

Teoria dos Conjuntos

Entendemos a ideia de conjuntos como qualquer coleção ou grupo de objetos ou símbolos (os quais chamamos de elementos).

Para indicar que x é um elemento de A , escrevemos $x \in A$ (lê-se: x pertence a A). Se x não pertence a A , indicamos $x \notin A$.

As principais maneiras de representar um conjunto são:

- i) Por meio da enumeração de seus elementos.

Exemplo:

O conjunto dos dias da semana é:

$S = \{\text{domingo, segunda, terça, quarta, quinta, sexta, sábado}\}$

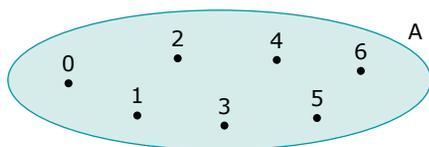
- ii) Por meio de uma propriedade comum aos seus elementos.

Exemplo:

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$, que corresponde ao conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

- iii) Por meio do Diagrama de Venn (John Venn, lógico inglês, 1834-1923).

Exemplo:



Admite-se a existência de conjunto com um só elemento (conjunto unitário) e de conjunto sem elementos, denominado conjunto vazio e representado por \emptyset ou $\{\}$.

SUBCONJUNTOS

Dados os conjuntos A e B , dizemos que B é subconjunto de A se, e somente se, todo elemento de B for elemento de A .

Notação: $B \subset A$ (lê-se: B está contido em A)

Exemplo:

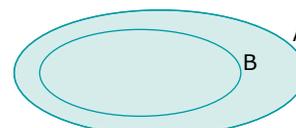


Diagrama de Venn

Sendo A e B conjuntos, temos que $A \subset B$ e $B \subset A$ se, e somente se, $A = B$.

OBSERVAÇÕES

- i) Qualquer que seja o conjunto A , temos que A é subconjunto de A , pois todo elemento de A é elemento de A .
- ii) Qualquer que seja o conjunto A , temos que o conjunto vazio é subconjunto de A , pois, se não o fosse, deveria existir pelo menos um elemento do conjunto vazio que não pertencesse a A (o que é um absurdo).

Exemplo:

Dado o conjunto $A = \{1, 2, 3, \{3, 4\}\}$, classificar em verdadeira (**V**) ou falsa (**F**) cada uma das seguintes proposições.

- A) () A possui 4 elementos.
- B) () $1 \in A$ e $2 \in A$
- C) () $\{1, 2\} \subset A$
- D) () $\{3, 4\} \subset A$
- E) () $\{\{3, 4\}\} \subset A$

O conjunto A possui 4 elementos, a saber, os números 1, 2 e 3 e o conjunto binário $\{3, 4\}$; portanto, tem-se que $1 \in A$, $2 \in A$, $3 \in A$ e $\{3, 4\} \in A$.

- $\{1, 2\} \subset A$, pois 1 e 2 são elementos de A .
 - $\{3, 4\} \not\subset A$, pois 4 não é elemento de A .
 - $\{\{3, 4\}\} \subset A$, pois $\{3, 4\}$ é elemento de A .
- Assim, a única proposição falsa é a letra **D**.

CONJUNTO DAS PARTES

Sendo **A** um conjunto finito, com **n** elementos, podemos demonstrar que o número de subconjuntos de **A** é 2^n .

O conjunto de todos os subconjuntos de **A** é chamado conjunto das partes de **A**, e será indicado por $P(A)$.

Exemplo:

Dado o conjunto $A = \{x, y, z\}$, obter o conjunto das partes de **A**.

Como o número de elementos de **A** é 3, concluímos que o número de seus subconjuntos é $2^3 = 8$. Os subconjuntos de **A** são:

$$\emptyset; \{x\}; \{y\}; \{z\}; \{x, y\}; \{x, z\}; \{y, z\}; A$$

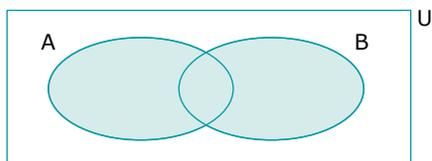
Assim, o conjunto das partes de **A** é:

$$P(A) = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, A\}$$

UNIÃO

Dados os conjuntos **A** e **B** em um universo **U**, chamamos união (ou reunião) de **A** com **B** ao conjunto dos elementos que pertencem a, pelo menos, um dos conjuntos **A** ou **B**.

$$A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$



Exemplos:

$$1^\circ) \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$2^\circ) \{1, 2, 3, 4\} \cup \emptyset = \{1, 2, 3, 4\}$$

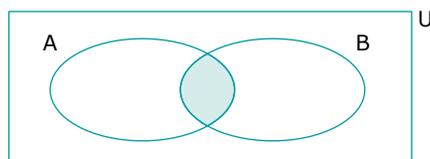
Propriedades

$$\begin{aligned} A \cup B &= B \cup A \\ B \subset A &\Rightarrow A \cup B = A \\ A \cup \emptyset &= A \\ (A \cup B) \cup C &= A \cup (B \cup C) = A \cup B \cup C \end{aligned}$$

INTERSEÇÃO

Dados os conjuntos **A** e **B** em um universo **U**, chamamos interseção de **A** com **B** ao conjunto dos elementos comuns a **A** e **B**.

$$A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$



Exemplos:

$$1^\circ) \{1, 2, 3, 4\} \cap \{4, 5\} = \{4\}$$

$$2^\circ) \{1, 2, 3, 4\} \cap \emptyset = \emptyset$$

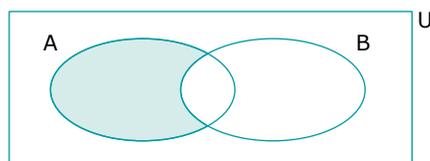
Propriedades

$$\begin{aligned} A \cap B &= B \cap A \\ B \subset A &\Leftrightarrow A \cap B = B \\ A \cap \emptyset &= \emptyset \\ (A \cap B) \cap C &= A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C \\ (A \cap B) &\subset (A \cup B) \end{aligned}$$

DIFERENÇA

Dados os conjuntos **A** e **B** em um universo **U**, chamamos diferença entre **A** e **B**, nessa ordem, ao conjunto dos elementos de **A** que não são elementos de **B**.

$$A - B = \{x \in U \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$



Exemplos:

$$1^\circ) \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{4, 5\} = \{1, 2, 3\}$$

$$2^\circ) \{1, 2\} - \emptyset = \{1, 2\}$$

$$3^\circ) \emptyset - \{1, 2\} = \emptyset$$

Propriedades

$$\begin{aligned} (A - B) &\subset A \\ A - \emptyset &= A \\ \emptyset - A &= \emptyset \\ A - (A \cap B) &= A - B \end{aligned}$$

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, obter os conjuntos $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ e $B - A$.

$$A \cap B = \{3, 4\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A - B = \{1, 2\}$$

$$B - A = \{5, 6, 7\}$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Numa pesquisa escolar a respeito da leitura dos jornais

A e **B**, constatou-se que:

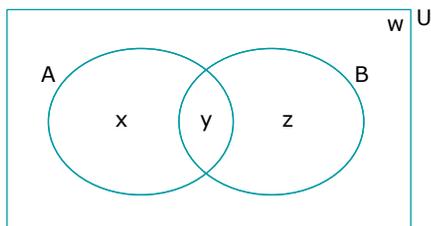
i) 280 alunos leem somente um dos jornais.

ii) 230 leem o jornal **B**.

iii) 100 leem os dois.

iv) 200 não leem o jornal **A**.

Quantos alunos foram entrevistados?

Resolução:

Seja x , y , z e w o número de elementos de cada região indicada no diagrama anterior, temos:

$$x + z = 280 \quad (1)$$

$$y + z = 230 \quad (2)$$

$$y = 100 \quad (3)$$

$$z + w = 200 \quad (4)$$

Das equações (3) e (2), temos que $z = 130$.

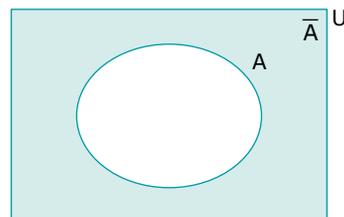
Substituindo z por 130 nas equações (1) e (4), obtemos, respectivamente, os valores de x e w : $x = 150$ e $w = 70$.

O número total de alunos que foram entrevistados é:

$$x + y + z + w = 450$$

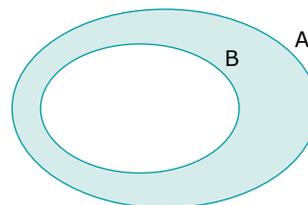
COMPLEMENTAR

Chamamos de conjunto universo **U** o conjunto que contém todos os elementos do contexto no qual estamos trabalhando. No Diagrama de Venn a seguir, representamos o complementar de **A** em relação ao universo (indicado por C_U^A ou \bar{A}).



Dados os conjuntos **A** e **B**, com $B \subset A$, chamamos de complementar de **B** em relação a **A** o conjunto:

$$C_A^B = \{x \in A \text{ e } x \notin B\} = A - B$$

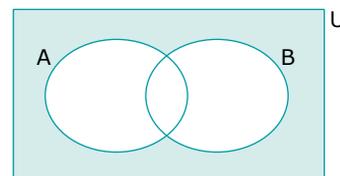
**Exemplo:**

Dados $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 4\}$. O complementar de **B** em relação a **A** é $C_A^B = \{1, 3\}$.

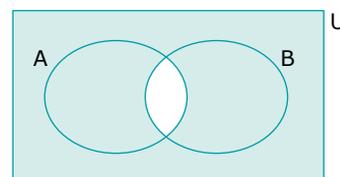
LEIS DE MORGAN

Podemos verificar, através do Diagrama de Venn, as seguintes igualdades:

i) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$



ii) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$



O número de pessoas que consomem banana é igual ao número de pessoas que consomem maçã. O número de pessoas que consomem maçã e não consomem laranja é de:

- A) 95
B) 125
C) 195
D) 245

EXERCÍCIOS PROPOSTOS



01. (UFES) As marcas de cerveja mais consumidas em um bar, num certo dia, foram **A**, **B** e **S**. Os garçons constataram que o consumo se deu de acordo com a tabela a seguir:

Marcas consumidas	Nº de consumidores
A	150
B	120
S	80
A e B	60
B e S	40
A e S	20
A, B e S	15
Outras	70

- A) Quantos beberam cerveja no bar, nesse dia?
B) Dentre os consumidores de **A**, **B** e **S**, quantos beberam apenas duas dessas marcas?
C) Quantos não consumiram a cerveja **S**?
D) Quantos não consumiram a marca **B** nem a marca **S**?
02. (UEPA) De acordo com a reportagem da Revista *Veja* (edição 2 341), é possível fazer gratuitamente curso de graduação pela Internet. Dentre os ofertados temos os cursos de Administração (bacharelado), Sistemas de Computação (Tecnólogo) e Pedagogia (licenciatura). Uma pesquisa realizada com 1 800 jovens brasileiros sobre quais dos cursos ofertados gostariam de fazer, constatou que 800 optaram pelo curso de Administração; 600 optaram pelo curso de Sistemas de Computação; 500 optaram pelo curso de Pedagogia; 300 afirmaram que fariam Administração e Sistemas de Computação; 250 fariam Administração e Pedagogia; 150 fariam Sistemas de Computação e Pedagogia e 100 dos jovens entrevistados afirmaram que fariam os três cursos. Considerando os resultados dessa pesquisa, o número de jovens que não fariam nenhum dos cursos elencados é:
- A) 150 C) 350 E) 500
B) 250 D) 400

03.
YTS6



(UECE) Em um grupo de 300 alunos de línguas estrangeiras, 174 alunos estudam inglês e 186 alunos estudam chinês. Se, neste grupo, ninguém estuda outro idioma além do inglês e do chinês, o número de alunos deste grupo que se dedicam ao estudo de apenas um idioma é:

- A) 236 C) 244
B) 240 D) 246

04.
D8RM



(IMED-SP) Dos 500 alunos matriculados em uma escola, constatou-se que:

- 40% do total frequenta oficinas de xadrez;
- 35% do total frequenta oficinas de robótica;
- 75 alunos cursam, simultaneamente, xadrez e robótica;
- x alunos cursam outras oficinas.

Com base nessas informações, o número de alunos que frequentam outras oficinas é:

- A) 75 D) 200
B) 100 E) 300
C) 125

05.
EAYW



(UFPA) Em uma turma de cinquenta alunos de Medicina, há dezoito cursando Anatomia, quinze cursando Citologia e treze cursando Biofísica. Seis alunos cursam simultaneamente Anatomia e Citologia, cinco cursam simultaneamente Citologia e Biofísica e quatro cursam simultaneamente Anatomia e Biofísica. Dezesesseis alunos não cursam nenhuma destas disciplinas.

O número de alunos que cursam, simultaneamente, exatamente duas disciplinas é:

- A) 31 D) 8
B) 15 E) 6
C) 12

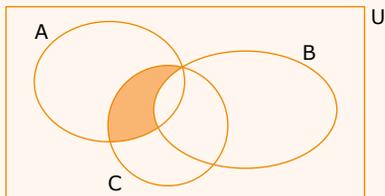
06. (Unit-AL-2019) Analisando as proposições a seguir, identifique com V as verdadeiras e, com F, as falsas.

- () Se $M = Q \cap R$ e $N = I - Q$, tem-se que $M \cup N = R$.
() Se $n(G) = 42$, $n(H) = 36$ e $n(G \cap H) = 12$, com isso $n(G \cup H) = 66$.
() Se $T = \{0, 2, 4, 6\}$, $P = \{1, 2\}$, $Q = \{2, 3, 4\}$ e $S = \{4\}$, então $(T - P) \cap (Q \cup S) = \{3, 4, 5\}$.
() Todo número inteiro é racional, mas nem todo número racional é inteiro.

A alternativa que contém a sequência correta, de cima para baixo, é a

- A) F V V F
B) V F F V
C) V V F F
D) V V F V
E) V V V F

07. (UFPE) Considere o seguinte "Diagrama de Venn", que representa graficamente os conjuntos **A**, **B** e **C**, em que **U** representa o universo.



Assinale, entre as alternativas a seguir, o conjunto que é representado pela área sombreada no diagrama. A barra ($\bar{}$) representa o complementar do conjunto em relação a **U**.

- A) $A \cap B \cap C$
- B) $A \cap B \cap \bar{C}$
- C) $A \cup B \cup C$
- D) $A \cap \bar{B} \cap C$
- E) $\bar{A} \cup B \cup C$

08. (FGV) Em uma pesquisa para estudar a incidência de três fatores de risco (**A**, **B** e **C**) para doenças cardíacas em homens, verificou-se que, do total da população investigada,



- 15% da população apresentava apenas o fator **A**;
- 15% da população apresentava apenas o fator **B**;
- 15% da população apresentava apenas o fator **C**;
- 10% da população apresentava apenas os fatores **A** e **B**;
- 10% da população apresentava apenas os fatores **A** e **C**;
- 10% da população apresentava apenas os fatores **B** e **C**;
- em 5% da população os três fatores de risco ocorriam simultaneamente.

Da população investigada, entre aqueles que não apresentavam o fator de risco **A**, a porcentagem dos que não apresentavam nenhum dos três fatores de risco é, aproximadamente,

- A) 20%.
- B) 50%.
- C) 25%.
- D) 66%.
- E) 33%.

09. (UNIRIO-RJ) Numa pesquisa para se avaliar a leitura de três revistas, **A**, **B** e **C**, descobriu-se que 81 pessoas leem, pelo menos, uma das revistas; 61 pessoas leem somente uma delas e 17 pessoas leem duas das três revistas. Assim, o número de pessoas mais bem informadas dentre as 81 é:



- A) 3
- B) 5
- C) 12
- D) 29
- E) 37

10. (AFA-SP-2020) Uma pesquisa foi realizada com um grupo de Cadetes da AFA.

Esses Cadetes afirmaram que praticam, pelo menos uma, dentre as modalidades esportivas: voleibol, natação e atletismo.

Obteve-se, após a pesquisa, os seguintes resultados:

- I. Dos 66 Cadetes que praticam voleibol, 25 não praticam outra modalidade esportiva;
- II. Dos 68 Cadetes que praticam natação, 29 não praticam outra modalidade esportiva;
- III. Dos 70 Cadetes que praticam atletismo, 26 não praticam outra modalidade esportiva e
- IV. 6 Cadetes praticam as três modalidades esportivas.

Marque a alternativa falsa. A quantidade de Cadetes que

- A) pratica pelo menos duas das modalidades esportivas citadas é 59.
- B) foram pesquisados é superior a 150.
- C) pratica voleibol ou natação é 113.
- D) pratica exatamente duas das modalidades esportivas citadas é um número primo.

11. (UFF-RJ) Os muçulmanos sequer se limitam aos países de etnia árabe, como muitos imaginam. Por exemplo, a maior concentração de muçulmanos do mundo encontra-se na Indonésia, que não é um país de etnia árabe.

SUPERINTERESSANTE, ed. 169, out. 2001 (Adaptação).



Considere **T** o conjunto de todas as pessoas do mundo; **M** o conjunto de todas aquelas que são muçulmanas e **A** o conjunto de todas aquelas que são árabes. Sabendo que nem toda pessoa que é muçulmana é árabe, pode-se representar o conjunto de pessoas do mundo que não são muçulmanas nem árabes por:

- A) $T - (A \cup M)$
- B) $T - A$
- C) $T - (A \cap M)$
- D) $(A - M) \cup (M - A)$
- E) $M - A$

12. (UECE) Num certo grupo de pessoas, metade lê o jornal *A notícia* e um terço lê *O informativo*, mas somente um sexto lê ambos os jornais. Do grupo, a quantidade de pessoas que não leem nem *A notícia* e nem *O informativo* é



- A) a metade.
- B) um terço.
- C) dois terços.
- D) um quinto.
- E) um sexto.

02. (Enem) As informações apresentadas no texto são suficientes para se concluir que:

- A) as pessoas que vivem na rua e sobrevivem de esmolas são aquelas que nunca estudaram.
- B) as pessoas que vivem na rua e cursaram o Ensino Fundamental, completo ou incompleto, são aquelas que sabem ler e escrever.
- C) existem pessoas que declararam mais de um motivo para estarem vivendo na rua.
- D) mais da metade das pessoas que vivem na rua e que ingressaram no Ensino Superior se diplomou.
- E) as pessoas que declararam o desemprego como motivo para viver na rua também declararam a decepção amorosa.

03. (Enem) No universo pesquisado, considere que **P** seja o conjunto das pessoas que vivem na rua por motivos de alcoolismo / drogas e **Q** seja o conjunto daquelas cujo motivo para viverem na rua é a decepção amorosa. Escolhendo-se ao acaso uma pessoa no grupo pesquisado e supondo-se que seja igual a 40% a probabilidade de que essa pessoa faça parte do conjunto **P** ou do conjunto **Q**, então a probabilidade de que ela faça parte do conjunto interseção de **P** e **Q** é igual a

- A) 12%. C) 20%. E) 52%.
- B) 16%. D) 36%.

04. (Enem) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C_1 , C_2 e C_3 terão, respectivamente, 50, 45 e 40 páginas.

Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C_1 e C_2 terão 10 páginas em comum; C_1 e C_3 terão 6 páginas em comum; C_2 e C_3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C_1 .

Efetuada os cálculos correspondentes, o fabricante concluiu que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual a:

- A) 135 C) 118 E) 110
- B) 126 D) 114

05. (Enem) Uma escola de Ensino Médio tem 250 alunos que estão matriculados na 1ª, 2ª ou 3ª séries. 32% dos alunos são homens e 40% dos homens estão na 1ª série. 20% dos alunos matriculados estão na 3ª série, sendo 10 alunos homens. Dentre os alunos da 2ª série, o número de mulheres é igual ao número de homens. A tabela a seguir pode ser preenchida com as informações dadas:

	1ª	2ª	3ª	Total
Mulher	a	b	c	a + b + c
Homem	d	e	f	d + e + f
Total	a + d	b + e	c + f	250

O valor de **a** é:

- A) 10
- B) 48
- C) 92
- D) 102
- E) 120

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP



GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei _____ Errei _____

- 01. E 03. C 05. C 07. 13
- 02. C 04. B 06. D 08. B

Propostos

Acertei _____ Errei _____

- 01.
 - A) 315
 - B) 75
 - C) 235
 - D) 155
- 02. E 06. D 10. B 14. B
- 03. B 07. D 11. A 15. A
- 04. D 08. E 12. B 16. B
- 05. E 09. A 13. C

Seção Enem

Acertei _____ Errei _____

- 01. C
- 02. C
- 03. A
- 04. C
- 05. C



Total dos meus acertos: _____ de _____ . _____ %