



Resolva e classifique os sistemas lineares abaixo:

$$1. \begin{cases} -x + y - 2z = 1 \\ 2x - y + 3z = 2 \\ x - 2y + z - 2t = 0 \end{cases} \quad L_1 \leftrightarrow L_2$$

$$\begin{cases} x - 2y + z - 2t = 0 & x(-2) \quad x(1) \\ 2x - y + 0z + 3t = 2 & \leftarrow + \\ -x + y + 2z + 0t = 1 & \leftarrow + \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y + z - 2t = 0 \\ 0x + 3y - 2z + 7t = 2 & x(1) \\ 0x - y - z - 2t = 1 & x(3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y + z - 2t = 0 \\ 0x + 3y - 2z + 7t = 2 \\ 0x + 0y - 5z + t = 5 \end{cases} \quad \text{Sistema possível e determinado}$$

- $z = \alpha$
- $t = 5 + 5\alpha$
- $3y - 2(\alpha) + 7(5 + 5\alpha) = 2$
- $y = -11 - 11\alpha$
- $x - 2(-11 - 11\alpha) + (\alpha) - 2(5 + 5\alpha) = 0$
- $x = -12 - 13\alpha$

$$S = \{-12 - 13\alpha, -11 - 11\alpha, \alpha, 5 + 5\alpha\}$$

$$2. \begin{cases} x + 3y + 2z = 2 & x(-3) \quad x(-5) \\ 3x + 5y + 4z = 4 & \leftarrow + \\ 5x + 3y + z = 3 & \leftarrow + \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \\ 0x - 4y - 2z = -2 & (-3) \\ 0x - 12y - 9z = -7 & \leftarrow + \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \\ -4y - 2z = -2 \\ -3z = -1 \end{cases}$$

Sistema possível e determinado

$$S = \{1/3, 1/3, 1/3\}$$

$$3. \begin{cases} x - 2y - 3z = 5 & x(2) \quad x(1) \\ -2x + 5y + 2z = 3 & \leftarrow + \\ -x + 3y - z = 2 & \leftarrow + \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y - 3z = 5 \\ 0x + y - 4z = 13 \\ 0x + y - 4z = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y - 4z = 13 \\ y - 4z = 7 \end{cases}$$

esse sistema é impossível

$$4. \begin{cases} 5x - 2y + 3z = 2 & x(3) \quad x(4) \\ 3x + y + 4z = -1 & x(-5) \leftarrow + \\ 4x - 3y + z = 3 & \leftarrow + \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 2y + 3z = 2 \\ 0x - 11y - 11z = 11 & (\div 11) \\ 0x + 7y + 7z = -7 & (\div 11) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 2y + 3z = 2 \\ -y - z = 1 \\ -y - z = 1 \end{cases} \rightarrow \text{2 equações e não podemos reduzir SPI}$$

Supondo: $z = \alpha$

$$\begin{cases} -y - z = 1 \\ -y - \alpha = 1 \\ y = 1 - \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 2y + 3z = 2 \\ 5x - 2(1 - \alpha) + 3\alpha = 2 \\ x = -\alpha \end{cases} \quad \text{SPI}\{-\alpha, 1 - \alpha, \alpha\}$$

$$5. \begin{cases} x + 2y - z = 0 & x(-2) \\ 2x + 5y + z = 3 & \leftarrow + \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 0x + y + 3z = 3 \end{cases} \quad \text{SPI}$$

$$z = \alpha \quad \begin{cases} y + 3z = 3 \\ y + 3\alpha = 3 \\ y = 3 - 3\alpha \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x + 2(3 - 3\alpha) - \alpha = 0 \\ x = 7\alpha - 6 \end{cases}$$

$$\text{SPI}\{7\alpha - 6, 3 - 3\alpha, \alpha\}$$

$$6. \begin{cases} x + y - z = 4 & x(-2) \quad x(-4) \\ 2x - y + z = -1 & \leftarrow + \\ 4x + y - z = 10 & \leftarrow + \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y - z = 4 \\ 0x - 3y + 3z = -9 \\ 0x - 3y + 3z = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3y + 3z = -9 \\ -3y + 3z = -6 \end{cases}$$

Sistema impossível

$$7. \begin{cases} x + y + 2z = 4 & x(-1) \quad x(-3) \\ x - 2y - z = -2 & \leftarrow + \\ 3x - y + 2z = 4 & \leftarrow + \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ 0x - 3y - 3z = -6 & (\div -3) \\ 0x - 4y - 4z = -8 & (\div -4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ y + z = 2 \\ y + z = 2 \end{cases} \rightarrow \text{2 equações iguais, não podemos mais escalonar SPI}$$

$$z = \alpha \quad \begin{cases} y + z = 2 \\ y + \alpha = 2 \\ y = 2 - \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ x + 2 - \alpha + 2\alpha = 4 \\ x = 2 - \alpha \end{cases}$$

$$\text{SPI}\{2 - \alpha, 2 - \alpha, \alpha\}$$

$$8. \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 & x(-2) \quad x(-5) \\ 2x + 5y + 8z = 3 & \leftarrow + \\ 5x + 12y + 19z = 7 & \leftarrow + \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 0x + y + 2z = 1 \\ 0x + 2y + 4z = 2 & (\div 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ y + 2z = 1 \\ y + 2z = 1 \end{cases} \rightarrow \text{duas equações iguais, não podemos mais escalonar SPI}$$

Supondo

$$z = \alpha \quad \begin{cases} y + 2z = 1 \\ y + 2\alpha = 1 \\ y = 1 - 2\alpha \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + 2(1 - 2\alpha) + 3\alpha = 1 \\ x = -1 + \alpha \end{cases}$$

$$\text{SPI}\{-1 + \alpha, 1 - 2\alpha, \alpha\}$$