

No início de 2017, o Brasil registrou uma das maiores epidemias de febre amarela de sua história. Em uma aula de Biologia, a professora dividiu a classe em dois grupos, solicitando que discutissem previamente e apresentassem seus conhecimentos sobre a doença. Os grupos trouxeram as seguintes informações:

Grupo 1 – Trata-se de doença associada ao saneamento precário, à falta de banheiros e ao consumo de alimentos contaminados. Na zona urbana, a transmissão da febre amarela é feita pelo mesmo transmissor de outras doenças, o que potencializa a propagação de várias enfermidades.

Grupo 2 – A forma silvestre da febre amarela encontra-se associada a ambientes abertos e secos, e a expansão da fronteira agrícola contribui para que a doença se espalhe pelas áreas urbanas. A vacinação é a forma mais eficaz para combater a disseminação da doença.

- a) Com relação às informações apresentadas pelo Grupo 1, identifique a informação que está correta, complementando-a com detalhes que confirmem sua veracidade.
- b) Com relação às informações apresentadas pelo Grupo 2, identifique a informação que está errada, reescrevendo-a de modo correto.

#### **Resolução**

- a) **Estão corretas as informações que na zona urbana, a transmissão da febre amarela é feita pelo mesmo transmissor de outras doenças, pois a fêmea do *Aedes aegypti*, quando infectada, pode transmitir várias viroses, como: a febre amarela urbana, a febre chikungunya, o vírus da zika e a dengue.**
- b) **A informação errada do grupo 2 é a relativa à forma silvestre da febre amarela associada a ambientes abertos e secos. O correto seria: a forma silvestre da febre amarela encontra-se associada a ambientes fechados e úmidos.**

Em Galápagos, Charles Darwin fez várias observações sobre os tentilhões, aves que habitam diferentes ilhas desse arquipélago.

Em uma dessas ilhas, tais observações levaram às seguintes constatações:

- 1 - Os tentilhões pertenciam a várias espécies distintas.
- 2 - Algumas dessas espécies habitavam a vegetação esparsa, próxima ao solo e outras habitavam o alto das árvores da vegetação mais densa.
- 3 - Os diferentes tipos de bicos encontrados nessas espécies estavam associados à obtenção de diferentes tipos de alimentos, segundo o ambiente em que viviam.

Usando exclusivamente as informações do texto, responda:

- a) A ilha é habitada por duas populações de tentilhões? Os tentilhões presentes nessa ilha ocupam dois diferentes habitats? Justifique suas respostas.
- b) Nas condições apresentadas pelo texto, ocorre competição interespecífica por espaço e alimento nessa ilha? Justifique sua resposta.

### **Resolução**

- a) **Não. Os tentilhões pertencem a várias espécies diferentes e cada uma constitui uma população. Sim. Dois habitats podem ser observados:**
  1. Vegetação esparsa próxima ao solo.
  2. Vegetação arbórea.
- b) **Pelo espaço pode ocorrer competição, mas pelo alimento não, porque essas aves apresentam bicos diferentes e, conseqüentemente, diferentes formas de alimentação.**

O surgimento do fruto e o surgimento do endosperma, tecido de reserva que nutre o embrião, são considerados importantes novidades evolutivas das Angiospermas, contribuindo para que esse grupo de plantas domine grande parte dos ambientes terrestres do planeta.

- a) Cite duas vantagens que, em termos evolutivos, os frutos representaram na conquista do ambiente terrestre.
- b) A ocorrência de um tecido que armazena nutrientes para o embrião não é exclusividade das Angiospermas. Cite o grupo de plantas no qual esse tipo de tecido também ocorre. Explique por que na realização de suas funções o endosperma das Angiospermas é mais eficaz do que o tecido de reserva desse grupo.

#### **Resolução**

- a) **Na conquista do ambiente terrestre, o fruto protege as sementes que contêm o embrião e também contribui para a disseminação das espécies, já que alguns animais, ao se alimentarem deles, eliminam as sementes em suas fezes. Na dispersão das sementes, as plantas-mãe podem ficar distantes das plantas-filhas, promovendo um isolamento geográfico e reprodutivo e, conseqüentemente, gerando novas espécies.**
- b) **O endosperma, que é o tecido que armazena nutrientes para o embrião, está presente também no grupo das gimnospermas. O endosperma das angiospermas é triploide ( $3n$ ), o que garante uma maior eficiência no armazenamento de reservas, se comparado ao endosperma haploide ( $n$ ) do grupo das gimnospermas.**

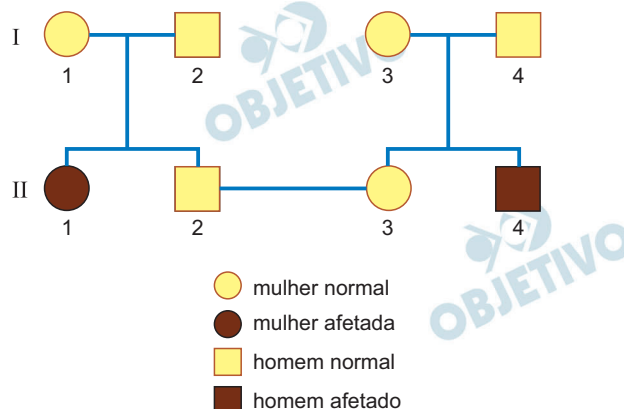
No desenvolvimento dos mamíferos, três anexos embrionários (âmnio, alantoide e saco vitelínico) dão origem ao cordão umbilical, constituído por uma veia e duas artérias. No feto, a troca gasosa é feita na placenta: o sangue proveniente da placenta é transportado pela veia umbilical até o feto e bombeado, pelo coração, para cérebro e membros. Ao retornar ao coração, o sangue é bombeado para as artérias umbilicais, voltando para a placenta.

- a) Âmnio, alantoide, saco vitelínico (ou vesícula vitelínica) e placenta são estruturas ligadas ao desenvolvimento embrionário e fetal. Qual dessas estruturas está presente em todos os grupos de vertebrados? Quais delas ocorrem em todos os grupos de vertebrados, exceto nos peixes e nos anfíbios?
- b) Considerando o que foi descrito sobre circulação fetal e as funções da placenta, pode-se afirmar que a concentração de oxigênio (alta ou baixa) no sangue presente nas artérias umbilicais é semelhante àquela encontrada na maioria das artérias do corpo da mãe? Justifique sua resposta.

#### **Resolução**

- a) **O anexo embrionário que ocorre em todos os vertebrados é o saco vitelínico, embora atrofiado na maioria dos mamíferos. Com a conquista do ambiente terrestre, os vertebrados desenvolveram o Âmnion e o alantoide no interior do ovo com casca.**
- b) **Não. A concentração do oxigênio nas artérias do organismo materno, especialmente na artéria aorta, difere da artéria umbilical fetal. Ocorre maior concentração de oxigênio na maioria das artérias da mãe, enquanto na do feto, elevada concentração de CO<sub>2</sub>.**

Um casal buscou um serviço de aconselhamento genético porque desejava ter filhos. Os indivíduos desse casal possuíam, em suas respectivas famílias, indivíduos afetados por uma mesma doença genética. O geneticista consultado detectou que havia um único gene envolvido na patologia das famílias e constatou que marido e mulher eram heterozigóticos. A partir dos dados obtidos, foi elaborado o seguinte heredograma:

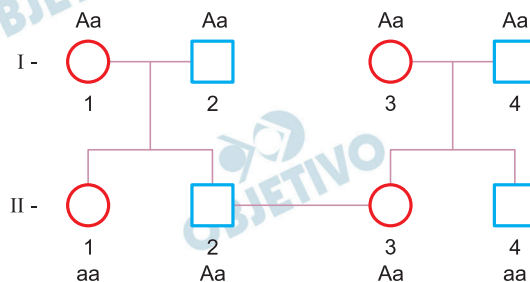


Considere que o estudo de caso foi realizado com o casal II2 – II3 do heredograma.

- Se o casal tiver uma filha e um filho, alguma das duas crianças tem maior probabilidade de ser clinicamente afetada pela doença? Justifique sua resposta, mencionando dados do heredograma.
- Determine a probabilidade de uma primeira criança, clinicamente normal e independentemente do sexo, não possuir o alelo para a doença. Determine a probabilidade de uma primeira criança ser menina e manifestar a doença.

### Resolução

- No heredograma, os casais da primeira geração (I-1/I-2 e I-3/I-4) são formados por indivíduos fenotipicamente iguais e ambas possuem um descendente afetado, o que evidencia uma herança autossômica recessiva. Desta forma, indivíduos do sexo masculino ou feminino têm a mesma probabilidade de apresentar a doença.



- $P(\text{criança normal e sem o alelo da doença}) = P(AA) = 1/3$

♀	♂	A	a
A		AA	Aa
a		Aa	aa

$$P(\text{menina e doente}) = P(\text{♀ e aa}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

Considere as seguintes propriedades dos materiais: massa, volume, dureza, densidade, cor, transparência, permeabilidade, temperatura de fusão e condutividade elétrica.

- a) Quais dessas propriedades são consideradas propriedades gerais dos materiais? Justifique sua resposta.
- b) Quais dessas propriedades devem, necessariamente, ser levadas em consideração para a escolha de um material a ser utilizado na confecção de panelas?

**Resolução**

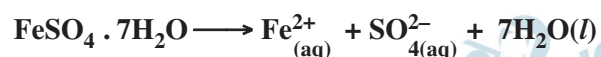
- a) **Propriedades gerais dos materiais são comuns a todos os materiais. Deste modo, massa e volume são propriedades gerais dos materiais.**
- b) **O material utilizado na confecção de panelas deve apresentar temperatura de fusão elevada (para que não derreta quando a panela for aquecida) e ser impermeável a solventes.**

Um volume de 100 mL de solução aquosa de sulfato de ferro(II) passou por um processo de evaporação lento e completo, obtendo-se 2,78 g de cristais de  $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ .

- a) A solução aquosa de sulfato de ferro(II) é condutora de corrente elétrica? Justifique sua resposta.
- b) Calcule a quantidade de sal hidratado, em mol, obtido após a evaporação. Determine a concentração inicial de  $\text{FeSO}_4$  na solução, em mol/L, antes da evaporação.

### Resolução

- a) **Sim, pois o sulfato de ferro (II) em solução aquosa possui íons livres, de acordo com a equação seguinte:**



Os íons livres possuem mobilidade e, portanto, podem se movimentar em fluxo ordenado, caracterizando a corrente elétrica.

- b) I) Cálculo da massa molar do  $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ :

$$M = \underbrace{1 \cdot 56\text{g/mol}}_{\text{Fe}} + \underbrace{1 \cdot 32\text{g/mol}}_{\text{S}} + \underbrace{4 \cdot 16\text{g/mol}}_{\text{O}} + \underbrace{7 \cdot 18\text{g/mol}}_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$M = 278 \text{ g/mol } \text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$$

$$\text{II) } n = \frac{m}{M} \Rightarrow n = \frac{2,78 \text{ g}}{278 \text{ g/mol}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = 0,01 \text{ mol de } \text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$$

$$\text{III) } M = \frac{0,01 \text{ mol}}{0,1 \text{ L}} = 0,1 \text{ mol/L}$$

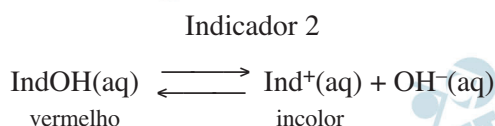
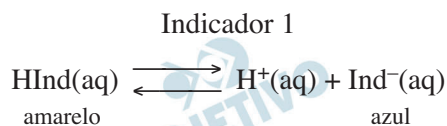
Resposta:

Pode-se obter 0,01 mol de  $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$  após a evaporação e a concentração inicial da solução é 0,1 mol/L.



Indicadores ácido-base são ácidos orgânicos fracos ou bases orgânicas fracas, cujas dissociações em água geram íons que conferem à solução cor diferente da conferida pela molécula não dissociada.

Considere os equilíbrios de dissociação de dois indicadores representados genericamente por HInd e IndOH.



- Qual desses indicadores é o ácido fraco e qual é a base fraca. Justifique sua resposta.
- Que cor deve apresentar uma solução aquosa de ácido clorídrico diluído quando a ela for adicionado o indicador 1? Por que essa solução de ácido clorídrico mantém-se incolor quando a ela é adicionado o indicador 2 em vez do indicador 1.

#### Resolução

- HInd é um ácido fraco, pois ao ser dissolvido em água, libera íons  $\text{H}^+$ .  
IndOH é uma base fraca, pois, ao ser dissolvida em água, libera íons  $\text{OH}^-$ .**
- Ao adicionar o ácido clorídrico no indicador 1, aumenta a concentração do íon  $\text{H}^+$ , deslocando o equilíbrio no sentido HInd, que tem cor amarela. Ao adicionar o ácido clorídrico no indicador 2, ocorre a diminuição da concentração do íon  $\text{OH}^-$ , devido à neutralização com o íon  $\text{H}^+$  do HCl, deslocando o equilíbrio no sentido de Ind<sup>+</sup>, que é incolor.**

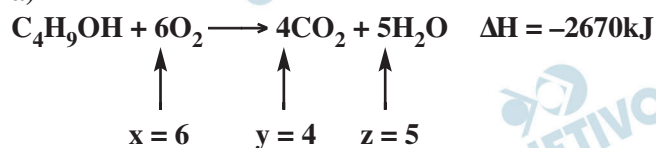
A equação representa a combustão completa do butan-1-ol.



- a) Reescreva essa equação com os valores numéricos de  $x$ ,  $y$  e  $z$ , indicando, ao lado da equação, a quantidade de energia envolvida utilizando a notação  $\Delta H$ .
- b) Escreva as fórmulas estruturais de dois isômeros de função do butan-1-ol.

### Resolução

a)



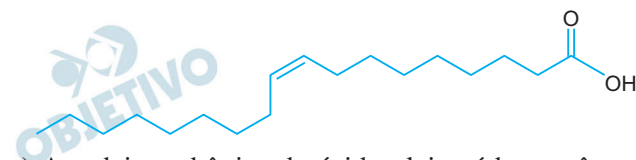
- b) Isômeros de função do butan-1-ol.



e



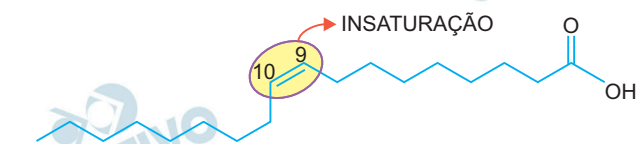
Analise a fórmula que representa a estrutura molecular do ácido oleico.



- a) A cadeia carbônica do ácido oleico é homogênea ou heterogênea? Saturada ou insaturada?
- b) Escreva as fórmulas molecular e mínima do ácido oleico.

### Resolução

- a) A cadeia do ácido oleico é homogênea porque não possui heteroátomo em sua estrutura. Sua cadeia é insaturada, pois apresenta dupla ligação entre os carbonos 9 e 10, conforme a representação abaixo:



- b) Fórmula molecular:  $C_{18}H_{34}O_2$

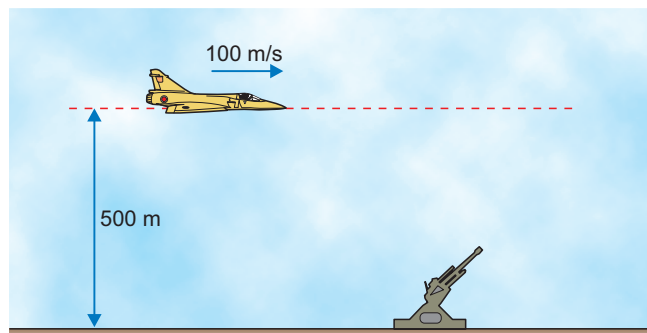
$$\begin{array}{c} \downarrow \div 2 \\ \text{Fórmula mínima: } C_9H_{17}O \end{array}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1 H hidrogênio 1,01	2 He hélio 4,00	3 Li lítio 6,94	4 Be berílio 9,01	5 B boro 10,8	6 C carbono 12,0	7 N nitrogênio 14,0	8 O oxigênio 16,0	9 F flúor 19,0	10 Ne néon 20,2	11 Na sódio 23,0	12 Mg magnésio 24,3	13 Al alumínio 27,0	14 Si silício 28,1	15 P fósforo 31,0	16 S enxofre 32,1	17 Cl cloro 35,5	18 Ar argônio 40,0
19 K potássio 39,1	20 Ca cálcio 40,1	21 Sc escândio 45,0	22 Ti titânio 47,9	23 V vanádio 50,9	24 Cr cromo 52,0	25 Mn manganês 54,9	26 Fe ferro 55,8	27 Co cobalto 58,9	28 Ni níquel 58,7	29 Cu cobre 63,5	30 Zn zinco 65,4	31 Ga gálio 69,7	32 Ge germânio 72,6	33 As arsênio 74,9	34 Se selênio 79,0	35 Br bromo 79,9	36 Kr criptônio 83,8
37 Rb rubídio 85,5	38 Sr estrôncio 87,6	39 Y itrio 88,9	40 Zr zircônio 91,2	41 Nb níbio 92,9	42 Mo molibdênio 96,0	43 Tc tecnécio 98,0	44 Ru rútenio 101	45 Rh ródio 103	46 Pd paládio 106	47 Ag prata 108	48 Cd cádmio 112	49 In índio 115	50 Sn estanho 119	51 Sb antimônio 122	52 Te telúrio 128	53 I iodo 127	54 Xe xenônio 131
55 Cs césio 133	56 Ba bário 137	57-71 lanteranóides	72 Hf hafnio 178	73 Ta tântalo 181	74 W tungstênio 184	75 Re rênio 186	76 Os osmio 190	77 Ir irídio 192	78 Pt platina 195	79 Au ouro 197	80 Hg mercúrio 201	81 Tl talio 204	82 Pb chumbo 207	83 Bi bismuto 209	84 Po polônio 209	85 At astato 209	86 Rn rádonio 222
87 Fr frâncio	88 Ra rádio	89-103 actinóides	104 Rf rutherfordório	105 Db dubnio	106 Sg seabórgio	107 Bh bohrio	108 Hs hásio	109 Mt meitnério	110 Ds darmstádio	111 Rg roentgênio	112 Cn copernício	113 Nh nihônio	114 Fl fleróvio	115 Mc moscóvio	116 Lv livermório	117 Ts tenessino	118 Og oganessônio

Número atômico
Símbolo
Nome
Massa atômica

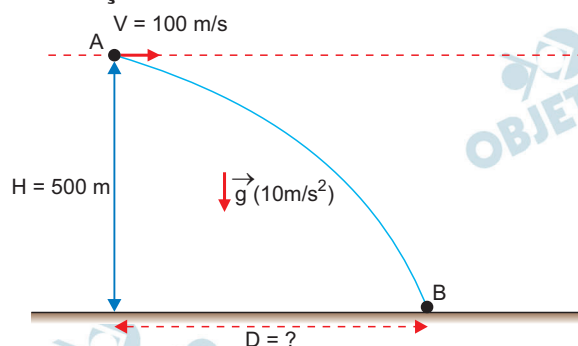
Notas: Os valores de massas atômicas estão apresentados com três algarismos significativos. Não foram atribuídos valores às massas atômicas de elementos artificiais ou que tenham abundância pouco significativa na natureza. Informações adaptadas da tabela IUPAC 2016.

Um avião bombardeiro sobrevoa uma superfície plana e horizontal, mantendo constantes uma altitude de 500m e uma velocidade de 100m/s. Fixo no solo, um canhão antiaéreo será disparado com a intenção de acertar o avião. Considere que o avião e o canhão estejam contidos em um mesmo plano vertical, despreze a resistência do ar e adote  $g = 10\text{m/s}^2$ .



- Quantos metros antes da vertical que passa pelo canhão o piloto do avião deve abandonar uma bomba para acertá-lo no solo?
- Considere que o canhão não tenha sido atingido pela bomba e que, na tentativa de acertar o avião, um artilheiro dispare desse canhão um projétil com velocidade inicial  $v_0$ , exatamente no momento em que o avião passa verticalmente sobre ele. Desprezando as dimensões do avião e considerando que o avião não altere sua velocidade, qual o mínimo valor de  $v_0$  para que o artilheiro tenha sucesso?

### Resolução



- 1) Cálculo do tempo de queda T:

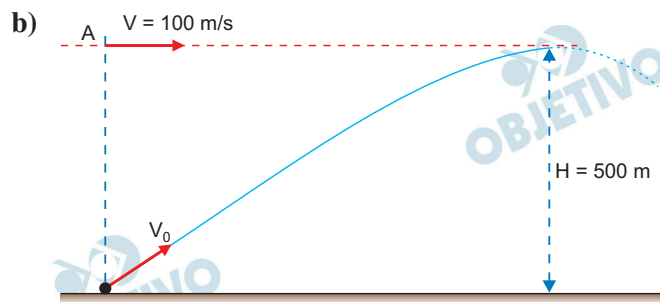
$$\Delta s_y = V_{0y} t + \frac{\gamma_y}{2} t^2 \quad \downarrow \oplus$$

$$500 = 0 + \frac{10}{2} T^2 \Rightarrow T = 10\text{s}$$

- 2) Cálculo de D:

$$\Delta s_x = V_0 T$$

$$D = 100 \cdot 10 \text{ (m)} \Rightarrow D = 1,0 \cdot 10^3\text{m}$$



- 1) Para o projétil atingir o avião, é necessário que ambos tenham a mesma velocidade horizontal (percorrem a mesma distância horizontal no mesmo tempo).

Portanto:  $V_{0x} = V = 100\text{m/s}$ .

- 2) Para o projétil atingir o avião, é preciso que sua altura máxima seja maior ou igual à altitude do avião:  $H_{\text{máx}} \geq 500\text{m}$

$$V_y^2 = V_{0y}^2 + 2 \gamma_y \Delta s_y \quad (\uparrow \oplus)$$

$$0 = V_{0y}^2 + 2 (-g) H_{\text{máx}}$$

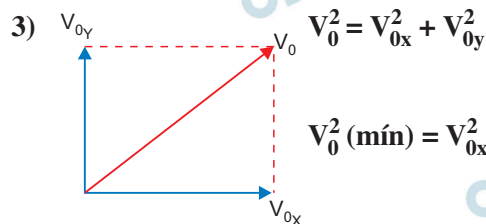
$$H_{\text{máx}} = \frac{V_{0y}^2}{2g} = \frac{V_{0y}^2}{20} \quad (\text{SI})$$

Portanto:  $\frac{V_{0y}^2}{20} \geq 500$

$$V_{0y}^2 \geq 10 \cdot 10^3 \quad (\text{SI})$$

$$V_{0y} \geq 100\text{m/s}$$

$$V_{0y} \text{ (mín)} = 100\text{m/s}$$



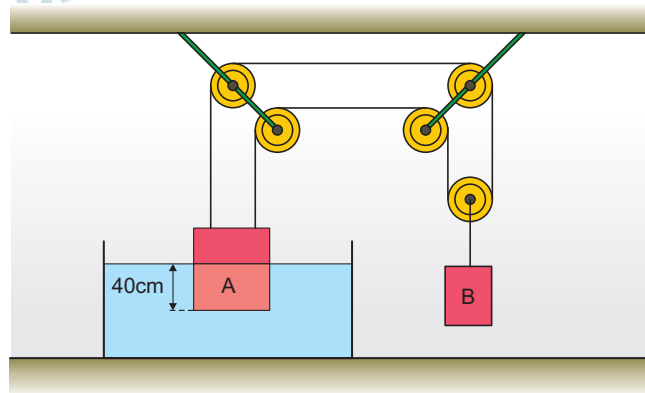
$$V_0^2 \text{ (mín)} = (100)^2 + (100)^2 = 2 (100)^2 \quad (\text{SI})$$

$$V_0 \text{ (mín)} = 100 \sqrt{2} \text{ m/s} \cong 140\text{m/s}$$

Respostas: a)  $1,0 \cdot 10^3\text{m}$

b)  $100 \sqrt{2} \text{ m/s} \cong 140\text{m/s}$

Dois corpos, A e B, de massas 10kg e 8kg, respectivamente, cinco polias e dois fios constituem um sistema em equilíbrio, como representado na figura. O corpo A está parcialmente mergulhado na água, com 40cm de sua altura imersos e com sua base inferior paralela ao fundo do recipiente e ao nível da água.



Adotando  $g = 10\text{m/s}^2$ , densidade da água igual a  $10^3\text{kg/m}^3$  e considerando que os fios e as polias sejam ideais e que o teto seja paralelo ao solo horizontal, calcule:

- a diferença entre as pressões, em Pa, às quais estão submetidas as bases superior e inferior do corpo A.
- o volume do corpo A, em  $\text{m}^3$ , que se encontra abaixo da superfície da água.

### Resolução

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad P_{\text{superior}} &= P_{\text{atm}} \\ P_{\text{inferior}} &= P_{\text{atm}} + \mu gh \\ P_{\text{inferior}} - P_{\text{superior}} &= \mu gh \\ P_{\text{inf}} - P_{\text{sup}} &= 1,0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,40 \text{ (Pa)} \\ P_{\text{inf}} - P_{\text{sup}} &= 4,0 \cdot 10^3 \text{ Pa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \begin{array}{c} \uparrow T \quad \uparrow T \\ \text{---} \text{---} \\ \circ \\ \text{---} \\ \text{B} \\ \text{---} \\ \uparrow T \quad \uparrow T \\ \text{---} \text{---} \\ \text{A} \\ \uparrow E \end{array} \end{aligned}$$

1) Equilíbrio do bloco B:

$$\begin{aligned} 2T &= P_B = m_B g = 80\text{N} \\ T &= 40\text{N} \end{aligned}$$

2) Equilíbrio do bloco A:

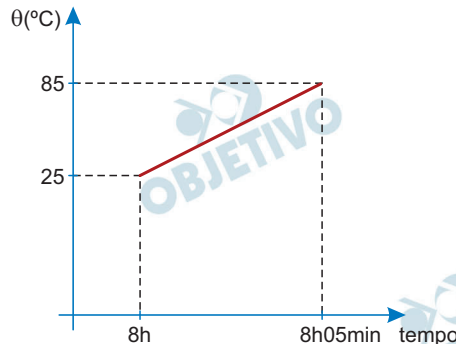
$$\begin{aligned} 2T + E &= P_A \\ 80 + E &= 100 \\ E &= 20\text{N} \end{aligned}$$

3)  $E = \mu_a V_i g$

$$\begin{aligned} 20 &= 1,0 \cdot 10^3 \cdot V_i \cdot 10 \\ V_i &= 20 \cdot 10^{-4} \text{m}^3 \\ V_i &= 2,0 \cdot 10^{-3} \text{m}^3 \end{aligned}$$

Respostas: a)  $4,0 \cdot 10^3 \text{ Pa}$   
b)  $2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

Para a preparação de um café, 1L de água é aquecido de 25°C até 85°C em uma panela sobre a chama de um fogão que fornece calor a uma taxa constante. O gráfico representa a temperatura ( $\theta$ ) da água em função do tempo, considerando que todo o calor fornecido pela chama tenha sido absorvido pela água.



Após um certo período de tempo, foram misturados 200mL de leite a 20°C a 100mL do café preparado, agora a 80 °C, em uma caneca de porcelana de capacidade térmica 100 cal/°C, inicialmente a 20°C. Considerando os calores específicos da água, do café e do leite iguais a 1cal/(g · °C), as densidades da água, do café e do leite iguais a 1kg/L, que 1cal/s = 4W e desprezando todas as perdas de calor para o ambiente, calcule:

- a) a potência, em W, da chama utilizada para aquecer a água para fazer o café.
- b) a temperatura, em °C, em que o café com leite foi ingerido, supondo que o consumidor tenha aguardado que a caneca e seu conteúdo entrassem em equilíbrio térmico.

#### Resolução

- a) (I) Aquecimento da água:  $Q = mc\Delta\theta$

$$\text{ou } Q = \mu Vc\Delta\theta$$

$$\text{com } \mu = 1\text{kg}/\ell = 1000\text{g}/\ell, V = 1\ell, c = 1\text{cal}/\text{g}^\circ\text{C}$$

$$\text{e } \Delta\theta = 85 - 25 (\text{°C}) = 60^\circ\text{C}, \text{ vem:}$$

$$Q = 1000 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 60 \text{ (cal)}$$

$$Q = 60\,000\text{cal}$$

- (II) Cálculo da potência:

$$\text{Pot} = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \text{Pot} = \frac{60\,000}{5 \cdot 60} \left( \frac{\text{cal}}{\text{s}} \right)$$

$$\text{Pot} = 200 \frac{\text{cal}}{\text{s}} \Rightarrow \text{Pot} = 200 \cdot 4 \text{ (W)}$$

$$\text{Pot} = 800\text{W}$$

- b) No equilíbrio térmico:  $\Sigma Q = 0$

$$Q_{\text{leite}} + Q_{\text{café}} + Q_{\text{caneca}} = 0$$



$$(mc\Delta\theta)_{\text{leite}} + (mc\Delta\theta)_{\text{café}} + (C\Delta\theta)_{\text{caneca}} = 0$$

$$(\mu Vc\Delta\theta)_{\text{leite}} + (\mu Vc\Delta\theta)_{\text{café}} + (C\Delta\theta)_{\text{caneca}} = 0$$

$$1000 \cdot 0,2 \cdot 1 (\theta - 20) + 1000 \cdot 0,1 \cdot 1 (\theta - 80) + 100 (\theta - 20) = 0$$

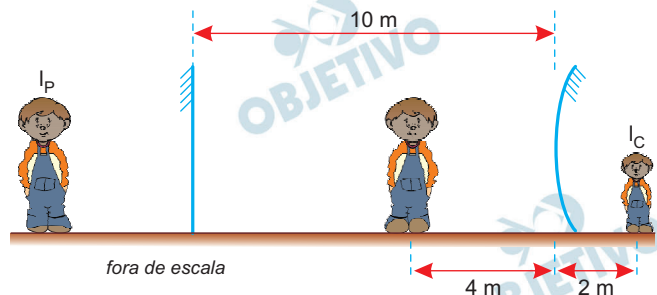
$$200\theta - 4000 + 100\theta - 8000 + 100\theta - 2000 = 0$$

$$400\theta = 14\,000 \Rightarrow \theta = 35^\circ\text{C}$$

Respostas: a) 800W

b) 35°C

Em um parque de diversões existem dois grandes espelhos dispostos verticalmente, um de frente para o outro, a 10m de distância um do outro. Um deles é plano, o outro é esférico convexo. Uma criança se posiciona, em repouso, a 4m do espelho esférico e vê as duas primeiras imagens que esses espelhos formam dela:  $I_P$ , formada pelo espelho plano, e  $I_C$ , formada pelo espelho esférico, conforme representado na figura.



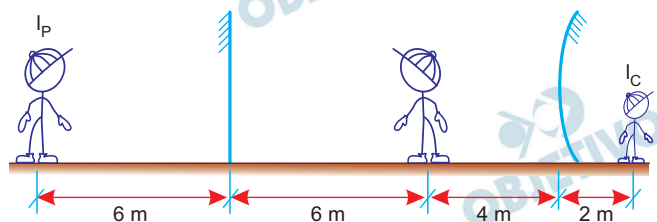
Calcule:

- a distância, em metros, entre  $I_P$  e  $I_C$ .
- a que distância do espelho esférico, em metros, a criança deveria se posicionar para que sua imagem  $I_C$  tivesse um terço de sua altura.

### Resolução

- No espelho plano, a imagem é simétrica do objeto em relação à superfície refletora.

Esse conceito nos leva, portanto, ao esquema, fora de escala, abaixo:



A distância  $D$  entre  $I_P$  e  $I_C$  fica determinada fazendo-se:

$$D = 6 + 6 + 4 + 2 \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{D = 18\text{m}}$$

- (I) Equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$$

imagem virtual

$$\frac{1}{f} = \frac{1-2}{4} \Rightarrow \boxed{f = -4\text{m}}$$

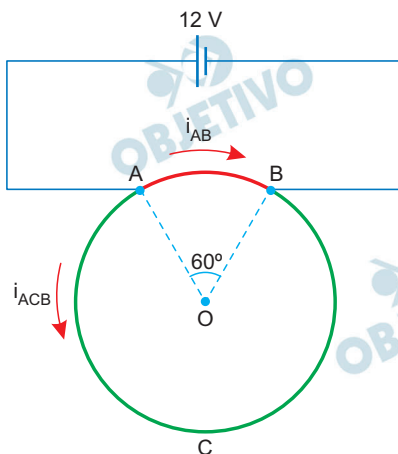
$$(II) A_2 = \frac{f}{f - p_2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{-4}{-4 - p_2}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{4 + p_2} \Rightarrow 4 + p_2 = 12$$

Da qual:  $p_2 = 8m$

Respostas: a) 18m  
b) 8m

Uma espira metálica circular homogênea e de espessura constante é ligada com fios ideais, pelos pontos A e B, a um gerador ideal que mantém uma ddp constante de 12 V entre esses pontos. Nessas condições, o trecho AB da espira é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade  $i_{AB} = 6 \text{ A}$  e o trecho ACB é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade  $i_{ACB}$ , conforme a figura.



Calcule:

- as resistências elétricas  $R_{AB}$  e  $R_{ACB}$ , em ohms, dos trechos AB e ACB da espira.
- a potência elétrica, em W, dissipada pela espira.

**Resolução**

$$\text{a) } R_{AB} = \frac{\rho \cdot \ell}{A}$$

$$R_{ACB} = \frac{\rho \cdot 5\ell}{A}$$

$$\text{Logo, } R_{ACB} = 5R_{AB}$$

Cálculo de  $R_{AB}$ :

$$U_{AB} = R_{AB} \cdot i_{AB}$$

$$12 = R_{AB} \cdot 6,0 \Rightarrow R_{AB} = 2,0\Omega$$

Cálculo de  $R_{ACB}$ :

$$R_{ACB} = 5 \cdot R_{AB}$$

$$R_{ACB} = 5 \cdot 2,0 (\Omega) \Rightarrow R_{ACB} = 10\Omega$$

- Intensidade da corrente em ACB:

$$i_{ACB} = \frac{U}{R_{ACB}} \Rightarrow i_{ACB} = \frac{12\text{V}}{10\Omega}$$

$$i_{ACB} = 1,2\text{A}$$

Intensidade da corrente total:

$$i_{\text{tot}} = i_{AB} + i_{ACB}$$

$$i_{\text{tot}} = 6,0 + 1,2 (\text{A})$$

$$i_{\text{tot}} = 7,2\text{A}$$

Potência dissipada na espira:

$$P = U \cdot i_{\text{tot}}$$

$$P = 12 \cdot 7,2 \text{ (W)}$$

$$P = 86,4\text{W}$$

Respostas: a)  $R_{AB} = 2,0\Omega$ ;  $R_{ACB} = 10\Omega$

b)  $P = 86,4\text{W}$

Um estudo médico recrutou 160 pacientes homens com histórico de alterações no antígeno prostático específico (PSA). Os pacientes foram submetidos aos exames laboratoriais de PSA total e de PSA livre e, em seguida, a uma biópsia da próstata. A biópsia apontou, em cada caso, se a patologia era maligna ou benigna. A tabela apresenta os resultados das médias dos exames laboratoriais do grupo de pacientes com patologia maligna e do grupo de pacientes com patologia benigna.

PSA (média)	Biópsia com indicação de patologia maligna	Biópsia com indicação de patologia benigna
PSA total (ng/mL)	10	8
PSA livre (ng/mL)	1,9	2
PSA livre ÷ PSA total	0,19	0,25

Pedro foi um dos pacientes que participou do estudo e seus exames indicaram PSA total = 9,5 ng/mL e PSA livre = 2,28 ng/mL.

- Calcule o quociente entre o PSA livre e o PSA total de Pedro. Usando esse indicador como referência na comparação com os dados da tabela, indique se o resultado do exame de Pedro está numericamente mais próximo ao resultado médio do exame de quem tem a patologia maligna ou de quem tem a patologia benigna.
- Sabendo que 40% dos pacientes foram diagnosticados com patologia maligna, calcule a média do PSA total dos 160 pacientes que participaram do estudo.

### Resolução

- a) Para o caso de Pedro tem-se:

$$\frac{\text{PSA livre}}{\text{PSA total}} = \frac{2,28 \text{ ng/mL}}{9,5 \text{ ng/mL}} = 0,24 \approx 0,25$$

Assim Pedro está mais próximo da patologia benigna.

- b) Sendo  $S_m$  e  $S_b$ , respectivamente a soma dos PSA<sub>total</sub> dos pacientes com patologia maligna e benigna, tem-se

$$\frac{S_m}{40\% \cdot 160} = 10 \Leftrightarrow S_m = 640$$

$$\frac{S_b}{60\% \cdot 160} = 8 \Leftrightarrow S_b = 768$$

Desta forma, a média do PSA total dos 160 pacientes que participaram do estudo foi

$$\frac{S_m + S_b}{160} = \frac{640 + 768}{160} = \frac{1408}{160} =$$

= 8,8 em ng/mL

Respostas: a) 0,24 e Pedro está numericamente mais próximo da patologia benigna

b) 8,8 ng/mL

Raquel imprimiu um número  $x$  de fotografias ao custo unitário de 54 centavos. Cada foto foi vendida ao preço de 75 centavos sobrando, no final do período de vendas,  $y$  fotografias sem vender, o que resultou em um prejuízo de 12 reais em relação ao custo total das impressões.

- a) Calcule quantas fotografias foram impressas, para o caso em que  $y = 100$ .
- b) Determine a expressão de  $y$  em função de  $x$  para a situação descrita no enunciado.

### Resolução

De acordo com o enunciado,

$$(x - y) \cdot 75 = 54x - 1200$$

- a) Para  $y = 100$ , temos:

$$\begin{aligned} (x - 100)75 &= 54x - 1200 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 75x - 54x &= 7500 - 1200 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 21x &= 6300 \Leftrightarrow x = 300 \end{aligned}$$

- b)  $(x - y) \cdot 75 = 54x - 1200 \Leftrightarrow$

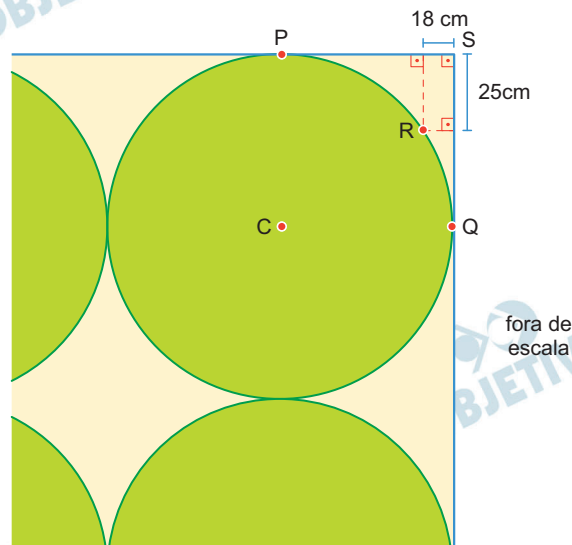
$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 75x - 75y &= 54x - 1200 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 75x - 54x + 1200 &= 75y \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 75y &= 21x + 1200 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow y &= \frac{21x + 1200}{75} \Leftrightarrow y = \frac{7x + 400}{25} \end{aligned}$$

Respostas: a) 300 fotografias

$$b) y = \frac{7x + 400}{25}$$

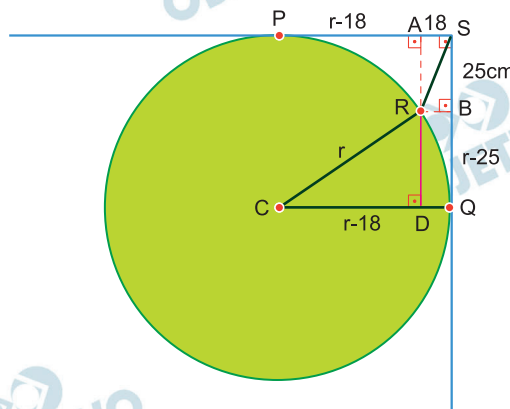


Em um tapete retangular decorado com círculos idênticos, o círculo de centro  $C$  tangencia as laterais do tapete em  $P$  e  $Q$ . O ponto  $R$  pertence à circunferência desse círculo e está à distância de 18 cm e de 25 cm das laterais do tapete, como mostra a figura.



- Calcule a distância de  $R$  até o canto superior do tapete, indicado por  $S$ . Deixe a resposta indicada com raiz quadrada.
- Calcule o raio dos círculos que compõem a decoração do tapete.

#### Resolução



- Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo  $RBS$ , a distância de  $R$  até o canto superior, indicado por  $S$ , em centímetros, é dada por

$$(RS)^2 = 18^2 + 25^2 \Rightarrow RS = \sqrt{949}$$

- Sendo  $r$  a medida, em centímetros, do raio dos círculos que compõem a decoração do tapete, no triângulo retângulo  $CDR$ , temos:

$$(CD)^2 + (DR)^2 = (CR)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (r - 18)^2 + (r - 25)^2 = r^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r^2 - 36r + 324 + r^2 - 50r + 625 = r^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r^2 - 86r + 949 = 0 \Rightarrow r = 73, \text{ pois } r > 25$$

Respostas: a)  $\sqrt{949}$  cm    b) 73 cm

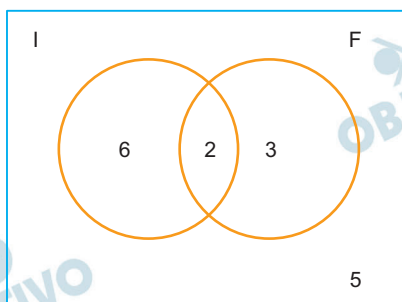


Em uma classe de 16 alunos, todos são fluentes em português. Com relação à fluência em línguas estrangeiras, 2 são fluentes em francês e inglês, 6 são fluentes apenas em inglês e 3 são fluentes apenas em francês.

- a) Dessa classe, quantos grupos compostos por 2 alunos podem ser formados **sem** alunos fluentes em francês?  
 b) Sorteando ao acaso 2 alunos dessa classe, qual é a probabilidade de que ao menos um deles seja fluente em inglês?

### Resolução

A partir dos dados do problema podemos montar o seguinte diagrama:



- a) Do total de 16 alunos, 5 são fluentes em francês e 11 não são fluentes em francês. Assim, o número de maneiras de compor um grupo com 2 alunos não fluentes em francês é:

$$C_{11;2} = \binom{11}{2} = \frac{11!}{2!9!} = 55$$

- b) A probabilidade de que ao menos um aluno seja fluente em inglês é:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

onde  $P(A)$  é a probabilidade pedida e  $P(\bar{A})$  é a probabilidade de nenhum dos dois falar inglês. Assim, temos 8 fluentes em inglês e 8 não fluentes em inglês. Logo, a probabilidade pedida é:

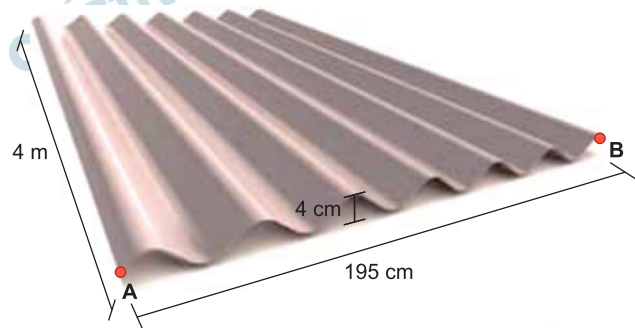
$$P(A) = 1 - \frac{C_{8;2}}{C_{16;2}}$$

$$P(A) = 1 - \frac{28}{120} = \frac{92}{120} = \frac{23}{30}$$

Respostas: a) 55

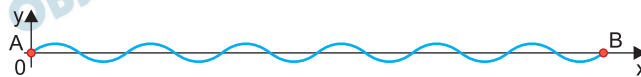
b)  $\frac{23}{30}$

Uma chapa retangular metálica, de área igual a  $8,132 \text{ m}^2$ , passa por uma máquina que a transforma, sem nenhuma perda de material, em uma telha ondulada. A figura mostra a telha em perspectiva.



A curva que liga os pontos A e B, na borda da telha, é uma senoide.

Considerando um sistema de coordenadas ortogonais com origem em A, e de forma que as coordenadas de B, em centímetros, sejam  $(195, 0)$ , a senoide apresentará a seguinte configuração:



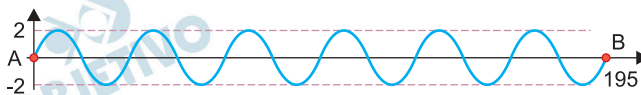
- Calcule o comprimento da senoide indicada no gráfico, do ponto A até o ponto B.
- Determine a expressão da função cujo gráfico no sistema de coordenadas é a senoide de A até B. Determine o domínio, a imagem e o período dessa função.

### Resolução

- a) Sendo  $c$  o comprimento da senoide, em metros, do ponto A até o ponto B, temos:

$$c \cdot 4 = 8,132 \Leftrightarrow c = 2,033$$

- b)



Seja  $f(x) = a \cdot \text{sen}(k \cdot x)$ , com  $x$  e  $f(x)$  em centímetros. A partir do gráfico, concluímos que:

$$\text{I) } -2 \leq f(x) \leq 2 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{II) } \frac{195}{6} = \frac{2\pi}{|k|} \Rightarrow k = \frac{4\pi}{65}, \text{ pois } k > 0$$

Portanto,  $f(x) = 2 \cdot \text{sen}\left(\frac{4\pi \cdot x}{65}\right)$  cujo domínio é

$$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 195\}, \text{ cuja imagem é}$$

$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid -2 \leq y \leq 2\}$  e cujo período é

$$p = \frac{65}{2}$$

Respostas: a) 2,033 metros

$$\text{b) } f(x) = 2 \cdot \text{sen} \left( \frac{4\pi \cdot x}{65} \right);$$

$$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 195\};$$

$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid -2 \leq y \leq 2\}$  e

$$\text{o período } p = \frac{65}{2}$$