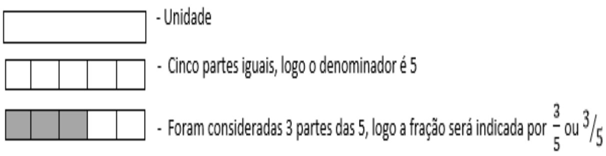
ESTUDO DAS FRAÇÕES

Fração representa uma ou mais partes da unidade dividida em partes iguais.
Representa-se uma fração por $\frac{N}{D}$
N – Numerador(indica o número de partes consideradas)
D – Denominador (indica o número de partes iguais em que a unidade foi dividida)
Obs: Numa fração o numerador é o quociente e o denominador, o divisor.



CLASSIFICAÇÃO DAS FRAÇÕES

a)*Decimal* – quando o denominador for 10 ou potência de 10.
Ex:$\frac{3}{10}, \frac{7}{100}, \frac{11}{1000}, \ldots$

b)*Ordinária* – quando não for decimal.
Ex: $\frac{3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{3}{200}, \ldots$

c)*Própria* – Quando o numerador for menor que o denominador.
Ex:$\frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \frac{2}{9}, \ldots$

d)*Imprópria* – Quando o numerador for maior que o denominador.
Ex:$\frac{8}{3}, \frac{7}{4}, \frac{17}{10}, \ldots$

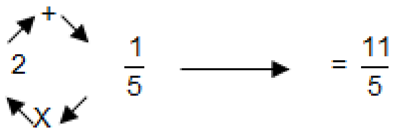
Obs: Alguns autores também consideram imprópria aquelas frações que tem numerador igual ao denominador.

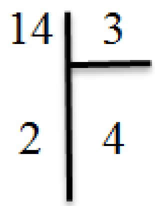
e) <u>*Aparente*</u> - É fração cujos numeradores são múltiplos dos denominadores.

Ex: $\frac{6}{3}, \frac{8}{4}, \frac{0}{4}$

f) <u>*número misto*</u> **-** É todo número formado por parte inteira e parte fracionária.
Ex: $2\,\frac{1}{5} = 2 + \frac{1}{5}$

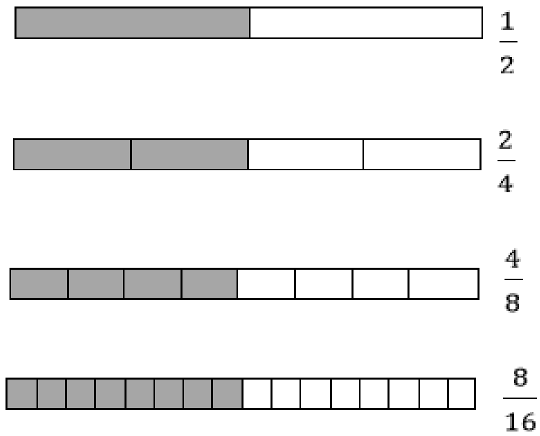
Podemos transformar um número misto em fração imprópria e vice-versa:





$\frac{14}{3} = 4\,\frac{2}{3}$

g) <u>*Equivalentes*</u> – São aquelas que possuem o mesmo valor.



h) *Frações inversas ou recíprocas* – Duas ou mais frações são ditas inversas ou recíprocas, quando o produto delas for igual a 1.

Ex: $\frac{3}{5}$ e $\frac{5}{3}$, pois, $\frac{3}{5}x\frac{5}{3} = 1$

Obs: $\frac{3}{5} = \frac{1}{\frac{5}{3}}$

Diz- se que $\frac{5}{3}$ é o inverso multiplicativo de $\frac{3}{5}$

i) *Frações compostas* – São aquelas onde um dos termos, ou ambos, são expressões fracionárias.

Ex: $\frac{2}{1+\frac{1}{3}}$, $\frac{7+\frac{1}{5}}{2+\frac{1}{1+\frac{3}{4}}}$

j) *Frações contínuas limitadas* – É toda fração obtida de outra irredutível A/B, que pode ser colocada na forma:

$$Q_1 + \cfrac{1}{Q_2 + \cfrac{1}{Q_3 + \cfrac{1}{\ddots Q_{n-1} + \cfrac{1}{Q_n}}}}$$

$$\frac{154}{69} = 2 + \frac{16}{69} \Rightarrow 2 + \frac{1}{\frac{69}{16}} \Rightarrow 2 + \frac{1}{4+\frac{5}{16}} \Rightarrow$$

$$2 + \frac{1}{4+\frac{1}{\frac{16}{5}}} \Rightarrow 2 + \frac{1}{4+\frac{1}{3+\frac{1}{5}}}$$

Obs: Como a fração é irredutível, podemos aplicar o algoritmo de Euclides, onde 2,4,3 e 5 são quocientes e o m.d.c é o 1, assim temos:

	2	4	3	5
154	69	16	5	1
16	5	1	0	

k) *Frações parciais* – São frações obtidas através do desdobramento de uma outra. Aduzamos, para efeito de entendimento, um exemplo.

Seja transformar a fração $\frac{1}{6}$ em frações parciais.

Observe que $\frac{1}{6}$ é o mesmo que $\frac{1}{2x3}$

O denominador dessa última fração é uma multiplicação envolvendo dois números consecutivos, o que nos induz a duas frações parciais. Com efeito, o denominador de dois números consecutivos, pode ser escrito por $n.(n+1)$. Daí,

$\frac{1}{n.(n+1)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1}$, ou seja

$$\frac{1}{n.(n+1)} = \frac{A.(n+1)+B.n}{n.(n+1)}$$

$$\frac{1}{n.(n+1)} = \frac{(A+B).n+A}{n.(n+1)}$$

Os antecedentes da proporção supracitada podem ser expressos através da seguinte identidades:

$$0xn = (A+B)xn + A$$

Para que a mesma seja verdadeira, devemos ter: A = 1 e

A + B = 0 ⇒ B = -1

Daí, $\frac{1}{n.(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

De onde se deduz que: $\frac{1}{6} = \frac{1}{2x3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS FRAÇÕES

Multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero, obtemos uma fração equivalente.

Exemplo:

Dada a fração $\frac{2}{3}$, temos como frações equivalentes: $\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \ldots$

$\left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \ldots\right\}$ ➔Classe de equivalente de $\frac{2}{3}$

Obs: Simplificar uma fração é dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número. Torná-la irredutível é dividi-los pelo seu M.D.C.

Exemplo:

Simplificando $\frac{96}{72}$, obtemos:

M.D.C. (96, 72) = 24 ➔ $\frac{96}{72} = \frac{96:24}{72:24} = \frac{4}{3}$ ➔ Fração Irredutível.

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

Temos três casos principais:

1º Caso) Mesmo denominador (homogêneas): a maior é a de maior numerador.

Exemplo:

Colocando as frações $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{8}{3}$ e $\frac{7}{3}$ em ordem crescente, ficamos com: $\frac{1}{3} < \frac{2}{3} < \frac{5}{3} < \frac{7}{3} < \frac{8}{3}$

2º Caso) Mesmo numerador: a maior é a de menor denominador.

Exemplos:

Colocando as frações $\frac{5}{2}, \frac{5}{4}$ e $\frac{5}{3}$ em ordem crescente, ficamos com: $\frac{5}{4} < \frac{5}{3} < \frac{5}{2}$

3º Caso) Numeradores ou denominadores diferentes reduzimos ao mesmo denominador e procedemos como no primeiro caso.

Exemplos:

Colocando $\frac{7}{3}, \frac{1}{5}$ e $\frac{8}{7}$ em ordem crescente, ficamos com: $\frac{245}{105}, \frac{21}{105}, \frac{120}{105}$, logo: $\frac{1}{5} < \frac{8}{7} < \frac{7}{3}$

OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Adição e subtração

Denominadores iguais – Conservamos o denominador e somamos ou subtraímos os numeradores.

$\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{8}{3}$ $\qquad$ $\frac{8}{5} - \frac{1}{5} = \frac{7}{5}$

Denominadores diferentes – Reduzimos ao mesmo denominador e procedemos como anteriormente.

$$\frac{3}{8} - \frac{2}{5} - \frac{7}{10} + \frac{3}{4} = \frac{15-16-28+30}{40} = \frac{1}{40}$$

Multiplicação

Multiplicamos, respectivamente, os números e denominadores das frações.

$$\frac{2}{3}x\frac{4}{5}=\frac{2x4}{3x5}=\frac{8}{15}$$

$$\frac{5}{6}x\frac{3}{4}x4x\frac{1}{5}=\frac{5x3x4x1}{6x4x1x5}=\frac{60}{120}\begin{smallmatrix}\div 60\\ \div 60\end{smallmatrix}=\frac{1}{2}$$

Divisão

Conservamos a primeira e multiplicamos pelo inverso da segunda.

Obs: Inverso de uma fração é trocar o numerador pelo denominador.

Ex: $\frac{3}{4} \leftrightarrow \frac{4}{3}$

$$\frac{2}{3}:\frac{9}{4}=\frac{2}{3}x\frac{4}{9}=\frac{8}{27}$$

IPC: Nas expressões com frações procedemos da seguinte maneira:
1°) Realizamos as operações de multiplicação e divisão, na ordem que forem aparecendo.
2°) Realizamos as operações de adição e subtração.
3°) Se houver sinais auxiliares(parênteses, colchetes e chaves) eliminamos na ordem, parênteses, colchetes e chaves, obedecendo o prescrito anteriormente.

Fração de fração

Calcular uma fração de outra é multiplicar uma pela outra.

Exemplos:

$$\frac{2}{5} \text{ de } \frac{3}{7}=\frac{2}{5} \text{ x } \frac{3}{7}=\frac{2 \text{ x } 3}{5 \text{ x } 7}=\frac{6}{35}$$

$$\frac{1}{9} \text{ de } \frac{4}{5} \text{ de } \frac{3}{8}=\frac{1}{9} \text{ x } \frac{4}{5} \text{ x } \frac{3}{8}=\frac{1}{30}$$

EXERCÍCIOS:

1) Simplifique as frações:

a) $\frac{75}{90}$ b) $\frac{96}{144}$ c) $\frac{72}{180}$ d) $5\ \frac{25}{30}$

2) Transforme os números mistos em frações impróprias:

a) $2\ \frac{3}{5}$ b) $9\ \frac{5}{8}$ c) $5\ \frac{3}{10}$ d) $6\ \frac{7}{15}$

3) Calcule:

a) $\frac{2}{3}$ de $\frac{9}{10}$ =

b) $\frac{5}{9}$ de 180 =

c) $\frac{4}{10}$ de 200 =

d) $\frac{3}{4}$ de 300 =

e) $\frac{2}{5}$ de 320 =

f) $\frac{6}{7}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{9}$ =

4) Calcule:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} =$

b) $\frac{7}{12} - \frac{4}{9} \times \frac{21}{16} =$

c) $\frac{2}{5} - \frac{3}{5} : 1\frac{1}{5} =$

d) $\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}}{4-\frac{5}{6}} =$

e) $\dfrac{3-\frac{2}{5}}{\frac{7}{10}-\frac{1}{4}} =$

$f)\ \dfrac{3\frac{1}{2}-2}{5\frac{1}{3}-3} + \frac{2}{3}x\frac{9}{4} =$

5) Efetue as seguintes expressões:

a) $\left(3\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{4}{3}+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left[\left(1\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\right):\frac{2}{3}\right]=$

b) $\left[\left(1+\frac{3}{4}\right)^2:\frac{7}{4}\right]:\left(1\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)^2=$

c) $\left\{\left[\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^2+\left(2+\frac{1}{8}\right)\cdot\frac{4}{17}\right]+\frac{1}{3}:2\right\}:\frac{3}{4}+1=$

d) $\left\{\left[\frac{5}{8}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2+\left(2-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}\right]+\frac{1}{3}:\frac{5}{4}\right\}:\frac{4}{3}=$

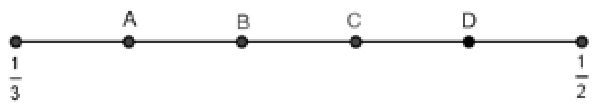
6) Efetue e simplifique as seguintes expressões:

$a)\ \dfrac{1}{4+\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{5}}}} =$

$b)\ 1+\dfrac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}} =$

$c)\ \dfrac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}} =$

7) Manuela dividiu um segmento de reta em cinco partes iguais e depois marcou as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$ nas extremidades, conforme a figura abaixo. Em qual dos pontos Manuela deverá assinalar a fração $\frac{2}{5}$?



a)A b) B c) C d) D

8) Considere a expressão 0.999... + $\dfrac{\frac{1}{5}+\frac{1}{3}}{\frac{3}{5}-\frac{1}{15}}$.

Efetuando as operações indicadas, obteremos o valor igual a:

a)1 b)2 c)$9/10$ d)$15/9$ e)$19/10$

9) Se p = $\dfrac{q}{\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}}{2}}$, sendo p e q números inteiros positivos primos entre si, calcule p^q.

a)16^{15} b)4^{15} c)15^{4} d)8^{15} e)15^{8}

10) Uma fábrica de automóveis produz diversos tipos de carros e, em certo mês, $\frac{3}{8}$ da produção correspondeu ao modelo Festa e, destes, $\frac{2}{5}$ saíram na cor preta. Se a fábrica produziu nesse mês 510 automóveis Festa na cor preta, o número total de automóveis fabricados nesse mês foi de:
a) 3150 b) 3400 c) 3660 d) 3800 e) 3920

11) De sua jarra de suco, Claudete bebeu inicialmente 240 ml. Depois, bebeu $\frac{1}{4}$ do que restava e, depois de algum tempo, ela bebeu o restante que representava $\frac{1}{3}$ do volume inicial. A jarra continha inicialmente uma quantidade de suco, em ml, igual a:

a)720 b) 600 c)540 d)500 e) 432

12) A fração $\frac{37}{13}$ pode ser escrita sob a forma $2+\frac{1}{x+\frac{1}{y+\frac{1}{z}}}$, onde (x, y, z) é igual a:

a) $(11,2,5)$ b)$(1,2,5)$ c) $(1,5,2)$
d) $(13,11,2)$ e) $(5,2,11)$

13) Se $\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}+\frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}+\frac{z}{xy}=\frac{8}{6}$ e

x + y + z = 16, o produto x.y.z é:

a)192 b)108 c)48 d)32 e)10