Matemática, de 2000 a 2018

Tópicos	Nº Questões	Porcentagem
Geometria Plana	53	22,36%
Funções	45	18,99%
Análise Combinatória e Probabilidade	22	9,28%
Geometria Sólida	20	8,44%
Geometria Analítica	17	7,17%
Razão, proporção e porcentagem	17	7,17%
Matrizes, determinantes e sistemas	15	6,33%
Trigonometria	14	5,91%
Propriedades de Conjuntos Numéricos	13	5,49%
Progressões	12	5,06%
Polinômio	5	2,11%
Estatística	4	1,69%
Total	237	100%

Matemática, de 2010 a 2018

Tópicos	Nº Questões	Porcentagem
Geometria Plana	19	19,19%
Funções	17	17,17%
Análise Combinatória e Probabilidade	11	11,11%
Geometria Sólida	9	9,09%
Trigonometria	9	9,09%
Geometria Analítica	8	8,08%
Matrizes, determinantes e sistemas	6	6,06%
Propriedades de Conjuntos Numéricos	6	6,06%
Razão, proporção e porcentagem	5	5,05%
Estatística	4	4,04%
Progressões	3	3,03%
Polinômio	2	2,02%
Total	99	100%

Sumário

1 Análise Combinatória e Probabilidade

1. (2000) Um arquivo de escritório possui 4 gavetas chamadas a, b, c, d. Em cada gaveta cabem no máximo 5 pastas. Uma secretária guardo, ao acaso, 18 pastas nesse arquivo. Qual é a probabilidade de haver exatamente 4 pastas na gaveta a?

   (a) $\frac{3}{10}$ **(b)** $\frac{1}{10}$ **(c)** $\frac{3}{20}$ **(d)** $\frac{1}{20}$ **(e)** $\frac{1}{30}$

2. (2001) Uma classe de Educação Física de um colégio é formada por dez estudantes, todos com alturas diferentes. As alturas dos estudantes, em ordem crescente serão designadas por $h_1, h_2, ..., h_{10}$ ($h_1 < h_2 < ... < h_9 < h_{10}$). O professor vai escolher cinco desses estudantes para participar de uma demonstração na qual eles se apresentarão alinhados, em ordem crescente de suas alturas. Dos $\binom{10}{5} = 252$ grupos que podem ser escolhidos, em quantos, o estudantes, cuja a altura h_7, ocupará a posição central durante a demonstração?

   (a) 7 **(b)** 10 **(c)** 21 **(d)** 45 **(e)** 60

3. (2002) Dois triângulos congruentes, com lados coloridos, são *indistinguíveis* se podem ser sobrepostos de tal modo que as cores dos lados congruentes sejam as mesmas. Dados dois triângulos equiláteros congruentes, cada um de seus lados é pintado com uma cor escolhida entre duas possíveis, como igual probabilidade. A probabilidade de que esses triângulos sejam indistinguíveis é:

   (a) $\frac{1}{2}$ **(b)** $\frac{3}{4}$ **(c)** $\frac{9}{16}$ **(d)** $\frac{5}{16}$ **(e)** $\frac{15}{32}$

4. (2003) Uma ONG decidiu preparar sacolas, contendo 4 ítens distintos cada, para distribuir entre a população carente. Esses 4 ítens devem ser escolhidos entre 8 tipos de produtos de limpeza e 5 tipos de alimentos não perecíeis. Em cada sacola, deve haver pelo menos um ítem que seja alimento não perecível e pelo menos um item que seja produto de limpeza. Quantos tipos de sacolas distintas podem ser feitos?

   (a) 360 **(b)** 420 **(c)** 540 **(d)** 600 **(e)** 640

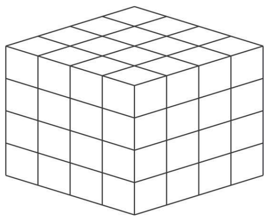
5. (2004) Três empresas devem ser contratadas para realizar quatro trabalhos distintos em um condomínio. Cada trabalho será atribuído a uma única empresa e todas elas devem ser contratadas. De quantas maneiras distintas podem ser distribuídos os trabalhos?

   (a) 12 **(b)** 18 **(c)** 36 **(d)** 72 **(e)** 108

6. (2005) Participam de um torneio de voleibol, 20 equipes distribuídas em 4 chaves, de 5 times cada. Na 1^a fase do torneio, os times jogam entre si uma única vez (um único turno), todos contra todos em cada chave, sendo que os 2 melhores de cada chave passam para a 2^a fase. Na 2^a fase, os jogos são eliminatórios; depois de cada partida apenas o vencedor permanece no torneio. Logo, o números de jogos necessários até que se apure o campeão do torneio é

   (a) 39 **(b)** 41 **(c)** 43 **(d)** 45 **(e)** 47

7. (2006) A partir de 64 cubos brancos, todos iguais, forma-se um novo cubo. A seguir, este novo cubo tem cinco de suas seis faces pintadas de vermelho. O número de cubos menores que tiveram pelo menos duas de suas faces pintadas de vermelho é

   (a) 24 **(b)** 26 **(c)** 28 **(d)** 30 **(e)** 32

8. (2006) Em certa comunidade, dois homens sempre se cumprimentam (na chegada) com um aperto de mão e despedem (na saída) com outro aperto de mão. Um homem e uma mulher se cumprimentam com um aperto de mão, mas se despedem com um aceno. Duas mulheres só trocam acenos, tanto para se cumprimentarem quanto para se despedirem.

   Em uma comemoração, na qual 37 pessoas almoçaram juntas, todos se cumprimentaram e se despediram na forma descrita acima. Quantos dos presentes eram mulheres, sabendo que foram trocados 720 apertos de mão?

(a) 16
(b) 17
(c) 18
(d) 19
(e) 20

9. (2007) Em uma classe de 9 alunos, todos se dão bem, com excessão de Andréia, que vive brigando com Manoel e Alberto.

   Nessa classe, será constituída uma comissão de cinco alunos, com a exigência de que cada membro se relacione bem com todos os outros.

   Quantas comissões podem ser formadas?

   (a) 71
   (b) 75
   (c) 80
   (d) 83
   (e) 87

10. (2008) Uma lotação possui três bancos para passageiros, cada um com três lugares, e deve transportar os três membros da família Souza, o casal Lúcia e Mauro e mais quatro pessoas. Além disso,

    (a) a família Souza quer ocupar um mesmo banco;
    (b) Lúcia e Mauro querem sentar-se lado a lado.

    Nessas condições, o número de maneiras distintas de dispor os nove passageiros no lotação é igual a

    (a) 928
    (b) 1152
    (c) 1828
    (d) 2412
    (e) 3456

11. (2009) Dois dados cúbicos, não viciados, com faces numeradas de 1 a 6 serão lançados simultaneamente. A probabilidade de que sejam sorteados dois números consecutivos, cuja soma seja um número primo, é de

    (a) $\frac{2}{9}$
    (b) $\frac{1}{3}$
    (c) $\frac{4}{9}$
    (d) $\frac{5}{9}$
    (e) $\frac{2}{3}$

12. (2010) Maria deve criar uma senha de 4 dígitos para sua conta bancária. Nesta senha, somente os algarismos 1,2,3,4,5 podem ser usados e um mesmo algarismo pode aparecer mais de uma vez. Contudo, supersticiosa, Maria não quer que sua senha contenha o número 13, isto é, o algarismo 1 seguido do algarismo 3. De quantas maneiras distintas Maria pode escolher sua senha?

    (a) 551
    (b) 552
    (c) 553
    (d) 554
    (e) 555

13. (2011)Um dado cúbico não viciado com faces numeradas de 1 a 6, é lançado três vezes. Em cada lançamento, anota-se o número obtido na face superior do dado, formando-se a sequência (a, b, c). Qual a probabilidade de que b seja sucessor de a ou que c seja sucessor de b?

    (a) $\frac{4}{27}$
    (b) $\frac{11}{54}$
    (c) $\frac{7}{27}$
    (d) $\frac{10}{27}$
    (e) $\frac{23}{54}$

14. (2012) Considere todos os pares ordenados de números naturais (a, b) em que $11 \leq a \leq 22$ e $43 \leq b \leq 51$. Cada um desses pares ordenados está escrito em um cartão diferente. Sorteando-se um desses cartões ao acaso, qual é a probabilidade de que se obtenha um par ordenado (a, b) de tal forma a fração $\frac{a}{b}$ seja irredutível e com o denominador par?

    (a) $\frac{7}{27}$
    (b) $\frac{13}{54}$
    (c) $\frac{6}{27}$
    (d) $\frac{11}{54}$
    (e) $\frac{5}{27}$

15. (2012) Francisco deve elaborar uma pesquisa sobre dois artrópodes distintos. Eles serão selecionados, ao acaso, da seguinte relação: aranha,besouro, barata, lagosta, camarão, formiga, ácaro, caranguejo, abelha, carrapato, escorpião e gafanhoto.

    Qual é a probabilidade de que ambos os artrópodes escolhidos para a pesquisa de Francisco não sejam insetos?

    (a) $\frac{44}{144}$
    (b) $\frac{14}{33}$
    (c) $\frac{7}{22}$
    (d) $\frac{5}{22}$
    (e) $\frac{15}{144}$

16. (2013) Vinte times de futebol disputam a Série A do Campeonato Brasileiro, sendo seis deles paulistas. Cada time joga duas vezes contra cada um dos seus adversários. A porcentagem de jogos nos quais os dois oponentes são paulistas é

(a) menor que 7%

(b) maior que 7%, mas menor que 10%

(c) maior que 10%, mas menor que 13%

(d) maior que 13%, mas menor que 16%

(e) maior que 16%

17. (2014) O gamão é um jogo de tabuleiro muito antigo, para dois oponentes, que combina a sorte, em lances de dados, com estratégia, no movimento das peças. Pelas regras adotadas, atualmente, no Brasil, o número total de casas que as peças de um jogador podem avançar, numa dada jogada, é determinado pelo resultado do lançamento de dois dados. Esse número é igual à soma dos valores obtidos nos dois dados, se esses valores forem diferentes entre si; e é igual ao dobro da soma, se os valores obtidos nos dois dados forem iguais. Supondo que os dados não sejam viciados, a probabilidade de um jogador poder fazer suas peças andarem pelo menos oito casas em uma jogada é

(a) $\frac{1}{3}$

(b) $\frac{5}{12}$

(c) $\frac{17}{36}$

(d) $\frac{1}{2}$

(e) $\frac{19}{36}$

18. (2015) De um baralho de 28 cartas, sete de cada naipe, Luís recebe cinco cartas: duas de ouros, uma de espadas, uma de copas e uma de paus. Ele mantém consigo as duas cartas de ouros e troca as demais por três cartas escolhidas ao acaso dentre as 23 cartas que tinham ficado no baralho. A probabilidade de, ao final, Luís conseguir cinco cartas de ouros é:

(a) $\frac{1}{130}$

(b) $\frac{1}{420}$

(c) $\frac{10}{1771}$

(d) $\frac{25}{7117}$

(e) $\frac{52}{8117}$

19. (2016) Em um experimento probabilístico, Joana retirará aleatoriamente 2 bolas de uma caixa contendo bolas azuis e bolas vermelhas. Ao montar-se o experimento, colocam-se 6 bolas azuis na caixa. Quantas bolas vermelhas devem ser acrescentadas para que a probabilidade de Joana obter 2 azuis seja 1/3?

a) 2

b) 4

c) 6

d) 8

e) 10

20. (2017) Cláudia, Paulo, Rodrigo e Ana brincam entre si de amigo-secreto (ou amigo-oculto). Cada nome é escrito em um pedaço de papel, que é colocado em uma urna, e cada participante retira um deles ao acaso. A probabilidade de que nenhum participante retire seu próprio nome é

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{7}{24}$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{3}{8}$

e) $\frac{5}{12}$

21. (2018) Em uma urna, há bolas amarelas, brancas e vermelhas. Sabe-se que:

I. A probabilidade de retirar uma bola vermelha dessa urna é o dobro da probabilidade de retirar uma bola amarela.

II. Se forem retiradas 4 bolas amarelas dessa urna, a probabilidade de retirar uma bola vermelha passa a ser 1/2.

III. Se forem retiradas 12 bolas vermelhas dessa urna, a probabilidade de retirar uma bola branca passa a ser 1/2.

A quantidade de bolas brancas na urna é

(a) 8.

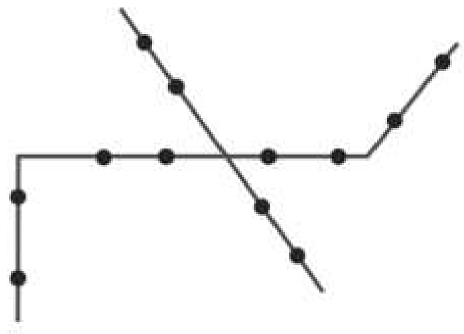
(b) 10.

(c) 12.

(d) 14.

(e) 16.

22. (2018) Doze pontos são assinalados sobre quatro segmentos de reta de forma que três pontos sobre três segmentos distintos nunca são colineares, como na figura.



O número de triângulos distintos que podem ser desenhados com os vértices nos pontos assinalados é

(a) 200.

(b) 204.

(c) 208.

(d) 212.

(e) 220.

1.1 Gabarito - Análise Combinatória e Probabilidade

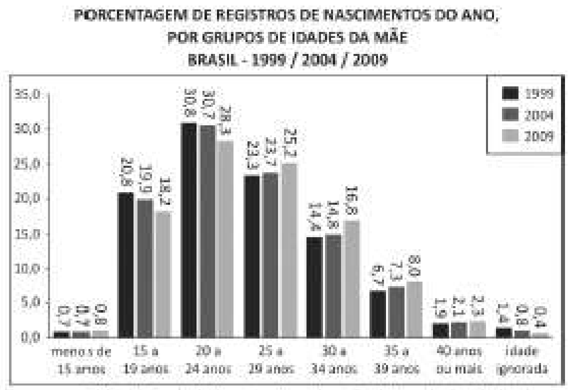
1. A
2. D
3. D
4. E
5. C
6. E
7. A
8. B
9. A
10. E
11. A
12. A
13. C
14. E
15. C
16. B
17. C
18. C
19. B
20. D
21. C
22. D

2 Estatística

1. (2014) Cada uma das cinco listas dadas é a relação de notas obtidas por seis alunos de uma turma em uma certa prova. Assinale a única lista na qual a média das notas é maior do que a mediana.

   (a) 5,5,7,8,9,10
   (b) 4,5,6,7,8,8
   (c) 4,5,6,7,8,9
   (d) 5,5,5,7,7,9
   (e) 5,5,10,10,10,10

2. (2015) Examine o gráfico.



IBGE. Diretoria de Pesquisa, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Estatísticas do Registro Civil, 1999/2004/2009. Adaptado.

   Com base nos dados do gráfico, pode se afirmar corretamente que a idade

   a) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi maior que 27 anos.
   b) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi menor que 23 anos.
   c) mediana das mães das crianças nascidas em 1999 foi maior que 25 anos.
   d) média das mães das crianças nascidas em 2004 foi maior que 22 anos.
   e) média das mães das crianças nascidas em 1999 foi menor que 21 anos.

3. (2016)Um veÍculo viaja entre dois povoados da Serra da Mantiqueira, percorrendo a primeira terça parte do trajeto à velocidade média de 60 km/h, a terça parte seguinte a 40 km/h e o restante do percurso a 20 km/h. O valor que melhor aproxima a velocidade média do veÍculo nessa viagem, em km/h, é

   a) $32,5$
   b) 35
   c) $37,5$
   d) 40
   e) $42,5$

4. (2016) Em uma classe com 14 alunos, 8 são mulheres e 6 são homens. A média das notas das mulheres no final do semestre ficou 1 ponto acima da média da classe. A soma das notas dos homens foi metade da soma das notas das mulheres. Então, a média das notas dos homens ficou mais próxima de

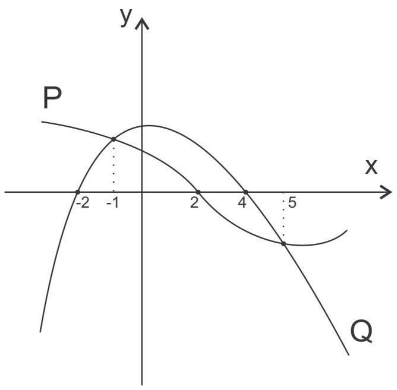
   a) 4,3
   b) 4,5
   c) 4,7
   d) 4,9
   e) 5,1

2.1 Gabarito - Estatística

1. D
2. D
3. A
4. C

3 Funções - 2000 a 2009

1. (2000) Os gráficos de duas funções polinomiais P e Q estão representados na figura seguinte.



Então, no intervalo $[-4, 8]$, $P(x)Q(x) < 0$ para:

a) $-2 < x < 4$

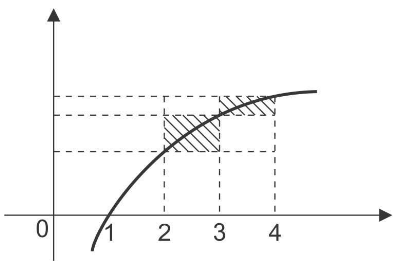
b) $-2 < x < -1$ ou $5 < x < 8$

c) $-4 < x < -2$ ou $2 < x < 4$

d) $-4 < x < -2$ ou $5 < x < 8$

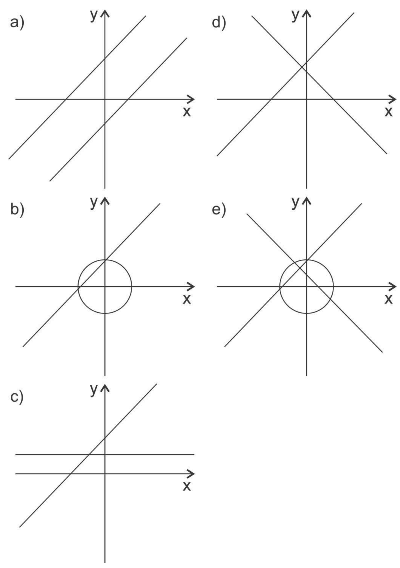
e) $-1 < x < 5$

2. (2000) A curva da figura que se segue representa o gráfico da função $y = \log_{10} x$, para $x > 0$. Assim sendo, a área da região hachurada, formada pelos dois retângulos, é:



a) $y = \log_{10} 2$ **d)** $y = \log_{10} 5$
b) $y = \log_{10} 3$
c) $y = \log_{10} 4$ **e)** $y = \log_{10} 6$

3. (2001) O conjunto dos pontos (x, y) do plano cartesiano, cujas coordenadas satisfazem a equação $(x^2 + y^2 + 1)(2x + 3y - 1)(3x - 2y + 3) = 0$, pode ser representado, graficamente, por



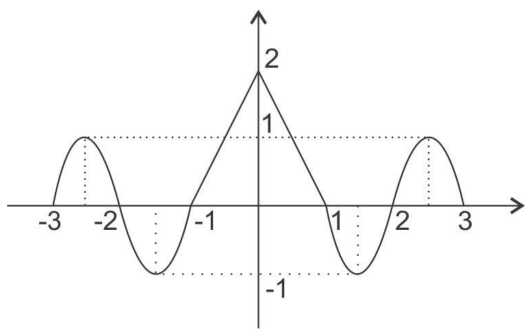
4. (2001) A elipse $x^2 + \dfrac{y^2}{2} = \dfrac{9}{4}$ e a reta $y = 2x + 1$, do plano cartesiano, se interceptam nos pontos B e A . Pode-se, pois, afirmar que o ponto médio do segmento $\overline{BA}$ é:

a) $\left(-\dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$ **d)** $\left(-\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$

b) $\left(\dfrac{2}{3}, -\dfrac{7}{3}\right)$ **e)** $\left(-\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{2}\right)$

c) $\left(\dfrac{1}{3}, -\dfrac{5}{3}\right)$

5. (2001) A função $f(x)$ definida para $-3 \leq x \leq 3$, tem o seguinte gráfico



onde as linhas ligando $(-1, 0)$ a $(0, 2)$ e $(0, 2)$ a $(1, 0)$ são segmentos de reta. Supondo $a < 0$, para que valores de a o gráfico do polinômio $p(x) = a(x^2 - 4)$ intercepta o gráfico de $f(x)$ em exatamente 4 pontos distintos?

a) $-\frac{1}{2} < a < 0$

b) $-1 < a < -\frac{1}{2}$

c) $-\frac{3}{2} < a < -1$

d) $-2 < a < -\frac{3}{2}$

e) $a < -2$

6. (2001) Sendo $P = (a, b)$ um ponto qualquer da circunferência de centro na origem e raio 1, que satisfaça $b > 0$ e $a \neq \pm b$, pode-se afirmar que

$$\log\left(\frac{b^3}{a^2 - b^2}\left(\frac{a^4}{b^4} - 1\right)\right) \text{ vale:}$$

a) 0

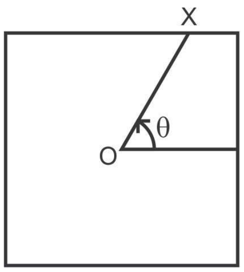
b) 1

c) $-\log b$

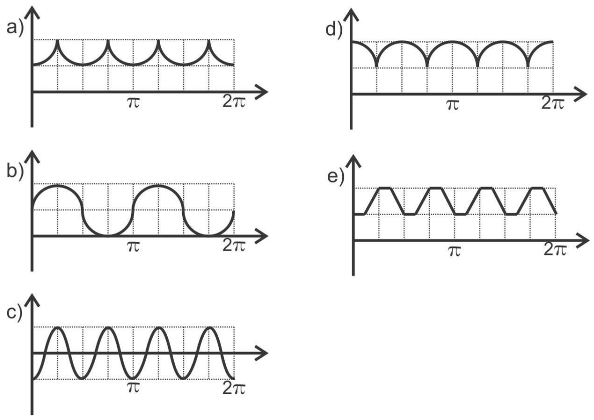
d) $\log b$

e) $2\log b$

7. (2001) O quadrado ao lado tem O como centro e M como ponto médio de um de seus lados. Para cada ponto X pertencente aos lados do quadrado, seja θ o ângulo $M\hat{O}X$, medido em radianos,



no sentido anti-horário. O gráfico que melhor representa a distância de O a X, em função de θ, é:



8. (2002) Os pontos $(0, 0)$ e $(2, 1)$ estão no gráfico de um função quadrática f. O mínimo de f é assumido no ponto de abcissa $x = -\frac{1}{4}$. Logo o valor de $f(1)$ é:

a) $\frac{1}{10}$

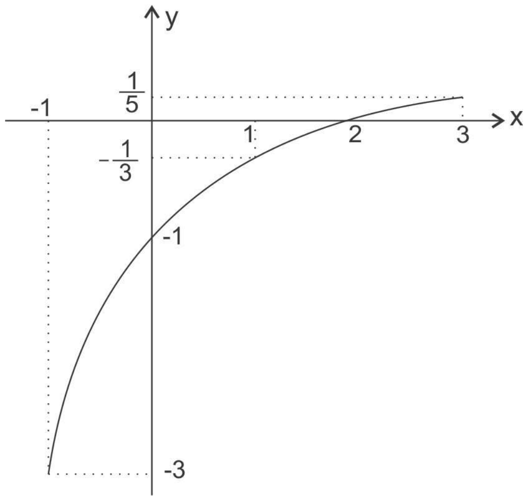
b) $\frac{2}{10}$

c) $\frac{3}{10}$

d) $\frac{4}{10}$

e) $\frac{5}{10}$

9. (2002) A figura abaixo representa o gráfico de uma função da forma $f(x) = \frac{x + a}{bx + c}$, para $-1 \leq x \leq 3$



Pode-se concluir que o valor de b é

a) -2

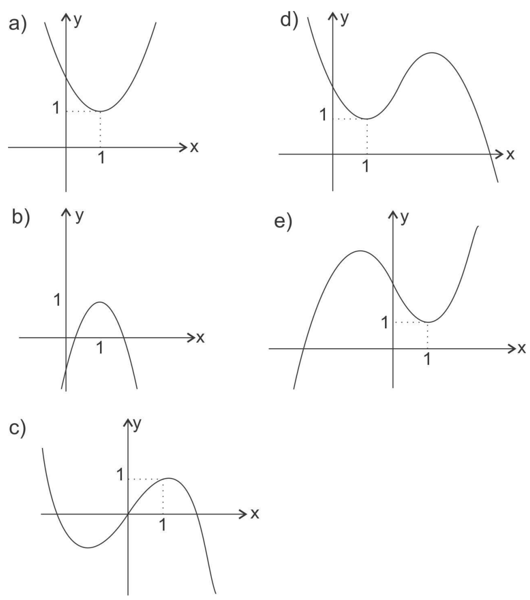
b) -1

c) 0

d) 1

e) 2

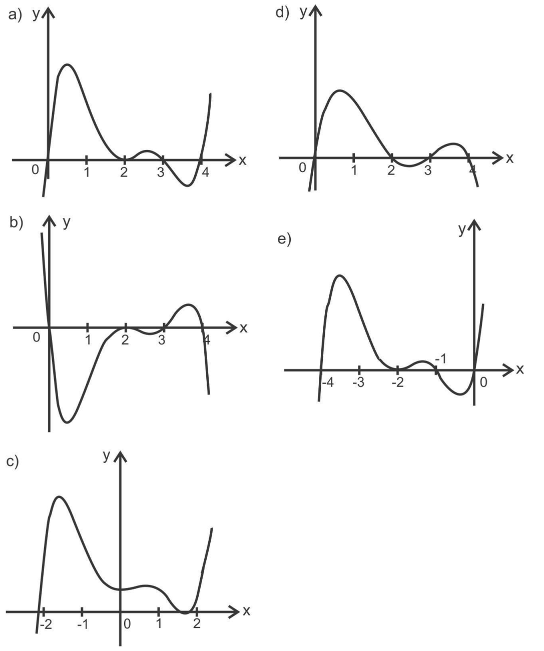
10. (2002) O *módulo* $|x|$ de um número real é definido por $|x| = x$ se $x \geq 0$ ou $|x| = -x$ se $x \leq 0$. Das alternativas abaixo, a que melhor representa o gráfico da função $f(x) = x|x| - 2x + 2$ é:



11. (2002) Seja $f(x) = 2^{2x+1}$. Se a e b são tais que $f(a) = 4f(b)$, pode-se afirmar que:

a) $a+b=2$
b) $a+b=1$
c) $a-b=3$
d) $a-b=2$
e) $a-b=1$

12. (2002) Dado o polinômio $p(x) = x^2(x-1)(x^2-4)$, o gráfico da função $y = p(x-2)$ é melhor representado por:



13. (2002) Se (x, y) é solução do sistema:

$$\begin{cases} 2^x \cdot 4^y = \dfrac{3}{4} \\ y^3 - \dfrac{1}{2}xy^2 = 0 \end{cases}$$

pode-se afirmar que:

a) $x = 0$ ou $x = -2 - \log_2 3$
b) $x = 1$ ou $x = 3 + \log_2 3$
c) $x = 2$ ou $x = -3 + \log_2 3$
d) $x = \dfrac{\log_2 3}{2}$ ou $x = -1 + \log_2 3$
e) $x = -2 + \log_2 3$ ou $x = -1 + \dfrac{\log_2 3}{2}$

14. (2003) Seja f a função que associa, a cada número real x, o menor dos números $x+3$ e $-x+5$. Assim, o valor máximo de $f(x)$ é:

a) 1
b) 2
c) 4
d) 6
e) 7

15. (2003) Duas retas s e t do plano cartesiano se interceptam no ponto $(2, 2)$. O produto de seus coeficientes angulares é 1 e a reta s intercepta o eixo dos y no ponto $(0, 3)$. A área do triângulo delimitado pelo eixo dos x e pelas retas s e t é:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

16. (2003) As soluções da equação

$$\frac{x-a}{x+a} + \frac{x+a}{x-a} = \frac{2\left(a^4+1\right)}{a^2\left(x^2-a^2\right)}$$

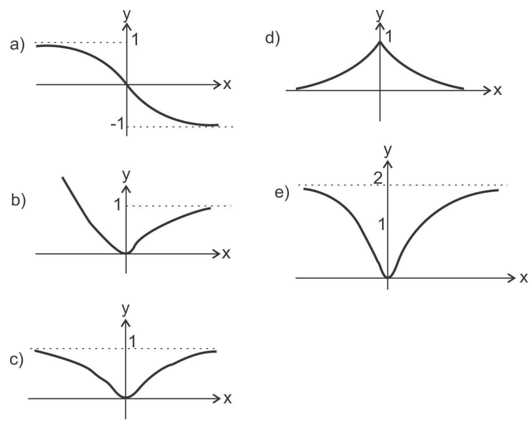
onde $a \neq 0$, são:

a) $\dfrac{-a}{2}$ e $\dfrac{a}{4}$
b) $\dfrac{-a}{2}$ e $\dfrac{a}{4}$
c) $\dfrac{-1}{2a}$ e $\dfrac{1}{2a}$
d) $\dfrac{-1}{a}$ e $\dfrac{1}{2a}$
e) $\dfrac{-1}{a}$ e $\dfrac{1}{a}$

17. (2003) Seja $f(x) = \log_3(3x+4) - \log_3(2x-1)$. Os valores de x, para os quais f está definida e satisfaz $f(x) > 1$ são:

a) $x < \dfrac{7}{3}$
b) $\dfrac{1}{2} < x$
c) $\dfrac{1}{2} < x < \dfrac{7}{3}$
d) $-\dfrac{4}{3} < x$
e) $-\dfrac{4}{3} < x < \dfrac{1}{2}$

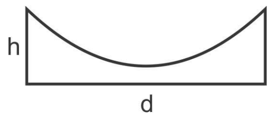
18. (2004) Das alternativas abaixo, a que melhor corresponde ao gráfico da função $f(x) = 1 - 2^{-|x|}$ é:



19. (2004) Se x é um número real, $x > 2$ e $\log_2(x-2) - \log_4 x = 1$, então o valor de x é:

a) $4-2\sqrt{3}$
b) $4-\sqrt{3}$
c) $2+2\sqrt{3}$
d) $4+2\sqrt{3}$
e) $2+4\sqrt{3}$

20. (2005) Suponha que um fio suspenso entre duas colunas de mesma altura h, situadas à distância d (ver figura), assuma a forma de uma parábola.



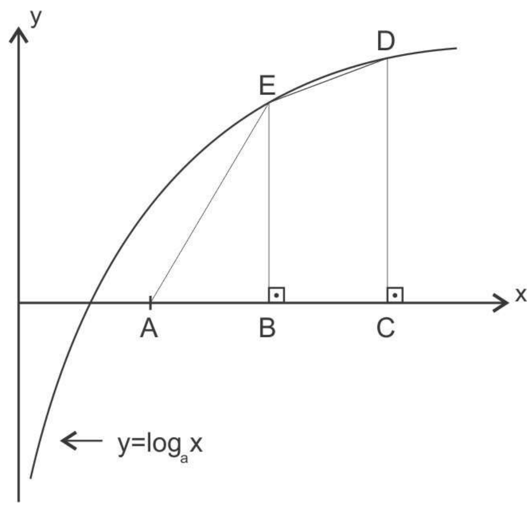
Suponha também que

- a altura mínima do fio ao solo seja igual a 2;
- a altura do fio sobre um ponto no solo que dista $\frac{d}{4}$ de uma das colunas seja igual a $\frac{h}{2}$.

Se $h = \frac{3d}{8}$, então d vale:

a) 14 **b)** 16 **c)** 18 **d)** 20 **e)** 22

21. (2005) Os pontos D e E pertencem ao gráfico da função $f(x) = \log_a x$, com $a > 1$ (figura abaixo). Suponha que $B = (x, 0)$, $C = (x + 1, 0)$ e $A = (x - 1, 0)$. Então o valor de x para o qual a área do trapézio $BCDE$ é o triplo da área do triângulo ABE, é:



a) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ **b)** $1 + \frac{\sqrt{5}}{2}$ **c)** $\frac{1}{2} + \sqrt{5}$ **d)** $1 + \sqrt{5}$ **e)** $\frac{1}{2} + 2\sqrt{5}$

22. (2006) O conjunto de pontos (x, y) no plano cartesiano que satisfazem $t^2 - t - 6 = 0$, onde $t = |x - y|$, consiste de:

a) uma reta **b)** duas retas **c)** quatro retas **d)** uma parábola **e)** duas parábolas

23. (2006) O conjunto dos números reais x que satisfazem a inequação $\log_2(2x + 5) - \log_2(3x - 1) > 1$ é o intervalo:

a) $\left]-\infty, -\frac{5}{2}\right[$ **b)** $\left]\frac{7}{4}, \infty\right[$ **c)** $\left]-\frac{5}{2}, 0\right[$ **d)** $\left]\frac{1}{3}, \frac{7}{4}\right[$ **e)** $\left]0, \frac{1}{3}\right[$

24. (2007) A soma e o produto das raízes da equação de segundo grau $(4m + 3n)x^2 - 5nx + (m - 2) = 0$ valem, respectivamente, $\frac{5}{8}$ e $\frac{3}{32}$. Então $m + n$ é igual a

a) 9 **b)** 8 **c)** 7 **d)** 6 **e)** 5

25. (2007) Sejam a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 números estritamente positivos tais que $\log_2 a_1$, $\log_2 a_2$, $\log_2 a_3$, $\log_2 a_4$, $\log_2 a_5$ formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão $\frac{1}{2}$. Se $a_1 = 4$, então o valor da soma $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ é igual a

a) $24 + \sqrt{2}$ **b)** $24 + 2\sqrt{2}$ **c)** $24 + 12\sqrt{2}$ **d)** $28 + 12\sqrt{2}$ **e)** $28 + 18\sqrt{2}$

26. (2008) A soma dos valores de m para os quais $x = 1$ é raiz da equação $x^2 + (1 + 5m - 3m^2)x + (m^2 + 1)$ é igual a

a) $\frac{5}{2}$ **b)** $\frac{3}{2}$ **c)** 0 **d)** $-\frac{3}{2}$ **e)** $-\frac{5}{2}$

27. (2008) Os números reais x, e y são soluções do sistema

$$\begin{cases} 2\log_2 x - \log_2(y - 1) = 1 \\ \log_2(x + 4) - \frac{1}{2}\log_2 y = 2 \end{cases}$$

então $7\left(\sqrt{y} - x\right)$ vale

a) -7 **b)** -1 **c)** 0 **d)** 1 **e)** 7

28. (2009) O número real a é o menor dentre os valores de x que satisfazem a equação $2\log_2(1+\sqrt{2}x) - \log_2(\sqrt{2}x) = 3$. Então $\log_2\left(\dfrac{2a+4}{3}\right)$ é igual a

a) $\dfrac{1}{4}$

b) $\dfrac{1}{2}$

c) 1

d) $\dfrac{3}{2}$

e) 2

3.1 Gabarito - Funções - 2000 a 2009

1. C
2. A
3. D
4. D
5. A
6. C
7. A
8. C
9. D
10. E
11. E
12. A
13. E
14. C
15. B
16. E
17. C
18. C
19. D
20. B
21. A
22. B
23. D
24. A
25. D
26. A
27. D
28. B

4 Funções - 2010 a 2018

1. (2010) Tendo em vista as aproximações $\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, então o maior número inteiro n, satisfazendo $10^n \leq 12^{418}$, é igual a

a) 424
b) 437
c) 443
d) 451
e) 460

2. (2010) A função $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tem como um gráfico uma parábola e satisfaz $f(x+1) - f(x) = 6x - 2$, para todo número real x. Então, o menor valor de $f(x)$ ocorre quando x é igual a

a) $\frac{11}{6}$
b) $\frac{7}{6}$
c) $\frac{5}{6}$
d) 0
e) $-\frac{5}{6}$

3. (2011) Seja $x > 0$ tal que a sequência $a_1 = \log_2 x$, $a_2 = \log_4 4x$, $a_1 = \log_8 8x$ forme, nessa ordem, uma progressão aritmética. Então $a_1 + a_2 + a_3$ é igual a

a) $\frac{13}{2}$
b) $\frac{15}{2}$
c) $\frac{17}{2}$
d) $\frac{19}{2}$
e) $\frac{21}{2}$

4. (2011) Seja $f(x) = a + 2^{bx+c}$, em que a, b e c são números reais. A imagem de f é a semireta $]-1, \infty[$ e o gráfico de f intercepta os eixos coordenados nos pontos $(1, 0)$ e $(0, -3/4)$. Então, o produto abc vale

a) 4
b) 2
c) 0
d) -2
e) -4

5. (2011) Sejam $f(x) = 2x - 9$ e $g(x) = x^2 + 5x + 3$. A soma dos valores absolutos das raízes da equação $f(g(x)) = g(x)$ é igual a

a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

6. (2012) Uma substância radioativa sofre desintegração ao longo do tempo, de acordo com a relação $m(t) = ca^{-kt}$, em que a é um número real positivo, t é dado em anos, $m(t)$ é a massa da substância em gramas e c, k são constantes positivas. Sabe-se que m_0 gramas dessa substância foram reduzidos a 20% em 10 anos. A que porcentagem de m_0 ficará reduzida a massa da substância em 20 anos?

a) 10
b) 5
c) 4
d) 3
e) 2

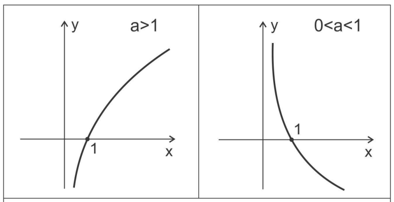
7. (2012) Considere a função

$$f(x) = 1 - \frac{4x}{(x+1)^2}$$

a qual está definida para $x \neq -1$. Então para todo $x \neq -1$ e $x \neq 1$, o produto $f(x)f(-x)$ é igual a

a) -1
b) 1
c) $x + 1$
d) $x^2 + 1$
e) $(x-1)^2$

8. (2013) Seja f uma função a valores reais, com domínio $D \subset \mathbb{R}$, tal que $f(x) = \log_{10}\left(\log_{1/3}(x^2 - x + 1)\right)$, para todo $x \in D$.



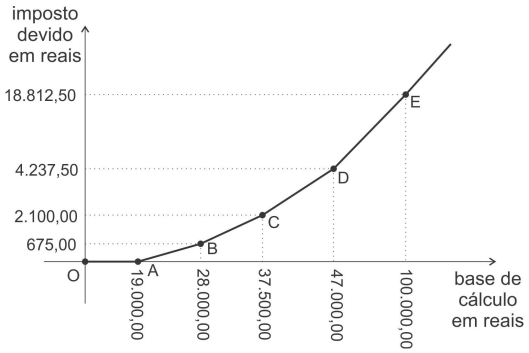
Gráficos da função logarítmica de de base a

O conjunto que pode ser o domínio D é:

a) $\{x \in \mathbb{R}; 0 < x < 1\}$
b) $\{x \in \mathbb{R}; x \leq 0 \text{ } ou \text{ } x \geq 1\}$
c) $\left\{x \in \mathbb{R}; \frac{1}{3} < x < 10\right\}$
d) $\left\{x \in \mathbb{R}; x \leq \frac{1}{3} \text{ } ou \text{ } x \geq 10\right\}$
e) $\left\{x \in \mathbb{R}; \frac{1}{9} < x < \frac{10}{3}\right\}$

9. (2013) O imposto de renda devido por uma pessoa física à Receita Federal é função da chamada base de cálculo, que se calcula subtraindo o valor das deduções do valor dos rendimentos tributáveis. O gráfico dessa função, representado na figura, é a união dos segmentos de reta $\overline{OA}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e da semireta $\overrightarrow{DE}$. João preparou sua declaração tendo apurado como base de cálculo o valor de

$R\$43.800,00$. Pouco antes de enviar a declaração, ele encontrou um documento esquecido numa gaveta que comprovava uma renda tributável adicional de $R\$1.000,00$. Ao corrigir a declaração, informando essa renda adicional, o valor do imposto devido será acrescido de

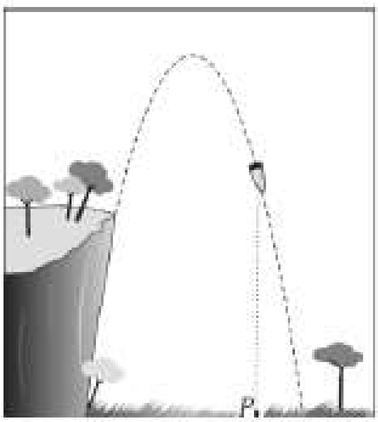


a) $R\$100,00$
b) $R\$250,00$
c) $R\$225,00$
d) $R\$450,00$
e) $R\$600,00$

10. (2014) Sobre a equação $(x+3)2^{x^2-9}\log|x^2+x+1| = 0$, é correto afirmar que

a) ela não possui raízes reais.
b) sua única raíz real é -3.
c) duas de suas raízes reais são 3 e -3.
d) suas únicas raízes reais são -3, 0 e 1.
e) ela possui cinco raízes reais distintas.

11. (2015) A trajetória de um projétil, lançado da beira de um penhasco sobre um terreno plano e horizontal, é parte de uma parábola com eixo de simetria vertical, como ilustrado na figura.



O ponto P sobre o terreno, pé da perpendicular traçada a partir do ponto ocupado pelo projétil, percorre $30m$ desde o instante do lançamento até o instante em que o projétil atinge o solo. A altura máxima do projétil, de $200m$ acima do terreno, é atingida no instante em que a distância percorrida por P, a partir do instante do lançamento, é de $10m$. Quantos metros acima do terreno estava o projétil quando foi lançado?

a) 60
b) 90
c) 120
d) 150
e) 180

12. (2016) Dispõe-se de 2 litros de uma solução aquosa de soda cáustica que apresenta pH 9. O volume de água, em litros, que deve ser adicionado a esses 2 litros para que a solução resultante apresente pH 8 é

a) 2
b) 6
c) 10
d) 14
e) 18

13. (2016) Use as propriedades do logaritmo para simplificar a expressão

$$S = \frac{1}{2\cdot\log_2 2016} + \frac{1}{5\cdot\log_3 2016} + \frac{1}{10\cdot\log_7 2016}$$

O valor de S é

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{1}{7}$
e) $\frac{1}{10}$

14. (2017) Considere as funções $f(x) = x^2+4$ e $g(x) = 1+log_{\frac{1}{2}}x$, em que o domínio de f é o conjunto dos números reais e o domínio de g é o conjunto dos números reais maiores do que 0. Seja,

$$h(x) = 3f(g(x)) + 2g(f(x)),$$

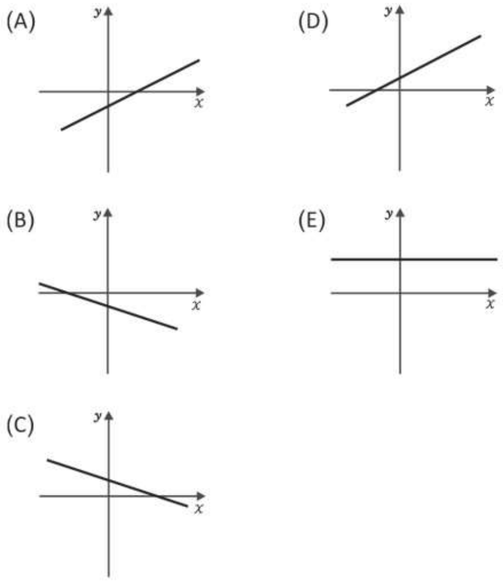
em que $x > 0$. Então, $h(2)$ é igual a

a) 4
b) 8
c) 12
d) 16
e) 20

15. (2018) Sejam $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ e $g:\mathbb{R}^+\longrightarrow\mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = \frac{1}{2}5^x \text{ e } g(x) = log_{10}x,$$

respectivamente.
O gráfico da função composta $g \circ f$ é:



16. (2018) Sejam D_f e D_g os maiores subconjuntos de $\mathbb{R}$ nos quais estão definidas, respectivamente, as funções reais

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}{x - 2}} \text{ e}$$
$$g(x) = \sqrt{\frac{x^3 + 2x^2 - 4x - 8}{\sqrt{x - 2}}}$$

Considere, ainda, I_f e I_g as imagens de f e de g, respectivamente.
Nessas condições,

(a) $D_f = D_g$ e $I_f = I_g$.

(b) tanto D_f e D_g quanto I_f e I_g diferem em apenas um ponto.

(c) D_f e D_g diferem em apenas um ponto, I_f e I_g diferem em mais de um ponto.

(d) D_f e D_g diferem em mais de um ponto, I_f e I_g diferem em apenas um ponto.

(e) tanto D_f e D_g quanto I_f e I_g diferem em mais de um ponto.

17. (2018) Dois atletas correm com velocidades constantes em uma pista retilínea, partindo simultaneamente de extremos opostos, A e B. Um dos corredores parte de A, chega a B e volta para A. O outro corredor parte de B, chega a A e volta para B. Os corredores cruzam-se duas vezes, a primeira vez a 800 metros de A e a segunda vez a 500 metros de B. O comprimento da pista, em metros, é

(a) 1.000.

(b) 1.300.

(c) 1.600.

(d) 1.900.

(e) 2.100.

4.1 Gabarito - Funções - 2010 a 2018

1. D
2. C
3. B
4. A
5. D
6. C
7. B
8. A
9. C
10. E
11. D
12. E
13. E
14. B
15. A
16. E
17. D

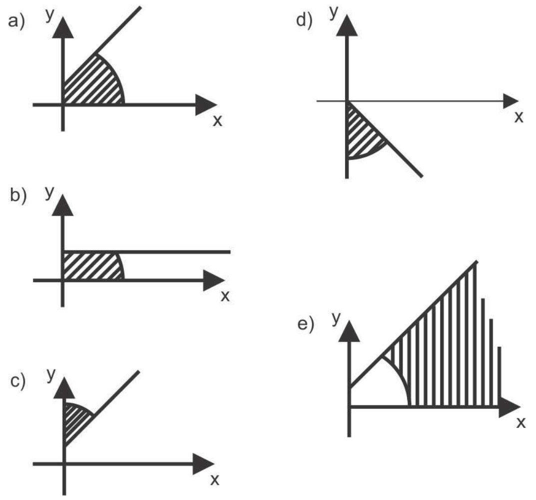
5 Geometria Analítica

1. (2000) Uma circunferência passa pelos pontos $(2,0)$, $(2,4)$ e $(0,4)$. Logo, a distância do centro dessa circunferência à origem é:

   a) $\sqrt{2}$
   b) $\sqrt{3}$
   c) $\sqrt{4}$
   d) $\sqrt{5}$
   e) $\sqrt{6}$

2. (2000) Das regiões hachuradas na seqüência, a que melhor representa o conjunto dos pontos (x, y), do plano cartesiano, satisfazendo ao conjunto de desigualdades

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ x - y + 1 &\geq 0 \\ x^2 + y^2 &\leq 9 \end{aligned}$$



3. (2001) Os vértices de um triângulo ABC, no plano cartesiano, são: A = $(1,0)$, B = $(0,1)$ e C = $(0,\sqrt{3})$. Então, o ângulo CÂB mede:

   a) 60º
   b) 45º
   c) 30º
   d) 18º
   e) 15º

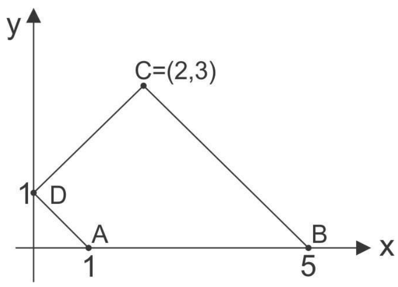
4. (2002) Os pontos A = $(0,0)$ e B = $(3,0)$ são vértices consecutivos de um paralelogramo ABCD situado no primeiro quadrante. O lado $\bar{AD}$ é perpendicular à reta $y = -2x$ e o ponto D pertence á circunferência de centro na origem e raio $\sqrt{5}$. Então as coordenadas de C são:

   a) (6,2)
   b) (6,1)
   c) (5,3)
   d) (5,2)
   e) (5,1)

5. (2003) Duas retas s e t do plano cartesiano se interseptam no ponto $(2,2)$. O produto de seus coeficientes angulares é 1 e a reta s intersepta o eixo dos y no ponto $(0,3)$. A área do triângulo delimitado pelo eixo dos x e pelas retas s e t é:

   a) 2
   b) 3
   c) 4
   d) 5
   e) 6

6. (2004) Duas irmãs receberam como herança um terreno na forma do quadrilátero ABCD, representado abaixo em um sistema de coordenadas. Elas pretendem dividi-lo, construindo uma cerca reta perpendicular ao lado AB e passando pelo ponto $P = (a, 0)$. O valor de a para que se obtenham dois lotes de mesma área é:



   a) $\sqrt{5} - 1$
   b) $5 - 2\sqrt{2}$
   c) $5 - \sqrt{2}$
   d) $2 + \sqrt{5}$
   e) $5 + 2\sqrt{2}$

7. (2005) A soma das distâncias de um ponto interior de um triângulo equilátero aos seus lados é 9. Assim, a medida do lado do triângulo é

   a) $5\sqrt{3}$
   b) $6\sqrt{3}$
   c) $7\sqrt{3}$
   d) $8\sqrt{3}$
   e) $9\sqrt{3}$

8. (2008) A circunferência dada pela equação $x^2+y^2-4x-4y+4=0$ é tangente aos eixos coordenados x e y nos pontos A e B conforme a figura. O segmento $\bar{MN}$ é paralelo ao segmento $\bar{AB}$ e contém o centro C da circunferência. É correto afirmar que a área da região hachurada vale

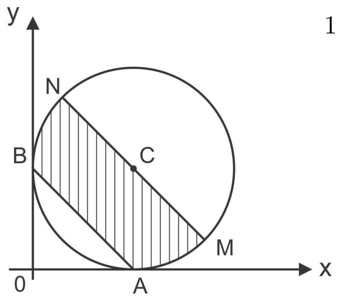
a) π-2

b) π+2

c) π+4

d) π+6

e) π+8



9. (2009) Considere, no plano cartesiano Oxy, a circunferência $\mathcal{C}$ de equação $(x-2)^2 + (x-2)^2 = 4$ e sejam P e Q os pontos nos quais $\mathcal{C}$ tangencia os eixos Ox e Oy, respectivamente. Seja PQR o triângulo isósceles inscrito em $\mathcal{C}$, de base PQ, e com o maior perímetro possível. Então, a área de PQR é igual a

a) $2\sqrt{2}-2$
b) $2\sqrt{2}-1$
c) $2\sqrt{2}$
d) $2\sqrt{2}+2$
e) $2\sqrt{2}+4$

10. (2010) No plano cartesiano Oxy, a reta de equação $x+y=2$ é tangente à circunferência $\mathcal{C}$ no ponto $(0,2)$. Além disso, o ponto $(1,0)$ pertence a $\mathcal{C}$. Então, o raio de $\mathcal{C}$ é igual a

a) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$
b) $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$
c) $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$
d) $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$
e) $\dfrac{11\sqrt{2}}{2}$

11. (2011) No plano cartesiano, os pontos $(0,3)$ e $(-1,0)$ pertencem à circunferência $\mathcal{C}$. Uma outra circunferência, de centro em $(-\frac{1}{2},4)$, é tangente a $\mathcal{C}$ no ponto $(0,3)$. Então, o raio de $\mathcal{C}$ vale

a) $\dfrac{\sqrt{5}}{8}$
b) $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$
c) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$
d) $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$
e) $\sqrt{5}$

12. (2012) No plano cartesiano Oxy, a circunferência $\mathcal{C}$ é tangente ao eixo Ox no ponto de abscissa 5 e contém o ponto (1,2). Nessas condições, o raio de $\mathcal{C}$ vale

a) $\sqrt{5}$
b) $2\sqrt{5}$
c) 5
d) $3\sqrt{5}$
e) 10

13. (2013) São dados, no plano cartesiano, o ponto de coordenadas $(3,6)$ e a circunferência $\mathcal{C}$ de equação $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$. Uma reta t passa por P e é tangente a $\mathcal{C}$ em um ponto Q. Então a distância de P a Q é

a) $\sqrt{15}$
b) $\sqrt{17}$
c) $\sqrt{18}$
d) $\sqrt{19}$
e) $\sqrt{20}$

14. (2014) Considere o triângulo ABC no plano cartesiano com vértices $A=(0,0)$, $B=(3,4)$ e $C=(8,0)$. O retângulo $MNPQ$ tem os vértices M e N sobre o eixo das abscissas, o vértice Q sobre o lado $\overline{AB}$ e o vértice P sobre o lado $\overline{BC}$. Dentre todos os retângulos construídos desse modo, o que tem área máxima é aquele em que o ponto P é

(a) $(4,\frac{16}{5})$
(b) $(\frac{17}{4},3)$
(c) $(5,\frac{12}{5})$
(d) $(\frac{11}{2},2)$
(e) $(6,\frac{8}{5})$

15. (2015) A equação $x^2+2x+y^2+my=n$, em que m e n são constantes, representa uma circunferência no plano cartesiano. Sabe se que a reta $y=-x+1$ contém o centro da circunferência e a intersecta no ponto $(-3,4)$. Os valores de m e n são, respectivamente,

a) -4 e 3
b) 4 e 5
c) -4 e 2
d) -2 e 4
e) 2 e 3

16. (2016) No plano cartesiano, um círculo de centro $P=(a,b)$ tangencia as retas de equações $y=x$ e $x=0$. Se P pertence à parábola de equação $y=x^2$ e $a>0$, a ordenada b do ponto P é igual a

a) $2+2\sqrt{2}$
b) $3+2\sqrt{2}$
c) $4+2\sqrt{2}$
d) $5+2\sqrt{2}$
e) $6+2\sqrt{2}$

17. (2017) Duas circunferências com raios 1 e 2 têm centros no primeiro quadrante do plano cartesiano e ambas tangenciam os dois eixos coordenados. Essas circunferências se interceptam em dois pontos distintos de coordenadas (x_1, y_1) e (x_2, y_2).
O valor de $(x_1+y_1)^2 + (x_2+y_2)^2$ é igual a

a) $\frac{5}{2}$

b) $\frac{7}{2}$

c) $\frac{9}{2}$

d) $\frac{11}{2}$

e) $\frac{13}{2}$

5.1 Gabarito - Geometria Analítica

1. D
2. A
3. E
4. E
5. B
6. B
7. B
8. B
9. D
10. B
11. E
12. C
13. D
14. D
15. A
16. B
17. C

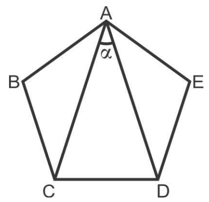
6 Geometria Plana - 2000 a 2009

1. (2000) Um trapézio retângulo tem bases 5 e 2 e altura 4. O perímetro desse trapézio é

   a) 13
   b) 14
   c) 15
   d) 16
   e) 17

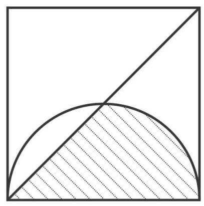
2. (2000) Na figura abaixo, ABCDE é um pentágono regular. A medida, em graus, do ângulo α é:

   a) 32º
   b) 34º
   c) 36º
   d) 38º
   e) 40º



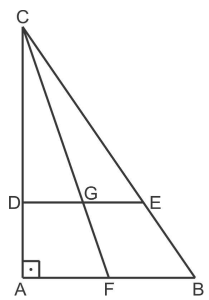
3. (2000) Na figura seguinte, estão representados um quadrado de lado 4, uma de suas diagonais e uma semicircunferência de raio 2. Então a área da região hachurada é:

   a) $\dfrac{\pi}{2}+2$
   b) $\pi+2$
   c) $\pi+3$
   d) $\pi+4$
   e) $2\pi+1$



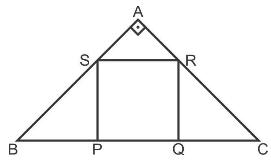
4. (2000) Na figura, ABC é um triângulo de catetos $AB = 4$ e $AC = 5$. O segmento $\bar{DE}$ é paralelo a $\bar{AB}$, F é um ponto de $\bar{AB}$ e o segmento $\bar{CF}$ intercepta $\bar{DE}$ no ponto G, com $CG = 4$ e $GF = 2$. Assim, a área do triângulo CDE é:

   a) $\dfrac{16}{3}$
   b) $\dfrac{35}{6}$
   c) $\dfrac{39}{8}$
   d) $\dfrac{40}{9}$
   e) $\dfrac{70}{9}$



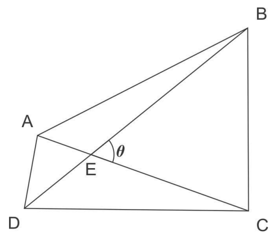
5. (2000) Na figura abaixo, ABC é um triângulo isósceles e retângulo em A e PQRS é um quadrado de lado $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. Então a medida do lado AB é:

   a) 1
   b) 2
   c) 3
   d) 4
   e) 5



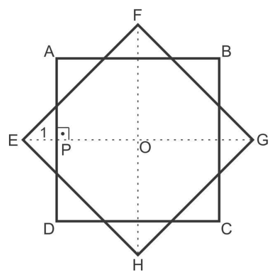
6. (2000) Na figura seguinte, E é o ponto de intersecção das diagonais do quadrilátero $ABCD$ e θ é o ângulo agudo $B\hat{E}C$. Se $EA = 1$, $EB = 4$, $EC = 3$ e $ED = 2$, então a área do quadrilátero ABCD será:

   a) $12\sin\theta$
   b) $8\sin\theta$
   c) $6\sin\theta$
   d) $10\cos\theta$
   e) $8\cos\theta$



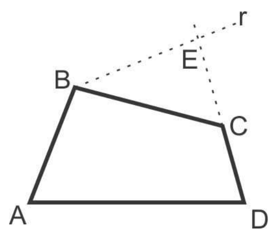
7. (2001) Na figura abaixo, os quadrados $ABCD$ e $EFGH$ têm, ambos, lado a e centro O. Se $EP = 1$, então a é:

   a) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$
   b) $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$
   c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
   d) 2
   e) $\dfrac{2}{\sqrt{2}-1}$



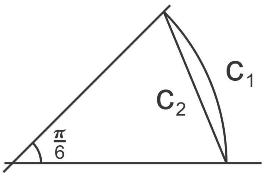
8. (2001) Na figura abaixo, a reta r é paralela ao segmento $\bar{AC}$, sendo E o ponto de intersecção de r com a reta determinada por D e C. Se as áreas dos triângulos ADC e ACE são 4 e 10, respectivamente, e a área do quadrilátero $ABED$ é 21, então a área do triângulo BCE é:

   a) 6
   b) 7
   c) 8
   d) 9
   e) 10



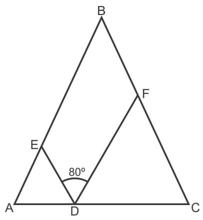
9. (2001) Numa circunferência, c_1 é o comprimento do arco de $\frac{\pi}{6}$ radianos e c_2 é o comprimento da secante determinada por esse arco, como ilustrado na figura abaixo. Então, a razão $\frac{c_1}{c_2}$ é igual a $\frac{\pi}{6}$ multiplicado por:

a) 2
b) $\sqrt{1+2\sqrt{3}}$
c) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$
d) $\sqrt{2+2\sqrt{3}}$
e) $\sqrt{3+\sqrt{3}}$



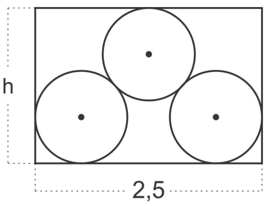
10. (2001) Na figura abaixo, tem-se que $AD = AE$, $CD = CF$ e $BA = BC$. Se o ângulo $E\hat{D}F$ mede 80^o, então o ângulo $A\hat{B}C$ mede:

a) 20^o
b) 30^o
c) 50^o
d) 60^o
e) 90^o



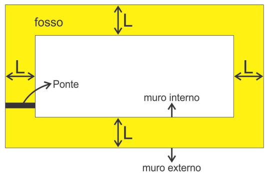
11. (2001) Um lenhador empilhou 3 troncos de madeira num caminhão de largura $2,5m$, conforme a figura abaixo. Cada tronco é um cilindro reto, cujo raio da base mede $0,5m$. Logo, a altura h, em metros, é:

a) $\frac{1+\sqrt{7}}{2}$
b) $\frac{1+\sqrt{7}}{3}$
c) $\frac{1+\sqrt{7}}{4}$
d) $1+\frac{\sqrt{7}}{3}$
e) $1+\frac{\sqrt{7}}{4}$

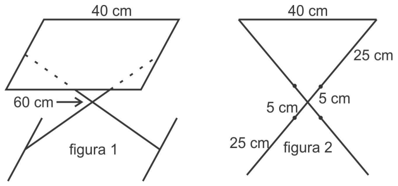


12. (2002) Um senhor feudal construiu um fosso, circundado por muros, em volta de seu castelo, conforme a planta abaixo, com uma ponte para atravessá-lo. Em certo dia, ele deu uma volta completa no muro externo, atravessou a ponte e deu uma volta completa no muro interno. Esse trajeto foi completado em 5320 passos. No dia seguinte, ele deu duas voltas completas no muro externo, atravessou a ponte e deu uma volta completa no muro interno, completando esse novo trajeto em 8120 passos. Pode-se concluir que a largura L do fosso, em passos, é:

a) 36
b) 40
c) 44
d) 48
e) 50



13. (2002) Um banco de altura regulável, cujo assento tem a forma retangular, de comprimento $40cm$, apóia-se sobre duas barras iguais, de comprimento $60cm$ (ver figura 1). Cada barra tem três furos, e o ajuste da altura do banco é feito colocando-se o parafuso nos primeiros, ou segundos, ou nos terceiros furos das barras (ver visão lateral do banco, na figura 2).

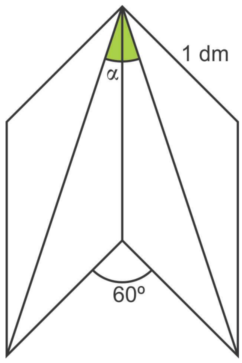


A menor altura que pode ser obtida é:

a) $36cm$
b) $38cm$
c) $40cm$
d) $42cm$
e) $44cm$

14. (2002)

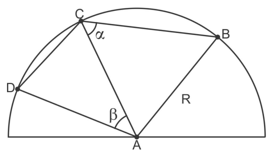
As páginas de um livro medem $1dm$ de base e $\sqrt{1+\sqrt{3}}dm$ de altura. Se este livro for parcialmente aberto, de tal forma que o ângulo entre duas páginas seja 60^o a medida do ângulo α, formado pelas diagonais das páginas será:



a) 15^o
b) 30^o
c) 44^o
d) 60^o
e) 75^o

15. (2002) Na figura ao lado, o quadrilátero $ABCD$ está inscrito numa semi-circunferência de centro A e raio $AB = AC = AD = R$.

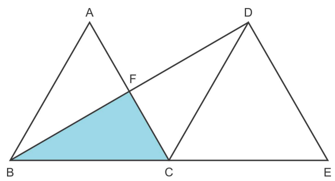
A diagonal $\bar{AC}$ forma com os lados $\bar{BC}$ e $\bar{AD}$ ângulos α e β, respectivamente. Logo a área do quadrilátero $ABCD$ é:



a) $\dfrac{R^2}{2}(\sin 2\alpha + \sin\beta)$
b) $\dfrac{R^2}{2}(\sin\alpha + \sin 2\beta)$
c) $\dfrac{R^2}{2}(\sin 2\alpha + \sin 2\beta)$
d) $\dfrac{R^2}{2}(\sin\alpha + \cos\beta)$
e) $\dfrac{R^2}{2}(\sin 2\alpha + \cos\beta)$

16. (2002) Na figura abaixo, os triângulos ABC e DCE são equiláteros de lado ℓ, com B, C e E colineares. Seja F a intersecção de $\bar{BD}$ com $\bar{AC}$. Então, a área do triângulo BCF é:

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{8}\ell^2$
b) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}\ell^2$
c) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\ell^2$
d) $\dfrac{5\sqrt{3}}{6}\ell^2$
e) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\ell^2$

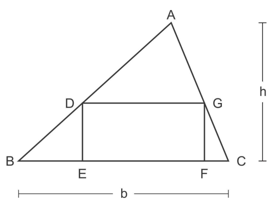


17. (2003) No segmento AC, toma-se um ponto B de forma que $\dfrac{AB}{AC} = 2\dfrac{BC}{AB}$. Então o valor de $\dfrac{BC}{AB}$ é:

a) $\dfrac{1}{2}$
b) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$
c) $\sqrt{5}-1$
d) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$
e) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{3}$

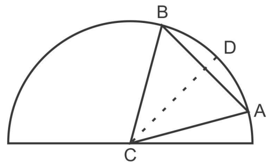
18. (2003) O triângulo ABC tem altura h e base b (ver figura). Nele, está inscrito o retângulo $DEFG$, cuja base é o dobro da altura. Nessas condições, a altura do retângulo, em função de h e b, é dada pela fórmula:

a) $\dfrac{bh}{h+b}$
b) $\dfrac{2bh}{h+b}$
c) $\dfrac{bh}{h+2b}$
d) $\dfrac{bh}{2h+b}$
e) $\dfrac{bh}{2(h+b)}$



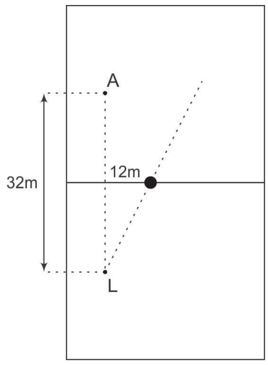
19. (2004) Em uma semi-circunferência de centro C e raio R, inscreve-se um triângulo equilátero ABC. Seja D o ponto onde a bissetriz do ângulo $A\hat{C}B$ intercepta a semi-circunferência. O comprimento da corda $\bar{AD}$ é:

a) $R\sqrt{2-\sqrt{3}}$
b) $R\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$
c) $R\sqrt{\sqrt{2}-1}$
d) $R\sqrt{\sqrt{3}-1}$
e) $R\sqrt{3-\sqrt{2}}$



20. (2004) Um lateral L faz um lançamento para um atacante A, situado $32m$ à sua frente em uma linha paralela à lateral do campo de futebol. A bola, entretanto, segue uma trajetória retilínea, mas não paralela à lateral e quando passa pela linha de meio do campo está a uma distância de $12m$ da linha que une o lateral e o atacante.

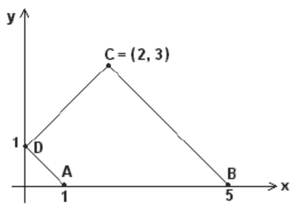
Sabendo-se que a linha do meio campo está à mesma distância dos dois jogadores, a distância mínima que o atacante terá que percorrer para encontrar a trajetória da bola será de:



a) $18,8m$
b) $19,2m$
c) $19,6m$
d) $20m$
e) $20,4m$

21. (2004) Duas irmãs receberam como herança um terreno na forma do quadrilátero ABCD, representado abaixo em um sistema de coordenadas. Elas pretendem dividi-lo, construindo uma cerca reta perpendicular ao lado AB e passando pelo ponto $P = (a, 0)$. O valor de a para que se obtenham dois lotes de mesma área é:

a) $\sqrt{5}-1$
b) $5-2\sqrt{2}$
c) $5-\sqrt{2}$
d) $2+\sqrt{5}$
e) $5+2\sqrt{2}$



22. (2005) Na figura, ABC e CDE são triângulos retângulos, $AB = 1$, $BC = \sqrt{3}$ e $BE = 2DE$. Logo, a medida de $\bar{AE}$ é

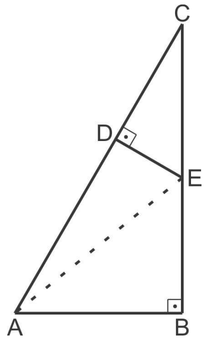
a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

d) $\frac{\sqrt{11}}{2}$

e) $\frac{\sqrt{13}}{2}$



23. (2005) Na figura, $ABCD$ é um quadrado de lado 1, DEB e CEA são arcos de circunferências de raio 1. Logo, a área da região hachurada é

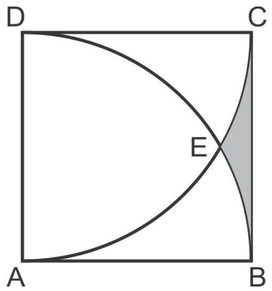
a) $1 - \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

b) $1 - \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $1 - \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

d) $1 + \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $1 - \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$



24. (2006) Na figura abaixo, a reta s passa pelo ponto P e pelo centro da circunferência de raio R, interceptando-a no ponto Q, entre P e o centro. Além disso, a reta t passa por P, é tangente à circunferência e forma um ângulo α com a reta s. Se $PQ = 2R$, então $\cos\alpha$ vale

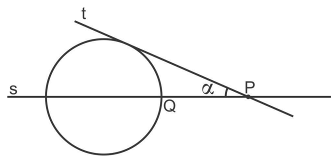
a) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

e) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$



25. (2006) Na figura abaixo, tem-se $AC = 3$, $AB = 4$ e $CB = 6$. O valor de CD é

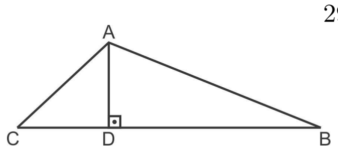
a) $\frac{17}{12}$

b) $\frac{19}{12}$

c) $\frac{23}{12}$

d) $\frac{25}{12}$

e) $\frac{29}{12}$



26. (2006) Na figura abaixo, o triângulo ABC inscrito na circunferência tem $AC = AB$. O ângulo entre o lado AB e a altura do triângulo ABC em relação a BC é α. Nestas condições, o quociente entre a área do triângulo ABC e a área do círculo da figura é dado, em função de α, pela expressão:

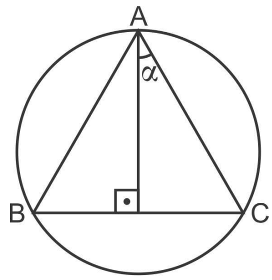
a) $\frac{2}{\pi}\cos^2\alpha$

b) $\frac{2}{\pi}\sin^2 2\alpha$

c) $\frac{2}{\pi}\sin^2 2\alpha\cos\alpha$

d) $\frac{2}{\pi}\sin\alpha\cos 2\alpha$

e) $\frac{2}{\pi}\sin 2\alpha\cos^2\alpha$



27. (2007) Na figura, OAB é um setor circular com centro em O, $ABCD$ é um retângulo e o segmento CD é tangente em X ao arco de extremos A e B do setor circular. Se $AB = 2\sqrt{3}$ e $AD = 1$, então a área do setor OAB é igual a

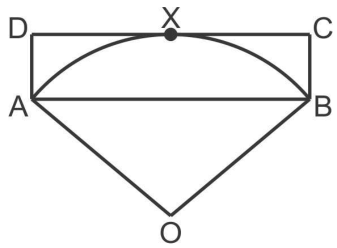
a) $\frac{\pi}{3}$

b) $\frac{2\pi}{3}$

c) $\frac{4\pi}{3}$

d) $\frac{5\pi}{3}$

e) $\frac{7\pi}{3}$



28. (2007) A figura representa um retângulo $ABCD$, com $AB = 5$ e $AD = 3$. O ponto E está no segmento CD de maneira que $CE = 1$, e F é o ponto de interseção da diagonal AC com o segmento BE. Então a área do triângulo BCF vale

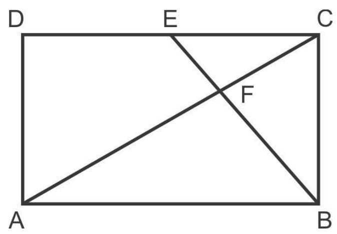
a) $\frac{6}{5}$

b) $\frac{5}{4}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{7}{5}$

e) $\frac{3}{2}$



29. (2007) Uma folha de papel $ABCD$ de formato retangular é dobrada em torno do segmento EF, de maneira que o ponto A ocupe a posição G, como mostra a figura. Se $AE = 3$ e $BG = 1$, então a medida do segmento AF é igual a

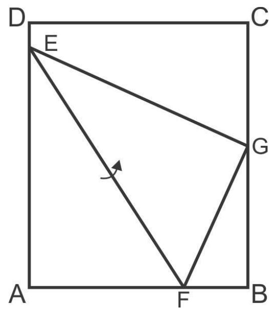
a) $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

b) $\dfrac{7\sqrt{5}}{8}$

c) $\dfrac{3\sqrt{5}}{4}$

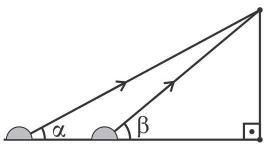
d) $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

e) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$



30. (2008) Para se calcular a altura de uma torre, utilizou-se o seguinte procedimento ilustrado na figura: um aparelho (de altura desprezível) foi colocado no solo, a uma certa distância da torre, e emitiu um raio em direção ao ponto mais alto da torre. O ângulo determinado entre o raio e o solo foi de $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ radianos. A seguir, o aparelho foi deslocado 4 metros em direção à torre e o ângulo então obtido foi de β radianos, com $\tan\beta = 3\sqrt{3}$. É correto afirmar que a altura da torre, em metros, é

a) $4\sqrt{3}$
b) $5\sqrt{3}$
c) $6\sqrt{3}$
d) $7\sqrt{3}$
e) $8\sqrt{3}$



31. (2008) No retângulo $ABCD$ da figura tem-se $CD = \ell$ e $AD = 2\ell$. Além disso, o ponto E pertence à diagonal BD, o ponto pertence ao lado BC e EF é perpendicular a BD. Sabendo que a área do retângulo $ABCD$ é cinco vezes a área do triângulo BEF, então BF mede

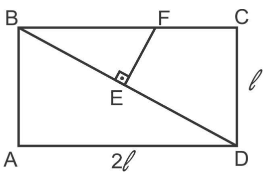
a) $\ell\dfrac{\sqrt{2}}{8}$

b) $\ell\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

c) $\ell\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

d) $3\ell\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

e) $\ell\sqrt{2}$

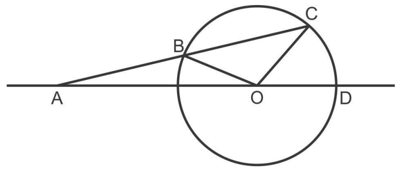


32. (2009) Na figura, B, C e D são pontos distintos da circunferência de centro O, e o ponto A é exterior a ela. Além disso,

I. A, B, C e A, O, D são colineares;

II. $AB = OB$;

III. $C\hat{O}D$ mede α radianos.



Nessas condições, a medida de $A\hat{B}O$, em radianos, é igual a

a) $\pi - \dfrac{\alpha}{4}$

b) $\pi - \dfrac{\alpha}{2}$

c) $\pi - \dfrac{2\alpha}{3}$

d) $\pi - \dfrac{3\alpha}{4}$

e) $\pi - \dfrac{3\alpha}{2}$

33. (2009) A figura representa sete hexágonos regulares de lado 1 e um hexágono maior, cujos vértices coincidem com os centros de seis dos hexágonos menores. Então, a área do pentágono hachurado é igual a

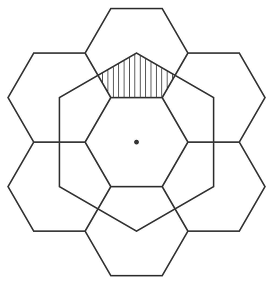
a) $3\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{3}$

c) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

d) $\sqrt{3}$

e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



34. (2009) O ângulo θ formado por dois planos α e β é tal que $\tan\theta = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$. O ponto P pertence a α e a distância de P a β vale 1. Então, a distância de P à reta intersecção de α e β é igual a

a) $\sqrt{3}$
b) $\sqrt{5}$
c) $\sqrt{6}$
d) $\sqrt{7}$
e) $\sqrt{8}$

6.1 Gabarito - Geometria Plana - 2000 a 2009

1. D
2. C
3. B
4. D
5. B
6. A
7. E
8. B
9. C
10. A
11. E
12. E
13. A
14. B
15. A
16. A
17. B
18. D
19. A
20. B
21. B
22. C
23. C
24. D
25. E
26. E
27. C
28. B
29. D
30. C
31. E
32. C
33. E
34. C

7 Geometria Plana - 2010 a 2018

1. (2010) Na figura, o triângulo ABC é retângulo com catetos $BC = 3$ e $AB = 4$. Além disso, o ponto D pertence ao cateto $\bar{AB}$, o ponto E pertence ao cateto $\bar{BC}$ e o ponto F pertence à hipotenusa $\bar{AC}$, de tal forma que $DECF$ seja um paralelogramo. Se $DE = \frac{3}{2}$, então a área do paralelogramo $DECF$ vale

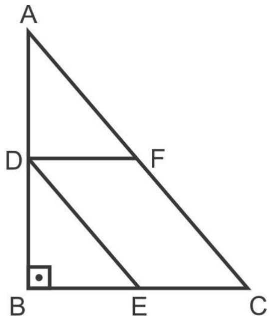
   a) $\frac{63}{25}$

   b) $\frac{12}{5}$

   c) $\frac{58}{25}$

   d) $\frac{56}{25}$

   e) $\frac{11}{5}$



2. (2010) Na figura, os pontos A, B, C pertencem à circunferência de centro O e $BC = a$. A reta $\bar{OC}$ é perpendicular ao segmento $\bar{AB}$ e o ângulo $A\hat{O}B$ mede $\frac{\pi}{3}$ radianos. Então, a área do triângulo ABC vale

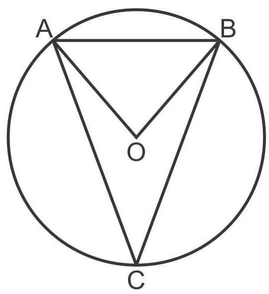
   a) $\frac{a^2}{8}$

   b) $\frac{a^2}{4}$

   c) $\frac{a^2}{2}$

   d) $\frac{3a^2}{4}$

   e) a^2



3. (2010) A figura representa um quadrado $ABCD$ de lado 1. O ponto F está em $\bar{BC}$, $\bar{BF}$ mede $\frac{\sqrt{5}}{4}$, o ponto E está em $\bar{CD}$ e $\bar{AF}$ é bissetriz do ângulo $B\hat{A}E$. Nessas condições, o segmento $\bar{DE}$ mede

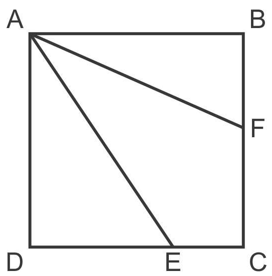
   a) $\frac{3\sqrt{5}}{40}$

   b) $\frac{7\sqrt{5}}{40}$

   c) $\frac{9\sqrt{5}}{40}$

   d) $\frac{11\sqrt{5}}{40}$

   e) $\frac{13\sqrt{5}}{40}$



4. (2011) No losango $ABCD$ de lado 1, representado na figura, tem-se que M é o ponto médio de $\bar{AB}$, N é o ponto médio de $\bar{BC}$ e $\bar{MN} = \frac{\sqrt{14}}{4}$. Então, DM é igual a

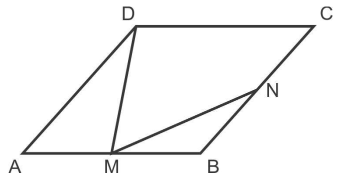
   a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

   b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

   c) $\sqrt{2}$

   d) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

   e) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$



5. (2011) Na figura, o triângulo ABC é equilátero de lado 1, e $ACDE$, $AFGB$ e $BHIC$ são quadrados. A área do polígono $DEFGHI$ vale

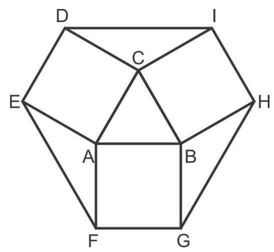
   a) $1 + \sqrt{3}$

   b) $2 + \sqrt{3}$

   c) $3 + \sqrt{3}$

   d) $3 + 2\sqrt{3}$

   e) $3 + 3\sqrt{3}$



6. (2012) O segmento $\bar{AB}$ é lado de um hexágono regular de área $\sqrt{3}$?. O ponto pertence à mediatriz de $\bar{AB}$ de tal modo que a área do triângulo PAB vale $\sqrt{2}$. Então, a distância de P ao segmento $\bar{AB}$ é igual a

   a) $\sqrt{2}$

   b) $2\sqrt{2}$

   c) $3\sqrt{2}$

   d) $\sqrt{3}$

   e) $2\sqrt{3}$

7. (2012) Na figura, tem-se $\bar{AE}$ paralelo a $\bar{CD}$, $\bar{BC}$ paralelo a $\bar{DE}$ e $AE = 2$, $\alpha = 45^o$ e $\beta = 75^o$. Nessas condições, a distância do ponto E ao segmento $\bar{AB}$ é igual a

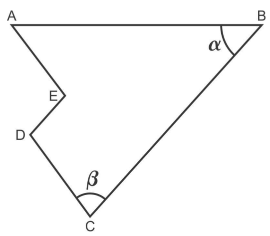
   a) $\sqrt{3}$

   b) $\sqrt{2}$

   c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

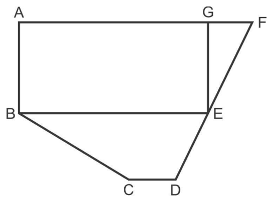
   d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

   e) $\frac{\sqrt{2}}{4}$



8. (2013) O mapa de uma região utiliza a escala de 1: 200 000. A porção desse mapa, contendo uma Área de Preservação Permanente (APP), está representada na figura, na qual $\bar{AF}$ e $\bar{DF}$ são segmentos de reta, o ponto G está no segmento AF, o ponto E está no segmento $\bar{DF}$, $ABEG$ é um retângulo e $BCDE$ é um trapézio. Se $AF = 15$, $AG = 12$, $AB = 6$, $CD = 3$ e $DF = 5\sqrt{5}$ indicam valores em centímetros no mapa real, então a área da APP é

a) $100km^2$
b) $108km^2$
c) $210km^2$
d) $240km^2$
e) $444km^2$



Obs: Figura ilustrativa, sem escala

9. (2013) Um caminhão sobe uma ladeira com inclinação de 15°. A diferença entre a altura final e a altura inicial de um ponto determinado do caminhão, depois de percorridos $100m$ da ladeira, será de, aproximadamente,

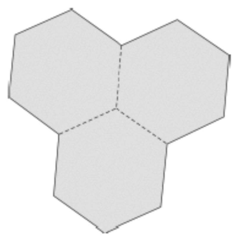
a) $7m$
b) $26m$
c) $40m$
d) $52m$
e) $67m$

Dados
$\sqrt{3} \simeq 1,73$
$\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1-\cos\theta}{2}$

10. (2014) Uma circunferência de raio 3 cm está inscrita no triângulo isósceles ABC, no qual $AB = AC$. A altura relativa ao lado $\overline{BC}$ mede 8 cm. O comprimento de $\overline{BC}$ é, portanto, igual a

(a) 24 cm
(b) 13 cm
(c) 12 cm
(d) 9 cm
(c) 7 cm

11. (2014) Uma das piscinas do Centro de Práticas Esportivas da USP tem o formato de três hexágonos regulares congruentes, justapostos, de modo que cada par de hexágonos tem um lado em comum, conforme representado na figura abaixo. A distância entre lados paralelos de cada hexágono é de 25 metros.

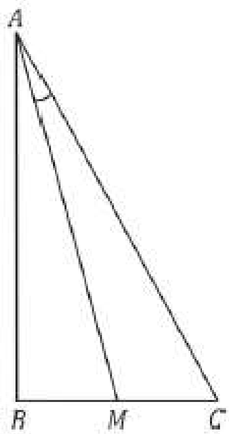


Assinale a alternativa que mais se aproxima da área da piscina.

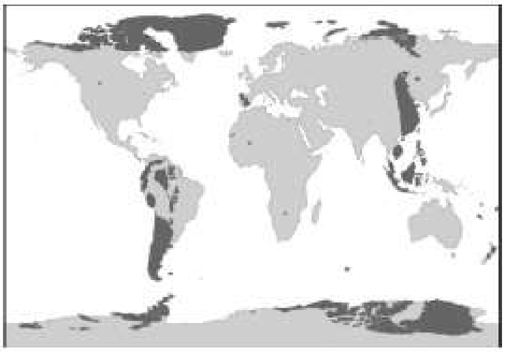
(a) $1.600m^2$
(b) $1.800m^2$
(c) $2.000m^2$
(d) $2.200m^2$
(e) $2.400m^2$

12. (2015) No triângulo retângulo ABC, ilustrado na figura, a hipotenusa $\overline{AC}$ mede $12cm$ e o cateto $\overline{BC}$ mede 6 cm. Se M é o ponto médio de $\overline{BC}$, então a tangente do ângulo $\widehat{MAC}$ é igual a

a) $\frac{\sqrt{2}}{7}$
b) $\frac{\sqrt{3}}{7}$
c) $\frac{2}{7}$
d) $\frac{2\sqrt{2}}{7}$
e) $\frac{2\sqrt{3}}{7}$



13. (2015) Diz-se que dois pontos da superfície terrestre são antípodas quando o segmento de reta que os une passa pelo centro da Terra.
Podem ser encontradas, em *sites* da internet, representações, como a reproduzida abaixo, em que as áreas escuras identificam os pontos da superfície terrestre que ficam, assim como os seus antípodas, sobre terra firme. Por exemplo, os pontos antípodas de parte do sul da América do Sul estão no leste da Ásia.



Se um ponto tem latitude x graus norte e longitude y graus leste, então seu antípoda tem latitude e longitude, respectivamente,

a) x graus sul e y graus oeste.

b) x graus sul e $(180 - y)$ graus oeste.

c) $(90 - x)$ graus sul e y graus oeste.

d) $(90 - x)$ graus sul e $(180 - y)$ graus oeste.

e) $(90 - x)$ graus sul e $(90 - y)$ graus oeste.

14. (2016) Os pontos A, B e C são colineares, $AB = 5$, $BC = 2$ e B está entre A e C. Os pontos C e D pertencem a uma circunferência com centro em A. Traça-se uma reta r perpendicular ao segmento $\overline{BD}$ passando pelo seu ponto médio. Chama-se de P a interseção de r com $\overline{AD}$. Então, $AP + BP$ vale

(a) 4.

(b) 5.

(c) 6.

(d) 7.

(e) 8.

15. (2016) No quadrilátero plano $ABCD$, os ângulos $A\widehat{B}C$ e $A\widehat{D}C$ são retos, $AB = AD = 1$, $BC = CD = 2$ e $\overline{BD}$ é uma diagonal. O cosseno do ângulo $B\widehat{C}D$ vale

(a) $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

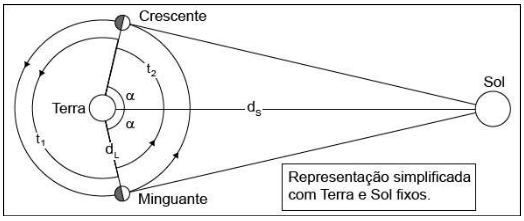
(b) $\frac{2}{5}$.

(c) $\frac{3}{5}$.

(d) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

(e) $\frac{4}{5}$.

16. (2016) Quando a Lua está em quarto crescente ou quarto minguante, o triângulo formado pela Terra, pelo Sol e pela Lua é retângulo, com a Lua no vértice do ângulo reto. O astrônomo grego Aristarco, do século III a.C., usou este fato para obter um valor aproximado da razão entre as distâncias da Terra à Lua, d_L, e da Terra ao Sol, d_S.



É possível estimar a medida do ângulo α, relativo ao vértice da Terra, nessas duas fases, a partir da observação de que o tempo t_1, decorrido de uma lua quarto crescente a uma lua quarto minguante, e um pouco maior do que o tempo t_2, decorrido de uma lua quarto minguante a uma lua quarto crescente. Supondo que a Lua descreva em torno da Terra um movimento circular uniforme, tomando $t_1 = 14,9$ dias e $t_2 = 14,8$ dias, conclui-se que a razão d_L/d_S seria aproximadamente dada por

(a) $cos 77,7^o$

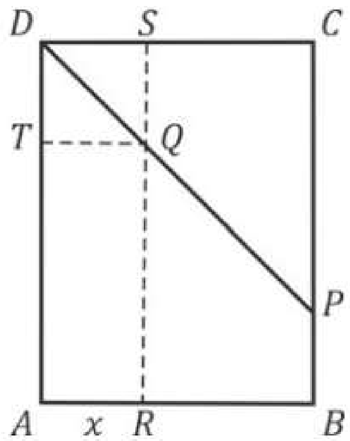
(b) $cos 80,7^o$

(c) $cos 83,7^o$

(d) $cos 86,7^o$

(e) $cos 89,7^o$

17. (2017) O retângulo $ABCD$, representado na figura, tem lados de comprimento $AB = 3$ e $BC = 4$. O ponto P pertence ao lado $\overline{BC}$ e $BP = 1$. Os pontos R, S e T pertencem aos lados $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$, respectivamente. O segmento $\overline{RS}$ é paralelo a $\overline{AD}$ e intercepta $\overline{DP}$ no ponto Q. O segmento $\overline{TQ}$ é paralelo a $\overline{AB}$.



Sendo x o comprimento de $\overline{AR}$, o maior valor da soma das áreas do retângulo $ARQT$, do triângulo CQP e do triângulo DQS, para x variando no intervalo aberto $]0, 3[$, é

a) $\dfrac{61}{8}$

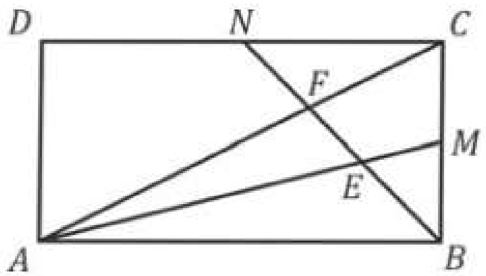
b) $\frac{33}{4}$

c) $\frac{17}{2}$

d) $\frac{35}{4}$

e) $\frac{73}{8}$

18. (2017) Na figura, o retângulo $ABCD$ tem lados de comprimento $AB = 4$ e $BC = 2$. Sejam M o ponto médio do lado $\overline{BC}$ e N o ponto médio do lado $\overline{CD}$. Os segmentos $\overline{AM}$ e $\overline{AC}$ interceptam o segmento $\overline{BN}$ nos pontos E e F, respectivamente.



A área do triângulo AEF é igual a

a) $\frac{24}{25}$

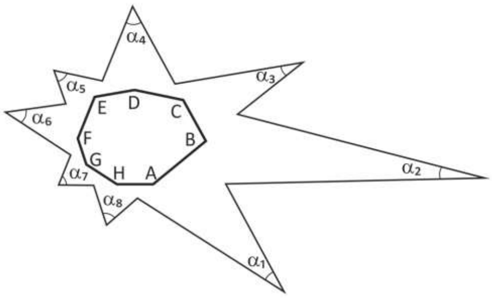
b) $\frac{29}{30}$

c) $\frac{61}{60}$

d) $\frac{16}{15}$

e) $\frac{23}{20}$

19. (2018) Prolongando-se os lados de um octógono convexo $ABCDEFGH$, obtém-se um polígono estrelado, conforme a figura.



A soma $\alpha_1 + ... + \alpha_8$ vale

(a) 180^o.

(b) 360^o.

(c) 540^o.

(d) 720^o.

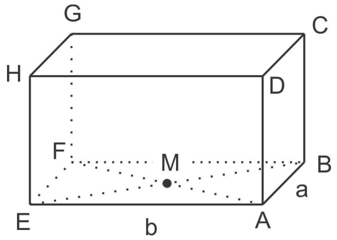
(e) 900^o.

7.1 Gabarito - Geometria Plana - 2010 a 2018

1. A
2. B
3. D
4. B
5. C
6. E
7. A
8. E
9. B
10. C
11. A
12. B
13. B
14. D
15. C
16. E
17. A
18. D
19. B

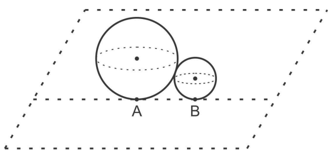
8 Geometria Sólida

1. (2000) No paralelepípedo reto retângulo da figura abaixo, sabe-se que $AB = AD = a$, AE=b e que M é a intersecção das diagonais da face ABFE. Se a medida de $\bar{M}C$ também é igual a b, o valor de b será:



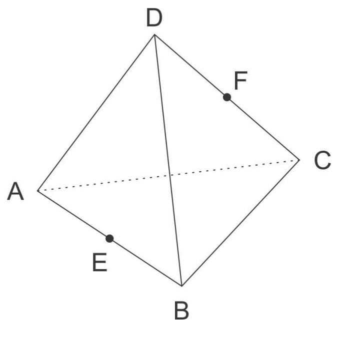
a) $\sqrt{2}a$
b) $\sqrt{\frac{3}{2}}a$
c) $\sqrt{\frac{7}{5}}a$
d) $\sqrt{3}a$
e) $\sqrt{\frac{5}{3}}a$

2. (2001) No jogo de bocha, disputado num terreno plano, o objetivo é conseguir lançar uma bola de raio 8 o mais próximo possível de uma bola menor, de raio 4. Num lançamento, um jogador conseguiu fazer com que as duas bolas ficassem encostadas, conforme ilustra a figura abaixo. A distância entre os pontos A e B, em que as bolas tocam o chão, é:



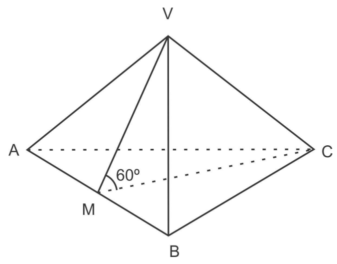
a) 8
b) $6\sqrt{2}$
c) $8\sqrt{2}$
d) $4\sqrt{3}$
e) $6\sqrt{3}$

3. (2001) Na figura abaixo, ABCD é um tetraedro regular de lado a. Sejam E e F os pontos médios de CD e AB, respectivamente. Então, o valor de EF é:



a) $\frac{a}{2}$
b) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
c) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$
d) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
e) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

4. (2002) A figura abaixo representa uma pirâmide de base triangular ABC e vértice V. Sabe-se que ABC e ABV são triângulos equiláteros de lado ℓ e M é o ponto médio do segmento $\bar{AB}$. Se a medida do ângulo $V\hat{M}C$ é 60°, então o volume da pirâmide é:



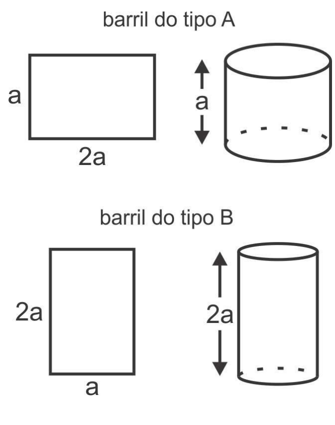
a) $\frac{\sqrt{3}}{4}\ell^3$
b) $\frac{\sqrt{3}}{8}\ell^3$
c) $\frac{\sqrt{3}}{12}\ell^3$
d) $\frac{\sqrt{3}}{16}\ell^3$
e) $\frac{\sqrt{3}}{18}\ell^3$

5. (2003) Um telhado tem a forma da superfície lateral de uma pirâmide regular, de base quadrada. O lado da base mede 8m e a altura da pirâmide 3m. As telhas para cobrir esse telhado são vendidas em lotes que cobrem 1m^2. Supondo que possa haver 10 lotes de telhas desperdiçadas (quebras e emendas), o número mínimo de lotes de telhas a ser comprado é:

a) 90
b) 100
c) 110
d) 120
e) 130

6. (2004) Uma metalúrgica fabrica barris cilíndricos de dois tipos, A e B, cujas superfícies laterais são moldadas a partir de chapas metálicas retangulares de lados a e $2a$, soldando lados opostos dessas chapas, conforme ilustrado ao lado.

Se V_A e V_B indicam os volumes dos barris do tipo A e B, respectivamente, tem-se:



a) $V_A = 2V_B$
b) $V_B = 2V_A$
c) $V_A = V_B$
d) $V_A = 4V_B$
e) $V_B = 2V_A$

7. (2005) A figura abaixo mostra uma pirâmide reta de base quadrangular ABCD de lado 1 e altura $EF = 1$. Sendo G o ponto médio da altura EF e α a medida do ângulo $A\hat{G}B$, então $\cos\alpha$ vale

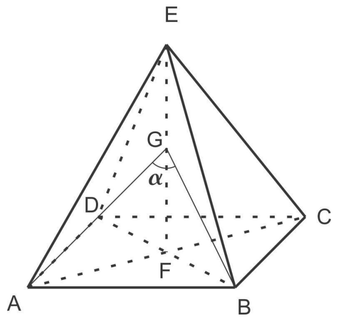
a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{1}{6}$



8. (2006) Um cone circular reto está inscrito em um paralelepípedo reto retângulo, de base quadrada, como mostra a figura. A razão b/a entre as dimensões do paralelepípedo é $3/2$ e o volume do cone é π. Então, o comprimento g da geratriz do cone é

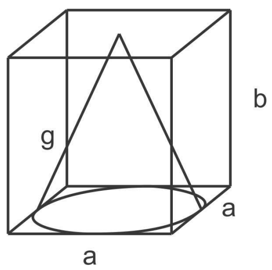
a) $\sqrt{5}$

b) $\sqrt{6}$

c) $\sqrt{7}$

d) $\sqrt{10}$

e) $\sqrt{11}$



9. (2007) O cubo de vértices ABCDEFGH, indicado na figura, tem arestas de comprimento a. Sabendo-se que M é o ponto médio da aresta $\bar{AE}$, então a distância do ponto M ao centro do quadrado ABCD é igual a

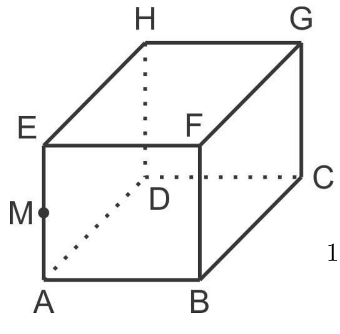
a) $\frac{a\sqrt{3}}{5}$

b) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

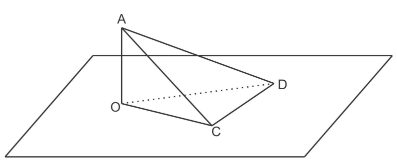
c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

d) $a\sqrt{3}$

e) $\frac{a\sqrt{3}}{5}$



10. (2008) O triângulo ACD é isósceles de base CD e o segmento OA é perpendicular ao plano que contém o triângulo OCD, conforme a figura:



Sabendo-se que $OA = 3$, $AC = 5$ e $\sin O\hat{C}D = \frac{1}{3}$, então a área do triângulo OCD vale

a) $16\frac{\sqrt{2}}{9}$

b) $32\frac{\sqrt{2}}{9}$

c) $48\frac{\sqrt{2}}{9}$

d) $64\frac{\sqrt{2}}{9}$

e) $80\frac{\sqrt{2}}{9}$

11. (2009) Um fabricante de cristais produz três tipos de taças para servir vinho. Uma delas tem o bojo no formato de uma semi-esfera de raio r; a outra, no formato de um cone reto de base circular de raio $2r$ e altura h; e a última, no formato de um cilindro reto de base circular de raio x e altura h. Sabendo-se que as taças dos três tipos, quando completamente cheias, comportam a mesma quantidade de vinho, é correto afirmar que a razão $\frac{x}{h}$ é igual a

a) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

d) $\sqrt{3}$

e) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

12. (2010) Uma pirâmide tem como base um quadrado de lado 1, e cada uma de suas faces laterais é um triângulo equilátero. Então, a área do quadrado, que tem como vértices os baricentros de cada uma das faces laterais, é igual a

a) $\frac{5}{9}$

b) $\frac{4}{9}$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{2}{9}$

e) $\frac{1}{9}$

13. (2011) A esfera ϵ, de centro O e raio $r > 0$, é tangente ao plano α. O plano β é paralelo a α e contém O. Nessas condições, o volume da pirâmide que tem como base um hexágono regular inscrito na intersecção de ϵ com β e, como vértice, um ponto em α, é igual a

a) $\frac{\sqrt{3}r^3}{4}$

b) $\frac{5\sqrt{3}r^3}{16}$

c) $\frac{3\sqrt{3}r^3}{8}$

d) $\frac{7\sqrt{3}r^3}{16}$

e) $\frac{\sqrt{3}r^3}{2}$

14. (2012) Em um tetraedro regular de lado a, a distância entre os pontos médios de duas arestas não adjacentes é igual a

a) $a\sqrt{3}$
b) $a\sqrt{2}$
c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
d) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
e) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

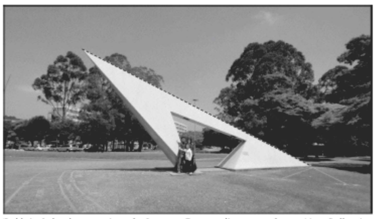
15. (2013) Os vértices de um tetraedro regular são também vértices de um cubo de aresta 2. A área de uma face desse tetraedro é

a) $2\sqrt{3}$
b) 4
c) $3\sqrt{2}$
d) $3\sqrt{3}$
e) 6

16. (2014) Três das arestas de um cubo, com um vértice em comum, são também arestas de um tetraedro. A razão entre o volume do tetraedro e o volume do cubo é

(a) $\frac{1}{8}$
(b) $\frac{1}{6}$
(c) $\frac{2}{9}$
(d) $\frac{1}{4}$
(e) $\frac{1}{3}$

17. (2014)



Relógio Solar é um projeto de Caetano Fraccaroli, executado por Vera Pallamin.

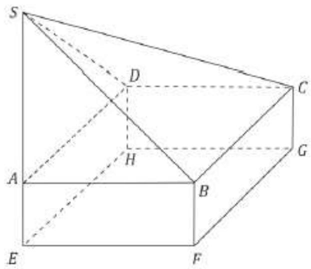
Esta foto é do relógio solar localizado no campus do Butantã, da USP. A linha inclinada (tracejada na foto), cuja projeção ao chão pelos raios solares indica a hora, é paralela ao eixo de rotação da Terra. Sendo μ ρ, respectivamente, a latitude e a longitude do local, medidas em graus, pode se afirmar, corretamente, que a medida em graus do ângulo que essa linha faz com o plano horizontal é igual a

(a) ρ
(b) μ
(c) $90 - \rho$
(d) $90 - \mu$
(e) $180 - \rho$

Nota:
Entende se por "plano horizontal", em um ponto da superfície terrestre, o plano perpendicular à reta que passa por esse ponto e pelo centro da Terra.

18. (2015) O sólido da figura é formado pela pirâmide $SABCD$ sobre o paralelepípedo reto $ABCDEFGH$. Sabe-se que S pertence à reta determinada por A e E e que $AE = 2cm$, $AD = 4cm$ e $AB = 5cm$. A medida do segmento $\overline{SA}$ que faz com que o volume do sólido seja igual a $\frac{4}{3}$ do volume da pirâmide $SEFGH$ é

a) $2cm$
b) $4cm$
c) $6cm$
d) $8cm$
e) $10cm$



19. (2016) Cada aresta do tetraedro regular $ABCD$ mede 10. Por um ponto P na aresta $\overline{AC}$, passa o plano α paralelo às arestas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. Dado que $AP = 3$, o quadrilátero determinado pelas interseções de α com as arestas do tetraedro tem área igual a

a) 21
b) $\frac{21\sqrt{2}}{2}$
c) 30
d) $\frac{30}{2}$
e) $\frac{30\sqrt{3}}{2}$

20. (2017) Um reservatório de água tem o formato de um cone circular reto. O diâmetro de sua base (que está apoiada sobre o chão horizontal) é igual a $8m$. Sua altura é igual a $12m$. A partir de um instante em que o reservatório está completamente vazio, inicia-se seu enchimento com água a uma vazão constante de 500 litros por minuto. O tempo gasto para que o nível de água atinja metade da altura do reservatório é de, aproximadamente,

a) 4 horas e 50 minutos.
b) 5 horas e 20 minutos.
c) 5 horas e 50 minutos.
d) 6 horas e 20 minutos.
e) 6 horas e 50 minutos.

Dados:
π é aproximadamente $3,14$.
O volume V do cone circular reto de altura h e raio da base r é
$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

8.1 Gabarito - Geometria Sólida

1. E
2. C
3. B
4. D
5. A
6. A
7. B
8. D
9. C
10. B
11. E
12. D
13. E
14. D
15. A
16. B
17. B
18. E
19. A
20. C

9 Matrizes, Determinantes e Sistemas

1. (2000) Se A é uma matriz 2×2 invertível que satisfaz $A^2 = 2A$, então o determinante de A será:

   a) 0
   b) 1
   c) 2
   d) 3
   e) 4

2. (2001) Uma senhora tinha entre trinta e quarenta ações de uma empresa para dividir igualmente entre todos os seus netos. Num ano, quando tinha 3 netos, se a partilha fosse feita, deixaria 1 ação sobrando. No ano seguinte, nasceu mais um neto e, ao dividir igualmente entre os quatro netos o mesmo número de ações, ela observou que sobrariam 3 ações. Nesta última situação, quantas ações receberá cada neto?

   a) 6
   b) 7
   c) 8
   d) 9
   e) 10

3. (2002) Se (x, y) é solução do sistema

$$\begin{cases} x + \dfrac{1}{y} = 1 \\ x^2 + \dfrac{1}{y^2} = 4, \end{cases}$$

   então $\dfrac{x}{y}$ é igual a:

   a) 1
   b) -1
   c) $\dfrac{1}{3}$
   d) $-\dfrac{3}{2}$
   e) $-\dfrac{2}{3}$

4. (2003) O sistema $\begin{cases} x + (c+1)y = 0 \\ cx + y = -1 \end{cases}$, onde $c \neq 0$, admite uma solução (x, y) com $x = 1$. Então, o valor de c é:

   a) -3
   b) -2
   c) -1
   d) 1
   e) 2

5. (2004) Um estacionamento cobra R$ 6,00 pela primeira hora de uso, R$ 3,00 por hora adicional e tem uma despesa diária de R$ 320,00. Considere-se um dia em que sejam cobradas, no total, 80 horas de estacionamento. O número mínimo de usuários necessário para que o estacionamento obtenha lucro nesse dia é:

   a) 25
   b) 26
   c) 27
   d) 28
   e) 29

6. (2004) Uma matriz real A é ortogonal se $A^tA = \mathbb{I}$, onde $\mathbb{I}$ indica a matriz identidade e A^t indica a transposta de A. Se $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & x \\ y & z \end{pmatrix}$ é ortogonal, então $x^2 + y^2$ é igual a:

   a) $\dfrac{1}{4}$
   b) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$
   c) $\dfrac{1}{2}$
   d) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
   e) $\dfrac{3}{2}$

7. (2005) Um supermercado adquiriu detergentes nos aromas limão e coco. A compra foi entregue, embalada em 10 caixas, com 24 frascos em cada caixa. Sabendo-se que cada caixa continha 2 frascos de detergentes a mais no aroma limão do que no aroma coco, o número de frascos entregues, no aroma limão, foi

   a) 110
   b) 120
   c) 130
   d) 140
   e) 150

8. (2006) João, Maria e Antônia tinham, juntos, R$100.000,00. Cada um deles investiu sua parte por um ano, com juros de 10% ao ano. Depois de creditados seus juros no final desse ano, Antônia

passou a ter R\$11.000,00 mais o dobro do novo capital de João. No ano seguinte, os três reinvestiram seus capitais, ainda com juros de 10% ao ano. Depois de creditados os juros de cada um no final desse segundo ano, o novo capital de Antônia era igual à soma dos novos capitais de Maria e João. Qual era o capital inicial de João?

a) R\$20.000,00

b) R\$22.000,00

c) R\$24.000,00

d) R\$26.000,00

e) R\$28.000,00

9. (2007) Os estudantes de uma classe organizaram sua festa de final de ano, devendo cada um contribuir com R\$135,00 para as despesas. Como 7 alunos deixaram a escola antes da arrecadação e as despesas permaneceram as mesmas, cada um dos estudantes restantes teria de pagar R\$27,00 a mais. No entanto, o diretor, para ajudar, colaborou com R\$630,00. Quanto pagou cada aluno participante da festa?

a) R\$136,00

b) R\$138,00

c) R\$140,00

d) R\$142,00

e) R\$144,00

10. (2011) Uma geladeira é vendida em n parcelas iguais, sem juros. Caso se queira adquirir o produto, pagando-se 3 ou 5 parcelas a menos, ainda sem juros, o valor de cada parcela deve ser acrescido de R\$60,00 ou de R\$125,00, respectivamente. Com base nessas informações, conclui-se que o valor de n é igual a

a) 13

b) 14

c) 15

d) 16

e) 17

11. (2012) Em uma festa com n pessoas, em um dado instante, 31 mulheres se retiraram e restaram convidados na razão de 2 homens para cada mulher. Um pouco mais tarde, 55 homens se retiraram e restaram, a seguir, convidados na razão de 3 mulheres para cada homem. O número n de pessoas presentes inicialmente na festa era igual a

a) 100

b) 105

c) 115

d) 130

e) 135

12. (2012) Considere a matriz

$$\begin{pmatrix} a & 2a+1 \\ a-1 & a+1 \end{pmatrix}$$

em que a é um número real. Sabendo que A admite inversa A^{-1} cuja primeira coluna é igual a

$$\begin{bmatrix} 2a-1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

a soma dos elementos da diagonal principal de A^{-1} é igual a

a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

e) 9

13. (2014) Um apostador ganhou um prêmio de R\$1.000.000,00 na loteria e decidiu investir parte do valor em caderneta de poupança, que rende 6% ao ano, e o restante em um fundo de investimentos, que rende 7,5% ao ano. Apesar do rendimento mais baixo, a caderneta de poupança oferece algumas vantagens e ele precisa decidir como irá dividir o seu dinheiro entre as duas aplicações. Para garantir, após um ano, um rendimento total de pelo menos R\$72.000,00 , a parte da quantia a ser aplicada na poupança deve ser de, no máximo,

(a) R\$200.000,00

(b) R\$175.000,00

(c) R\$150.000,00

(d) R\$125.000,00

(e) R\$100.000,00

14. (2015) No sistema linear $\begin{cases} ax - y = 1 \\ y + z = 1 \\ x + z = m \end{cases}$, nas variáveis x, y e z, a e m são constantes reais. É correto afirmar:

(a) No caso em que $a = 1$, o sistema tem solução se, e somente se, $m = 2$.

(b) O sistema tem solução, quaisquer que sejam os valores de a e de m.

(c) No caso em que $m = 2$, o sistema tem solução se, e somente se, $a = 1$.

(d) O sistema só tem solução se $a = m = 1$.

(e) O sistema não tem solução, quaisquer que sejam os valores de a e de m.

15. (2017) João tem $R\$150{,}00$ para comprar canetas em 3 lojas. Na loja A, as canetas são vendidas em dúzias, cada dúzia custa $R\$40,00$ e há apenas 2 dúzias em estoque. Na loja B, as canetas são vendidas em pares, cada par custa $R\$7,60$ e há 10 pares em estoque. Na loja, as canetas são vendidas avulsas, cada caneta custa $R\$3,20$ e há 25 canetas em estoque. O maior número de canetas que João pode comprar nas lojas A, B e C utilizando no máximo $R\$150,00$ é igual a

a) 46

b) 45

c) 44

d) 43

e) 42

9.1 Gabarito - Matrizes, Determinantes e Sistemas

1. E
2. B
3. D
4. B
5. C
6. E
7. C
8. A
9. E
10. A
11. D
12. A
13. A
14. A
15. B

10 Polinômios

1. (2000) O polinômio $p(x) = x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2$ é divisível por $x^2 + a$, para um certo número real a. Pode-se, pois, afirmar que o polinômio p

   a) não tem raízes.

   b) tem uma única raiz real.

   c) tem exatamente duas raízes reais distintas.

   d) tem exatamente três raízes reais distintas.

   e) tem quatro raízes reais distintas.

2. (2001) O polinômio $p(x) = x^4 + x^2 - 2x + 6$ admite $1 + i$ como raiz, onde $i^2 = -1$. O número de raízes reais deste polinômio é:

   a) 0

   b) 1

   c) 2

   d) 3

   e) 4

3. (2009) O polinômio $p(x) = x^3 + ax^2 + bx$, em que a e b são números reais, tem restos 2 e 4 quando dividido por $x - 2$ e $x - 1$, respectivamente.

   Assim, o valor de a é

   a) -6

   b) -7

   c) -8

   d) -9

   e) -10

4. (2017) O polinômio $P(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 5$ possui uma raiz complexa ξ cuja parte imaginária é positiva. A parte real de ξ^3 é igual a

   a) -11

   b) -7

   c) 9

   d) 10

   e) 12

5. (2018) Considere o polinômio

$$P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0,$$

   em que $a_0, ..., a_{n-1} \in \mathbb{R}$. Sabe-se que as suas n raízes estão sobre a circunferência unitária e que $a_0 < 0$. O produto das n raízes de $P(x)$, para qualquer inteiro $n \geqslant 1$, é:

   (a) -1

   (b) i^n

   (c) i^{n+1}

   (d) $(-1)^n$

   (e) $(-1)^{n+1}$

10.1 Gabarito - Polinômios

1. C
2. A
3. A
4. A
5. E

11 Progressões

1. (2000) Sejam a, b, c três números estritamente positivos em uma progressão aritmética. Se a área do triângulo ABC, cujos vértices são $A = (-a, 0)$, $B = (0, b)$ e $C = (c, 0)$, é igual a b, então o valor de b é:

a) 5
b) 4
c) 3
d) 2
e) 1

2. (2001) Uma progressão aritmética e uma progressão geométrica têm ambas o primeiro termo igual a 4, sendo que seus terceiros termos são estritamente positivos e coincidem. Sabe-se ainda que o segundo termo da progressão aritmética excede o segundo termo da progressão geométrica em 2. Então, o terceiro termo das progressões é:

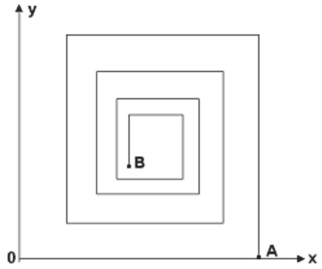
a) 10
b) 12
c) 14
d) 16
e) 18

3. (2002) Em um bloco retangular (isto é, paralelepípedo reto retângulo) de volume $\frac{27}{8}$, as medidas das arestas concorrentes em um mesmo vértice estão em progressão geométrica. Se a medida da aresta maior é 2, a medida da aresta menor é:

a) $\frac{7}{8}$
b) $\frac{8}{8}$
c) $\frac{9}{8}$
d) $\frac{10}{8}$
e) $\frac{11}{8}$

4. (2003) No plano cartesiano, os comprimentos de segmentos consecutivos da poligonal, que começa na origem 0 e termina em B (ver figura), formam uma progressão geométrica de razão p, com $0 < p < 1$. Dois segmentos consecutivos são sempre perpendiculares. Então, Se $OA = 1$, a abscissa x do ponto $B = (x, y)$ vale:

a) $\frac{1-p^{12}}{1-p^4}$
b) $\frac{1-p^{12}}{1-p^2}$
c) $\frac{1-p^{16}}{1-p^2}$
d) $\frac{1-p^{16}}{1+p^2}$
e) $\frac{1-p^{20}}{1-p^4}$



5. (2004) Um número racional r tem representação decimal da forma $r = a_1a_2a_3$ onde $1 < a_1 < 9$, $0 < a_2 < 9$, $0 < a_3 < 9$. Supondo-se que:

- a parte inteira de r é o quádruplo de a_3,
- a_1,a_2,a_3 estão em progressão aritmética,
- a_2 é divisível por 3,

então a_3 vale:

a) 1
b) 3
c) 4
d) 6
e) 9

6. (2005) Sejam a e b números reais tais que:

i) a, b e $a + b$ formam, nessa ordem uma PA;
ii)2^a, 16 e 2^b formam nessa ordem uma PG.

Então o valor de a é:

a) $\frac{2}{3}$
b) $\frac{4}{3}$
c) $\frac{5}{3}$
d) $\frac{7}{3}$
e) $\frac{8}{3}$

7. (2006) três números positivos, cuja soma é 30, estão em progressão aritmética. Somando-se, respectivamente,4, -4 e -9 aos primeiro, segundo e terceiro termos dessa progressão aritmética, obtemos três números em progressão geométrica. Então um dos termos da progressão aritmética é:

a) 9
b) 11
c) 12
d) 13
e) 15

8. (2008) Sabe-se sobre a progressão geométrica $a_1, a_2, a_3, \ldots$ que $a_1 > 0$ e $a_6 = -9\sqrt{3}$. Além disso, a progressão geométrica $a_1, a_5, a_9, \ldots$ tem

razão igual a 9. Nessas condições, o produto a_2a_7 vale

a) $-27\sqrt{3}$
b) $-3\sqrt{3}$
c) $-\sqrt{3}$
d) $3\sqrt{3}$
e) $27\sqrt{3}$

9. (2009) Os comprimentos dos lados de um triângulo ABC formam uma PA. Sabendo-se que o perímetro de ABC vale 15 e que o ângulo $\hat{A}$ mede 120^o, então o produto dos comprimentos dos lados é igual a

a) 25
b) 45
c) 75
d) 105
e) 125

10. (2010) Os números a_1, a_2, a_3 formam uma progressão aritmética de razão r, de tal modo que $a_1 + 3$, $a_2 - 3$, $a_3 - 3$ estejam em progressão geométrica. Dado ainda que $a_1 > 0$ e $a_2 = 2$, conclui-se que r é igual a

a) $3 + \sqrt{3}$
b) $3 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
c) $3 + \dfrac{\sqrt{3}}{4}$
d) $3 - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
e) $3 - \sqrt{3}$

11. (2012) Em um plano, é dado um polígono convexo de seis lados, cujas medidas dos ângulos internos, dispostas em ordem crescente, formam uma progressão aritmética. A medida do maior ângulo é 11 vezes a medida do menor ângulo. A soma das medidas dos quatro menores ângulos internos desse polígono, em graus é igual a:

a) 315
b) 320
c) 325
d) 330
e) 335

12. (2015) Dadas as sequencias $a_n = n^2 + 4n + 4$, $b_n = 2^{n^2}$, $c_n = a_{n+1} - a_n$ e $d_n = \dfrac{b_{n+1}}{b_n}$, definidas para valores inteiros positivos de n, considere as seguintes afirmações:

(I) a_n é uma progressão geométrica;
(II) b_n é uma progressão geométrica;
(III) c_n é uma progressão aritmética;
(IV) d_n é uma progressão geométrica.

São verdadeiras apenas

a) I, II e III.
b) I, II e IV.
c) I e III.
d) II e IV.
e) III e IV.

11.1 Gabarito - Progressões

1. E
2. D
3. C
4. D
5. E
6. E
7. C
8. A
9. D
10. E
11. B
12. E

12 Propriedades dos conjuntos numéricos

1. (2000) Se x e y são dois números inteiros, estritamente positivos e consecutivos, qual dos números abaixo é necessariamente um inteiro ímpar?

   a) $2x + 3y$
   b) $3x + 2y$
   c) $xy + 1$
   d) $2xy + 2$
   e) $x + y + 1$

2. (2003) Num bolão, sete amigos ganharam vinte e um milhões, sessenta e três mil e quarenta e dois reais. O prêmio foi dividido em sete partes iguais. Logo, o que cada um recebeu, em reais, foi:

   a) 3.009.006,00
   b) 3.009.006,50
   c) 3.090.006,00
   d) 3.090.006,50
   e) 3.900.060,50

3. (2005) O menor número inteiro positivo que devemos adicionar a 987 para que a soma seja o quadrado de um número inteiro positivo é

   a) 37
   b) 36
   c) 35
   d) 34
   e) 33

4. (2005) O Sr. Reginaldo tem dois filhos, nascidos respectivamente em 1/1/2000 e 1/1/2004. Em testamento, ele estipulou que sua fortuna deve ser dividida entre os dois filhos, de tal forma que

   (1) os valores sejam proporcionais às idades;
   (2) o filho mais novo receba, pelo menos, 75% do valor que o mais velho receber.

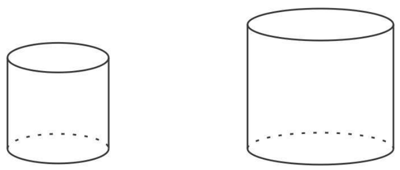
   O primeiro dia no qual o testamento poderá ser cumprido é:

   a) 1/1/2013
   b) 1/1/2014
   c) 1/1/2015
   d) 1/1/2016
   e) 1/1/2017

5. (2006) Um número natural N tem três algarismos. Quando dele subtraímos 396 resulta o número que é obtido invertendo-se a ordem dos algarismos de N. Se, além disso, a soma do algarismo das centenas e do algarismo das unidades de N é igual a 8, então o algarismo das centenas de N é

   a) 4
   b) 5
   c) 6
   d) 7
   e) 8

6. (2007) Uma empresa de construção dispõe de 117 blocos de tipo X e 145 blocos de tipo Y. Esses blocos têm as seguintes características: todos são cilindros retos, o bloco X tem 120 cm de altura e o bloco Y tem 150 cm de altura.

   A empresa foi contratada para edificar colunas, sob as seguintes condições: cada coluna deve ser construída sobrepondo blocos de um mesmo tipo e todas elas devem ter a mesma altura. Com o material disponível, o número máximo de colunas que podem ser construídas é de

   a) 55
   b) 56
   c) 57
   d) 58
   e) 59

7. (2008) Sabendo que os anos bissextos são os múltiplos de 4 e que o primeiro dia de 2007 foi segunda-feira, o próximo ano a começar também em uma segunda-feira será

   a) 2012
   b) 2014
   c) 2016
   d) 2018
   e) 2020

8. (2013) As propriedades aritméticas e as relativas à noção de ordem desempenham um importante papel no estudo dos números reais. Nesse contexto, qual das afirmações abaixo é correta?

a) Quaisquer que sejam os números reais positivos a e b, é verdadeiro que $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

b) Quaisquer que sejam os números reais a e b tais que $a^2 - b^2 = 0$, é verdadeiro que $a = b$.

c) Qualquer que seja o número real a, é verdadeiro que $\sqrt{a^2} = a$

d) Quaisquer que sejam os números reais a e b não nulos tais que $a < b$, é verdadeiro afirmar que $\dfrac{1}{b} < \dfrac{1}{a}$

e) Qualquer que seja o número real a, com $0 < a < 1$, é verdadeiro que $a^2 < \sqrt{a}$

9. (2014) O número real x, que satisfaz $3 < x < 4$, tem uma expansão decimal na qual os 999.999 primeiros dígitos à direita da vírgula são iguais a 3. Os 1.000.001 dígitos seguintes são iguais a 2 e os restantes são iguais a zero. Considere as seguintes afirmações:

(I) x é racional

(II) $x \geq \dfrac{10}{3}$

(III) $x.10^{2.000.000}$ é um inteiro par.

Então,

(a) nenhuma das três afirmações é verdadeira.

(b) apenas as afirmações I e II são verdadeiras.

(c) apenas a afirmação I é verdadeira.

(d) apenas a afirmação II é verdadeira.

(e) apenas a afirmação III é verdadeira.

10. (2016) De 1869 até hoje, ocorreram as seguintes mudanças de moeda no Brasil: (1) em 1942, foi criado o cruzeiro, cada cruzeiro valendo mil réis; (2) em 1967, foi criado o cruzeiro novo, cada cruzeiro novo valendo mil cruzeiros; em 1970, o cruzeiro novo voltou a se chamar apenas cruzeiro; (3) em 1986, foi criado o cruzado, cada cruzado valendo mil cruzeiros; (4) em 1989, foi criado o cruzado novo, cada um valendo mil cruzados; em 1990, o cruzado novo passou a se chamar novamente cruzeiro; (5) em 1993, foi criado o cruzeiro real, cada um valendo mil cruzeiros; (6) em 1994, foi criado o real, cada um valendo 2.750 cruzeiros reais. Quando morreu, em 1869, Brás Cubas possuía 300 contos. Se esse valor tivesse ficado até hoje em uma conta bancária, sem receber juros e sem pagar taxas, e se, a cada mudança de moeda, o depósito tivesse sido normalmente convertido para a nova moeda, o saldo hipotético dessa conta seria, aproximadamente, de um décimo de

(a) real.

(b) milésimo de real.

(c) milionésimo de real.

(d) bilionésimo de real.

(e) trilionésimo de real.

Dados:
Um conto equivalia a um milhão de réis.
Um bilhão é igual a 10^9 e um trilhão é igual a 10^{12}.

11. (2016) A igualdade correta para quaisquer a e b, números reais maiores do que zero, é

a) $\sqrt{3}a^3 + b^3 = a + b$

b) $\frac{1}{a-\sqrt{a^2+b^2}} = -\frac{1}{b}$

c) $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 = a - b$

d) $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

e) $\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2} = a - b$

12. (2017) Sejam a e b dois números inteiros positivos. Diz-se que a e b são equivalentes se a soma dos divisores positivos de a coincide com a soma dos divisores positivos de b.
Constituem dois inteiros positivos equivalentes:

a) 8 e 9.

b) 9 e 11.

c) 10 e 12.

d) 15 e 20.

e) 16 e 25.

13. (2018) Dentre os candidatos que fizeram provas de matemática, português e inglês num concurso, 20 obtiveram nota mínima para aprovação nas três disciplinas. Além disso, sabe-se que:

I. 14 não obtiveram nota mínima em matemática;
II. 16 não obtiveram nota mínima em português;
III. 12 não obtiveram nota mínima em inglês;
IV. 5 não obtiveram nota mínima em matemática e em português;
V. 3 não obtiveram nota mínima em matemática e em inglês;
VI. 7 não obtiveram nota mínima em português e em inglês e
VII. 2 não obtiveram nota mínima em português, matemática e inglês.

A quantidade de candidatos que participaram do concurso foi

(a) 44.

(b) 46.

(c) 47.

(d) 48.

(e) 49.

12.1 Gabarito - Propriedades dos conjuntos numéricos

1. C
2. A
3. A
4. D
5. C
6. C
7. D
8. A
9. E
10. D
11. E
12. E
13. E

13 Razão, Proporção e Porcentagem

1. (2000) Segundo um artigo da revista Veja, durante o ano de 1998, os brasileiros consumiram 261 milhões de litros de vinhos nacionais e 22 milhões de litros de vinhos importados. O artigo informou ainda que a procedência dos vinhos importados consumidos é dada pela seguinte tabela:

Itália 23%	Alemanha 13%
Portugal 20%	Argentina 6%
Chile 16%	Outros 6%
França 16%	

O valor aproximado do total de vinhos importados da Itália e de Portugal, em relação ao total de vinhos consumido pelos brasileiros, em 1998, foi de:

a) 2,3%
b) 3,3%
c) 4,3%
d) 5,3%
e) 6,3%

2. (2000) Uma prova continha cinco questões, cada uma valendo 2 pontos. Em sua correção, foram atribuídas a cada questão apenas as notas 0 ou 2, caso a resposta estivesse, respectivamente, errada ou certa. A soma dos pontos obtidos em cada questão forneceu a nota da prova de cada aluno. Ao final da correção, produziu-se a seguinte tabela, contendo a porcentagem de acertos em cada questão:

Questão	1	2	3	4	5
% de acerto	30	10	60	80	40

Logo, a média das notas da prova foi:

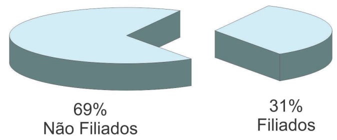
a) 3,8%
b) 4,0%
c) 4,2%
d) 4,4%
e) 4,6%

3. (2001) Considere os seguintes dados, obtidos em 1996 pelo censo do IBGE:

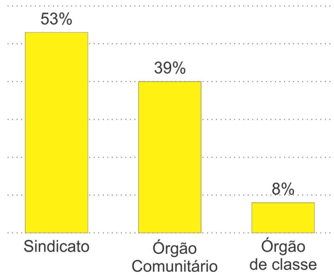
i A distribuição da população, por grupos de idade, é:

Idade	Número de pessoas
de 4 a 14 anos	37.049.723
de 15 a 17 anos	10.368.618
de 18 a 49 anos	73.644.508
50 anos ou mais	23.110.079

ii As porcentagens de pessoas, maiores de 18 anos, filiadas, ou não, a sindicatos, órgãos comunitários, órgãos de classe, são:



iii As porcentagens de pessoas, maiores de 18 anos, filiadas a sindicatos, órgãos comunitários e órgãos de classe são:



A partir dos dados acima, pode-se afirmar que o número de pessoas, maiores de 18 anos, filiadas a órgãos comunitários é, aproximadamente, em milhões:

a) 2
b) 6
c) 12
d) 21
e) 31

4. (2001) Um comerciante deu um desconto de 20% sobre o preço de venda de uma mercadoria e, mesmo assim, conseguiu um lucro de 20% sobre o preço que pagou pela mesma. Se o desconto não fosse dado, seu lucro, em porcentagem, seria:

a) 40%
b) 45%
c) 50%
d) 55%
e) 60%

5. (2002) Numa barraca de feira, uma pessoa comprou maçãs, bananas, laranjas e peras. Pelo preço normal da barraca, o valor pago pelas maçãs, bananas, laranjas e peras corresponderia a 25%, 10%, 15% e 50% do preço total, respectivamente. Em virtude de uma promoção, essa pessoa ganhou um desconto de 10% no preço das maçãs e de 20% no preço das peras. O desconto assim obtido no valor total de sua compra foi de:

a) 7,5%
b) 10%
c) 12,5%
d) 15%
e) 17,5%

6. (2002) O limite de consumo mensal de energia elétrica de uma residência, sem multa, foi fixado em 320 kWh. Pelas regras do racionamento, se este limite for ultrapassado, o consumidor deverá pagar 50% a mais sobre o excesso. Além disso, em agosto, a tarifa sofreu um reajuste de 16%. Suponha que o valor pago pelo consumo de energia elétrica no mês de outubro tenha sido 20% maior que aquele que teria sido pago sem as regras do racionamento e sem o aumento da tarifa em agosto. Pode-se concluir então que o consumo de energia elétrica, no mês de outubro, foi de aproximadamente:

a) 301 kWh
b) 343 kWh
c) 367 kWh
d) 385 kWh
e) 413 kWh

7. (2003) Para que fosse feito um levantamento sobre o número de infrações de trânsito, foram escolhidos 50 motoristas. O número de infrações cometidas por esses motoristas, nos últimos cinco anos, produziu a seguinte tabela:

Nº de infrações	Nº de motoristas
de 1 a 3	7
de 4 a 6	10
de 7 a 9	15
de 10 a 12	13
de 13 a 15	5
maior ou igual a 16	0

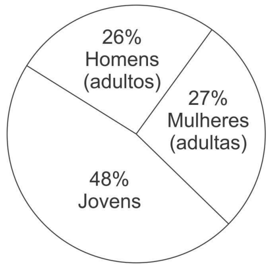
Pode-se então afirmar que a média do número de infrações, por motorista, nos últimos cinco anos, para este grupo, está entre:

a) 6,9 e 9,0
b) 7,2 e 9,3
c) 7,5 e 9,6
d) 7,8 e 9,9
e) 8,1 e 10,2

8. (2004) Um reservatório, com 40 litros de capacidade, já contém 30 litros de uma mistura gasolina/álcool com 18% de álcool. Deseja-se completar o tanque com uma nova mistura gasolina/álcool de modo que a mistura resultante tenha 20% de álcool. A porcentagem de álcool nessa nova mistura deve ser de:

a) 20%
b) 22%
c) 24%
d) 26%
e) 28%

9. (2006) Um recenseamento revelou as seguintes características sobre a idade e a escolaridade da população de uma cidade.



Escolaridade	Jovens	Mulheres	Homens
Fundamental incompleto	30%	15%	18%
Fundamental completo	20%	30%	28%
Médio incompleto	26%	20%	16%
Médio completo	18%	28%	28%
Superior incompleto	4%	4%	5%
Superior completo	2%	3%	5%

Se for sorteada, ao acaso, uma pessoa da cidade, a probabilidade de esta pessoa ter curso superior (completo ou incompleto) é:

a) 6,12%
b) 7,27%
c) 8,45%
d) 9,57%
e) 10,23%

10. (2007) Uma fazenda estende-se por dois municípios A e B. A parte da fazenda que está em A ocupa 8% da área desse município. A parte da fazenda que está em B ocupa 1% da área desse município.

Sabendo-se que a área do município B é dez vezes a área do município A, a razão entre a área da parte da fazenda que está em A e a área total da fazenda é igual a

a) $\frac{2}{9}$
b) $\frac{3}{9}$
c) $\frac{4}{9}$
d) $\frac{5}{9}$
e) $\frac{7}{9}$

11. (2008) No próximo dia 08/12, Maria, que vive em Portugal, terá um saldo de 2.300 euros em sua conta corrente, e uma prestação a pagar no valor de 3.500 euros, com vencimento nesse dia. O salário dela é suficiente para saldar tal prestação, mas será depositado nessa conta corrente apenas no dia 10/12. Maria está considerando duas opções para pagar a prestação:

1. Pagar no dia 8. Nesse caso, o banco cobrará juros de 2% ao dia sobre o saldo negativo diário em sua conta corrente, por dois dias;

2. Pagar no dia 10. Nesse caso, ela deverá pagar uma multa de 2% sobre o valor total da prestação.

Suponha que não haja outras movimentações em sua conta corrente. Se Maria escolher a opção 2, ela terá, em relação à opção 1,

a) desvantagem de 22,50 euros.
b) vantagem de 22,50 euros.
c) desvantagem de 21,52 euros.
d) vantagem de 21,52 euros.
e) vantagem de 20,48 euros.

12. (2009) Há um ano, Bruno comprou uma casa por R$ 50.000,00. Para isso, tomou emprestados R$ 10.000,00 de Edson e R$ 10.000,00 de Carlos, prometendo devolver-lhes o dinheiro, após um ano, acrescido de 5% e 4% de juros, respectivamente.

A casa valorizou 3% durante este período de um ano. Sabendo-se que Bruno vendeu a casa hoje e pagou o combinado a Edson e Carlos, o seu lucro foi de

a) R$400,00
b) R$500,00
c) R$600,00
d) R$700,00
e) R$800,00

13. (2010) Um automóvel, modelo *flex*, consome 34 litros de gasolina para percorrer 374km. Quando se opta pelo uso do álcool, o automóvel consome 37 litros deste combustível para percorrer 259km. Suponha que um litro de gasolina custe R$2,20. Qual deve ser o preço do litro do álcool para que o custo do quilômetro rodado por esse automóvel, usando somente gasolina ou somente álcool como combustível, seja o mesmo?

a) R$1,00
b) R$1,10
c) R$1,20
d) R$1,30
e) R$1,40

14. (2013) Quando se divide o Produto Interno Bruto (PIB) de um país pela sua população, obtém-se a renda per capita desse país. Suponha que a população de um país cresça à taxa constante de 2%ao ano. Para que sua renda per capita dobre em 20 anos, o PIB deve crescer anualmente à taxa constante de, aproximadamente,

a) 4,2%
b) 5,6%
c) 6,4%
d) 7,5%
e) 8,9%

Dado: $\sqrt[20]{2} \approx 1,035$

15. (2013) A tabela informa a extensão territorial e a população de cada uma das regiões do Brasil, segundo o IBGE.

Região	Extensão territorial (km^2)	População (habitantes)
Centro-Oeste	1.606.371	14.058.094
Nordeste	1.554.257	53.081.950
Norte	3.853.327	15.864.454
Sudeste	924.511	80.364.410
Sul	576.409	27.386.891

Sabendo que a extensão territorial do Brasil é de, aproximadamente, 8,5 milhões de km^2 , é correto afirmar que a

a) densidade demográfica da região sudeste é de, aproximadamente, 87 habitantes por km^2.
b) região norte corresponde a cerca de 30% do território nacional.
c) região sul é a que tem a maior densidade demográfica.
d) região centro-oeste corresponde a cerca de 40% do território nacional.
e) densidade demográfica da região nordeste é de, aproximadamente, 20 habitantes por km^2.

16. (2015) Na cidade de São Paulo, as tarifas de transporte urbano podem ser pagas usando o bilhete único. A tarifa é de R$3,00 para uma viagem simples (ônibus ou metrô/trem) e de R$4,65 para uma viagem de integração (ônibus e metrô/trem). Um usuário vai recarregar seu bilhete único, que está com um saldo de R$12,50. O menor valor de recarga para o qual seria possível zerar o saldo do bilhete após algumas utilizações é

a) R$0,85
b) R$1,15
c) R$1,45
d) R$2,50
e) R$2,80

17. (2018) Maria quer comprar uma TV que está sendo vendida por R$ 1.500,00 à vista ou em 3 parcelas mensais sem juros de R$ 500,00. O dinheiro que Maria reservou para essa compra não é suficiente para pagar à vista, mas descobriu que o banco oferece uma aplicação financeira que rende 1% ao mês. Após fazer os cálculos, Maria concluiu que, se pagar a primeira parcela e, no mesmo dia, aplicar a quantia restante, conseguirá pagar as duas parcelas que faltam sem ter que colocar nem tirar um centavo sequer. Quanto Maria reservou para essa compra, em reais?

(a) 1.450,20
(b) 1.480,20
(c) 1.485,20
(d) 1.495,20
(e) 1.490,20

13.1 Gabarito - Razão, Proporção e Porcentagem

1. B
2. D
3. C
4. C
5. C
6. B
7. A
8. D
9. B
10. C
11. C
12. C
13. E
14. B
15. A
16. B
17. C

14 Trigonometria

1. (2000) O dobro do seno de um ângulo θ, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, é igual ao triplo do quadrado de sua tangente. Logo, o valor de seu cosseno é

   a) $\frac{2}{3}$
   b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
   c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
   d) $\frac{1}{2}$
   e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. (2001) Se $\tan\theta = 2$, então o valor de $\dfrac{\cos 2\theta}{1+\sin 2\theta}$ é:

   a) -3
   b) $-\frac{1}{3}$
   c) $\frac{1}{3}$
   d) $\frac{2}{3}$
   e) $\frac{3}{4}$

3. (2002) A soma das raízes da equação $\sin^2 x - 2\cos^4 x = 0$, que estão no intervalo $[0, 2\pi]$, é:

   a) 2π
   b) 3π
   c) 4π
   d) 6π
   e) 7π

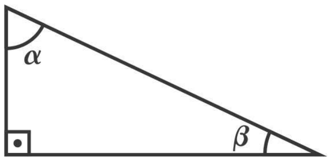
4. (2002) Se α está no intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ e satisfaz $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha = \frac{1}{4}$, então o valor da tangente de α é:

   a) $\sqrt{\frac{3}{5}}$
   b) $\sqrt{\frac{5}{3}}$
   c) $\sqrt{\frac{3}{7}}$
   d) $\sqrt{\frac{7}{3}}$
   e) $\sqrt{\frac{5}{7}}$

5. (2005) Sabe-se que $x = 1$ é raiz da equação $(\cos^2\alpha)\, x^2 - (4\cos\alpha\sin\beta)\, x + \frac{3}{2}\sin\beta = 0$, sendo α e β os ângulos agudos indicados no triângulo retângulo da figura abaixo.

   Pode-se afirmar que as medidas de α e β são respectivamente,

   a) $\frac{\pi}{8}$ e $\frac{3\pi}{8}$
   b) $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{3}$
   c) $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{4}$
   d) $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{3}$
   e) $\frac{3\pi}{8}$ e $\frac{\pi}{8}$



6. (2011) Sejam x e y números reais positivos tais que $x + y = \frac{\pi}{2}$. Sabendo-se que $\sin(x - y) = \frac{1}{3}$, o valor de $\tan^2 x - \tan^2 y$ é igual a

   a) $\frac{3}{2}$
   b) $\frac{5}{4}$
   c) $\frac{1}{2}$
   d) $\frac{1}{4}$
   e) $\frac{1}{8}$

7. (2012) O número real x, com $0 < x < \pi$ satisfaz a equação

   $$\log_3(1 - \cos x) + \log_3(1 + \cos x) = -2.$$

   Então, $\cos 2x + \sin x$ vale?

   a) $\frac{1}{3}$
   b) $\frac{2}{3}$
   c) $\frac{7}{9}$
   d) $\frac{8}{9}$
   e) $\frac{10}{9}$

8. (2013) Sejam α e β números reais com $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ e $0 < \beta < \pi$. Se o sistema de equações, dado em notação matricial,

   $$\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tan\alpha \\ \cos\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2\sqrt{3} \end{pmatrix},$$

   for satisfeito, então $\alpha + \beta$ é igual a

   a) $-\frac{\pi}{3}$
   b) $-\frac{\pi}{6}$
   c) 0
   d) $\frac{\pi}{6}$
   e) $\frac{\pi}{3}$

9. (2014) O triângulo AOB é isósceles, com $OA = OB$, e ABCD é um quadrado. Sendo θ a medida do ângulo $A\hat{O}B$, pode-se garantir que a área do quadrado é maior do que a área do triângulo se

   (a) $14^o < \theta < 28^o$
   (b) $15^o < \theta < 60^o$

(c) $20^o < \theta < 90^o$
(d) $28^o < \theta < 120^o$
(e) $30^o < \theta < 150^o$

Dados os valores	aproximados:
$tg14^o \cong 0,2493$,	$tg15^o \cong 0,2679$
$tg20^o \cong 0,3640$,	$tg28^o \cong 0,5317$

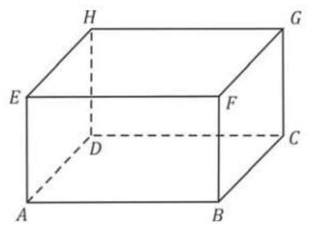
10. (2015) Sabe-se que existem números reais A e x_0, sendo $A > 0$, tais que

$$sen x + 2cos x = A cos(x - x_0)$$

para todo x real. O valor de A é igual a

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $\sqrt{5}$
d) $2\sqrt{2}$
e) $2\sqrt{3}$

11. (2017) O paralelepípedo reto-retângulo $ABCDEFGH$, representado na figura, tem medida dos lados $AB = 4$, $BC = 2$ e $BF = 2$.



O seno do ângulo $H\hat{A}F$ é igual a

a) $\dfrac{1}{2\sqrt{5}}$
b) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$
c) $\dfrac{2}{\sqrt{10}}$
d) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$
e) $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

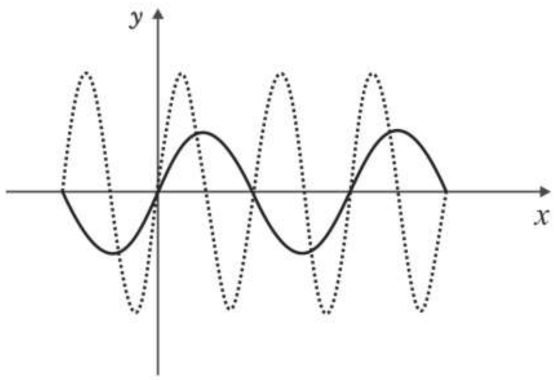
12. (2017) Uma quantidade fixa de um gás ideal é mantida a temperatura constante, e seu volume varia com o tempo de acordo com a seguinte fórmula:

$$V(t) = log_2(5 + 2sen(\pi t)), \ 0 \leq t \leq 2,$$

em que t é medido em horas e $V(t)$ é medido em m^3 . A pressão máxima do gás no intervalo de tempo $[0, 2]$ ocorre no instante

a) t = 0,4
b) t = 0,5
c) t = 1
d) t = 1,5
e) t = 2

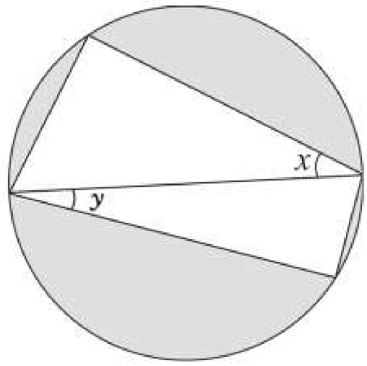
13. (2018)



Admitindo que a linha pontilhada represente o gráfico da função $f(x) = sen(x)$ e que a linha contínua represente o gráfico da função $g(x) = \alpha sen(\beta x)$, segue que

(a) $0 < \alpha < 1$ e $0 < \beta < 1$.
(b) $\alpha > 1$ e $0 < \beta < 1$.
(c) $\alpha = 1$ e $\beta > 1$.
(d) $0 < \alpha < 1$ e $\beta > 1$.
(e) $0 < \alpha < 1$ e $\beta = 1$.

14. (2018) O quadrilátero da figura está inscrito em uma circunferência de raio 1. A diagonal desenhada é um diâmetro dessa circunferência.



Sendo x e y as medidas dos ângulos indicados na figura, a área da região cinza, em função de x e y, é:

(a) $\pi + sen(2x) + sen(2y)$
(b) $\pi - sen(2x) - sen(2y)$
(c) $\pi - cos(2x) - cos(2y)$
(d) $\pi - \dfrac{cos(2x) + cos(2y)}{2}$
(e) $\pi - \dfrac{sen(2x) + sen(2y)}{2}$

14.1 Gabarito - Trigonometria

1. B
2. B
3. C
4. B
5. D
6. A
7. E
8. B
9. E
10. C
11. E
12. D
13. A
14. B