

## Matemática

### Geometria Espacial - Esfera - Área e Volume - [Difícil]

#### 01 - (UFSCar SP)

É dada uma semi-esfera de raio  $r$ , e um plano, paralelo ao círculo base, que corta a semi-esfera em duas partes de igual área. Qual a distância desse plano ao da base da semi-esfera.

- a)  $\frac{r}{\sqrt{2}}$
- b)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}r$
- c)  $\frac{r}{2}$
- d)  $\frac{2}{3}r$
- e) nenhuma das precedentes respostas é certa.

#### 02)

Dada uma esfera e seu cilindro circunscrito:

- a) a área da superfície esférica é igual à área da superfície lateral do cilindro.
- b) a área da superfície esférica é igual à área da superfície total do cilindro.
- c) o volume da esfera é igual à metade do volume do cilindro.
- d) a esfera e o cilindro são sólidos equivalentes.
- e) n.d.a.

#### 03)

Três esferas iguais, com 5cm de raio, têm centros nos vértices de um triângulo equilátero com 50 cm de lado. Quantos planos existem tangentes às três esferas?

- a) dois

- b) três
- c) cinco
- d) oito
- e) n.d.a

**04 - (ITA SP)**

Considere um triângulo retângulo inscrito numa circunferência de raio  $R$ , tal que a projeção de um dos catetos sobre a hipotenusa vale  $R/m$  ( $m \geq 1$ ). Considere a esfera gerada pela rotação desta circunferência em torno de um dos seus diâmetros. O volume da parte desta esfera, que não pertence ao sólido gerado pela rotação do triângulo em torno da hipotenusa, é dado por:

- a)  $\frac{2}{3} \pi R^3 \left(\frac{m-1}{m}\right)^2$
- b)  $\frac{2}{3} \pi R^3 \left[1 - \left(\frac{m+1}{m}\right)^2\right]$
- c)  $\frac{2}{3} \pi R^3 \left(\frac{m+1}{m}\right)^2$
- d)  $\frac{2}{3} \pi R^3 \left[1 + \left(\frac{m-1}{m}\right)^2\right]$
- e) 1

**05 - (CEFET PR)**

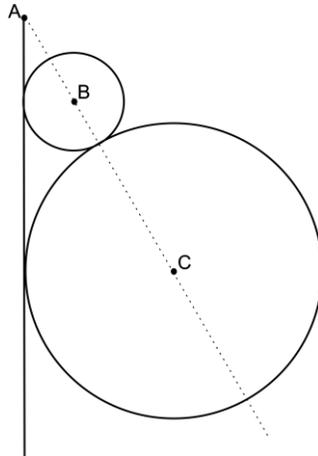
Quatro esferas de raio  $3m$  foram colocadas num plano e são tangentes duas a duas. Nestes pontos de contato foi aplicado um adesivo de modo que seus centros tornam-se vértices de um quadrado. Uma quinta esfera de mesmo volume foi colocada sobre as anteriores (tangente a elas). O volume da pirâmide cujos vértices são os centros das cinco esferas é, em  $m^3$ , igual a:

- a)  $24\sqrt{2}$ .
- b)  $36\sqrt{2}$ .
- c)  $48\sqrt{2}$ .
- d)  $60\sqrt{2}$ .

e)  $72\sqrt{2}$ .

**06 - (FFCMPA RS)**

Duas esferas tangentes estão presas por um fio a uma haste vertical, tocando-a, como mostra a figura.



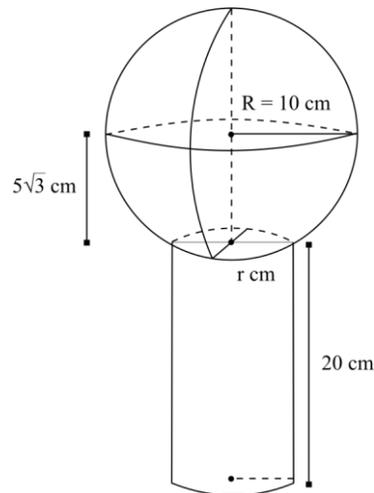
O ponto A, onde o fio é preso à haste, e os centros B e C das duas esferas estão alinhados.

Sendo  $d(B,C) = 2d(A,B)$ , a razão entre o volume da esfera menor e o volume da esfera maior é

- a)  $\frac{1}{27}$
- b)  $\frac{1}{16}$
- c)  $\frac{1}{9}$
- d)  $\frac{1}{8}$
- e)  $\frac{1}{4}$

**07 - (UNESP SP)**

Um troféu para um campeonato de futebol tem a forma de uma esfera de raio  $R = 10$  cm cortada por um plano situado a uma distância de  $5\sqrt{3}$  cm do centro da esfera, determinando uma circunferência de raio  $r$  cm, e sobreposta a um cilindro circular reto de 20 cm de altura e raio  $r$  cm, como na figura (não em escala).



O volume do cilindro, em  $\text{cm}^3$ , é

- a)  $100\pi$
- b)  $200\pi$
- c)  $250\pi$
- d)  $500\pi$
- e)  $750\pi$

#### 08 - (EMESCAM ES)

As bactérias são seres unicelulares aclorofilados, microscópicos, que se reproduzem por divisão binária. Elas são células esféricas ou em forma de bastonetes curtos com tamanhos variados, alcançando às vezes micrômetros (ver figura abaixo). Na maioria das espécies, a proteção da célula é feita por uma camada extremamente resistente, a parede celular, havendo imediatamente abaixo uma membrana citoplasmática que delimita um único compartimento contendo DNA, RNA, proteínas e pequenas moléculas.

[Adaptado de  
[http://www.eng.ufsc.br/labs/probio/disc\\_eng\\_bioq/trabalhos\\_pos2003/const\\_microorg/bacterias.htm](http://www.eng.ufsc.br/labs/probio/disc_eng_bioq/trabalhos_pos2003/const_microorg/bacterias.htm)]



Considere uma bactéria perfeitamente esférica de diâmetro  $4\mu\text{m}$  e outra bactéria perfeitamente cilíndrica com a mesma área superficial da bactéria esférica. Sabendo-se que a bactéria cilíndrica tem um volume correspondente a três quartos do volume da bactéria esférica, qual das alternativas abaixo representa a equação correta que pode permitir determinar o raio da bactéria cilíndrica?

- a)  $r^3 - 8r + 8 = 0$
- b)  $r^3 + r + 8 = 0$
- c)  $r^3 - 8r = 0$
- d)  $r^3 - 6r - 4 = 0$
- e)  $r^3 + 6r + 4 = 0$

#### 09 - (UEL PR)

Uma família viaja para Belém (PA) em seu automóvel. Em um dado instante, o GPS do veículo indica que ele se localiza nas seguintes coordenadas: latitude  $21^{\circ}20'$  Sul e longitude  $48^{\circ}30'$  Oeste. O motorista solicita a um dos passageiros que acesse a Internet em seu celular e obtenha o raio médio da Terra, que é de  $6730\text{ km}$ , e as coordenadas geográficas de Belém, que são latitude  $1^{\circ}20'$  Sul e longitude  $48^{\circ}30'$  Oeste. A partir desses dados, supondo que a superfície da Terra é esférica, o motorista calcula a distância  $D$ , do veículo a Belém, sobre o meridiano  $48^{\circ}30'$  Oeste.

Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o valor da distância  $D$ , em **km**.

- a)  $D = \frac{\pi}{9} 6730$
- b)  $D = \frac{\pi}{18} (6730)^2$
- c)  $D = \frac{\pi}{9} \sqrt{6730}$
- d)  $D = \frac{\pi}{36} 6730$
- e)  $D = \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 6730$

#### 10 - (UFGD MS)

Considere duas esferas de equações  $x^2 - 6x + y^2 + z^2 = 7$  e  $x^2 + y^2 + 8y + z^2 = 0$ . O raio máximo do cilindro cuja superfície toca os centros das duas esferas é

- a) 1,5
- b) 2,5
- c) 5,0
- d) 7,0
- e) 10,0

#### 11 - (UECE)

Um círculo de raio R gira em torno de seu diâmetro, gerando uma esfera de volume V. Se o raio do círculo é aumentado em 50%, então o volume da esfera é aumentado em

- a) 100,0 %.
- b) 125,0 %.
- c) 215,0 %.

d) 237,5 %.

## 12 - (ENEM)

Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.

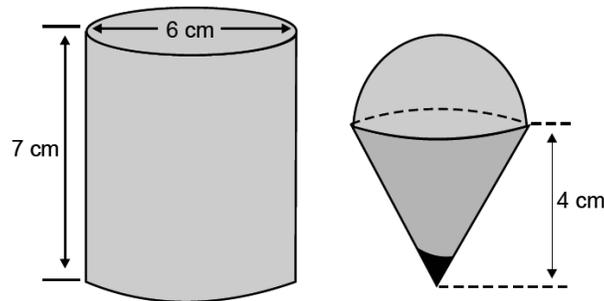


Figura 1

Figura 2

O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

### Dados:

O volume de uma esfera de raio  $r$  é  $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ ;

O volume do cilindro de altura  $h$  e área da base  $S$  é  $S \cdot h$ ;

O volume do cone de altura  $h$  e área da base  $S$  é  $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$ ;

Por simplicidade, aproxime  $\pi$  para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

- a) 45.
- b) 48.
- c) 72.
- d) 90.
- e) 99.

GABARITO:

**1) Gab: C**

**4) Gab: D**

**7) Gab: D**

**10) Gab: B**

**2) Gab: A**

**5) Gab: B**

**8) Gab: A**

**11) Gab: D**

**3) Gab: D**

**6) Gab: A**

**9) Gab: A**

**12) Gab: E**