1. (Ime 2017) Uma partícula A, de carga positiva $+Q$, está presa a um veículo em movimento, cujas coordenadas de sua posição X_A e Y_A, em metros, estão descritas abaixo em função do tempo t, em segundos.

$$X_A(t) = 3\sqrt{2}t + 2\sqrt{2}$$
$$Y_A(t) = t^2 + t - 11$$

A força elétrica provocada pela interação entre a partícula A e uma partícula B, de mesma carga, fixada no ponto de coordenadas $(X_B, Y_B) = (0, 1)$, será ortogonal à trajetória do veículo quando o instante $t > 0$ for igual a:
a) 1
b) $1/2$
c) $3/4$
d) $5/8$
e) $1/8$

2. (Efomm 2017) Um trem deve partir de uma estação A e parar na estação B, distante $4\ \text{km}$ de A. A aceleração e a desaceleração podem ser, no máximo, de $5{,}0\ \text{m/s}^2$, e a maior velocidade que o trem atinge é de $72\ \text{km/h}$. O tempo mínimo para o trem completar o percurso de A a B é, em minutos, de:
a) 1,7
b) 2,0
c) 2,5
d) 3,0
e) 3,4

3. (Efomm 2016) Um automóvel, partindo do repouso, pode acelerar a $2{,}0\ \text{m/s}^2$ e desacelerar a $3{,}0\ \text{m/s}^2$. O intervalo de tempo mínimo, em segundos, que ele leva para percorrer uma distância de $375\ \text{m}$, retornando ao repouso, é de
a) 20
b) 25
c) 30
d) 40
e) 55

4. (Ime 2013) Um automóvel percorre uma estrada reta de um ponto *A* para um ponto *B*. Um radar detecta que o automóvel passou pelo ponto *A* a 72 km/h. Se esta velocidade fosse mantida constante, o automóvel chegaria ao ponto *B* em 10 min. Entretanto, devido a uma eventualidade ocorrida na metade do caminho entre *A* e *B*, o motorista foi obrigado a reduzir uniformemente a velocidade até 36 km/h, levando para isso, 20 s. Restando 1 min. para alcançar o tempo total inicialmente previsto para o percurso, o veículo é acelerado uniformemente até 108 km/h, levando para isso, 22 s, permanecendo nesta velocidade até chegar ao ponto *B*. O tempo de atraso, em segundos, em relação à previsão inicial, é:
a) 46,3
b) 60,0
c) 63,0
d) 64,0
e) 66,7

5. (Ita 2002) Billy sonha que embarcou em uma nave espacial para viajar até o distante planeta Gama, situado a 10,0 anos-luz da Terra. Metade do percurso é percorrida com aceleração de 15 m/s^2, e o restante com desaceleração de mesma magnitude. Desprezando a atração gravitacional e efeitos relativistas, estime o tempo total em meses de ida e volta da viagem do sonho de Billy. Justifique detalhadamente.

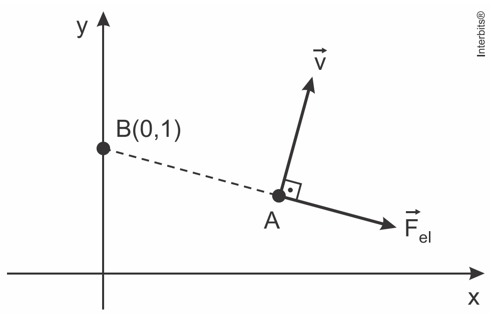
Fábrica D
GERALDO A DA ROCHA - 0233...6899 - GERALDO A DA ROCHA - 0...

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[A]

Gabarito Oficial: ANULADA
Gabarito Fábrica D: [A]

Observação: *A banca examinadora decidiu pela anulação da questão em seu gabarito oficial devido a um erro no enunciado, onde se lê* $(X_A, Y_A) = (0, 1)$, *deveria ser* $(X_B, Y_B) = (0, 1)$. *Para melhor aproveitamento da questão o enunciado foi corrigido.*



Pelas equações descritas no movimento da partícula A (supondo todas as grandezas em unidades do SI):

$$\begin{aligned} x_A(t) &= 3\sqrt{2}\,t + 2\sqrt{2} \\ y_A(t) &= t^2 + t - 11 \end{aligned} \qquad (1)$$

Conclui-se que em xx a partícula descreve um movimento retilíneo e uniforme, conforme a equação (2) a seguir:

$$x_A(t) = v_{x_A}t + x_{0_A} \qquad (2)$$

e que em yy a partícula descreve um movimento retilíneo uniformemente variado, conforme a equação (3) a seguir:

$$y_A(t) = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0_y}t + y_{0_A} \qquad (3)$$

Comparando-se as equações (2) e (3) com as equações (1), tem-se que:

$$\begin{aligned} v_{x_A} &= 3\sqrt{2}\text{ m/s} \\ v_{0_y} &= 1\text{ m/s} \qquad (4) \\ \frac{1}{2}a_y &= 1 \Rightarrow a_y = 2\text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Pode-se afirmar que v_{x_A} e v_{y_A} são as componentes em xx e em yy, respectivamente, da velocidade $\vec{v}$ da partícula A, conforme a figura, sendo que:

$$v_{y_A} = v_{0_y} + a_y t = 1 + 2t \qquad (5)$$

uma vez que em yy o movimento da partícula A é retilíneo uniformemente variado.

A velocidade $\vec{v}$ é sempre tangente à trajetória do carro.
Por outro lado, a força elétrica é de repulsão, uma vez que as cargas em A e em B são iguais. A direção da força elétrica $\vec{F}_{el}$ é dada pelo vetor $\overrightarrow{BA}$, ou seja, com origem em B e vértice em A (vide figura).

Seja m_V a declividade do vetor velocidade no plano, e m_F a declividade do vetor força elétrica.
No instante t em que $\vec{v}$ e $\vec{F}_{el}$ são ortogonais:

GERALDO A DA ROCHA - 02333-6899 - GERALDO A DA ROCHA - 0

$m_V\ m_F = -1 \quad (6)$

Dadas as considerações anteriores, pode-se afirmar que:

$$m_V = \frac{v_{y_A}}{v_{x_A}} = \frac{1+2t}{3\sqrt{2}}$$
$$m_F = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{t^2+t-11-1}{3\sqrt{2}\,t+2\sqrt{2}} \quad (7)$$

Substituindo-se as equações (7) na equação (6), tem-se que:

$$m_V\ m_F = -1 \Rightarrow \left(\frac{1+2t}{3\sqrt{2}}\right)\left(\frac{t^2+t-12}{3\sqrt{2}\,t+2\sqrt{2}}\right) = -1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (t^2+t-12)(1+2t)+18t+12 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2t^3+3t^2+5t = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t(2t^2+3t+5) \quad (8)$$

Como a única solução de interesse é tal que $t > 0,$ então, resolvendo-se (8), tem-se que:

$$2t^2+3t+5 = 0$$
$$\Delta = 9+40 = 49$$
$$t = \frac{-3+\sqrt{49}}{2\times 2} = 1\,\text{s}$$

Resposta da questão 2:
[E]

Partindo da estação $A,$ o tempo necessário e o espaço percorrido até o trem atingir a velocidade máxima de $72\ \text{km/h}\ (20\ \text{m/s})$ são:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t_1} \Rightarrow 5 = \frac{20-0}{\Delta t_1} \quad \therefore \Delta t_1 = 4\ \text{s}$$
$$v^2 = v_0{}^2 + 2a\Delta s_1 \Rightarrow 20^2 = 0^2 + 2\cdot 5\cdot \Delta s_1 \quad \therefore \Delta s_1 = 40\ \text{m}$$

Da mesma forma, depois de atingida a velocidade máxima, no último trecho o trem gastará o mesmo tempo e percorrerá a mesma distância até parar. Logo: $\Delta t_3 = 4\ \text{s}$ e $\Delta s_3 = 40\ \text{m}.$

Para o trecho intermediário, o trem deve desenvolver uma velocidade constante igual à máxima para que o tempo de percurso seja mínimo. Desse modo:

$$\Delta s_2 = 4000 - 2\cdot 40 \quad \therefore \Delta s_2 = 3920\ \text{m}$$
$$v = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} \Rightarrow 20 = \frac{3920}{\Delta t_2} \quad \therefore \Delta t_2 = 196\ \text{s}$$

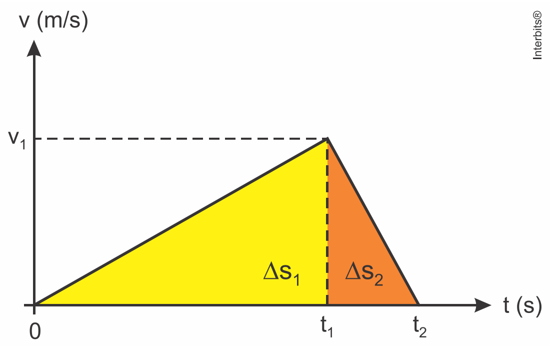
Portanto, o tempo total será:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = (4+196+4)\ \text{s} = 204\ \text{s}$$
$$\therefore \Delta t = 3{,}4\ \text{min}$$

Resposta da questão 3:
[B]

Dividindo o movimento em duas partes, de acordo com o gráfico, temos:

GERALDO A DA ROCHA - 023338899 - GERALDO A DA ROCHA - 0



As equações da velocidade para o trecho 1 e 2, são:

$$v_1 = 2t_1$$
$$v_1 = 3(t_2 - t_1) \Rightarrow v_1 = 3t_2 - 3t_1$$

Juntando as duas equações:

$$2t_1 = 3t_2 - 3t_1 \therefore t_1 = \frac{3}{5}t_2$$

Logo, usando as equações para o cálculo da área dos triângulos juntos, temos o deslocamento do móvel em todos os trechos:

$$\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 = \frac{t_2 \cdot v_1}{2} \Rightarrow 375 = \frac{t_2 \cdot 2t_1}{2}$$
$$375 = \frac{t_2 \cdot 2 \cdot \frac{3}{5}t_2}{2} \Rightarrow {t_2}^2 = 625 \therefore t_2 = 25 \text{ s}$$

Resposta da questão 4:
[D]

- Inicialmente vamos determinar as previsões iniciais:

$$V = 72\text{km/h} = 20\text{m/s}$$
$$\Delta t = 10\text{min} = 600\text{s}$$
$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \to 20 = \frac{\Delta S}{600} \to \Delta S = 12000\text{m}$$

O enunciado nos informa que: “devido a uma eventualidade ocorrida na metade do caminho”, ou seja, o automóvel percorreu $\Delta S_1 = 6000\text{m}$ em $\Delta t_1 = 300\text{s}$, restando mais 6000m que devem ser percorridos também em 300s, para o automóvel chegar em B no tempo previsto.

- O enunciado nos informa que após a metade do caminho, o motorista foi obrigado a reduzir uniformemente a velocidade, levando 20s para isso e mantendo tal velocidade até restar 1min para alcançar o tempo total inicialmente previsto.

Analisando a diminuição da velocidade:

$$V_0 = 20\text{m/s}$$
$$V = 36\text{km/h} = 10\text{m/s}$$
$$\Delta t_2 = 20\text{s}$$
$$V = V_0 + a \cdot \Delta t \to 10 = 20 + a \cdot 20 \to a = -0{,}5\text{ m/s}^2$$
$$V^2 = {V_0}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \to 10^2 = 20^2 + 2 \cdot (-0{,}5) \cdot \Delta S \to \Delta S_2 = 300\text{m}$$

Analisando o deslocamento com velocidade constante até restar 60s (1min) para alcançar o tempo total previsto:

$$t_{previsto} = 600\text{s}$$

GERALDO A DA ROCHA - 02333-6899 - GERALDO A DA ROCHA - 0

"até restar 60s (1min)": $600 - 60 = 540s$

$t_{percorrido} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 300 + 20 = 320s$

$\Delta t_3 = 540 - 320 \rightarrow \Delta t_3 = 220s$

$V = 10m/s$

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow 10 = \frac{\Delta S}{220} \rightarrow \Delta S_3 = 2200m$$

- Por último o veículo é acelerado uniformemente até 108 km/h, levando para isso, 22 s, permanecendo nesta velocidade até chegar ao ponto *B.*

Analisando o aumento da velocidade:

$V_0 = 10m/s$

$V = 108km/h = 30m/s$

$\Delta t_4 = 22s$

$V = V_0 + a \cdot \Delta t \rightarrow 30 = 10 + a \cdot 22 \rightarrow a \approx 0{,}91\,m/s^2$

$V^2 = V_0{}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \rightarrow 30^2 = 10^2 + 2 \cdot 0{,}91 \cdot \Delta S \rightarrow \Delta S_4 \approx 440m$

Analisando o deslocamento com velocidade constante até chegar ao ponto B:

$\Delta S_{percorrido} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4$

$\Delta S_{percorrido} = 6000 + 300 + 2200 + 440 \approx 8940m$

$\Delta S_5 = \Delta S_{total} - \Delta S_{percorrido} = 12000 - 8940 \rightarrow \Delta S_5 \approx 3060m$

$V = 30m/s$

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow 30 = \frac{3060}{\Delta t} \rightarrow \Delta t_5 \approx 102s$$

- O tempo de atraso:

$\Delta t_{total} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4 + \Delta t_5$

$\Delta t_{total} = 300 + 20 + 220 + 22 + 102 \rightarrow \Delta t_{total} \approx 664s$

$t_{atraso} = \Delta t_{total} - \Delta t_{previsto} = 664 - 600$

$t_{atraso} \approx 64s$

Resposta da questão 5:

Cálculo da distância da Terra ao planeta Gama:

- módulo da velocidade da luz (c) = 3×10^8 m/s
- 1 ano tem aproximadamente $3{,}2 \times 10^7$ s

Como v = ΔS/Δt

$3 \times 10^8 = \Delta S / 3{,}2 \times 10^7$

$\Delta S = 9{,}6 \times 10^{16}$ m

Considerando a metade do percurso percorrida com aceleração de 15 m/s^2

$\Delta S = 1/2\, a.t^2$

$9{,}6 \times 10^{16}/2 = (1/2).15.t^2$

$t = 8 \times 10^7$ s

Fábrica D
GERALDO A DA ROCHA - 0233...6899 - GERALDO A DA ROCHA - 0...

Cálculo do tempo total de ida e volta:

$T = 4.t$

$T = 3{,}2 \times 10^{8}$ s

$T = 120$ meses

GERALDO A DA ROCHA - 02333...6899 - GERALDO A DA ROCHA - 0