CILINDROS

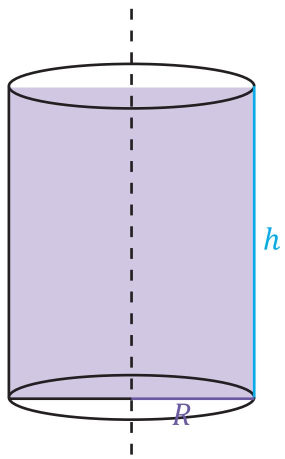
Se você está pensando em entrar na faculdade, certamente também está pensando que um dia você vai completar todas as matérias com louvor, realizar a colação de grau, fazer uma grande festa de comemoração e obter o tão sonhado diploma universitário. Nas universidades, é costume entregar o aguardado papel que comprova sua formação em um objeto aproximadamente **cilíndrico**, como mostrado abaixo.

O cilindro é o nosso próximo objeto de estudo, e vamos começar definindo como identificamos que um determinado sólido é, de fato, um cilindro.

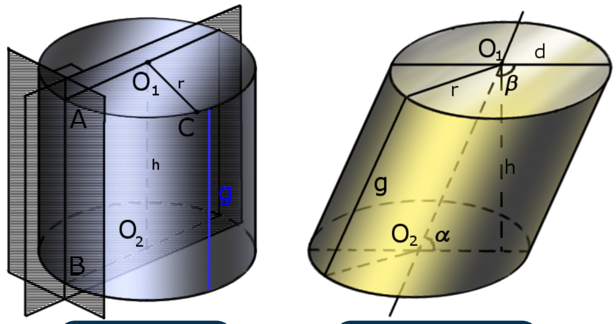
Definição 1. Considere dois planos paralelos e uma reta secante entre os mesmos. Considere ainda dois círculos, um deles contido no primeiro plano e o outro no segundo plano. Um cilindro é o sólido formado pelo conjunto de todos os segmentos de reta paralelos à reta secante, com extremidades nos dois círculos correspondentes.

Obs.: os círculos contidos nos planos são chamados de base do cilindro.

A região compreendida entre as bases do cilindro é a sua **lateral**. Além disso, o segmento de reta perpendicular entre as bases é a **altura** do cilindro, representada pela variável h na figura abaixo. Por fim, como cada base é um círculo, elas possuem um raio R associado.



Os cilindros podem ser classificados em **retos**, quando sua altura é paralela ao eixo central do cilindro, e **oblíquos**, quando sua altura não é paralela ao eixo central do cilindro. Observe a figura abaixo, que mostra a diferença entre os dois tipos de cilindros.



Cilindro Reto | Cilindro Oblíquo

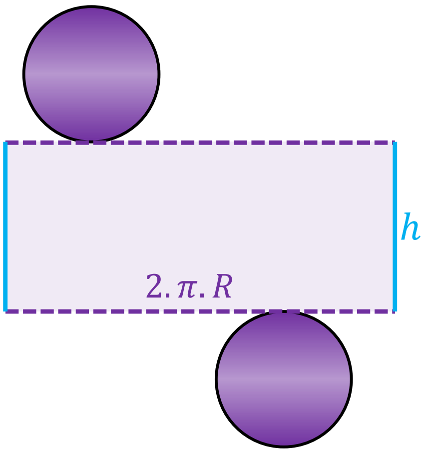
O perímetro da base é o perímetro de um círculo:

$$P_B = 2\pi R$$

A área da base correspondente à seguinte equação:

$$A_B = \pi R^2$$

Note na figura abaixo que, ao "retirarmos" a lateral do cilindro e colocarmos sobre um plano, vemos que ela é um retângulo de lados h (altura do cilindro) e $2\pi R$ (perímetro do cilindro):



ÁREA E VOLUME

Logo, podemos calcular a área lateral do cilindro como sendo a área desse retângulo:

$$A_l = 2\pi R.h$$

A área total do cilindro, então, é obtida pela soma das áreas das bases com a área lateral.

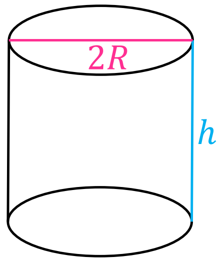
$$A = 2.A_B + A_l$$

O volume deste sólido é calculado da mesma forma que no caso dos prismas, ou seja, é o produto da área da base com a sua altura:

$$V = A_B.h$$

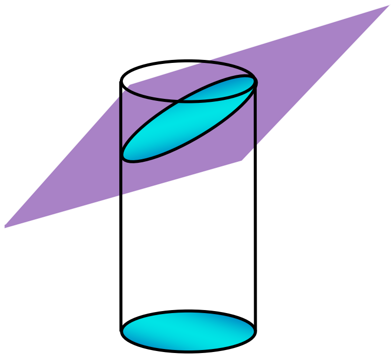
$$V = \pi R^2.h$$

Existe um caso especial de cilindro que ocorre quando a sua altura é exatamente igual ao diâmetro da base. Ele é chamado de **cilindro equilátero.**

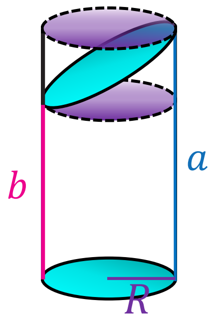


TRONCO

Por fim, vamos abordar o sólido denominado **tronco de cilindro**. Ele é formado como o sólido "restante" de um corte feito transversalmente em um cilindro, de maneira que faça intersecção com a circunferência da base, conforme a figura abaixo mostra.



Após este corte, o tronco de cilindro passa a ter diferentes "alturas", denominadas a e b, representadas abaixo.



Estamos interessados em calcular o volume desse tronco de cilindro. Naturalmente, podemos defini-lo como o volume total do cilindro subtraído de seu volume descartado:

$$V_{tronco} = V - V_{descartado}$$

O volume descartado é a subtração do cilindro de altura maior com o de altura menor, dividido por dois:

$$V_{descartado} = \frac{\pi R^2.(a-b)}{2}$$

Logo, calculamos o volume do tronco:

$$V_{tronco} = \pi R^2.a - \frac{\pi R^2.(a-b)}{2}$$

$$V_{tronco} = \frac{\pi R^2.(a+b)}{2}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

Um cilindro equilátero possui $\mathbf{250\pi\ cm^3}$ de volume. Calcule o valor da sua altura.

Resolução:

Primeiro, se o cilindro é equilátero, sabemos que o valor da sua altura é igual à do diâmetro da base:

$$h=2R\ (1)$$

O exercício nos forneceu o valor de seu volume. Inserimos esta informação na equação do volume do cilindro:

$$250\pi=\pi R^2.h\ (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$250\pi=\pi R^2.(2R)$$

$$250\pi=2\pi R^3$$

$$R^3=125$$

$$R=5\ cm$$

Logo, como o raio da base equivale à $5\ cm$, temos como solução que a altura deste cilindro equilátero é de $10\ cm$.

ANOTAÇÕES