ÁGAPE CURSO ÁGAPE	EEAr 2018/2019	MATEMÁTICA PROF. Bruno Lüke

Geometria Espacial

Prismas: (triangular, quadrangular e hexagonal)

$$A_{B_\Delta} = \frac{\lambda^2\sqrt{3}}{4} \qquad A_{L_\Delta} = 3\lambda h$$

$$A_{B_Q} = \lambda^2 \qquad A_{L_Q} = 4\lambda h$$

$$A_{B_H} = 6.\frac{\lambda^2\sqrt{3}}{4} \qquad A_{L_H} = 6\lambda h$$

$$A_T = A_L + 2.A_B \qquad V = A_B.h$$

Obs: a letra "lambda" representa a medida do lado da base.

Paralelepípedo:

$$A_B = a.b$$

$$A_T = 2ab + 2bc + 2ac$$

$$V = a.b.c$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Cubo:

$$A_F = \lambda^2$$

$$A_L = 4\lambda^2$$

$$A_T = 6\lambda^2$$

$$V = \lambda^3$$

$$d_{face} = \lambda\sqrt{2} \qquad D_{cubo} = \lambda\sqrt{3}$$

Pirâmide:

$$A_L = p.ap \qquad ap^2 = h^2 + K^2$$

$$A_T = A_L + A_B \qquad a^2 = ap^2 + (\lambda/2)^2$$

$$V = \frac{A_B.h}{3} \qquad a^2 = h^2 + R^2$$

Tetraedro:

$$A_F = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

$$A_T = a^2\sqrt{3} \qquad A_L = 3.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Obs: $K = h$ do triângulo equilátero

Cilindro:

$$V = A_B.h = \pi r^2 h \qquad A_B = \pi r^2$$

$$A_L = 2\pi r h$$

$$A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$A_S = 2rh$$

$$Equilátero \rightarrow h = 2r$$

Cone:

$$V = \frac{A_B.h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3} \qquad A_B = \pi r^2$$

$$A_L = \pi r g \qquad A_S = rh$$

$$A_T = \pi r^2 + \pi r g \qquad g^2 = r^2 + h^2$$

$$Equilátero \rightarrow g = 2r$$

Esfera:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \qquad S = 4\pi r^2$$

Tronco de Cone:

$$V = \frac{1}{3}\pi h(r^2 + rR + R^2)$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. (EEAR – 2017) Um escultor irá pintar completamente a superfície de uma esfera de 6m de diâmetro, utilizando uma tinta que, para essa superfície, rende 3m² por litro. Para essa tarefa, o escultor gastará, no mínimo, _____ litros de tinta. (Considere $\pi = 3$)

a) 18 b) 24 c) 36 d) 48

2. (EEAR – 2017) Uma esfera está inscrita num cilindro equilátero cuja área lateral mede 16π cm². O volume da esfera inscrita é:

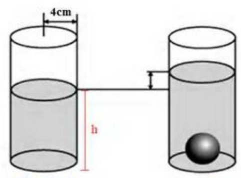
a) 8π b) 16π c) $\frac{32}{3}\pi$ d) $\frac{256}{3}\pi$

3. (EEAR – 2016) Um cilindro de 18 cm de altura e raio da base igual a 5 cm contém água até a metade de sua altura. Por algum motivo, houve necessidade de despejar essa água em um outro cilindro com 40 cm de altura, cujo raio da base mede 4 cm. Considerando $\pi = 3$, o valor que mais se aproxima da altura atingida pela água no segundo cilindro é:

a) 14cm b) 16cm c) 20cm d) 24cm

4. (EEAR – 2016) Na ilustração a seguir, são apresentadas duas situações. Na primeira, o cilindro contém um líquido que atinge uma altura h. Inserindo-se uma esfera de 3 cm de raio nesse mesmo cilindro, o nível do líquido aumenta, conforme situação 2. O novo volume, determinado pelo líquido somado à esfera, totaliza 588cm³. Considerando $\pi = 3$ e o raio da base do cilindro igual a 4 cm, a medida da altura h corresponde a ______ cm.

a) h = 8
b) h = 10
c) h = 16
d) h = 32



Situação 1 Situação2

5. (EEAR – 2016) Uma esfera inscrita em um cubo de diagonal $2\sqrt{3}$ m tem o volume igual a:

a) $\frac{\pi}{3}$ m³ b) $\frac{2\pi}{3}$ m³ c) $\frac{4\pi}{3}$ m³ d) $\frac{32\pi}{3}$ m³

6. (EEAR – 2015) Uma pirâmide tem base quadrada e suas faces laterais são triângulos equiláteros de lado 10 cm. A altura dessa pirâmide, em cm, é:

a) $5\sqrt{3}$ b) $5\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{2}$

7. (EEAR – 2015) Uma embalagem de chocolate tem a forma de um prisma triangular regular cuja aresta da base mede 2 cm e cuja altura mede 12 cm. Considerando $\sqrt{3} = 1{,}7$, o volume de chocolate contido nessa embalagem, em cm³, é:

a) 20,4. b) 23,4. c) 28,4. d) 30,4.

8. (EEAR – 2015) Se um cone equilátero tem 50π cm² de área lateral, então a soma das medidas de sua geratriz e do raio de sua base, em cm, é igual a

a) 10. b) 15. c) 20. d) 25.

9. (EEAR – 2015) Os especialistas alertam que é preciso beber, em média, 2 litros de água por dia. Isso equivale a 10 copos com capacidade de 200 cm³. Um copo cilíndrico com esta capacidade e 2 cm de raio da base tem, aproximadamente, ____ cm de altura. (Considerando $\pi = 3$).

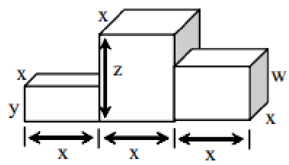
a) 17 b) 18 c) 19 d) 20

10. (EEAR – 2015) Uma esfera de raio R = 3 cm foi cortada ao meio, gerando duas semiesferas. A área da superfície de cada semiesfera é ______ π cm².

a) 20 b) 22 c) 25 d) 27

11. (EEAR – 2015) Um pódio é composto por três paralelepípedos retângulos justapostos, conforme mostra a figura. Ao considerar x = 5 dm, y = 2 dm, z = 6 dm e w = 4 dm, o volume desse pódio, em dm³, é:

a) 150
b) 200
c) 250
d) 300



12. (EEAR – 2014) Considerando $\pi = 3$, utilizando 108 cm³ de chumbo pode-se construir uma esfera de ____ cm de diâmetro.

a) 7 b) 6 c) 5 d) 4

13. (EEAR – 2014) Um filtro com a forma de cone circular reto, tem volume de 200 cm³ e raio da base de 5 cm. Usando $\pi = 3$, pode-se determinar que sua altura, em cm, é igual a:

a) 10. b) 9. c) 8. d) 6.

14. (EEAR – 2014) Um prisma hexagonal regular tem aresta da base medindo l e altura igual a $3\,l$. A área lateral desse prisma é _____ l^2.

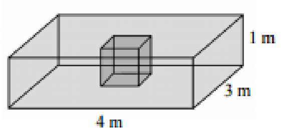
a) 9 b) 12 c) 18 d) 24

15. (EEAR – 2013) Um prisma reto tem como base um triângulo equilátero de lado 3 cm, e como a altura o dobro da medida de sua aresta da base. Então, a área lateral desse prisma, em cm², é:

a) 36 b) 48 c) 54 d) 60

16. (EEAR – 2013) Considerando $\sqrt{3} = 1{,}7$ e um cubo de aresta a = 10 cm. A medida da diagonal desse cubo, em cm, é um número entre:

a) 18 e 20
b) 16 e 18
c) 14 e 16
d) 12 e 14



17. (EEAR – 2013) Uma piscina tem a forma de um paralelogramo retângulo e tem, no seu centro, um cubo de concreto de 1 m de aresta, como mostra a figura. O volume de água necessário para encher a piscina, em m³, é:

a) 12b) 11 c) 10 d) 9

18. (EEAR – 2013) Um cilindro equilátero cuja geratriz mede 8 cm, tem área lateral igual a ___ π cm².

a) 128 b) 64 c) 32 d) 16

19. (EEAR – 2013) Seja uma pirâmide quadrangular regular com todas as arestas medindo 2 cm. A altura dessa pirâmide, em cm, é:

a) $2\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt{2}$

20. (EEAR – 2011) Uma pirâmide triangular regular tem $2\sqrt{3}$ cm de aresta da base e $3\sqrt{3}$ cm de apótema. A área lateral dessa pirâmide, em cm² , é:

a) 18. b) 21. c) 24. d) 27.

21. (EEAR – 2011) Um cubo tem 3 cm de altura, e um paralelepípedo retângulo tem dimensões 1 cm, 2 cm e 3 cm. A razão entre os volumes do cubo e do paralelepípedo é:

a) 3/2. b) 4/3. c) 9/2. d) 8/3.

22. (EEAR – 2010) A aresta lateral de uma pirâmide triangular regular mede 5 m, e a aresta da base, 6 m. A área lateral dessa pirâmide, em m² , é:

a) 30. b) 32. c) 34. d) 36.

23. (EEAR – 2010) A diagonal de um cubo de aresta a_1 mede 3 cm, e a diagonal da face de um cubo de aresta a_2 mede 2 cm. Assim, $a_1.a_2$, em cm², é igual a:

a) $2\sqrt{6}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $\sqrt{6}$ d) $\sqrt{3}$

24. (EEAR – 2009) A base de um prisma reto é um triângulo retângulo, cujos catetos medem 3 cm e 4 cm. Se esse prisma tem altura igual a 3,5 cm, então seu volume, em cm³ , é:

a) 21. b) 18. c) 15. d) 12.

25. (EEAR – 2009) Um triângulo equilátero, de 6 dm de lado, gira em torno de um de seus lados. O volume do sólido gerado, em dm³ , é:

a) 24 π. b) 36 π. c) 48 π. d) 54 π.

26. (EEAR – 2009) Em um cone, a medida da altura é o triplo da medida do raio da base. Se o volume do cone é 8 π dm³ , a medida do raio da base, em dm, é:

a) 0,5. b) 1,5. c) 2. d) 3.

27. (EEAR – 2009) A aresta da base de um prisma quadrangular regular mede 2 cm. Se a diagonal desse prisma mede $2\sqrt{11}$ cm, sua altura, em cm, mede:

a) 8. b) 6. c) 4. d) 2.

28. (EEAR – 2008) Uma esfera tem 9 π cm² de área. Para que a área passe a 100 π cm² , o raio deve ter sua medida aumentada em:

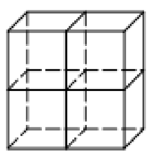
a) $\frac{70}{9}$% . b) $\frac{70}{3}$%. c) $\frac{700}{9}$%. d) $\frac{700}{3}$%

29. (EEAR – 2008) A diagonal da secção meridiana de um cilindro equilátero mede $10\sqrt{2}$ cm. A área lateral desse cilindro, em cm², é:

a) 250 π. b) 200 π. c) 100 π. d) 50 π.

30. (EEAR – 2008) Quatro cubos idênticos são dispostos como na figura a seguir, formando um único sólido. Considerando que a diagonal de cada cubo mede $10\sqrt{3}$ cm, a diagonal desse sólido é, em cm, igual a:

a) $30\sqrt{3}$.
b) $40\sqrt{3}$.
c) 20.
d) 30.



GABARITO

$Q_1.C$	$Q_2.C$	$Q_3.A$	$Q_4.B$	$Q_5.C$	$Q_6.B$
$Q_7.A$	$Q_8.B$	$Q_9.A$	$Q_{10}.D$	$Q_{11}.D$	$Q_{12}.B$
$Q_{13}.C$	$Q_{14}.C$	$Q_{15}.C$	$Q_{16}.B$	$Q_{17}.B$	$Q_{18}.B$
$Q_{19}.D$	$Q_{20}.D$	$Q_{21}.C$	$Q_{22}.D$	$Q_{23}.C$	$Q_{24}.A$
$Q_{25}.D$	$Q_{26}.C$	$Q_{27}.B$	$Q_{28}.D$	$Q_{29}.C$	$Q_{30}.D$

"Seu medo de talvez não conseguir cresce na proporção da dificuldade, no entanto cabe a você ceder ou não." By: Anonymous.

EXERCÍCIOS ESA

1. (EsSA – 2016) Duas esferas de raios **3 cm** e $\sqrt[3]{51}cm$ fundem-se para formar uma esfera maior. Qual é o raio da nova esfera?

a) $\sqrt[3]{78}$. b) $\sqrt[3]{36}$. c) $\sqrt[3]{68}$. d) $\sqrt[3]{104}$. e) $\sqrt[3]{26}$.

2. (EsSA – 2014) Dobrando o raio da base de um cone e reduzindo sua altura à metade, seu volume:

a) dobra. b) quadruplica. c) não se altera.
d) reduz-se à metade do volume original. e) reduz-se a um quarto do volume original.

3. (EsSA – 2013) O volume de um tronco de pirâmide de $4\ dm$ de altura e cujas áreas das bases são iguais a $36\ dm^2$ e $144\ dm^2$ vale:

a) 330 cm³. b) 720 dm³. c) 330 m³. d) 360 dm³. e) 336 dm³.

4. (EsSA – 2012) Dobrando-se a altura de um cilindro circular reto e triplicando o raio de sua base, pode-se afirmar que seu volume fica multiplicado por:

a) 6. b) 9. c) 12. d) 18. e) 36.

5. (EsSA – 2011) Um tanque subterrâneo tem a forma de um cone invertido. Esse tanque está completamente cheio com $8\ dm^3$ de água e $56\ dm^3$ de petróleo. Petróleo e água não se misturam, ficando o petróleo na parte superior do tanque e a água na parte inferior. Sabendo que o tanque tem $12\ m$ de profundidade, a altura da camada de petróleo é:

a) 10 m. b) 9 m. c) 8 m. d) 7 m. e) 6 m.

6. (EsSA – 2010) Um cone reto, de altura H e área da base B, é seccionado por um plano paralelo à base. Consequentemente, um novo cone com altura $\frac{H}{3}$ é formado. Qual a razão entre os volumes do maior e o do menor cone, o de altura H e o de altura $\frac{H}{3}$?

a) 3. b) 6. c) 9. d) 18. e) 27.

7. (EsSA – 2009) A altura de um prisma hexagonal regular é de $5\ m$. Sabe-se também que sua área lateral é o dobro da área de sua base. O volume desse prisma, em m^3, é:

a) $220\sqrt{3}$. b) $270\sqrt{3}$. c) $250\sqrt{3}$. d) $200\sqrt{3}$. e) $285\sqrt{3}$.

8. (EsSA – 2008) A pirâmide de Quéops, em Gizé, no Egito, tem aproximadamente $90\sqrt{2}$ metros de altura, possui uma base quadrada e suas faces laterais são triângulos equiláteros. Nessas condições, pode-se afirmar que, em metros, cada uma de suas arestas mede:

a) 90. b) 120. c) 160. d) 180. e) 200.

GABARITO: 1.A 2.A 3.E 4.D 5.E 6.E 7.C 8.D