

Item 01 =====

A partir do gráfico, temos que o custo diário nos 5 primeiros dias é de R\$ 50,00. Já do 6º ao 10º dia é dois reais mais barato, ou seja, R\$ 48,00 reais por dia. Assim, ao final do 10º dia o valor pago será:

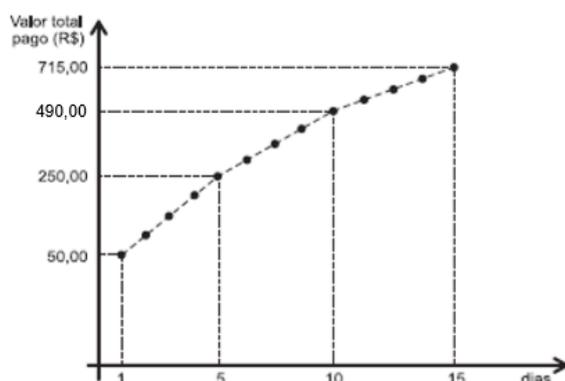
$$\text{total pago até o } 10^\circ \text{ dia} = 250 + 5 \cdot 48$$

$$\text{total pago até o } 10^\circ \text{ dia} = 250 + \frac{480}{2}$$

$$\text{total pago até o } 10^\circ \text{ dia} = 250 + 240$$

$$\text{total pago até o } 10^\circ \text{ dia} = 490 \text{ reais}$$

Dessa forma o gráfico completo ficaria o seguinte.



Por fim, para calcularmos o custo da diária (coeficiente angular) entre o 11º ao 15º dia, basta dividirmos a diferença entre o total pago no 15º dia e o total pago no 10º dia pelo número de dias (5), obtendo:

$$\text{diária entre } 11^\circ \text{ e } 15^\circ = \frac{\text{valor no } 15^\circ \text{ dia} - \text{valor no } 10^\circ \text{ dia}}{\text{total de dias}}$$

$$\text{diária entre } 11^\circ \text{ e } 15^\circ = \frac{715 - 490}{5}$$

$$\text{diária entre } 11^\circ \text{ e } 15^\circ = \frac{225}{5}$$

$$\text{diária entre } 11^\circ \text{ e } 15^\circ = \frac{15 \cdot 15}{5}$$

$$\text{diária entre } 11^\circ \text{ e } 15^\circ = 15 \cdot 3$$

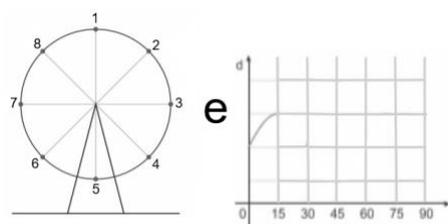
$$\text{diária entre } 11^\circ \text{ e } 15^\circ = 45 \text{ reais}$$

Resposta: Letra D.

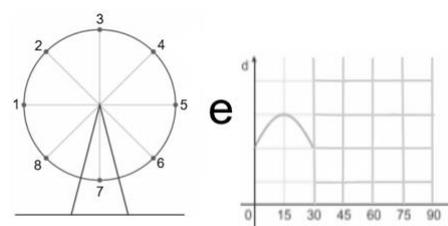
Item 02 =====

Como para cada volta da roda gigante leva 60 segundos, vamos dividir em quatro partes de 15 em 15 segundos.

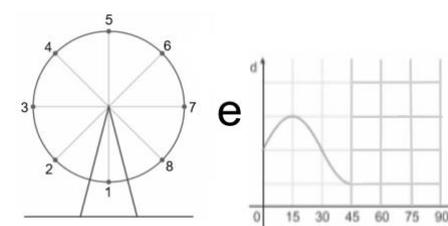
1º parte: a cadeira um vai em direção ao topo da roda gigante, alcançando o ápice no decimo quinto segundo, como vemos nos gráficos abaixo.



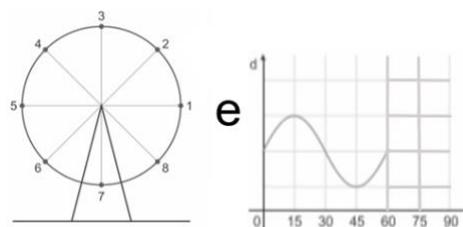
2º parte :a cadeira começa a descer voltando a altura inicial em relação ao solo no trigésimo segundo, como vemos nos gráficos abaixo.



3º parte: a cadeira continua a descer atingindo o mínimo no quadragésimo quinto segundo, mínimo esse que não é o zero pois ele ainda está acima do solo, como vemos nos gráficos abaixo.



4º parte: a cadeira começa novamente a aumentar sua altura em relação ao solo atingindo a altura inicial no sexagésimo minuto, como vemos nos gráficos abaixo.



Resposta: Letra A.



Resolução – Treinamento ENEM S11.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 03 =====

i) Vamos descobrir as raízes da função da montanha, para saber onde ela começa e onde ela termina.

$$f(x) = -x^2 + 17x - 66$$

$$-x^2 + 17x - 66 = 0$$

$$x^2 - 17x + 66 = 0$$

Para descobrir essas raízes eu vou usar o método da “soma e produto”, ou, também, Relações de Girard.

E, por que eu vou usar esse método? 2 motivos: nossos números são convenientes de trabalhar e eu estou desconfiando que o 6 e o 11 dados pela questão já são as raízes.

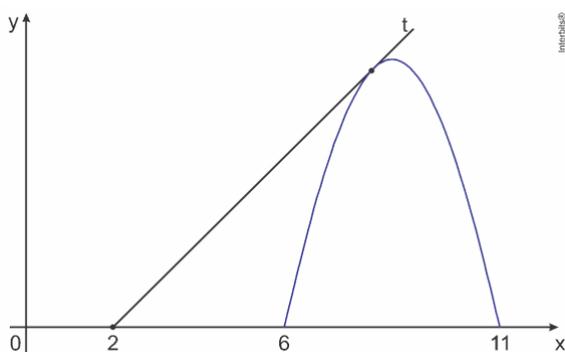
Vamos lá, o que é o que é que somado dá 17 e multiplicado dá 66?

Que sorte, justamente o 6 e o 11.

$$6 + 11 = 17$$

$$6 \cdot 11 = 66$$

Então, a questão está nos contando que o formato da montanha é somente a parte entre as raízes, o que faz sentido, já que a concavidade é para baixo e já que a montanha está acima do chão. Temos então:



ii) Achando a equação da reta

Como o ponto (2,0) em que o atirador está é um ponto dessa reta, temos:

$$g(x) = a \cdot x + b$$

$$g(2) = a \cdot 2 + b$$

$$0 = 2a + b$$

$$b = -2a$$

Podemos então escrever essa reta como:

$$g(x) = a \cdot x - 2a$$

iii) Igualando a função afim com a função quadrática, para achar os possíveis pontos de intersecção

$$f(x) = g(x)$$

$$-x^2 + 17x - 66 = ax - 2a$$

$$x^2 - 17x + 66 = -ax + 2a$$

$$x^2 + x(a - 17) + 66 - 2a = 0$$

Legal, e, como sabemos que só há um ponto de intersecção, pois estamos analisando uma reta tangente à parábola (o ponto máximo onde o coelho estaria visível é esse ponto de tangência).

E, para essa equação do segundo grau encontrada só possuir “uma” raiz, seu Delta tem de ser igual a 0.

Sendo assim:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (a - 17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (66 - 2a)$$

$$\Delta = a^2 - 34a + 289 - 264 + 8a$$

$$a^2 - 26a + 25 = 0$$

$$a = 25 \text{ ou } a = 1$$

Hmm, encontramos 2 valores para a. Beleza, vamos testar os 2 e ver se tem algum deles que não faz sentido nas condições que estamos trabalhando.

Então, quais são as possíveis g(x), por enquanto?

$$g(x) = a \cdot x + b$$

$$g(x) = a \cdot x - 2 \cdot a$$

$$g(x) = x - 2$$

e

$$g(x) = 25x - 50$$

iv) Igualando novamente a função afim com a função quadrática, agora com os valores de a já definidos, para achar os possíveis pontos de intersecção

- $a = 1$

$$-x^2 + 17x - 66 = x - 2$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$(x - 8)^2 = 0$$

$$x = 8$$

- $a = 25$



Resolução – Treinamento ENEM S11.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

$$-x^2 + 17x - 66 = 25x - 50$$

$$x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$(x + 4)^2 = 0$$

$$x = -4$$

Bom, viram que no $a = 25$, nosso x ficou negativo? Não faz muito sentido para a gente, né? Toda nossa construção tá no primeiro quadrante, que é positivo pra ambas as direções.

Então, vamos continuar trabalhando para $a = 1$.

v) Determinando o ponto que garante a segurança do coelho

Descobrimos que o x do ponto que garante essa segurança é 8. Então, temos:

Ponto = $(8, y)$

E, agora, para determinar esse y , basta aplicar o x a qualquer uma das funções.

Por ser mais prático, vamos aplicar o x à função afim.

Temos, então:

$$g(x) = x - 2$$

$$g(8) = 8 - 2$$

$$g(8) = 6$$

Então, o y do ponto é igual a 6, e, por fim: Ponto = $(8, 6)$

Resposta: Letra B

Item 04 =====

Pelo gráfico é notável que a temperatura é uma função linear do tempo, logo pode ser escrita na forma $y = ax + b$. Como a gente tem 2 pontos da função $[(0, 20)$ e $(6, -4)]$, nós temos 2 pares de valores para substituir x e y na função, então podemos montar um sistema para encontrar a e b . Quando x é 0, y é 20, e quando x é 6, y é -4:

$$\begin{cases} 20 = 0 \cdot a + b \\ -4 = 6 \cdot a + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20 = 0 \cdot a + b \\ -4 = 6 \cdot a + b \end{cases}$$

$$20 = 0 \cdot a + b$$

$$20 = b$$

Substituindo:

$$-4 = 6a + b$$

$$-4 = 6a + 20$$

$$6a = -24$$

$$a = -4$$

Logo a função que descreve essa variação de temperatura é:

$$y = -4x + 20$$

Sabendo disso, é bem direto achar o tempo para a temperatura de 0° , basta substituir $y = 0$ que encontramos o x correspondente:

$$y = -4x + 20$$

$$0 = -4x + 20$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

E nossa resposta é 5 min, **LETRA D**

Item 05 =====

Primeira coisa: a vazão de água é constante.

Vamos entender alguns aspectos, antes de começar.

i) O que é vazão?

Vazão de água é o fluxo de saída de água da torneira, isto é, é o Volume de água que sai num determinado tempo. Sendo assim, sua unidade pode ser:

$$\phi = \frac{m^3}{s}$$

Ok, agora, vamos ver o que acontece se a questão fosse com um cubo oco, né, um recipiente cúbico, por exemplo.

ii) Para um cubo, como fica o resultado?

Bom, o nosso "resultado", é um gráfico da altura em função do tempo, isto é, é uma função da altura pelo tempo: $h = f(t)$.

Agora, qual o volume do cubo: a^3 . Vamos colocar uma aresta de 1m. Então o volume é $1m^3$.

E qual a vazão? Vamos colocar $1 m^3/s$.

Então, o tempo que demora para encher esse cubo com água é 1s. Pois a vazão é $1m^3/s$, isto é, a torneira enche $1 m^3$ em 1s. E o cubo tem $1m^3$.

Legal, em 0,5s, ela vai ter enchido meio cubo então. Então, que altura é essa? Bom, sabemos que vai ser metade da aresta. Mas, por que sabemos isso? Porque o cubo é um prisma, e, sendo assim, podemos calcular seu volume como área da base vezes altura.

E, a qualquer momento durante seu enchimento, sua seção transversal é constante, pois vai ser a^2 . Então, esse enchimento vai ser linear. Ele vai encher num ritmo constante. Seu gráfico seria a letra **b**.

Resolução 1 - Interpretação:

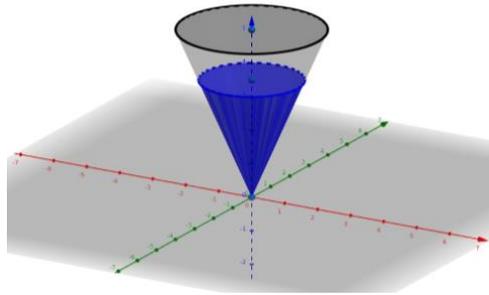
iii) Mas isso não acontece para o cone, então, como funciona no cone?

Resolução – Treinamento ENEM

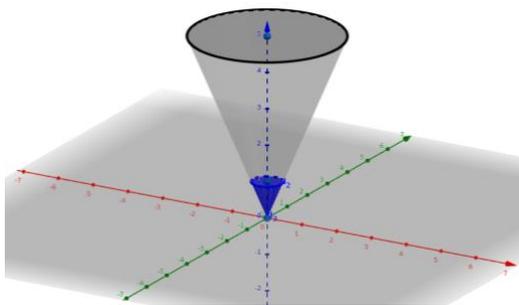
S11.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Bom, no cone, olha como faz sentido, no início, ele vai encher bem mais rápido né, porque aquele volumezinho é muito pequeno. Pensa naquele vértice embaixo do cone, quanto mais próxima dele a base, menor o volume.

Para calcular o volume de água no cone, basta considerar a base o nível da água durante o enchimento, na seguinte forma:



A base do volume de água é esse círculo azul. Sendo assim, quando a água está enchendo a parte mais próxima da origem do cone, na seguinte forma:



Vai estar aumentando a altura muito mais rápido.

Isso ocorre pois o volume do cone não é constante para cada seção transversal. Veja a fórmula do volume do cone:

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h$$

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Sendo assim, quanto menor o raio da seção transversal, isto é, quanto menor a área desse corte, a altura cresce mais rápido.

Isso é muito comum de ser relacionado em diversas questões.

Enfim, o que temos de entender é que, quanto menor o raio da área da base, mais rápido a altura da água nessa região crescerá, pois o volume da região próxima é menor.

iv) Procurar uma alternativa em que a altura aumenta mais rápido no início do enchimento, isto é, para os tempos menores. E, da mesma forma, a altura aumente mais devagar para tempos maiores.

Sabemos que não é **a**, pois a altura muda sim, como podemos ver nas imagens.

Sabemos que não é **b**, pois b foi o exemplo do cubo, quando a altura aumenta constantemente.

Sabemos que não é **c**, pois c é o contrário do que procuramos, c cresce mais lentamente no início e mais rapidamente no final.

Letra **d** é a nossa resposta.

Sabemos que não é letra **e**, porque ela tem um padrão de crescimento da altura irregular, o que não é o nosso caso e pode ser visto pela fórmula do Volume e o fato da vazão ser constante.

Resposta: Letra D

Resolução 2 - Geometria Espacial e Vazão:

iii) Legal, se você não se satisfaz com a resolução mais interpretativa, aqui vai uma mais técnica, em que vou provar a Resolução 1. Pelo menos eu, sempre fico triste quando o pessoal não prova o que escreve em livros de matemática kkkkkkk.



**Nick só faz
resolução
interpretativa**

**provou logo
em seguida**

Lembram que eu falei que a vazão é: $\phi = \frac{m^3}{s}$?

Então, nesse caso vale fazer o que chamamos de análise dimensional, e chegamos à conclusão de que:

$$\text{tempo} = \frac{\text{Volume}}{\text{Vazão}}$$

Pois, analisando dimensionalmente:

$$s = \frac{m^3}{\frac{m^3}{s}}$$

$$s = \frac{m^3 \cdot s}{m^3}$$

$$s = s$$



Resolução – Treinamento ENEM S11.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Assim, mostramos que volume/vazão é, de fato, igual a tempo.

iv) Colocando na equação a fórmula do Volume do Cone e da Vazão, e, chamando tempo de t , temos:

$$t = \frac{V_{\text{cone}}}{\phi}$$
$$t = \frac{\frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h}{\phi}$$
$$t = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3 \cdot \phi}$$
$$h = \frac{3 \cdot t \cdot \phi}{A_{\text{base}}}$$
$$h = \left(\frac{\phi \cdot 3}{A_{\text{base}}} \right) \cdot t$$

Ok, essa é a nossa altura em função do tempo.

v) Analisando a A_{base} ali na função

Bom, agora ficou simples de ver que, como o fluxo é constante, e, 3, também, quando aumenta essa área da base, essa altura “diminui”.

Na verdade, a conclusão deve ser que, para cada área da base menor, a altura cresce mais rápido em cada tempo.

É porque essa equação acaba sendo uma equação de 2 variáveis, a área da base e o tempo.

Então a gente analisa para cada variável constante, isto é, considerando tempo constante. Ou seja, se $t=1s$, quanto maior a área da base, menor a altura que vai ter atingido. E, quanto menor a área da base, maior a altura que vai ter atingido.

Sendo assim, quanto menor a área da base, mais rapidamente cresce a altura.

Então nosso gráfico é o gráfico da letra D

Resposta: Letra D

Item 06 =====

Para calcularmos a função que define a área dessa região cinza, podemos utilizar alguns conceitos de Geometria Plana. No caso, vou fazer da forma mais simples possível, isto é, pelo Método Destrutivo que é aquele que calculamos uma área pela subtração de outras áreas por outras.

Enfim, nessa questão nós vamos subtrair a área do quadrado da área da região branca, para achar a área da região cinza. Isso é simples, pois área de quadrado e área de triângulo nos são contas muito naturais.

i) Calculando a área do quadrado

$$A_{\text{quadrado}} = \text{aresta}^2$$

$$A_{\text{quadrado}} = a^2$$

ii) Calculando a área de um triângulo branco

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{(a) \cdot (a - x)}{2}$$

iii) Calculando a área da região cinza:

A área da região cinza será a área do quadrado - 2 vezes a área do triângulo branco.

$$A_{\text{cinza}} = a^2 - \left(2 \cdot \frac{a(a-x)}{2} \right)$$

$$A_{\text{cinza}} = a^2 - (a(a-x))$$

$$A_{\text{cinza}} = a^2 - (a^2 - ax)$$

$$A_{\text{cinza}} = a^2 - a^2 + ax$$

$$A_{\text{cinza}} = ax$$

Nossa que top né. Chegamos numa função afim, chega a botar um sorriso no meu rosto.

iv) Comparando a função que obtivemos com os gráficos

$A_{\text{cinza}} = a \cdot x$ é uma função afim, sendo assim, seu gráfico é uma reta.

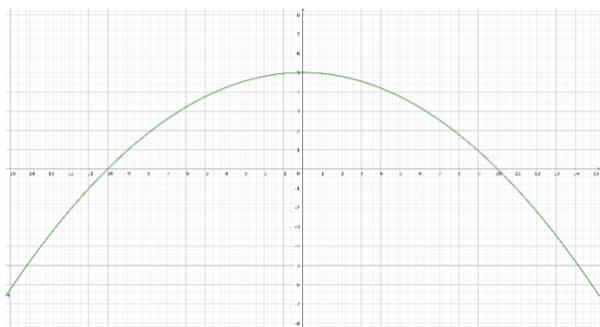
Resposta: Letra D

Item 07 =====

Essa questão trata-se de um entendimento da função quadrática com relação a seus termos e propriedades.

i) Lendo e enunciado e aplicando no entendimento da questão

Bom, o enunciado nos diz que o eixo das abscissas é a base da montanha. E, não fala nada sobre o eixo das ordenadas, o que sugere que sua posição não será de relevância na análise da questão. Nosso gráfico então está assim:



Lembrando que eu coloquei um eixo y arbitrário (ele não vai importar na resolução).

Legal, agora que utilizamos os dados fornecidos pelo enunciado, vamos ler as alternativas e ver o que a questão está pedindo.

Ela está pedindo análise:

- concavidade (efeito de $a > 0$ ou $a < 0$)
- raízes (efeito de $\Delta > 0$, $\Delta = 0$ ou $\Delta < 0$)

ii) Analisando a concavidade

Como a concavidade está voltada para baixo, podemos escrever as seguintes relações:

$a < 0 \rightarrow$ Concavidade para baixo

$a > 0 \rightarrow$ Concavidade para cima

Então, podemos afirmar que, como nossa concavidade está voltada para baixo, que o $a < 0$.

Ficamos, portanto, entre as letras **c, d e e**.

iii) Analisando o delta

Foi por causa dessa análise que a questão nos forneceu a posição do eixo das abscissas, pois agora podemos afirmar que possuímos 2 raízes reais. Basta olhar o gráfico que eu coloquei: ele corta o eixo x em 2 pontos diferentes.

Sendo assim, vamos também lembrar da aula de que:

$\Delta > 0 \rightarrow$ 2 raízes reais

$\Delta = 0 \rightarrow$ 2 raízes reais coincidentes (mesmo ponto)

$\Delta < 0 \rightarrow$ 0 raízes reais

E, como nosso gráfico possui 2 raízes reais diferentes, podemos afirmar que o $\Delta > 0$, e, como Δ é:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

que $b^2 - 4ac > 0$.

iv) Juntando as informações

$a < 0$

$b^2 - 4ac > 0$

Resposta: Letra D

Item 08 =====

Se nós olharmos para o valor de densidade energética de 2022, vemos que ele está muito próximo de 400 Wh/L, com isso, se a bateria desejada é de 30 kWh, é rápido encontrar o volume, já que a densidade energética é justamente a energia dividida pelo volume:

$$d_{\text{ener}} = \frac{\text{Energia}}{\text{Volume}}$$

$$400\text{Wh/L} = \frac{30\text{kWh}}{V}$$

$$V = \frac{30 \times 10^3 \text{Wh}}{400\text{Wh/L}}$$

$$V = 75\text{L}$$

E para o custo, cuja unidade está na barra da esquerda, vemos que é um valor em torno de 140 dólares por kWh. Com isso, podemos relacionar os valores do mesmo jeito que fizemos para o volume:

$$140\text{dol/kWh} = \frac{\text{Preço}}{\text{Capacidade}}$$

$$140 = \frac{P}{30}$$

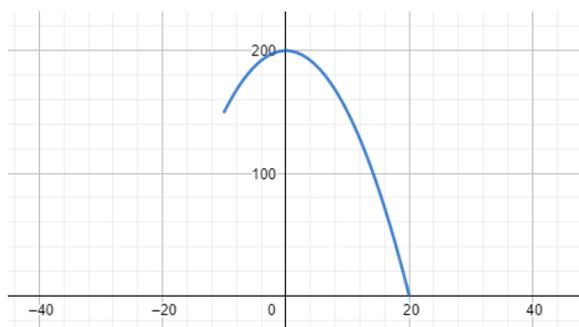
$$P = 4200\text{US\$}$$

E ficamos com a **LETRA A**.

Item 09 =====

O jeito mais direto de resolver essa questão é pegando essa parábola que o projétil descreveu e inserindo-a num sistema de coordenadas.

A gente vai considerar o chão como o eixo x e o eixo de simetria da parábola como eixo y, então a trajetória do projétil vai ficar assim:



Por simetria, a gente sabe que se uma raiz é 20, a outra será -20. Logo, escrevendo essa função na forma fatorada nós temos:

$$y = a(x - x')(x - x'')$$

$$y = a(x - 20)(x + 20)$$

Ainda falta a gente encontrar o "a" para ter a função inteira. Para isso, a gente pode substituir y e x pelo ponto vértice da função (0;200):

$$200 = a(0 - 20)(0 + 20)$$

$$200 = a(20)(-20)$$

$$200 = -400a$$

$$a = \frac{200}{-400}$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

E agora já temos a função inteira. A questão nos pede a altura do projétil quando foi lançado, então é só pegar a altura y do ponto inicial da trajetória, quando x é -10:

$$y = -\frac{1}{2}(x - 20)(x + 20)$$

$$y = -\frac{1}{2}(-10 - 20)(-10 + 20)$$

$$y = -\frac{1}{2}(-30)(10)$$

$$y = 150\text{m}$$

Existem muitos raciocínios diferentes para encontrar essa função, mas no final, a gente sempre vai encontrar 150 m,

LETRA D

Item 10 =====

O custo (C) é dado pelo custo fixo mais o custo variável (custo por peça). Calculando o custo fixo temos:

$$\text{custo fixo} = \text{salário} + \text{energia} + \text{imposto} + \text{combustível}$$

$$\text{custo fixo} = 450 + 60 + 160 + 70$$

$$\text{custo fixo} = 740$$

Agora, calculando o custo variável temos:

$$\text{custo variável} = \text{material por peça} + \text{embalagem por peça}$$

$$\text{custo variável} = 3,40 \cdot N + 0,6 \cdot N$$

$$\text{custo variável} = 4 \cdot N$$

Dessa forma, o custo (C) é

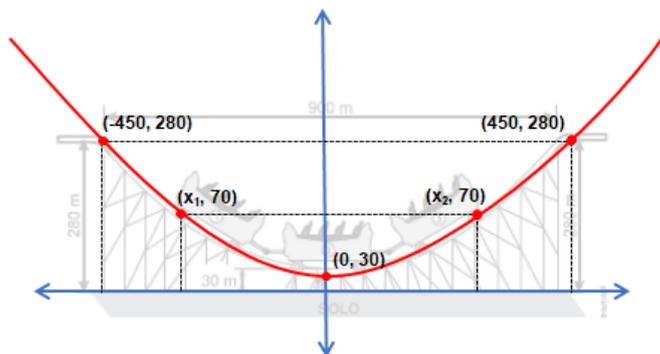
$$\text{Custo total} = \text{custo variável} + \text{custo fixo}$$

$$\text{Custo total} = 4 \cdot N + 740$$

Resposta: Letra D.

Item 11 =====

Primeiro passo é representar a parábola em cima da figura do enunciado, como mostrado na figura abaixo:



Agora devemos descobrir o valor de x_1 e x_2 , pois a distância entre o centro da roda dianteira do carrinho 1 e o centro da roda traseira do carrinho 3 será $x_2 - x_1$.

A forma geral de um parábola é:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Na parábola da questão temos que $c = 30$, pois:

$$x = 0 \text{ e } y = 30 \rightarrow 30 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \rightarrow c = 30$$

Agora utilizamos os pontos (-450, 280) e (450, 280) para descobrir os outros parâmetros, a e b.

$$\begin{cases} 280 = a \cdot (-450)^2 + b \cdot (-450) + 30 \\ 280 = a \cdot (450)^2 + b \cdot (450) + 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 280 = (450)^2 \cdot a - 450b + 30 \text{ (I)} \\ 280 = (450)^2 \cdot a + 450b + 30 \text{ (II)} \end{cases}$$

Fazendo (II) – (I):

$$[280 - 280] = [(450)^2 \cdot a - (450)^2 \cdot a] + [450b - (-450b)] + [30 - 30]$$

$$0 = 0 + 900b + 0$$

$$0 = 900b$$

$$b = 0$$

Substituindo $b = 0$ em (II)

$$280 = (450)^2 \cdot a + 450 \cdot 0 + 30$$

$$280 = (450)^2 \cdot a + 30$$

$$(450)^2 \cdot a = 250$$

$$a = \frac{250}{450^2}$$

Simplificando a:

$$a = \frac{250}{450^2} = \frac{5^2 \cdot 10}{9^2 \cdot 5^2 \cdot 10^2} = \frac{1}{81 \cdot 10} = \frac{1}{810}$$

Logo, a equação da parábola será:

$$y = \frac{x^2}{810} + 30$$

Substituindo $y = 70$:

$$70 = \frac{x^2}{810} + 30$$

$$\frac{x^2}{810} = 40$$

$$x^2 = 40 \cdot 810$$

$$x^2 = 32400$$

$$x = \pm\sqrt{32400}$$

$$x = \pm 180$$

$$x_1 = -180 \text{ e } x_2 = +180$$

Calculando a distância horizontal pedida:

$$x_2 - x_1 = +180 - (-180)$$

$$x_2 - x_1 = 360$$

Resposta: Letra C.

Item 12 =====

O lucro da venda das camisetas é dado por:

$$\text{Lucro} = \text{Receita} - \text{Custo}$$

Sendo que:

$$\text{Receita} = \text{R\$ } 20,00 \cdot n$$

$$\text{Custo} = \text{R\$ } 450,00 + \text{R\$ } 9,00 \cdot n$$

Onde n é o número de camisetas.

Portanto temos:

$$\text{Lucro} = \text{R\$ } 20,00 \cdot n - (\text{R\$ } 450,00 + \text{R\$ } 9,00 \cdot n)$$

Simplificando:

$$\text{Lucro} = 20n - 450 - 9n$$

$$\text{Lucro} = 20n - 9(50 + n)$$

Como queremos lucro de no mínimo R\$ 1.000,00

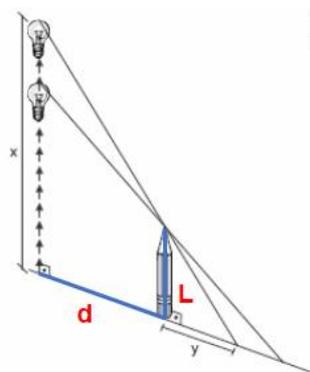
A desigualdade que permite calcular o número de camisetas (n) a serem vendidas para que se tenha esse lucro será

$$20n - 9(50 + n) \geq 1000$$

Resposta: Letra E.

Item 13 =====

Chamando a distância do lápis até o eixo em que a lâmpada desloca verticalmente de d e a altura do lápis de L . Tanto L quanto d serão constantes, pois não estamos movendo o lápis em nenhum momento, apenas a lâmpada.



Fazendo a semelhança para descobrir y em função de x e das constantes d e L :

$$\frac{y}{L} = \frac{y+d}{x}$$



Resolução – Treinamento ENEM S11.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Continuando os cálculos para isolar o y do lado esquerdo.

$$yx = L(y + d)$$

$$yx = Ly + Ld$$

$$y(x - L) = Ld$$

$$y = \frac{Ld}{x - L}$$

A qual é uma equação de uma hipérbole $\left(y = \frac{1}{x}\right)$

Se $x < L$, o valor fica negativo, mas não existe sombra negativa, o que acontece é que não se tem sombra. Por isso nos gráficos o início é um linha no zero.

Se $x = L$, ficamos com a divisão $y = \frac{Ld}{0}$, que não existe, por

isso no gráfico quando tendemos a esse valor o gráfico vai crescendo indefinidamente e formando uma assíntota.

Se $x \gg L$, ou seja um valor muito muito maior que L , digamos $x = 1.000.000.001$, $L = 1$ e $d = 1$, temos

$y = \frac{1}{1.000.000.000}$, que é um valor muito muito pequeno.

Com isso, quanto mais aumentamos x menor fica y , e consequentemente menor fica a sombra.

O único gráfico que satisfaz as características anteriores e o da letra C.

Resposta: Letra C.

Item 14 =====

Comparando $y = f(x)$ com $y = 2f(x - 1)$, temos que o valor y da função fica expandido em 2 vezes, ou seja todo ponto do gráfico original $f(x)$ ficará multiplicado por 2.

Ou seja, os valores máximos e mínimos novos da função serão, respectivamente, $y = 2 \cdot 2 = 4$ e $y = 2 \cdot -2 = -4$

Também temos que o gráfico translada 1 unidade para a direita por causa do "-1" dentro dos parênteses. Com isso, a todo ponto original deverá ser somado + 1 à direita. Por exemplo o ponto máximo era em $x = 1$ antes, agora o ponto máximo será em $x = 2$.

O único gráfico que satisfaz as condições anteriores é o da letra B

Resposta: Letra B.

Item 15 =====

Podemos perceber que o comportamento da queima do fósforo é linear, ou seja, podemos modelá-lo por uma função do tipo:

$$f(t) = at + b \rightarrow y = at + b$$

Onde y é o comprimento não queimado do fósforo e t é o tempo.

Substituindo 2 pontos que temos na figura, $(t = 0, y = 10,5)$ e $(t = 51, y = 2)$:

$$y = at + b$$

$$\begin{cases} 10,5 = a \cdot 0 + b \\ 2 = a \cdot 51 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10,5 = b \\ 2 = 51a + b \end{cases}$$

Ou seja $b = 10,5$, substituindo na última equação acima:

$$2 = 51a + 10,5$$

$$51a = 2 - 10,5$$

$$51a = -8,5$$

$$a = \frac{-8,5}{51} = -\frac{1}{6}$$

Portanto, a função que representa o comprimento de madeira não chamuscada em função do tempo é:

$$y = -\frac{t}{6} + 10,5$$

Como queremos descobrir o tempo suficiente para o palito de fósforo queimar totalmente, devemos calcular t tal que $y = 0$, pois y é justamente o comprimento que sobra não queimado.

$$0 = -\frac{t}{6} + 10,5$$

$$\frac{t}{6} = 10,5$$

$$t = 63 \text{ segundos}$$

Tempo = 1 min e 3 segundos

Resposta: Letra C.