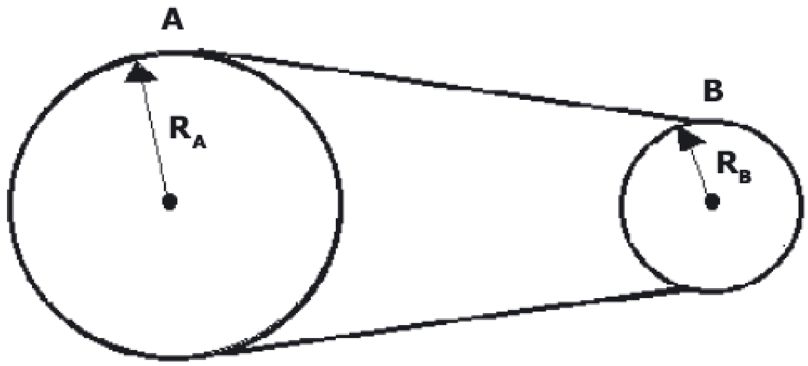
$$\boxed{u = 1{,}5\ cm/s}$$

Gabarito: D

Nível 2

2. (EsPCEx – 2019)

Duas polias, A e B, ligadas por uma correia inextensível têm raios $R_A = 60\ cm$ e $R_B = 20\ cm$, conforme o desenho abaixo. Admitindo que não haja escorregamento da correia e sabendo que a frequência da polia A é $f_A = 30\ rpm$, então a frequência da polia B é



Desenho Ilustrativo-Fora de Escala

a) 10 rpm

b) 20 rpm

c) 80 rpm

d) 90 rpm

e) 120 rpm

Comentários:

Como as polias estão ligadas por uma correia comum, a velocidade linear será a mesma nas duas polias:

$$v_A = v_B$$

$$\omega_A R_A = \omega_B R_B$$

$$2\pi f_A R_A = 2\pi f_B R_B$$

$$f_B = \frac{R_A}{R_B} f_B$$

$$f_B = \frac{60}{20} \cdot 30$$

$$\boxed{f_B = 90\ rpm}$$

Gabarito: D

---

3. (EsPCEx – 2009)

Uma máquina industrial é movida por um motor elétrico que utiliza um conjunto de duas polias, acopladas por uma correia, conforme figura abaixo. A polia de raio $R_1 = 15\ cm$ está acoplada ao eixo do motor e executa 3000 rotações por minuto. Não ocorre escorregamento no contato da correia com as polias. O número de rotações por minuto, que a polia de raio $R_2 = 60\ cm$ executa, é de

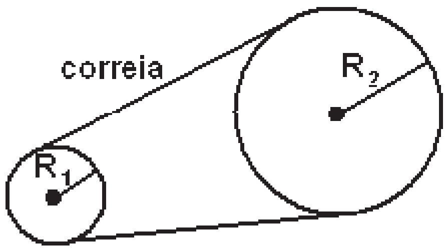
a) 250

b) 500

c) 750

d) 1000

e) 1200



Desenho Ilustrativo

Comentários:

Como as polias estão ligadas por um correia comum, a velocidade linear será a mesma nas duas polias:

$$v_1 = v_2$$

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

$$2\pi f_1 R_1 = 2\pi f_2 R_2$$

$$f_2 = \frac{R_1}{R_2} f_1$$

$$f_2 = \frac{15}{60} \cdot 3000$$

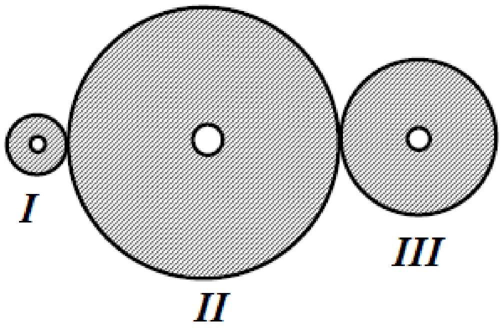
$$\boxed{f_B = 750\ rpm}$$

Gabarito: C

4. (EsPCEx – 2003)

A figura abaixo representa uma associação das engrenagens I, II e III, de raios iguais a 4 cm, 48 cm e 12 cm, respectivamente, que giram em torno de eixos fixos.

FIGURA FORA DE ESCALA



Se a engrenagem III girar com velocidade angular de $5\pi\ rad/s$, a frequência de rotação da engrenagem I valerá

a) 2,5 Hz

b) 5,0 Hz

c) 7,5 Hz

d) 10,0 Hz

e) 12,5 Hz

Comentários:

Como as engrenagens estão em contato direto, então as velocidades lineares são iguais:

$$v_I = v_{II} \text{ e } v_{II} = v_{III}$$

Portanto:

$$v_I = v_{III}$$

$$\omega_I R_I = \omega_{III} R_{III}$$

$$\omega_I = \frac{R_{III}}{R_I} \cdot \omega_{III}$$

Substituindo valores:

$$\omega_I = \frac{12}{4} \cdot 5\pi$$

$$\omega_I = 15\pi\ rad/s$$

Mas:

$$\omega_I = 2\pi f_I$$

$$15\pi = 2\pi f_I$$

$$\boxed{f_I = 7{,}5\ Hz}$$

Gabarito: C

5. (EsPCEx – 2000)

A figura abaixo representa uma polia que gira em torno de seu eixo no ponto O com movimento de rotação uniforme. O módulo da velocidade linear do ponto A é $V_1 = 50\ cm/s$, e a do ponto B é $V_2 = 10\ cm/s$. Sabendo que a distância AB é 40 cm, o valor da velocidade angular da polia em rad/s é

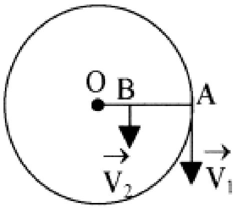
a) 1

b) 2

c) 5

d) 10

e) 50



Comentários:

Se a polia move com velocidade angular constante, então:

$$\omega_A = \omega_B$$

$$\frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B}$$

Pela geometria, temos:

$$\frac{V_A}{R_B + AB} = \frac{V_B}{R_B}$$

$$\frac{R_B + AB}{R_B} = \frac{V_A}{V_B}$$

$$\frac{R_B + 40}{R_B} = \frac{50}{10} = 5$$

$$R_B + 40 = 5R_B$$

$$\boxed{R_B = 10\ cm}$$

Logo:

$$\omega = \frac{V_B}{R_B} = \frac{10}{10} = 1\ rad/s$$

Gabarito: A

6.

Uma lancha que desenvolve uma velocidade de 5 Km/h em água paradas atravessou um rio de água corrente de 1 Km de largura, ao longo da trajetória mais curta possível, em 15 minutos. A velocidade da correnteza desse rio vale:

a) 1 km/h

b) 3 Km/h

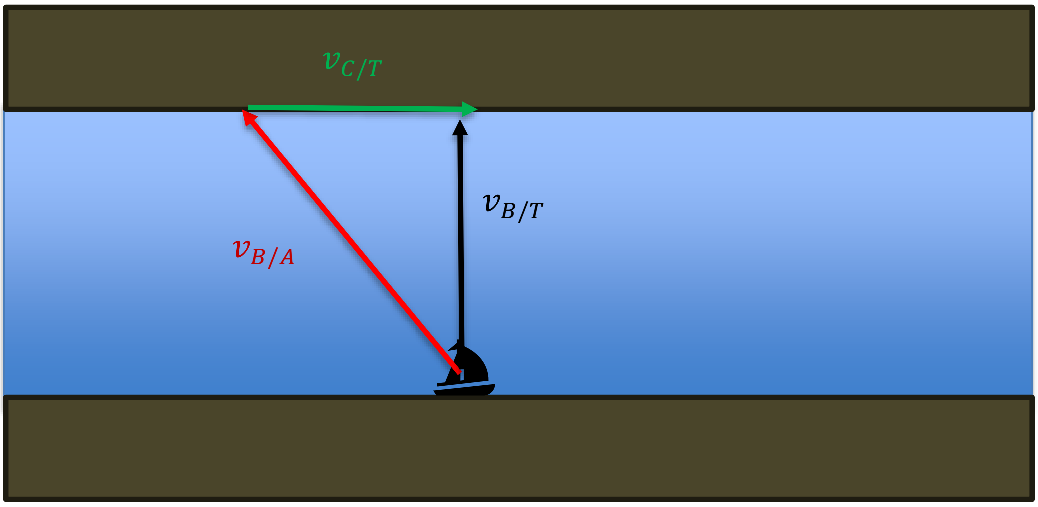
c) 4 Km/h

d) 5 Km/h

e) $\sqrt{41}$ Km/h

Comentário:

A trajetória mais curta possível é dada por:



Para que o barco percorra a menor distância possível, a velocidade do barco em relação à terra deve ser perpendicular às margens.

$$v_{B/T} \cdot t = 1\ km$$

$$v_{B/T} \cdot \frac{1}{4} h = 1\ km$$

$$v_{B/T} = 4 \frac{km}{h}$$

A velocidade do barco em relação às águas:

$$v_{B/A} = 5 \frac{km}{h}$$

Podemos realizar o teorema de Pitágoras:

$$v_{B/A}{}^2 = v_{B/T}{}^2 + v_{C/T}{}^2$$

$$5^2 = 4^2 + v_{C/T}{}^2$$

$$\boxed{v_{C/T} = 3\ km/h}$$

Gabarito: B

7.

Dois móveis partem de um mesmo ponto seguindo trajetórias retilíneas perpendiculares com velocidades 6 m/s e 8 m/s. Depois de quanto tempo os móveis estão separados de 200 m?

a) $10\ s$

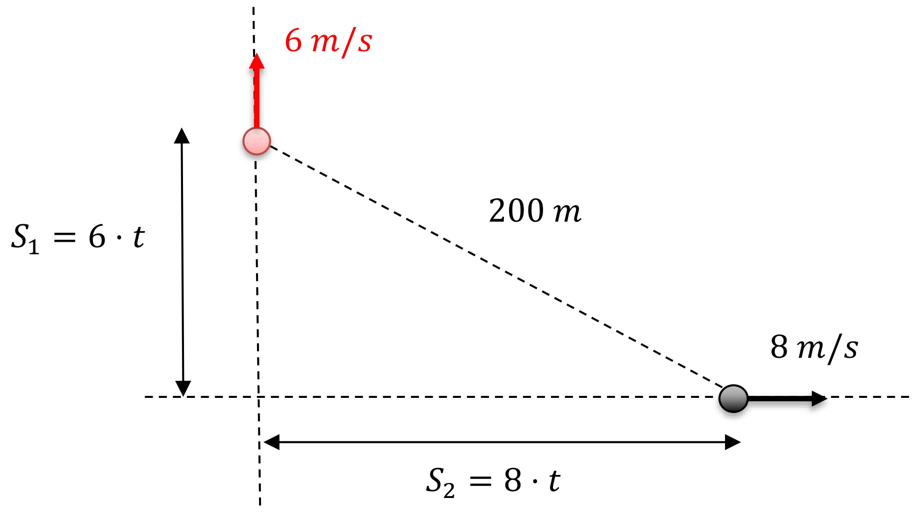
b) $20\ s$

c) $30\ s$

d) $40\ s$

Comentários:

Os móveis percorrem trajetórias perpendiculares. Quanto eles estão separados 200 m, temos:



Podemos aplicar o teorema de Pitágoras:

$$200^2 = (6 \cdot t)^2 + (8 \cdot t)^2$$

$$40000 = 100 \cdot t^2$$

$$\boxed{t = 20\ s}$$

Gabarito: B

Nível 3.

8.

Um avião cuja velocidade em relação ao ar vale v, viaja de São Paulo à Campinas num tempo T, quando não há vento. Quanto tempo será gasto para essa mesma viagem, quando sofra um vento com velocidade u em relação ao solo, perpendicularmente à linha que liga as duas cidades?

a) $t = \frac{v_{vento} \cdot T}{\sqrt{V^2 + v_{vento}^2}}$

b) $t = \frac{v_{vento} \cdot T}{\sqrt{V^2 - v_{vento}^2}}$

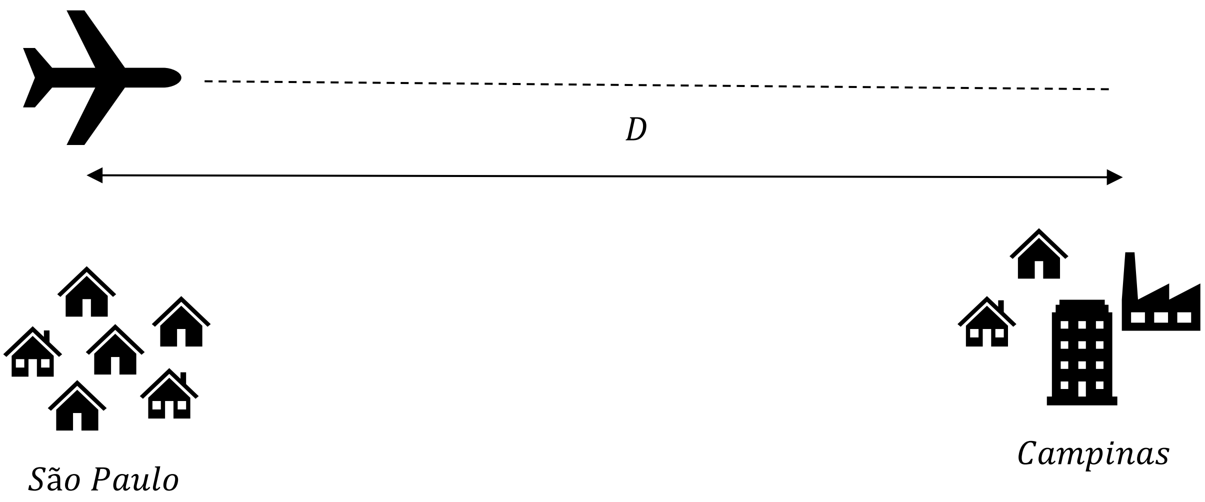
c) $t = \frac{V \cdot T}{\sqrt{V^2 + v_{vento}^2}}$

d) $t = \frac{V \cdot T}{\sqrt{V^2 - v_{vento}^2}}$

e) $t = \frac{v_{vento} \cdot T}{V}$

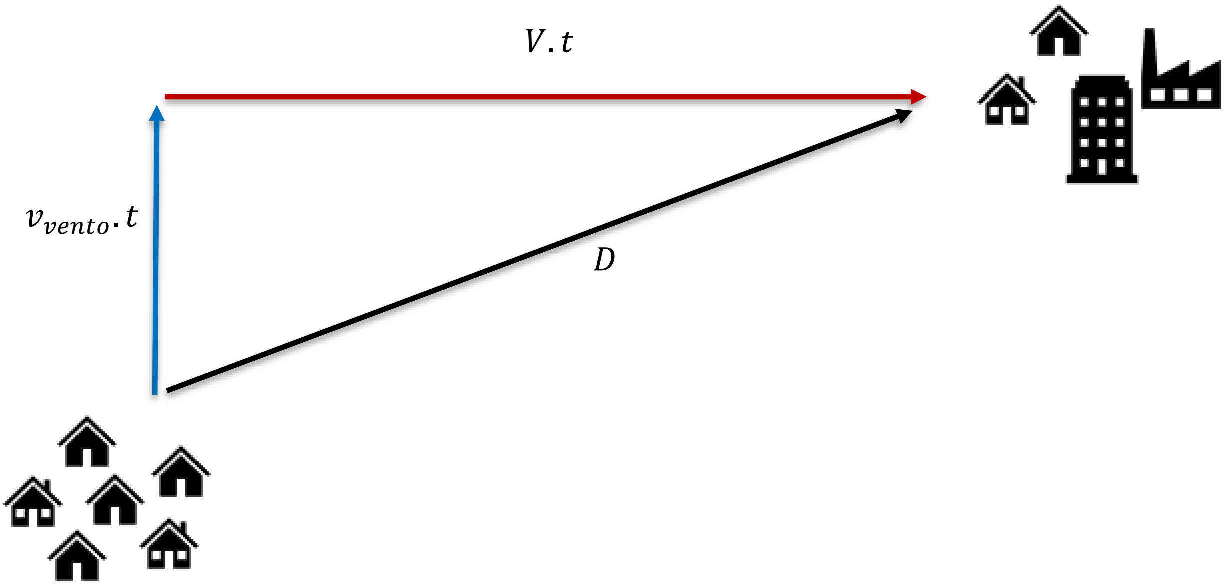
Comentário:

Sem vento:



$$D = V \cdot T$$

Com vento, temos:



Podemos fazer a relação de Pitágoras!

$$D^2 = (V.t)^2 + (v_{vento}.t)^2$$

$$V^2 \cdot T^2 = V^2 \cdot t^2 + v_{vento}^2 \cdot t^2$$

Isolando o tempo, temos:

$$\boxed{t = \frac{V \cdot T}{\sqrt{V^2 + v_{vento}^2}}}$$

Gabarito: C

9.

Numa pista circular de D (m) de diâmetro, um corredor A, mantendo o módulo da velocidade tangencial constante de valor igual v_A m/s, corre durante t (segundos), completando várias voltas. Para que um corredor B, correndo nesta mesma pista, saindo do mesmo ponto e durante o mesmo tempo, consiga completar N voltas a mais que o corredor A é necessário que este mantenha uma velocidade tangencial de módulo constante e igual a ________ m/s.

$a)\ \frac{N\pi D}{t} - v_A$

$b)\ \frac{N\pi D}{t} + v_A$

$c)\ \frac{N\pi D}{t}$

$d)\ v_A$

$e)\ -\frac{N\pi D}{t} + v_A$

Comentário:

Primeiro iremos calcular o número de voltas dada pelo corredor A. Em uma volta, ele percorre a distância equivalente ao comprimento da trajetória (circunferência):

$$\Delta S = 2\pi R = \frac{2\pi D}{2} = \pi D$$

Em um período de t segundos, o corredor A percorre:

$$\Delta S_A = v_A t$$

O número de voltas dadas por A é:

$$N_A = \frac{v_A t}{\pi D}$$

Com isso, obtemos que o número de voltas do corredor B:

$$N_B = N_A + N$$

$$N_B = N + \frac{v_A t}{\pi D}$$

Mas, das voltas de B, temos:

$$N_B = \frac{v_B t}{\pi D}$$

$$\frac{v_B t}{\pi D} = N + \frac{v_A t}{\pi D}$$

$$\boxed{v_B = \frac{N\pi D}{t} + v_A}$$

Gabarito: B

10.

Um ponto material descreve um movimento circular uniformemente variado com aceleração angular 2 rad/s² e aceleração tangencial 4 m/s². Se o objeto parte do repouso e dá 50 voltas, qual é o valor da aceleração centrípeta após a 50ª volta?

a) 1200π

b) 800π

c) 400π

d) 200π

Comentários:

Primeiramente, podemos calcular o raio da trajetória:

$$\alpha = \frac{a}{R}$$
$$2 = \frac{4}{R}$$
$$R = 2\,m$$

Para o movimento circular uniformemente variado, temos:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta\phi$$
$$\omega^2 = +2 \cdot 2 \cdot 50 \cdot 2\pi$$
$$\omega = 20\sqrt{\pi}\,rad/s$$

Desta maneira, a velocidade linear final é:

$$v = \omega \cdot R = 20\sqrt{\pi} \cdot 2 = 40\sqrt{\pi}$$

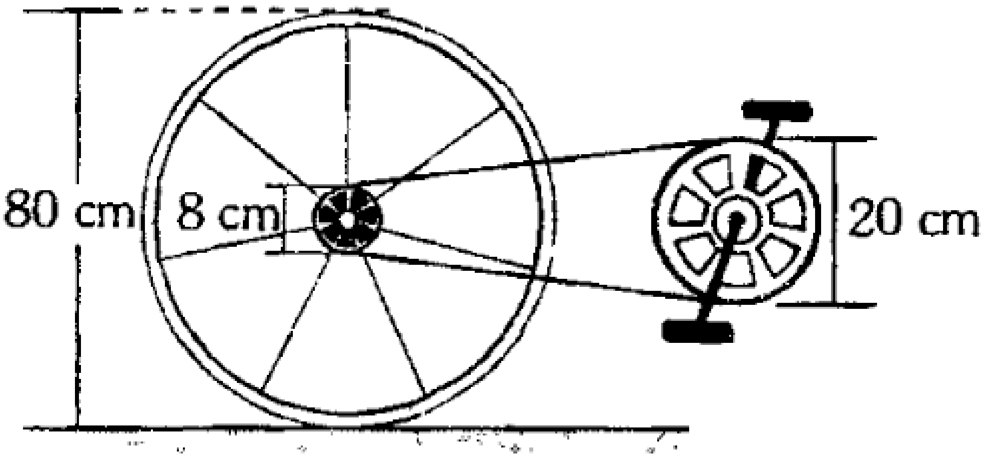
Portanto, a aceleração centrípeta é:

$$a_{cpt} = \frac{v^2}{R}$$
$$a_{cpt} = \frac{1600\pi}{2}$$
$$\boxed{a_{cpt} = 800\pi}$$

Gabarito: B

11.

A figura abaixo mostra o sistema de transmissão de uma bicicleta. O ciclista realiza duas pedaladas por segundo. Qual é a velocidade de translação da bicicleta?



a) $\pi\ m/s$ b) $2\pi\ m/s$ c) $0{,}5\pi\ m/s$ d) $3\pi\ m/s$ e) $4\pi\ m/s$

Comentário:

A velocidade linear da coroa e da catraca são as mesmas.

$$v_{coroa} = v_{catraca}$$

$$\omega_{coroa} \cdot R_{coroa} = \omega_{catraca} \cdot R_{catraca}$$

A velocidade angular da catraca é a mesma velocidade angular da roda traseira da bicicleta:

$$\omega_{catraca} = \omega_{roda}$$

Portanto, temos:

$$\omega_{coroa} \cdot R_{coroa} = \omega_{roda} \cdot R_{catraca}$$

$$\omega_{coroa} \cdot R_{coroa} = \frac{v_{roda}}{R_{roda}} \cdot R_{catraca}$$

$$2\pi f_{coroa} \cdot R_{coroa} = \frac{v_{roda}}{R_{roda}} \cdot R_{catraca}$$

Substituindo os valores, temos:

$$2\pi \cdot 2 \cdot 10 = \frac{v_{roda}}{40} \cdot 4$$

$$v_{roda} = 400\pi\ cm/s$$

$$\boxed{v_{roda} = 4\pi\ m/s}$$

Gabarito: E

12.

Um trem move-se com 72 km/h por um trilho paralelo à margem de um rio, por onde se move uma lancha subindo a correnteza de 54 km/h. Num dado momento, a lancha começa a ultrapassar o trem e assim prossegue até que, no exato momento em que ela chega na extremidade oposta dele, seu motor para de funcionar e imediatamente ela começa a descer com o rio. Sabendo que a velocidade da lancha é constante e igual a 50 m/s, determine a razão entre o tempo necessário para ultrapassar o trem subindo o rio e o tempo para ultrapassá-lo descendo juntamente com a correnteza.

a) 1/2

b) 3/4

c) 5/4

d) 9/5

e) 7/3

Comentário:

Primeiramente, iremos determinar a velocidade da correnteza:

$$V_{lancha/água} = V_{lancha/Terra} - V_{água/terra}$$

$$V_{lancha/água} = 50 - 15$$

$$V_{lancha/água} = 35\ m/s$$

Para subir o rio, o tempo que demora para a ultrapassagem do trem é dado por:

$$t_{subida} = \frac{L}{V_{lancha/água} - v_{trem}}$$

$$t_{subida} = \frac{L}{35 - 20} = \frac{L}{15}$$

Para descer o rio, o tempo que demora para a ultrapassagem do trem é dado por:

$$t_{descida} = \frac{L}{V_{água/terra} - v_{trem}}$$

$$t_{descida} = \frac{L}{15 - (-20)} = \frac{L}{35}$$

Desta maneira, a razão é dada por:

$$\frac{t_{subida}}{t_{descida}} = \frac{35}{15}$$

$$\boxed{\frac{t_{subida}}{t_{descida}} = \frac{7}{3}}$$

Gabarito: E

Considerações Finais

Querido aluno(a),

Essa aula foi extremamente importante para o pleno entendimento da termologia. Se você está com certo receio em algum tópico, reveja toda a teoria e depois refaça os exercícios propostos. Uma valiosa dica é fazer a lista inteira e só depois olhar o gabarito com a resolução. Com isso, você se forçará a ter uma maior atenção na feitura de questões e, portanto, aumentará sua concentração no momento de prova.

Se as dúvidas persistirem, não se esqueça de acessar o Fórum de Dúvidas! Responderei suas dúvidas o mais rápido possível!

Você também pode me encontrar nas redes sociais! 😊

Conte comigo,

Vinícius Fulconi

@viniciusfulconi

vinicius.fulconi

Referências

[1] Tópicos da física 1: Volume 1 – Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola, Newton Villas Boas – 21. Ed – São Paulo : Saraiva, 2012.

[2] Problemas de Física Elementar: Saraeva – Editora Mir Moscou.

[3] IIT JEE Problems: Cengage.