

FRENTE: FÍSICA III

PROFESSOR(A): MARCOS HAROLDO

ASSUNTO: CARGA ELÉTRICA

## EAD – ITA/IME

### AULAS 1 A 3



### Resumo Teórico

#### CARGA ELÉTRICA

##### Introdução

Eletrostática é o estudo dos fenômenos de natureza elétrica quando as cargas estão em repouso em relação a um referencial inercial.

##### Carga Elétrica

Carga elétrica é uma propriedade associada a algumas partículas elementares, por exemplo, o elétron, o próton (no âmbito da Física Clássica<sup>1</sup>).

Um dos aspectos importantes que devemos deixar bem claro é que a carga elétrica não aparece na natureza em qualquer quantidade, mas sim como um múltiplo de uma unidade fundamental, a carga elementar.

Apesar de ter existido vários experimentos para tentar calcular tal carga, o mais clássico foi do físico americano Robert A. Millikan (1869-1953): experimento da gota de óleo. Este experimento, que discutiremos nos próximos capítulos, dá-nos a informação de que a carga elementar possui o valor de:

$$e = 1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Sendo assim, a carga é quantizada!

Um segundo aspecto importante é que a carga elementar está sempre atrelada a uma massa. A razão carga massa é também determinada através de alguns experimentos (também serão vistos adiante). Portanto, se calcularmos a carga, a massa poderá ser determinada.

| Partícula | Massa                              | Carga |
|-----------|------------------------------------|-------|
| Elétron   | $9,1091 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ | $-e$  |
| Próton    | $1,6725 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ | $+e$  |
| Nêutron   | $1,6748 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ | 0     |

De certo modo, a quantização da carga é interessante, mas em algumas situações é melhor não olharmos tão a fundo para isso. É viável fazer vista grossa para algumas situações e para resolver algumas questões (Maxwell não sabia da existência de cargas elementares. Ele devia imaginar cargas como uma geleia).

<sup>1</sup> Os quarks têm carga elétrica  $-1/3$  ou  $2/3$ , em que a unidade é a carga elementar.

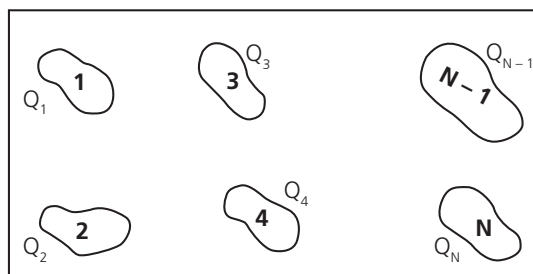
#### Conservação da carga

Percebe-se na natureza que as cargas não se reproduzem nem somem. Elas podem mudar de endereço ou de roupa, mas a soma total sempre é a mesma. O número total de cargas no universo é constante. As cargas podem aparecer de duas formas: positivas ou negativas (como foi visto na tabela anterior). Essa nomenclatura surge do fato de uma anular o efeito da outra. Se você tem uma carga  $+q$  e uma carga  $-q$  no mesmo lugar, eletricamente é como se não houvesse carga ali. Portanto, uma carga positiva pode aniquilar uma negativa, mas não pode se suicidar! Não pode se aniquilar sozinha.

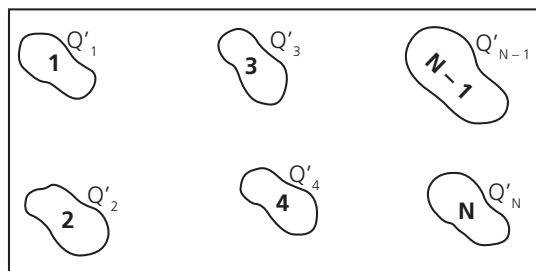
Se o sistema está isolado eletricamente (não deixa trocar cargas com o meio externo), a carga local deve ser conservada.

Tomemos o seguinte exemplo:

O sistema a seguir contém N corpos carregados com suas respectivas cargas. A carga do i-ésimo corpo é  $Q_i$ .



Acontece alguma interação entre eles e o resultado é uma nova configuração de cargas. Cada corpo adquire uma nova carga  $Q'_i$  (carga final do i-ésimo corpo).



Devido à conservação da carga local (sistema isolado), podemos escrever que:

$$\sum_{i=1}^N Q_i = \sum_{i=1}^N Q'_i = Q_{\text{tot}}$$



*A priori*, um corpo eletricamente neutro poderia ficar eletrizado ganhando ou perdendo prótons ou elétrons.

O que acontece, porém, é que os prótons são partículas bem mais pesadas (sua massa é cerca de 1836 vezes maior que a dos elétrons) e que estão fortemente ligadas ao núcleo, através de forças muito intensas e de curto alcance que ocorrem entre próton e próton, próton e nêutron, ou nêutron e nêutron. Assim, na maioria das vezes, a troca de carga é dada pela passagem de elétrons.

## Unidades

Iremos trabalhar com o Sistema Internacional de medidas (SI). A unidade de carga elétrica é o coulomb (C). Alguns livros e alguns países ainda usam a unidade do sistema Gaussiano. A unidade de carga em tal sistema é o esu (statcoulomb). O sistema Gaussiano se baseia na seguinte convenção:

$$\epsilon_0 = 1/4\pi$$

Onde  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo (estudaremos isso adiante). Assim, pode-se mostrar que o fator de conversão de coulomb para statcoulomb é de  $3 \cdot 10^9$ .

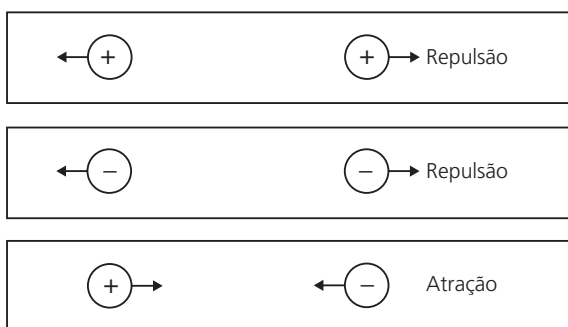
É comum utilizar outras ordens de grandeza para expressar cargas, chamadas de submúltiplos de carga:

| SUBMÚLTIPLO  | SÍMBOLO       | VALOR                |
|--------------|---------------|----------------------|
| miliCoulomb  | mC            | $10^{-3} \text{ C}$  |
| microCoulomb | $\mu\text{C}$ | $10^{-6} \text{ C}$  |
| nanoCoulomb  | nC            | $10^{-9} \text{ C}$  |
| picoCoulomb  | pC            | $10^{-12} \text{ C}$ |

## Princípio de atração e repulsão

Um dos motivos da gravitação, que é uma força muito menor do que a força elétrica, ter sido estudado de maneira mais satisfatória muito antes da eletricidade é que a força elétrica pode atuar de duas formas: atrativa ou repulsiva. Assim, muitas vezes esse efeito era anulado em geral e ninguém observava com facilidade. Já a força gravitacional é sempre atrativa e seus efeitos nunca se cancelam.

É percebido na natureza que cargas elétricas (em repouso) de mesmos sinais se repelem e de sinais opostos se atraem.



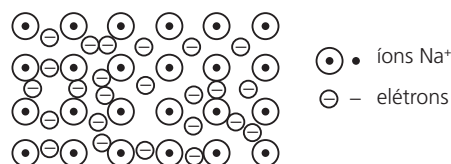
## Materiais condutores e isolantes

### Condutores

São meios em que as cargas elétricas se deslocam com facilidade, permitindo facilmente a passagem de corrente elétrica. Isto se deve à presença de portadores de carga com liberdade de movimento. Dentre vários exemplos, destacamos os metais, a grafite, os gases ionizados, as soluções iônicas eletrolíticas (como as soluções aquosas de ácidos, bases e sais), o plasma, o corpo humano e a Terra.

Nos gases ionizados e nas soluções eletrolíticas, os portadores de carga são íons, e a eficiência na condução de corrente elétrica depende do número de portadores. Nos metais, verifica-se que são as cargas negativas que se movem. Isto pode ser verificado a partir da configuração eletrônica destes elementos. Quase todos eles têm um ou dois elétrons na última camada que são ligados fracamente ao átomo.

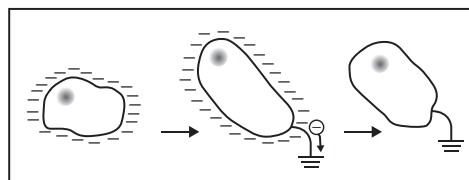
Imagine que vários átomos de Sódio se unam formando um cristal. Os elétrons se comportam como uma nuvem livre sobre o cristal. Veja a figura seguinte:



Observação:

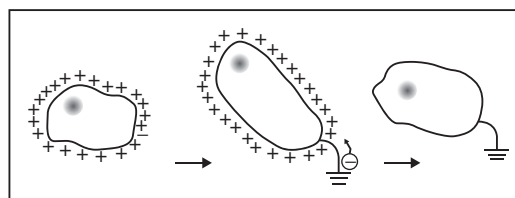
A Terra é um condutor especial, que devido às suas dimensões tende a descarregar todos os corpos condutores que à ela forem ligados.

Se um corpo está carregado negativamente, ao ligá-lo à Terra, as cargas negativas excedentes escoam e deixam o corpo Neutro. O equilíbrio eletrostático ocorre quando os corpos adquirem o mesmo potencial<sup>2</sup>.



Se um condutor eletrizado negativamente é ligado à Terra, os seus elétrons excedentes escoam para a Terra, descarregando-o.

O mesmo ocorre quando um corpo está carregado positivamente. Ao ligá-lo à Terra, elétrons migram para o corpo até que o descarregue.



Se um condutor eletrizado positivamente é ligado à Terra, elétrons livres escoam da Terra, descarregando-o.

Atente sempre ao símbolo de aterramento. Pode ser um ponto crucial para resolver um problema.

<sup>2</sup> Trataremos de potencial mais à frente.

## Isolantes

São meios em que, em condições usuais, não há passagem de corrente elétrica. Evidentemente, isto se deve à ausência de liberdade de movimento dos portadores de carga. São exemplos de isolantes o vidro, a ebonite, os plásticos usuais, a água destilada, os óleos minerais. Apenas em condições especiais, sujeitos à ação de intensos campos elétricos, por exemplo, um dielétrico pode conduzir corrente elétrica.

## Semicondutores

Semicondutores são sólidos geralmente cristalinos de condutividade elétrica intermediária entre condutores e isolantes. Os semicondutores são, quando puros e cristalinos, a temperaturas muito baixas, excelentes isolantes.

Aumentando a temperatura e acrescentando uma impureza (dopando o material), consegue-se a condução de cargas. Isto, evidentemente, só se dá, graças à existência de portadores de cargas livres. Estes portadores podem ser de dois tipos:

- Elétrons livres: neste caso, o semicondutor é dito de tipo **n** (de negativo).
- "Buracos": um buraco é uma ausência de elétrons, que pode "passar" por um semicondutor. Neste caso, ele é dito de tipo-p (de positivo).

O número de portadores (elétrons livres ou buracos) em um semicondutor é sempre muito menor do que em um condutor.

Existem outras classificações de materiais, por exemplo, os supercondutores, mas não nos preocupemos tanto nesse momento.

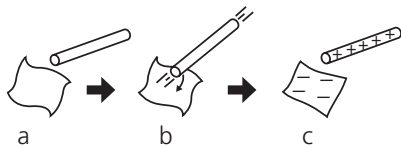
## Processos de eletrização

Chamamos de processos de eletrização as possíveis formas de eletrizar um material inicialmente neutro. Tal material pode se eletrizar positivamente (perdendo elétrons) ou negativamente (recebendo elétrons).

## Eletrização por atrito

Consiste em atritar dois materiais até que elétrons de um deles migrem para o outro. Nesta situação, as cargas sempre possuem mesmo módulo e sinais opostos.

Façamos o seguinte experimento: esfreguemos um bastão de vidro em um pedaço de seda. A seda por sua vez consegue extrair elétrons do bastão, ficando assim com carga negativa. O bastão por sua vez, fica carregado positivamente.



Um bastão de vidro e um pedaço de seda, inicialmente neutros (a) são atritados, havendo passagem de elétrons do vidro para a seda (b), que ficam, ao final do processo, com cargas positiva e negativa, respectivamente (c).

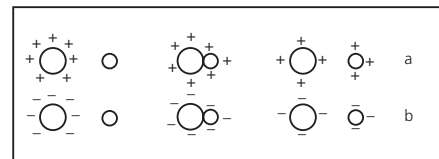
Depois de fazer tal experiência inúmeras vezes, cientistas montaram a seguinte tabela, indicando qual material deve ceder elétrons em relação a outros. Essa série de valores foi batizada como **série triboelétrica**.

| Série triboelétrica |  |
|---------------------|--|
| Pele de coelho      |  |
| Vidro polido        |  |
| Mica                |  |
| Marfim              |  |
| Lã                  |  |
| Pele de gato        |  |
| Penas               |  |
| Seda                |  |
| Algodão             |  |
| Âmbar               |  |
| Ebonite             |  |
| Celuloide           |  |

Observe a posição da seda e do vidro como visto anteriormente.

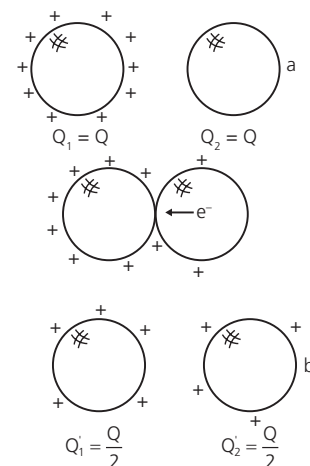
## Eletrização por contato

É o processo que ocorre quando um corpo neutro é colocado em contato com um corpo eletrizado, havendo uma redistribuição de carga elétrica entre eles. Se um ou ambos os corpos são isolantes, a troca de cargas se dá apenas em uma pequena região em torno do contato. Se ambos os corpos forem condutores, a troca de cargas afeta a totalidade dos mesmos.



Eletrização por contato entre dois condutores, sendo um inicialmente carregado com carga positiva **a** e negativa **b**.

No caso bastante particular de condutores esféricos idênticos, a redistribuição de cargas se faz meio a meio. Estudaremos alguns casos mais diferentes ao definirmos potencial elétrico. Veja um exemplo de contato entre dois condutores esféricos:



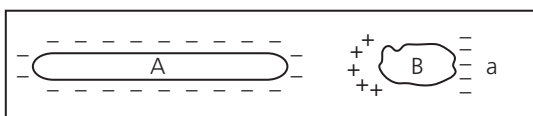
Eletrização por contato de duas esferas condutoras idênticas. Inicialmente uma está carregada e a outra está neutra (a). Após o contato (b), a carga se distribui pela metade entre as duas esferas (c).

A distribuição de cargas depende de vários fatores. Mesmo sendo condutores, as cargas não fluem indefinidamente. A forma do objeto também tem influência sobre a carga final obtida através do contato.

## Eletrização por indução

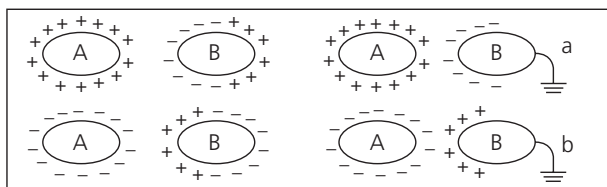
Quando aproximamos um corpo eletrizado de um condutor, inicialmente neutro, as cargas migram de tal maneira que as positivas fiquem próximas das negativas e vice-versa.

Por exemplo: Tomemos um bastão carregado negativamente e aproximemos de um condutor neutro. Os elétrons deste condutor migram para a extremidade oposta, mantendo-se distantes do bastão carregado também de elétrons. Cuidado para não sair por aí dizendo que os prótons migram para regiões próximas a do bastão. Isso é um erro grave! Os prótons estão presos à estrutura e somente elétrons estão livres para se mover.



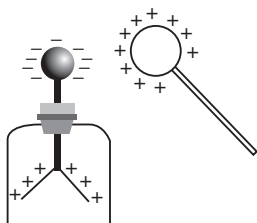
Indução Eletrostática em um condutor devido à aproximação de um corpo carregado negativamente.

Ao induzir cargas no material condutor, podemos ligá-lo à Terra. Dessa forma, a carga de mesmo sinal do corpo carregado é anulada pela Terra. Por exemplo, se o corpo for carregado positivamente, os elétrons sobem da Terra para o condutor neutralizando a carga positiva do condutor. Após isso, podemos cessar o aterramento (mantendo o condutor próximo ao corpo carregado) e em seguida afastá-lo. Assim, o condutor ficará carregado negativamente.



Ao ligarmos o corpo neutro à Terra, as cargas de mesmo sinal que o corpo eletrizado se neutralizam.

Temos aqui um experimento bastante interessante: o eletroscópio de folhas.



Eletroscópio de folhas.

Ao aproximarmos uma esfera carregada positivamente, os elétrons são atraídos para a parte superior do eletroscópio (carga total nula) e a região inferior (folhas) ficam carregadas positivamente. Como as cargas de mesmos sinais se repelem, as folhas se abrem. A mesma coisa acontece quando a esfera é carregada negativamente.



## Exercícios

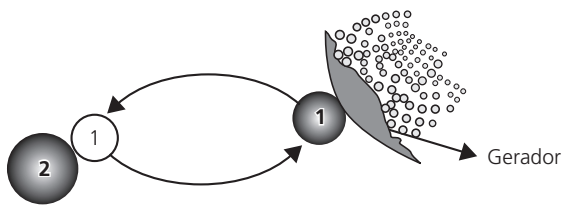
- Na ausência da gravidade e no vácuo, encontram-se três esferas condutoras alinhadas, A, B e C, de mesmo raios  $r$ ,  $r$  e  $2r$  e de massas respectivamente iguais a  $m$ ,  $m$  e  $2m$ . Inicialmente A, B e C encontram-se descarregadas e em repouso, e a esfera A, com carga elétrica  $Q$ , é lançada contra a intermediária B com uma certa velocidade  $v$ . Supondo que todos os movimentos ocorram ao longo de uma mesma reta, que as massas sejam grandes o suficiente para se desprezar as forças colombianas e ainda que todas as colisões sejam elásticas, determine a carga elétrica de cada esfera após todas as colisões possíveis.
- Um condutor isolado perde elétrons. Podemos afirmar:
  - O condutor fica carregado positivamente.
  - O condutor fica carregado negativamente.
  - O condutor fica neutro.
  - O condutor fica neutro ou carregado positivamente.
  - Nada se pode afirmar.
- Após atritarmos um bastão de ebonite com um pedaço de lã, medimos o valor da carga adquirida por aquele. Um possível valor para esta medida é:
  - $+8,0 \times 10^{-19} \text{ C}$
  - $-7,2 \times 10^{-19} \text{ C}$
  - $+5,4 \times 10^{-19} \text{ C}$
  - $-4,8 \times 10^{-19} \text{ C}$
  - Os valores dos itens **b** e **d** são possíveis.
- Seja A uma esfera condutora de carga elétrica  $Q$ . Tomam-se  $N$  neutras idênticas à A e isoladas umas das outras e realiza-se a seguinte operação: toca-se A com a 1ª esfera neutra, depois toca-se A com a segunda e assim sucessivamente. Se, ao final da operação, a carga da esfera A é  $2^{(18-4N)}$  vezes a carga inicial de A, quantas esferas foram tocadas por A?
- Um aluno das turmas especiais realizou a seguinte experiência:
  - Eletrizou uma pequena esfera condutora A com uma carga  $Q$ ;
  - Tomou uma esfera neutra idêntica à primeira e provocou um contato entre elas;
  - Tomou duas esferas neutras idênticas à A e provocou um contato simultâneo entre elas e a esfera A;
  - Tomou três esferas neutras idênticas à A e provocou um contato simultâneo entre elas e a esfera A; e assim por diante.

Sabe-se que o número total de esferas na experiência (inclusive A) é 56. Daí, a razão entre a carga contida na esfera A, após a experiência, e  $Q$  é, aproximadamente:

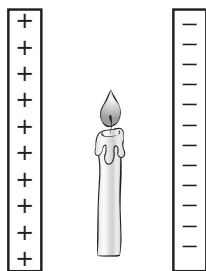
- $\frac{1}{9!}$
- $\frac{1}{10!}$
- $\frac{1}{11!}$
- $\frac{1}{12!}$
- N.D.A.

06. (Fundação Carlos Chagas) Um bastão de vidro é atritado em certo tipo de tecido. O bastão, a seguir, é encostado em um eletroscópio previamente descarregado, de forma que as folhas do mesmo sofrem uma pequena deflexão. Atrita-se a seguir o bastão novamente com o mesmo tecido, aproximando-o do mesmo eletroscópio, evitando o contato entre ambos. As folhas do eletroscópio deverão:
- manter-se com a mesma deflexão, independente da polaridade da carga do bastão.
  - abrir-se mais, somente se a carga do bastão for negativa.
  - abrir-se mais, independentemente da polaridade da carga do bastão.
  - abrir-se mais, somente se a carga do bastão for positiva.
  - fechar-se mais ou abrir-se mais, dependendo da polaridade da carga do bastão.

07. A bola 1 pode carregar-se até certa carga  $Q$  mediante um gerador. Em seguida, mediante o contato com a bola 2, a primeira pode transmitir para a segunda bola parte da carga. No primeiro contato, a bola 2 passou a ter uma carga  $q$ . (A bola 2, antes dos processos, está neutra). Determine que carga pode adquirir a bola 2 repetindo-se reiteradamente o processo.



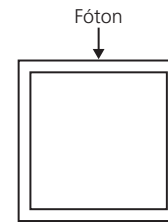
08. (UFLA/2003) Uma vela acesa é colocada entre duas placas próximas e eletrizadas com cargas elétricas de sinais contrários, conforme a figura.



Supondo o sistema isolado de forças externas, pode-se afirmar que a chama da vela:

- será atraída pela placa eletrizada positivamente.
  - não será atraída por nenhuma das duas placas.
  - sofrerá um alongamento vertical.
  - sofrerá uma diminuição do seu tamanho.
  - será atraída pela placa eletrizada negativamente.
09. Um cubo metálico é carregado ao entrar em contato com uma placa metálica carregada. Após cada contato, a placa é recarregada ficando sempre com uma carga  $Q$ . Sabe-se que, após o primeiro contato, a carga adquirida pelo cubo é  $Q/6$ . Encontre a máxima carga do cubo.

10. Considere uma caixa de paredes finas no vácuo, exposta a raios gama, conforme mostra a figura.



- O fóton pode criar cargas, variando, portanto, a carga total, dentro e fora da caixa.
- O fóton jamais pode criar carga, assim, a variação da carga total, dentro e fora da caixa, é nula.
- A caixa pode tornar-se o palco de uma "criação de par", mas de tal forma que a variação de carga total, dentro e fora da caixa, é nula.
- O fóton pode criar uma estrutura chamada positrônio, formada de elétron e pósitron, razão pela qual proporcionará a violação da Lei da Conservação da carga total, dentro e fora da caixa.
- A Lei da Conservação da carga não está de acordo com a exigência da invariância relativística, isto é, a Lei acima não prevalece em qualquer sistema de referência inercial, ou no sentido mais forte de que observadores localizados em referenciais diferentes, ao medirem a carga, obtêm resultados diferentes.

11. Considere  $n$  esferas condutoras idênticas neutras. Toma-se  $1/3$  das esferas e eletriza-se uma delas com carga  $Q$ . Depois, realizam-se contatos sucessivos da esfera inicialmente eletrizada com as demais esferas do terço inicialmente separado. Finalmente realiza-se um contato simultâneo desta esfera com os  $2/3$  restantes de esferas. Determine a carga final da esfera inicialmente eletrizada.

- $\frac{3}{2n+3} \cdot \frac{Q}{2^{\frac{n}{3}}}$
- $\frac{3}{2n+3} \cdot \frac{Q}{2^{\frac{n-3}{3}}}$
- $\frac{3}{2n} \cdot \frac{Q}{2^{\frac{n-3}{3}}}$
- $\frac{3}{2n} \cdot \frac{Q}{2^{\frac{n}{3}}}$

12. Temos inicialmente um conjunto de  $N$  esferas metálicas idênticas, todas inicialmente neutras. Dividimos este conjunto em quatro subconjuntos com igual número de esferas. Do primeiro subconjunto, retiramos uma esfera e a eletrizamos com carga  $q$ . Esta esfera é colocada em contato sucessivo com cada uma das demais esferas do primeiro subconjunto e em seguida novamente separada. Esta esfera é então colocada em contato simultâneo com as esferas do segundo subconjunto e em seguida novamente separada. Pegamos então a esfera e realizamos contatos sucessivos com as esferas do terceiro grupo e a separamos novamente. Por último, realizamos um contato simultâneo desta esfera com as esferas do quarto subconjunto. Determine a carga final desta esfera.

- $\frac{q}{\left(\frac{N}{4}+1\right)^2 2^{\frac{N}{2}}}$
  - $\frac{q}{\left(\frac{N}{4}+1\right)^2 2^{\left(\frac{N}{2}+1\right)}}$
  - $\frac{q}{\left(\frac{N}{4}-1\right)^2 2^{\left(\frac{N}{2}-1\right)}}$
  - $\frac{q}{\left(\frac{N}{4}+1\right)^2 2^{\left(\frac{N-1}{2}\right)}}$
- $\frac{16 \cdot q}{N^2 \cdot 2^{\frac{N}{2}}}$

13. Considere um eletroscópio de folhas inicialmente neutro. Então, seda é atritada com ebonite, que eletriza o eletroscópio por indução. Na série triboelétrica a seguir, quanto mais na parte superior da tabela, maior a tendência de perder elétrons na eletrização por atrito.

- ↑ Pele de coelho
- Vidro
- Mica
- Lã
- Pele de gato
- Seda
- Algodão
- Madeira
- Âmbar
- Ebonite
- Cobre
- Enxofre
- Celuloide

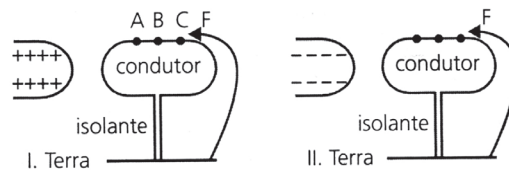
Em seguida, aproxima-se do eletroscópio um condutor negativamente carregado, cuja carga é, em módulo, igual à carga do eletroscópio. Nesse caso, considere as seguintes afirmações:

- I. Através do processo de eletrização por indução, o eletroscópio ficou positivamente carregado;
- II. Ao aproximarmos o condutor carregado do eletroscópio, observa-se que as folhas tendem a se fechar;
- III. Se tocarmos o condutor carregado no eletroscópio, as folhas tendem a se abrir;
- IV. Se tivéssemos utilizado a seda para eletrizar o eletroscópio por indução, ao aproximarmos o corpo condutor do eletroscópio as folhas tenderiam a se fechar;
- V. Durante a aproximação do corpo condutor, há um fluxo de elétrons no eletroscópio da parte superior para a inferior.

Podemos concluir que

- A) todas são corretas.
  - B) não há afirmação correta.
  - C) II e III, apenas, são corretas.
  - D) I, II e V, apenas, são corretas.
  - E) somente II está errada.
14. Na eletrização por indução, ao conectarmos um eletroscópio de folhas à Terra, podemos afirmar que
- A) as folhas se fecham.
  - B) as folhas se abrem se o indutor é positivo, pois os elétrons sobem da terra.
  - C) as folhas ficam nas mesmas posições, pois os elétrons só irão neutralizar as cargas induzidas.
  - D) somente se a carga do eletroscópio for negativa as folhas se fecham, pois os elétrons irão se escoar para a Terra.
  - E) somente se a carga do eletroscópio for positiva as folhas se fecham, pois os elétrons irão subir da Terra, neutralizando-a.
15. Deseja-se carregar negativamente um condutor metálico pelo processo de indução eletrostática. Nos esquemas I e II, o condutor foi fixado na haste isolante, F é um fio condutor que nos permite fazer o contato com a Terra nos pontos A, B e C do condutor.

Devemos utilizar



- A) o esquema I e ligar necessariamente F em C, pois as cargas positivas aí induzidas atrairão elétrons da Terra, enquanto que se ligarmos em A, os elétrons aí induzidos pela repulsão eletrostática, irão impedir a passagem de elétrons para a região C.
- B) o esquema II e ligar necessariamente F em A, pois as cargas positivas aí induzidas atrairão elétrons da Terra, enquanto que se ligarmos em C, os elétrons aí induzidos pela repulsão eletrostática, irão impedir a passagem de elétrons para a região A.
- C) qualquer dos esquemas I ou II, desde que liguemos F respectivamente em C, e em A.
- D) o esquema I, no qual a ligação de F com o condutor poderá ser efetuada em qualquer ponto do condutor, pois os elétrons fluirão da Terra ao condutor até que o mesmo atinja o potencial da Terra.
- E) o esquema II, no qual a ligação de F com o condutor poderá ser efetuada em qualquer ponto do condutor, pois os elétrons fluirão da Terra ao condutor, até que o mesmo atinja o potencial da Terra.

## Gabarito

|           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <b>01</b> | <b>02</b> | <b>03</b> | <b>04</b> | <b>05</b> |
| *         | E         | D         | 06        | C         |
| <b>06</b> | <b>07</b> | <b>08</b> | <b>09</b> | <b>10</b> |
| C         | *         | E         | *         | C         |
| <b>11</b> | <b>12</b> | <b>13</b> | <b>14</b> | <b>15</b> |
| B         | A         | D         | A         | D         |

– Demonstração.