Matemática Básica

Capítulo 1: Operações no conjunto dos números reais

Adição e subtração

- Se os números reais possuem mesmo sinal, conserve o sinal e some-os.

  Exemplos:

  - – 9 – 6 = – 15
  - 9 + 6 = 15

- Se os números reais possuem sinais diferentes, conserve o sinal do maior valor absoluto e subtraia os valores.

  Exemplos:

  - – 2 + 8 = 6 (sinais diferentes, sendo o 8 positivo, com maior valor absoluto, logo o sinal da subtração 8 – 2 é positivo)
  - +2 – 8 = –6 (sinais diferentes, sendo o 8 negativo, com maior valor absoluto, logo o sinal da diferença 8 – 2 é negativo)

Multiplicação e divisão

Na multiplicação e na divisão de números reais, você pode usar a regra dos sinais:

- Dois números com sinais iguais multiplicados ou divididos resultam em um número positivo.
- Dois números com sinais diferentes sendo multiplicados ou divididos resultam em um número negativo.

Analise a tabela a seguir, que ilustra essa regra.

Regra dos sinais na multiplicação ou divisão			É igual a	Exemplos
+	e	+	+	10 : 2 = 5
–	e	–	+	(–4) . (–3) = 12 –(–7) = 7
–	e	+	–	(–36) : 12 = –3
+	e	–	–	7 . (–8) = –56

Potenciação

Potenciação é uma operação de multiplicação em que todos os fatores são iguais e a potência é o resultado dessa operação. O expoente indica quantas vezes a base será multiplicada por ela mesma.

Exemplos:

- $\underset{\text{Base}}{4}^{\overset{\text{Expoente}}{3}} = \underbrace{4 \,.\, 4 \,.\, 4}_{3 \text{ fatores iguais à base}} = 64$
- $\underset{\text{Base}}{1}^{\overset{\text{Expoente}}{6}} = \underbrace{1 \,.\, 1 \,.\, 1 \,.\, 1 \,.\, 1 \,.\, 1}_{6 \text{ fatores iguais à base}} = 1$
- $\underset{\text{Base}}{5}^{\overset{\text{Expoente}}{2}} = \underbrace{5 \,.\, 5}_{2 \text{ fatores iguais à base}} = 25$
- $\underset{\text{Base}}{2}^{\overset{\text{Expoente}}{5}} = \underbrace{2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2}_{5 \text{ fatores iguais à base}} = 32$
- $\underset{\text{Base}}{(-7)}^{\overset{\text{Expoente}}{2}} = \underbrace{(-7) \,.\, (-7)}_{2 \text{ fatores iguais à base}} = 49$
- $-\underset{\text{Base}}{7}^{\overset{\text{Expoente}}{2}} = -\underbrace{(7 \,.\, 7)}_{2 \text{ fatores iguais à base}} = -49$
- $\underset{\text{Base}}{(-4)}^{\overset{\text{Expoente}}{2}} = \underbrace{(-4) \,.\, (-4)}_{2 \text{ fatores iguais à base}} = 16$
- $\underset{\text{Base}}{(-4)}^{\overset{\text{Expoente}}{3}} = \underbrace{(-4) \,.\, (-4) \,.\, (-4)}_{3 \text{ fatores iguais à base}} = -64$

Atenção:

- Note que 5^2 = 5 . 5 = 25 é diferente de 5 . 2 = 10.
- Se a base é positiva, a potência é sempre positiva, independentemente de o expoente ser par ou ímpar.

- Se a base é negativa, a potência pode ser positiva ou negativa, veja:
  - Número negativo elevado a um número par tem o resultado positivo. Mas observe:

$$(\underset{\underset{\text{Base}}{\downarrow}}{-9})^2 \neq -\underset{\underset{\text{Base}}{\downarrow}}{9}^2$$

  - Número negativo elevado a um número ímpar tem o resultado negativo.

Algumas potências em $\mathbb{R}$:

Potência	Como Resolver	Exemplos
Expoente zero	Qualquer número real – diferente de zero – elevado ao expoente 0 é igual a 1.	$4^0 = 1$ $(-35)^0 = 1$
Expoente um	Todo número real elevado ao expoente 1 é igual ao próprio número.	$357^1 = 357$ $-16^1 = -16$
Expoente inteiro negativo	Todo número real, não nulo, com expoente negativo corresponde ao inverso desse número, com o mesmo expoente, agora sem o sinal.	$3^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{1}{3}\right).\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{81}$
Expoente fracionário	Todo número real positivo com expoente fracionário (com numerador inteiro e denominador natural não nulo) pode ser escrito em forma de raiz da seguinte forma: a base da potência será o radicando (número que fica dentro da raiz), o numerador do expoente será o expoente dessa base e o denominador será o índice da raiz. Observação: para bases negativas, deverá verificar se satisfaz a condição de existência de um número real.	$36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36^1} = 6$ $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = 4$

Potência de base 10 ou potência de 10

Toda potência de base 10 e expoente natural terá como resultado o algarismo 1 seguido de quantos zeros o expoente indicar.

Toda potência de base 10 e expoente inteiro negativo terá como resultado o inverso de 10 com o mesmo expoente, agora positivo.

Exemplos:

- $10^6 = 10 . 10 . 10 . 10 . 10 . 10 = 1\ 000\ 000$
- $10^{-3} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = 0{,}001$

Propriedades da potenciação

Propriedades da potenciação		Representação algébrica	Exemplos
Produto de potências de mesma base	Conserva-se a base e somam-se os expoentes.	$a^m.a^n = a^{m+n}$	$10^{21}.10^{13} = 10^{21+13} = 10^{34}$
Quociente de potências de mesma base	Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{10^{21}}{10^{13}} = 10^{21-13} = 10^8$
Potência de uma potência	Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes.	$(a^m)^n = a^{m.n}$	$(2^3)^{-8} = 2^{3.(-8)} = 2^{-24}$
Potência de um produto	Eleva-se cada um dos fatores ao expoente do produto.	$(a.b)^n = a^n.b^n$	$(2 . 3)^3 = 2^3.3^3$
Potência de um quociente	Elevam-se os termos da divisão (dividendo e divisor) ao expoente dessa operação.	$(a : b)^n = a^n : b^n$, com $b \neq 0$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}$

MATEMÁTICA BÁSICA

EXERCÍCIOS

01. Calcule as potências:

A) 1^3

B) 0^6

C) $(-2)^3$

D) $(-4)^3$

E) $(-2)^4$

F) $(-4)^4$

G) $2^3 \, . \, 2^5$

02. (UFPA) Simplificando a expressão $[2^9 : (2^2 \, . \, 2)^3]^{-3}$, obtém-se:

A) 2

B) 2^{-30}

C) 2^{-6}

D) 1

E) 2^{36}

03. (UFSM) O valor da expressão $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} : \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ é:

A) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B) $\left(\frac{6}{3}\right)^2$

C) $\sqrt{2}$

D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

E) 2

04. Simplifique a expressão $\frac{81.(1\,024)^4.2^8(512)^{-3}.18}{(2^{-1})^2.(2^{10}.3^3)^2}$.

05. (UFRGS-RS–2015) A expressão $(0{,}125)^{15}$ é equivalente a

A) 5^{45}

B) 5^{-45}

C) 2^{45}

D) 2^{-45}

E) $(-2)^{45}$

Notação Científica

Escrever um número em notação científica é escrever o produto de **a**, cujo módulo é maior ou igual a 1 e menor que 10, com uma potência de 10, ou seja: $a.10^n$, $1 \leq |a| < 10$

Exemplo:

- $700 = 7{,}00 \, . \, 10^2 = 7 \, . \, 10^2$

Modo prático de se escrever um número em notação científica:

I. Reescreva o número com a vírgula à direita do primeiro algarismo significativo (diferente de zero).

II. Multiplique a reescrita do número por 10 elevado ao número de casas deslocadas sendo que a cada casa que andar com a vírgula para **direita**, o expoente fica **−1** e a cada casa que andar com a vírgula para **esquerda**, o expoente fica **+1**.

Por isso, $700 = \overbrace{7{,}00}^{\text{I}} \, . \, \underbrace{10^2}_{\text{II}}$ → o expoente ficou +2, pois a vírgula foi deslocada **duas** casas para a esquerda.

Mais exemplos:

- $4\,900\,000 = 4{,}900000 \, . \, 10^6 = 4{,}9 \, . \, 10^6$ (foram 6 casas para esquerda)
- $0{,}00721 = 7{,}21 \, . \, 10^{-3}$ (foram 3 casa para a direita, pois 7 é o primeiro algarismo significativo).

Operações com números em notação científica

I. Adição e subtração: escreva os números com a potência de 10 sendo o mesmo expoente. Some ou subtraia as primeiras partes e mantenha a potência de 10.

II. Multiplicação e divisão: multiplique ou divida as primeiras partes. Para as potências de 10, utilize as regras da potenciação:
  - Multiplicação de mesma base: mantenha a base e some os expoentes. Exemplo: $10^2.10^3 = 10^5$
  - Divisão de mesma base: mantenha a base e subtraia os expoentes. Exemplo: $10^2:10^3 = 10^{-1}$.

Veja mais exemplos:

- $7{,}2.10^3 + 4{,}5.10^3 = (7{,}2 + 4{,}5) \, . \, 10^3 = 11{,}7 \, . \, 10^3$
- $(7{,}2 \, . \, 10^3) \, . \, (4{,}5 \, . \, 10^3) = 32{,}4 \, . \, 10^6$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Qual o valor da expressão $\frac{1\,000\,000.[(10^{-3})^2]^4.(0{,}0001.10^{-2})^3}{(0{,}000001)^2.10\,000^{-6}.(10^{-5}.10^{-1})^2}$, como uma potência de base 10?

1º Transforme os números para potência de base 10 (use a regra):

$$\frac{1\,000\,000.\left[\left(10^{-3}\right)^2\right]^4.\left(0{,}0001.10^{-2}\right)^3}{\left(0{,}000001\right)^2.10\,000^{-6}.\left(10^{-5}.10^{-1}\right)^2} =$$

$$\frac{10^6.\left[\left(10^{-3}\right)^2\right]^4.\left(10^{-4}.10^{-2}\right)^3}{\left(10^{-6}\right)^2.\left(10^4\right)^{-6}.\left(10^{-5}.10^{-1}\right)^2} =$$

2º Resolvendo os parênteses, utilizando as propriedades das potências:

$$\frac{10^6.\left[\left(10^{-3}\right)^2\right]^4.\left(10^{-4}.10^{-2}\right)^3}{\left(10^{-6}\right)^2.\left(10^4\right)^{-6}.\left(10^{-5}.10^{-1}\right)^2} =$$

$$\frac{10^6.\left[10^{-6}\right]^4.\left(10^{-6}\right)^3}{\left(10^{-6}\right)^2.\left(10^4\right)^{-6}.\left(10^{-6}\right)^2} =$$

3º Utilizando a propriedade da potência de potência:

$$\frac{10^6.\left[10^{-6}\right]^4.\left(10^{-6}\right)^3}{\left(10^{-6}\right)^2.\left(10^4\right)^{-6}.\left(10^{-6}\right)^2} =$$

$$\frac{10^6.10^{-24}.10^{-18}}{10^{-12}.10^{-24}.10^{-12}} =$$

4º Resolvendo as multiplicações de mesma base no numerador e denominador:

$$\frac{10^6.10^{-24}.10^{-18}}{10^{-12}.10^{-24}.10^{-12}} =$$

$$\frac{10^{-36}}{10^{-48}} =$$

5º Utilizando a propriedade da divisão de mesma base:

$$\frac{10^{-36}}{10^{-48}} = 10^{-36-(-48)} = 10^{-36+48} = 10^{12}$$

EXERCÍCIOS

06. Escreva em potência de base 10 os seguintes números:

A) 100

B) 0,01

C) 1 000

D) 0,001

E) 0,00001

F) 100 000

G) 0,000001

H) 1 000 000 000

07. Calcule o valor da expressão:

$$\frac{0,01.10^3.(0,0001)^3.1000}{(0,01)^2.0,00001}$$

08. (PUC-SP) O valor da expressão $C = \frac{10^{-3}.10^5}{10.10^4}$ é:

A) 10

B) 1000

C) 10^{-2}

D) 10^{-3}

09. Transforme os valores a seguir para notação científica:

A) $150 = 1,5 . 10^2$
(duas casas com a vírgula para esquerda)

B) 20

C) 1 780

D) 74 000

E) 235 600

F) $0,0017 = 1,7 . 10^{-3}$
(três casas com a vírgula para direita)

G) 0,02

H) 0,00007

I) 0,152

J) 0,00000087

10. (FEI-SP) O valor da expressão $B = (5.10^8).(4.10^{-3})$ é:

A) 20^6

B) $2 . 10^6$

C) $2 . 10^9$

D) $20 . 10^{-4}$

11. Sejam dados os valores:

A = 512 000 000

B = 0,0000256

C = 7 800 000

A) Escreva **A**, **B** e **C** em notação científica.

B) Calcule A.B, A : B e A + C. Escreva os resultados em notação científica.

12. (CEFET-MG) Nos trabalhos científicos, números muito grandes ou próximos de zero, são escritos em notação científica, que consiste em um número x, tal que 1 < x < 10 multiplicado por uma potência de base 10.

Assim sendo, 0,00000045 deve ser escrito da seguinte forma:

A) $0,45 . 10^{-7}$

B) $4,5 . 10^{-7}$

C) $45 . 10^{-6}$

D) $4,5 . 10^{-8}$

E) $4,5 . 10^{-5}$

13. (UFRGS) Dadas as informações:

I. Velocidade da luz no vácuo: 300000000 m/s

II. Distância da Terra ao Sol: 149000000 km

III. Raio do átomo de hidrogênio: 0,000000005 cm

IV. Idade das rochas mais antigas:
100000000000000000 s

Escreva cada um desses números sob forma de notação científica.

14. A carga de um elétron é −0,00000000000000000016 C. Esse número, em notação científica, será:

A) $-1,6 . 10^{-18}$

B) $-1,6 . 10^{-17}$

C) $-1,6 . 10^{-19}$

D) $-1,6 . 10^{-20}$

15. (FUVEST-SP) As células da bactéria *Escherichia coli* têm formato cilíndrico, com 8×10^{-7} metros de diâmetro. O diâmetro de um fio de cabelo é de aproximadamente 1×10^{-4} metros.

Dividindo-se o diâmetro de um fio de cabelo pelo diâmetro de uma célula de *Escherichia coli*, obtém-se, como resultado:

A) 125 B) 250 C) 500 D) 1 000 E) 8 000

16. (UFSM) O valor da expressão $\sqrt[3]{\dfrac{60\,000 \,.\, 0{,}00009}{0{,}0002}}$ é:

A) 3.10^3 B) 3 C) 3.10 D) 9.10^3 E) 27.10^3

17. (UERJ)

Cientistas da Nasa recalculam idade da estrela mais velha já descoberta

Cientistas da agência espacial americana (Nasa) recalcularam a idade da estrela mais velha já descoberta, conhecida como "Estrela Matusalém" ou HD 140283. Eles estimam que a estrela possua 14,5 bilhões de anos, com margem de erro de 0,8 bilhão para menos ou para mais, o que significa que ela pode ter de x a y bilhões de anos.

G1, 11 mar. 2011.
Disponível em: <htpp://g1.globo.com> (Adaptação).

De acordo com as informações do texto, a soma x + y é igual a:

A) 13,7 B) 15,0 C) 23,5 D) 29,0

18. (CEFET-MG) Segundo as estimativas do IBGE, em 2009 o Brasil tem, aproximadamente, 190 milhões de habitantes espalhados pelas suas 27 unidades da federação e 5 565 municípios. A tabela seguinte mostra o número aproximado de habitantes em algumas capitais brasileiras.

Capitais	N.º de habitantes
Belo Horizonte	2 400 000
Brasília	2 600 000
Rio de Janeiro	6 000 000
São Paulo	11 000 000

Com base nesses dados, é correto afirmar que aproximadamente ________________ habitantes estão distribuídos em ____________________ .

A opção que completa, corretamente, as lacunas acima é

A) $1{,}68 \,.\, 10^8$, 5 561 municípios.
B) $2{,}45 \,.\, 10^7$, 5 561 municípios.
C) $7{,}52 \,.\, 10^6$, Belo Horizonte e Brasília.
D) $7{,}10 \,.\, 10^6$, Belo Horizonte e São Paulo.

Radiciação

É a operação que determina qual o número é o resultado da potenciação com o índice da raiz, ou seja, qual número elevado ao índice da raiz resulta no radicando (número dentro da raiz).

Para resolver raízes desconhecidas, fatore o radicando e junte os fatores de acordo com o índice da raiz.

Exemplo:

- $\sqrt[\overset{\text{índice}}{\overset{\uparrow}{3}}]{729} \rightarrow \text{Radicando}$

Para calcular $\sqrt[3]{729}$, fatore o 729 e agrupe os fatores iguais de 3 em 3, pois o índice é 3.

$$\begin{array}{r|l} 729 & \left.\begin{array}{l} 3 \\ 3 \\ 3 \end{array}\right\rangle 3^3 \\ \begin{array}{r} 243 \\ 81 \end{array} & \\ 27 & \left.\begin{array}{l} 3 \\ 3 \\ 3 \end{array}\right\rangle 3^3 \\ \begin{array}{r} 9 \\ 3 \\ 1 \end{array} & \end{array}$$

Então, $\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{3^3.3^3} = \sqrt[3]{3^3}.\sqrt[3]{3^3} = 3.3 = 9$.

Propriedades da radiciação		Representação algébrica (satisfazendo as condições de existência dos números reais)	Exemplos
Multiplicação de raízes com mesmo índice	Conserva-se a raiz e o índice e multiplica-se os números do radicando.	$\sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{ab}$	$\sqrt{2}.\sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ $\sqrt{18} = \sqrt{9.2} = 3\sqrt{2}$
Divisão de raízes com mesmo índice	Conserva-se a raiz e o índice e divide-se os números do radicando.	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, com $b \neq 0$	$\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{20 : 5} = \sqrt{4} = 2$
Potência da raiz	Conserva-se o índice e eleva-se o radicando ao expoente indicado.	$\left(\sqrt[n]{2}\right)^m = \sqrt[n]{2^m}$	$\left(\sqrt[3]{2}\right)^2 = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$
Raiz de um potência	Simplifica-se, sempre que possível, o expoente com o índice da raiz.	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:p]{a^{m:p}}$	$\sqrt[4]{3^8} = \sqrt[4:4]{3^{8:4}} = 3^2 = 9$ ou $\sqrt[4]{3^8} = 3^{\frac{8}{4}} = 3^2 = 9$ $\sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3 = 8$ $\sqrt{15^2} = 15$
Raiz de raiz	Conserva-se o radicando e multiplica-se os índices em um mesmo radical.	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$	$\sqrt[5]{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[5.3]{2} = \sqrt[15]{2}$ $\sqrt{\sqrt{3}} = \sqrt[2.2]{3} = \sqrt[4]{3}$

Observação:

O índice unitário representa uma raiz exata.

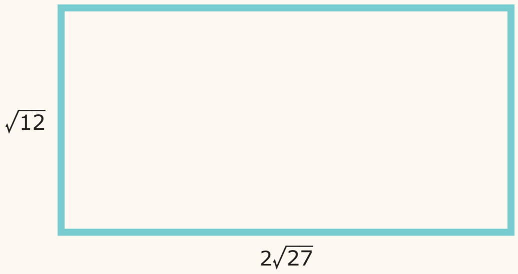
$\sqrt[1]{a^2} = a^{\frac{2}{1}} = a^2$

EXERCÍCIOS

19. Sejam os valores de **x** e **y** respectivamente iguais a $3\sqrt{50} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{3} . 4\sqrt{12} - 5\sqrt{18}$ e $\sqrt{7}.\frac{\sqrt{7}}{2} - \left(\sqrt[3]{5}\right)^6 + \sqrt{\sqrt{3}} . 3^{-\frac{1}{4}}$.

Simplificando as expressões, verifique se **x** e **y** representam números inteiros.

20. Considere o retângulo a seguir, cujas medidas estão indicadas na figura.



Determine o perímetro do retângulo, com o resultado na forma simplificada.

Expressões numéricas

Para resolver uma expressão numérica que não envolva parênteses, colchetes ou chaves, é necessário respeitar a hierarquia das operações na seguinte ordem:

1º Potenciação ou radiciação;

2º Multiplicação ou divisão (na ordem que surgir na expressão, da esquerda para a direita);

3º Adição ou subtração.

Acompanhe o exemplo:

$$\underset{\downarrow}{7^2} + 45 - 2 + 72 : 8 . 2 + \underset{\downarrow}{\sqrt{81}} =$$

$$49 + 45 - 2 + \underbrace{72 : 8}_{\downarrow} . 2 + 9 =$$

$$49 + 45 - 2 + \underbrace{9 . 2}_{\downarrow} + 9 =$$

$$\underbrace{49 + 45}_{\downarrow} - 2 + 18 + 9 =$$

$$\underbrace{94 - 2}_{\downarrow} + 18 + 9 =$$

$$92 + 18 + 9 = 119$$

Caso a expressão tenha, ainda, sinais de associação (parênteses, colchetes ou chaves), deve-se resolver as operações que estão dentro dos parênteses; depois as operações que estão entre os colchetes e, finalmente, resolver aquelas que estão entre as chaves, nessa ordem, e sempre respeitando a ordem de resolução das operações. Observe:

$$7^2 + 45 - [2 + 72 : 8 \,.\, (2 + \underset{\downarrow}{\sqrt{81}})] =$$

$$7^2 + 45 - [2 + 72 : 8 \,.\, (\underbrace{2 \;+\; 9}_{\downarrow})] =$$

$$7^2 + 45 - [2 + \underbrace{72 \;:\; 8}_{\downarrow} \,.\, 11] =$$

$$7^2 + 45 - [2 + \underbrace{9 \,.\, 11}_{\downarrow}] =$$

$$7^2 + 45 - [\underbrace{2 + 99}_{\downarrow}] =$$

$$\underset{\downarrow}{7^2} + 45 - 101 =$$

$$\underbrace{49 + 45}_{\downarrow} - 101 =$$

$$94 - 101 = -7$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. Calcule o valor das expressões numéricas:

A) $-7 + \sqrt{400} : (-4).5 - 3^2 - (-8) + 4.(3 - 7)$

Para resolver a expressão numérica vamos seguir a hierarquia, veja como:

1º Resolvendo dentro dos parênteses:

$$-7 + \sqrt{400} : (-4).5 - 3^2 - (-8) + 4.(\underbrace{3 - 7}_{\downarrow}) =$$

$$-7 + \sqrt{400} : (-4).5 - 3^2 - (-8) + 4.(-4) =$$

2º Resolvendo potenciação e radiciação:

$$-7 + \underset{\downarrow}{\sqrt{400}} : (-4).5 - \underset{\downarrow}{3^2} - (-8) + 4.(-4) =$$

$$-7 + 20 : \; (-4) \,.\, 5 - 9 - (-8) + 4.(-4) =$$

3º Resolvendo multiplicação e divisão (esquerda para direita):

$$-7 + \underbrace{20 : (-4)}_{\downarrow}.5 - 9 - (-8) + \underbrace{4.(-4)}_{\downarrow} =$$

$$-7 + \underbrace{(-5).5}_{\downarrow} - 9 \underbrace{- (-8)}_{\downarrow} \; - 16 =$$

$$-7 - 25 \;\; -9 \;+\;\; 8 - 16 =$$

4º Adição e subtração:

$$\underbrace{-7 - 25}_{\downarrow} - 9 + 8 - 16 =$$

$$\underbrace{-32 - 9}_{\downarrow} + 8 - 16 =$$

$$\underbrace{-41 + 8}_{\downarrow} - 16 =$$

$$-33 - 16 \; = -49$$

B) $25^{\frac{1}{2}} - 4^{\frac{3}{2}} + 8^{\frac{1}{3}} . \frac{1}{2} + 2$

1º O expoente é fracionário, logo vamos usar a propriedade da potência com expoente fracionário:

$$25^{\frac{1}{2}} - 4^{\frac{3}{2}} + 8^{\frac{1}{3}} . \frac{1}{2} + 2 =$$

$$\sqrt{25} - \sqrt{4^3} + \sqrt[3]{8^1} . \frac{1}{2} + 2 =$$

2º Calculando o valor de cada raiz (caso seja necessário, fatore):

$$\sqrt{25} - \sqrt{4^3} + \sqrt[3]{8^1} . \frac{1}{2} + 2 =$$

$$5 - \sqrt{64} + \sqrt[3]{8} . \frac{1}{2} + 2 =$$

$$5 - 8 + \sqrt[3]{2^3} . \frac{1}{2} + 2 =$$

$$5 - 8 + 2 . \frac{1}{2} + 2 =$$

3º Calculando a multiplicação:

$$5 - 8 + \cancel{2} . \frac{1}{\cancel{2}} + 2 =$$

$$5 - 8 + 1 + 2 =$$

4º Calculando adição e subtração:

$$\underbrace{5 - 8}_{\downarrow} + 1 + 2 =$$

$$\underbrace{-3 + 1}_{\downarrow} + 2 =$$

$$-2 + 2 = 0$$

EXERCÍCIOS

21. Resolva as expressões:

A) $(-4 - 3)^2 : (-1 - 6) + 2[(-8)^3 : (24 : 3)^2]$

B) $\sqrt{36} : 3^2 - 7.(\sqrt{16} + \sqrt[3]{8})$

C) $5^2 : \left(3^2 - \sqrt{16}\right) + 6^2 . \left(4^2 - 3 . 2\right)^0$

D) $\sqrt{81} + \sqrt{4} . \sqrt{64} - \sqrt{36}$

22. Uma dessas questões de uma prova foi calcular o valor da expressão matemática:

$$\sqrt{4}.\left[\left(\sqrt{36} + 7.3\right) : \sqrt{81} + \left(21 - \sqrt{25}.2^2\right)\right] + \sqrt{49} - 10$$

A resolução correta dessa questão é

A) 5

B) 15

C) 25

D) 35

E) 45

23. (PUC Rio) O valor de $\sqrt[3]{-27} \,.\, \sqrt[2]{(-3)^2}$ é

A) 3

B) 6

C) 9

D) −6

E) −9

24. Qual o valor da expressão abaixo?

$$\left\{2^6 \times \left[[\sqrt{1024} : \left(5^3 + 37 \,.\, 3 - 283\right)^2 \right]^3 \right\}^0$$

A) 101

B) 86

C) 7

D) 3

E) 1

25. (CN) Qual é o valor da expressão

$$\left[\left(3^{0,333...}\right)^{27} + 2^{2^{1^7}} - \sqrt[5]{239 + \sqrt[3]{\frac{448}{7}}} - \left(\sqrt[3]{3}\right)^{3^3}\right]^{\sqrt[7]{92}} \quad ?$$

A) 0,3

B) $\sqrt{3}$

C) 1

D) 0

E) 1

26. (IFSul–2016) O valor da expressão $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{2} + \sqrt[3]{-27}$ é

A) 3

B) −3

C) $\frac{551}{25}$

D) $\frac{701}{25}$

27. Determine o valor das seguintes expressões:

A) $\sqrt{289} - 4\sqrt{225} + 2\sqrt{36.9}$

B) $\sqrt{\frac{16}{25}} + 2\sqrt{0,49}$

C) $\sqrt{6.8.12} - \frac{\sqrt{3\,600}}{6}$

D) $\sqrt{\frac{\sqrt{324}}{\sqrt{81}} \,.\, 3 \,.\, \frac{\sqrt{576}}{\sqrt{16}}}$

E) $\frac{\sqrt{144} - \sqrt{25}}{75} : \frac{\sqrt{441}}{\sqrt{121} + \sqrt{196}}$

28. Determine o resultado de $\left(\frac{5^0 + 5^{-1}}{15^{-2}} + \frac{-3^3}{\frac{1}{6} - \frac{2}{9}}\right) . (-1)^5$.

29. (IFSul–2017) As corridas com obstáculos são provas de atletismo que fazem parte do programa olímpico e consistem em corridas que têm no percurso barreiras que os atletas têm de saltar. Suponha que uma prova tenha um percurso de 1 000 metros e que a primeira barreira esteja a 25 metros da largada, a segunda a 50 metros, e assim sucessivamente.

Se a última barreira está a 25 metros da linha de chegada, o total de barreiras no percurso é

A) 39

B) 41

C) 43

D) 45

30. (IFPE) O SBT, em parceria com a Nestlé, criou um novo programa de perguntas e respostas chamado "Um milhão na mesa". Nele, o apresentador Silvio Santos faz perguntas sobre temas escolhidos pelos participantes. O prêmio máximo é de R$ 1 000 000,00, que fica, inicialmente, sobre uma mesa, distribuído em pacotes com notas de R$ 20,00. Cada pacote é formado por mil notas. Em quantos pacotes está dividido o prêmio do programa?

A) 150

B) 125

C) 100

D) 75

E) 50

31. (UFG-GO) Uma pessoa fez uma compra em um supermercado no valor de R$ 77,00. Ao efetuar o pagamento com uma nota de R$ 100,00, o operador de caixa informou-lhe que dispunha apenas de notas de R$ 10,00 para o troco. O cliente verificou que ainda tinha em sua carteira R$ 73,00, sendo três notas de R$ 10,00, oito notas de R$ 5,00 e três moedas de R$ 1,00.

O menor valor que o cliente deve repassar ao operador de caixa, para facilitar o troco, considerando-se o dinheiro que tinha em sua carteira, é

A) R$ 103,00.

B) R$ 107,00.

C) R$ 113,00.

D) R$ 117,00.

E) R$ 123,00.

32. (UEPA) O cálcio é essencial para a transmissão nervosa, coagulação do sangue e contração muscular; atua também na respiração celular, além de garantir uma boa formação e manutenção de ossos e dentes. A tabela 1 a seguir mostra que a ingestão diária recomendada de cálcio por pessoa varia com a idade.

Tabela 1

Idade	Cálcio (mg/dia)
4 a 8 anos	800
9 a 13 anos	1 300
14 a 18 anos	1 300
19 a 50 anos	1 000

Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Cálcio>.

Foi por essa importância que o cálcio tem para o corpo humano que a diretora de uma escola resolveu calcular a quantidade de cálcio que teria de usar nas refeições diárias dos seus alunos para suprir essa necessidade. A tabela 2 a seguir mostra a quantidade de alunos por idade existente nessa escola.

Tabela 2

Idade	Alunos
4 a 8 anos	60
9 a 13 anos	100
14 a 18 anos	80
19 a 50 anos	40

A quantidade diária de cálcio, em mg, que teria que usar nas refeições desses alunos é

A) 286 000
B) 294 000
C) 300 000
D) 310 000
E) 322 000

33. (Unesp) Segundo nutricionistas, uma refeição equilibrada, para uma pessoa adulta e saudável, não deve conter mais que 800 kcal. A tabela traz algumas opções de pedido, variedades dentro dessas opções e o valor energético de cada uma delas.

Opções de pedido	Variedades	Valor energético
Sanduíches	completo	491 kcal
	de peixe	362 kcal
	light	295 kcal
Acompanhamentos	porção de fritas	206 kcal
	salada	8 kcal
Bebidas	refrigerante 300 mL	120 kcal
	refrigerante *diet* 300 mL	0 kcal
	suco de laranja 300 mL	116 kcal
Sobremesas	torta de maçã	198 kcal
	porção de frutas	25 kcal

Escolhendo-se um item de cada opção de pedido, a refeição de maior valor energético, que não exceda o limite de 800 kcal, será a composta de

A) sanduíche completo, porção de fritas, refrigerante *diet* 300 mL e porção de frutas.
B) sanduíche *light*, porção de fritas, refrigerante 300 mL e porção de frutas.
C) sanduíche *light*, porção de fritas, suco de laranja 300 mL e porção de frutas.
D) sanduíche de peixe, porção de fritas, suco de laranja 300 mL e porção de frutas.
E) sanduíche de peixe, porção de fritas, refrigerante *diet* 300 mL e torta de maçã.

34. (UFG-GO) Considere que no primeiro dia do "Rock in Rio 2011", em um certo momento, o público presente era de cem mil pessoas e que a Cidade do Rock, local do evento, dispunha de quatro portões por onde podiam sair, no máximo, 1 250 pessoas por minuto, em cada portão. Nessas circunstâncias, o tempo mínimo, em minutos, para esvaziar a Cidade do Rock será de

A) 80
B) 60
C) 50
D) 40
E) 20

35. (UFPE) O usuário doméstico de *software* pirateado está sujeito a multa equivalente a 3 000 vezes o valor de mercado do *software*, para cada cópia instalada. Se o preço de mercado de um determinado *software* é de R$ 1 300,00 e cópias piratas do mesmo estão instaladas nos 5 computadores de uma residência, qual é o valor total da multa (em reais) a que está sujeito o proprietário dos computadores? Indique a soma dos dígitos do valor da multa.

36. (UFPE) Júnior possui uma fazenda onde recolhe 45 litros de leite de cabra por dia, que são utilizados na fabricação de queijo. Com cada 5 litros de leite, ele fabrica 1 kg de queijo. O queijo fabricado é então dividido em porções de 125 g que são empacotadas em dúzias. Cada pacote é vendido por R$ 6,00. Quanto Júnior arrecada por dia com a venda do queijo?

A) R$ 35,00
B) R$ 34,00
C) R$ 33,00
D) R$ 37,00
E) R$ 36,00

37. (UERJ)

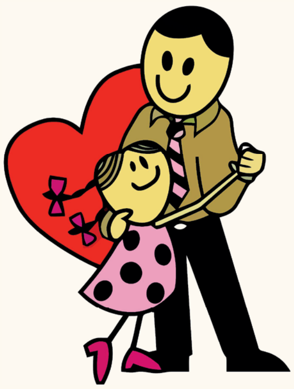
FÁBRICA Y – Ano 2000				
Produtos	Produção (em mil unidades)		Preço unitários de venda (em R$)	
	maio	junho	maio	junho
A	100	50	15	18
B	80	100	13	12
C	90	70	14	10

Todos os produtos **A**, **B** e **C** produzidos nos meses de maio e junho foram vendidos pelos preços da tabela.

Calcule o total arrecadado nessa venda, em reais.

38. (IFSC) A idade de Manoela é dada pela expressão numérica:

$$\text{Idade} = \left[50\% + 10^{-1} + 10^{2} - 2^{-1} - \frac{1}{10}\right]^{\frac{1}{2}} \text{ anos}$$



Sabendo que o pai possui o quádruplo da idade de Manoela, é correto afirmar que a idade do pai é de:

A) 50 anos

B) 60 anos

C) 48 anos

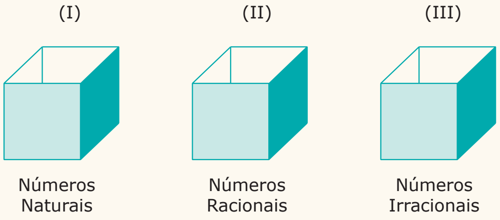
D) 36 anos

E) 40 anos

39. (EPCAR-MG–2018) Sejam A e B os valores das expressões numéricas a seguir:

$$A = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}} \qquad B = \frac{(0,00001)^{2} \cdot (0,01)^{-3}}{\dfrac{\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1}}{\left(\dfrac{1}{25}\right)^{-1}} \cdot \left(\dfrac{1}{10}\right)^{2}}$$

Cada um desses valores pode ser colocado em uma das caixas a seguir, conforme a especificação de cada uma, a saber:



Dessa forma, podemos afirmar que uma combinação correta para os valores A e B e as caixas (I), (II) e (III) é, respectivamente,

A) A (II) e B (I)

B) A (I) e B (III)

C) A (III) e B (II)

D) A (I) e B (II)

Operações com frações

Adição ou subtração

Faça o MMC dos denominadores (fatore-os simultaneamente, o produto dos fatores será o MMC) e, em seguida, escreva as frações equivalentes com o MMC no novo denominador.

Todo número inteiro possui 1 no denominador.

Exemplo:

- $\frac{3}{4} - 7 = \frac{3}{4} - \frac{7}{1}$

MMC (1, 4) = 4

Para calcular as frações equivalentes, escreva o MMC nos denominadores, em seguida divida o MMC pelo denominador anterior de cada fração, uma a uma, e multiplique este resultado pelo numerador. Veja:

$$\frac{3}{4} - \frac{7}{1} \Rightarrow \frac{?}{4} - \frac{?}{4} \Rightarrow$$
$$\frac{3}{4} - \frac{28}{4} = -\frac{25}{4}$$

Multiplicação de frações

Multiplique numerador com numerador e denominador com denominador. Se possível, simplifique (reduza) a fração.

Exemplo:

- $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{56}$

$$\frac{\cancel{6}^{:2}}{\cancel{56}_{:2}} = \frac{3}{28}$$

Divisão de frações

Conserve a primeira fração e multiplique pelo inverso da segunda.

Exemplo:

- $\frac{5}{12}:\frac{3}{4}=\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{3}=\frac{\cancel{20}^{:4}}{\cancel{36}_{:4}}=\frac{5}{9}$

Potenciação de frações

Faça a potência do numerador e a potência do denominador.

Exemplo:

- $\left(\frac{5}{4}\right)^3=\frac{5^3}{4^3}=\frac{125}{64}$

Radiciação de frações

Calcule a raiz do denominador e a raiz do numerador.

Exemplo:

- $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. Calcule o valor da expressão numérica:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\sqrt{\left(\frac{3}{10}:\frac{8}{15}\right)}$$

Para resolver a expressão numérica vamos seguir a hierarquia, veja como:

1º Resolvendo dentro dos parênteses, temos uma divisão de frações. Nesse caso, usaremos a regra de divisão de frações: repita a 1ª fração e multiplique pelo inverso da 2ª fração. Na multiplicação de frações, multiplique o numerador com numerador e denominador com denominador.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\underbrace{\sqrt{\left(\frac{3}{10}:\frac{8}{15}\right)}}_{\downarrow}=$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\underbrace{\sqrt{\left(\frac{3}{10}\cdot\frac{15}{8}\right)}}_{\downarrow}=$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\sqrt{\frac{45}{80}}=$$

2º Simplificando a fração dentro da raiz por 5 temos:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\sqrt{\frac{9}{16}}=$$

3º Resolvendo potenciação e radiciação:

$$\underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^2}_{\downarrow}+\frac{1}{2}-\underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^3}_{\downarrow}\cdot\underbrace{\sqrt{\left(\frac{9}{16}\right)}}_{\downarrow}=$$

$$\frac{1}{16}+\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\cdot\frac{3}{4}=$$

4º Resolvendo a multiplicação:

$$\frac{1}{16}+\frac{1}{2}-\underbrace{\frac{1}{8}\cdot\frac{3}{4}}_{\downarrow}=$$

$$\frac{1}{16}+\frac{1}{2}-\frac{3}{32}=$$

5º Calculando o MMC dos denominadores, já que eles são diferentes e fazendo a equivalência das frações:

MMC (16, 2, 32) = 32

$$\underset{\downarrow}{\frac{1}{16}}+\underset{\downarrow}{\frac{1}{2}}-\underset{\downarrow}{\frac{3}{32}}=$$

$$\frac{2}{32}+\frac{16}{32}-\frac{3}{32}=$$

6º Calculando as adições e subtrações:

$$\underbrace{\frac{2}{32}+\frac{16}{32}}_{\downarrow}-\frac{3}{32}=$$

$$\frac{18}{32}-\frac{3}{32}=$$

$$\frac{15}{32}$$

EXERCÍCIOS

40. Resolva as expressões a seguir:

A) $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-2}-(-3)+8\left[-\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]$

B) $\dfrac{-\left(\frac{1}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$

41. (UFC-CE) O valor da soma $1+\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{6}\right)$ é:

A) 5

B) 4

C) 3

D) 2

42. Determine o resultado de $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(\sqrt{\frac{1}{144}}\right)^{-1}$.

43. Escreva a fração irredutível que representa o resultado da expressão $\dfrac{2+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+1}}}}{\dfrac{26}{15}}$.

44. Sendo $A = (-2)^{-3} - \left(-\dfrac{1}{3}\right)^{-2} + (2^{-1})^{3} + \left(-\dfrac{5}{7}\right)^{0}$ e

$B = \left(\dfrac{4}{3}\right)^{-2} . \left(2 - \dfrac{2}{3}\right)^{-3} : \left(\dfrac{2^2}{3}\right)^{-6}$, calcule o valor de A + B.

45. (Mackenzie-SP) $\dfrac{(-5)^2 - 3^2 + \left(\dfrac{2}{3}\right)^0}{3^{(-2)} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{2}}$ é igual a:

A) $\dfrac{3\,150}{17}$

B) 90

C) $\dfrac{1\,530}{73}$

D) $\dfrac{17}{3\,150}$

E) –90

46. (UFRGS) O valor da expressão $\dfrac{(-5)^2 - 4^2 + \left(\dfrac{1}{5}\right)^0}{3^{(-2)} + 1}$ é:

A) –4

B) $\dfrac{1}{9}$

C) 1

D) $\dfrac{5}{4}$

E) 9

47. (PUC-RS) A expressão $\dfrac{2^{-2} . 2^2 + 2 . (3^2)^2 + 18^0}{8^{\frac{2}{3}}}$ é igual a:

A) 164

B) 83

C) 82

D) 45

E) 41

48. (UFSM) O valor da expressão $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-1} : \dfrac{2^{\frac{1}{2}}}{3}$ é

A) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

B) $\left(\dfrac{6}{3}\right)^2$

C) $\sqrt{2}$

D) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

E) 2

49. (IFPE–2017) Após fazer o curso de técnico em operador de computador no IFPE, Carlos Roberto resolveu abrir uma microempresa especializada em consertos de *notebooks*. Na primeira semana, Carlos conseguiu atender 3 clientes. Como seu trabalho foi muito bom, ele foi indicado por esses clientes e, na segunda semana, atendeu 15 clientes; na terceira semana, atendeu $\dfrac{7}{5}$ da quantidade de clientes que atendeu na segunda semana.

Carlos Roberto, nessas três primeiras semanas da sua empresa, atendeu

A) 25 clientes.

B) 42 clientes.

C) 35 clientes.

D) 39 clientes.

E) 28 clientes.

50. (UFG-GO) Na compra de um carro, foi dada uma entrada, correspondendo a um terço do seu valor, e o restante foi financiado em 24 prestações fixas de R$ 625,00. Calcule o preço do carro.

51. (FGV-SP) No orçamento da prefeitura de uma determinada cidade, a verba mensal total de R$ 24 000 000,00 é destinada à Educação. Sabe-se que $\dfrac{1}{8}$ deste montante é dirigido à Educação Infantil e $\dfrac{3}{8}$ ao Ensino Fundamental. Sabe-se também que $\dfrac{1}{3}$ dos recursos dirigidos à Educação Infantil são destinados ao pagamento de salários e o restante para outras despesas. Sabe-se ainda que $\dfrac{2}{5}$ dos recursos dirigidos ao Ensino Fundamental destinam-se ao pagamento de salários e o restante para outras despesas. Pede-se:

A) Quais são, em reais, os recursos destinados para a Educação Infantil e para o Ensino Fundamental?

B) Quais são as frações da verba total correspondentes aos recursos para pagamento de salários em cada um dos dois níveis de ensino?

C) Qual é a fração da verba total correspondente a outras despesas para a Educação Infantil?

D) Mantidos os números do enunciado, exceto a última fração $\dfrac{2}{5}$ referente aos recursos dirigidos para o pagamento de salários do Ensino Fundamental, pergunta-se: qual deverá ser o novo valor dessa última fração para que os recursos para pagamento de salários sejam iguais nos dois níveis de ensino?

52. (UEG-GO) Em uma cidade, $\frac{5}{8}$ da população torce pelo time A e, entre esses torcedores, $\frac{2}{5}$ são mulheres. Se o número de torcedores do sexo masculino do time A é igual a 120 000 a população dessa cidade é constituída por

A) 340 000 habitantes.
B) 320 000 habitantes.
C) 300 000 habitantes.
D) 280 000 habitantes.
E) 260 000 habitantes.

53. (UFRRJ) Em uma escola foi feito um levantamento para saber quais os tipos de calçados mais usados pelas crianças. Foi obtido o seguinte resultado: um terço usa sandálias; um quarto usa tênis; um quinto usa sapatos, e os 52 restantes usam outros tipos de calçados.

Pode-se concluir que, pelos tipos de calçados encontrados, há nessa escola um total de

A) 240 crianças.
B) 250 crianças.
C) 260 crianças.
D) 270 crianças.
E) 280 crianças.

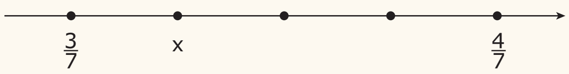
54. (PUC Minas) Um motorista de táxi trabalha de segunda a sábado, durante dez horas por dia, e ganha em média R$ 12,00 por hora trabalhada. Nessas condições, pode-se afirmar que, por semana, esse motorista ganha aproximadamente

A) R$ 380,00.
B) R$ 440,00.
C) R$ 660,00.
D) R$ 720,00.

55. (PUC Minas) Com uma frota de nove caminhões, uma transportadora levará 2 880 tambores desde uma fábrica até uma loja onde o produto será vendido no varejo. Cada um dos caminhões transporta, no máximo, 40 tambores por viagem da fábrica até a loja. O número mínimo de viagens que a frota deverá fazer para efetuar o serviço é

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

56. (FGV-SP–2016) Na reta numérica indicada a seguir, todos os pontos marcados estão igualmente espaçados.



Sendo assim, a soma do numerador com o denominador da fração irredutível que representa x é igual a

A) 39.
B) 40.
C) 41.
D) 42.
E) 43.

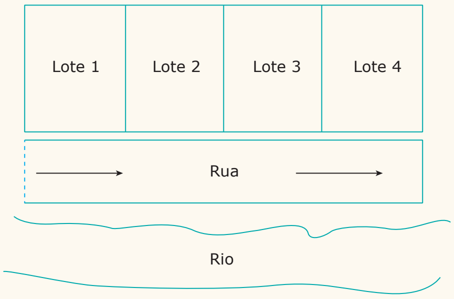
57. (UTFPR–2016) A expressão

$$\frac{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+1}}}}}{-1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{1+1}}}}$$

é equivalente a:

A) $\frac{13}{12}$.
B) $-\frac{13}{12}$.
C) $-\frac{39}{16}$.
D) $\frac{39}{16}$.
E) $\frac{1}{2}$.

58. (UPE–2016) Uma rua sem saída, às margens de um rio será calçada pelos proprietários dos seus quatro lotes e o custo da pavimentação será de R$ 60 000,00. Em uma reunião, eles chegaram ao seguinte acordo: os custos da pavimentação do primeiro lote serão divididos entre os proprietários dos quatro lotes; para o segundo lote serão divididos entre os proprietários dos lotes 2, 3 e 4; os custos da pavimentação para o terceiro lote, serão divididos entre os proprietários dos lotes 3 e 4, e os custos da pavimentação para o quarto lote caberão apenas ao seu proprietário. Nessas condições, quanto o proprietário do lote 4 pagou a mais que o do lote 2?



A) R$ 12 500,00
B) R$ 14 500,00
C) R$ 16 500,00
D) R$ 18 000,00
E) R$ 22 500,00

Racionalização de denominadores

É o processo de transformar o denominador irracional em um número racional. Para isso, devemos seguir alguns passos. Vamos nos ater a dois casos:

Raiz quadrada no denominador

Observe a fração: $\frac{5}{\sqrt{7}}$.

Para transformar o denominador em um número racional, vamos multiplicar o numerador e o denominador por $\sqrt{7}$.

$$\frac{5}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{49}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$$

Denominador como uma adição ou subtração com raízes quadradas

Nesse caso vamos multiplicar os termos da fração pela expressão que representa a operação inversa entre os mesmos números presentes no denominador.

Observe a fração: $\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{5}}$.

Para racionalizar o denominador, vamos multiplicar o numerador e o denominador por $2+\sqrt{5}$.

$$\frac{\sqrt{3}}{(2-\sqrt{5})} \cdot \frac{(2+\sqrt{5})}{(2+\sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{15}}{2-5} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{15}}{-3} = -\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{15}}{3}$$

EXERCÍCIOS

59. Racionalize os denominadores:

A) $\frac{8}{\sqrt{3}}$

B) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

C) $\frac{23}{4+\sqrt{5}}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{7}}$

E) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{21}}$

60. (PUC Rio–2016) Quanto vale $\frac{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}}$?

A) $\sqrt[3]{3}$

B) $\sqrt[3]{9}$

C) $1+\sqrt[3]{3}$

D) $1+\sqrt[3]{9}$

E) $2\sqrt[3]{3}$

61. (PUC Rio–2016) Quanto vale $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$?

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}-1$

B) $\sqrt{2}+1$

C) $\frac{\sqrt{2}}{2}-1$

D) $\frac{5}{2}$

E) 1

62. (FUVEST-SP) O valor da expressão $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ é:

A) $\sqrt{2}$

B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

C) 2

D) $\frac{1}{2}$

E) $\sqrt{2}+1$

Operações com números decimais

Nos números decimais (números com vírgula), as posições dos algarismos devem ser respeitadas. Veja alguns exemplos:

Adição e subtração

De maneira prática, para efetuar uma adição ou subtração de números decimais, devemos:

I. Colocar número debaixo de número com vírgula debaixo de vírgula.

II. Igualar as casas decimais, acrescentando zeros à direita do número quando necessário.

III. Efetuar os cálculos, respeitando as posições dos algarismos no sistema de numeração decimal.

Exemplos:

- 7 − 3,33

$$\begin{array}{r} 7{,}00 \\ -\;3{,}33 \\ \hline 3{,}67 \end{array}$$

- 8,901 + 2,39

$$\begin{array}{r} 8{,}901 \\ +\;2{,}390 \\ \hline 11{,}291 \end{array}$$

Multiplicação

Tome como exemplo o produto 2,7 x 0,38.

Para resolvê-lo, multiplicamos os dois números sem considerar as vírgulas, como se fossem números inteiros, e colocamos a vírgula no final. Os fatores têm, juntos, três casas decimais. O produto terá três casas decimais.

$$\begin{array}{rl} 0,38 & (2\text{ casas decimais}) \\ \times\ \underline{2,7\ \ } & (1\text{ casa decimal}) \\ +\ 266 & \\ \underline{760} & \\ 1,026 & (3\text{ casas decimais}) \end{array}$$

Divisão

Para dividir números decimais, usamos modo bastante prático. Veja:

1,2 : 0,25

I. Igualamos o número de casas decimais dos dois números, acrescentando zeros à direita.

1,20 : 0,25

II. Eliminamos as vírgulas e os zeros à esquerda.

120 : 25

III. Efetuamos a divisão.

$$\begin{array}{r|l} 120 & \underline{25} \\ \underline{-100} & 4,8 \\ 200 & \\ \underline{-200} & \\ 000 & \end{array}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

04. Calcule o valor da expressão numérica:

–5(0,2 – 3,04) + 8 : 0,5

1º Resolvendo dentro dos parênteses, temos uma subtração de números decimais, coloque vírgula embaixo de vírgula para resolver:

$$-5(\underbrace{0,2-3,04}_{\downarrow})+8:0,5=$$

$$-5(-2,84)+8:0,5=$$

2º Resolvendo as multiplicações e divisões:

$$\underbrace{-5(-2,84)}_{\downarrow}+\underbrace{8:0,5}_{\downarrow}=$$

$$+14,2 \quad + \quad 16 =$$

3º Resolvendo a soma:

+14,2 + 16 = 30,2

EXERCÍCIOS

63. Calcule:

A) 3,2 : 0,25

B) 0,48 : 0,002

C) 7,3 . 0,45

D) 12,52 . 3,789

64. Calcule o valor das expressões a seguir:

A) $\left(\sqrt{0,25}+\sqrt{0,25}+2,5\right)$

B) $\sqrt{0,04}+(0,6)^2-(0,3)^0$

C) $\left[0,75+\left(0,5\right)^2+2,5\right]$

65. (FUVEST-SP) O valor de $(0,2)^3 + (0,16)^2$ é:

A) 0,0264

B) 0,0336

C) 0,1056

D) 0,2568

E) 0,6256

66. Qual é o resultado da expressão numérica abaixo?

41,32 + 56,4 – 81,932 + 5

A) 102,72

B) 20,8

C) 20,7

D) 20

E) 20,788

67. Calcule $(-3,2)^2 + 4\left(-\frac{3}{10}\right)^2 - 16 : (-2)^3$.

68. (PUC Minas) Uma pessoa tem 36 moedas. Um quarto dessas moedas é de 25 centavos, um terço é de 5 centavos, e as restantes são de 10 centavos. Essas moedas totalizam a quantia de

A) 8,75

B) 7,35

C) 5,45

D) 4,35

69. Fernanda comprou 3 *shorts* de R$ 35,90 cada e pagou a loja com 1 nota de R$ 50,00 e 3 notas de R$ 20,00. Quanto ela recebeu de troco?

70. (UERJ–2015) O cartão pré-pago de um usuário do metrô tem R$ 8,90 de crédito. Para uma viagem, foi debitado desse cartão o valor de R$ 3,25, correspondente a uma passagem. Em seguida, o usuário creditou mais R$ 20,00 nesse mesmo cartão.

Admitindo que o preço da passagem continue o mesmo, e que não será realizado mais crédito algum, determine o número máximo de passagens que ainda podem ser debitadas desse cartão.

71. (IFPE–2016) Milena e Larissa foram a uma lanchonete logo depois da aula. Lá, pediram dois sanduíches, no valor de R$ 7,70 cada, dois sucos, no valor de R$ 3,60 cada, e uma fatia de torta, no valor de R$ 4,40. Na hora de pagar a conta, decidiram dividir igualmente entre elas o valor a ser pago. Cada uma possuía uma nota de R$ 20,00. Ao chegar ao caixa para efetuar o pagamento, o responsável por receber avisou que, naquele momento, só teria moedas de R$ 0,25 para passar troco.

Assim sendo, quantas moedas cada uma das meninas recebeu como troco?

A) 20

B) 26

C) 13

D) 8

E) 7

72. (UEG-GO–2015) Renata vai ao supermercado comprar exatamente 1 quilo de determinado produto que é vendido em embalagens de diferentes conteúdos, conforme apresenta a tabela a seguir.

Embalagem	250 gramas	500 gramas	750 gramas
Preço	R$ 2,70	R$ 5,10	R$ 7,40

Renata pagará o menor preço por 1 quilo desse produto se comprar

A) 4 embalagens de 250 gramas.

B) 2 embalagens de 500 gramas.

C) 2 embalagens de 250 gramas e 1 de 500 gramas.

D) 1 embalagem de 750 gramas e 1 de 250 gramas.

73. (Unisinos-RS) Uma confeitaria vende salgados a R$ 0,80 a unidade e doces a R$ 1,10 a unidade. Para uma festa, foram encomendados 200 salgados e 100 doces. Na hora do pagamento da compra, o caixa se enganou e inverteu as quantidades, registrando 100 salgados e 200 doces. Esse engano fez com que o valor cobrado fosse

A) R$ 30,00 a mais do que o valor correto.

B) R$ 30,00 a menos do que o valor correto.

C) R$ 20,00 a mais do que o valor correto.

D) R$ 20,00 a menos do que o valor correto.

E) igual ao valor correto.

74. (UERJ) Um supermercado realiza uma promoção com o objetivo de diminuir o consumo de sacolas plásticas: o cliente que não utilizar as sacolas disponíveis no mercado terá um desconto de R$ 0,03 a cada cinco itens registrados no caixa. Um participante dessa promoção comprou 215 itens e pagou R$ 155,00.

Determine o valor, em reais, que esse cliente pagaria se fizesse as mesmas compras e não participasse da promoção.

75. (CEFET-RJ) Lucas deve comprar exatamente 75 latas de refrigerante para a sua festa de aniversário. O mercado próximo à sua casa oferece pacotes com seis latas por R$ 13,00 e latas vendidas separadamente por R$ 2,40 a unidade. Pergunta-se: qual será a despesa mínima, em reais, de Lucas na compra das 75 latas?

A) 163,20

B) 169,00

C) 156,00

D) 156,20

76. (UFG-GO) Antônio possui um carro a álcool que consome 1 litro de combustível a cada 8 km percorridos, enquanto José possui um carro a gasolina cujo consumo é de 12 km por litro. Sabendo-se que o litro de álcool custa R$ 1,14 e o litro de gasolina R$ 1,60, e que José e Antônio dispõem da mesma quantidade de dinheiro, quantos quilômetros irá percorrer José, tendo em vista que Antônio percorreu 320 km?

77. (PUC) Um feirante compra maçãs de R$ 0,75 para cada duas unidades e as vende ao preço de R$ 3,00 para cada seis unidades. O número de maçãs que deverá vender para obter um lucro de R$ 50,00 é

A) 40

B) 52

C) 400

D) 520

E) 600

78. (UFG) Segundo uma reportagem do jornal *Valor Econômico* (14 out. 2009, p. A1), nos nove primeiros meses de 2009, as exportações do agronegócio somaram U$ 49,4 bilhões, que corresponde a R$ 83,486 bilhões, considerando o valor médio do dólar nesse período. Em igual período de 2008, as exportações do agronegócio somaram U$ 55,3 bilhões. Considerando o valor médio do dólar nos nove primeiros meses de 2008, o valor das exportações de 2008 superou o valor das exportações de 2009 em R$ 31,538 bilhões. Nesse caso, o valor médio do dólar nos nove primeiros meses de 2008 foi de

A) R$ 1,38.

B) R$ 1,94.

C) R$ 1,99.

D) R$ 2,08.

E) R$ 2,53.

79. (UFPE) Um feirante comprou maçãs por R$ 0,20 a unidade e as revendeu por R$ 0,30 a unidade, ficando com uma sobra de 30 maçãs, que foram descartadas. Indique quantas dezenas de maçãs o feirante comprou, sabendo que seu lucro foi de R$ 30,00.

80. (IFPE–2018) Bruno, aluno do curso de Agricultura do IFPE - Vitória, começou um estágio na sua área, recebendo a remuneração mensal de um salário mínimo. Ele resolveu fazer algumas economias e decidiu poupar dois salários em 2017 e três salários em 2018. Se Bruno economizar exatamente o que planejou, tomando como base o salário mínimo, na imagem abaixo, podemos afirmar que ele poupará

Fonte: PPA 2016-2019

A) R$ 4 726,60.
B) R$ 3 789,60.
C) R$ 4 747,40.
D) R$ 5 684,40.
E) R$ 3 810,40.

Dízima Periódica

São números decimais que se repetem periódica e infinitamente. São dois tipos:

Tipo de dízima	Como identificar	Exemplo	Como transformar para fração
Periódica simples	O(s) números(s) que se repetem, chamados período, começam logo após a vírgula.	0,222... (período é 2). Outra forma de escrita: $0,222... = 0,\overline{2}$	Escreva o período no numerador. No denominador, coloque um 9 para cada algarismo do período. Ex.: $0,222... = \frac{2}{9}$
Periódica composta	Existe(m) número(s) que está(ão) entre a vírgula e o período	0,2555... (período é o 5, anteperíodo é o 2) Outra forma de escrita: $0,2555... = 0,2\overline{5}$	Escreva no numerador o número formado pela parte inteira com anteperíodo e o período e subtraia o número formado pela parte inteira e anteperíodo. No denominador, coloque 9 para cada algarismo do período e 0 (zero) para cada algarismo do anteperíodo. Ex.: $1,5898989... = \frac{1589 - 15}{990} = \frac{1574}{990}$

Caso a dízima tenha uma parte inteira, basta a escrevermos na frente da fração, como parte inteira de um número misto, e calcularmos a parte decimal como já explicado:

$$5,7373... \Rightarrow 5\frac{73}{99} \text{ (número misto).}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

05. Determine o valor da expressão numérica:

$$9 \,.\, (0{,}222...) \,.\, (0{,}555...) - \frac{3}{4} : \frac{27}{2} + 5$$

1º Transformamos as dízimas periódicas simples em frações:

$$9 \,.\, \underbrace{(0{,}222...)}_{\downarrow} \,.\, \underbrace{(0{,}555...)}_{\downarrow} - \frac{3}{4} : \frac{27}{2} + 5 =$$

$$9 \,.\, \left(\frac{2}{9}\right) \,.\, \left(\frac{5}{9}\right) - \frac{3}{4} : \frac{27}{2} + 5 =$$

2º Resolver as multiplicações (simplificando numerador com denominador antes de multiplicar) e a divisão (use a regra de divisão de frações):

$$9.\left(\frac{2}{9}\right).\left(\frac{5}{9}\right) - \underbrace{\frac{3}{4} : \frac{27}{2}}_{\downarrow} + 5 =$$

$$\cancel{9}.\left(\frac{2}{\cancel{9}}\right).\left(\frac{5}{9}\right) - \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} . \frac{\cancel{2}}{\cancel{27}} + 5 =$$

$$\frac{10}{9} - \frac{1}{18} + 5 =$$

3º Resolver adição e subtração das frações, usando o MMC dos denominadores ou a equivalência das frações:

$$\frac{10}{9} - \frac{1}{18} + 5 =$$

$$\frac{20}{18} - \frac{1}{18} + \frac{90}{18} =$$

$$\frac{109}{18}$$

EXERCÍCIOS

81. Classifique e em seguida transforme as dízimas periódicas em frações geratrizes:

A) 0,888...

B) 0,363636...

C) 1,555...

D) 2,545454...

E) 0,2111...

F) 0,31525252...

G) 5,6789789789...

82. (ESFA) Qual a fração que dá origem à dízima 2,54646... em representação decimal?

A) $\frac{2\,521}{990}$

B) $\frac{2\,546}{999}$

C) $\frac{2\,546}{990}$

D) $\frac{2\,546}{900}$

E) $\frac{2\,521}{999}$

83. (PUC) A dízima periódica 0,499999999... é igual a:

A) $\frac{49}{99}$

B) $\frac{5}{11}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{49}{90}$

E) $\frac{4}{9}$

84. (CEFET-RJ) Encontre a fração geratriz da seguinte dízima periódica 0,636363...

A) $\frac{7}{11}$

B) $\frac{63}{100}$

C) $\frac{14}{28}$

D) Nenhuma das alternativas anteriores

85. (CEFET-RJ) A forma fracionária de escrever o número 0,565656... é ?

A) $\frac{56}{10}$

B) $\frac{0{,}56}{100}$

C) $\frac{56}{100}$

D) Nenhuma das alternativas anteriores

Matemática Básica

Capítulo 2: Unidades de Medida

Base decimal de numeração

Os múltiplos e submúltiplos das unidades de medida mais comuns são expressos na base dez, para tanto vamos recordar como multiplicar e dividir por 10, 100, 1 000, etc. e por potências de base 10.

Multiplicação por potências de base 10

Multiplicar um número por 10 corresponde, no sistema decimal, a "andar" com a vírgula uma casa para a DIREITA. Se multiplicarmos por 100 (ou 10^2), ande 2 casas, por 1 000 (ou 10^3) três casas, e assim por diante.

Exemplos:

- 3 . 10 = 30
- 3 . 100 = 300
- 3. 1 000 = 3 000
- 1,5 . 10 = 15
- 1,5 . 100 = 150
- 1,5 . 1 000 = 1 500
- 0,003 . 10 = 0,03
- 0,003 . 100 = 0,3
- 0,003 . 1 000 = 3

EXERCÍCIOS

01. Determine:

A) 52 . 10
B) 5,2 . 10
C) 0,52 . 10
D) 0,052 . 10
E) 1,34 . 100
F) 13,4 . 100
G) 134 . 100
H) 0,0007 . 100
I) 0,0007 . 10
J) 0,0007 . 1 000
K) 0,007 . 1 000
L) 0,07 . 1 000
M) 0,7 . 1 000
N) 7,0 . 1 000

Divisão por potências de base 10

Dividir um número por 10 corresponde, no sistema decimal, a "andar" com a vírgula uma casa para a ESQUERDA. Se dividirmos um número por 100 (ou 10^2), ande 2 casas, por 1 000 (ou 10^3) três casas, e assim por diante.

Exemplos:

- 3 : 10 = 0,3
- 3 : 100 = 0,03
- 3 : 1 000 = 0,003
- 1,5 : 10 = 0,15
- 1,5 : 100 = 0,015
- 1,5 : 1 000 = 0,0015
- 2 360 : 10 = 236,0
- 2 360 : 100 = 23,60
- 2 360 : 1 000 = 2,360

EXERCÍCIOS

02. Determine:

A) 36 : 10
B) 3,6 : 10
C) 0,36 : 10
D) 0,036 : 10

E) 952 : 100

F) 95,2 : 100

G) 9,52 : 100

H) 7 000 : 1 000

I) 700 : 1 000

J) 70 : 1 000

K) 7 : 1 000

L) 0,7 : 1 000

03. (UFRGS) Um adulto humano saudável abriga cerca de 100 bilhões de bactérias, somente em seu trato digestivo.

Esse número de bactérias pode ser escrito como

A) 10^9
B) 10^{10}
C) 10^{11}
D) 10^{12}
E) 10^{13}

04. (UEPB) A velocidade da luz, que é de trezentos mil quilômetros por segundo, expressa em centímetros por segundo, será igual a

A) $3{,}0 \cdot 10^9$ cm/s.
B) $3{,}0 \cdot 10^8$ cm/s.
C) $3{,}0 \cdot 10^{10}$ cm/s.
D) $3{,}0 \cdot 10^{11}$ cm/s.
E) $3{,}0 \cdot 10^6$ cm/s.

05. (UFRGS) A nave espacial Voyager, criada para estudar planetas do Sistema Solar, lançada da Terra em 1977, e ainda em movimento, possui computadores com capacidade de memória de 68 kB (quilobytes). Atualmente, existem pequenos aparelhos eletrônicos que possuem 8 GB (gigabytes) de memória.

Observe os dados do quadro a seguir:

10^n	Prefixo	Símbolo
10^{24}	iota	Y
10^{21}	zeta	Z
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	quilo	k
10^2	hecto	h
10^1	deca	da

Considerando as informações do enunciado e os dados do quadro, a melhor estimativa, entre as alternativas a seguir, para a razão da memória de um desses aparelhos eletrônicos e da memória dos computadores da Voyager é

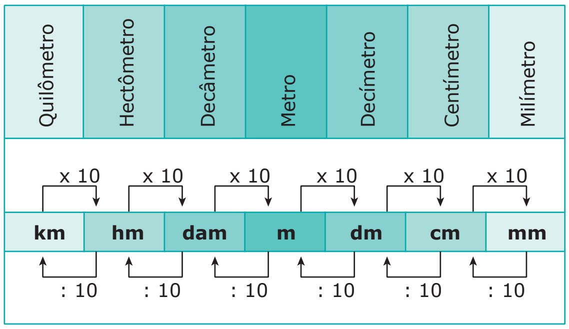
A) 100
B) 1 000
C) 10 000
D) 100 000
E) 1 000 000

Sistema métrico

Unidades de medida de comprimento

O metro é a unidade padrão para se medir comprimentos no Sistema Internacional de Medidas. Temos ainda seus múltiplos: quilômetro (km), hectômetro (hm) e decâmetro (dam), e seus submúltiplos: decímetro (dm), centímetro (cm) e milímetro (mm).

Para efetuar conversões, podemos utilizar a multiplicação e a divisão pelas potências de base 10, auxiliadas pela tabela a seguir.



Exemplos:

- 5 m = 50 dm, pois de metro para decímetro devemos multiplicar por 10.
- 5 m = 0,5 dam, pois de metro para decâmetro devemos dividir por 10.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (UTFPR) 0,01 km + 1 m + 1 000 cm + 1 000 mm é igual a

A) 22 000 m.
B) 2 200 m.
C) 220 m.
D) 22 m.
E) 2,2 m.

Resolução:

Observe que todas as alternativas estão em metros, logo, vamos transformar as demais unidades de medida para metros.

1º Para transformar 0,01 km em metros podemos multiplicar diretamente por 1 000, pois 1 km equivale a 1 000 metros.

0,01 x 1 000 = 10 m → deslocamos a vírgula três casas para a direita

Ou fazer três multiplicações por 10:

Na primeira temos 0,01 km = 0,1 hm, na segunda 0,1 hm = 1 dam e, na terceira, 1 dam = 10 m.

2º Para transformar 1 000 cm em metros podemos dividir este número diretamente por 100, pois 1 cm equivale a um centésimo do metro.

1 000 : 100 = 10 m → deslocamos a vírgula duas casas para a esquerda.

Ou fazer duas divisões sucessivas por 10:

Na primeira temos 1 000 cm = 100 dm e na segunda, 100 dm = 10 m.

3º Para transformar 1 000 mm em metros podemos dividir diretamente por 1 000, pois 1 mm, corresponde à milésima parte do metro.

1 000 : 1 000 = 1 m → deslocamos a vírgula três casas para a esquerda.

Ou fazer três divisões sucessivas por 10:

Na primeira temos 1 000 mm = 100 cm, na segunda temos 100 cm = 10 dm e, na terceira, 10 dm = 1 m.

Dessa forma,

$$\begin{array}{ccccccc} 0{,}01\text{ km} & + & 1\text{ m} & + & 1\,000\text{ cm} & + & 1\,000\text{ mm} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 10\text{ m} & + & 1\text{ m} & + & 10\text{ m} & + & 1\text{ m} = 22\text{ m} \end{array}$$

Resposta letra D.

EXERCÍCIOS

06. Transforma as medidas a seguir para a unidade de medida descrita.

A) 3 cm = ___ mm
B) 12 cm = ___ mm
C) 285 cm = ___ mm
D) 6 m = ___ cm
E) 2,4 m = ___ cm
F) 0,7 m = ___ cm
G) 8 km = ___ m
H) 0,8 km = __ m
I) 0,08 km = ____ m
J) 40 mm = __ cm
K) 250 mm = ____ cm
L) 400 mm = ____ cm
M) 500 cm = ____ m
N) 750 cm = ____ m
O) 20 cm = _____ m
P) 2 000 m = ________ km
Q) 3 500 m = ________ km
R) 300 m = _____ km
S) 0,4 km = _____ m = ____ cm
T) 0,15 km = ____ m = ____ cm
U) 0,07 km = ____ m = ____ cm
V) 3 m = _____ cm = _____ mm
W) 0,3 m = _____ cm = _____ mm
X) 90 000 cm = _____ m = ______ km
Y) 1 500 cm = ____ m = ____ km
Z) 250 cm = _____ m = ______ km

07. Em metros, quanto vale cada uma das expressões seguintes?

A) 4,6 km + 750 m
B) 7,8 hm – 3,1 dam
C) 24 dm + 51,6 cm + 380 mm
D) 4 400 m + 2,6 km + 14,5 dam
E) 42,5 hm + 8 hm

08. (Big Adi–2017) O valor em decímetros de 0,473 dam é:

A) 4,73 dm.
B) 0,0473 dm.
C) 4730 dm.
D) 47,3 dm.
E) 43 dm.

09. (SAAE) No depósito há um rolo de arame cujo fio mede 0,27 km de comprimento. Se todo o fio desse rolo for cortado em pedaços iguais, cada qual com 120 cm de comprimento, o número de partes que serão obtidas é:

A) 225;
B) 205;
C) 180;
D) 160.

10. (CRQ) Quanto é, em metros, 3 km + 300 cm?

A) 33 m.
B) 303 m.
C) 3 003 m.
D) 3 000,3 m.
E) 30 000,3 m.

11. (Copese) Viviane mora 6 km ao norte do aeroporto, Glauco mora 15 km ao sul de Viviane e Genilda mora 23 km ao norte de Glauco. A distância, em km, de Genilda ao aeroporto é:

A) 10 km
B) 11 km
C) 12 km
D) 13 km
E) 14 km

12. (CRO) Assumindo que uma milha corresponda a 1,6 km, quantos centímetros há em 0,5 milha?

A) 4 000.
B) 80 000.
C) 320.
D) 800.
E) 400 000.

13. Marque a alternativa incorreta:

A) 500 metros = 50 km
B) 9 metros = 900 cm
C) 216,5 m = 21,65 dam
D) 1,137 dam = 1 137 cm

14. (UFMS) A espessura de uma folha de papel é de 0,1 mm. A altura de uma pilha formada com 1 milhão de folhas deste papel será de

A) 10^2 cm.
B) 10^3 cm.
C) 10^4 cm.
D) 10^5 cm.
E) 10^6 cm.

15. A Grande Muralha da China, com 7,8 metros de altura, começou a ser construída em 215 a.C. e foi erguida para proteger a região da invasão de nômades vindos do norte. A conversão da medida dessa altura foi realizada corretamente em:

A) 0,078 cm
B) 0,78 dm
C) 0,078 hm
D) 0,78 km
E) 0,0078 mm

16. (CETREDE) Uma vaca percorreu, num dia, 6,05 hm. No dia seguinte, percorreu mais 0,72 km e, no terceiro dia, mais 12 500 cm. Podemos dizer que essa vaca percorreu, nos três dias, uma distância de quantos metros?

A) 2 450.
B) 1 450.
C) 12 506,77.
D) 14 500.
E) 12 506.

17. (CPS) O perímetro de um triângulo é de 79,6 cm. Dois de seus lados medem 25 cm e 16,5 cm. A medida do terceiro lado, em polegadas, é

A) 12
B) 15
C) 22
D) 25
E) 32

18. (CEFET-PR) Devido a uma manifestação de protesto de moradores numa via rápida de duas pistas (mesmo sentido) de uma cidade, formou-se um congestionamento de 2 km, 3 hm e 4 dam de extensão. Considerando-se que cada carro ocupa, em média, 5 m, já incluído o espaço até o carro da frente, podemos concluir que o número aproximado de automóveis envolvidos nesse congestionamento foi de

A) 234
B) 342
C) 468
D) 782
E) 936

19. (UFPB) A distância entre duas determinadas cidades é de 90 km. Sabendo-se que a légua é uma unidade de medida correspondente a 6 km, a distância, em léguas, entre essas duas cidades é

A) 30
B) 25
C) 20
D) 15
E) 10

20. (CPS) Marcelo viajava de avião, quando, pelo alto-falante, o comandante do voo deu uma série de informações técnicas, entre elas, a de que estavam voando a uma altitude de 18 000 pés. Como está acostumado com o sistema métrico decimal, Marcelo ficou curioso; e assim que chegou a seu destino, fez uma pesquisa e descobriu que a unidade de medida pé equivale, aproximadamente, a 30 cm. Então, determinou que a altitude do avião, em metros, era

A) 5,4
B) 54
C) 540
D) 5 400
E) 54 000

Instrução: Texto para a questão **21**.

A necessidade de medir é quase tão antiga quanto a de contar. Quando o homem começou a construir suas habitações e a desenvolver a agricultura, precisou criar meios de efetuar medições. Para isso, ele tomava a si próprio como referência.

Foi assim que surgiram unidades de medidas tais como a polegada e o pé.

Veja os seus valores correspondentes em centímetros:

1 polegada = 2,54 cm
1 pé = 30,48 cm

MACHADO, N.J. *Vivendo a Matemática* – Medindo comprimentos. São Paulo: Scipione (Adaptação).

21. (CPS) Durante um voo, o piloto informou aos passageiros: – “O avião está a uma altitude de 3 000 pés”. Logo, naquele momento, a altitude desse avião, em metros, era

A) 9,144
B) 91,44
C) 914,4
D) 9 144
E) 91 440

22. (UFF-RJ) O nanômetro é a unidade de medida de comprimento usada em Nanotecnologia (“nano” vem do grego e significa “anão”).

Sabe-se que um metro equivale a um bilhão de nanômetros.

Considerando o diâmetro da Terra com 13 000 quilômetros, conclui-se que a medida do diâmetro da terra, em nanômetros, é igual a

A) $1,3 \cdot 10^{16}$

B) $1,3 \cdot 10^{-16}$

C) $1,3 \cdot 10^{-9}$

D) $1,3 \cdot 10^{9}$

E) $1,3 \cdot 10^{4}$

23. (UEPB) Para apertar um parafuso, um mecânico precisa de uma chave de boca de $\frac{100}{157}$ de polegada. Sabendo que 1 polegada é igual a, aproximadamente, 25 mm, e que o mecânico dispõe de chaves com medidas de 8, 10, 12, 14 e 16 milímetros, a chave adequada para a tarefa é a de

A) 14 mm.

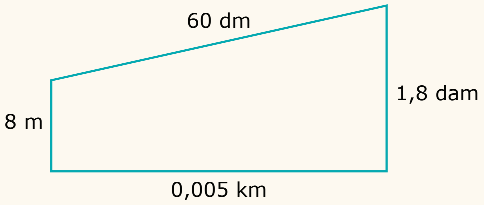
B) 10 mm.

C) 12 mm.

D) 8 mm.

E) 16 mm.

24. (Unifor-CE) A figura a seguir representa um terreno que deverá ser cercado contra animais com três fios de arame em cada dimensão.



A quantidade de arame que será utilizada para cercar o terreno em metros é:

A) 100 m

B) 111 m

C) 120 m

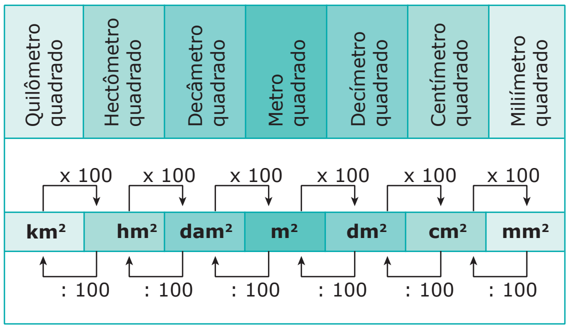
D) 122 m

E) 130 m

Unidades de medida de área

O metro quadrado (m²) é a unidade padrão para se medir área. Além dele, temos seus múltiplos: decâmetro quadrado (dam²), hectômetro quadrado (hm²) e quilômetro quadrado (km²), e seus submúltiplos: decímetro quadrado (dm²), centímetro quadrado (cm²) e milímetro quadrado (mm²).

A tabela a seguir relaciona as conversões dessas unidades de medida considerando a multiplicação e divisão por potências de base 10.



Exemplos:

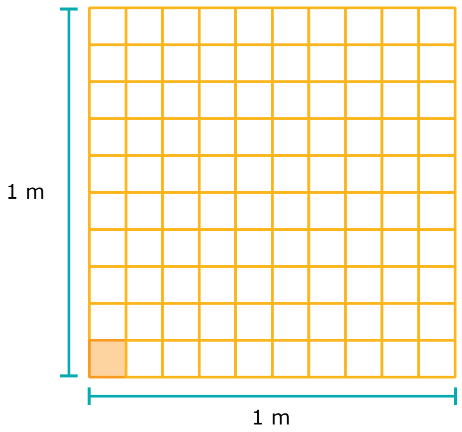
- 5 m² = 500 dm², pois para transformar m² para dm² devemos multiplicar por 100, logo 5 x $\underline{100}$ = 500 (andar duas casas com a vírgula para direita).
- 13 m² = 0,13 dam², pois para transformar m² para dam² devemos dividir por 100, logo 13 : $\underline{100}$ = 0,13 (andar duas casas com a vírgula para esquerda).

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. A área de uma casa é de 15 000 dm², se precisarmos expressar essa medida em metros quadrados, qual valor encontraremos?

Resolução:

Considere que a figura a seguir representa um quadrado de 1 m de lado e que ele foi dividido em 10 partes (1 m = 10 dm).



Observe que 1 m² equivale a 100 dm².

Então, para converter de dm² para m² basta dividir por 100.

15 000 : 100 = 150 m² → deslocamos a vírgula duas casas para a esquerda.

EXERCÍCIOS

25. Transforme as unidades a seguir, conforme solicitado em cada item.

A) 2 km^2 em hm^2

B) 1,5 m^2 em dm^2

C) 5,8 km^2 em dam^2

D) 0,4 m^2 em mm^2

E) 27 mm^2 em cm^2

F) 126 mm^2 em m^2

G) 8,132 km^2 em m^2

H) 180 m^2 em km^2

I) 5 cm^2 em m^2

J) 78,5 dam^2 em km^2

K) 12 m^2 em cm^2

L) 56,3 dm^2 em mm^2

M) 0,2 mm^2 em cm^2

N) 4,1 hm^2 em cm^2

26. 12 000 mm^2 + 12 cm^2 é igual a:

A) 0,1212 dm^2

B) 1,2012 dm^2

C) 1,32 dm^2

D) 12,12 dm^2

E) 121,2 dm^2

27. Transforme as seguintes medidas para as unidades indicadas.

A) 5,42 m para mm

B) 0,08 m^2 para cm^2

C) 73,4 cm para dam

D) 1,5493 hm^2 para dam^2

E) 3,2 dam para km

28. Efetue as adições a seguir dando a resposta em m^2.

A) 4,12 cm^2 + 0,0752 dm^2 + 17,95 dm^2

B) 43,85 m^2 + 48,75 dm^2 + 87 900 mm^2

29. (UFRJ) Uma chapa de vidro tem 0,15 metros quadrados. Quanto mede a sua área em centímetros quadrados? Justifique.

30. (CEFET-CE) Quantos metros quadrados possui um terreno de dimensões 1 km por 1 km?

31. (UNIRIO-RJ) Uma área de $2 . 10^4$ km^2, em uma certa região do estado do Rio, possui 20% de terras cultiváveis e improdutivas. Essas terras cultiváveis e improdutivas deverão ser usadas no assentamento de famílias de agricultores sem terra.

Considerando que cada família receba 40 hectares (1 ha = 10^4 m^2), o número total de famílias será de

A) 40 000

B) 20 000

C) 10 000

D) 4 000

E) 1 000

32. (UFRJ) Um grande ato público em favor da Educação foi organizado em uma certa cidade. Uma avenida de 1,25 km de extensão e 40 m de largura foi totalmente tomada pelo público.

Supondo que quatro pessoas ocupam 1 metro quadrado, calcule quantas pessoas foram ao evento.

33. (ESPM-SP) Durante uma manifestação, os participantes ocuparam uma avenida de 18 m de largura em uma extensão de 1,5 km. Considerando-se uma taxa de ocupação de 1,5 pessoas por m^2, podemos estimar que o número de participantes dessa manifestação foi de, aproximadamente,

A) 70 mil

B) 60 mil

C) 40 mil

D) 30 mil

E) 50 mil

34. (Unicamp-SP) Supondo que a área média ocupada por uma pessoa em um comício seja de 2 500 cm^2, pergunta-se:

A) Quantas pessoas poderão se reunir em uma praça retangular que mede 150 metros de comprimento por 50 metros de largura?

B) Se $\frac{3}{56}$ da população de uma cidade lota a praça, qual é, então, a população da cidade?

Unidades de medida de volume

O metro cúbico (m^3) é a unidade padrão para se medir volume. Seus múltiplos são: quilômetro cúbico (km^3), hectômetro cúbico (hm^3) e decâmetro cúbico (dam^3), e seus submúltiplos são: decímetro cúbico (dm^3), centímetro cúbico (cm^3) e milímetro cúbico (mm^3).

Na tabela a seguir são apresentados os fatores pelos quais devemos multiplicar ou dividir uma medida para efetuar conversões.

Quilômetro cúbico	Hectômetro cúbico	Decâmetro cúbico	Metro cúbico	Decímetro cúbico	Centímetro cúbico	Milímetro cúbico
x 1000	x 1000	x 1000	x 1000	x 1000	x 1000	
km^3	**hm^3**	**dam^3**	**m^3**	**dm^3**	**cm^3**	**mm^3**
: 1000	: 1000	: 1000	: 1000	: 1000	: 1000	

Exemplos:

- 7 m^3 = 7 000 dm^3, pois para transformar de m^3 para dm^3 devemos multiplicar por 1 000.
  Logo, 7 . 1 000 = 7 000.
- 56 dam^3 = 0,056 hm^3, pois para transformar de dam^3 para hm^3 devemos dividir por 1 000. Logo, 56 : 1 000 = 0,056 (deslocamos a vírgula 3 casas para a esquerda).

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. Um aquário tem o formato de um bloco retangular de dimensões 50 cm x 3,6 dm x 180 mm. Quantos cm^3 de água cabem nesse aquário?

Resolução:

1º Vamos transformar as dimensões para a mesma unidade, no caso o cm é mais viável, já que a resposta solicitada é em cm^3.

3,6 dm = 36 cm, pois para transformar de dm para cm devemos multiplicar por 10. Sendo assim, 3,6 x 10 = 36 cm.

180 mm = 18 cm, pois para transformar de mm para cm devemos dividir por 10. Sendo assim, 180 : 10 = 18 cm.

2º O volume de um bloco retangular (paralelepípedo) é dado por:

Volume = Comprimento x largura x altura

Logo, V = 50 x 36 x 18 = 32 400 cm^3, ou seja, cabem 32 400 cm^3 de água nesse aquário.

EXERCÍCIOS

35. Transforme as unidades a seguir, de acordo com o solicitado em cada item:

A) 6m^3 em dm^3

B) 50 cm^3 em mm^3

C) 3,632 m^3 em mm^3

D) 0,95 dm^3 em mm^3

E) 500 dam^3 em m^3

F) 8,132 km^3 em hm^3

36. Expresse em metros cúbicos o valor da expressão: 548 dm^3 + 251 000 cm^3

37. Determine quantos dm^3 há em:

A) 250 cm^3

B) 0,000009 km^3

38. Um recipiente em formato de um paralelepípedo (bloco retangular) tem dimensões 1,2 dm x 0,8 cm x 0,004 m. Quantos mm^3 cabem nesse recipiente se for enchido com água?

39. Escreva as medidas a seguir nas unidades pedidas.

A) 8,43 m^3 em cm^3

B) 3,5 dam^3 em dm^3

C) 0,008 dm^3 em mm^3

D) 4,39 hm^3 em m^3

E) 182 938 cm^3 em dm^3

Unidades de medida de capacidade

O litro (L) é a unidade padrão para se medir capacidade. Temos também seus múltiplos: quilolitro (kL), hectolitro (hL) e decalitro (daL), e seus submúltiplos: decilitro (dL), centilitro (cL) e o mililitro (mL).

Veja as operações que podemos utilizar para estas conversões.

Quilolitro	Hectolitro	Decalitro	Litro	Decilitro	Centilitro	Mililitro
x 10	x 10	x 10	x 10	x 10	x 10	
kL	**hL**	**daL**	**L**	**dL**	**cL**	**mL**
: 10	: 10	: 10	: 10	: 10	: 10	

Exemplos:

- 9 L = 90 dL, pois para transformar de L para dL devemos multiplicar por 10. Logo, 9 x 10 = 90.
- 82 L = 8,2 daL, pois para transformar de L para daL devemos dividir por 10. Logo, 82 : 10 = 8,2 (deslocar a vírgula uma casa para a esquerda).

1 L = 1 dm^3

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

04. Na leitura do hidrômetro da casa de Carolina, verificou-se que o consumo de água do último mês foi de 18 m^3. Quantos litros de água foram consumidos?

Resolução:

18 m^3 = 18 000 dm^3 = 18 000 litros

05. Uma indústria farmacêutica fabrica 4 500 litros de uma vacina que devem ser distribuídos em ampolas de 15 cm^3 cada uma. Quantas ampolas serão obtidas com essa quantidade de vacina?

Resolução:

4 500 litros = 4 500 dm^3 = 4 500 000 cm^3

$$\frac{4\,500\,000\,\text{cm}^3}{15\ \text{cm}^3} = 300\ 000 \text{ ampolas}$$

EXERCÍCIOS

40. (Enem) Um reservatório de uma cidade estava com 30 m^3 de água no momento em que iniciou um vazamento estimado em 30 litros por minuto. Depois de 20 minutos, a partir do início do vazamento, uma equipe técnica chegou ao local e gastou exatamente 2 horas para consertar o sistema e parar o vazamento. O reservatório não foi reabastecido durante todo o período que esteve com o vazamento.

Qual foi o volume de água que sobrou no reservatório, em m^3, no momento em que parou o vazamento?

A) 3,6
B) 4,2
C) 25,8
D) 26,4
E) 27,6

41. Quantos mililitros tem 1 litro de água?

42. Uma indústria produz 900 litros de vinho por dia. Essa produção é distribuída em garrafas de 720 mL. Quantas garrafas são usadas por dia?

43. Converta em litros. Lembre-se de que 1 dm^3 = 1 L.

A) 3,5 dm^3
B) 5 m^3
C) 3 400 000 mm^3
D) 28 cm^3
E) 4,3 km^3
F) 13 dam^3

44. (Fumarc) Quantos hectolitros cabem em 1,2 dam^3?

A) 120
B) 1 200
C) 12 000
D) 120 000

45. (IDHTEC) Quantos copos de 200 cm^3 são necessários para esvaziar totalmente um barril com 50 litros de vinho?

A) 25 000
B) 2 500
C) 250
D) 25
E) 2,5

46. Qual o volume, em cm^3, de:

A) uma embalagem de vinagre de 720 mL?
B) uma garrafa de refrigerante de um litro e meio?
C) um garrafão de 5 litros de água?

47. Em uma embalagem cabem 250 mL de detergente. Para a limpeza de uma cozinha industrial foram usadas 6 embalagens. Indique quanto foi usado de detergente, em litro(s).

48. Um copo tem capacidade de 0,25 L. Quantos desses copos podemos encher com 5 litros de refrigerante?

49. (Prefeitura-RJ) Segundo a ONU (Organização das Nações Unidas), uma pessoa precisa de, no mínimo, 110 litros de água por dia para viver com dignidade. Essa quantidade de água, em m^3, equivale a:

A) 0,011
B) 0,11
C) 1,1
D) 11

50. (UFRGS) Uma torneira com vazamento pinga, de maneira constante, 25 gotas de água por minuto. Se cada gota contém 0,2 mL de água, então, em 24 horas, o vazamento será de

A) 0,072 L.
B) 0,72 L.
C) 1,44 L.
D) 7,2 L.
E) 14,4 L.

51. (UFPE) Uma empresa de exportação de gasolina comunicou à ANP o desaparecimento de 7,2 milhões de litros de gasolina dos seus depósitos. Se um caminhão-tanque tem capacidade de 32 m^3, quantos caminhões seriam necessários para transportar a gasolina desaparecida?

A) 205
B) 210
C) 215
D) 220
E) 225

52. (UTFPR) Após saber que em sua cidade faltará água por algumas horas, uma pessoa resolveu encher três recipientes com esse líquido para usá-lo durante esse período.

No primeiro recipiente, essa pessoa colocou 30 dm^3; no segundo recipiente, colocou 0,15 m^3 e no terceiro colocou 50 litros de água. A quantidade total, em litros, de água que essa pessoa guardou nesses três recipientes é de

A) 80,15
B) 95
C) 230
D) 500
E) 3 200

53. (UEG-GO) Um reservatório de uma distribuidora de gás tem capacidade para 88,4 m^3 do produto. Sabendo-se que o botijão, usado nas cozinhas, vem embalado na forma líquida (transformando-se em gás depois) e que cada botijão tem capacidade para 13 litros, a capacidade total do reservatório da distribuidora equivale a

A) 7 110 botijões de gás.
B) 7 010 botijões de gás.
C) 6 900 botijões de gás.
D) 6 880 botijões de gás.
E) 6 800 botijões de gás.

54. (PUC Minas) Se o vazamento de certa torneira enche um copo de 250 mL de água a cada hora, pode-se estimar que em p dias são desperdiçados 3 m^3 de água. Então, o valor de p é igual a

A) 365
B) 450
C) 500
D) 645

55. (CEFET-MG) Um laboratório dispõe somente de frascos com volume de 175 000 mm^3. Quantos frascos serão necessários para acomodar 4 200 dL (decilitros) de certa substância?

A) 24 000
B) 7 350
C) 2 400
D) 240

56. (CEFET–CE) Um medicamento é comercializado em frascos com 40 cm^3 de capacidade. 8 000 litros desse medicamento encherão __ frascos.

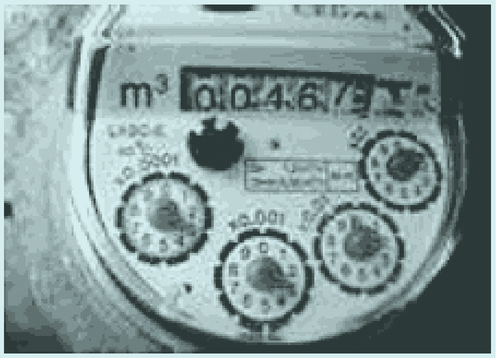
A) 20
B) 200
C) 2 000
D) 20 000
E) 200 000

57. (CEFET–CE) Um tanque de gasolina de um automóvel tem 12 dm de comprimento, 40 cm de largura e 0,15 m de altura e está completamente cheio. Durante uma viagem, gastou-se $\frac{2}{3}$ da capacidade do tanque. Quantos litros restaram no tanque?

58. (UFRGS) A atmosfera terrestre contém 12 900 quilômetros cúbicos de água. Esse valor corresponde, em litros, a

A) $1{,}29 . 10^9$
B) $1{,}29 . 10^{12}$
C) $1{,}29 . 10^{15}$
D) $1{,}29 . 10^{16}$
E) $1{,}29 . 10^{18}$

59. (G1-IFSC)



O consumo de água das residências que possuem água encanada é medido por um aparelho chamado hidrômetro. O hidrômetro utiliza, como unidade de medida, o metro cúbico.

Em diversos municípios catarinenses, essa leitura é feita mensalmente no hidrômetro para que cada consumidor tome conhecimento de seu consumo de água e para que a CASAN (Companhia Catarinense de Águas e Saneamento) possa emitir a fatura mensal de pagamento. Recentemente, foi aprovada uma lei que considera como consumo mínimo residencial o equivalente a 10 m^3 ao mês.

Considerando que o consumo mensal de uma residência é de 600 litros, então essa residência terá pago em litros durante um ano sem consumir, o equivalente a

A) 112 800 litros.
B) 112 800 litros.
C) 4 800 litros.
D) 11 280 litros.
E) 1 128 litros.

Unidades de medida de massa

O grama (g) é a unidade padrão para se medir massa. Seus múltiplos são: o quilograma (kg), o hectograma (hg) e o decagrama (dag). E seus submúltiplos são: o decigrama (dg), o centigrama (cg) e o miligrama (mg).

Na tabela a seguir veja uma forma de fazer as conversões:

Quilograma	Hectograma	Decagrama	Grama	Decigrama	Centigrama	Miligrama
x 10	x 10	x 10	x 10	x 10	x 10	
kg	**hg**	**dag**	**g**	**dg**	**cg**	**mg**
: 10	: 10	: 10	: 10	: 10	: 10	

Exemplos:

- 3,4 g = 340 cg, pois para transformar de g para cg devemos multiplicar por 10 e depois por 10, ou seja, por 100. Sendo assim, 3,4 . 100 = 340 (ande 2 casas com a vírgula para direita).
- 88 g = 8,8 dag, pois para transformar de g para dag devemos dividir por 10. Sendo assim, 88 : 10 = 8,8 (ande 1 casa com a vírgula para esquerda).

1 tonelada (1 t) = 1 000 kg

EXERCÍCIO RESOLVIDO

06. Um mamão tem 728 gramas, um abacaxi 14,98 hg e uma melancia 6,54 kg. Qual o peso total dessas frutas, em quilogramas?

Resolução:

Vamos transformar as medidas para quilogramas, já que foi esta a unidade solicitada.

728 gramas = 0,728 kg, pois para transformar de g para kg devemos dividir por 1 000 (deslocamos a vírgula 3 casas para a esquerda).

14,98 hg = 1,498 kg, pois para transformar de hg para kg devemos dividir por 10 (deslocamos a vírgula 1 casa para a esquerda).

Então, basta somar os valores:

0,728 + 1,498 + 6,54 = 8,766 kg.

EXERCÍCIOS

60. Transforme em gramas:

A) 9 kg
B) 1,5 kg
C) 0,820 kg
D) 5,763 kg
E) 0,64 kg
F) 58,2 kg

61. Transforme em quilogramas:

A) 2 t
B) 0,5 t
C) 4,85 t
D) 6 000 g
E) 4 930 g
F) 18 643 g

62. (UTFPR) Para metais e pedras preciosas, 1 quilate equivale a 200 mg. Assim, um anel com 12 brilhantes de 5 cg cada possui, em quilates,

A) 3
B) 5
C) 12
D) 15
E) 20

63. Duas toneladas e meia equivalem a quantos gramas?

64. (CRMV) Ao somarmos 72,5 decigramas com 0,875 decagramas teremos?

A) 7,3375 gramas
B) 73,375 gramas
C) 9,475 gramas
D) 16 gramas

65. (IBFC) Dentre as alternativas a única correta é:

A) 1,25 hm = 1 250 cm
B) 0,0047 daL = 4,7 cL
C) 72,45 dg = 7,245 dag
D) 0,323 hm^2 = 323 dm^2

66. (Cesgranrio) Atualmente, estima-se que cada brasileiro produza 378 quilos de resíduos urbanos (lixo) por ano. De acordo com essa informação, no mínimo quantos brasileiros são necessários para produzir mais de 10 toneladas de resíduos urbanos em um ano?

A) 27
B) 3
C) 60
D) 124
E) 265

67. (UERJ–2018)

BILL WATTERSON. Disponível em: <novaescola.org.br>.

Onça e libra são unidades de massa do sistema inglês. Sabe-se que 16 onças equivalem a 1 libra e que 0,4 onças é igual a x libras.

O valor de x é igual a:

A) 0,0125
B) 0,005
C) 0,025
D) 0,05

Matemática Básica

Capítulo 3: Razões e Proporções

Razão

A razão entre dois números **a** e **b**, sendo **b** diferente de zero, é o mesmo que o resultado da divisão entre **a** e **b** (a : b). A razão também pode ser representada pela fração $\frac{a}{b}$.

Exemplos:

- A razão entre 2 e 3 é igual a $\frac{2}{3}$.
- A razão entre 3 e 2 é igual a $\frac{3}{2}$.

O primeiro valor indicado na razão será sempre o numerador da fração e o segundo valor será o denominador.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Em uma sala, com 50 alunos, a razão entre o número de meninos e meninas é de $\frac{14}{11}$. Qual é a razão entre o número de meninas e o total de alunos da sala?

Resolução:

A razão $\frac{14}{11}$, indica que a cada 14 meninos, existem 11 meninas, ou seja, 14 + 11 = 25 alunos.

Mas o enunciado afirma que são 50 alunos, sendo assim, o dobro dos valores dados. Nessa sala existem 11 . 2 = 22 meninas.

Logo, a razão de meninas e o total de alunos é:

$\frac{22}{50} = \frac{11}{25}$ (razão simplificada)

Razões especiais

Escala

É a razão entre a medida do comprimento no mapa (ou desenho) e a medida do comprimento real correspondente.

$$E = \frac{d}{D}$$

Sendo:

E = escala;

d = comprimento no desenho;

D = comprimento real.

Exemplos:

- Se o desenho de uma casa está na escala 1 : 60 indica que o comprimento de 1 cm no desenho corresponde a 60 cm do comprimento real.
- Uma parte de uma estrada, compreendendo 200 m, será desenhado no mapa, correspondendo a 4 cm. Logo, a escala usada será:

Comprimento no mapa	Comprimento real
4 cm	200 m = 20 000 cm

Logo, a escala é 4 : 200, ou $\frac{4}{200}$.

Simplificando os termos da fração por 4, $\frac{4^{:4}}{200_{:4}} = \frac{1}{50}$,

temos que a escala também pode ser escrita como 1 : 50.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. Escala, em cartografia, é a relação matemática entre as dimensões reais do objeto e a sua representação no mapa. Assim, em um mapa de escala 1 : 50 000, uma cidade que tem 4,5 km de extensão entre seus extremos será representada com

A) 9 cm.
B) 90 cm.
C) 225 mm.
D) 11 mm.

Resolução:

1º A escala 1 : 50 000 indica que o comprimento de 1 cm no mapa corresponde a 50 000 cm do comprimento real. Escrevendo essa razão, temos:

$$\frac{1}{50\ 000}$$

2º Transformar 4,5 km, do comprimento real, para centímetros:

4,5 km = 4,5 . 100 000 = 450 000 cm

3º Montando uma proporção entre a escala e a razão entre x (medida a ser determinada do valor de 4,5 km) e 450 000 cm.

$$\frac{1}{50000} = \frac{x}{450000} \Rightarrow$$

$$50\,000 \,.\, x = 450\,000 \Rightarrow$$

$$x = 9 \text{ cm}$$

Velocidade média

É a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto.

$$V = \frac{d}{t}$$

Sendo:

V = velocidade;

d = distância percorrida;

t = tempo gasto.

Exemplo:

- Vinícius percorreu 80 km em 2 horas. Logo, sua velocidade média foi de: $V = \frac{d}{t} \Rightarrow \frac{80 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 40 \text{ km/h}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. (Cesgranrio) Uma pessoa, correndo, percorre 4,0 km com velocidade escalar média de 12 km/h. O tempo do percurso é de:

A) 3,0 min

B) 8,0 min

C) 20 min

D) 30 min

E) 33 min

Resolução:

Os dados do problema são velocidade V = 12 km/h e a distância percorrida de 4 km. Através da fórmula temos que:

$$V = \frac{d}{t}$$

Substituindo os valores:

$$V = \frac{d}{t} \Rightarrow 12 = \frac{4}{t} \Rightarrow$$

$$12t = 4 \Rightarrow$$

$$t = \frac{4^{:4}}{12_{:4}} \Rightarrow$$

$$t = \frac{1}{3} \text{ hora}$$

Como 1 hora são 60 minutos, $\frac{1}{3}$ hora é o mesmo que $\frac{1}{3}$ de 60 = 60:3 = 20 minutos.

Porcentagem (%)

Pode ser escrita como uma razão cujo denominador é 100 .

Exemplo:

- $20\% = \frac{20}{100}$

Quando escrita em forma de fração, ela pode ser simplificada, veja: $20\% = \frac{20^{:20}}{100_{:20}} = \frac{1}{5}$.

Logo, calcular 20% de um valor é o mesmo que calcular $\frac{1}{5}$ desse valor.

Veja, agora, como calcular a porcentagem de um valor acompanhando o exemplo a seguir:

- 20% de 640

20 . 640 = 12 800

12 800 : 100 = 128

Logo, 20% de 640 é igual a 128.

EXERCÍCIOS

01. Numa prova de 36 questões, um aluno acertou 12. Determine a razão:

A) Do número de questões que acertou para o número total de questões.

B) Do número de questões que errou para o número total de questões.

02. A altura de Carlos é 1,80 m e a altura de Charles é de 150 cm. Qual é a razão entre as alturas de Charles e Carlos?

03. Numa partida de basquete Danilo fez 16 arremessos, acertando 8 deles.

A) Qual a razão do número de acertos para o número total de arremessos de Danilo?

B) Qual a razão entre o número de arremessos que Danilo acertou e o número de arremessos que ele errou?

04. Gustavo subiu na balança para saber como estava sua massa e se espantou com os seus 100 kg. Márcio, ao subir na mesma balança, ficou mais feliz com 80 000 g. Qual a razão entre os pesos de Gustavo e Márcio?

05. Numa sala de aula de 40 alunos, 8 foram reprovados. Determine:

A) A razão do número de alunos reprovados para o total de alunos.

B) A razão do número de alunos aprovados para o total de alunos.

06. No último concurso para professor, havia 6 000 candidatos. Tendo sido aprovados apenas 1 200, determine a razão entre o número de reprovados e o número de candidatos.

07. (FGV-SP) Em uma sala de aula, a razão entre o número de homens e o de mulheres é $\frac{3}{4}$. Seja N o número total de pessoas (número de homens mais o de mulheres). Um possível valor para N é:

A) 46
B) 47
C) 48
D) 49
E) 50

08. (IFSP) O dono de uma empresa foi pesquisar preços e benefícios de 5 tipos de canetas, uma vez que teria que comprar um grande número. Os dados coletados foram os seguintes:

Tipo de caneta	Preço	Nº. médio de palavras que ela escreve com a carga de tinta
I	R$ 2,50	20 000
II	R$ 3,50	25 000
III	R$ 3,00	30 000
IV	R$ 4,00	35 000
V	R$ 5,00	40 000

Para que o dono da empresa tenha o melhor custo / benefício na compra das canetas, ele deve comprar as do tipo

A) I.
B) II.
C) III.
D) IV.
E) V.

09. (UEMA) Analise o gasto de três usuários de ônibus da ilha de São Luís – MA. Pandolfo vai ao trabalho no ônibus da linha de Ribamar, paga R$ 2,30 por passagem e percorre 11,5 km de sua casa ao trabalho. Jaulina vai à aula de hidroginástica no ônibus da linha do Maiobão, paga R$ 2,10 por passagem e percorre 14 km. Ambrosina vai ao teatro no ônibus do Caratatiua, paga R$ 1,70 e percorre 5 km. A afirmação correta, considerando o valor pago por cada usuário de ônibus e o quilômetro percorrido, é a seguinte:

A) Jaulina paga R$ 0,20 por quilômetro percorrido.
B) Pandolfo paga o menor valor por quilômetro percorrido.
C) Ambrosina paga maior valor por quilômetro percorrido.
D) Jaulina e Pandolfo pagam juntos R$ 0,45 por quilômetro percorrido.
E) Ambrosina e Pandolfo pagam juntos R$ 0,60 por quilômetro percorrido.

10. (UFG-GO) Um quebra-cabeça de 100 peças mede 26 cm por 36 cm, enquanto outro quebra-cabeça de 2 000 peças mede 48 cm por 136 cm. Nessas condições,

A) Calcule a razão entre a área média de uma peça do quebra-cabeça de 100 peças e do quebra-cabeça de 2 000 peças, nessa ordem.
B) Se uma pessoa gastou 10 horas para montar o quebra-cabeça de 100 peças e 360 horas para montar o quebra-cabeça de 2 000 peças, calcule a diferença entre a quantidade média de peças que ela colocou, por hora, para montar cada um dos quebra-cabeças.

11. (UFSJ-MG) O Partenon é uma obra arquitetônica grega, cujas aberturas entre suas colunas têm o formato de quadriláteros que são chamados de retângulos de ouro.

Disponível em: <www.aluzdaluz.com.br/arte_grega.htm>. Acesso em: 16 ago. 2012.

Eles recebem esse nome porque a razão entre a altura AB e a base AD é igual ao número de ouro, que é igual a, aproximadamente, 1,618.

Para que as portas de uma construção, que têm altura de 2,43 metros, também sejam retângulos de ouro, é correto afirmar que elas terão suas larguras entre

A) 1,5 m e 1,51 m.
B) 1,61 m e 1,62 m.
C) 1,4 m e 1,41 m.
D) 1,31 m e 1,32 m.

12. Um automóvel percorreu a distância de 400 km em 8 horas. Qual sua velocidade média?

13. O micro-ônibus de Jorge fez um percurso a 220 km/h durante 5 horas. Qual a distância percorrida?

14. Se um automóvel percorre a distância de 300 km com velocidade média de 100 km/h, qual o tempo gasto nessa viagem?

15. (FUVEST-SP) Após chover na cidade de São Paulo, as águas da chuva descerão o rio Tietê até o rio Paraná, percorrendo cerca de 1 000 km. Sendo de 4 km/h a velocidade média das águas, o percurso mencionado será cumprido pelas águas da chuva em aproximadamente:

A) 30 dias
B) 10 dias
C) 25 dias
D) 2 dias
E) 4 dias

16. (CEFET-MG) Uma moto, com velocidade constante de 80 km/h, percorre a distância de 180 km entre Belo Horizonte e Santa Rita do Rio do Peixe em um tempo de

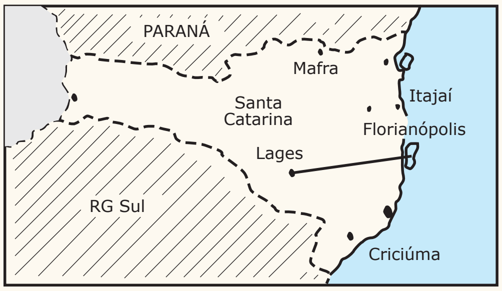
A) 2h 15 min.
B) 2 h 25 min.
C) 2 h 30 min.
D) 2 h 45 min.

17. Num mapa feito na escala 1 : 20 000 a distância entre duas cidades A e B é 4,8 cm. Calcule a distância real entre as duas cidades em km.

18. Na maquete de uma praça pública construída na escala 1 : 80, o edifício da prefeitura, de 12,5 m de altura, está representado com uma altura de?

19. Uma maquete foi construída na razão 1 : 50. Se a altura de um prédio na maquete for de 80 cm, qual é a altura real desse prédio?

20. (UFPE) Utilizando o mapa, calcule a distância real, em linha reta, entre as cidades de Florianópolis e Lajes, sabendo que a distância gráfica é de 1,7 cm:



ESCALA 1:10 000 000

Assinale as afirmações verdadeiras e as afirmações falsas.

A) 1 700 km
B) 170 000 m
C) 1 700 000 m
D) 170 km
E) 1 700 m

21. (UFC-CE) Considere um mapa geográfico cuja escala é de 1 : 1 000 000, e a distância em linha reta entre duas cidades é de aproximadamente 7 cm. Assinale a alternativa que indica corretamente a distância real entre duas cidades.

A) 700 km.
B) 70 km.
C) 7 km.
D) 7 000 km.
E) 170 km.

22. (UPF-RS) Analisando um mapa temático cuja escala é de 1 : 1 000 000 e a distância, em linha reta, entre duas cidades é de, aproximadamente, 8 cm, a alternativa que indica, corretamente, a distância real entre as duas cidades é:

A) 80 km
B) 8 km
C) 800 km
D) 8 000 km
E) 180 km

23. (FMU) Em um mapa cuja escala é 1 : 2 500 000, duas cidades estão separadas, em linha reta, por 5 centímetros. A distância real (no terreno) entre essas duas cidades é

A) 50 km
B) 75 km
C) 125 km
D) 500 km
E) 1 250 km

24. (UFRN) Uma cidade está localizada a 5 cm de outra, medidos sobre um mapa de escala 1 : 200 000. Desprezando as distorções normais de uma projeção, marque a opção que indica a distância real (no terreno) entre as cidades.

A) 5 km
B) 100 km
C) 10 km
D) 50 km

25. (PUC Minas) Na maquete de uma casa, feita na escala 1 : 500, uma sala tem 8 mm de largura, 10 mm de comprimento e 8 mm de altura. A capacidade, em litros, dessa sala é

A) 640
B) 6 400
C) 800
D) 8 000
E) 80 000

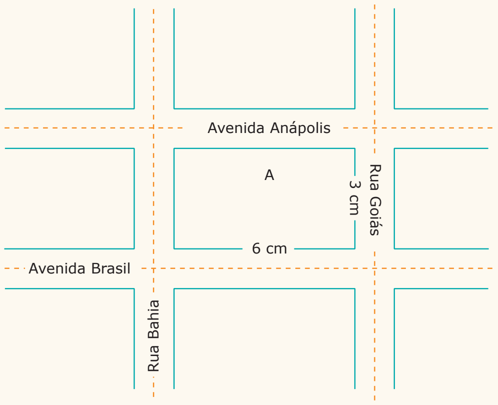
26. (IFSP) Em uma maquete de um condomínio, um de seus prédios de 80 metros de altura está com apenas 48 centímetros. A altura de um outro prédio de 110 metros nessa maquete, mantidas as devidas proporções, em centímetros, será de

A) 56
B) 60
C) 66
D) 72
E) 78

27. (IFPE) Nos mapas usados nas aulas de Geografia encontramos um tipo de razão chamada de escala. Uma escala é a relação matemática entre o comprimento ou a distância medida sobre um mapa e a sua medida real na superfície terrestre. Em um mapa encontramos a escala 1 : 200 000. Se nesse mapa a distância entre duas cidades é igual a 65 cm, então a distância real, em km, entre as cidades é igual a

A) 100
B) 105
C) 110
D) 120
E) 130

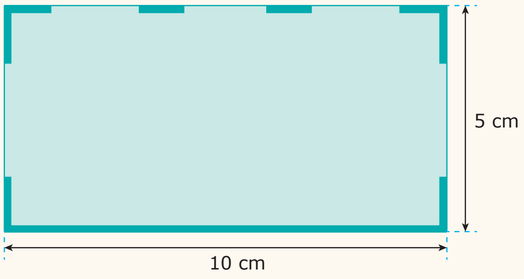
28. (UEG-GO) Analise o desenho a seguir:



Tendo em vista que, na planta acima, a quadra **A** possui uma área de 1 800 m^2, a escala numérica da planta é

A) 1 : 10 000
B) 1 : 1 000
C) 1 : 100
D) 1 : 10

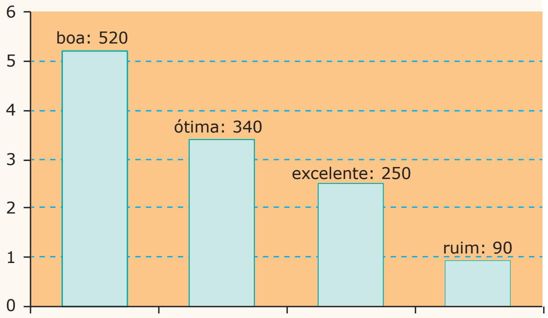
29. (Unesp–2015) Para divulgar a venda de um galpão retangular de 5 000 m^2, uma imobiliária elaborou um anúncio em que constava a planta simplificada do galpão, em escala, conforme mostra a figura.



O maior lado do galpão mede, em metros,

A) 200.
B) 25.
C) 50.
D) 80.
E) 100.

30. (UEMG) Numa pesquisa de opinião feita para verificar o nível de satisfação com a administração de um certo prefeito, foram entrevistadas 1 200 pessoas, que escolheram uma, e apenas uma, entre as possíveis respostas: excelente, ótima, boa e ruim. O gráfico a seguir mostra o resultado da pesquisa.



De acordo com o gráfico, é correto afirmar que o percentual de entrevistados que consideram a administração do prefeito ótima ou boa é de, aproximadamente,

A) 62,6%.
B) 69,3%.
C) 71,6%.
D) 82,4%

31. (UFPB) Em uma prova de rali, um carro percorreu 85% do percurso. Sabendo-se que faltam 180 km para completar a prova, é correto afirmar que o percurso total desse rali é:

A) 2 100 km
B) 1 020 km
C) 1 120 km
D) 1 210 km
E) 1 200 km

32. (CASA0902 / 10) Uma fundação que cuida de crianças abandonadas conseguiu, em janeiro, encaminhar 72 crianças para adoção, o que representa 60% das crianças da fundação. Pode-se concluir que o número de crianças dessa fundação que não foram encaminhadas é

A) 44.
B) 46.
C) 47.
D) 48.
E) 52.

33. (UNIP-SP) O preço da tabela de um carro é R$ 16 000,000. Pagando à vista, o comprador consegue um desconto de 15% e pagará pelo carro apenas:

A) R$ 12 000,00
B) R$ 12 800,00
C) R$ 13 500,00
D) R$ 13 600,00
E) R$ 13 900,00

34. (UFRN) Compareceram 42 alunos a determinada aula. Sabendo-se que 16% dos alunos faltaram, qual o total de alunos ausentes?

A) 4
B) 16
C) 10
D) 8
E) 20

35. (UFPB) Dos 120 alunos de um determinado curso apenas 20% não gostam de Matemática. Quantos alunos desse curso gostam de Matemática?

36. (UEMG) No ano de 2005, o total de alunos matriculados numa certa escola era de 1 050. Em 2006, a mesma escola contava com 1 230 matrículas. O acréscimo percentual do número de matrículas de um ano para o seguinte foi de, aproximadamente,

A) 10%
B) 17%
C) 20%
D) 21%

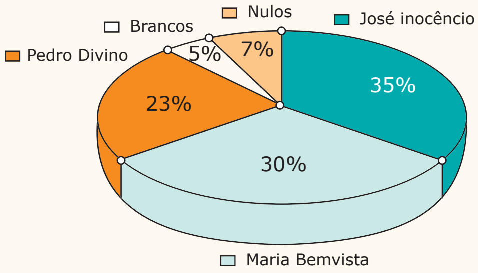
37. (FAAP-SP) Um determinado bem que custava R$ 112,50 teve um aumento passando a custar R$ 121,50. A majoração sobre o preço antigo foi de:

A) 10,8%
B) 1,0%
C) 10,0%
D) 8,0%
E) 12,5%

38. (Unicamp-SP) Para repor o teor de sódio no corpo humano, o indivíduo deve ingerir aproximadamente 500 mg de sódio por dia. Considere que determinado refrigerante de 350 mL contém 35 mg de sódio. Ingerindo-se 1 500 mL desse refrigerante em um dia, qual é a porcentagem de sódio consumida em relação às necessidades diárias?

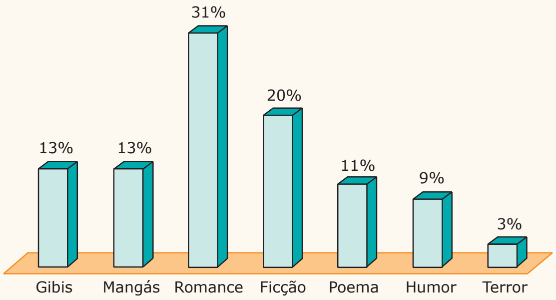
A) 45%
B) 60%
C) 15%
D) 30%

39. (IFSP) Numa pesquisa dos candidatos a prefeito de uma cidade, têm-se os candidatos Pedro Divino, Maria Bemvista e José Inocêncio. Com relação ao gráfico das intenções de votos, a seguir, se a cidade possui 50 000 eleitores, o número de votos do candidato mais cotado será



A) 7 000.
B) 11 500.
C) 15 000.
D) 17 500.
E) 20 000.

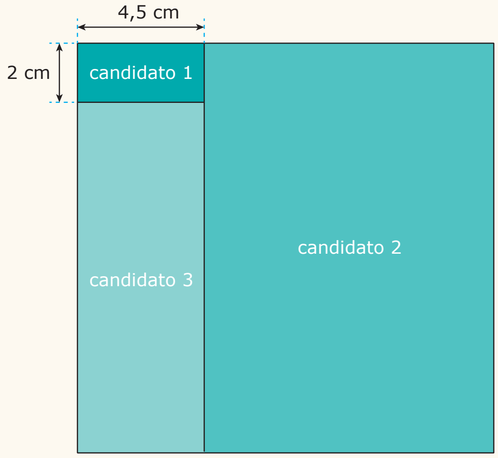
40. (IFSC–2017) Uma escola decidiu realizar uma pesquisa entre seus alunos para determinar a porcentagem de leitores e também descobrir quais tipos de livros os alunos preferiam ler. A partir do resultado dessa pesquisa, obteve-se o seguinte gráfico:


Tipos de livros lidos pelos alunos

Com base nos dados representados no gráfico, considerando-se que essa pesquisa foi realizada com 1 200 alunos e que cada aluno somente poderia escolher uma das opções, qual o número de alunos dessa escola que são leitores de romance e de humor, respectivamente:

A) 120 e 130
B) 322 e 88
C) 372 e 108
D) 310 e 90
E) 278 e 75

41. (Unesp–2018) Os estudantes 1, 2 e 3 concorreram a um mesmo cargo da diretoria do grêmio de uma faculdade da UNESP, sendo que 1 obteve 6,25% do total de votos que os três receberam para esse cargo. Na figura, a área de cada um dos três retângulos representa a porcentagem de votos obtidos pelo candidato correspondente. Juntos, os retângulos compõem um quadrado, cuja área representa o total dos votos recebidos pelos três candidatos.



Do total de votos recebidos pelos três candidatos, o candidato 2 obteve

A) 61,75%.
B) 62,75%.
C) 62,50%.
D) 62,00%.
E) 62,25%.

Proporção

A razão $\frac{2}{4}$, se simplificada por 2, é igual à razão $\frac{1}{2}$.

Significa que $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ segue uma proporção.

Proporção é uma igualdade entre duas ou mais razões.

A razão entre a e b é igual a razão entre c e d: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Nesta proporção, a e d são chamados de extremos, ao passo que b e c são considerados meios da proporção.

Propriedade fundamental das proporções

O produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c$$

Propriedade das proporções

A proporção entre duas razões é igual a razão da soma dos numeradores pela soma dos denominadores.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

Exemplo:

- $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{2+1}{4+2} = \frac{3}{6}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

04. (UERJ) Para preparar um refresco, uma pessoa misturou dentro de uma jarra 300 mL de suco concentrado mais 900 mL de água. Para preparar 5 litros desse refresco, com a mesma proporção de suco concentrado e água usada na jarra anterior, a quantidade de suco concentrado, em mL, que ela irá precisar será de

A) 1 025.
B) 1 250.
C) 1 320.
D) 1 430.
E) 1 525.

Resolução:

1º O refresco é composto por 300 mL de suco + 900 mL de água = 1 200 mL (total).

Para manter a mesma proporção, temos que a razão entre o suco e total é:

$$\frac{300}{1\,200} = \frac{1}{4}\text{(simplificada)}.$$

2º Transformar 5 litros em mL, pois é pedido em mililitros.

5 . 1 000 = 5 000 mL.

3º Montar a proporção, sabendo que x mL de suco, a ser determinado, num total de 5 000 mL de refresco:

$$\frac{1}{4} = \frac{x}{5\,000} \Rightarrow$$

$4.x = 5\,000 \Rightarrow$

$x = 1\,250$ mL de suco.

EXERCÍCIOS

42. Qual é o valor desconhecido em cada proporção?

A) $\frac{x}{2} = \frac{x+1}{4}$
B) $\frac{x}{13} = \frac{9}{117}$
C) $\frac{4}{x} = \frac{16}{24}$
D) $\frac{1}{3} = \frac{5}{x}$
E) $\frac{3}{2} = \frac{x}{48}$

43. (SPTR) Em uma concessionária de veículos, a razão entre o número de carros vermelhos e o número de carros prateados vendidos durante uma semana foi de $\frac{3}{11}$. Sabendo-se que nessa semana o número de carros vendidos (somente vermelhos e prateados) foi 168, pode-se concluir que, nessa venda, o número de carros prateados superou o número de carros vermelhos em

A) 96.
B) 112.
C) 123.
D) 132.
E) 138.

44. (SEED) Paulo acertou 75 questões da prova objetiva do último simulado. Sabendo-se que a razão entre o número de questões que Paulo acertou e o número de questões que ele respondeu de forma incorreta é de 15 para 2, e que 5 questões não foram respondidas por falta de tempo, pode-se afirmar que o número total de questões desse teste era

A) 110.
B) 105.
C) 100.
D) 95.
E) 90.

45. (Unicamp-SP–2014) A razão entre a idade de Pedro e a de seu pai é igual a $\frac{2}{9}$. Se a soma das duas idades é igual a 55 anos, então Pedro tem

A) 12 anos.
B) 13 anos.
C) 10 anos.
D) 15 anos.

46. (FGV) Em uma escola, a razão entre o número de alunos e o de professores é de 50 para 1. Se houvesse mais 400 alunos e mais 16 professores, a razão entre o número de alunos e o de professores seria de 40 para 1.

Podemos concluir que o número de alunos da escola é

A) 1 000
B) 1 050
C) 1 100
D) 1 150
E) 1 200

47. (Insper-SP) Por um terminal de ônibus passam dez diferentes linhas. A mais movimentada delas é a linha 1: quatro em cada sete usuários do terminal viajam nessa linha. Cada uma das demais linhas transporta cerca de 1 300 usuários do terminal por dia. Considerando que cada passageiro utiliza uma única linha, a linha 1 transporta por dia cerca de

A) 5 200 usuários do terminal.

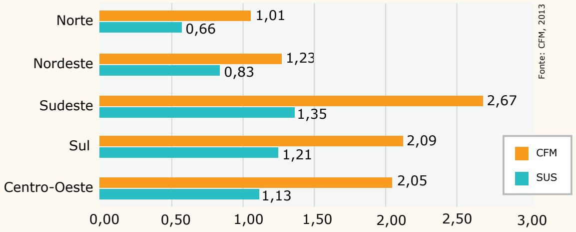
B) 9 100 usuários do terminal.

C) 13 000 usuários do terminal.

D) 15 600 usuários do terminal.

E) 18 200 usuários do terminal.

48. (UERJ) Observe no gráfico o número de médicos ativos registrados no Conselho Federal de Medicina (CFM) e o número de médicos atuantes no Sistema Único de Saúde (SUS), para cada mil habitantes, nas cinco regiões do Brasil.



CFM, 2013.

O SUS oferece 1,0 médico para cada grupo de **x** habitantes.

Na região Norte, o valor de **x** é aproximadamente igual a

A) 660

B) 1 000

C) 1 334

D) 1 515

Grandezas diretamente proporcionais

Quando duas grandezas possuem razão constante, são chamadas de grandezas diretamente proporcionais. Em outras palavras, duas grandezas são diretamente proporcionais quando uma das grandezas é multiplicada (ou dividida) por um número e a outra grandeza também é multiplicada (ou dividida) pelo mesmo número (se uma **aumenta**, a outra **aumenta** na mesma proporção).

Exemplo:

- Se uma máquina produz 3 calças em 10 minutos, então a mesma máquina produzirá 6 calças em 20 minutos.

Para facilitar, veja a tabela:

	Calças	Tempo (minutos)	
x2	3	10	x 2
	6	20	

Veja o exemplo acima, escrito na forma de proporção:

$$\frac{3}{6} = \frac{10}{20}$$

Se simplificarmos as duas razões temos:

$$\frac{3^{:3}}{6_{:3}} = \frac{10^{:10}}{20_{:10}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Perceba que existe uma constante de proporcionalidade igual a $\frac{1}{2}$.

Se as grandezas são proporcionais, temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \text{constante (k)}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

05. (PUC) Se (2; 3; x; ...) e (8; y; 4; ...) forem duas sucessões de números diretamente proporcionais, então:

A) x = 1 e y = 6

B) x = 2 e y = 12

C) x = 1 e y = 12

D) x = 4 e y = 2

E) x = 8 e y = 12

Resolução:

1º Os números do primeiro parêntese são diretamente proporcionais aos números do segundo parêntese. Assim, vamos montar a proporção:

$$\frac{2}{8} = \frac{3}{y} = \frac{x}{4} \begin{array}{l} \rightarrow \text{números do primeiro parêntese} \\ \rightarrow \text{números do segundo parêntese} \end{array}$$

2º Resolvendo as duas primeiras razões:

$$\frac{2}{8} = \frac{3}{y} \Rightarrow$$

$2.y = 24 \Rightarrow$

$y = 12$

3º Resolvendo a primeira razão com a terceira razão:

$$\frac{2}{8} = \frac{x}{4} \Rightarrow$$

$8.x = 8 \Rightarrow$

$x = 1$

Logo, x = 1 e y = 12.

Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas, tais que o produto entre elas é sempre constante, são chamadas de grandezas inversamente proporcionais. Em outras palavras, duas grandezas são inversamente proporcionais quando uma das grandezas é **multiplicada** por um número e a outra grandeza é **dividida** pelo mesmo número (se uma **aumenta,** a outra **diminui** na mesma proporção).

Exemplo:

- Um automóvel a 50 km/h gasta 2 horas para ir de A para B. Se esse mesmo automóvel aumentar sua velocidade para 100 km/h, ele gastará 1 hora. Perceba que aumentar a velocidade diminui o tempo (quanto mais rápido, o tempo gasto é menor).

	Velocidade (km/h)	Tempo (horas)	
x2	50	2	:2
	100	1	

Como as grandezas são inversamente proporcionais, vamos inverter uma delas e aplicar a proporção. Veja o exemplo acima, escrito na forma de proporção:

$$\frac{50}{\frac{1}{2}} = \frac{100}{\frac{1}{1}} = \text{constante (k)}$$

$$50.2 = 100.1 = 100$$

Perceba que o produto entre as grandezas é constante e igual a 100, ou seja, existe uma constante de proporcionalidade inversa igual a 100.

Se as grandezas **a** e **c** são inversamente proporcionais a **b** e **d**, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{b}} = \frac{c}{\frac{1}{d}} = \text{constante (k)}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

06. (ILSL) Se os números da sucessão (x, y, 8) são inversamente proporcionais aos da sucessão (16, 8, 6) então a soma entre x e y é igual a:

A) 9
B) 10
C) 8
D) 12

Resolução:

1º Os números do primeiro parêntese são inversamente proporcionais aos números do segundo parêntese. Assim, vamos montar a proporção:

$$\frac{x}{\frac{1}{16}} = \frac{y}{\frac{1}{8}} = \frac{8}{\frac{1}{6}} \quad \begin{matrix} \to \text{números do primeiro parêntese} \\ \\ \to \text{números do segundo parêntese invertidos} \end{matrix}$$

2º Resolvendo a primeira razão com a terceira:

$$\frac{x}{\frac{1}{16}} = \frac{8}{\frac{1}{6}} \Rightarrow$$

$16.x = 8.6 \Rightarrow$

$16.x = 48 \Rightarrow$

$x = 3$

3º Resolvendo a segunda razão e a terceira razão:

$$\frac{y}{\frac{1}{8}} = \frac{8}{\frac{1}{6}} \Rightarrow$$

$8.y = 8.6 \Rightarrow$

$8.y = 48 \Rightarrow$

$y = 6$

4º Respondendo o problema: $x + y = 3 + 6 = 9$

EXERCÍCIOS

49. Os números da sequência (10, 15, 20, 25) são diretamente proporcionais aos números da sequência (2, 3, 4, 5). Determine a constante de proporcionalidade dessas sequências.

50. (IFCE–2016) Três números naturais são diretamente proporcionais a 2, 3 e 5. Se a soma dos quadrados desses números é 342, então os três números são

A) 6, 9 e 15.
B) 10, 30 e 50.
C) 4, 6 e 10.
D) 5, 8 e 12.
E) 8, 12 e 20.

51. (IFSP) A fotografia é uma forma de representação artística.

Um fotógrafo deseja ampliar uma fotografia sem a distorcer, isto é, pretende produzir uma imagem semelhante à original.

Se a fotografia original possui forma retangular de dimensões 12 cm x 16 cm, e o fotógrafo pretende utilizar uma constante de proporcionalidade k = 2,5, então as dimensões da fotografia ampliada serão

A) 25 cm x 42 cm.
B) 25 cm x 40 cm.
C) 30 cm x 40 cm.
D) 30 cm x 42 cm.
E) 32 cm x 44 cm.

52. Os pares de números “36 e 15” e “20 e x” são grandezas inversamente proporcionais. Quanto vale **x**?

53. (Unesp) Os professores de matemática e educação física de uma escola organizaram um campeonato de damas entre os alunos.

Pelas regras do campeonato, cada colocação admitia apenas um ocupante. Para premiar os três primeiros colocados, a direção da escola comprou 310 chocolates, que foram divididos entre os 1º, 2º e 3º colocados no campeonato, em quantidades inversamente proporcionais aos números 2, 3 e 5, respectivamente. As quantidades de chocolates recebidas pelos alunos premiados, em ordem crescente de colocação no campeonato, foram

A) 155, 93 e 62
B) 155, 95 e 60
C) 150, 100 e 60
D) 150, 103 e 57
E) 150, 105 e 55

54. (Fatec-SP) Argamassa é uma mistura de cimento, cal, areia e água a qual serve para o assentamento de tijolos, revestimento de superfícies e execução de juntas.

Uma mistura de cimento, cal e areia será preparada de modo que para cada parte de cimento haja duas partes de cal e nove partes de areia.

Usando como unidade de medida uma lata de 18 litros, a quantidade de areia para preparar 300 latas dessa mistura será, em metros cúbicos,

A) 1,80
B) 2,25
C) 2,78
D) 4,05
E) 4,34

55. (CEFET-MG) Um tanque possui duas torneiras, sendo uma de entrada, que o enche em 5 horas, e outra de saída, que o esvazia em 7 horas. Supondo que esse tanque esteja totalmente vazio e que as torneiras sejam, abertas, ao mesmo tempo, às 15 horas, então, ele ficara totalmente cheio às

A) 8 h 30 min.
B) 8 h 50 min.
C) 20 h 30 min.
D) 20 h 50 min.

Divisão de uma quantia em partes proporcionais

Para dividir uma quantia em partes diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais, devemos:

I. Determinar se as grandezas serão divididas de maneira direta ou inversamente proporcionais.

II. Montar a proporção dada utilizando de letras para os valores desconhecidos.

III. Utilizar as propriedades da proporção.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

07. João investiu R$ 500,00 na abertura de uma lanchonete. Juntamente a João, Carlos investiu R$ 400,00 e Danilo, R$ 200,00. Se no primeiro mês o lucro de R$ 330,00 foi dividido em partes proporcionais aos investimentos, quanto coube a cada um dos amigos?

Resolução:

Vamos chamar o lucro de cada amigo de:

Amigo	Lucro
João	x
Carlos	y
Danilo	z

Como houve a proporção direta entre lucro e investimento vamos escrever a proporção entre lucro e investimento de cada amigo:

João Carlos Danilo

$$\frac{x}{500} = \frac{y}{400} = \frac{z}{200}$$

Usando a propriedade das proporções:

$$\frac{x}{500} = \frac{y}{400} = \frac{z}{200} = \frac{x+y+z}{500+400+200}$$

Como o total do lucro (x + y + z) é igual a 330, vamos aplicar a propriedade das proporções e substituir x + y + z por 330.

$$\frac{x}{500} = \frac{y}{400} = \frac{z}{200} = \frac{330}{1\,100}$$

Resolva essa proporção por partes:

1º $\frac{z}{200} = \frac{330}{1\,100} \Rightarrow$

$1\,100.z = 330.200 \Rightarrow$

$1\,100.z = 66\,000 \Rightarrow$

$z = 60$

2º $\frac{y}{400} = \frac{330}{1\ 100} \Rightarrow$

$1\ 100.y = 400.330 \Rightarrow$

$1\ 100.y = 132\ 000 \Rightarrow$

$y = 120$

3º $\frac{x}{500} = \frac{330}{1\ 100} \Rightarrow$

$1\ 100.x = 500\ .\ 330 \Rightarrow$

$1\ 100.x = 165\ 000 \Rightarrow$

$x = 150$

Perceba que a soma dos lucros corresponde ao lucro total: 150 + 120 + 60 = 330

Danilo receberá R$ 60,00, Carlos receberá R$ 120,00 e João receberá R$ 150,00.

08. (UFV) As prefeituras das cidades A, B e C construíram uma ponte sobre o rio próximo a essas cidades. A ponte dista 10 km de A, 12 km de B e 18 km de C. O custo da construção, R$ 8 600 000,00, foi dividido em partes inversamente proporcionais às distâncias das cidades à ponte. Com a construção, a prefeitura da cidade A teve um gasto de:

A) R$ 3 200 000,00
B) R$ 3 600 000,00
C) R$ 3 000 000,00
D) R$ 3 800 000,00
E) R$ 3 400 000,00

Resolução:

1º Vamos montar a tabela com os dados do custo e as distâncias:

	A	B	C
Custo (R$)	x	y	z
Distância (km)	10	12	18

2º Como são grandezas inversamente proporcionais, vamos montar a proporção:

$$\frac{x}{\frac{1}{10}} = \frac{y}{\frac{1}{12}} = \frac{z}{\frac{1}{18}}$$

3º Usando a propriedade das proporções:

$$\frac{x}{\frac{1}{10}} = \frac{y}{\frac{1}{12}} = \frac{z}{\frac{1}{18}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18}}$$

4º Reescrevendo essa proporção usando a divisão de frações:

$$10.x = 12.y = 18.z = \frac{x+y+z}{\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18}}$$

5º O custo total é de R$ 8 600 000,00, sendo representado pelos custos de A somado ao de B e C. Logo, x + y + z = 8 600 000.

Calculando a soma das frações que estão no denominador da última razão:

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18} = \frac{18+15+10}{180} = \frac{43}{180}$$

Então teremos:

$$10.x = 12.y = 18.z = \frac{x+y+z}{\frac{43}{180}} \Rightarrow$$

$$10.x = 12.y = 18.z = \frac{8\ 600\ 000}{\frac{43}{180}} \Rightarrow$$

$$10.x = 12.y = 18.z = \frac{8\ 600000}{\frac{43}{180}} \Rightarrow$$

$$10.x = 12.y = 18.z = 200\ 000.180$$

6º Resolvendo a primeira com última razão, para determinar os custos com A:

$$10.x = \frac{200\ 000}{180} \Rightarrow$$

$10.x = 36\ 000\ 000 \Rightarrow$

$x = 3\ 600\ 000$

A prefeitura da cidade A teve um gasto de R$ 3 600 000,00.

EXERCÍCIOS

56. (ESA) Repartindo 420 em três partes que são diretamente proporcionais aos números 3, 7 e 4, respectivamente, encontramos:

A) 90, 210 e 120
B) 90, 300 e 30
C) 60, 240 e 120
D) 60, 220 e 140
E) 90, 200 e 130

57. (UFLA-MG) Três pessoas montam uma sociedade, na qual cada uma delas aplica, respectivamente, R$ 20 000,00, R$ 30 000,00 e R$ 50 000,00. O balanço anual da firma acusou um lucro de R$ 40 000,00. Supondo-se que o lucro seja dividido em partes diretamente proporcionais ao capital aplicado, cada sócio receberá, respectivamente:

A) R$ 5 000,00; R$ 10 000,00 e R$ 25 000,00
B) R$ 7 000,00; R$ 11 000,00 e R$ 22 000,00
C) R$ 8 000,00; R$ 12 000,00 e R$ 20 000,00
D) R$ 10 000,00; R$ 10 000,00 e R$ 20 000,00
E) R$ 12 000,00; R$ 13 000,00 e R$ 15 000,00

58. Uma herança de R$ 120 000,00 deve ser repartida entre três irmãos em partes diretamente proporcionais às idades de cada um dos herdeiros. Quanto receberá cada herdeiro, se eles possuem 15, 20 e 25 anos?

59. (UTFPR) Paula, Flávia e Olga se uniram para comprar uma confecção. Paula entrou com R$ 36 000,00, Flávia com R$ 45 000,00 e Olga com R$ 63 000,00. Um ano após o início dessa sociedade, constatou-se que a confecção havia dado a elas um lucro de R$ 19 200,00. Dividindo esse lucro proporcionalmente ao investimento inicial das sócias, quanto Paula, Flávia e Olga deverão receber, respectivamente?

A) R$ 4 800,00, R$ 6 000,00 e R$ 8 400,00.
B) R$ 3 400,00, R$ 6 500,00 e R$ 9 300,00.
C) R$ 5 200,00, R$ 6 400,00 e R$ 7 600,00.
D) R$ 4 200,00, R$ 6 800,00 e R$ 8 200,00.
E) R$ 5 400,00, R$ 6 850,00 e R$ 6 950,00.

60. (CEFET-MG) Uma herança de R$ 60 000,00 foi dividida entre três filhos **A**, **B** e **C**, de maneira inversamente proporcional às respectivas idades 10, 15 e 18 anos. A quantia, em reais, que o filho **B** recebeu foi de

A) 12 000,00.
B) 14 000,00.
C) 18 000,00.
D) 27 000,00.

61. (UPE) As famílias Tatu, Pinguim e Pardal realizaram uma viagem juntas, cada uma em seu carro. Cada família sabe muito bem o quanto o seu carro consome de gasolina. O quadro a seguir mostra o carro de cada uma das famílias, com os respectivos consumos médios.

Família	Carro	Consumo
Tatu	Penault	20 km/L
Pinguim	Pevrolet	15 km/L
Pardal	Piat	12 km/L

Nessa viagem, eles sempre pagaram a gasolina com o mesmo cartão de crédito. Ao final da viagem, eles perceberam que consumiram 1 200 litros de gasolina e gastaram 3 mil reais com esses abastecimentos.

Como eles decidiram dividir a despesa de forma proporcional ao que cada família consumiu, quanto deverá pagar a família Pardal?

A) R$ 750,00
B) R$ 1 000,00
C) R$ 1 050,00
D) R$ 1 250,00
E) R$ 1 800,00

62. (IFAL) Uma herança foi dividida entre a viúva, a filha, o filho e o segurança da família. A filha e o filho ficaram com a metade, distribuída na proporção de 4 para 3, respectivamente. A viúva ganhou o dobro do que coube ao filho, e o segurança, R$ 500,00. Calcule o valor da herança.

A) R$ 5 500,00
B) R$ 6 000,00
C) R$ 7 000,00
D) R$ 11 500,00
E) R$ 9 500,00

63. (EPCAR-MG) Uma mãe dividiu a quantia de R$ 2 100,00 entre seus três filhos de 3, 5 e 6 anos. A divisão foi feita em partes inversamente proporcionais às idades de cada um.

Dessa forma, é verdade que

A) o filho mais novo recebeu 100 reais a mais que a soma dos valores recebidos pelos outros dois filhos.

B) o filho mais velho recebeu 20% a menos que o filho do meio.

C) a quantia que o filho do meio recebeu é 40% do que recebeu o mais novo.

D) se a divisão fosse feita em partes iguais, o filho mais velho teria sua parte acrescida de 40% em relação ao que realmente recebeu.

Regra de três simples

Problemas que envolvem a comparação entre duas grandezas, conhecendo três valores para se descobrir o quarto valor, são resolvidos pela regra de três.

Resolver usando a regra de três é comparar as grandezas através da proporção, direta ou inversamente proporcionais.

Para resolver a regra de três simples:

I. Determine se as grandezas são inversamente ou diretamente proporcionais.

IMPORTANTE: se as grandezas são inversamente proporcionais, inverta uma das grandezas.

II. Monte a proporção e utilize a Propriedade fundamental da proporção. Lembre-se de que se a grandeza for inversamente proporcional, inverta uma das grandezas antes de aplicar a propriedade.

Exemplos:

- Um estoque de ração alimenta os 15 cães de um canil por 10 dias. Se fossem 20 cães, quantos dia duraria esse estoque de ração?

  Para facilitar, monte uma tabela com as grandezas e os valores:

Cães	Dias
↑ 15	10 ↓
20	X

Perceba que se aumenta o número de cães, o estoque de ração acabará em menos dias. Logo, são grandezas inversamente proporcionais. Para montar a proporção, invertemos uma das grandezas (no caso, vamos inverter "Cães"):

$$\frac{20}{15} = \frac{10}{x}$$

Aplicando a Propriedade fundamental da proporção:

$20 \,.\, x = 15 \,.\, 10 \Rightarrow$

$20 \,.\, x = 150 \Rightarrow$

$x = 7{,}5$ dias.

- Os cães de um canil consomem 100 kg de ração em 20 dias. Em quantos dias eles consumirão 80 kg?

Para facilitar, monte uma tabela com as grandezas e os valores:

Ração (kg)	Dias
↑ 100	20 ↑
80	x

Perceba que se aumenta a quantidade de ração a ser consumida, o número de dias para os cães consumi-las também aumentará. Logo, são grandezas diretamente proporcionais. Para montar a proporção, manteremos os valores como na tabela:

$$\frac{100}{80} = \frac{20}{x}$$

Aplicando a Propriedade fundamental da proporção:

$100 \,.\, x = 80 \,.\, 20 \Rightarrow$

$100 \,.\, x = 1\,600 \Rightarrow$

$x = 16$ dias.

Logo, serão gastos 16 dias para consumir os 80 kg de ração.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

09. (FAETEC) Uma engrenagem de 36 dentes movimenta uma outra de 48 dentes. Se a primeira engrenagem executa 100 voltas, a segunda engrenagem executará

A) 13 voltas.
B) 25 voltas.
C) 45 voltas.
D) 75 voltas.
E) 85 voltas.

Resolução:

Montando a proporção:

Dentes Voltas

$$\frac{36}{48} = \frac{100}{x}$$

Se aumentar o número de dentes de uma engrenagem, ela ficará maior e dará menos voltas. Logo, são grandezas inversamente proporcionais. Para resolver vamos inverter a razão dos dentes:

$$\frac{48}{36} = \frac{100}{x} \Rightarrow$$

$48x = 3\,600 \Rightarrow$

$x = 75$ voltas

A segunda engrenagem executará 75 voltas.

EXERCÍCIOS

64. Uma torneira despeja 35 litros de água em 7 minutos. Para encher uma caixa-d'água de 1 000 litros, essa torneira levará quanto tempo?

65. Joaquim comprou 15 metros de arame por R$ 25,00. Quanto ele pagará por 12 metros desse mesmo arame?

66. (IFAL–2017) Um técnico em edificações percebe que necessita de 9 pedreiros para construir uma casa em 20 dias. Trabalhando com a mesma eficiência, quantos pedreiros são necessários para construir uma casa do mesmo tipo em 12 dias?

A) 6
B) 12
C) 15
D) 18
E) 21

67. (IFBA–2017) Um produtor de cinema faz um documentário sobre os mistérios da natureza, composto por 60 curtas-metragens de 8 minutos cada. Se ele resolvesse utilizar curtas-metragens com duração de 3 minutos, o número de curtas-metragens que comporiam o documentário seria de

A) 23
B) 60
C) 90
D) 160
E) 260

68. (IFAL–2017) Uma editora utiliza 3 máquinas para produzir 1 800 livros num certo período. Quantas máquinas serão necessárias para produzir 5 400 livros no mesmo período?

A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

69. (IFSP–2016) Anderson pagou R$ 30,90 por 0,750 quilograma de um produto. Se ele tivesse comprado 1,250 quilogramas desse produto, ele teria pago o valor de

A) R$ 52,40.
B) R$ 50,60.
C) R$ 51,50.
D) R$ 53,70.
E) R$ 49,80.

70. (PUC Rio) Uma receita de bolo leva 8 ovos e 6 xícaras de açúcar. Se quisermos fazer a mesma receita com apenas 3 ovos, a quantidade correta de açúcar será

A) 3 xícaras de açúcar.
B) 2 xícaras de açúcar.
C) 2 xícaras e meia de açúcar.
D) 2 xícaras e um terço de xícara de açúcar.
E) 2 xícaras e um quarto de xícara de açúcar.

71. (PUC Rio) Em um círculo, um ângulo central de 20 graus determina um arco de 5 cm. Qual o tamanho do arco, em cm, determinado por um ângulo central de 40 graus?

A) 5
B) 10
C) 20
D) 40
E) 60

72. (PUC Minas) Por questões de segurança e de conforto, um estádio foi reformado e sua capacidade de público, reduzida.

Onde antes havia 8 lugares, agora há apenas 6. Se antes da reforma a capacidade do estádio era de 91 000 lugares, após a reforma o número de lugares passou a ser de

A) 64 300
B) 68 250
C) 72 400
D) 76 350

73. (Unisinos-RS) Uma empresa está asfaltando uma rodovia de 50 km. Sabendo-se que ela levou 12 dias para asfaltar 20 km, quantos dias levará para asfaltar os 30 km restantes?

A) 14
B) 16
C) 18
D) 20
E) 24

74. (CFTRJ) Carol pretende preparar um enorme bolo. Sua receita, entre outros ingredientes, leva 500 g de trigo, 300 g de chocolate e 150 g de açúcar. Sabendo que Carol usará 2,5 kg de trigo na receita, quanto deverá usar de chocolate e açúcar, respectivamente?

A) 1 kg e 400 g
B) 1,5 kg e 750 g
C) 1,5 kg e 800 g
D) 1,6 kg e 800 g

75. (Unesp) Semanalmente, o apresentador de um programa televisivo reparte uma mesma quantia em dinheiro igualmente entre os vencedores de um concurso. Na semana passada, cada um dos 15 vencedores recebeu R$ 720,00. Nesta semana, houve 24 vencedores; portanto, a quantia recebida por cada um deles, em reais, foi de

A) 675,00
B) 600,00
C) 450,00
D) 540,00
E) 400,00

76. (CEFET-MG) Para se fazer um feijão tropeiro, toma-se como referência a quantidade e o preço dos ingredientes relacionados na seguinte tabela:

Ingredientes para 10 pessoas	Preço (R$)
1 kg de feijão	4,30 o quilo
700 g de linguiça	8,00 o quilo
300 g de lombo	13,00 o quilo
6 ovos	3,00 a dúzia
1 kg de farinha	3,00 o quilo

O custo, em reais, do feijão tropeiro para 80 pessoas é igual a

A) 146,40
B) 183,00
C) 201,30
D) 222,00

77. (UEA-AM) A Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel) aprovou o pedido de elevação da cota do reservatório da Usina de Santo Antônio, no Rio Madeira (RO), de 70,5 metros para 71,3 metros. Na prática, isso significa que a usina terá direito de alagar uma área maior do que a inicialmente prevista, de 350 km^2 para 430 km^2.

O Estado de S. Paulo, 03 jul. 2013.

Admita que a área alagada seja proporcional à altura da cota. Nesse caso, se a cota desse reservatório for elevada para 71 metros, a área total alagada, em metros quadrados, será corretamente expressa por

A) 4 . 10^9
B) 5 . 10^8
C) 4 . 10^7
D) 5 . 10^9
E) 4 . 10^8

78. (UFPE) Uma expedição tinha alimento suficiente para 30 dias. Passados 10 dias do seu início, outras 18 pessoas se juntaram às primeiras e o alimento durou mais 16 dias. Quantas eram as pessoas no início da expedição?

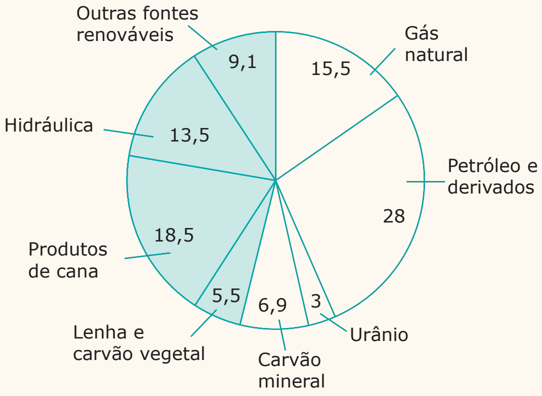
79. (UNEB-BA) “Considere reduzir o consumo de cafeína – algumas pesquisas sugerem que quem bebe quatro xícaras de café por dia tem três vezes mais chances de sofrer fratura nos quadris na velhice. Para combater esse efeito, alguns especialistas sugerem obter 40 mg extras de cálcio para cada 178 mL de café consumido.”

BREWER, 2013.

De acordo com o texto, se uma pessoa consome regularmente café, apenas no trabalho, durante os cinco dias úteis da semana, em copinhos de 44,5 ml, tiver que ingerir 300 mg extras de cálcio por semana, então essa pessoa costuma ingerir por dia, em média, um total de copinhos de café igual a

A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8

80. (Unicamp) A figura abaixo exibe, em porcentagem, a previsão da oferta de energia no Brasil em 2030, segundo o Plano Nacional de Energia.



Segundo o plano, em 2030, a oferta total de energia do país irá atingir 557 milhões de tep (toneladas equivalentes de petróleo). Nesse caso, podemos prever que a parcela oriunda de fontes renováveis, indicada em cinza na figura, equivalerá a

A) 178,240 milhões de tep.
B) 297,995 milhões de tep.
C) 353,138 milhões de tep.
D) 259,562 milhões de tep.

81. (IFSUL–2016) Leia a tirinha a seguir.

Supondo-se que o menino alugue sua pá a 6 reais por hora e que a menina a utilize por 4 horas e 20 minutos, quanto ela lhe pagará, em reais?

A) 25
B) 26
C) 27
D) 28

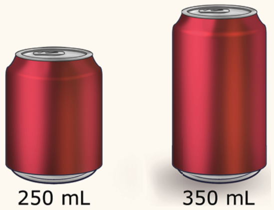
82. (UERJ–2015) Na imagem da etiqueta, informa-se o valor a ser pago por 0,256 kg de peito de peru.

PEITO PERU
DEPTO.:
PESO : 0,256 kg
R$/kg :
2 243000 012804
DATA : 27/03/14
VALIDADE: 31/03/14
TOTAL R$
12,80

O valor, em reais, de um quilograma desse produto é igual a:

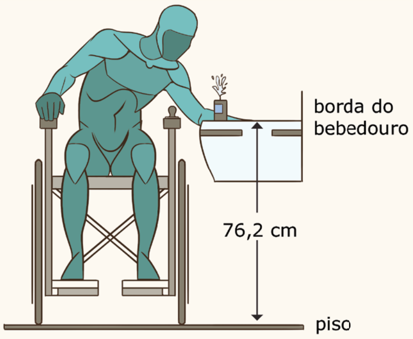
A) 25,60
B) 32,76
C) 40,00
D) 50,00

83. (UERJ–2018) Duas latas contêm 250 mL e 350 mL de um mesmo suco e são vendidas, respectivamente, por R$ 3,00 e R$ 4,90



Tomando por base o preço por mililitro do suco, calcule quantos por cento a lata maior é mais cara do que a lata menor.

84. (UFGRS-RS) Alguns especialistas recomendam que, para um acesso confortável aos bebedouros por parte de crianças e usuários de cadeiras de rodas, a borda desses equipamentos esteja a uma altura de 76,2 cm do piso, como indicado na figura a seguir.



Um bebedouro que tenha sido instalado a uma altura de 91,4 cm do piso à borda excedeu a altura recomendada. Dentre os percentuais a seguir, o que mais se aproxima do excesso em relação à altura recomendada é

A) 5%.
B) 10%.
C) 15%.
D) 20%.
E) 25%.

Regra de três composta

Em problemas com a comparação de mais de duas grandezas envolvidas usamos a regra de três composta. Uma maneira de resolver é seguindo os passos:

I. Organize os dados do problema, grandezas e valores, em uma tabela.

II. Compare a grandeza que tem o valor a ser determinado (x), com cada uma das outras (se são direta ou inversamente proporcionais), fixando as demais. Use setas ↑ (aumentar) ou ↓ (diminuir) para comparar as grandezas.

III. Monte a proporção entre as grandezas, sendo que a grandeza que tem a letra x fica no primeiro membro da igualdade e as outras grandezas no 2º membro da igualdade, em forma de produto(s). Importante: a grandeza que for inversamente proporcional (a grandeza que não possui x) deve ser invertida para resolução.

Exemplo:

- (FMP) Para construir 10 casas, 20 operários precisam de 12 dias de trabalho. Quantos dias 12 operários precisarão para construir 13 casas?

I. Tabela com os dados do problema:

Casas	Operários	Dias
10	20	12
13	12	x

II. Coloque ↑ na grandeza com a variável x, a ser determinado o valor, indicando que ela está aumentando. Nesse exemplo, será colocada em "Dias":

Casas	Operários	Dias
10	20	12 ↑
13	12	x

Comparando as grandezas, duas a duas, dias com casas: se aumentam os dias, aumenta o número de casas construídas (diretamente proporcionais).

Casas	Operários	Dias
10 ↑	20	12 ↑
13	12	x

Comparando dias com operários: se aumenta o número de dias a serem feitas as casas, podem-se diminuir o número de operários (inversamente proporcionais).

Casas	Operários	Dias
10 ↑	20 ↓	12 ↑
13	12	x

III. Montando a proporção, invertendo os valores da grandeza inversamente proporcional, temos:

$$\frac{12}{x} = \frac{10}{13} \cdot \frac{12}{20} \Rightarrow$$

Resolvendo a proporção, tente simplificar as frações do 2º membro, numerador com denominador.

$$\frac{12}{x} = \frac{10}{13} \cdot \frac{12}{20} \Rightarrow$$

$$\frac{12}{x} = \frac{12}{26}$$

Logo, x = 26, o que significa que são necessários 26 dias.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

10. (USP – SP) Uma família composta de 6 pessoas consome, em 2 dias, 3 kg de pão. Quantos quilos de pão serão necessários para alimentá-la durante 5 dias, estando ausentes 2 pessoas?

Resolução:

1º Montando a tabela:

Pessoas	Dias	Pães (kg)
6	2	3
4	5	x

2º Comparando a grandeza com x (kg de pães) com número de pessoas:

Se aumenta os pães, aumenta o número de pessoas que podem comer (diretamente proporcionais):

Pessoas	Dias	Pães (kg)
6 ↑	2	3 ↑
4	5	x

Comparando a grandeza com x (kg de pães) com número de dias: Se aumenta os pães, aumenta o número de dias que as pessoas podem comer (diretamente proporcionais):

Pessoas	Dias	Pães (kg)
6 ↑	2 ↑	3 ↑
4	5	x

3º Montando a proporção:

$$\frac{3}{x} = \frac{6}{4} \cdot \frac{2}{5} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{x} = \frac{12}{20} \Rightarrow$$

$12 \cdot x = 60 \Rightarrow$

$x = 5$ kg de pães.

EXERCÍCIOS

85. (FCC-SP) Se 25 operários trabalhando 10 horas por dia abriram um canal com 238 m de comprimento em 17 dias, quantos operários serão necessários para abrir 686 m do mesmo canal em 25 dias de 7 horas de trabalho?

86. (UFMG) No ano passado, uma equipe de 13 professores, com um ritmo de trabalho supostamente constante, corrigiu 3 000 provas em 6 dias. Este ano, o número de provas aumentou para 5 500 e a equipe foi ampliada para 15 professores. Para se obter uma estimativa do número **n** de dias necessários para totalizar a correção, suponha que, durante todo o período de correção, o ritmo de trabalho da equipe deste ano será o mesmo da equipe do ano passado. O número **n** satisfaz a condição:

A) $n \leq 8$

B) $8 < n \leq 10$

C) $10 < n \leq 12$

D) $n > 12$

87. (PUC Campinas-SP) Sabe-se que 5 máquinas, todas de igual eficiência, são capazes de produzir 500 peças em 5 dias, se operarem 5 horas por dia. Se 10 máquinas iguais as primeiras operassem 10 horas por dia durante 10 dias, o número de peças produzidas seria:

A) 1 000

B) 2 000

C) 4 000

D) 5 000

E) 8 000

88. (ESPM-SP) Em 10 minutos, 27 secretárias com a mesma habilidade digitaram o equivalente a 324 páginas. Nas mesmas condições, se o número de secretárias fosse 50, em quantos minutos teoricamente elas digitariam 600 páginas?

A) 10min

B) 45min

C) 5min

D) 5min e 24seg

E) 34min e 29seg

89. (PUC SP) Um motorista de táxi, trabalhando 6 horas por dia durante 10 dias, gasta R$ 1 026,00 de gás. Qual será o seu gasto mensal, se trabalhar 4 horas por dia?

A) R$ 1 026,00

B) R$ 2 052,00

C) R$ 3 078,00

D) R$ 4 104,00

90. (Mackenzie-SP) Se 15 operários em 9 dias de 8 horas ganham R$ 10 800,00; 23 operários em 12 dias de 6 horas ganhariam:

A) R$ 16 560,00.

B) R$ 17 560,00.

C) R$ 26 560,00.

D) R$ 29 440,00.

91. (SANTA CASA-SP) Sabe-se que 4 máquinas, operando 4 horas por dia, durante 4 dias, produzem 4 toneladas de certo produto. Quantas toneladas do mesmo produto seriam produzidas por 6 máquinas daquele tipo, operando 6 horas por dia, durante 6 dias?

A) 8

B) 15

C) 10,5

D) 13,5

92. (FEP-PA) Para asfaltar 1 km de estrada, 30 homens gastaram 12 dias trabalhando 8 horas por dia. Vinte homens, para asfaltar 2 km da mesma estrada, trabalhando 12 horas por dia, gastarão:

A) 6 dias.

B) 12 dias.

C) 24 dias.

D) 28 dias.

93. (PUC Campinas-SP) Operando 12 horas por dia, 20 máquinas produzem 6 000 peças em 6 dias. Com 4 horas a menos de trabalho diário, 15 daquelas máquinas produzirão 4 000 peças em:

A) 8 dias

B) 9 dias

C) 9 dias e 6 horas

D) 8 dias e 12 horas

94. (Unimep-SP) Se dois gatos comem dois ratos em dois minutos, para comer 60 ratos em 30 minutos são necessários:

A) 4 gatos

B) 3 gatos

C) 2 gatos

D) 5 gatos

E) 6 gatos

95. (CFTMG–2016) Em uma empresa, 10 funcionários produzem 150 peças em 30 dias úteis. O número de funcionários que a empresa vai precisar para produzir 200 peças, em 20 dias úteis, é igual a

A) 18

B) 20

C) 22

D) 24

96. (IFAL) Seis homens fabricam 100 pares de sapatos por dia, trabalhando 8 horas por dia. Para fabricar 125 pares dos mesmos sapatos, trabalhando apenas 5 horas por dia,

A) será preciso dobrar a quantidade de homens.

B) serão precisos mais dois homens.

C) serão precisos três homens a menos.

D) serão precisos mais três homens.

E) serão precisos mais quatro homens.

97. (CFTMG–2016) Numa fábrica de peças de automóvel, 200 funcionários trabalhando 8 horas por dia produzem, juntos, 5 000 peças por dia. Devido à crise, essa fábrica demitiu 80 desses funcionários e a jornada de trabalho dos restantes passou a ser de 6 horas diárias.

Nessas condições, o número de peças produzidas por dia passou a ser de

A) 1 666

B) 2 250

C) 3 000

D) 3 750

98. (UTFPR) Com um automóvel que faz uma média de consumo de 12 km por litro, um motorista **A** gasta em uma viagem R$ 143,00 em combustível, abastecendo ao preço de R$ 2,60 por litro. Um motorista **B** faz o mesmo trajeto gastando R$ 140,00 em combustível, abastecendo ao preço de R$ 2,80 por litro. Nessas condições, o automóvel com que o motorista **B** realiza sua viagem fez uma média de consumo em km/L em um valor que varia entre

A) 10 e 11

B) 11 e 12

C) 12 e 13,5

D) 13,5 e 15

E) 15 e 18

99. (IFBA) Se foram feitos $\frac{2}{5}$ de um relatório em 10 dias por 24 alunos, que estudaram 7 horas por dia, então quantos dias serão necessários para terminar esse relatório, sabendo-se que 4 alunos desistiram e que o restante agora estuda 6 horas por dia?

A) 25

B) 22

C) 20

D) 21

E) 19

Matemática Básica

Capítulo 4: Equações, produtos notáveis e fatoração

Equação

Equação é a igualdade entre duas sentenças, envolvendo um ou mais termos com parte literal.

Exemplos:

- $y = 2$
- $x^2 + 6x = -5$
- $2(a + 8) = -2a$

Para resolvermos essas equações e outras, vamos inicialmente classificá-las.

Equação de 1º grau

A equação de 1º grau tem a incógnita (letra) com maior expoente igual a 1.

Exemplos:

- $x + 4 = 3$
- $3x - 2 + x = 2(x - 1)$
- $\frac{4x-2}{3} + \frac{2x-3}{4} = \frac{5-x}{6} - 2$

Raiz de uma equação

A raiz (ou zero) de uma equação é a solução da equação, o valor da incógnita que torna a equação uma sentença verdadeira.

Exemplo:

- $2x = 8$

  A solução será $x = 4$, pois se substituir x pela raiz, que é 4, teremos:

  $2 . 4 = 8 \Rightarrow$
  $8 = 8$

  Perceba que ao substituirmos, encontramos uma verdade, 8 = 8.

Como resolver uma equação do 1º grau

Para resolver uma equação do 1º grau você deverá isolar a sua incógnita, deixando em um dos lados da igualdade os termos com a letra e, do outro lado, os termos independentes (aqueles que não possuem a incógnita).

Exemplos:
Resolva as equações a seguir.

- $x + 4 = 3$

  Perceba que para isolar a variável (x), basta passar o número (4) para o outro lado, invertendo a operação a qual pertence. Ele está somando ao x e irá para o lado direito da igualdade, subtraindo o 3. Veja:

  $x + 4 = 3 \Rightarrow$
  $x = 3 - 4 \Rightarrow$
  $x = -1$

  A solução da equação é $x = -1$.

- $3x - 2 = 2(x - 1)$

  Para resolver essa equação, vamos respeitar a hierarquia das operações, resolvendo inicialmente os parênteses:

  $3x - 2 = 2x - 2$

  Agora, vamos isolar os termos que tem a incógnita.

  $3x - 2 = 2x - 2 \Rightarrow$
  $3x - 2x = - 2 + 2 \Rightarrow$
  $x = 0$

  A solução da equação é $x = 0$.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. Resolva a equação $\frac{4x-2}{3} + \frac{2x-3}{4} = \frac{5-x}{6} - 2$.

Resolução:

Para resolvermos a equação, vamos calcular o MMC entre os denominadores, já que eles são diferentes.

O MMC entre 3, 4 e 6 é 12. Agora, vamos escrever as frações equivalentes às frações da equação:

$$\frac{4x-2}{3} + \frac{2x-3}{4} = \frac{5-x}{6} - 2 \Rightarrow$$
$$\frac{4.(4x-2)}{12} + \frac{3.(2x-3)}{12} = \frac{2(5-x)}{12} - \frac{2.12}{12} \Rightarrow$$
$$\frac{16x-8}{12} + \frac{6x-9}{12} = \frac{10-2x}{12} - \frac{24}{12} \Rightarrow \text{Eliminando o MMC}$$
$$16x - 8 + 6x - 9 = 10 - 2x - 24 \Rightarrow \text{Isolando a incógnita}$$
$$16x + 6x + 2x = 10 - 24 + 8 + 9 \Rightarrow$$
$$24x = 3 \Rightarrow$$
$$x = \frac{3}{24} \Rightarrow \text{Simplificando numerador e denominador por 3}$$
$$x = \frac{1}{8}$$

02. O dobro da idade de Ana, diminuída de 6 é igual a sua idade somado a 8. Qual a idade de Ana?

Resolução:

Perceba que a idade de Ana é um valor a ser determinado e para isso, vamos chamar a idade de Ana de x.

Logo, o enunciado pode ser reescrito como:

$2x - 6 = x + 8$

Resolvendo essa equação:

$2x - x = 8 + 6 \Rightarrow$
$x = 14$

Ana tem 14 anos.

EXERCÍCIOS

01. Resolva as equações a seguir:

A) $\frac{3x-1}{2} = \frac{5x-1}{3}$

B) $\frac{2x-3}{5} - \frac{1-x}{3} = \frac{38}{30}$

C) $x^2 - 2 = (x + 4)(x - 1)$

02. (IFSC) Em um mundo cada vez mais matematizado, é importante diagnosticar, equacionar e resolver problemas. Dada a equação $2(x + 5) - 3(5 - x) = 10$, é correto afirmar que o valor de **x** nessa equação é

A) um múltiplo de nove.
B) um número inteiro negativo.
C) um número par.
D) um número composto.
E) um número natural.

03. (CFTRJ–2016) Uma garrafa PET (politereftalato de etileno) com sua tampa custa sessenta centavos. Sabendo que a garrafa custa cinquenta centavos a mais que a tampa, quanto custa só a tampa?

A) R$ 0,05
B) R$ 0,15
C) R$ 0,25
D) R$ 0,35

04. (IFSC) A solução da equação $\frac{0,1x - 0,6}{1 - 0,4x} = \frac{3}{2}$ tem como resultado,

A) um número racional negativo.
B) um número irracional.
C) um número inteiro negativo.
D) um número racional maior que 5.
E) um número natural.

05. (UFJF-MG) Certo dia fiz compras em quatro lojas. Em cada loja, gastei metade do que possuía e paguei, na saída, R$ 1,80 de estacionamento. Se após tudo isso fiquei com R$ 15,00, então tinha inicialmente a quantia de

A) R$ 184,00.
B) R$ 268,80.
C) R$ 354,40.
D) R$ 431,50.
E) R$ 704,00.

06. (UTFPR) Sabendo-se que um retângulo tem perímetro igual a 24 m e tem lados que medem $(x + 1)$ e $(2x - 1)$; então sua área de metros quadrados é de

A) 35
B) 6
C) 153
D) 135
E) 4

07. (PUC Rio) $\frac{3}{5}$ de um número somados a $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{2}{3}$ desse mesmo número. Indique a opção que apresenta esse número.

A) 0
B) 1
C) $\frac{20}{33}$
D) $\frac{33}{20}$
E) $\frac{15}{2}$

08. (CFTRJ–2016) Carlos e Manoela são irmãos gêmeos. A metade da idade de Carlos mais um terço da idade de Manoela é igual a 10 anos.

Qual é a soma das idades dos dois irmãos?

09. (UTFPR) Um indivíduo gastou $\frac{3}{8}$ de seu salário em compras do mercado, $\frac{1}{6}$ de seu salário na educação de seus filhos e $\frac{1}{9}$ do seu salário com despesas de saúde. Depois desses gastos, ainda lhe restaram R$ 500,00 do seu salário. O salário desse indivíduo é de

A) R$ 766,00.
B) R$ 840,00.
C) R$ 1 000,00.
D) R$ 1 250,00.
E) R$ 1 440,00.

10. (PUC Minas) Três atletas, **A**, **B** e **C**, participam de uma prova de revezamento. Depois de percorrer $\frac{2}{7}$ da prova, **A** é substituído por **B**, que percorre mais $\frac{2}{5}$ da prova. Em seguida, **B** dá lugar a **C**, que completa os 660 metros restantes. Com base nesses dados, a distância percorrida por esses três atletas, em quilômetros, é

A) 2,10
B) 2,32
C) 2,40
D) 2,64

11. (UFSM-RS) Em uma academia de ginástica, o salário mensal de um professor é de R$ 800,00. Além disso, ele ganha R$ 20,00 por mês por cada aluno inscrito em suas aulas. Para receber R$ 2 400,00 por mês, quantos alunos devem estar matriculados em suas aulas?

A) 40
B) 50
C) 60
D) 70
E) 80

12. (UERJ)

O personagem da tira diz que, quando ameaçado, o comprimento de seu peixe aumenta 50 vezes, ou seja, 5 000%.

Admita que, após uma ameaça, o comprimento desse peixe atinge 1,53 metros.

O comprimento original do peixe, em centímetros, corresponde a:

A) 2,50
B) 2,75
C) 3,00
D) 3,25

13. (UERJ–2017) Em uma atividade com sua turma, um professor utilizou 64 cartões, cada um com dois algarismos x e y, iguais ou distintos, pertencentes ao conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}. A imagem abaixo representa um tipo desse cartão.

Um aluno escolheu um único cartão e efetuou as seguintes operações em sequência:

I. multiplicou um dos algarismos do cartão escolhido por 5;
II. acrescentou 3 unidades ao produto obtido em I;
III. multiplicou o total obtido em II por 2;
IV. somou o consecutivo do outro algarismo do cartão ao resultado obtido em III.

Ao final dessas operações, obteve-se no sistema decimal o número 73.

O cartão que o aluno pegou contém os algarismos cuja soma x + y é:

A) 15
B) 14
C) 13
D) 12

Equação de 2º grau

A equação do 2º grau, ou equação quadrática, possui a incógnita com maior expoente igual a 2. A equação quadrática pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, sendo a, b e c números reais chamados de coeficientes, e $a \neq 0$.

Uma equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, é denominada:

- Equação completa, quando $b \neq 0$ e $c \neq 0$, ou seja, quando todos os coeficientes da equação são diferentes de zero.
- Equação incompleta, quando $b = 0$ e / ou $c = 0$.

Exemplos:

- $3x^2 - 7x + 2 = 0$ $(a = 3, b = -7, c = 2)$
  (equação do 2º grau completa, pois b e c tem valores diferentes de zero).
- $x^2 - 4x = 0$ $(a = 1, b = -4, c = 0)$
  (equação do 2º grau incompleta, pois c é igual a zero).
- $y^2 - 36 = 0$ $(a = 1, b = 0, c = -36)$
  (equação do 2º grau incompleta, pois b é igual a zero).

Como resolver uma equação do 2º grau

Para determinar a solução (as raízes) de uma equação do 2º grau, podemos utilizar a Fórmula de Bhaskara, de acordo com os passos a seguir:

I. Organizar a equação na forma reduzida ou geral, para que ela seja escrita na seguinte maneira:
$ax^2 + bx + c = 0$.

II. Calcular o valor do discriminante: $\Delta = b^2 - 4.a.c$

III. Calcular o valor da(s) raiz(raízes): $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. Determine a solução da equação $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

Resolução:

1º $3x^2 - 7x + 2 = 0$, já está na sua forma reduzida, sendo:

$a = 3$, $b = -7$ e $c = 2$

2º Calculando o discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4.a.c \Rightarrow$$
$$\Delta = (-7)^2 - 4.3.2 \Rightarrow$$
$$\Delta = 49 - 24 \Rightarrow$$
$$\Delta = 25$$

3º Calculando as raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a} \Rightarrow$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2.3} \Rightarrow$$

$$x = \frac{7 \pm 5}{6} \Rightarrow$$

$$x' = \frac{7+5}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$x'' = \frac{7-5}{6} = \frac{2^{:2}}{12_{:2}} = \frac{1}{6} \text{(simplificada)}$$

As raízes da equação são: $x = 2$ e $x = \frac{1}{6}$.

EXERCÍCIOS

14. Resolva as equações a seguir:

A) $x(x - 3) = 180$

B) $5x + x^2 + 4 = 0$

15. (Unisinos-RS) As soluções da equação $x^2 + 3x - 4 = 0$, são

A) – 4 e –1.

B) – 4 e 1.

C) – 4 e 3.

D) – 1 e 3.

E) 1 e 3.

16. (UTFPR) O valor da maior das raízes da equação $2x^2 + 3x + 1 = 0$, é

A) 2

B) 1

C) – 1

D) $-\frac{1}{2}$

E) $\frac{1}{2}$

17. (IFCE) Determinando-se, na equação $2x^2 - 6x + 12 = 0$, a soma das raízes, obtém-se

A) 5

B) 4

C) 3

D) 2

E) 1

18. (CEFET-PR) Seja **a** a raiz positiva e **b** a raiz negativa da equação $2x^2 - 7x - 15 = 0$, então o valor de a + 2.b é igual a

A) $-\frac{17}{2}$

B) 1

C) –1

D) 2

E) 0

19. (ESPM-SP) Se as raízes da equação

$$2x^2 - 5x - 4 = 0$$

são **m** e **n**, o valor de $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ é igual a:

A) $-\frac{5}{4}$

B) $-\frac{3}{2}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{7}{4}$

E) $\frac{5}{2}$

20. (CEFET-MG) Numa divisão de números naturais, o divisor excede em 5 o quociente que, por sua vez, excede o resto também em 5. Sabendo-se que o dividendo é 1 075, pode-se afirmar que esse divisor é

A) 10

B) 15

C) 25

D) 35

21. (CEFET-SC) Sabendo que as raízes da equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ expressam os lados de um retângulo, em centímetros, então a área e o perímetro desse retângulo são, respectivamente,

A) 10 cm² e 10 cm.

B) 3 cm² e 6 cm.

C) 9 cm² e 12 cm.

D) 6 cm² e 10 cm.

E) 10 cm² e 6 cm.

22. (UTFPR) Renata apresentou a sua amiga a seguinte charada: "Um número x cujo quadrado aumentado do seu dobro é igual a 15". Qual é a resposta correta dessa charada?

A) x = 3 ou x = 5

B) x = –3 ou x = –5

C) x = –3 ou x = 5

D) x = 3 ou x = –5

E) apenas x = 3

23. (IFSul–2017) As medidas do comprimento e da altura (em metros) do *outdoor* retangular, representado na figura a seguir, são exatamente as soluções da equação $x^2 - 10x + 21 = 0$.

Dessa forma, é correto afirmar que a área desse *outdoor* é

A) 10 m².

B) 20 m².

C) 21 m².

D) 24 m².

24. Fernanda tem 14 anos e Bruna tem 7. Daqui a quantos anos o produto de suas idades será igual a 228?

25. (CEFET-MG) Se o produto de dois números naturais pares consecutivos é igual a 360, então a soma deles é

A) 32.
C) 36.
B) 34.
D) 38.

26. (Unioeste-PR) Um quintal tem a forma de um retângulo tal que a medida de um de seus lados é o triplo da medida do outro e seu perímetro em metros é igual à sua área em metros quadrados. Nesse caso, quanto mede o maior lado do quintal?

A) 3 m
C) 8 m
E) 18 m
B) 4 m
D) 6 m

27. (UTFPR) Fulano vai expor seu trabalho em uma feira e recebeu a informação de que seu estande deve ocupar uma área retangular de 12 m^2 e perímetro igual a 14 m. Determine, em metros, a diferença entre as dimensões que o estande deve ter.

A) 2.
C) 3.
E) 1.
B) 1,5.
D) 2,5.

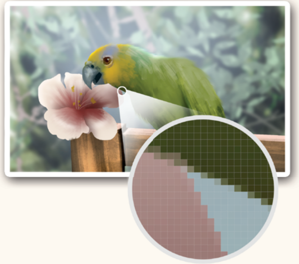
28. (IFCE) Se 3 e $\frac{1}{3}$ são as raízes da equação $ax^2 - 6x + p = 0$, então o valor de a + p é

A) –5
C) 0
E) 4
B) $\frac{-9}{5}$
D) $\frac{18}{5}$

29. (IFSP) Leia o texto sobre a resolução da tela de um computador.

O termo resolução refere-se ao número de pixels. Os pixels são minúsculos quadradinhos com uma cor específica atribuída a cada um deles e, quando exibidos em conjunto, formam a imagem.

Disponível em: <http://www.trt4.jus.br/content-portlet/download/72/resolucao.pdf>. Acesso em: 03 nov. 2013 (Adaptação).



Sabendo-se que a tela retangular de um computador, em determinada resolução, possui um total de 480 000 *pixels* e que uma das suas dimensões mede x *pixels* e a outra (x + 200) *pixels*, podemos afirmar corretamente que as dimensões dessa tela são, em pixels,

A) 480 e 680.
D) 1 056 e 1 256.
B) 600 e 800.
E) 1 166 e 1 366.
C) 824 e 1 024.

Sistema de equações do 1º grau

O sistema de equações do 1º grau é o conjunto com duas ou mais equações, com duas ou mais incógnitas de 1º grau.

Exemplo:

- $\begin{cases} 4x + y = 0 \\ 6x - 3y = 36 \end{cases}$

Esse sistema possui duas equações e as incógnitas x e y. A chave é usada para indicar que as equações formam um sistema. Encontrar a solução de um sistema é encontrar os valores de x e y que satisfazem todas as equações envolvidas simultaneamente.

Para resolver um sistema de equações do 1º grau, podemos utilizar vários métodos. Vamos destacar dois deles: o método da adição e o método da substituição.

Resolução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas: método da adição

Esse método consiste em adicionar as duas equações, com o objetivo de eliminar uma das incógnitas. Para que isso aconteça, é necessário que os coeficientes da incógnita sejam simétricos, ou seja, tenham módulos iguais e sinais opostos.

Acompanhe os passos a seguir para resolver um sistema de equações do 1º grau usando o método da adição:

I. Organize as incógnitas nas equações, de maneira a deixá-las na mesma ordem.

II. Multiplique a primeira equação e / ou a segunda por um ou mais números de modo que a(s) nova(s) equação(ões) tenha(m) os coeficientes de uma mesma incógnita opostos.

III. Some os termos semelhantes das equações. Uma das incógnitas será anulada, encontrando o resultado da outra.

IV. Substitua, em uma das equações do sistema, o valor encontrado em III para determinar o valor da primeira incógnita.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

04. Resolva os sistemas a seguir:

A) $\begin{cases} 4x + y = 0 \\ 6x - 3y = 36 \end{cases}$

B) $\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 2x - 36 = -6y \end{cases}$

Resolução:

A) Os termos semelhantes estão em ordem nas equações. Para resolver o sistema, podemos multiplicar as equações de modo a eliminar x ou y. Nesse caso, é mais conveniente eliminar o y multiplicando a primeira equação por 3:

$$\begin{cases} 4x + y = 0 & .\ (3) \\ 6x - 3y = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x + 3y = 0 & (\text{I}) \\ 6x - 3y = 36 & (\text{II}) \end{cases}$$

Somando as equações I e II, temos:

$18x = 36 \Rightarrow x = 2$

Substituindo o valor de x na equação I:

$12x + 3y = 0 \Rightarrow 12 \, . \, 2 + 3y = 0 \Rightarrow$

$24 + 3y = 0 \Rightarrow 3y = -24 \Rightarrow y = -8$

A solução do sistema é $x = 2$ e $y = -8$, ou seja, o par ordenado é (2, –8).

Importante: o par ordenado é o valor determinado (x, y) no sistema.

B) Para resolver esse item, vamos organizar os termos no sistema:

$$\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 2x - 36 = -6y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 2x + 6y = 36 \end{cases}$$

Podemos multiplicar as equações de modo a eliminar x ou y. Aqui, optamos por x e, para isso, vamos multiplicar a primeira equação por –2 e a segunda por 5:

$$\begin{cases} 5x - 3y = 0 & .\ (-2) \\ 2x + 6y = 36 & .\ (5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10x + 6y = 0 & (\text{I}) \\ 10x + 30y = 180 & (\text{II}) \end{cases}$$

Somando as equações I e II, temos:

$36y = 180 \Rightarrow y = 5$

Substituindo o valor de y na equação I:

$-10x + 6y = 0 \Rightarrow -10x + 6 \, . \, 5 = 0 \Rightarrow$

$-10x = -30 \Rightarrow x = 3$

A solução do sistema é $x = 3$ e $y = 5$, ou seja, o par ordenado é (3, 5).

Resolução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas: método da substituição

Esse método consiste em substituir o valor de uma incógnita em outra equação. Para isso, devemos isolar uma das incógnitas.

Acompanhe os passos a seguir para resolver um sistema de equações do 1º grau usando o método da substituição:

I. Escolha uma das incógnitas a ser isolada em uma das equações.

II. Substitua na outra equação a incógnita pela igualdade determinada quando isolada em I.

III. Resolva essa equação.

IV. Substitua o valor encontrado para a incógnita em uma das equações.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

05. A soma de dois números é igual a 21 e o dobro de um deles é igual ao quádruplo do outro. Determine esses números.

Resolução:

Traduzindo o enunciado para linguagem algébrica, chamando os números a serem determinados de x e y, temos:

A soma dos dois números é 21: $x + y = 21$

O dobro de um é igual ao quádruplo do outro: $2x = 4y$

Temos o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ 2x = 4y \end{cases}$$

1º Isolando x na primeira equação: $x = 21 - y$

2º Substituindo na segunda equação x por 21 – y:
$2x = 4y \Rightarrow 2(21 - y) = 4y$

3º Resolvendo a equação:
$2(21 - y) = 4y \Rightarrow 42 - 2y = 4y \Rightarrow$
$42 = 4y + 2y \Rightarrow 42 = 6y \Rightarrow y = 7$

4º Substituindo y por 7 na primeira equação:
$x + y = 21 \Rightarrow x + 7 = 21 \Rightarrow$
$x = 21 - 7 \Rightarrow x = 14$

Os números procurados são 14 e 7.

06. No quintal de Dona Maria há um total de 37 animais, entre galinhas e cachorros. Sabendo que há 118 patas, quantos cachorros e galinhas há no quintal de Dona Maria?

Resolução:

Como devemos determinar o número de galinhas e cachorros, vamos chamar de:

x = número de galinhas
y = número de cachorros

1º O número de galinhas (x) somado ao de cachorros (y) é igual a 37:

$x + y = 37$

2º Como uma galinha tem 2 patas e são x galinhas, teremos 2x patas de galinhas. Cachorro tem 4 patas e, sendo y cachorros, são 4y patas de cachorro. Se somarmos esses valores, $2x + 4y = 118$ patas.

O sistema de equações é: $\begin{cases} x + y = 37 \\ 2x + 4y = 118 \end{cases}$

3º Resolvendo pelo método da adição, multiplicando a primeira equação por (–2):

$$\begin{cases} x + y = 37 & .\ (-2) \\ 2x + 4y = 118 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -74 \\ \underline{2x + 4y = 118} \end{cases}$$

$$0 + 2y = 44 \Rightarrow y = 22$$

Substituindo na primeira equação y por 22, temos:

$x + 22 = 37 \Rightarrow x = 15$

Logo, há 22 cachorros e 15 galinhas.

EXERCÍCIOS

30. (CEFET-PR) Se o par ordenado (x, y) é a solução do sistema

$$\begin{cases} 6x + y = 1 \\ 11x + 2y = 3 \end{cases}$$

então o valor de 7x + y é

A) 8

B) 15

C) –6

D) 48

E) 0

31. (UTFPR) A soma de dois números é 40 e a sua diferença é 20. O valor de cada número é

A) 10 e 20

B) 10 e 30

C) 13 e 27

D) 40 e 60

E) 60 e 80

32. (UEMA–2016) Um vendedor oferece suco e sanduíche natural nas praias de São Luís durante os fins de semana. Num determinado sábado, ele vendeu 50 sanduíches e 75 copos de suco, arrecadando R$ 300,00. Já, no domingo, totalizou R$ 305,00 com a venda de 65 sanduíches e 55 copos de suco.

A) Monte um sistema que represente a situação descrita acima para o fim de semana de vendas realizadas.

B) Encontre os valores de venda dos copos de suco e dos sanduíches, praticados no fim de semana.

33. (IFSP–2016) Em uma sala de aula com 40 alunos, o dobro do número de meninas excede o triplo do número de meninos em 5 unidades. Sendo assim, nessa sala, o número de meninas supera o número de meninos em

A) 11 unidades.

B) 12 unidades.

C) 10 unidades.

D) 13 unidades.

E) 14 unidades.

34. (UECE–2015) José quer comprar chocolates e pipocas com os R$ 11,00 de sua mesada. Tem dinheiro certo para comprar dois chocolates e três pacotes de pipocas, mas faltam-lhe dois reais para comprar três chocolates e dois pacotes de pipocas. Nestas condições, podemos afirmar corretamente que um pacote de pipocas custa

A) R$ 2,00.

B) R$ 1,60.

C) R$ 1,40.

D) R$ 1,20.

35. (UTFPR) Em uma fazenda há 1 280 animais entre bovinos e ovinos, sendo que a quantidade de ovinos corresponde à terça parte da quantidade de bovinos. Nessas condições, a quantidade exata de bovinos e ovinos que há nessa fazenda, respectivamente, é de:

A) 426 e 854

B) 854 e 426

C) 900 e 300

D) 320 e 960

E) 960 e 320

36. (CEFET-MG) Ana e Beatriz compraram barras de chocolate para fazer ovos de Páscoa, sendo que Ana comprou o dobro do número de barras de Beatriz. Para que ficassem com a mesma quantidade, Ana deu 27 barras para Beatriz. Ao final, o número de barras de chocolate com que cada uma ficou é

A) 18

B) 27

C) 54

D) 81

37. (Unioeste-PR) Uma determinada empresa de cosméticos possui duas filiais, Filial 1 e Filial 2. As duas filiais juntas vendem 10 000 unidades de produtos por mês. Sabe-se ainda que a razão entre a quantidade vendida pela Filial 1 e a quantidade vendida pela Filial 2 é $\frac{3}{5}$. O dono da empresa deseja aumentar as vendas em 18%. Se, após esse aumento, a razão entre as quantidades vendidas pelas duas filiais se mantiver, então as Filiais 1 e 2 deverão vender, respectivamente,

A) 4 275 e 7 525 unidades.

B) 4 375 e 7 425 unidades.

C) 4 425 e 7 375 unidades.

D) 4 525 e 7 275 unidades.

E) 4 575 e 7 225 unidades.

38. (UFG-GO) Uma pequena empresa, especializada em fabricar cintos e bolsas, produz mensalmente 1 200 peças. Em um determinado mês, a produção de bolsas foi três vezes maior que a produção de cintos. Nesse caso, a quantidade de bolsas produzidas nesse mês foi

A) 300

B) 450

C) 600

D) 750

E) 900

39. (PUC Minas) Cada grama do produto **P** custa R$ 0,21 e cada grama do produto **Q**, R$ 0,18. Cada quilo de certa mistura desses dois produtos, feita por um laboratório, custa R$ 192,00. Com base nesses dados, pode-se afirmar que a quantidade do produto **P** utilizada para fazer um quilo dessa mistura é

A) 300 g.
B) 400 g.
C) 600 g.
D) 700 g.

40. (PUC Minas) Paulo possui o mesmo número de bovinos que Alex. Para que Paulo fique com 248 cabeças de gado a mais do que Alex, este deve dar àquele um número **x** de seus animais. Então, o valor de **x** é igual a

A) 124
B) 186
C) 214
D) 248

41. (UFRRJ) Em uma pousada, um grupo de pessoas, escolhendo o mesmo cardápio, pagou R$ 56,00 pelo almoço e R$ 35,00 pelo jantar.

Sendo o almoço R$ 3,00 mais caro que o jantar, qual é o número de pessoas do grupo e qual o preço do almoço de cada um?

42. (UEMA) Para arrecadar fundos, uma instituição social realizou um baile beneficente, divulgando as informações, como vemos no convite a seguir:

BAILE DA 3ª IDADE
MÚSICA AO VIVO
SEXTA
30/08
21:00
SENHORA, R$10,00
SENHOR, R$12,00
Local: Associação LMI
INGRESSO INDIVIDUAL

Após a realização do baile, constatou-se que 560 pessoas pagaram ingresso, totalizando uma arrecadação de R$ 6 270,00.

Calcule o número de senhoras e de senhores que pagaram ingresso para participar do baile.

43. (CEFET-RJ) O cinema Paradiso fez uma grande promoção num domingo. O ingresso para adultos custou R$ 12,00, enquanto o para menores, R$ 7,00. Cada adulto comprou, além de sua entrada, duas entradas para menores. Nesse domingo de promoção, o cinema arrecadou R$ 1 638,00 com a venda de ingressos. Quantas entradas foram vendidas?

44. (CEFET-MG) Em uma partida de basquetebol, uma equipe, entre cestas de três e dois pontos, fez 50 cestas, totalizando 120 pontos. O número de cestas de três pontos foi de

A) 18.
B) 20.
C) 22.
D) 24.

45. (FUVEST-SP) Um supermercado adquiriu detergentes nos aromas limão e côco. A compra foi entregue, embalada em 10 caixas, com 24 frascos em cada caixa. Sabendo-se que cada caixa continha 2 frascos de detergentes a mais no aroma limão do que no aroma côco, o número de frascos entregues, no aroma limão, foi:

A) 110
B) 120
C) 130
D) 140
E) 150

Sistema de equações do 2º grau

Os sistemas de equações de 2º grau podem ocorrer quando pelo menos uma das incógnitas tem potência de expoente 2 ou no caso de uma multiplicação das incógnitas.

Exemplos:

- $\begin{cases} x.y = 15 \\ x - 2y = -14 \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$

A maneira de resolver um sistema com equação(ões) do 2º grau é similar ao do sistema de equações do 1º grau, porém é mais comum resolver pelo método da substituição.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

07. Resolva o sistema a seguir:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$

Resolução:

1º Isolando o x na primeira equação:

$x + y = 6 \Rightarrow$
$x = 6 - y$

2º Substituindo x por (6 – y) na segunda equação:

$x^2 + y^2 = 20 \Rightarrow$
$(6 - y)^2 + y^2 = 20$

3º Resolvendo a equação:

$36 - 12y + y^2 + y^2 = 20 \Rightarrow$

$2y^2 - 12y + 16 = 0$

$\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 16 \Rightarrow$

$\Delta = 144 - 128 \Rightarrow$

$\Delta = 16$

4º Calculando os valores de y:

$$y = \frac{-(-12) \pm \sqrt{16}}{2.2} \Rightarrow$$

$$y = \frac{12 \pm 4}{4} \Rightarrow$$

$$y' = 4$$

$$y'' = 2$$

Como encontramos dois valores para y, vamos encontrar os respectivos valores para x:

Para y = 4, temos que x = 6 – 4, logo x = 2.
Para y = 2, temos que x = 6 – 2, logo x = 4.

Os pares ordenados soluções são: (2, 4) e (4, 2).

EXERCÍCIOS

46. Resolva os sistemas a seguir:

A) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 18 \\ x - y = -3 \end{cases}$

B) $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5.x.y = 60 \end{cases}$

C) $\begin{cases} x - y = 11 \\ 2.x.y = 24 \end{cases}$

47. A soma de dois números é igual a 15 e o produto é 56. Qual a diferença entre eles?

48. (UFMG) A diferença entre os quadrados de dois números naturais é 144, e a razão entre eles é $\frac{3}{5}$. A soma desses dois números naturais é:

A) 16
B) 24
C) 30
D) 34

49. (UFRRJ) A soma de dois números é 6 e a soma de seus quadrados é 68. O módulo da diferença desses dois números é

A) 2
B) 4
C) 6
D) 8
E) 10

50. (UEG-GO) O dono de uma lanchonete comprou uma certa quantidade de sanduíches naturais por R$ 180,00 e vendeu todos, exceto seis, com um lucro de R$ 2,00 por sanduíche. Com o total recebido, ele comprou 30 sanduíches a mais que na compra anterior, pagando o mesmo preço por sanduíche. Nessas condições, o preço de custo de cada sanduíche foi de

A) R$ 6,00.
B) R$ 5,00.
C) R$ 3,00.
D) R$ 2,00.

Produtos notáveis

Os produtos notáveis são fórmulas utilizadas para agilizar e simplificar procedimentos matemáticos.

Vamos estudar alguns casos a seguir.

Quadrado da soma de dois termos

$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo mais duas vezes o primeiro termo vezes o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Exemplo:

- $(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + \underline{6x} + 9$

Quadrado da diferença de dois termos

$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos duas vezes o primeiro termo vezes o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Exemplo:

- $(x - 6)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = x^2 - 12x + 36$

Produto da soma pela diferença de dois termos

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

Exemplo:

- $(4x + y).(4x - y) = (4x)^2 - y^2 = 16x^2 - y^2$

Cubo da soma de dois termos

$(a + b)^3 = a^3 + 3 . a^2 . b + 3 . a . b^2 + b^3$

O cubo da soma de dois termos é igual ao cubo do primeiro termo mais três vezes o quadrado do primeiro termo vezes o segundo termo, mais três vezes o primeiro termo vezes o quadrado do segundo termo, mais o cubo do segundo termo.

Exemplo:

- $(2a + b)^3 = (2a)^3 + 3.(2a)^2.b + 3.(2a).(b)^2 + b^3 =$
  $8a^3 + 3.4a^2.b + 6ab^2 + b^3 =$
  $8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$

Cubo da diferença de dois termos

$(a - b)^3 = a^3 - 3.a^2.b + 3.a.b^2 - b^3$

O cubo da diferença de dois termos é igual ao cubo do primeiro termo menos três vezes o quadrado do primeiro termo vezes o segundo termo, mais três vezes o primeiro termo vezes o quadrado do segundo termo, menos o cubo do segundo termo.

Exemplo:

- $(x - 2)^3 = x^3 - 3 . x^2 . 2 + 3 . x . (2)^2 - 2^3 =$
  $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

EXERCÍCIOS

51. Calcule, usando produto notável:

A) $(x + y)^2 =$

B) $(3a + 8)^2 =$

C) $(2x + 3y)^2 =$

D) $(a - 4)^2 =$

E) $(2a - b)^2 =$

F) $(2x - 3y)^2 =$

G) $(x + y) . (x - y) =$

H) $(2a + b) . (2a - b) =$

I) $(3x + 2y) . (3x - 2y) =$

J) $(x + 3)^3 =$

K) $(2a + y)^3 =$

L) $(x + 2y)^3 =$

M) $(a - 3)^3 =$

N) $(2x - y)^3 =$

O) $(3a - 2b)^3 =$

52. (FCC-SP) A expressão $(x - y)^2 - (x + y)^2$ é equivalente a:

A) 0

B) $2y^2$

C) $-2y^2$

D) $-4xy$

E) $-2(x + y)^2$

53. (UFSC) Calcule $(a - b)^2$ sendo a e b números reais positivos, sabendo que $a^2 + b^2 = 117$ e $ab = 54$.

54. (PUC Campinas-SP) Considere as sentenças a seguir.

I. $(3x - 2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$

II. $5xy + 15xm + 3zy + 9zm = (5x + 3z)(y + 3m)$

III. $81x^6 - 49a^8 = (9x^3 - 7a^4)(9x^3 + 7a^4)$

Das sentenças, somente:

A) I é verdadeira

B) II é verdadeira

C) III é verdadeira

D) I e II são verdadeiras

E) II e III são verdadeiras

Fatoração

Fatorar uma expressão é o mesmo que transformá-la em produto(s) de dois ou mais fatores.

Para fatorar as expressões é necessário observar atentamente qual caso de fatoração deve ser aplicado.

Fator comum em evidência

Essa fatoração deve ser utilizada se os termos da expressão possuem termo(s) em comum. A fatoração é feita colocando o fator comum em evidência e, na sequência, dentro dos parênteses, os resultados da divisão dos termos da expressão pelo fator comum.

Exemplos:

Expressão	Fator comum	Forma fatorada
$2x + 2$	2	$2.(x + 1)$
$ax + bx$	x	$x.(a + b)$
$x^4y^3 - 2x^3y^4$	x^3y^3	$x^3y^3.(x - 2y)$

Importante:

- Se números tiverem fatores comuns, coloque o maior divisor comum entre eles em evidência.
- Se letras tiverem fatores comuns, coloque a letra com o menor expoente em evidência.

Diferença de dois quadrados

Consiste em transformar a diferença do quadrado de dois termos no produto da soma pela diferença desses dois termos.

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Exemplo:

- $9x^2 - 36 = (3x + 6).(3x - 6)$

Trinômio quadrado perfeito

Para que um trinômio seja quadrado perfeito, ele deve apresentar as seguintes características:

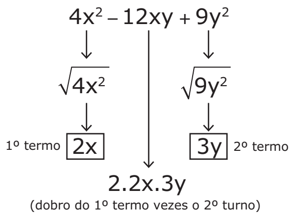
- – Dois dos termos do trinômio devem ter raiz quadrada.
- – Um dos termos deve ser equivalente ao dobro das raízes quadradas dos dois outros termos.

Fatorar esse trinômio quadrado perfeito consiste em transformar uma expressão com três termos, com as características mencionadas anteriormente, no produto notável quadrado da soma ou da diferença de dois termos.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Exemplo:

- 

$4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2$

Outros trinômios do 2º grau

Podemos ter trinômios do 2º grau que não são trinômios quadrados perfeitos e que também podem ser fatorados.

Veja o seguinte produto:

$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab \Rightarrow$

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

Ou seja:

$x^2 + Sx + P$

Em que **S** é a soma de **a** com **b** e **P** é o produto entre **a** e **b**.

Se o coeficiente do termo x^2 é igual a 1, o coeficiente do termo **x** é constituído pela soma de dois números, **a** e **b**, e o termo independente de **x** é formado pelo produto desses mesmos dois números.

Exemplos:

- $x^2 \underbrace{+8}_{(+5)+(+3)} \,.\, x \overbrace{+15}^{(+5).(+3)} = (x+5)(x+3)$
- $x^2 \underbrace{+2}_{(+5)+(-3)} \,.\, x \overbrace{-15}^{(+5).(-3)} = (x+5)(x-3)$
- $x^2 \underbrace{-8}_{(-5)+(-3)} \,.\, x \overbrace{+15}^{(-5).(-3)} = (x-5)(x-3)$

Agrupamento

Essa fatoração deve ser feita para expressões com quatro ou mais termos, que consiste em:

I. Agrupar os termos do polinômio de tal maneira que cada grupo possa ser fatorado;

II. Fatorar cada grupo colocando o fator comum em evidência ou aplicando outros casos de fatoração;

III. Observar que, após a primeira fatoração em toda a expressão, os grupos apresentam um novo fator comum, que deve ser posto em evidência para completar a fatoração.

Exemplo:

- $\underbrace{x^2 - 2x}_{\text{Fator comum: x}} - \underbrace{4bx + 8b}_{\text{Fator comum: 4b}} =$

  $\underbrace{x(x - 2) - 4b(x - 2)}_{\text{Fator comum: x – 2}} =$

  $(x - 2)(x - 4b)$

Soma de dois cubos

Quando temos a soma entre dois cubos, podemos fatorar da seguinte maneira:

$$x^3 + y^3 = (x + y).(x^2 - xy + y^2)$$

Exemplo:

- $27x^3 + 8 = (3x)^3 + 2^3 \Rightarrow$

  $27x^3 + 8 = (3x + 2)[(3x)^2 - 3x.2 + 2^2) \Rightarrow$

  $27x^3 + 8 = (3x + 2)(9x^2 - 6x + 4)$

Diferença de dois cubos

Quando temos a diferença entre dois cubos, podemos fatorar da seguinte maneira:

$$x^3 - y^3 = (x - y).(x^2 + xy + y^2)$$

Exemplo:

- $8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 \Rightarrow$

  $8x^3 - 1 = (2x - 1)[(2x)^2 + 2.x + 1^2)] \Rightarrow$

  $8x^3 - 1 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$

Fatorações sucessivas

Existem situações em que será necessário aplicar mais de um caso de fatoração em uma mesma expressão. Acompanhe os exemplos a seguir:

- $\underbrace{x^3 + 3x^2 + 2x}_{\text{Fator comum em evidência: x}} = x\underbrace{(x^2 + 3x + 2)}_{\text{Trinômio do 2º grau}} = x(x + 1)(x + 2)$
- $\underbrace{6x^2 - 24}_{\text{Fator comum em evidência: 6}} = 6.\underbrace{(x^2 - 4)}_{\text{Diferença de dois quadrados}} = 6(x + 2)(x - 2)$

EXERCÍCIOS

55. Fatore os binômios a seguir:

A) $3x - 9$

B) $ab + 2a$

C) $5y^2 + 10y$

D) $a^3b + 2ab$

E) $x^2 - 8x$

F) $12m - 6$

G) $x^2 - y^2$

H) $4a^2 - b^6$

I) $\frac{1}{4}a^2 - \frac{49}{144}$

J) $x^4 - 16y^2$

K) $a^4 - b^4$

L) $\frac{x^8}{100} - 1$

56. Fatore os trinômios a seguir:

A) $x^2 + 8x + 16$

B) $4x^2 - 12x + 9$

C) $\frac{x^2}{4} - xy + y^2$

D) $25a^2 + 80ab + 64b^2$

E) $x^4 - 2x^2y^3 + y^6$

F) $x^2 + 9x + 14$

G) $x^2 - 9x + 18$

H) $x^2 - 8x + 12$

I) $x^2 - 2x - 3$

57. Escreva as expressões na forma fatorada.

A) $4ax + 3ay + 4bx + 3by$

B) $5x^2 + 5x - 4bx - 4b$

C) $a^2 - b^2 + 2a + 2b$

D) $8xy^2 - 4x^2y + 9x^3y + 3x^2y^3$

E) $ax^4 + ax^3b + cx + cb$

F) $5xz - 5yz - 7x + 7y$

G) $a^3 + b^3$

H) $x^3 + 8$

I) $64 + 27b^3$

J) $a^3 + y^3$

K) $a^3 + 125b^3$

L) $a^3 - b^3$

M) $x^3 - 8$

N) $64 - 27b^3$

O) $8a^3 - y^3$

P) $a^3 - 125b^3$

Q) $2y^2 - 4y + 2$

R) $3x^3 + 9x^2 + 6x + 18$

S) $18x + 12x^2 + 2x^3$

58. (Fatec-SP) A sentença verdadeira para quaisquer números a e b reais é:

A) $(a - b)^3 = a^2 - b^2$

B) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

C) $(a + b)(a - b) = a^2 + b^2$

D) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

E) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a + b)^3$

59. (PUC Rio) O produto $(x + 1)(x^2 - x + 1)$ é igual a:

A) $x^3 - 1$

B) $x^3 + 1$

C) $x^2 + 2$

D) $x^3 + 3x^2 - 3x + 1$

E) $x^3 + 3x^2 - 3x - 1$

60. Escreva na forma de produto de dois fatores.

A) $x^2 - 20x + 100$

B) $4p^2 + 12p + 9$

C) $m^4 - 2m^2n + n^2$

D) $\frac{9y^2}{4} - y + \frac{1}{9}$

E) $x^2 - 2x - 15$

F) $a^2b^2 - 1\,024$

G) $16x^2 - 25$

H) $y^4 - 324$

I) $27x^3 - y^3$

J) $a^3 + 64$

61. Fatore completamente os polinômios a seguir:

A) $x^4 - 8x^3 + 7x^2$

B) $9a^2 + 30a + 25$

C) $100x^2 - 16$

D) $ax^2 + bx^2 - 9a - 9b$

E) $5x^3 + 40$

62. Seja $ab = 10$, $2a - b = 6$ e $2a^2b = x + ab^2$. Qual é o valor numérico de **x**?

63. Seja **A** o resultado da operação $1\,253^2 - 1\,252^2$. Quanto vale a soma dos algarismos de **A**?

64. (PUC Minas) Se **a** e **b** são números reais inteiros positivos tais que $a - b = 7$ e $a^2b - ab^2 = 210$, o valor de **ab** é

A) 7

B) 10

C) 30

D) 37

65. Sendo $xy = 13^{-1}$, calcule o valor de $x + y$ na expressão $x^2y + xy^2 = 39$.

66. (UTFPR–2017) Um fazendeiro possui dois terrenos quadrados de lados **a** e **b**, sendo $a > b$. Represente na forma de um produto notável a diferença das áreas desses quadrados.

A) $(a + b).(a + b)$

B) $(a + b).(a - b)$

C) $(a - b).(a - b)$

D) $(a + b)^2$

E) $(a - b)^2$

67. (UTFPR–2017) Uma indústria fabrica uma placa metálica no formato de um retângulo de lados $(ax + by)$ e $(bx + ay)$. Encontre, de forma fatorada, o perímetro deste retângulo.

A) $2(a + b)(x + y)$

B) $4(a + b)(x + y)$

C) $2(a - b)(x - y)$

D) $4(a - b)(x - y)$

E) $(a + b)(x + y)$

68. (FCC-TRT) Indagado sobre o número de processos que havia arquivado certo dia, um Técnico Judiciário, que gostava muito de Matemática, respondeu: O número de processos que arquivei é igual a $12{,}25^2 - 10{,}25^2$

Chamando x o total de processos que ele arquivou, então é correto afirmar que:

A) $38 < x < 42$

B) $x > 42$

C) $x < 20$

D) $20 < x < 30$

E) $30 < x < 38$

69. (Fatec-SP) Efetuando-se $(579\,865)^2 - (579\,863)^2$, obtém-se

A) 4

B) 2 319 456

C) 2 319 448

D) 2 086 246

E) 1 159 728

70. (FGV) Seja N o resultado da operação $375^2 - 374^2$. A soma dos algarismos de N é:

A) 18

B) 19

C) 20

D) 21

E) 22

71. (UERJ / Adaptado) Alguns cálculos matemáticos ficam mais simples quando usamos identidades, tais como:

A) $a^2 - b^2 = (a + b).(a - b)$

B) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

C) $a^3 + b^3 = (a + b).(a^2 - ab + b^2)$

Considerando essas identidades, calcule o valor numérico racional mais simples da expressão: $(57{,}62)^2 - (42{,}38)^2$.

Simplificação de frações algébricas

Frações algébricas são divisões em forma de fração entre expressões literais. Para simplificar frações algébricas, fatoramos numerador e denominador e simplificamos os fatores comuns.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

08. (Cesgranrio) Simplificando $\frac{4x^3 - x}{2x + 1}$, obtemos:

A) $x^2 + 1$

B) $x^2 - 1$

C) $2x^2 - 1$

D) $2x^2 - x$

E) $2x^2 + 1$

Resolução:

Para fatorar o numerador, vamos começar com fator comum em evidência: $x.(4x^2 - 1)$

Perceba que nos parênteses cabe outra fatoração, a diferença de dois quadrados. Vamos manter o fator x e aplicar essa fatoração no parênteses: $x.(2x + 1).(2x - 1)$

O denominador também deve ser verificado, mas nesse caso não pode ser fatorado.

Escrevendo na fração: $\frac{x.(2x + 1) . (2x - 1)}{2x + 1}$

Perceba que existe no numerador o mesmo fator que está no denominador que pode ser simplificado:

$$\frac{x\,\cancel{(2x+1)}\,(2x-1)}{\cancel{2x+1}} = x(2x - 1) = 2x^2 - x$$

EXERCÍCIOS

72. Simplifique:

A) $\frac{-3a^2b}{9a^2 - 6ab}$

B) $\frac{-2ab^2}{4a^2b^3 - 2ab^2}$

C) $\frac{2x + 2 + 3x^2z + 3xz}{5x^2y + 5xy}$

D) $\frac{3a^3 + 3a^2 + a + 1}{4ax + 4x}$

E) $\frac{6xy - 3y - 2xz + z}{3y - 6xy - z + 2xz}$

73. Simplifique as expressões:

A) $\frac{(a - b)^2 - 3(a - b)}{xa - xb + 3a - 3b}$

B) $\frac{9a^2 - 3ab}{6ab - 2b^2}$

C) $\frac{y^2 - 10y + 25}{y^2 - 7y + 10}$

74. (FGV) Simplificando-se a fração $\frac{m^2 + m}{5m^2 + 10m + 5}$ obtém-se:

A) $\frac{1}{11}$

B) $\frac{m}{5(m + 1)}$

C) $\frac{m}{5(m - 1)}$

D) $\frac{m + 1}{5m}$

E) $\frac{m - 1}{5m}$

75. (Fatec-SP) Para todo número real x, a expressão $\frac{(x - 2).(x^3 + 8)}{x^2 - 2x + 4}$ é equivalente a

A) $x^2 - 2x + 4$

B) $(x + 2)^2$

C) $x^2 + 4$

D) $(x - 2)^2$

E) $x^2 - 4$

Matemática Básica

Capítulo 5: Matemática Financeira

Porcentagem

Você já tem conhecimento de que um número escrito em porcentagem corresponde a uma fração centesimal, ou seja, com denominador 100. Para isso, basta substituir o símbolo (%) por 100 no denominador e o número presente na porcentagem passa a ser numerador dessa fração. Além disso, um número em forma de porcentagem também pode ser escrito na forma decimal, basta dividir esse número por 100. Assim, temos:

$$63\% = \frac{63}{100} = 0{,}63$$

Forma decimal
Forma fracionária
Forma percentual

Um número na forma percentual x% pode ser representado pela razão entre x e 100 e também ter sua fração na forma simplificada:

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

Logo, calcular 20% de um valor é o mesmo que calcular $\frac{1}{5}$ desse valor.

EXERCÍCIOS

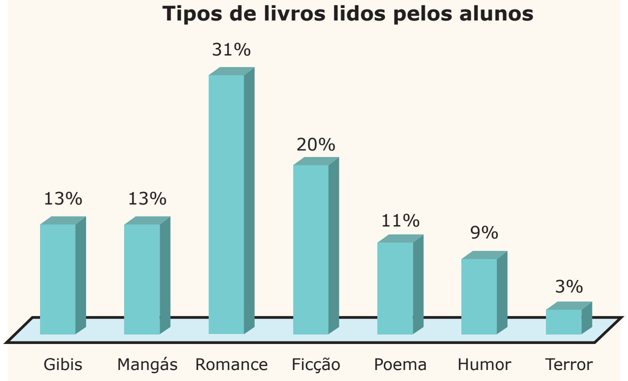
01. (IFCE) Um sala de aula tem 40 alunos dos quais 8 são do sexo masculino. O percentual de alunos do sexo feminino é

A) 90%.
B) 80%.
C) 60%.
D) 40%.
E) 20%.

02. (IFSP–2017) O lote onde a casa de Josefina foi construída tem 840 m^2. A casa ocupa 24% desse espaço, a garagem, 6,5% e o restante é o jardim. Assinale a alternativa que apresenta quantos metros quadrados tem o jardim.

A) 583,8 m^2.
B) 211,2 m^2.
C) 54,6 m^2.
D) 453 m^2.
E) 276,97 m^2.

03. (IFSC-SC–2017) Uma escola decidiu realizar uma pesquisa entre seus alunos para determinar a porcentagem de leitores e também descobrir quais tipos de livros os alunos preferiam ler. A partir do resultado dessa pesquisa, obteve-se o seguinte gráfico:



Disponível em: <http://www.rioeduca.net/blog.php?mes=3&ano=2012&pg=13>.

Com base nos dados representados no gráfico, considerando-se que essa pesquisa foi realizada com 1 200 alunos e que cada aluno somente poderia escolher uma das opções, qual o número de alunos dessa escola que são leitores de romance e de humor, respectivamente:

A) 120 e 130
B) 322 e 88
C) 372 e 108
D) 310 e 90
E) 278 e 75

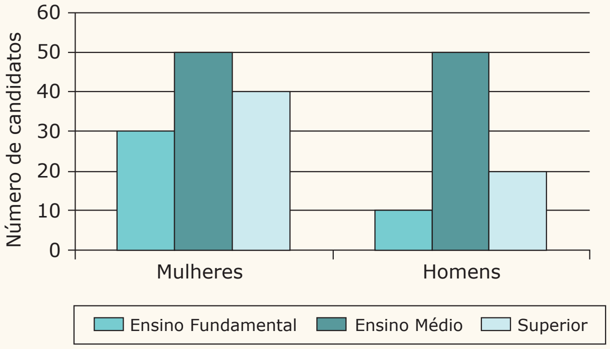
04. (UPE) Uma loja de vestuários recebeu um volume de 250 bermudas e 150 camisetas da fábrica que produz suas peças. Dessas peças, o controle da loja identificou que estavam com defeito 8% das bermudas e 6% das camisas. Do volume recebido pela loja, o total de peças com defeito representa uma porcentagem de

A) 2,75%.
B) 4,4%.
C) 5,6%.
D) 6,75%.
E) 7,25%.

05. (UFPR) Numa série de testes para comprovar a eficiência de um novo medicamento, constatou-se que apenas 10% dessa droga permanecem no organismo seis horas após a dose ser ministrada. Se um indivíduo tomar uma dose 250 mg desse medicamento a cada seis horas, que quantidade da droga estará presente em seu organismo logo após ele tomar a quarta dose?

A) 275 mg
B) 275,25 mg
C) 277,75 mg
D) 285 mg
E) 285,55 mg

06. (IFSP) O gráfico a seguir apresenta dados de uma pesquisa realizada com todas as pessoas que se candidataram para trabalhar em certa empresa. Eles tiveram que informar o grau de escolaridade.



Analisando os dados, a porcentagem que representa as mulheres que têm curso superior em relação ao total de candidatos entrevistados é

A) 75%.
B) 50%.
C) 35%.
D) 20%.
E) 10%.

07. (UNEB-BA) Com a crescente utilização dos telefones celulares como terminais multimídia de acesso à Internet, o interesse se volta para o fluxo, isto é, a quantidade de informações que podem transitar por unidade de tempo na rede telefônica, medida geralmente em quilobits por segundo (kb/s).

É preciso saber distinguir o fluxo teórico, número máximo anunciado pelos promotores das novas tecnologias, do fluxo médio observado na prática, que pode ser sensivelmente inferior, por diferentes razões, notadamente pelo atravancamento das redes ou pela pouca compatibilidade dos terminais.

- GSM: 9 kb/s.
- GPRS: 114 kb/s teóricos, 40 kb/s na prática.
- EDGE: 384 kb/s teóricos, estimativa de 70 kb/s na prática.
- UMTS: 2 000 kb/s teóricos, algumas centenas de kb/s estimadas na prática.

De acordo com o texto, pode-se afirmar que, na prática, a velocidade de transmissão de dados na tecnologia EDGE alcança apenas um percentual da velocidade teórica aproximadamente igual a

A) 17,8%.
B) 18,2%.
C) 18,6%.
D) 19,0%.
E) 19,4%.

08. (UFSM-RS) A prefeitura, responsável pela iluminação pública de uma cidade, trocou 40% das luminárias por outras mais eficientes. Decorrido um ano da troca, verificou que 2% das novas luminárias e 6% das luminárias antigas apresentaram defeito.

Qual é a porcentagem das luminárias da cidade que apresentaram defeito nesse período?

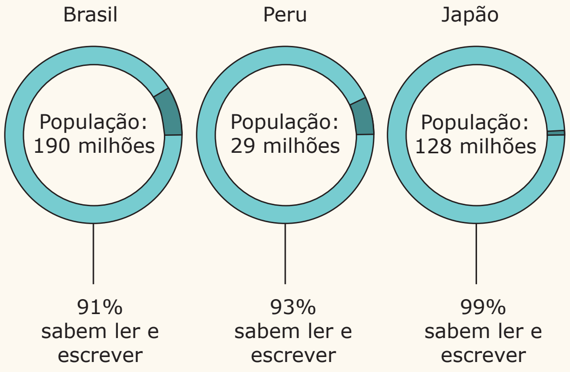
A) 3,2%
B) 4,4%
C) 5,6%
D) 6,8%
E) 8,0%

09. (IFSP–2017) Em Brasília (DF), quase 2 mil toneladas de resíduos sólidos são recolhidas por dia, pelos caminhões do Sistema de Limpeza Urbana (SLU). O último levantamento do órgão de limpeza mostra que, em 2008, cada morador produziu na capital, em média, 2,4 quilos de lixo por dia. Foram 876 kg de resíduos por pessoa, jogados na lixeira durante todo o ano.

Se as pessoas reduzirem 23% de resíduos jogados na lixeira todo ano, assinale a alternativa que apresenta quantos kg de lixo irão reduzir.

A) 123 kg.
B) 192,4 kg.
C) 200,56 kg.
D) 201,48 kg.
E) 302 kg.

10. (UFG-GO) Analise os gráficos a seguir:



Superinteressante.
São Paulo, ed 314, jan. 2013, p. 66 (Adaptação).

De acordo com os gráficos apresentados, o número de pessoas que

A) sabem ler e escrever no Brasil é maior que no Japão.

B) sabem ler e escrever no Peru é maior que no Brasil.

C) não sabem ler e escrever no Japão é maior que no Peru.

D) não sabem ler e escrever no Japão é maior que no Brasil.

E) não sabem ler e escrever no Peru é maior que no Brasil.

11. (PUC Rio) Em uma turma de Ciências da Computação formada de 40 rapazes e 40 moças, tem-se a seguinte estatística:

20% dos rapazes são fumantes; 30% das moças são fumantes.
Logo, a porcentagem dos que não fumam na turma é de

A) 25%. C) 60%. E) 75%.
B) 50%. D) 65%.

12. (UEMA) A água de um mar próximo ao Equador contém 3% do seu peso em sal. Considere que um litro de água do mar pesa 1 kg. Sabe-se que Duda Bouir, produtor de sal, precisa produzir uma arroba de sal (15 kg). Quantos litros de água do mar Duda precisa retirar para produzir a arroba de sal de que necessita?

13. (IFAL) A superfície do nosso planeta é constituída de 30% de terra e 70% de água. Um terço da terra é pastagem, floresta, ou montanha, e dois quintos da terra são desertos ou cobertos por gelo; o resto da terra é usado para o cultivo. Qual é o percentual da superfície total do nosso planeta que é usada para o cultivo?

A) 8% C) 12% E) 6%
B) 18% D) 4%

14. (UECE–2016) Em uma empresa multinacional, 60% dos seus 2 400 funcionários são do sexo feminino. Se 672 dos funcionários do sexo masculino são de nacionalidade brasileira e 25% das mulheres não são brasileiras, então, a porcentagem do total de funcionários que não são brasileiros é

A) 23%. C) 27%.
B) 25%. D) 29%.

15. (PUC Rio–2016) Carlinhos tem três caixas de carrinhos, uma grande e duas pequenas: 60% dos carrinhos estão na caixa grande, e cada uma das caixas pequenas tem 20% dos carrinhos.

A) Metade dos carrinhos da caixa grande é azul, e não há nenhum carrinho azul nas caixas pequenas. Que porcentagem do total de carrinhos é azul?

B) Metade dos carrinhos em cada caixa pequena é verde. Sabemos, além disso, que a porcentagem de carrinhos verdes na coleção é 40%. Qual a porcentagem de carrinhos verdes na caixa grande?

16. (FUVEST) A diferença entre $\frac{1}{3}$ e seu valor aproximado 0,333 é igual a x% do valor exato. Então o valor de x é:

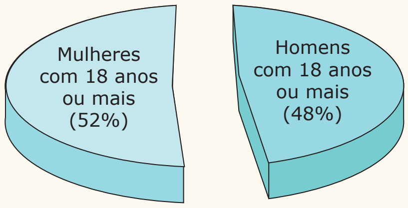
A) 0,001 C) 0,1 E) 0,3
B) 0,01 D) 0,03

17. (IFCE) Um vendedor recebe um salário fixo de R$ 670,00 mais uma comissão de 8% sobre a quantidade de vendas. Em um determinado mês, ele vendeu R$ 12 000,00. Ele recebeu de salário bruto, nesse mês,

A) R$ 1 630,00. D) R$ 1 500,00.
B) R$ 1 560,00. E) R$ 1 600,00.
C) R$ 1 730,00.

18. (Unesp–2014) Considere os dados aproximados, obtidos em 2010, do Censo realizado pelo IBGE.

Idade (anos)	Nº de pessoas
De 0 a 17	56 300 000
De 18 a 24	23 900 000
De 25 a 59	90 000 000
60 ou mais	20 600 000
Total	190 800 000



Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br>.

A partir das informações, é correto afirmar que o número aproximado de mulheres com 18 anos ou mais, em milhões, era

A) 70 C) 55 E) 65
B) 52 D) 59

19. (UEL-PR) Uma das tentativas para minimizar os congestionamentos de trânsito nas metrópoles é o rodízio de veículos. Na cidade de São Paulo, isso se faz de acordo com o final das placas. Na segunda-feira, não circulam os veículos com placas de final 1 e 2; na terça-feira, com finais 3 e 4; na quarta-feira, com finais 5 e 6; na quinta-feira, com finais 7 e 8 e na sexta-feira, com finais 9 e 0. Com esse tipo de rodízio, supondo uma distribuição uniforme de finais de placas, somente 80% da frota de veículos circulam diariamente.

Considere outro rodízio de veículos como descrito na tabela a seguir:

Nova proposta de rodízio	
Dia da semana	**Finais de placas que NÃO podem circular**
segunda-feira	0, 1, 2, 3
terça-feira	2, 3, 4, 5
quarta-feira	4, 5, 6, 7
quinta-feira	6, 7, 8, 9
sexta-feira	8, 9, 0, 1

Supondo uma distribuição uniforme de finais de placas, a partir da configuração proposta nessa tabela, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o percentual da frota que circulará diariamente.

A) 40%
B) 55%
C) 60%
D) 65%
E) 70%

20. (Fatec-SP) Uma empresa decidiu trocar todos os seus computadores e aparelhos de telefone celular utilizados por seus funcionários. Após a troca, fez um levantamento do destino dado a esses equipamentos e constatou que 75% do total de equipamentos foram para a reciclagem, sendo que os computadores correspondiam a 60% do total de equipamentos e que 20% do total de telefones celulares não foram para a reciclagem.

Com base nesses dados sobre o total de equipamentos, pode-se concluir que a porcentagem de computadores que foram para a reciclagem corresponde a

A) 18%.
B) 25%.
C) 30%.
D) 37%.
E) 43%.

21. (IFSP) Em uma cidade, sabe-se que 40% dos trabalhadores estão desempregados. Desse grupo, 60% não concluíram o ensino médio. A porcentagem do total de trabalhadores que estão desempregados e concluíram o ensino médio é de

A) 16%.
B) 20%.
C) 24%.
D) 28%.
E) 32%.

22. (IFCE) Na embalagem de um pote de 320 g de geleia de amora, há a informação de que 60% do conteúdo é de fruta natural. Supondo-se que não haja perdas durante o processo de fabricação, serão necessários, para se produzir 20 desses potes, _____ quilogramas de amoras.

A) 2,72
B) 3,20
C) 3,84
D) 4,24
E) 5,60

Acréscimos e Reduções

É frequente situações cotidianas com acréscimos ou reduções, utilizando porcentagens.

Acréscimo: é o mesmo que aumento ou reajuste ou valorização.

Redução: é o mesmo que desconto ou desvalorização.

Exemplos:

- Adriana obteve 15% de desconto em uma calça que custa R$ 120,00.

  Nessa situação, a calça custa R$ 120,00 e terá uma redução (desconto) de 15%, ou seja, 100% – 15% = 85% de R$ 120,00.

- Adriana obteve 15% de desconto em uma calça pagando R$ 120,00.

  Nessa situação, a calça teve uma redução de 15% passando a custar R$ 120,00. Logo, os R$ 120,00 correspondem a 85%.

Para resolver essas situações você pode usar uma regra de três simples e calcular o que for solicitado no enunciado.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. (FUNCAB) Certo produto cujo valor era de R$ 80,00 teve uma redução no seu preço passando a custar R$ 60,00. Qual foi o percentual relativo a essa redução?

A) 30%
B) 25%
C) 20%
D) 15%
E) 10%

Resolução:

O valor inicial (100%) é igual a R$ 80,00 e com x% de redução ele passou a valer R$ 60,00.

Utilizando da regra de três:

$$\frac{80}{60} = \frac{100\%}{x\%} \Rightarrow$$
$$80 . x = 6000 \Rightarrow$$
$$x = 75\%$$

Perceba que R$ 60,00 equivalem a 75%. Logo, a redução foi de 100% – 75% = 25%.

Resposta: letra B.

02. (UFRGS-RS) Na compra de três unidades idênticas de uma mesma mercadoria, o vendedor oferece um desconto de 10% no preço da segunda unidade e um desconto de 20% no preço da terceira unidade.

A primeira unidade não tem desconto. Comprando três unidades dessa mercadoria, o desconto total é

A) 8%.
B) 10%.
C) 22%.
D) 30%.
E) 32%.

Resolução:

Como não temos o valor de uma unidade, vamos supor que ela custe R$ 100,00.

De acordo com o enunciado, são três unidades, sendo que:

1ª unidade não tem desconto	100,00	100,00
2ª unidade tem 10% de desconto	$\frac{100}{x} = \frac{100\%}{90\%}$ desconto de 10% x = 90,00	90,00
3ª unidade tem 20% de desconto	$\frac{100}{x} = \frac{100\%}{80\%}$ desconto de 20% x = 80,00	80,00

Logo, as três unidades custam

100,00 + 90,00 + 80,00 = 270,00.

Se elas não tivessem descontos, custariam:

100,00 + 100,00 + 100,00 = 300,00.

Perceba que houve 300 – 270 = 30 reais de desconto, que correspondem a:

$$\frac{300}{30} = \frac{100\%}{x} \Rightarrow x = 10\%$$

Resposta: letra B.

EXERCÍCIOS

23. Calcule:

A) 8% de 1 200
B) 25% de 275,50
C) 130% de 35
D) 12% de 152
E) 0,1% de 220

24. (PUC Rio) Em uma loja, uma peça de roupa que custava R$ 200,00 passou a custar R$ 300,00. O reajuste foi de

A) 200%.
B) 100%.
C) 50%.
D) 20%.
E) 10%.

25. (FGV) Para o consumidor individual, a editora fez esta promoção na compra de certo livro: "Compre o livro com 12% de desconto e economize R$ 10,80 em relação ao preço original".

Qual é o preço original do livro?

26. (CFTSC) Ricardo comprou um terreno e, por ter pago à vista, ganhou 15% de desconto, fazendo uma economia de R$ 2 250,00.

Considerando-se o desconto, é correto afirmar que Ricardo pagou pelo terreno o valor de

A) R$ 15 000,00.
B) R$ 12 750,00.
C) R$ 12 500,00.
D) R$ 17 750,00.
E) R$ 11 750,00.

27. (UFT-TO) Uma TV de plasma com 20% de desconto é vendida por R$ 2 500,00. O preço da TV sem desconto é

A) R$ 3 125,00.
B) R$ 3 000,00.
C) R$ 2 800,00.
D) R$ 3 100,00.
E) R$ 3 500,00.

28. (IFSC) Um automóvel de uma fábrica é vendido para uma revendedora por R$ 18 000,00. Essa revendedora vende esse mesmo automóvel ao consumidor por R$ 25 560,00.

Disponível em: <carplace.virgula.uol.com.br>. Acesso em: 21 set. 2011.

É correto afirmar que a porcentagem de aumento aplicada pela revendedora sobre o preço de fábrica foi de

A) 0,40%.
B) 70%.
C) 35%.
D) 40%.
E) 42%.

29. (IFPE) Ana Margarida queria comprar dólares para dar a sua filha Letícia e a sua sobrinha Joana, que vão numa excursão para visitar a Disneylândia. O valor do dólar numa quarta-feira era R$ 1,90. Dois dias depois, a Ana foi ao *Shopping Center* e, passando por uma casa de câmbio, viu que o valor do dólar estava R$ 1,71. Assinale qual foi o percentual de variação do dólar nesses dois dias.

A) 19%
B) 17%
C) 15%
D) 11%
E) 10%

30. (PUC Rio) Em uma loja, uma peça de roupa que custava R$ 200,00 passou a custar R$ 100,00 na liquidação. O desconto foi de

A) 200%.
B) 100%.
C) 50%.
D) 20%.
E) 10%.

31. (UTFPR) As vendas de imóveis em uma cidade foram, em 2008, 60% superiores às vendas de 2007. Da mesma forma, podemos então afirmar que as vendas de imóveis dessa mesma cidade foram, em 2007, x% inferiores às vendas de 2008. Determine **x**.

A) 37,5%
B) 40%
C) 55,5%
D) 62,5%
E) 60%

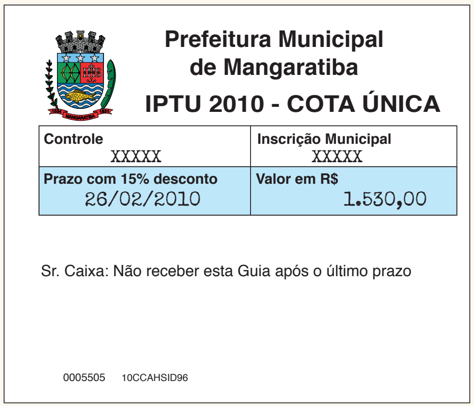
32. (Unicamp-SP) Um determinado cidadão recebe um salário bruto de R$ 2 500,00 por mês e gasta cerca de R$ 1 800,00 por mês com escola, supermercado, plano de saúde, etc. Uma pesquisa recente mostrou que uma pessoa com esse perfil tem seu salário bruto tributado em 13,3% e paga 31,5% de tributos sobre o valor dos produtos e serviços que consome. Nesse caso, o percentual total do salário mensal gasto com tributos é de cerca de

A) 40%.
B) 41%.
C) 45%.
D) 36%.

33. (UESC) Um automóvel foi comprado e revendido, sucessivamente, por três pessoas. Cada uma das duas primeiras pessoas obteve, por ocasião da revenda, um lucro de 10%, e a terceira teve um prejuízo de 10% sobre o respectivo preço de compra. Se a terceira pessoa vendeu o automóvel por R$ 13 068,00, então a primeira o adquiriu por

A) R$ 12 000,00.
B) R$ 12 124,00.
C) R$ 12 260,00.
D) R$ 12 389,00.
E) R$ 12 500,00.

34. (UERJ) Observe as guias para pagamento em cota única do IPTU-2010 mostradas a seguir:



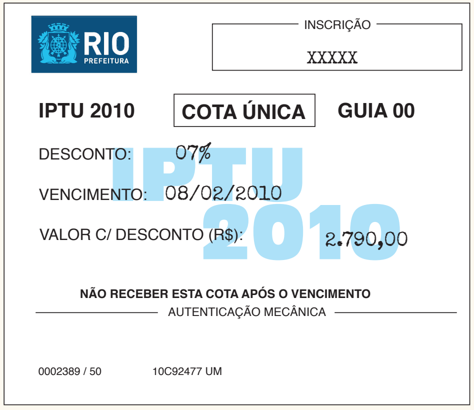
Prefeitura Municipal de Mangaratiba

IPTU 2010 - COTA ÚNICA

Controle XXXXX	**Inscrição Municipal** XXXXX
Prazo com 15% desconto 26/02/2010	**Valor em R$** 1.530,00

Sr. Caixa: Não receber esta Guia após o último prazo

0005505 10CCAHSID96



INSCRIÇÃO
XXXXX

IPTU 2010 **COTA ÚNICA** **GUIA 00**

DESCONTO: 07%
VENCIMENTO: 08/02/2010
VALOR C/ DESCONTO (R$): 2.790,00

NÃO RECEBER ESTA COTA APÓS O VENCIMENTO
AUTENTICAÇÃO MECÂNICA

0002389 / 50 10C92477 UM

Em uma delas, com o desconto de 15%, será pago o valor de R$ 1 530,00; na outra, com o desconto de 7%, será pago o valor de R$ 2 790,00.

O desconto percentual médio total obtido com o pagamento desses valores é igual a

A) 6%.
B) 10%.
C) 11%.
D) 22%.

35. (PUC Rio) Um imóvel em São Paulo foi comprado por **x** reais, valorizou 10% e foi vendido por R$ 495 000,00. Um imóvel em Porto Alegre foi comprado por **y** reais, desvalorizou 10% e também foi vendido por R$ 495 000,00.

Os valores de **x** e **y** são:

A) x = 445 500 e y = 544 500
B) x = 450 000 e y = 550 000
C) x = 450 000 e y = 540 000
D) x = 445 500 e y = 550 000
E) x = 450 000 e y = 544 500

Instrução: Texto para a questão **36**.

Números totais de transferências de jogadores brasileiros de futebol por região de destino – 2007-2009

Região de Destino	2007	2008	2009*	Total
África	16	14	19	49
América Central	27	35	14	76
América do Norte	23	34	29	86
América do Sul	72	105	62	239
Ásia	213	152	127	492
Europa Oriental	135	149	60	344
Europa Ocidental	500	565	185	1 250
Oceania	10	10	8	28
Oriente Médio	89	112	27	228
Total	**1 085**	**1 176**	**531**	**2 792**

* Dados referentes ao primeiro semestre do ano.

RUGGI, L. ; RESENDE, R.; CARNIEL, F. Em campo com passaporte: notas sobre as transferências internacionais de jogadores de futebol brasileiros. Disponível em: <http://www.humanas.ufpr.br/evento/SociologiaPolitica>. Acesso em: 27 jun. de 2010.

36. (UEL-PR) Com base na tabela, é correto afirmar que, de 2007 para 2008, o aumento no número de transferências de jogadores brasileiros foi de, aproximadamente,

A) 2% para a Europa Ocidental.
B) 5% para a Europa Oriental.
C) 10% para a América Central.
D) 14% para o Oriente Médio.
E) 46% para a América do Sul.

37. (IFSul–2016) Um técnico em mecânica resolveu aumentar o valor de seus serviços em 17% para os clientes novos, mas para não perder a clientela, manteve o preço sem reajuste para os clientes antigos.

Em relação ao novo preço, os clientes antigos terão um desconto de, aproximadamente,

A) 14,5%.
B) 15,5%.
C) 16%.
D) 17%.

38. Anderson foi a uma loja comprar uma televisão anunciada por R$ 3 200,00. Como ia pagar à vista, negociou e conseguiu efetuar a compra por R$ 2 800,00. Qual porcentagem de desconto foi obtida nessa compra?

Fator de correção

O fator de correção é um número decimal que podemos multiplicar por um valor dado para facilitar os cálculos percentuais de aumento ou desconto.

Já sabemos que o total na porcentagem é representado por 100%, sendo assim, podemos escrever os aumentos ou reduções percentuais através de certas operações em relação a esse total.

Considere x% como a porcentagem de acréscimo ou de redução.

O fator de correção para desconto é: $1 - \frac{x}{100}$

O fator de correção para aumento é: $1 + \frac{x}{100}$

Exemplos:

- Uma calça custa R$ 120,00 e terá um desconto de 15% no pagamento à vista. Quanto ela custará, caso opte por essa forma de pagamento?

  Podemos multiplicar 120,00 por 0,85, pois 15% de desconto tem fator de correção igual a 1 – 0,15 = 0,85.

  Logo: 120 . 0,85 = 102,00 (preço da calça com os 15% de desconto).

- Um celular que custa R$ 600,00 sofrerá um reajuste de 15%. Quanto ele custará?

  Podemos multiplicar 600,00 por 1,15, pois 15% de aumento tem fator de correção igual a 1 + 0,15 = 1,15.

  Logo: 600 . 1,15 = 690,00 (preço do celular após o reajuste de 15%).

Situação	Porcentagem	Fator de correção	Exemplo
Acréscimo percentual de x%	100% + x%	1,15	Aumentar 15%: 100% + 15% = 115% ou 1,15
Redução percentual de x%	100% – x%	0,85	Descontar 15%: 100% – 15% = 85% ou 0,85

EXERCÍCIOS

39. (IFSC-SC–2017) Um cliente foi a uma concessionária e comprou um carro no valor de R$ 35 000,00.

Após 12 meses, o proprietário resolveu vender o veículo que havia adquirido.

Sabendo-se que esse veículo sofreu uma desvalorização de 18% durante o ano, calcule o preço de revenda desse automóvel.

A) R$ 28 700,00.
B) R$ 18 700,00.
C) R$ 17 800,00.
D) R$ 26 800,00.
E) R$ 25 380,00.

40. (PUC Rio) O salário de Paulo sofreu um desconto total de 8%; com isso, ele recebeu R$ 1 518,00.

O valor bruto do salário de Paulo é

A) R$ 1 390,00.
B) R$ 1 550,00.
C) R$ 1 600,00.
D) R$ 1 650,00.
E) R$ 1 680,00.

41. (UTFPR–2016) Um celular, cujo preço é R$ 800,00 pode ser comprado à vista com 10% de desconto ou com pagamento para 30 dias com acréscimo de 3% sobre o preço à vista. A diferença, em reais, entre o preço das duas opções de compra, é

A) 21,60
B) 22,40
C) 13,00
D) 15,50
E) 25,60

42. (UEG-GO) A produção de veículos no Brasil cresceu 18,3%, nos sete primeiros meses do ano de 2010, em relação a igual período em 2009. As fábricas atingiram 2,07 milhões de unidades nos sete primeiros meses do ano de 2010, de acordo com os dados que englobam automóveis, comerciais leves, ônibus e caminhões.

Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/mercado/778188-producao-de-veiculos-cresce-18-no-ano-no-pais.shtml.>.
Acesso em: 09 ago. 2010.

De acordo com os dados apresentados, o número de veículos fabricados no Brasil, nos sete primeiros meses do ano de 2009, em milhões de unidades, foi, aproximadamente, igual a

A) 1,69
B) 1,75
C) 2,45
D) 2,53

43. (UFG-GO) Leia o fragmento a seguir:

> Após anos de resultados pouco expressivos, os números das exportações do setor automotivo voltaram a chamar a atenção nos dados da indústria. De acordo com a Anfavea, as vendas para o exterior atingiram US$ 1,67 bilhão em agosto. Esse valor apresenta um crescimento de 21,7% em comparação ao mesmo mês de 2012.

FOLHA DE S.PAULO. São Paulo,
06 set. 2013, p. B1 (Adaptação).

De acordo com essas informações, calcule o valor das exportações do setor automotivo em agosto de 2012.

Aumentos ou descontos sucessivos

Em situações que envolvem aumentos ou descontos sucessivos, resolveremos calculando a multiplicação dos fatores de correção.

Exemplos:

- Uma mercadoria sofre dois reajustes de 10% sucessivos. Qual a porcentagem de reajuste final?

  O fator de correção para reajuste (aumento) de 10% é:

  1 + 0,10 = 1,10

  Como foram dois reajustes sucessivos, faremos a multiplicação de (1,10) . (1,10) = 1,21.

  Logo, 1,21 é o fator de aumento após os dois reajustes, o que corresponde a um aumento de 21%.

- Carlos concedeu um desconto de 15% no preço de um celular para aumentar as vendas. Após um tempo, teve que reajustar o valor em 8%. Qual a porcentagem de reajuste ou desconto final?

  Inicialmente houve um desconto de 15%, logo o fator de desconto é 1 – 0,15 = 0,85.

  Em seguida, houve o reajuste de 8%, logo o fator de multiplicação de aumento é 1 + 0,08 = 1,08.

  Ao final, o valor a ser pago é dado por:

  (0,85) . (1,08) = 0,918.

  Como 0,918 é menor que 1, podemos concluir que houve um desconto e, para descobri-lo, basta fazer a diferença entre o valor total e o valor pago. Em porcentagem, temos:

  1 – 0,918 = 0,082 = 8,2%.

Se ao final da multiplicação, o número for:

- Menor que 1 → indica que houve desconto.
  Exemplo: 0,91 = desconto de 9% (1 – 0,91 = 0,09)
- Maior que 1 → indica que houve aumento.
  Exemplo: 1,23 = aumento de 23% (1,23 = 1 + 0,23)

EXERCÍCIO RESOLVIDO

03. (BIORIO) Com a inflação, mês passado um comerciante aumentou o preço de seus produtos em 20%. Agora ele está arrependido porque as vendas caíram muito. Assim, ele resolveu baixar os preços atuais em 20%. Dessa forma, o preço final a ser cobrado depois desse desconto, comparado com o preço inicial, de antes do aumento, será:

A) 4% mais barato.
B) 2% mais barato.
C) igual.
D) 2% mais caro.
E) 4% mais caro.

Resolução:

Com os dados do enunciado temos que:

Situação	Fator de correção
Inicialmente o preço aumentou em 20%	(1 + 0,20) = 1,20
Em seguida baixou em 20%	(1 – 0,20) = 0,80

Aplicando aumentos e descontos sucessivos, temos que o preço final será:

(1,20) . (0,80) = 0,96.

Sabemos que $0{,}96 = \frac{96}{100} = 96\%$.

Logo, o preço final será 96% do preço inicial, o que corresponde a um desconto de 4%.

Resposta: letra A.

EXERCÍCIOS

44. Resolva:

A) 10% de 10% de 10
B) 1% de 5% de 33
C) 0,5% de 25% de 80
D) 50% de 12,5% de 100

45. Um produto que custava R$ 100,00 sofreu alterações em dois meses seguidos. Calcule o novo valor desse produto após os reajustes a seguir:

A) Dois aumentos de 15%.
B) Dois descontos de 10%.
C) Aumento de 10% e desconto de 10%.
D) Desconto de 5% e aumento de 20%.

46. (FUVEST-SP) A cada ano que passa o valor de um carro diminui em 30% em relação ao seu valor do ano anterior. Se V for o valor do carro no primeiro ano, o seu valor no oitavo ano será:

A) $(0{,}7)^7$ V
B) $(0{,}3)^7$ V
C) $(0{,}7)^8$ V
D) $(0{,}3)^8$ V
E) $(0{,}3)^9$ V

47. (UFSJ-MG) Ao longo do ano passado, um trabalhador recebeu três reajustes salariais sucessivos de 6%, 10% e 12%, respectivamente.

Assim, é correto afirmar que esse trabalhador, nesse período, teve seu salário reajustado em, aproximadamente,

A) 12,6%.
B) 22%.
C) 30,6%.
D) 16,6%.

48. (PUC Rio) Em março de 2011, a garrafa de 500 mL de suco de bujurandu custava R$ 5,00. Em abril, o valor subiu 10% e, em maio, caiu 10%. Qual o preço da garrafa em junho?

A) R$ 4,50
B) R$ 4,95
C) R$ 5,00
D) R$ 5,50
E) R$ 6,00

49. (ESPM) Uma pessoa fez um investimento em ações. No primeiro semestre, ela perdeu 30% do capital aplicado e no segundo semestre ela recuperou 60% do que havia perdido. Em relação ao investimento inicial, seu prejuízo nesses 2 semestres foi de

A) 22%.
B) 12%.
C) 18%.
D) 24%.
E) 16%.

50. (UFSC) Na segunda-feira, um comerciante decide vender um produto com um desconto de 10%. Na sexta-feira, como não obteve muito sucesso, decide acrescentar um novo desconto de 20% sobre o valor obtido após o primeiro desconto. Calcule o desconto total no preço original do produto.

51. (CEFET-MG) Suponha que a população de baixa renda no Brasil gastou 15,6% de seus rendimentos mensais com energia elétrica até o final de agosto de 2012, e, no mês seguinte, o governo concedeu uma redução de 20% no preço dessa energia. Se não houve variações na renda familiar dessa classe nesse período, então a nova porcentagem de gastos com a energia será de

A) 13,25%.
B) 12,48%.
C) 4,40%.
D) 3,12%.

52. (UFG-GO) As ações de uma empresa sofreram uma desvalorização de 30% em 2011. Não levando em conta a inflação, para recuperar essas perdas em 2012, voltando ao valor que tinham no início de 2011, as ações precisariam ter uma valorização de, aproximadamente,

A) 30%.
B) 33%.
C) 43%.
D) 50%.
E) 70%.

53. (CEFET-RJ) O valor **P** de uma mercadoria teve dois aumentos sucessivos, um de 8% e outro de 12%. Seu preço ficou em R$ 756,00. Se, em vez desses dois aumentos, **P** tivesse um único aumento de 20%, o preço final da mercadoria seria

A) igual ao preço final obtido com os dois aumentos sucessivos.
B) aproximadamente R$ 21,53 a menos que o preço final obtido com os dois aumentos sucessivos.
C) R$ 6,00 a menos que o preço final obtido com os dois aumentos sucessivos.
D) R$ 2,00 a mais que o preço final obtido com os dois aumentos sucessivos.

54. (FUVEST-SP) Uma mercadoria sofreu dois descontos sucessivos de 14%. Para que ela volte ao seu preço inicial, deverá sofrer um acréscimo de:

A) 28%
B) 14%
C) 26,04%
D) 29,96%
E) 35,21%

55. (UEMG) No mês de outubro do ano de 2014, devido às comemorações natalinas, um comerciante aumentou os preços das mercadorias em 8%. Porém, não vendendo toda a mercadoria, foi feita, em janeiro do ano seguinte, uma liquidação dando um desconto de 6% sobre o preço de venda. Uma pessoa que comprou um objeto nessa loja, em janeiro de 2015, por R$ 126,90, pagaria em setembro, do ano anterior, uma quantia

A) menor que R$ 110,00.
B) entre R$ 120,00 e R$ 128,00.
C) igual a R$ 110,00.
D) entre R$ 110,00 e R$ 120,00.

56. (FEI–2017) O preço das ações de uma empresa sofreu duas altas sucessivas de 20% e uma baixa de 10%. É correto afirmar que, nesse período todo, as ações tiveram uma alta de:

A) 30%
B) 29,6%
C) 28%
D) 27,5%
E) 25,2%

57. (FUVEST-SP) Barnabé tinha um salário de x reais em janeiro. Recebeu aumento de 80% em maio e 80% em novembro. Seu salário atual é:

A) 2,56x
B) 1,6x
C) x + 160
D) 2,6x
E) 3,24x

58. (PUC-SP) Descontos sucessivos de 20% e 30% são equivalentes a um único desconto de:

A) 25%
B) 26%
C) 44%
D) 45%
E) 50%

Juros Simples

No regime de juros simples, os juros são calculados com base num capital (ou quantia) inicial emprestado ou aplicado. O valor é constante a todo período.

Para calcular juros simples podemos usar a relação:

$$J = \frac{C.i.t}{100}$$

Sendo:
C = capital ou quantia inicial;
i = taxa de juros (escrito em %);
t = tempo.

Atenção:

- A taxa e o tempo devem estar na mesma unidade.

  Exemplos:

  - Taxa anual → tempo em anos
  - Taxa mensal → tempo em meses
  - Taxa diária → tempo em dias

- Devemos considerar o tempo de acordo com o calendário comercial, com o ano possuindo 360 dias e o mês 30 dias.

- As abreviaturas nas taxas de juros significam:

  a.a. = ao ano.
  a.s. = ao semestre.
  a.q. = ao quadrimestre.
  a.t. = ao trimestre.
  a.b. = ao bimestre.
  a.m. = ao mês.
  a.d. = ao dia.

Exemplo:

- A quantia de R$ 400,00 foi aplicada no sistema de juros simples por um mês, sendo a taxa de 2% a.m. Quais o juros obtidos ao final do período?

$$J = \frac{400 . 2 . 1}{100} \Rightarrow$$
$$J = \frac{800}{100} \Rightarrow$$
$$J = 8 \text{ reais}$$

O juro será de R$ 8,00.

Se o período de investimento fosse 2 meses, teríamos:

$$\left.\begin{array}{l}\text{8,00 no primeiro mês}\\ \text{8,00 no segundo mês}\end{array}\right\}\text{16,00 nos dois meses}$$

Perceba que o valor dos juros é constante, sempre R$ 8,00.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

04. Um capital de R$ 4 800,00 foi aplicado no sistema de juros simples durante 100 dias à taxa de 12% ao ano. Qual o juro produzido por esse capital após esse período?

Resolução:

Antes de qualquer coisa, vamos verificar as unidades da taxa e do tempo: como a taxa está em anos, temos que transformar o tempo que foi dado em dias para anos.

Tempo de 100 dias em um ano de 360 dias (ano comercial) corresponde a $\frac{100}{360}$ do ano. Assim:

$$t = 100 \text{ dias} \Rightarrow t = \frac{100}{360} \text{ do ano}$$

Logo:

$$J = \frac{4\,800 . 12 . \frac{100}{360}}{100} \Rightarrow J = \frac{4\,800 . 12 . 100}{100 . 360} \Rightarrow J = 160$$

Os juros produzidos foram de R$ 160,00.

Montante

Montante é o valor resultante da soma do capital inicial com o juro.

M = C + J

Exemplo:

- Qual o montante pago por um empréstimo de R$ 500,00, a ser pago após dois meses, a uma taxa de juros simples de 14% ao mês?

Para calcular o montante, devemos calcular os juros:

$$J = \frac{500 . 14 . 2}{100} \Rightarrow$$
$$J = \frac{14\,000}{100} \Rightarrow$$
$$J = 140 \text{ reais}$$

Logo, o montante será:

M = C + J ⇒
M = 500 + 140 ⇒
M = 640,00.

Será pago o montante de R$ 640,00.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

05. (FSM-RJ) João tomou R$ 200,00 a juros simples de 5% ao mês. Um mês após o empréstimo, pagou R$ 100,00 e, um mês depois desse pagamento, liquidou a dívida. O valor desse último pagamento foi de

A) R$ 110,00
B) R$ 112,50
C) R$ 115,50
D) R$ 120,00

Resolução:

O juro desse primeiro mês do capital de R$ 200,00 é:

$$J = \frac{200 . 5 . 1}{100} \Rightarrow$$
$$J = \frac{1\,000}{100} \Rightarrow$$
$$J = 10$$

A cada mês, João pagará R$ 10,00 de juros.

No primeiro mês, o montante será de:

M = 200 + 10 ⇒ M = 210,00

Como ele pagou R$ 100,00, ficou um saldo de 210,00 – 100,00 = 110,00.

No segundo mês, o montante a ser pago por João será de 110 + 10 = 120. Logo, seu último pagamento será de R$ 120,00.

EXERCÍCIOS

59. (UFT-TO) Uma pessoa vai a uma loja comprar um aparelho celular e encontra o aparelho que deseja adquirir com duas opções de compra: à vista com 10% de desconto; ou em duas parcelas iguais e sem desconto, sendo a primeira parcela no ato da compra e a outra um mês após.

Com base nos dados de oferta desse aparelho celular, pode-se afirmar que a loja trabalha com uma taxa mensal de juros de

A) 0%.
B) 1%.
C) 5%.
D) 10%.
E) 25%.

60. (FCC) João emprestou a quantia de R$ 23 500,00 a seu filho Roberto. Trataram que Roberto pagaria juros simples de 4% ao ano. Roberto pagou esse empréstimo para seu pai após 3 anos. O valor total dos juros pagos por Roberto foi

A) R$ 3 410,00.
B) R$ 2 820,00.
C) R$ 2 640,00.
D) R$ 3 120,00.
E) R$ 1 880,00.

61. (IESES) O valor dos juros simples em uma aplicação financeira de $ 3 000,00 feita por dois trimestres a taxa de 2% ao mês é igual a:

A) $ 360,00
B) $ 240,00
C) $ 120,00
D) $ 480,00

62. (UFMA) Se R$ 10 000,00 foram aplicados por 10 dias, a juros simples, de taxa de 15% ao mês, qual o montante dessa aplicação?

A) 11 800,00
B) 10 500,00
C) 11 500,00
D) 10 800,00
E) 12 800,00

63. (UERJ) Na compra de um fogão, os clientes podem optar por uma das seguintes formas de pagamento:

- à vista, no valor de R$ 860,00;
- em duas parcelas fixas de R$ 460,00, sendo a primeira paga no ato da compra e a segunda 30 dias depois.

A taxa de juros mensal para pagamentos não efetuados no ato da compra é de:

A) 10%
B) 12%
C) 15%
D) 18%

64. (Vunesp) Um empréstimo de determinado valor C foi efetuado a uma taxa de juro simples de 18% ao ano, por um prazo de 8 meses. Sabendo-se que o montante relacionado a esse empréstimo foi de R$ 11 200,00, o valor C emprestado foi de

A) R$ 9 000,00.
B) R$ 9 250,00.
C) R$ 9 500,00.
D) R$ 9 750,00.
E) R$ 10 000,00.

65. (Vunesp) Num balancete de uma empresa consta que certo capital foi aplicado a uma taxa de 30% ao ano durante 8 meses, rendendo juros simples no valor de R$ 192,00. O capital aplicado foi de:

A) R$ 288,00
B) R$ 880,00
C) R$ 960,00
D) R$ 2 880,00

66. (ESAF) Um capital de R$ 80,00 aplicado a juros simples à taxa de 2,4% a.m. atinge, em 45 dias, um montante, em reais, de:

A) R$ 81,92
B) R$ 82,88
C) R$ 83,60
D) R$ 84,80
E) R$ 88,00

67. (UFMG) Um investidor tinha R$ 100 000,00 aplicados, parte em ouro e o restante em certificados de depósitos bancários (CDB). O ouro teve uma alta de 8% ao mês, os CDB, de 10% ao mês. Se o rendimento no mês foi de R$ 8 500,00, então, a quantia, em reais, que ele investiu em ouro foi de:

A) 55 000,00
B) 65 000,00
C) 75 000,00
D) 85 000,00
E) 95 000,00

68. (FGV) João comprou um televisor por R$ 1 050,00 a ser pago em duas parcelas iguais: a primeira, à vista e a segunda, após um mês. Se a loja cobra a taxa de juro de 10% ao mês sobre o saldo devedor, o valor de cada parcela é:

A) R$ 550,00

B) R$ 577,50

C) R$ 525,00

D) R$ 540,00

E) R$ 545,00

69. (Unemat-MT) Um capital de R$ 600,00, aplicado à taxa de juros simples de 30% ao ano, gerou um montante de R$ 1 320,00 depois de certo tempo. O tempo de aplicação foi de:

A) 1 ano

B) 2 anos

C) 3 anos

D) 4 anos

E) 5 anos

70. (CFTRJ–2016) Marcelo comprou um móvel de R$ 1 000,00, de forma parcelada, com juros de 5% ao mês. Sabendo que Marcelo pagou R$ 400,00 no ato da compra e o restante um mês depois, qual foi o valor dessa segunda parcela, 30 dias após a compra?

71. (CEFET-MG) Uma concessionária anunciou um veículo no valor de R$ 30 000,00 à vista. Após negociação, um cliente adquiriu o veículo pagando R$ 20 000,00 de entrada e R$ 11 200,00 após 30 dias. A taxa mensal de juros cobrada nessa venda foi de

A) 4%.

B) 6,6%.

C) 11,2%.

D) 12%.

72. (UECE) Renato contratou um empréstimo de R$ 1 400,00, para pagar um mês depois, com juros de 15% ao mês. Ao final do mês, não podendo pagar o total, deu por conta apenas R$ 750,00 e, para o restante, firmou um novo contrato nas mesmas bases do anterior, o qual foi pago integralmente um mês depois. O valor do último pagamento foi

A) R$ 889,00.

B) R$ 939,00.

C) R$ 989,00.

D) R$ 1 009,00.

73. (UFSJ-MG) Em uma promoção, determinada loja oferece duas formas de pagamento. À vista, com 25% de desconto sobre o preço do produto, ou dividindo esse valor em duas prestações iguais. A primeira prestação é paga no ato da compra e a segunda, um mês após.

Essa loja cobra, nas vendas a prazo, juros mensais de taxa igual a

A) 75%.

B) 100%.

C) 25%.

D) 50%.

Juros Compostos

No regime de juros compostos, os juros são calculados sobre o valor do período imediatamente anterior. Sendo assim, o juro incide sobre o montante anterior, não sendo constante a cada período. É considerado juros sobre juros.

Para calcular o montante nesse sistema de juros podemos usar a relação:

$$M = C.\left(1 + \frac{i}{100}\right)^t$$

Sendo:
M = montante;
C = capital ou quantia inicial;
i = taxa de juros (escrita em %);
t = tempo.

Caso seja necessário determinar o juro, utilizaremos:
J = M − C

EXERCÍCIO RESOLVIDO

06. (Vunesp) Cássia aplicou o capital de R$ 15 000,00 a juros compostos, pelo período de 10 meses e à taxa de 2% a.m. (ao mês). Considerando a aproximação $(1,02)^5 = 1,1$, Cássia computou o valor aproximado do montante a ser recebido ao final da aplicação. Esse valor é:

A) R$ 18 750,00

B) R$ 18 150,00

C) R$ 17 250,00

D) R$ 17 150,00

E) R$ 16 500,00

Resolução:

O sistema de aplicação é o de juros compostos, logo vamos aplicar a fórmula:

$$M = C\left(1+\frac{i}{100}\right)^{t} \Rightarrow M = 15\,000.\left(1+\frac{2}{100}\right)^{10} \Rightarrow$$

$$M = 15\,000.(1+0{,}02)^{10} \Rightarrow M = 15\,000.(1{,}02)^{10}$$

O enunciado informa que $(1{,}02)^5 = 1{,}1$.

Sabemos que $(1{,}02)^{10} = (1{,}02)^{5+5}$.

Usando a propriedade de potências de mesma base, conservamos a base e somamos o expoente, podemos escrever:

$(1{,}02)^{10} = (1{,}02)^{5+5} =$

$(1{,}02)^5 . (1{,}02)^5 =$

$1{,}1 . 1{,}1 = 1{,}21$

Substituindo esse valor, temos:

$M = 15\,000.(1{,}02)^{10} \Rightarrow$

$M = 15\,000.1{,}21 \Rightarrow$

$M = 18\,150{,}00$

Dessa maneira, o montante a ser recebido é R$ 18 150,00.

Resposta: letra B.

EXERCÍCIOS

74. (UFPE) Se uma pessoa toma emprestado a quantia de R$ 3 000,00 a juros compostos de 3% ao mês, pelo prazo de 8 meses, qual o montante a ser devolvido?

Dado: use a aproximação $(1{,}03)^8 \cong 1{,}27$.

A) R$ 3 802,00
B) R$ 3 804,00
C) R$ 3 806,00
D) R$ 3 808,00
E) R$ 3 810,00

75. (IESES) Qual é o valor do montante obtido em uma aplicação financeira de $ 4 000,00 feita à taxa de juros compostos de 4% ao mês durante um trimestre?

A) $ 4 480,00
B) $ 4 485,45
C) $ 4 499,46
D) $ 4 545,45

76. (FCC) O montante de um empréstimo de 4 anos da quantia de R$ 20 000,00, do qual se cobram juros compostos de 10% ao ano, será igual a

A) R$ 26 000,00.
B) R$ 28 645,00.
C) R$ 29 282,00.
D) R$ 30 168,00.
E) R$ 28 086,00.

77. (UERJ–2017) Um capital de **C** reais foi investido a juros compostos de 10% ao mês e gerou, em três meses, um montante de R$ 53 240,00.

Calcule o valor, em reais, do capital inicial **C**.

78. (UPE-SSA 3–2016) Mariana fez um empréstimo à base de juros compostos, num banco que cobra 10% ao mês. Ao final de 180 dias, o montante a ser pago por ela será de R$ 9 000,00. Com o dinheiro do empréstimo, Mariana realizou alguns pagamentos chegando a sua casa com R$ 1 250,00. Quanto ela gastou, aproximadamente, com os pagamentos?

Dado: adote $(1{,}1)^6 = 1{,}8$

A) R$ 1 333,00.
B) R$ 2 755,00.
C) R$ 3 260,00.
D) R$ 3 750,00.
E) R$ 4 500,00.

79. (FGV) O senhor Haroldo deposita hoje R$ 10 000,00 e depositará R$ 12 000,00 daqui a 3 anos em um fundo que rende juros compostos à taxa de 10% ao ano. Seu montante, daqui a 4 anos, pertencerá ao intervalo:

A) R$ 27 500; R$ 27 600
B) R$ 27 600; R$ 27 700
C) R$ 27 700; R$ 27 800
D) R$ 27 800; R$ 27 900
E) R$ 27 900; R$ 28 000

80. (FCC) Um investidor aplica, em uma mesma data, os seguintes capitais:

I. R$ 11 600,00, durante 15 meses, sob o regime de capitalização simples.
II. R$ 20 000,00, durante 1 semestre, sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de juros de 3% ao trimestre.

Se os valores dos juros das duas aplicações são iguais, então a taxa de juros anual da primeira aplicação é de

A) 8,4%
B) 9,0%
C) 9,6%
D) 10,5%
E) 10,8%

GABARITO

Operações no conjunto dos números reais

01. A) $1.1.1=1$

B) $0.0.0.0.0.0 = 0$

C) $(-2).(-2).(-2) = -8$

D) $(-4).(-4).(-4) = -64$

E) $(-2).(-2).(-2).(-2) = 16$

F) $(-4).(-4).(-4).(-4) = 256$

G) $2^{3+5} = 2^8 = 2.2.2.2.2.2.2.2 = 256$

02. Gabarito: D

$[2^9 : (2^{2+1})^3]^{-3} = [20]^{-3} = 1$

03. Gabarito: A

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} : \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} . \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

04. $$\frac{3^4.\left(2^{10}\right)^4.2^8.\left(2^9\right)^{-3}.2.3^2}{\left(2^{-1}\right)^2.\left(2^{10}.3^3\right)^2} = 2^4.3^0 = 16$$

05. Gabarito: D

$(0,125)^{15} = (2^{-3})^{15} = 2^{-45}$

06. A) 10^2

B) 10^{-2}

C) 10^3

D) 10^{-3}

E) 10^{-5}

F) 10^5

G) 10^{-6}

H) 10^9

07. $$\frac{0,01.10^3.(0,0001)^3.1\,000}{(0,01)^2.0,00001} = \frac{10^{-2}.10^3.10^{-12}.10^3}{10^{-4}.10^{-5}} = 10$$

08. Gabarito: D

$$\frac{10^{-3}.10^5}{10.10^4} = 10^{-3}$$

09. A) $1,5 . 10^2$

B) $2,0 . 10$

C) $1,78 . 10^3$

D) $7,4 . 10^4$

E) $2,356 . 10^5$

F) $1,7 . 10^{-3}$

G) $2 . 10^{-2}$

H) $7 . 10^{-5}$

I) $1,52 . 10^{-1}$

J) $8,7 . 10^{-7}$

10. Gabarito: B

$20.10^5 = 2,0 . 10^6$

11. A) $A = 5,12 . 10^8$, $B = 2,56 . 10^{-5}$ e $C = 7,8 . 10^6$

B) $A . B = (5,12 . 10^8).(2,56. 10^{-5}) = 13,1072 . 10^3 = 1,31072. 10^4$

$A : B = (5,12 . 10^8) : (2,56. 10^{-5}) = 2. 10^{13}$

$A + C = (5,12 . 10^8) + (7,8 . 10^6) = (512 . 10^6) + (7,8 . 10^6) = 519,8 . 10^6 = 5,198 . 10^8$

12. Gabarito: B

$0,00000045 = 4,5 . 10^{-7}$

13. I. Velocidade da luz no vácuo: $3 . 10^8$ m/s

II. Distância da Terra ao Sol: $1,49 . 10^8$ km

III. Raio do átomo de hidrogênio: $5 . 10^{-9}$ cm

IV. Idade das rochas mais antigas: $1,0.10^{17}$ s

14. Gabarito: C

$-0,00000000000000000016 = -1,6 . 10^{-19}$

15. Gabarito: A

$(1 . 10^{-4}) : (8 . 10^{-7}) = 0,125 . 103 = 125$

16. Gabarito: C

$$\sqrt[3]{\frac{60\,000\,.\,0{,}00009}{0{,}0002}} = \sqrt[3]{\frac{6\,.\,10^{4}\,.\,9\,.\,10^{-5}}{2\,.\,10^{-4}}} = 3\,.\,10$$

17. Gabarito: D

x = 14,5 – 0,8 = 13,7 y = 14,5 + 0,8 = 15,3

13,7 + 15,3 = 29,0

18. Gabarito: A

190 000 000 – 2 400 000 – 2 600 000 – 6 000 000 – 11 000 000 = 168 000 000 =

1,68. 10^8 habitantes em 5 565 – 4 = 5 561 municípios.

19. $x = 3\sqrt{25.2} + \sqrt{\frac{8}{2}} - 2\sqrt{3}.4\sqrt{4}.\sqrt{3} - 5\sqrt{2}.\sqrt{9} = -46$

$$y = \frac{\sqrt{49}}{2} - \sqrt[3]{5^6} + \sqrt[4]{3}.3^{-\frac{1}{4}} = -\frac{41}{2}$$

Como x = −46 e $y = -\frac{41}{2}$, apenas x representa um número inteiro.

20. Perímetro: $2\sqrt{12} + 2\ .\ 2\sqrt{27} = 16\sqrt{3}$

21. A) $(-7)^2 : (-7) + 2[(-8)^3 : (8)^2] = -23$

B) $6 : 9 - 7.(4 + 2) = -\frac{124}{3}$

C) 25 : (9 – 4) + 36 . 1 = 41

D) 9 + 2 . 8 – 6 = 19

22. Gabarito: A

2[(6 + 21) : 9 + (21 – 5 . 4)] + 7 – 10 = 5

23. Gabarito: E

–3 . 3 = –9

24. Gabarito: E

1, pois toda a expressão está elevada a 0.

25. Gabarito: E

$$[(3^{\frac{1}{3}})^{27} + 2^2 - \sqrt[5]{239 + \sqrt[3]{64}} - (\sqrt[3]{3^{27}})]^{\sqrt[7]{92}} = [1]^{\sqrt[7]{92}} = 1$$

26. Gabarito: C

$$25 + \frac{1}{25} - 3 = \frac{551}{25}$$

27. A) 17 – 4 . 15 + 2 . 6 . 3 = –7

B) $\frac{4}{5} + 2.0{,}7 = \frac{11}{5}$

C) $\sqrt{2.3.2^3.2^2.3} - \frac{60}{6} = 14$

D) $\sqrt{\frac{18}{9}.3.\frac{24}{4}} = 6$

E) $\frac{12 - 5}{75} : \frac{21}{11 + 14} = \frac{1}{9}$

28. $\left(\dfrac{1 + \frac{1}{5}}{\frac{1}{225}} + \dfrac{\frac{-27}{3 - 4}}{18}\right).(-1) = 756$

29. Gabarito: A

As barreiras estão colocadas de 25 em 25 metros, logo 1 000 : 25 = 40. Como a última barreira está a 25 m da linha de chegada, temos 40 – 1 = 39.

30. Gabarito: E

20 . 1 000 = 20 000 reais por pacote, sendo 1 000 000 : 20 000 = 50 pacotes.

31. Gabarito: B

O menor valor que o cliente deve repassar ao operador de caixa, para facilitar o troco → 1 nota de R$ 100,00 + 1 nota de R$ 5,00 + 2 moedas de R$ 1,00 = R$ 107,00.

32. Gabarito: E

(800 . 60) + (1 300 . 100) + (1 300 . 80) + (1 000 . 40) = 322 000.

33. Gabarito: E

I. 491 kcal + 206 kcal + 0 kcal + 25 kcal = 722 kcal

II. 295 kcal + 206 kcal + 120 kcal + 25 kcal = 646 kcal

III. 295 kcal + 206 kcal + 116 kcal + 25 kcal = 642 kcal

IV. 362 kcal + 206 kcal + 116 kcal + 25 kcal = 709 kcal

V. 362 kcal + 206 kcal + 0 kcal + 198 kcal = 766 kcal (o maior valor energético, não excedendo 800 kcal).

34. Gabarito: E

Temos 4 portões que em 1 minuto saem 4 . 1 250 = 5 000 pessoas por minuto. Se em um minuto saem 5 000 pessoas, as 100 000 sairão em 20 minutos (100 000 : 5 000 = 20).

35. 5 . 1 300 . 3 000 = 19 500 000 reais. A soma dos dígitos é 1 + 9 + 5 = 15.

36. Gabarito: E

Em um dia recolhem-se 45 litros, como 5 litros faz 1 kg de queijo, então 45 litros (45 : 5 = 9) farão 9 quilos de queijo por dia = 9 000 gramas : 125 = 72 porções de 125 gramas. Essas 72 porções são empacotadas em dúzias. Logo 72 : 12 = 6 dúzias vendidas a R$ 6,00, total 6 . 6 = R$ 36,00.

37. Produto A: (100 . 15) + (50 . 18) = 2 400

Produto B: (80 . 13) + (100 . 12) = 2 240

Produto C: (90 . 14) + (70 . 10) = 1 960

Total = 2 400 + 2 240 + 1 960 = 6 600 reais.

38. Gabarito: E

$$\mathrm{I} = \left(50\% + 10^{-1} + 10^{2} - 2^{-1} - \frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{I} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + 100 - \frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{I} = 100^{\frac{1}{2}} = \sqrt{100} = 10$$

O pai possui o quadruplo, ou seja, 4 . 10 = 40 anos.

39. Gabarito: D

$$A = \frac{\sqrt{36 - 20}}{\sqrt{49 - 16.3}} = 4 \quad \text{(natural)}$$

$$B = \frac{\left(10^{-5}\right)^{2} . \left(10^{-2}\right)^{-3}}{\frac{4}{25} . \frac{1}{100}} = \frac{10^{-10+6}}{\frac{1}{625}} = 625 . 10^{-4} \quad \text{(racional)}$$

40. A) $\left[\frac{9}{4}\right]^{-2} + 3 + 8\left[-\frac{8}{27}\right] = \frac{16}{81} + 3 - \frac{64}{27} = \frac{16 + 243 - 192}{81} = \frac{67}{81}$

B) $\dfrac{-\frac{1}{27} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = \dfrac{\frac{23}{108}}{\frac{1}{8}} = \frac{23}{108} . \frac{8}{1} = \frac{46}{27}$

41. Gabarito: D

$$\frac{6 + 3 + 2 + 1}{6} = 2$$

42. 81 + 8 + 12 = 101

43. $\left(2 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{\frac{3}{2}}}\right) . \frac{15}{26} = \left(2 + \dfrac{1}{1 + \frac{2}{3}}\right) . \frac{15}{26} = \left(2 + \dfrac{1}{\frac{5}{3}}\right) . \frac{15}{26} = \left(2 + \frac{3}{5}\right) . \frac{15}{26} = \left(\frac{13}{5}\right) . \frac{15}{26} = \frac{3}{2}$

44. $A + B = \left(-\frac{1}{8} - 9 + \frac{1}{8} + 1\right) + \left(\frac{9}{16} . \frac{27}{64} : \frac{729}{4\,096}\right) = (-8) + \left(\frac{9}{16} . \frac{27}{64} . \frac{4\,096}{729}\right) = -8 + \frac{16}{12} = -\frac{20}{3}$

45. Gabarito: C

$$\frac{25-9+1}{\frac{1}{9}+\frac{1}{5}+\frac{1}{2}}=\frac{17}{\frac{10+18+45}{90}}=17\,.\,\frac{90}{73}=\frac{1\,530}{73}$$

46. Gabarito: E

$$\frac{25-16+1}{\frac{1}{9}+1}=\frac{10}{\frac{10}{9}}=10\,.\,\frac{9}{10}=9$$

47. Gabarito: E

$$\frac{2^0+2.81+1}{\sqrt[3]{64}}=\frac{164}{4}=41$$

48. Gabarito: C

$$\frac{2}{3}:\frac{2^{\frac{1}{2}}}{3}=\frac{2}{3}\,.\,\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

49. Gabarito: D

$$3+15+\frac{7}{5}.15=3+15+21=39$$

50. 24 . 625 = 15 000 e 15 000 são $\frac{2}{3}$ do valor, logo, $\frac{15\,000\,.\,3}{2}=22\,500$ reais.

51. A) Educação infantil: R$ 3 000 000,00 e Ensino fundamental: R$ 9 000 000,00.

B) Educação infantil e Ensino fundamental: $\frac{1}{24}$ e $\frac{3}{20}$, respectivamente.

C) $\frac{1}{12}$

D) Sendo x a fração dos recursos dirigidos ao Ensino Fundamental para que os recursos para pagamento de salários sejam iguais nos dois níveis de ensino, tem-se: $\frac{1}{3}.\frac{1}{8}=\frac{3}{8}.x\Rightarrow x=\frac{1}{9}$

52. Gabarito: B

Se $\frac{2}{5}$ são mulheres então $\frac{3}{5}$ são homens. $\frac{3}{5}.\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$ equivalem a 120 000, então $\frac{120\,000\,.\,8}{3}=320\,000$

53. Gabarito: A

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{20+15+12}{60}=\frac{47}{60}$. Logo, $1-\frac{47}{60}=\frac{13}{60}$ correspondem a 52 crianças, assim, (52 . 60) : 13 = 240 crianças.

54. Gabarito: D

6 . 10 . 12 = 720 reais.

55. Gabarito: D

2 880 : 9 = 320 tambores por caminhão. Porém, cada caminhão leva 40 no máximo, 320 : 40 = 8 viagens.

56. Gabarito: C

$\frac{4}{7}-\frac{3}{7}=\frac{1}{7};\frac{1}{7}:4=\frac{1}{28}\Rightarrow x=\frac{3}{7}+\frac{1}{28}=\frac{13}{28}$. Logo, 13 + 28 = 41.

57. Gabarito: C

$$\frac{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\frac{3}{2}}}}}{-1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\frac{1}{2}}}}=\frac{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\frac{2}{3}}}}{-1+\cfrac{1}{1+2}}=\frac{1+\cfrac{1}{1+\frac{1}{\frac{5}{3}}}}{-1+\frac{1}{3}}=\frac{1+\cfrac{1}{1+\frac{3}{5}}}{-\frac{2}{3}}=\frac{1+\frac{1}{\frac{8}{5}}}{-\frac{2}{3}}=\frac{1+\frac{5}{8}}{-\frac{2}{3}}=\frac{13}{8}.\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{39}{16}$$

58. Gabarito: E

Total é 60 000. Cada lote custará 60 000:4 = 15 000. Lotes 1, 2, 3 e 4 custarão 15 000 cada. Segundo a questão todos os donos pagarão. Como o valor do lote 1 é 15 000, será dividido da seguinte forma: 15 000:4 = 3 750 para cada. No 2º pagará apenas 2, 3, 4: 15 000:3 = 5 000 para cada. No 3º pagará apenas 3 e 4: 15 000:2 = 7 500 para cada. No 4º apenas o 4 pagará 15 000. O 2º irá pagar: 3 750 + 5 000 = 8 750. O dono do 4º lote irá pagar: 3 750 + 5 000 + 7 500 + 15 000 = 31 250. A diferença entre o 4º e o 2º donos será: 31 250 – 8 750 = 22 500.

59. A) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

B) $\frac{\sqrt{10}}{5}$

C) $\frac{23}{4+\sqrt{5}} \cdot \frac{4-\sqrt{5}}{4-\sqrt{5}} = \frac{92-23\sqrt{5}}{16-5} = \frac{92-23\sqrt{5}}{11}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{7}} \cdot \frac{3+\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{2}+\sqrt{14}}{2}$

E) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{21}} \cdot \frac{\sqrt{6}+\sqrt{21}}{\sqrt{6}+\sqrt{21}} = -\frac{\sqrt{30}+\sqrt{105}}{15}$

60. Gabarito: C

$$\frac{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{3+3\sqrt[3]{3}}{3} = 1+\sqrt[3]{3}$$

61. Gabarito: B

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}+1$$

62. Gabarito: A

$$\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2\sqrt{2}+2-2-\sqrt{2}}{2-1} = \sqrt{2}$$

63. A) 12,8 B) 240 C) 3,285 D) 47,43828

64. A) 0,5 + 0,5 + 2,5 = 3,5

B) 0,2 + 0,36 − 1 = −0,44

C) 0,75 + 0,25 + 2,5 = 3,5

65. Gabarito: B

0,008 + 0,0256 = 0,0336

66. Gabarito: E

67. $10{,}24 + 4 . \frac{9}{100} - 16 : (-8) = 10{,}24 + \frac{9}{25} + 2 = 10{,}24 + 0{,}36 + 2 = 12{,}6$

68. Gabarito: D

36 : 4 = 9 moedas de 0,25 = R$ 2,25

36 : 3 = 12 moedas de 0,05 = R$ 0,60

36 − 9 − 12 = 15 moedas de 0,10 = R$ 1,50

Total é R$ 4,35

69. 3 . 35,90 = 107,70

50 + 3 . 20 = 110,00

110,00 − 107,70 = 2,30

70. 8,90 − 3,25 = 5,65 (restou da 1ª viagem), em seguida 5,65 + 20,00 = 25,65; 25,65 : 3,25 = 7 . 3,25 + 2,9, ou seja, no máximo 7 viagens.

71. Gabarito: B

2 . 7,70 + 2 . 3,60 + 4,40 = 27,00 (gastos). Cada uma pagará 27 : 2 = 13,50.

Pagando com nota de R$ 20,00 − 13,50 = 6,50; 6,50 : 0,25 = 26 moedas cada uma receberá.

72. Gabarito: D

Resolvendo cada alternativa:

A) 4. 2,70= R$ 10,80

B) 2 . 5,10= R$ 10,20

C) 2 . 2,70 + 5,10 = R$ 10,50

D) 7,40 + 2,70 = R$ 10,10

Portanto, Renata pagará o menor preço se comprar 1 embalagem de 750 gramas e 1 de 250 gramas.

73. Gabarito: A

Para cálculo da venda correta: salgados: 0,8 . 200 = R$ 160,00 ; doces: 1,1 . 100 = R$ 110,00. Total: R$ 270,00

Venda errada: salgados: 0,8 . 100 = R$ 80,00; doces: 1,1 . 200 = R$ 220,00. Total: R$ 300,00.

300 − 270 = R$ 30,00 valor cobrado a mais do que o correto.

74. 215 : 5 = 43 descontos. Se a cada 5 itens ela ganha 0,03 centavos de desconto, então 43 . 0,03 = 1,29. Ela pagaria 155,00 + 1,29 = 156,29

75. Gabarito: A

O maior número de pacotes é 75 : 6 = 12,5, ou seja, 12 pacotes de latas. Sendo 12 pacotes . 6 latas = 72 latas no total. Logo, ainda faltam 3 latas. Dessa forma, temos 12 pacotes e 3 latas, ou seja: (12 . 13) + (3 . 2,4) ⇒ 156 + 7,2 = 163,20.

76. Antônio percorreu 320 km, seu carro faz 8km com 1 litro, então o carro consumiu, 320 : 8 = 40 litros. Como o litro custa R$ 1,14, então Antônio gastou R$ 45,60. José gastou R$ 45,60 : 1,6 = 28,5 litros e percorreu 28,5 . 12 = 342 km.

77. Gabarito: C

0,75 : 2 = 0,375 custa cada maçã e vende cada uma a 3 : 6 = 0,50. O lucro é 0,50 – 0,375 = 0,125 para cada maçã. Desejando lucro de 50, deverá vender 50 : 0,125 = 400 maçãs.

78. Gabarito: D

O resultado é a divisão de 115,024 por 55,3 = 2,08.

79. O custo foi de 0,20m e ele vendeu (m – 30) maçãs a 0,30 cada, lucrando 30 reais. Logo: 0,3(m – 30) – 0,20 m = 30 ⇒ 0,1 m = 39 ⇒ m = 390 = 39 dezenas

80. Gabarito: C

2 . 937 + 3 . 957,80 = 4 747,40 reais.

81. A) 0,888... = $\frac{8}{9}$ (simples)

B) 0,363636... = $\frac{36}{99} = \frac{4}{11}$ (simples)

C) 1,555... = $1\frac{5}{9} = 1 + \frac{5}{9} = \frac{14}{9}$ (simples)

D) 2,545454... $2\frac{54}{99} = 2 + \frac{6}{11} = \frac{28}{11}$ (simples)

E) 0,2111... $\frac{21-2}{90} = \frac{19}{90}$ (composta)

F) 0,31525252... $\frac{3152-31}{9900} = \frac{3121}{9900}$ (composta)

G) 5,6789789789... $\frac{56789-56}{9990} = \frac{56733}{9990}$ (composta)

82. Gabarito: A

$\frac{2\,546 - 25}{990} = \frac{2\,521}{990}$

83. Gabarito: C

$\frac{49-4}{90} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

84. Gabarito: A

$\frac{63}{99} = \frac{7}{11}$

85. Gabarito: D

$\frac{56}{99}$

Unidades de Medida

01. A) 520

B) 52

C) 5,2

D) 0,52

E) 134

F) 1 340

G) 13 400

H) 0,07

I) 0,007

J) 0,7

K) 7

L) 70

M) 700

N) 7 000

02. A) 3,6

B) 0,36

C) 0,036

D) 0,0036

E) 9,52

F) 0,952

G) 0,0952

H) 7

I) 0,7

J) 0,07

K) 0,007

L) 0,0007

03. Gabarito: C

100 bilhões = 100 000 000 000 = 10^{11}

04. Gabarito: C

300 000 km/s = 30 000 000 000 cm/s = 3,0 . 10^{10}

05. Gabarito: D

A razão entre a memória de um pequeno aparelho e a memória de um dos computadores da Voyager é $\frac{8 \,.\, 10^9}{68 \,.\, 10^3} \cong 117\,647$ aproximadamente 100 000.

MATEMÁTICA

06. A) 30
B) 120
C) 2 850
D) 600
E) 240
F) 70
G) 8 000
H) 800
I) 80
J) 4
K) 25
L) 40
M) 5
N) 7,5
O) 0,2
P) 2
Q) 3,5
R) 0,3
S) 400 e 40 000
T) 150 e 15 000
U) 70 e 7 000
V) 300 e 3 000
W) 30 e 300
X) 900 e 0,9
Y) 15 e 0,015
Z) 2,5 e 0,0025

07. A) 4 600 m + 750 m = 5 350 m
B) 780 m – 31 m = 749 m
C) 2,4 m + 0,516 m + 0,380 m = 3,296 m
D) 4 400 m + 2 600 m + 145 m = 7 145 m
E) 4 250 m m + 800 m = 5 050 m

08. Gabarito: D

09. Gabarito: A

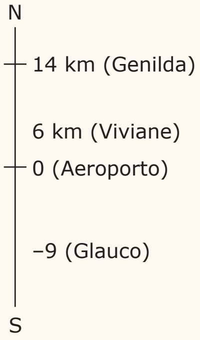
0,27 km = 27 000 cm; 27 000 cm : 120 cm = 225 fios.

10. Gabarito: C

3 km = 3 000 m e 300 cm = 3 m, logo 3 000 + 3 = 3 003 m.

11. Gabarito: E

Considerando o aeroporto sobre o ponto zero (0), podemos traçar as seguintes distâncias:



Logo, Genilda está a 14 km do aeroporto.

12. Gabarito: B

Se 1 milha = 1,6 km = 160 000 cm, logo 0,5 milha = 80 000 cm (metade).

13. Gabarito: A

500 m = 0,5 km.

14. Gabarito: C

0,1 mm = 0,01 cm . 1 000 000 = 10 000 cm = 10^4 cm.

15. Gabarito: C

Transformando: Em cm: 780. Em dm: 78. Em hm: 0,078. Em km: 0,0078. Em mm: 7 800.

16. Gabarito: B

12 500 + 60 500 + 72 000 = 145 000 cm = 1 450 m.

17. Gabarito: B

79,6 – 25 – 16,5 = 38,1; 38,1 : 2,54 = 15 polegadas.

18. Gabarito: E

2 km = 2 000 m, 3 hm = 300 m, 4 dam = 40 m. Total: 2 . (2 340 m : 5 m) = 936 carros.

19. Gabarito: D

90 km : 6 km (1 légua) = 15 léguas.

20. Gabarito: D

18 000 . 30 = 540 000 cm = 5 400 m.

21. Gabarito: C

3 000 . 30,48 = 91 440 cm = 914,4 m.

22. Gabarito: A

13 000 km = 13 000 000 m; 13 000 000 . 1 000 000 000 = 1,3 . 10^7 . 10^9 = 1,3 . 10^{16}

23. Gabarito: E

$\frac{100}{157} . 25 \cong 16$ mm

24. Gabarito: B

8 m + 6 m + 18 m + 5 m = 37 m; 37 . 3 (voltas) = 111 m.

25. A) 200

B) 150

C) 58 000

D) 400 000

E) 0,27

F) 0,000126

G) 8 132 000

H) 0,000180

I) 0,0005

J) 0,00785

K) 120 000

L) 563 000

M) 0,002

N) 410 000 000

26. Gabarito: C

12 000 mm^2 = 1,2 dm^2 e 12 cm^2 = 0,12 dm^2, logo 1,2 + 0,12 = 1,32 dm^2

27. A) 5 420

B) 800

C) 0,0734

D) 154,93

E) 0,032

28. A) 0,000412 m^2 + 0,000752 m^2 + 0,1795 m^2 = 0,180664 m^2

B) 43,85 m^2 + 0,4875 m^2 + 0,087900 m^2 = 44,4254 m^2

29. 0,15 m^2 = 0,15 . 10 000 = 1 500 cm^2

30. 1 km = 1 000 m, logo 1 km . 1 km = 1 000 m . 1 000 m = 1 000 000 m^2 ou 10^6 m^2.

31. Gabarito: C

20 000 km^2 = 20 000 000 000 m^2 . 0,20 = 4 000 000 000 m^2 : 10^4 = 400 000 ha : 40 = 10 000

32. 1 250 m . 40 m = 50 000 m^2; 50 000 . 4 = 200 000 pessoas.

33. Gabarito: C

1 500 m . 18 m = 27 000 m^2; 27 000 . 1,5 = 40 500 pessoas.

34. A) 15 000 cm . 5 000 cm = 75 000 000 cm^2; 75 000 000 : 2 500 cm^2 = 30 000 pessoas.

B) (30 000 : 3) . 56 = 560 000 habitantes.

35. A) 6 000

B) 50 000

C) 3 632 000 000

D) 950 000

E) 500 000

F) 8 132

36. 0,548 m^3 + 0,251 m^3 = 0,799 m^3

37. A) 0,250 dm^3

B) 9 000 000 dm^3

38. 120 mm . 8 mm . 4 = 3 840 mm^3

39. A) 8 430 000

B) 3 500 000

C) 8 000

D) 4 390 000

E) 182,938

40. Gabarito: C

30 L = 30 dm^3 = 0,030 m^3 . 140 min = 4,2 m^3. Sobrou: 30 m^3 – 4,2 m^3 = 25,8 m^3

41. 1 L = 1 000 mL.

42. 900 L = 900 000 mL; 900 000 : 720 = 1 250 garrafas.

43. A) 3,5 L

B) 5 000 L

C) 3,4 L

D) 0,028 L

E) 4 300 000 000 000 L

F) 13 000 000 L

44. Gabarito: C

1,2 dam^3 = 1 200 000 dm^3 = 1 200 000 L = 12 000 hL.

45. Gabarito: C

50 L = 50 dm^3 = 50 000 cm^3; 50 000 : 200 = 250.

46. A) 720 mL = 0,720 L = 0,720 dm^3 = 720 cm^3

B) 1,5 L = 1,5 dm^3 = 1 500 cm^3

C) 5 L = 5 dm^3 = 5 000 cm^3

47. 6 . 250 = 1 500 mL = 1,5 L

48. 5 : 0,25 = 20 copos

49. Gabarito: B

110 L = 110 dm^3 = 0,110 m^3

50. Gabarito: D

24 horas = 24 . 60 = 1 440 minutos; 1 440 . 25 gotas = 36 000 gotas pingam em 24 horas.

Logo: 36 000 gotas . 0,2 mL = 7 200 mL = 7,2 L.

51. Gabarito: E

7,2 milhões de litros = 7 200 000 dm^3 = 7 200 m^3; 7 200 : 32 = 225 caminhões.

52. Gabarito: C

30 dm^3 = 30 L e 0,15 m^3 = 150 dm^3 = 150 L. Logo: 30 + 150 + 50 = 230 L.

53. Gabarito: E

88,4 m^3 = 88 400 dm^3 = 88 400 L; 88 400 : 13 L = 6 800 botijões.

54. Gabarito: C

3 m^3 = 3 000 dm^3 = 3 000 L = 3 000 000 mL; 3 000 000 : 250 = 12 000 horas; 12 000 : 24 horas (1 dia) = 500.

55. Gabarito: C

4 200 dL = 420 L = 420 dm^3 = 420 000 000 mm^3; 420 000 000 : 175 000 mm^3 = 2 400 frascos.

56. Gabarito: E

8 000 L = 8 000 dm^3 = 8 000 000 cm^3; 8 000 000 : 40 = 200 000

57. V = 12 dm . 4 dm . 1,5 dm = 72 dm^3 = 72 L. Gastou-se $\frac{2}{3}$ de 72 = (72 : 3) . 2 = 48 L, restando 72 – 48 = 24 L.

58. Gabarito: D

12 900 km^3 = 12 900 000 000 000 000 dm^3 = $1{,}29 \cdot 10^{16}$

59. Gabarito: A

10 m^3 = 10 000 dm^3 = 10 000 L (mínimo por mês); 10 000 – 600 L (consumo) = 9 400 L sem consumo por mês.

Logo 9 400 . 12 meses = 112 800 L no ano sem consumir.

60. A) 9 000 g

B) 1 500 g

C) 820 g

D) 5 763 g

E) 640 g

F) 58 200 g

61. A) 2 000

B) 500

C) 4 850

D) 6

E) 4,93

F) 18,643

62. Gabarito: A

12 . 5 cg = 60 cg = 600 mg; 600 : 200 mg = 3 quilates.

63. 2,5 t = 2 500 kg = 2 500 000 g

64. Gabarito: D

72,5 dg = 7,25 g e 0,875 dag = 8,75 g. Logo, 7,25 g + 8,75 g = 16 g.

65. Gabarito: B

66. Gabarito: A

10 t = 10 000 kg; 10 000 : 378 kg $\cong$ 27.

67. Gabarito: C

0,4 : 16 = 0,025

Razões e proporções

01. A) $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

B) $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$

02. $\frac{150}{180} = \frac{5}{6}$

03. A) $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$

B) $\frac{8}{8}=1$

04. $\frac{100\text{ kg}}{80\text{ kg}}=\frac{5}{4}$

05. A) $\frac{8}{40}=\frac{1}{5}$

B) $\frac{32}{40}=\frac{4}{5}$

06. $\frac{4\,800}{6\,000}=\frac{4}{5}$

07. Gabarito: D
N = a.(3 + 4) = 7a, logo N é um múltiplo de 7.

08. Gabarito: C
3 : 30 000 = 0,0001.

09. Gabarito: C
Pandolfo: 2,3 : 11,5 = R$ 0,20/km; Jaulina: 2,10 : 14 = R$ 0,15/km; Ambrosina: 1,7 : 5 = R$ 0,34/km.

10. A) A_1 = 26 cm . 36 cm = 936 cm²; 936 : 100 peças = 9,36 cm²/peça.
A_2 = 48 cm . 136 cm = 6 528 cm²; 6 528 : 2 000 peças = 3,264 cm²/peça. A razão é $\frac{9,36}{3,264}\cong 2,87$.

B) $\frac{100\text{ peças}}{10\text{ h}}=10\text{ peças / hora}$

$\frac{2\,000\text{ peças}}{360\text{ horas}}\cong 5,5\text{ peças / hora}$

A diferença é 10 – 5,5 = 4,5 peças/hora.

11. Gabarito: A

$\frac{\text{Altura}}{\text{largura}}=1,618$

$\frac{2,43}{x}=1,618\Rightarrow x=\frac{2,43}{1,618}\cong 1,5018$

12. $V=\frac{400\text{ km}}{8\text{ h}}=50\text{ km / h}$

13. $220=\frac{d}{5}\Rightarrow d=1\,100\text{ km}$

14. $100=\frac{300}{t}\Rightarrow t=3\text{ h}$

15. Gabarito: B

$4=\frac{1000}{t}\Rightarrow t=250\text{ h}\cong 10\text{ dias.}$

16. Gabarito: A

$80=\frac{180}{t}\Rightarrow t=2,25\text{ h}=2\text{ h }15\text{ min.}$

17. $\frac{1}{20000}=\frac{4,8}{x}\Rightarrow x=96\,000\text{ cm}=9,6\text{ km}$

18. $\frac{1}{80}=\frac{x}{1\,250}\Rightarrow x=15,625\text{ cm}$

19. $\frac{1}{50}=\frac{80}{x}\Rightarrow x=40\,000\text{ cm}=40\text{ m}$

20. $\frac{1}{10\,000\,000}=\frac{1,7}{x}\Rightarrow x=17\,000\,000\text{ cm}=170\text{ km}=170\,000\text{ m.}$ Verdadeiras: B, D. Falsas: A, C, E.

21. Gabarito: B

$\frac{1}{1\,000\,000}=\frac{7}{x}\Rightarrow x=7\,000\,000\text{ cm}=70\text{ km.}$

22. Gabarito: A

$\frac{1}{1\,000\,000}=\frac{8}{x}\Rightarrow x=8\,000\,000\text{ cm}=80\text{ km.}$

23. Gabarito: C

$\frac{1}{2\,500\,000}=\frac{5}{x}\Rightarrow x=12\,500\,000\text{ cm}=125\text{ km.}$

24. Gabarito: C

$$\frac{1}{200\,000} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 1\,000\,000 \text{ cm} = 10 \text{ km.}$$

25. Gabarito: E

$$\frac{1}{500} = \frac{0{,}8}{x} \Rightarrow x = 400 \text{ cm} = 40 \text{ dm}$$

$$\frac{1}{500} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 500 \text{ cm} = 50 \text{ dm}$$

V = 40 dm . 50 dm . 40 dm = 80 000 dm^3 = 80 000 L.

26. Gabarito: C

$$\frac{48}{8\,000} = \frac{x}{11\,000} \Rightarrow x = 66 \text{ cm.}$$

27. Gabarito: E

$$\frac{1}{200\,000} = \frac{65}{x} \Rightarrow x = 13\,000\,000 \text{ cm} = 130 \text{ km.}$$

28. Gabarito: B

A = 3 cm . 6 cm = 18 cm^2. A razão das áreas é: $\frac{18 \text{ cm}^2}{18\,000\,000 \text{ cm}^2} = \frac{1}{1\,000\,000}$. A razão das unidades em cm será $\sqrt{\frac{1}{1\,000\,000}} = \frac{1}{1\,000} = 1:1\,000.$

29. Gabarito: E

A escala da planta será de $\sqrt{\frac{50}{50\,000\,000}} = \sqrt{\frac{1}{1\,000\,000}} = 1:1\,000.$

Assim, o maior lado do galpão será, em metros, 0,1 . 1 000 = 100.

30. Gabarito: C

$$\frac{520 + 340}{520 + 340 + 250 + 90} = \frac{860}{1\,200} \cong 71{,}6\%.$$

31. Gabarito: E

15% do percurso são 180 km. Logo, 180 : 0,15 = 1 200 km.

32. Gabarito: D

60% do total de crianças são 72. Logo, 72 : 0,6 = 120 (total); 120 – 72 = 48.

33. Gabarito: D

16 000 . 0,85 = R$ 13 600,00.

34. Gabarito: D

84% do total de alunos são 42. Logo, 42 : 0,84 = 50. Ausentes são 50 – 42 = 8.

35. 120 . 0,80 = 96 alunos.

36. Gabarito: B

1 230 – 1 050 = 180. Logo, 180 : 1 050 ⇒ 0,17 = 17%.

37. Gabarito: D

121,50 – 112,50 = 9,00. Logo, 9 : 112,50 = 0,08 = 8%.

38. Gabarito: D

Se 350 ml de refrigerante tem 35 mg de sódio então, 1 500 ml de refrigerante, tem 150 mg de sódio.
Logo, 150 mg : 500 mg = 0,3 = 30%.

39. Gabarito: D

35% de 50 000 = 17 500.

40. Gabarito: C

Romance: 0,31 . 1 200 = 372 e humor: 0,09 . 1 200 = 108.

41. Gabarito: C

A_1 = 2 . 4,5 = 9 cm^2; (9 cm^2 . 100%) : 6,25% = 144 cm^2. Logo, o lado do quadrado é 12 cm. O candidato 2 tem área igual a (12 – 4,5) . 12 = 90 cm^2; 90 : 144 = 0,625 = 62,5%.

42. A) 4x = 2x + 2 ⇒ x = 1
B) 117x = 117 ⇒ x = 1
C) 16x = 96 ⇒ x = 6
D) x = 15
E) 2x = 144 ⇒ x = 72

43. Gabarito: A

3 + 11 = 14 (total). Logo, 168 : 14 = 12, sendo 3 . 12 = 36 vermelhos e 11 . 12 = 132 prateados, a diferença é 132 – 36 = 96.

44. Gabarito: E

$\frac{15}{2} = \frac{75}{x} \Rightarrow x = 10$ incorretas. O total é 75 + 10 + 5 = 90.

45. Gabarito: C

2 + 9 = 11

55 : 11 = 5

Pedro: 2 . 5 = 10 anos

Pai: 9 . 5 = 45 anos

46. Gabarito: E

Sendo x o número de alunos e y o número de professores: $\frac{50}{1} = \frac{x}{y} \Rightarrow x = 50y.$ Com o aumento sugerido, temos:

$$\frac{x+400}{y+16} = \frac{40}{1} \Rightarrow \frac{50y+400}{y+16} = \frac{40}{1} \Rightarrow 50y + 400 = 40y + 640 \Rightarrow 10y = 240 \Rightarrow y = 24 \Rightarrow x = 1\,200.$$

47. Gabarito: D

Como nas outras 9 linhas que passam pelo terminal, transportam 1 300 usuários por dia, então, 9 . 1 300 = 11 700 usuários. Como a cada 7 usuários do terminal, 4 utilizam a linha 1 e 3 as demais linhas, considerando como x o número total de usuários transportados por dia pela linha 1: $\frac{4}{3} = \frac{x}{11\,700} \Rightarrow x = 15\,600.$

48. Gabarito: D

Pelos dados temos: $\frac{0{,}66}{1\,000} = \frac{1}{x} \Rightarrow \cong 1\,515.$

49. $\frac{10^{:2}}{2_{:2}} = \frac{15^{:3}}{3_{:3}} = \frac{20^{:4}}{4_{:4}} = \frac{25^{:5}}{5_{:5}} = \frac{5}{1}$

50. Gabarito: A

Considerando os números (x, y, z), temos:

$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$. Elevando os termos da proporção ao quadrado:

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left(\frac{y}{3}\right)^2 = \left(\frac{z}{5}\right)^2 = \frac{x^2+y^2+z^2}{4+9+25}$$

$$\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{25} = \frac{342}{38}$$

$$\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{25} = 9$$

$$\frac{z^2}{25} = 9 \Rightarrow z^2 = 25.9 \Rightarrow z = \sqrt{9.25} \Rightarrow z = 3.5 \Rightarrow z = 15$$

$$\frac{y^2}{9} = 9 \Rightarrow y^2 = 9.9 \Rightarrow y^2 = 81 \Rightarrow y = 9$$

$$\frac{x^2}{4} = 9 \Rightarrow x^2 = 9.4 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

51. Gabarito: C

12 . 2,5 = 30 cm e 16 . 2,5 = 40 cm.

52. 36 . 20 = 15x ⇒ x = 48

53. Gabarito: C

Sendo x, y e z as quantidades de chocolates recebidas pelo 1º, 2º e 3º colocados, respectivamente, temos:

$$2x = 3y = 5z = k \Rightarrow$$

$$x = \frac{k}{2},\ y = \frac{k}{3} \text{ e } z = \frac{k}{5}$$

$$x + y + z = 310 \Rightarrow \frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{5} = 310 \Rightarrow k = 300 \Rightarrow$$

$$x = 150,\ y = 100 \text{ e } z = 60$$

54. Gabarito: D

Seja a quantidade de cimento = x, a quantidade de cal = y e a quantidade de areia = z, temos:

$$\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{9}=\frac{x+y+z}{1+2+9}\Rightarrow\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{9}=\frac{5{,}4\ m^2}{12}$$

$$\frac{z}{9}=\frac{5{,}4\ m^2}{12}\Rightarrow z=4{,}05\ m^2$$

55. Gabarito: A

Em uma hora, $\frac{1}{5}$ do tanque é enchido e $\frac{1}{7}$ é esvaziado. Para determinar o tanque cheio, ou seja, 1 inteiro, temos:

$\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right).x=1\Rightarrow x=17{,}5$ horas; 17,5 + 15 = 32,5 = 1 dia, 8 horas e 30 min.

56. Gabarito: A

$$\frac{x}{3}=\frac{y}{7}=\frac{z}{4}=\frac{x+y+z}{3+7+4}\Rightarrow\frac{x}{3}=\frac{y}{7}=\frac{z}{4}=\frac{420}{14}$$

$$14x=1\ 260\Rightarrow x=90$$

$$14y=2\ 940\Rightarrow y=210$$

$$14z=1\ 680\Rightarrow z=120$$

57. Gabarito: C

$$\frac{x}{20\ 000}=\frac{y}{30\ 000}=\frac{z}{50\ 000}=\frac{40\ 000}{100\ 000}\Rightarrow z=20\ 000,\ y=12\ 000\ \text{e}\ x=8\ 000$$

58. Sendo x o valor recebido pelo herdeiro mais novo, y pelo herdeiro do meio e z pelo herdeiro mais velho:

$$\frac{x}{15}=\frac{y}{20}=\frac{z}{25}=\frac{120\ 000}{60}\Rightarrow z=50\ 000,\ y=40\ 000\ \text{e}\ x=30\ 000$$

59. Gabarito: A

Sendo x o valor recebido por Paula, y por Flávia e z por Olga:

$$\frac{x}{36\ 000}=\frac{y}{45\ 000}=\frac{z}{63\ 000}=\frac{19\ 200}{144\ 000}\Rightarrow z=8\ 400,\ y=6\ 000\ \text{e}\ x=4\ 800$$

60. Gabarito: C

Sendo x a herança de A, y a de B e z a de C, temos:

$$\frac{x}{\frac{1}{10}}=\frac{y}{\frac{1}{15}}=\frac{z}{\frac{1}{18}}=\frac{60\ 000}{\frac{20}{90}}\Rightarrow 10x=15y=18z=270\ 000\Rightarrow 15y=270\ 000\Rightarrow y=18\ 000$$

61. Gabarito: D

Sejam x, y e z, respectivamente, as despesas das famílias Tatu, Pinguim e Pardal:

$$\frac{x}{\frac{1}{20}}=\frac{y}{\frac{1}{15}}=\frac{z}{\frac{1}{12}}=k\Rightarrow x=\frac{k}{20},\ y=\frac{k}{15}\ \text{e}\ z=\frac{k}{12}\Rightarrow\frac{k}{20}+\frac{k}{15}+\frac{k}{12}=3\ 000\Rightarrow k=15000$$

$$\text{Pardal}:\frac{k}{12}=\frac{15\ 000}{12}=1\ 250{,}00$$

62. Gabarito: C

Considere a parte da viúva = a, filha = b, filho = c e segurança = 500,00. Filha + filho = metade ⇒ b + c = metade (então, a outra metade = a + 500) ⇒ b + c = a + 500 (I)

Viúva = o dobro do filho ⇒ a = 2c.

Filha e filho: $\frac{4}{3}=\frac{b}{c}\Rightarrow b=\frac{4c}{3}$, substituindo em (I):

$$4c+3c=6c+1\ 500\Rightarrow c=1\ 500$$

$$\text{Como}:a=2c\Rightarrow a=3\ 000$$

$$\text{Como}:b=\frac{4c}{3}\Rightarrow b=2\ 000$$

$$\text{Total}:1500+3\ 000+2\ 000+500=7\ 000$$

63. Gabarito: D

Considerando x = quantia para o filho mais novo, y = a quantia do filho do meio e z = a quantia do filho mais velho:

$$\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{5}} = \frac{z}{\frac{1}{6}} = \frac{2\,100}{\frac{21}{30}} \Rightarrow$$

$3x = 3\,000 \Rightarrow x = 1\,000$

$5y = 3\,000 \Rightarrow y = 600$

$6z = 3\,000 \Rightarrow z = 500$

Logo, letra D, pois 2 100 : 3 = 700 = 500 . 1,4

64. $\frac{35\text{ L}}{1\,000\text{ L}} = \frac{7\text{min}}{x} \Rightarrow x = 200\text{min}$

65. $\frac{15\text{ m}}{12\text{ m}} = \frac{25}{x} \Rightarrow x = 20\text{ reais}$

66. Gabarito: C

$\frac{9}{x} = \frac{12}{20}$ (inversamente proporcionais) $\Rightarrow x = 15.$

67. Gabarito: D

$\frac{60}{x} = \frac{3}{8}$ (inversamente proporcionais) $\Rightarrow x = 160$ curtas

68. Gabarito: E

$\frac{3}{x} = \frac{1\,800}{5\,400} \Rightarrow x = 9$

69. Gabarito: C

$\frac{30{,}90}{x} = \frac{0{,}75}{1{,}25} \Rightarrow x = 51{,}50$

70. Gabarito: E

$\frac{8}{3} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 2{,}25$ xícaras $= 2$ xícaras $+ \left(\frac{1}{4}\right)$ de xícara.

71. Gabarito: B

$\frac{20°}{40°} = \frac{5\text{ cm}}{x} \Rightarrow x = 10\text{ cm}$

72. Gabarito: B

$\frac{8}{6} = \frac{91\,000}{x} \Rightarrow x = 68\,250$

73. Gabarito: C

$\frac{12}{x} = \frac{20}{30} \Rightarrow x = 18$ dias

74. Gabarito: B

$\frac{500}{2\,500} = \frac{300}{x} \Rightarrow x = 1\,500$ g (1,5 kg de chocolate)

$\frac{500}{2\,500} = \frac{150}{x} \Rightarrow x = 750$ g de açucar

75. Gabarito: C

(15 . 720) : 24 = 450.

76. Gabarito: A

C = 8 .(4,30 + (0,7 . 8) + (0,3 . 13) + (0,5 . 3) + 3) = 146,40

77. Gabarito: E

Para o aumento de cada 1 m de cota, aumenta-se $\frac{430 - 350}{71{,}3 - 70{,}5} = 100\text{ km}^2$ na área

Temos 71 – 70,5 = 0,5 que corresponde a 50 km^2 de aumento. Logo, 350 + 50 = 400 km^2 = 4. 10^8 m^2.

78. Considerando que havia x pessoas no início, o total de comida para os 30 dias é 30x. Passados 10 dias, foram consumidos 10x de comida, restando 20x. Logo, 16.(x + 18) = 20x ⇒ x = 72 pessoas no início

79. Gabarito: C

$\frac{40}{300} = \frac{178}{x} \Rightarrow x = 1335 \text{ mL},$ sendo para cada copo 1 335 : 44,5 = 30; 30 : 5 = 6 copinhos diários

80. Gabarito: D

9,1% + 13,5% + 18,5% + 5,5% = 46,6%. Logo, 46,6% de 557 = 259,562 milhões

81. Gabarito: B

$\frac{60\,\text{min}}{20\,\text{min}} = \frac{1\text{hora}}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{3}\text{hora}$

$\text{valor}: \left(6.4 + 6.\frac{1}{3}\right) = 24 + 2 = 26 \text{ reais}$

82. Gabarito: D

$\frac{0{,}256}{1} = \frac{12{,}80}{x} \Rightarrow x = 50 \text{ reais}$

83. Preço por mL da lata menor = 3 : 250 = 0,012. Da lata maior = 4,9 : 350 = 0,014. Logo,

$\frac{(0{,}014 \; - \; 0{,}012)}{0{,}012} \cong 16{,}7\%$

84. Gabarito: D

$91{,}4 - 76{,}2 = 15{,}2 \text{ (excesso)} \Rightarrow \frac{76{,}2}{15{,}2} = \frac{100\%}{x} \Rightarrow x \cong 19{,}94\%.$

85. $\frac{25}{x}\uparrow = \frac{10}{7}\downarrow . \frac{238}{686}\uparrow . \frac{17}{25}\downarrow \Rightarrow \frac{25}{x} = \frac{7}{10} . \frac{238}{686} . \frac{25}{17} \Rightarrow x = 70 \text{ operários}$

86. Gabarito: B

$\frac{6}{n} = \frac{3\,000}{5\,500} . \frac{15}{13} \Rightarrow n = 9{,}5333....$

87. Gabarito: C

$\frac{500}{x} = \frac{5}{10} . \frac{5}{10} . \frac{5}{10} \Rightarrow x = 4\,000$

88. Gabarito: A

$\frac{10}{x} = \frac{50}{27} . \frac{324}{600} \Rightarrow x = 10$

89. Gabarito: B

$\frac{1026}{x} = \frac{6}{4} . \frac{10}{30} \Rightarrow x = 2\,052 \text{ reais}$

90. Gabarito: A

$\frac{10\,800}{x} = \frac{15}{23} . \frac{9}{12} . \frac{8}{6} \Rightarrow x = 16\,560 \text{ reais}$

91. Gabarito: D

$\frac{4}{x} = \frac{4}{6} . \frac{4}{6} . \frac{4}{6} \Rightarrow x = 13{,}5$

92. Gabarito: C

$\frac{12}{x} = \frac{1}{2} . \frac{20}{30} . \frac{12}{8} \Rightarrow x = 24$

93. Gabarito: A

$\frac{6}{x} = \frac{6\,000}{4\,000} . \frac{15}{20} . \frac{8}{12} \Rightarrow x = 8 \text{ dias}$

94. Gabarito: A

$\frac{2}{x} = \frac{2}{60} . \frac{30}{2} \Rightarrow x = 4 \text{ gatos}$

95. Gabarito: B

$\frac{10}{x} = \frac{150}{200} . \frac{20}{30} \Rightarrow x = 20$

96. Gabarito: A

$\frac{6}{x} = \frac{100}{125} . \frac{5}{8} \Rightarrow x = 12 \text{ homens}$

97. Gabarito: B

$\frac{5\,000}{x} = \frac{8}{6} . \frac{200}{120} \Rightarrow x = 2\,250$

98. Gabarito: C

Para o carro A, temos 143,00 : 2,6 = 55 litros e 660 km rodados (55 L . 12 km/L). O carro B, 140,00 : 2,8 = 50 litros, percorrendo, também, 660 km, logo 660 km : 50 = 13,2 km/L.

99. Gabarito: D

$$\frac{10}{x} = \frac{20}{24} . \frac{6}{7} . \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} \Rightarrow x = 21$$

Equações, produtos notáveis e fatoração

01. A) $x = -1$ B) $x = 3$ C) $x = \frac{2}{3}$

02. Gabarito: E
$2x + 10 - 15 + 3x = 10 \Rightarrow x = 3$.

03. Gabarito: A
$x + x + 0{,}50 = 0{,}60 \Rightarrow x = 0{,}05$.

04. Gabarito: E
$0{,}2x - 1{,}2 = 3 - 1{,}2x \Rightarrow x = 3$.

05. Gabarito: B
Se ele pagou R$ 1,80 de estacionamento e ainda ficou com R$ 15,00, ele saiu da última loja com a seguinte quantia: R$ 1,80 + R$ 15,00 = R$ 16,80. Se na quarta loja ele gastou metade do que tinha e ainda lhe sobrou R$ 16,80, ele chegou na última loja com R$ 16,80 . 2 = R$ 33,60. Se na terceira loja ele gastou metade do que tinha e ainda lhe sobrou R$ 33,60, ele chegou na terceira loja com R$ 33,60 . 2 = R$ 67,20. Se na segunda loja ele gastou metade do que tinha e ainda lhe sobrou R$ 67,20, ele chegou na segunda loja com R$ 67,20 . 2 = R$ 134,40. Se na primeira loja ele gastou metade do que tinha e ainda lhe sobrou R$ 134,40, ele chegou na primeira loja com R$ 134,40 . 2 = R$ 268,80. Assim, ele tinha inicialmente a quantia de R$ 268,80.

06. Gabarito: A
$2.(x + 1) + 2.(2x - 1) = 24 \Rightarrow x = 4$. Os lados são 5 e 7, logo a área é 5 . 7 = 35 m^2.

07. Gabarito: E
O número é x, logo: $\frac{3x}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2x}{3} \Rightarrow x = \frac{15}{2}$.

08. Considerando a idade dos gêmeos sendo x: $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10 \Rightarrow x = 12 \text{ anos}$. Logo, a soma será igual a 24.

09. Gabarito: E
Considerando o salário sendo x: $\frac{3x}{8} + \frac{x}{6} + \frac{x}{9} + 500 = x \Rightarrow 25x = 36\,000 \Rightarrow x = 1\,440$.

10. Gabarito: A
A corrida possui x metros, logo: $\frac{2x}{7} + \frac{2x}{5} + 660 = x \Rightarrow 2\,100 \text{ m} = 2{,}1 \text{ km}$

11. Gabarito: E
$800 + 20.x = 2\,400 \Rightarrow x = 80$ alunos.

12. Gabarito: C
Considerando o comprimento inicial sendo x: $x + 50x = 153$ cm $\Rightarrow x = 3$ cm.

13. Gabarito: D
Considerando os dois números do cartão x e y.

I. Digamos que tenha feito 5x.
II. $- 5x + 3$.
III. $- 2(5x + 3) = 10x + 6$.
IV. $(y + 1) + 10x + 6 = 73 \Rightarrow 10x + y + 7 = 73 \Rightarrow 10x + y = 66$.

Os possíveis números para x e y, dados no conjunto do enunciado, temos como única possibilidade $x = 6$ e $y = 6$, pois 10 . 6 + 6 = 66. Logo, $x + y = 12$.

14. A) $x = 15$ ou $x = -12$

B) $x = -4$ ou $x = -1$

15. Gabarito: B **16.** Gabarito: D **17.** Gabarito: C

18. Gabarito: B

$a = 5$ e $b = -\frac{3}{2}$

19. Gabarito: A

Para resolver essa questão use o seguinte conteúdo sobre equação de 2º grau:

A soma das raízes = $-\frac{b}{a}$ e a multiplicação das raízes = $\frac{c}{a}$. Logo,

$$\text{Logo, } \left.\begin{matrix} x' + x'' = -\frac{5}{2} \\ x'.\,x'' = -2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{m+n}{m.n} = \frac{-\frac{5}{2}}{2} = -\frac{5}{4}$$

20. Gabarito: D

Considerando (divisor).(quociente) + resto = 1 075

I. d = q + 5 (divisor excede de 5 o quociente)

II. q = r + 5 (quociente excede o resto em 5), então: r = q − 5 e substituindo em II: (q + 5).q + q − 5 = 1075 ⇒ q^2 + 5q + q − 5 = 1075 ⇒ q = 30 e d = 35.

21. Gabarito: D

As raízes são x′ = 2 e x″ = 3, logo a área do retângulo é A = 2 . 3 = 6 cm^2 e o perímetro P = 2 . 2 + 2 . 3 = 10 cm.

22. Gabarito: D

$x^2 + 2x = 15 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow x' = -5$ ou $x'' = 3$.

23. Gabarito: C

Resolvendo a equação, temos x′ = 3 ou x″ = 7, logo a área é A = 3 . 7 = 21 m^2.

24. Considerando daqui a x anos: $(14 + x) . (7 + x) = 228 \Rightarrow x^2 + 21x - 130 = 0$. Logo, x = 5 anos.

25. Gabarito: D

Números pares consecutivos: x e (x + 2), resolvendo: $x.(x + 2) = 360 \Rightarrow x^2 + 2x - 360 = 0$. Logo, x′ = 18 e x″ = −20, porém consideramos apenas os números naturais, logo x = 18 e x + 2 = 20, cuja soma é 38.

26. Gabarito: C

Se um dos lados é x, o outro é 3x. Assim, $P = A \Rightarrow 8x = 3x^2 \Rightarrow 3x^2 - 8x = 0 \Rightarrow x(3x - 8) = 0 \Rightarrow x = 0$ (não convém) ou $x = \frac{8}{3}$.

Portanto o maior lado mede $3 . \frac{8}{3} = 8$.

27. Gabarito: E

Como o perímetro do retângulo é 14, as dimensões deverão ser x e (7 − x). Como a área $A = 12 \Rightarrow x.(7 - x) = 12 \Rightarrow -x^2 + 7x - 12 = 0 \Rightarrow x = 3$ ou $x = 4$.

28. Gabarito: D

Substituindo os valores na equação, em x:

$$\begin{cases} 9a - 18 + p = 0 \Rightarrow p = 18 - 9a \\ \frac{a}{9} - 2 + p = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{9} - 2 + 18 - 9a = 0 \Rightarrow a = \frac{144}{80} = \frac{9}{5} \Rightarrow p = \frac{9}{5}$$

29. Gabarito: B

$x.(x + 200) = 480\,000 \Rightarrow x^2 + 200x - 480\,000 = 0 \Rightarrow x = 600$ ou $x = -800$ (não convém). Logo, as dimensões são x = 600 e x + 200 = 800.

30. Gabarito: E

$x = -1$ e $y = 7 \Rightarrow 7x + y = 0$.

31. Gabarito: B

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ x - y = 20 \end{cases} \Rightarrow x = 30 \text{ e } y = 10.$$

32. A) $$\begin{cases} 50s + 75c = 300 \\ 65s + 55c = 305 \end{cases}$$

B) Sanduíche = R$ 3,00 e copo de suco = R$ 2,00.

33. Gabarito: C

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 2x = 3y + 5 \end{cases}$$

x = 25 meninas e y = 15 meninos.

34. Gabarito: C

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases} \Rightarrow y = 1,4$$

35. Gabarito: E

$$\begin{cases} x + y = 1\,280 \\ y = \frac{x}{3} \end{cases} \Rightarrow x = 960 \text{ e } y = 320$$

36. Gabarito: D

$$\begin{cases} A = 2B \\ A - 27 = B + 27 \end{cases} \Rightarrow$$

B = 54 (quantidade de barras que Beatriz comprou).

A = 108 (quantidade de barras que Ana comprou). Ana deu 27 e ficou com 108 – 27 = 81. Beatriz recebeu 27 e ficou com 54 + 27 = 81 barras.

37. Gabarito: C
Considere Filial 1 = x e Filial 2 = y. Após o aumento entre as quantidades vendidas, temos: 1,18 . 10 000 = 11 800 unidades.

Assim, $\begin{cases} 5x = 3y \\ x + y = 11\,800 \end{cases} \Rightarrow x = 4\,425 \text{ e } y = 7\,375.$

38. Gabarito: E

$$\begin{cases} x + y = 1\,200 \\ y = 3x \end{cases} \Rightarrow y = 900$$

39. Gabarito: B

$$\begin{cases} 0{,}21p + 0{,}18q = 192 \\ p + q = 1\,000 \end{cases} \Rightarrow p = 400$$

40. Gabarito: A

$$\begin{cases} p = a \\ p + x = a - x + 248 \end{cases} \Rightarrow x = 124$$

41. Considere x = nº de pessoas, A = almoço e J = jantar, temos: $\begin{cases} x.(J+3) = 56 \\ x.J = 35 \end{cases} \Rightarrow 35 + 3x = 56 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow J = 5 \Rightarrow A = 8$
São 7 pessoas e cada uma pagou R$ 8,00 pelo almoço.

42. Considerando x = nº de senhores e y = nº de senhoras:

$$\begin{cases} x + y = 560 \\ 12x + 10y = 6\,270 \end{cases} \Rightarrow x = 335 \text{ e } y = 225$$

43. Fazendo a = quantidade de ingressos comprados por adultos e t = total de ingressos vendidos, tem-se que 12 . a + 7 . 2a = 1 638 ⇒ a = 63 e t = 3.a = 189.

44. Gabarito: B

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 3x + 2y = 120 \end{cases} \Rightarrow x = 20$$

45. Gabarito: C
Considere y = limão e x = coco, temos:

$\begin{cases} x + y = 24 \\ y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow$ x = 11 e y = 13. Logo, em 10 caixas: 10 . 13 = 130.

46. A) (0, 3) ou (–4, –1)

B) (3, 4) ou $\left(-\dfrac{8}{6}, -9\right)$

C) (–1, –12) ou (12, 1)

47. $\begin{cases} x + y = 15 \\ x.y = 56 \end{cases} \Rightarrow$ x = 7 e y = 8. A diferença é 8 – 7 = 1.

48. Gabarito: B

$\begin{cases} x^2 - y^2 = 144 \\ \dfrac{y}{x} = \dfrac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow$ x = 15 e y = 9.

49. Gabarito: E

$\begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 + y^2 = 68 \end{cases} \Rightarrow$ x = –2 e y = 8 ou y = –2 e x = 8. De toda forma, o módulo da diferença é 10.

50. Gabarito: C

Considerando n = o número de sanduíches comprados inicialmente e p o preço de custo unitário.

Logo, $\begin{cases} n.p = 180 \\ (n-6).(n+2) = (n+30).p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n.p = 180 \\ n = 18p + 6 \end{cases} \Rightarrow 3p^2 + p - 30 = 0 \Rightarrow p = 3$

51. A) $x^2 + 2xy + y^2$

B) $9a^2 + 48a + 64$

C) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

D) $a^2 - 8a + 16$

E) $4a^2 - 4ab + b^2$

F) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

G) $x^2 - y^2$

H) $4a^2 - b^2$

I) $9x^2 - 4y^2$

J) $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

K) $8a^3 + 12a^2y + 6ay^2 + y^3$

L) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$

M) $a^3 - 9a^2 + 27a - 27$

N) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

O) $27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$

52. Gabarito: D

$x^2 - 2xy + y^2 - (x^2 + 2xy + y^2) = -4xy$.

53. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a^2 + b^2) - 2.ab = 117 - 2.54 = 9$.

54. Gabarito: E

55. A) $3(x - 3)$

B) $a.(b + 2)$

C) $5y.(y + 2)$

D) $ab.(a^2 + 2)$

E) $x.(x - 8)$

F) $6.(2m - 1)$

G) $(x + y).(x - y)$

H) $(2a + b^3)(2a - b^3)$

I) $\left(\frac{1}{2}a + \frac{7}{12}\right).\left(\frac{1}{2}a - \frac{7}{12}\right)$

J) $(x^2 - 4y).(x^2 + 4y)$

K) $(a^2 + b^2).(a^2 - b^2)$

L) $\left(\frac{x^4}{10} + 1\right).\left(\frac{x^4}{10} - 1\right)$

56. A) $(x + 4)^2$

B) $(2x - 3)^2$

C) $\left(\frac{x}{2} - y\right)^2$

D) $(5a + 8b)^2$

E) $(x^2 - y^3)^2$

F) $(x + 7).(x + 2)$

G) $(x - 3)(x - 6)$

H) $(x - 6)(x - 2)$

I) $(x - 3)(x + 1)$

57. A) $(a + b)(4x + 3y)$

B) $(x + 1)(5x - 4b)$

C) $(a + b).(a - b + 2)$

D) $4xy(2y - x) + 3x^2y(3x + y2)$

E) $(ax^3 + c)(x + b)$

F) $(x - y)(5z - 7)$

G) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

H) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

I) $(4 + 3b)(16 - 12b + 9b^2)$

J) $(a + y)(a^2 - ay + y^2)$

K) $(a + 5b)(a^2 - 5ab + 25b^2)$

L) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

M) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

N) $(4 - 3b)(16 + 12b + 9b^2)$

O) $(2a - y)(4a^2 + 2ay + y^2)$

P) $(a - 5b)(a^2 + 5ab + 25b^2)$

Q) $2(y - 1)^2$

R) $(3x^2 + 6)(x + 3)$

S) $2x(x + 3)^2$

58. Gabarito: D

59. Gabarito: B

60. A) $(x - 10)^2$

B) $(2p + 3)^2$

C) $(m^2 - n)^2$

D) $\left(\frac{3y}{2} - \frac{1}{3}\right)^2$

E) $(x - 5)(x + 3)$

F) $(ab + 32)(ab - 32)$

G) $(4x - 5)(4x + 5)$

H) $(y^2 - 18)(y^2 + 18)$

I) $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$

J) $(a + 4)(a^2 - 4a + 16)$

61. A) $x^2(x - 1)(x - 7)$

B) $(3a + 5)^2$

C) $(10x - 4)(10x + 4)$

D) $(a + b)(x^2 - 9)$

E) $5(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

62. $2a^2b - ab^2 = x \Rightarrow ab(2a - b) = x \Rightarrow 10 . 6 = x \Rightarrow x = 60$

63. $(1\,253 - 1\,252).(1\,253 + 1\,252) = 2\,505 \Rightarrow$ soma $= 12$

64. Gabarito: C
$ab(a - b) = 210 \Rightarrow ab . 7 = 210 \Rightarrow ab = 30$

65. $xy(x + y) = 39 \Rightarrow x + y = 507$

66. Gabarito: B

67. Gabarito: A

68. Gabarito: B
$(12{,}25 - 10{,}25).(12{,}25 + 10{,}25) = 45$

69. Gabarito: B

70. Gabarito: C
$(375 - 374).(375 + 374) = 749$. Soma $= 20$

71. $(57{,}62 - 42{,}38)(57{,}62 + 42{,}38) = 15{,}24 . 100 = 1\,524$

72. A) $\frac{-ab}{3a - 2b}$

B) $\frac{-1}{2ab - 1}$

C) $\frac{2 + 3xz}{5xy}$

D) $\frac{3a^2 + 1}{4x}$

E) $-\frac{3y - z}{3y - z} = -1$

73. A) $\frac{a - b - 3}{x + 3}$

B) $\frac{3a}{2b}$

C) $\frac{y - 5}{y - 2}$

74. Gabarito: B

$$\frac{m(m+1)}{5(m+1)^2}=\frac{m}{5m+1}$$

75. Gabarito E

$$\frac{(x+2)(x-2)(x^2-2x+4)}{x^2-2x+4}=(x+2)(x-2)=x^2-4$$

Matemática Financeira

01. Gabarito: B

$$\frac{40}{100}=\frac{32}{x}\Rightarrow x=80\%$$

02. Gabarito: A
24 + 6,5 = 30,5%. O jardim será 100 – 30,5 = 69,5% de 840 = 583,8 m².

03. Gabarito: C
Romance: 31% de 1200 = 372 pessoas. Humor: 9% de 1 200 = 108 pessoas.

04. Gabarito: E
Bermudas defeituosas: 8% de 250 = 20. Camisetas defeituosas: 6% de 150 = 9.

Total de peças defeituosas: 29 + 9 = 29. Porcentagem: $\frac{29}{400}$ = 0,0725 = 7,25%.

05. Gabarito: C
6 h após a dose: 1ª) 250 . 10% = 25 mg; 2ª) (25 + 250) . 10%= 27,5 mg; 3ª) (27,5 + 250) . 10% = 27,75 mg. Logo após a 4ª dose: 27,75 + 250 = 277,75 mg.

06. Gabarito: D
Há 40 mulheres com curso superior num total de 30 + 50 + 40 + 10 + 50 + 20 = 200 pessoas. O percentual corresponde a 40 : 200 = 20%.

07. Gabarito: B

$$\frac{384}{100}=\frac{70}{x}\Rightarrow x\cong 18,2\%$$

08. Gabarito: B
Considerando x o total de luminárias, 2% de 40% de x + 6% de 60% de x:

0,02 . 0,40x + 0,06 . 0,6 . x = 0,044 . x = 4,4% do total.

09. Gabarito: D
876 . 23% = 876 . 0,23 = 201,48 kg

10. Gabarito: A
0,91 . 190 milhões = 172,90 milhões, maior que 0,99 . 128 milhões = 126,72 milhões.

11. Gabarito: E
Total fumantes na turma = 40 . 0,20 + 40 . 0,30 = 20, sendo o total da turma = 80. Logo, 20 : 80 = 0,25 = 25% fumam, sendo os não fumantes na turma = 75%

12. Seja x o número de litros de água do mar necessários para produzir 15 kg de sal. Logo, temos 0,03 . x = 15 ⇒ x = 500 L.

13. Gabarito: A
Considere que: $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{4}{15}$. Sendo 30% de terra, $\frac{30}{100}.\frac{4}{15}=\frac{8}{100}=8\%$ da superfície é usada para cultivo.

14. Gabarito: C
Mulheres estrangeiras: 0,6 . 0,25 . 2 400 = 360. Homens estrangeiros: 2 400 – 1440 - 672 = 288.
Total de estrangeiros: 288 + 360 = 648. O percentual de estrangeiros é dado por 648 : 2 400 = 0,27 = 27%

15. Gabarito: A) 30% B) 33,33%

A) Metade dos carrinhos da caixa grande representa 30% do total de carrinhos.

B) Se metade dos carrinhos em cada caixa pequena é verde, há 20% de carrinhos verdes distribuídos nas caixas pequenas. Assim, para completar os 40% de carrinhos verdes são necessários mais 20% de carrinhos verdes na caixa grande, que representam um terço dos carrinhos na caixa grande (ou 33,33%).

16. Gabarito: C

$$\frac{1}{3}-\frac{333}{1000}=\frac{x}{100}.\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{1}{3\,000}=\frac{x}{100}.\frac{1}{3}\Rightarrow x=0{,}1$$

17. Gabarito: A

Salário = 12 000 . 0,08 + 670 = 1 630

18. Gabarito: A

Da tabela, temos 190 800 000 – 56 300 000 = 134 500 000 pessoas com 18 anos ou mais. Assim, o número de mulheres com 18 ou mais anos é 0,52 . 134 500 000 = 69 940 000 ≅ 70 milhões.

19. Gabarito: C

Número de algarismos que ocupam o final das placas: 10. Que são proibidos de rodar diariamente: 4. Supondo uma distribuição uniforme de finais de placas, o percentual da frota que rodará diariamente será: $\frac{10-4}{10}.100=60\%$

20. Gabarito: E

Sendo t o total de equipamentos e x a quantidade de computadores que foram para a reciclagem, temos:

0,75 . t = x + 0,80 . 0,40 . t ⇒ 0,75 . t = x + 0,32 . t ⇒ x = 0,43 . t

Dessa forma, a quantidade de computadores que foram para reciclagem corresponde a 43% do total de aparelhos.

21. Gabarito: A

Se 60% do grupo de 40% desempregados não concluíram o ensino médio, então 100 – 60 = 40% do grupo concluíram o ensino médio. Logo: 0,40 . 0,40 = 0,16 = 16%

22. Gabarito: C

320 . 0,60 . 20 = 3 840 g = 3,84 kg

23.
A) 96
B) 68,875
C) 45,5
D) 18,24
E) 0,22

24. Gabarito: C

$$\frac{300-200}{200}.100=50\%$$

25. Gabarito: R$ 90,00.

$$x=\frac{10{,}80\,.\,100}{12}\Rightarrow x=90$$

26. Gabarito: B

$$\frac{15\%}{2\,250}=\frac{85\%}{x}\Rightarrow x=12\,750$$

27. Gabarito: A

$$\frac{80\%}{2\,500}=\frac{100\%}{x}\Rightarrow x=3\,125$$

28. Gabarito: E

$$\frac{25\,560-18\,000}{18\,000}.100=42\%$$

29. Gabarito: E

$$\frac{1{,}90-1{,}71}{1{,}9}.100=10\%$$

30. Gabarito: C

$$\frac{200-100}{200}.100=50\%$$

31. Gabarito: D

$$\frac{100\%}{160\%}=0{,}625=62{,}5\%$$

32. Gabarito: D
Tributo sobre o salário bruto: 13,3% de 2 500 = 332,50. Tributo sobre produtos e serviços: 31,5% de 1800 = 567.
Total gasto com tributos: 332,50 + 567 = 899,50 reais. Logo, $\frac{899,50}{2\,500} . 100 = 35,98 \cong 36\%$.

33. Gabarito: A
1ª pessoa: comprou por x e vendeu por 1,1 . x
2ª pessoa: comprou por 1,1.x e vendeu por 1,1 . 1,1 . x = $(1,1)^2$. x
3ª pessoa: comprou por $1,1^2$.x e vendeu por 0,9 . $(1,1)^2$. x = 1,089 . x
Logo, 1,089 . x = 13 068 ⇒ x = R$12.000,00

34. Gabarito: B
Considerando x o valor integral do IPTU de Mangaratiba, temos 0,85 . x = 1 530 ⇒ x= 1 800. Considerando y o valor integral do IPTU do Rio, temos 0,93 . y = 2 790 ⇒ y= 3 000. O pagamento integral é 1 800 + 3 000 = 4 800 reais. E o pagamento total com desconto é 1 530 + 2 790 = 4 320 reais. Logo, a economia para quem pagar as duas com descontos é 4 800 - 4 320 = 480 reais. O desconto total é 480 : 4800 . 100 = 10%

35. Gabarito: B
SP: 1,10 . x = 495 000 ⇒ x = 450 000
PA: 0,90 . y = 495 000 ⇒ y = 550 000

36. Gabarito: E
$$\frac{105 - 72}{72} = \frac{33}{72} \cong 0,46 = 46\%$$

37. Gabarito: A
Preço antigo = 100%. Preço novo = 117%. $\frac{117}{100} = \frac{100}{x} \Rightarrow x \cong 85,5\%$. O desconto é de 100 – 85,5 = 14,5%

38. Gabarito: 12,5%
$$\frac{3\,200 - 2\,800}{3\,200} . 100 = 12,5\%$$

39. Gabarito: A
35 000 . (1 – 0,18) = 35 000 . 0,82 = 28 700

40. Gabarito: D
0,92 . x = 1 518 ⇒ x = 1 650

41. Gabarito: A
À vista: 800 . 0,90 = 720. A prazo: 720 . 1,03 = 741,60. Diferença: 21,60

42. Gabarito: B
1,183 . x = 2,07 ⇒ x ≅ 1,75 milhão.

43. Gabarito: 1,37 bilhão
1,217 . x = 1,67 bilhão ⇒ x ≅ 1,37 bilhão

44. A) 0,1
B) 0,0165
C) 0,1
D) 6,25

45. A) 132,25
B) 81,00
C) 99,00
D) 114,00

46. Gabarito: A

47. Gabarito: C
1,06 . 1,10 . 1,12 = 1,30592, que corresponde a um reajuste de, aproximadamente, 30,6%.

48. Gabarito: B
5,00 . 1,10 . 0,90 = 4,95

49. Gabarito: B
Considerando x a quantia inicial, no 1º mês ela perdeu 0,3 . x e no 2º mês ela recuperou 0,6 . 0,3 . x = 0,18 . x, ficando com 0,7 . x + 0,18 . x = 0,88 . x, tendo um prejuízo de 100 – 88 = 12%

50. Gabarito: 28%
O valor cobrado é de (1 – 0,1) . (1 – 0,2) = 0,72 do valor total. Ou seja, o desconto é de 100 – 72 = 28%

51. Gabarito: B
A porcentagem da renda gasta com energia é, após o desconto, de: 15,60 . (1 – 0,20) = 12,48%

52. Gabarito: C
Para que em 2012 o valor das ações volte ao total de 2010: (1 – 0,30) . i = 1 ⇒ i ≅ 1,43. Ou seja, valorização de 43%

53. Gabarito: C
P . 1,08 . 1,012 = 756 ⇒ P = 625 e 625 . 1,2 = 750. Logo, 756,00 – 750,00 = 6,00

54. Gabarito: E
0,86 . 0,86 . i = 100% ⇒ 0,7396. i = 100% ⇒ i ≅ 135,21%. Logo, deve aumentar 35,21%

55. Gabarito: B
Considerando x o valor inicial: 1,08 . 0,94 . x = 126,9 ⇒ x = 125,00

56. Gabarito: B
1,20 . 1,20 . 0,90 = 1,296, aumento de 29,6%

57. Gabarito: E
1,80 . 1,80 . x = 3,24 . x

58. Gabarito: C
0,80. 0,70 = 0,56, ou seja, 56%, sendo 100 - 56 = 44% de desconto.

59. Gabarito: E
Considere que o aparelho seja R$ 100,00. As duas opções são:

I. À vista: R$ 90,00

II. Duas parcelas de R$ 50,00. Como uma parcela é paga no ato, 90 – 50 = 40 reais é pago com juros no próximo mês: (1+x) . 40 = 50 ⇒ x = 0,25 = 25%

60. Gabarito: B

$$J = \frac{23\,500\,.\,4\,.\,3}{100} \Rightarrow J = 2\,820{,}00$$

61. Gabarito: A

$$J = \frac{3\,000\,.\,6\,.\,2}{100} \Rightarrow J = 360$$

62. Gabarito: B

$J = \dfrac{10\,000\,.\,15\,.\,\frac{10}{30}}{100} \Rightarrow J = 500$ e M = 10 000 + 500 = R$ 10 500,00

63. Gabarito: C
Pagando R$ 460,00 no ato, fica de dívida: 860 – 460 = 400 reais. Logo, a taxa de juros é $\dfrac{460-400}{400}.100 = 15\%$

64. Gabarito: E

$11\,200 = C + \dfrac{C\,.\,18\,.\,\frac{8}{12}}{100} \Rightarrow 11\,200 = 1{,}12\,.\,C$. Assim, C = 10 000

65. Gabarito: C

$$192 = \frac{C\,.\,30\,.\,\frac{8}{12}}{100} \Rightarrow C = 960$$

66. Gabarito: B

$J = \dfrac{80\,.\,2{,}4\,.\,\frac{45}{30}}{100} \Rightarrow J = 2{,}88$. Assim, M = 80 + 2,88 = 82,88

67. Gabarito: C

$$\begin{cases} C_{ouro} + C_{CDB} = 100\ 000 \\ \dfrac{C_{ouro}.1.8}{100} + \dfrac{C_{CDB}.1.10}{100} = 8\ 500 \end{cases}$$

$$8 . C_{ouro} + 100\ 000 - 10 . C_{ouro} = 850\ 000 \Rightarrow C_{ouro} = 75\ 000$$

68. Gabarito: A

Seja x o valor de cada parcela. Como a segunda parcela é o montante obtido sobre o saldo devedor, $M = C . (1 + i . t) \Rightarrow$ $x = (1\ 050 - x)(1 + 0{,}1 . 1) \Rightarrow x = 1\ 155 - 1{,}1 . x \Rightarrow x + 550$

69. Gabarito: D

$J = 1\ 320 - 600 = 720 \Rightarrow 600 . 0{,}30 . t = 720 \Rightarrow t = 4$ anos.

70. Gabarito: R$ 630,00.

O restante é de 1 000 – 400 = 600. Assim, 600 . 1,05 = 630

71. Gabarito: D

O restante é de 30 000 – 20 000 = 10 000 reais. Assim, $11\ 200 - 10\ 000 = 10\ 000 . i . 1 \Rightarrow i = 12\%$

72. Gabarito: C

O valor da dívida um mês depois do contrato inicial era: 1,15 . 1 400 = 1 610 reais. Após o pagamento de R$ 750,00, a dívida passou a ser de R$ 860,00. O valor dessa dívida foi integralmente pago um mês depois, nas mesmas condições do empréstimo anterior. O valor pago foi, portanto: 1,15 . 860 = 989 reais.

73. Gabarito: B

Considerando que o produto custa R$100,00, temos, à vista 100 . 0,75 = 75 reais e a prazo 2 parcelas de 50 reais cada.

$$\frac{75 - 50}{100} = \frac{50 - 25}{x} \Rightarrow x = 100\%$$

74. Gabarito: E

$M = 3\ 000 . (1 + 0{,}03)^8 = 3\ 000 . 1{,}03^8 = 3\ 000 . 1{,}27 = 3\ 810$

75. Gabarito: C

$M = 4\ 000 . (1{,}04)^3 = 4\ 000 . 1{,}124864 \cong 4\ 499{,}46$

76. Gabarito: C

$M = 20\ 000 . (1{,}10)^4 = 29\ 282{,}00$

77. Gabarito: R$ 40 000,00

$$53\ 240 = C . (1{,}1)^3 \Rightarrow C = \frac{53\ 240}{1{,}331} \Rightarrow C = 40\ 000$$

78. Gabarito: D

Sabendo que 180 dias = 6 meses:

$9\ 000 = C . (1{,}10)^6 \Rightarrow C = \dfrac{9\ 000}{1{,}8} \Rightarrow C = 5\ 000$. Logo, os pagamentos foram de 5 000 – 1 250 = 3 750 reais.

79. Gabarito: D

Após 3 anos do primeiro depósito, $M = 10\ 000 . (1{,}1)^3 = 13\ 310$

Com o novo depósito, M = 13 310 + 12 000 = 25 310

Após mais um ano, M = 25 310 . 1,1 = 27 841 reais.

80. Gabarito: A

Sob juros compostos: $M = 20\ 000 . (1{,}03)^2 = 21\ 218$ reais. Logo, J = 21 218 – 20 000 = 1 218 reais.

Sob juros simples: $1\ 218 = \dfrac{11\ 600 . i . \dfrac{15}{12}}{100} \Rightarrow 121\ 800 = 14\ 500 . i \Rightarrow i = 8{,}4\%$