GABARITO

Resposta da questão 1:
[B]

A equação que descreve a relação entre a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é dada por
$\frac{x}{500}+\frac{y}{50}=1 \Leftrightarrow y=-\frac{x}{10}+50.$

Resposta da questão 2:
[D]

Desde que os pontos $(0,\,200000),\,(2,\,240000)$ e $(10,\,y_1)$ estão alinhados, vem

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 10 & 0 \\ 200000 & 240000 & y_1 & 200000 \end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow 2y_1+2000000-400000-2400000=0$$
$$\Leftrightarrow y_1=\text{R\$ }400.000{,}00.$$

Resposta da questão 3:
[B]

O raio da circunferência que passa pelos pontos B e $F,$ com centro em $O,$ é dado por $\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}\text{ km}\cong 1.400\text{ m}.$

Em consequência, o tempo via segmento de reta é igual a $2\cdot 1.400\cdot 1=2.800\text{ h},$ e o tempo via semicircunferência é $\pi\cdot 1.400\cdot 0{,}6\cong 2.520\text{ h}.$

A resposta é, portanto, 2.520 horas.

Resposta da questão 4:
[C]

O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos $(0,\,0)$ e $(6,\,12)$ é $\frac{12}{6}=2.$ Portanto, sendo $\frac{16}{4}=4$ o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos $(0,\,0)$ e $(4,\,16),$ podemos concluir que o coeficiente angular deverá aumentar em $4-2=2$ unidades.

Resposta da questão 5:
[E]

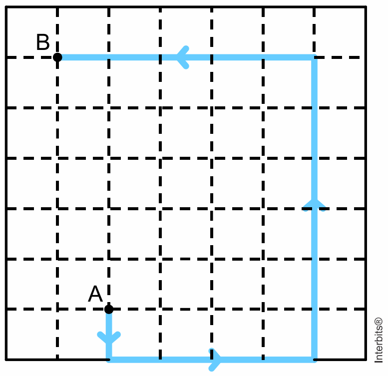
A distância entre os pontos P e Q no percurso indicado é igual a

$(550-30)+(320-20)=820.$

Logo, a distância entre T e os pontos P e Q deverá ser de $\frac{820}{2}=410.$ Portanto, como $30+410=440<550,$ segue-se que $T=(440,\,20).$

Resposta da questão 6:
[E]

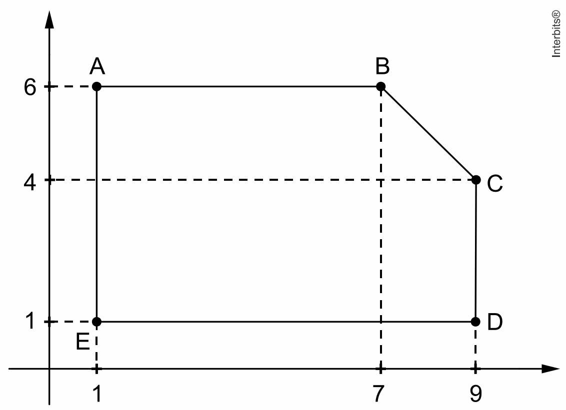
Desde que $\frac{1}{2}\text{km}=500\text{ m},$ $2\text{km}=2000\text{ m}$ e $\frac{10}{4}\text{km}=2500\text{ m},$ considere a figura.



Portanto, segue que a resposta é a alternativa [E].

Resposta da questão 7:
[C]

Considere a figura.



Dada a escala de $1:500$ e sendo as coordenadas em centímetros, podemos concluir que cada centímetro na figura corresponde a 5 metros. Assim, queremos calcular o valor de

$$5\cdot(d(A, B)+d(B, C)+d(C, D)+d(D, E)+d(E, A)).$$

É fácil ver que $d(A, B)=6\,cm,$ $d(C, D)=3\,cm,$ $d(D, E)=8\,cm$ e $d(E, A)=5\,cm.$ Além disso, temos

$$d(B, C)=\sqrt{(9-7)^2+(4-6)^2}=\sqrt{8}\cong 2{,}8\,cm.$$

Portanto, o resultado é

$$5\cdot(6+2{,}8+3+8+5)=124\text{ m}.$$

Resposta da questão 8:
[D]

A cada 3 segundos o robô se desloca 2 unidades de comprimento para a direita e 1 unidade de comprimento para cima. Logo, após 18 segundos, ele terá se deslocado $2\cdot\frac{18}{3}=12$ unidades para a direita e $1\cdot\frac{18}{3}=6$ unidades para cima.
A resposta é $(2+12, 0+6)=(14, 6).$

Resposta da questão 9:
[D]

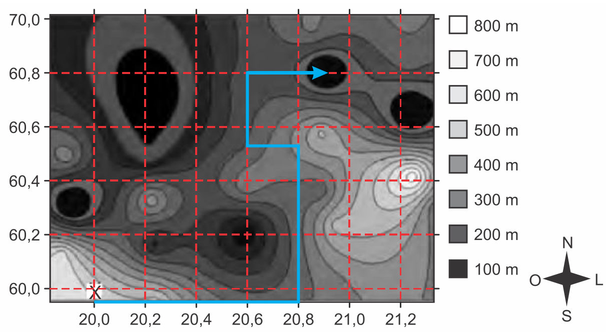
Sejam $A=(3,1)$ o ponto em que está instalada a câmera 1 e $B=(2,4)$ o ponto em que está instalada a câmera $2.$ O ponto médio, $M,$ do segmento AB é dado por
$M=\left(\frac{3+2}{2},\frac{1+4}{2}\right)=\left(\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right).$

Ademais, o coeficiente angular da reta $\overleftrightarrow{AB}$ é igual a $\frac{4-1}{2-3}=-3.$
Portanto, sabendo que o lugar geométrico dos pontos equidistantes de A e de B é a mediatriz do segmento $AB,$ podemos concluir que sua equação é
$y-\frac{5}{2}=-\frac{1}{-3}\left(x-\frac{5}{2}\right)\Leftrightarrow y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}.$

A resposta é, assim, a relação $R4.$

Resposta da questão 10:
[A]

Esboço do trajeto descrito pelo avião



Resposta da questão 11:
[D]

Tem-se que

$$\left(\frac{1+x_B}{2},\frac{2+y_B}{2}\right)=(5,10)\Leftrightarrow\begin{cases}x_B=9\\y_B=18\end{cases}.$$

Portanto, podemos concluir que $B=(9,18).$

Resposta da questão 12:
[A]

Após 2 horas, a formiga que caminhou horizontalmente para o lado direito caminhou 8 km (velocidade de $4\,\text{km/h}$). Assim sua coordenada será $(8;\,0)$.
Após 2 horas, a formiga que caminhou verticalmente para cima caminhou 6 km (velocidade de $3\,\text{km/h}$). Assim sua coordenada será $(0;\,6)$.

Resposta da questão 13:
[D]

Sabendo que as coordenadas do baricentro correspondem à média aritmética simples das coordenadas dos vértices do triângulo, vem

$$\left(\frac{1+3+5}{3},\frac{1-1+3}{3}\right)=(3,1).$$

Resposta da questão 14:
[E]

Seja s a reta perpendicular a r e que passa pelo ponto $P=(4,2)$. Logo, como $m_r=2$, segue que a equação de s é

$$y-2=-\frac{1}{2}\cdot(x-4)\Leftrightarrow y=-\frac{1}{2}x+4.$$

Resposta da questão 15:
[C]

Seja $f(x,y)=(x-6)^2+(y-2)^2-16$. Logo, temos

$$f(1,7)=(1-6)^2+(7-2)^2-16=25+25-16>0,$$

implicando em $(1,7)$ exterior à circunferência, e

$$f(7,1)=(7-6)^2+(1-2)^2-16=1+1-16<0,$$

implicando em $(7,1)$ interior à circunferência.

Resposta da questão 16:
[E]

$$\overline{AB} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$$
$$d = \overline{AB}\sqrt{2} = 5\sqrt{2}.$$

Resposta da questão 17:
[B]

Completando o quadrado, vem

$$x^2 - 4x + (y+1)^2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 2^2.$$

Portanto, o centro da circunferência é o ponto $(2, -1)$ e seu raio é $2.$

Resposta da questão 18:
[A]

O raio da circunferência corresponde à distância de $C(5, 3)$ à reta $3x + 4y - 12 = 0,$ isto é,

$$\frac{|3 \cdot 5 + 4 \cdot 3 - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3.$$

Portanto, a equação da circunferência é

$$(x-5)^2 + (y-3)^2 = 3^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0.$$

Resposta da questão 19:
[C]

Completando os quadrados, vem

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + y^2 - 2y + 1 = 0 &\Leftrightarrow (x+1)^2 - 1 + (y-1)^2 - 1 + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1. \end{aligned}$$

Por conseguinte, sendo $P = (-1, 1)$ e $r = 1,$ temos $p + q + r = -1 + 1 + 1 = 1.$

Resposta da questão 20:
[C]

$$\left.\begin{array}{l} d_{AB} = \sqrt{(1-4)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{25} \to d_{AB} = 5 \\ d_{AC} = \sqrt{(-2-4)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{36} \to d_{AC} = 6 \\ d_{CB} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{25} \to d_{CB} = 5 \end{array}\right\rangle \to p = d_{AB} + d_{AC} + d_{CB} = 16$$