Exercícios de Matemática
Progressão Geométrica – PG

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO
(Puccamp) A MÁQUINA A VAPOR: UM NOVO MUNDO, UMA NOVA CIÊNCIA.

1 As primeiras utilizações do carvão mineral verificaram-se esporadicamente até o século XI; ainda que não fosse sistemática, sua exploração ao longo dos séculos levou ao esgotamento das jazidas superficiais (e também a fenômenos de poluição atmosférica, lamentados já no século XIII). A necessidade de se explorarem jazidas mais [1]profundas levou logo, já no século XVII, a uma dificuldade: [2]a de ter que se esgotar a água das galerias profundas. O esgotamento era feito ou à força do braço humano ou mediante uma roda, movida ou por animais ou por queda-d'água. Nem sempre se dispunha de uma queda-d'água próxima ao poço da mina, e o uso de cavalos para este trabalho era muito dispendioso, ou melhor, ia contra um princípio que não estava ainda formulado de modo explícito, mas que era coerentemente adotado na maior parte das decisões produtivas: o princípio de se empregar energia não-alimentar para obter energia alimentar, evitando fazer o contrário. O cavalo é uma fonte de energia melhor do que o boi, dado que sua força é muito maior, mas são maiores também suas exigências alimentares: não se contenta com a celulose - resíduo da alimentação humana -, mas necessita de aveia e trevos, ou seja, cereais e leguminosas; compete, pois, com o homem, se se considera que a área cultivada para alimentar o cavalo é subtraída da cultivada para a alimentação humana; pode-se dizer, portanto, que utilizar o cavalo para extrair carvão é um modo de utilizar energia alimentar para obter energia não-alimentar. Daí a não-economicidade de sua utilização, de modo que muitas jazidas de carvão que não dispunham de uma queda d'água nas proximidades só puderam ser exploradas na superfície. Ainda hoje existe um certo perigo de se utilizar energia alimentar para se obter energia não-alimentar: num mundo que conta com um bilhão de desnutridos, há quem pense em colocar álcool em motores de automóveis. Esta será uma solução "econômica" somente se os miseráveis continuarem miseráveis.

2 Até a invenção da máquina a vapor, no fim do século XVII, o carvão vinha sendo utilizado para fornecer o calor necessário ao aquecimento de habitações e a determinados processos, como o trato do malte para preparação da cerveja, a forja e a fundição de metais. Já o trabalho mecânico, isto é, o deslocamento de massas, era obtido diretamente de um outro trabalho mecânico: do movimento de uma roda d'água ou das pás de um moinho a vento.

3 A altura a que se pode elevar uma massa depende, num moinho a água, de duas grandezas: o volume d'água e a altura de queda. Uma queda d'água de cinco metros de altura produz o mesmo efeito quer se verifique entre 100 e 95 metros de altitude, quer se verifique entre 20 e 15 metros. As primeiras considerações sobre máquinas térmicas partiram da hipótese de que ocorresse com elas um fenômeno análogo, ou seja, que o trabalho mecânico obtido de uma máquina a vapor dependesse exclusivamente da diferença de temperatura entre o "corpo quente" (a caldeira) e o "corpo frio" (o condensador). Somente mais tarde o estudo da termodinâmica demonstrou que tal analogia com a mecânica não se verifica: nas máquinas térmicas, importa não só a diferença temperatura, mas também o seu nível; um salto térmico entre 50°C e 0°C possibilita obter um trabalho maior do que o que se pode obter com um salto térmico entre 100°C e 50°C. Esta observação foi talvez o primeiro indício de que aqui se achava um mundo novo, que não se podia explorar com os instrumentos conceituais tradicionais.

4 O mundo que então se abria à ciência era marcado pela novidade prenhe de conseqüências teóricas: as máquinas térmicas, dado que obtinham movimento a partir do calor, exigiam que se considerasse um fator de conversão entre energia térmica e trabalho mecânico. Aí, ao estudar a relação entre essas duas grandezas, a ciência defrontou-se não só com um princípio de conservação, que se esperava determinar, mas também com um princípio oposto. De fato, a energia é "qualquer coisa" que torna possível produzir trabalho - e que pode ser fornecida pelo calor, numa máquina térmica, ou pela queda d'água, numa roda/turbina hidráulica, ou pelo trigo ou pela forragem, se são o homem e o cavalo a trabalhar - a energia se conserva, tanto quanto se conserva a matéria. Mas, a cada vez que a energia se transforma, embora não se altere sua quantidade, reduz-se sua capacidade de produzir trabalho útil. A

descoberta foi traumática: descortinava um universo privado de circularidade e de simetria, destinado à degradação e à morte.

5 Aplicada à tecnologia da mineração, a máquina térmica provocou um efeito de feedback positivo: o consumo de carvão aumentava a disponibilidade de carvão. Que estranho contraste! Enquanto o segundo princípio da termodinâmica colocava os cientistas frente à irreversibilidade, à morte, à degradação, ao limite intransponível, no mesmo período histórico e graças à mesma máquina, a humanidade se achava em presença de um "milagre". Vejamos como se opera este "milagre": pode-se dizer que a invenção da máquina a vapor nasceu da necessidade de exploração das jazidas profundas de carvão mineral; o acesso às grandes quantidades de carvão mineral permitiu, juntamente com um paralelo avanço tecnológico da siderurgia - este baseado na utilização do coque (de carvão mineral) - que se construíssem máquinas cada vez mais adaptáveis a altas pressões de vapor. Era mais carvão para produzir metais, eram mais metais para explorar carvão. Este imponente processo de desenvolvimento parecia trazer em si uma fatalidade definitiva, como se, uma vez posta a caminho, a tecnologia gerasse por si mesma tecnologias mais sofisticadas e as máquinas gerassem por si mesmas máquinas mais potentes. Uma embriaguez, um sonho louco, do qual só há dez anos começamos a despertar.

6 "Mais carvão se consome, mais há à disposição". Sob esta aparência inebriante ocultava-se o processo de decréscimo da produtividade energética do carvão: a extração de uma tonelada de carvão no século XIX requeria, em média, mais energia do que havia requerido uma tonelada de carvão extraída no século XVIII, e esta requerera mais energia do que uma tonelada de carvão extraída no século XVII. Era como se a energia que se podia obter da queima de uma tonelada de carvão fosse continuamente diminuindo.

7 Começava a revelar-se uma nova lei histórica, a lei da produtividade decrescente dos recursos não-renováveis; mas os homens ainda não estavam aptos a reconhecê-la.

(Laura Conti. "Questo pianeta", Cap.10. Roma: Editori Riuniti, 1983. Traduzido e adaptado por Ayde e Veiga Lopes)

1. O texto descreve o crescimento na produção de carvão, o qual foi cada vez mais acelerado, durante certo período. Isto é, o acréscimo na produção a cada década, não era constante e sim maior que o acréscimo havido na década anterior. Muitos fenômenos desse tipo podem ser descritos matematicamente por funções exponenciais.

Funções exponenciais e progressões geométricas podem ser relacionadas de maneira natural. Por exemplo, para todo n inteiro e positivo, a função $f(x)=5.\sqrt{(3^x)}$ relaciona-se com a progressão geométrica (a_n), de termo geral $a_n=f(n)$, na qual

a) a razão é 3
b) a razão é $\sqrt{3}$
c) $a_4 = 30$
d) $a_5 = 60$
e) os termos decrescem

2. (Udesc) Se o primeiro termo vale 2 e a razão é 3, então os termos gerais da Progressão Aritmética e da Progressão Geométrica correspondentes são:

a) $2 + 3n$ e $2.3^n/3$
b) $2 + 3n$ e $3^{n-1}/2$
c) $3n - 1$ e 2.3^n
d) $3 + 2n$ e 3.2^n
e) $3n - 1$ e $(2/3).3^n$

3. (Ufsc) Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

01. A razão da P.A. em que a□=-8 e $a_{20}=30$ é r=2.
02. A soma dos termos da P.A. (5, 8, ..., 41) é 299.
04. O primeiro termo da P.G. em que $a_3=3$ e $a_7=3/16$ é 12.
08. A soma dos termos da P.G. (5, 5/2, 5/4, ...) é 10.

4. (Uepg) Assinale o que for correto.

01) As raízes da função $f(x) = x^2-3x-4$ são os dois primeiros termos de uma P.A. decrescente. Então, o terceiro termo dessa P.A. vale 15
02) A sucessão (s , 2s , 3s, ...) com $s \neq 0$, é uma P.G. crescente.
04) A razão da P.G. $(e^x, e^{2x}, e^{3x}, ...)$ é e^x
08) Numa P.A. de número ímpar de termos, o primeiro termo é 3 e o último termo é 27. Assim, o termo médio dessa P.A. vale 15
16) A razão da P.A. (log4, log12, log36, ...) é log3

5. (Fgv) Calcule as seguintes somas

a) $$\sum_{n=1}^{20} (2n+1)$$

b) $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1,1)^n}$$

6. (Ufsc) Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) Se os raios de uma seqüência de círculos formam uma P.G. de razão q, então suas áreas também formam uma P.G. de razão q.

(02) Uma empresa, que teve no mês de novembro de 2002 uma receita de 300 mil reais e uma despesa de 350 mil reais, tem perspectiva de aumentar mensalmente sua receita segundo uma P.G. de razão 6/5 e prevê que a despesa mensal crescerá segundo uma P.A. de razão igual a 55mil. Neste caso, o primeiro mês em que a receita será maior do que a despesa é fevereiro de 2003.

(04) Suponha que um jovem ao completar 16 anos pesava 60kg e ao completar 17 anos pesava 64kg. Se o aumento anual de sua massa, a partir dos 16 anos, se der segundo uma progressão geométrica de razão 1/2, então ele nunca atingirá 68kg.

(08) Uma P.A. e uma P.G., ambas crescentes, têm o primeiro e o terceiro termos respectivamente iguais. Sabendo que o segundo termo da P.A. é 5 e o segundo termo da P.G. é 4, a soma dos 10 primeiros termos da P.A. é 155.

Soma (   )

7. (Ufg) Uma faculdade oferece, em seu vestibular, 80 vagas para o curso de Direito e 110 vagas para o curso de Economia. Nos últimos três anos, o número de candidatos inscritos para o curso de Economia - 1.980 em 1999; 2.035 em 2000; 2.090 em 2001 - cresceu segundo uma progressão aritmética e o número de inscritos para o curso de Direito - 960 em 1999; 1.200 em 2000; 1.500 em 2001 - cresceu segundo uma progressão geométrica. Com base nessas informações, julgue os itens abaixo:

(   ) Em 2001, o curso de Direito teve 18,75 candidatos inscritos por vaga.

(   ) Mantendo-se a mesma tendência de crescimento para o número de candidatos inscritos nos dois cursos, em 2002, o número de candidatos por vaga será maior para o curso de Direito do que para o curso de Economia.

(   ) Se a faculdade aumentasse o número de vagas no curso de Direito para 110, o número de candidatos por vaga nos anos de 1999, 2000 e 2001 formaria uma progressão geométrica de razão 1,25.

(   ) Considerando o número de inscritos nos anos de 1999, 2000 e 2001 para o curso de Direito, para que o número de candidatos por vaga permanecesse constante, o número de vagas oferecidas deveria ter crescido segundo uma progressão geométrica.

8. (Mackenzie) Se a seqüência (2, 1/2, 4, 1/4, 6, 1/8, ...) é formada por termos de uma progressão aritmética alternados com os termos de uma progressão geométrica, então o produto do vigésimo pelo trigésimo primeiro termo dessa seqüência é:

a) 2^{10}

b) $\frac{1}{2^8}$

c) 2^{15}

d) $\frac{1}{2^{20}}$

e) $\frac{1}{2^5}$

9. (Ufsm) Sejam $f(x) = 5x + 2$ e $g(x) = (1/2)^x$.
Se $m = [f(1) + f(2) + ... + f(100)] / [g(1) + g(2) + ... + g(100)]$, então
a) $m < 19.000$
b) $19.000 \leq m < 21.000$
c) $21.000 \leq m < 23.000$
d) $23.000 \leq m < 25.000$
e) $m \geq 25.000$

10. (Ufsm) Sejam $(a_0, a_1, a_2,...)$ uma progressão aritmética (P.A.) e $(b_0, b_1, b_2,...)$ uma progressão geométrica (P.G.) decrescente. Se $a_0 = b_0$, $a_2 = 2b_2$ e $a_4 = 4b_4$, então a razão da P.G. vale
a) $-(\sqrt{2})/2$
b) $-\sqrt{2}$
c) 1
d) $(\sqrt{2})/2$
e) $\sqrt{2}$

11. (Ufsc) Sejam (a_n) uma progressão geométrica e (b_n) uma progressão aritmética cuja razão é 3/10 da razão da progressão geométrica (a_n).
Sabendo que $a_1 = b_1 = 2$ e que $a_2 = b_7$ calcule a soma $b_1 + b_2 + ... + b_7$.

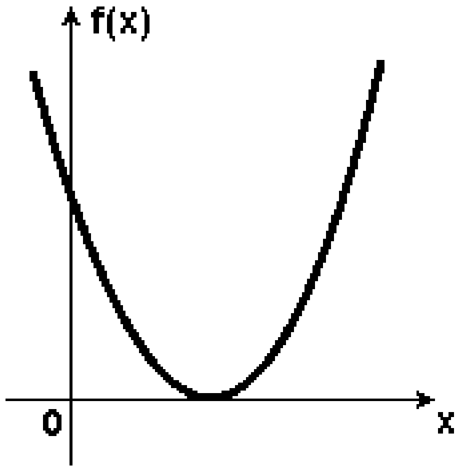
12. (Ufrj) Em uma PA não constante de 7 termos, com termo médio igual a 6, os termos 2Ž, 4Ž e 7Ž , nesta ordem, formam uma PG. Determine esta PA.

13. (Fuvest) Sejam a e b números reais tais que:
(i) a, b e a + b formam, nessa ordem, uma PA;
(ii) 2^a, 16 e 2^b formam, nessa ordem, uma PG.
Então o valor de a é:
a) 2/3
b) 4/3
c) 5/3
d) 7/3
e) 8/3

14. (Ufsc) Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) O vigésimo termo da progressão aritmética $(x, x+10, x^2, ...)$ com $x < 0$ é 186.
(02) A soma dos n primeiros números naturais ímpares é $n^2 + 1$.
(04) O termo 1/1024 encontra-se na décima segunda posição na progressão geométrica (2, 1, 1/2, ...).
(08) Sabendo que a sucessão (x, y, 10) é uma PA crescente e a sucessão (x, y, 18) é uma PG crescente, então $xy = 12$.
(16) O valor de x na igualdade $x + (x/3) + (x/9) + ... = 12$, na qual o primeiro membro é a soma dos termos de uma PG infinita, é 10.

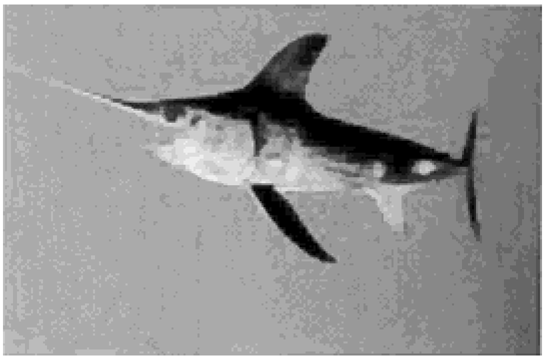
15. (Mackenzie) Se a figura mostra o esboço do gráfico de $f(x)= ax^2 + 2bx + c$, então os números a, b e c sempre são:



a) nessa ordem, termos de uma progressão aritmética.
b) nessa ordem, termos de uma progressão geométrica.
c) números inteiros.
d) tais que a < b < c.
e) tais que a > b > c.

16. (Uff) A população de marlim-azul foi reduzida a 20% da existente há cinqüenta anos (em 1953).
Adaptado da Revista Veja, 09 de julho de 2003.

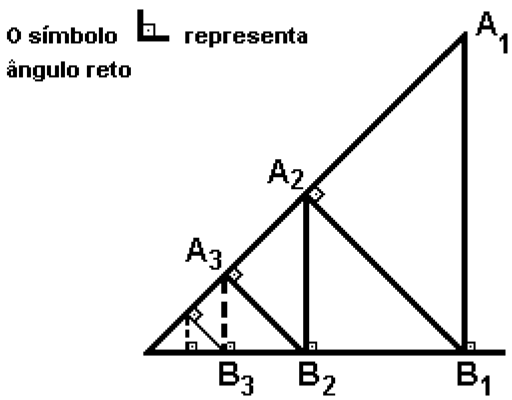
Jeffrey L. Rotman-Corbis



Newsweek, 26 de maio de 2003.

Considerando que foi constante a razão anual (razão entre a população de um ano e a do ano anterior) com que essa população decresceu durante esse período, conclui-se que a população de marlim-azul, ao final dos primeiros vinte e cinco anos (em 1978), ficou reduzida a aproximadamente:
a) 10% da população existente em 1953
b) 20% da população existente em 1953
c) 30% da população existente em 1953
d) 45% da população existente em 1953
e) 65% da população existente em 1953

17. (Fuvest) Na figura a seguir, $A_1B_1=3$, $B_1A_2=2$.



Calcule a soma dos infinitos segmentos:
$A_1B_1+B_1A_2+A_2B_2+B_2A_3+...$

18. (Unicamp) Seja $\alpha \neq -1$ um número complexo tal que $\alpha^n=1$, onde n é um número inteiro positivo. Prove que, se n for par, a expressão $1-\alpha+\alpha^2-\alpha^3+...+(-\alpha)^n$ é igual a 1; e, se n for ímpar, essa expressão é igual a $(1-\alpha)/(1+\alpha)$.

19. (Ita) Se a soma dos termos da progressão geométrica dada por 0,3: 0,03: 0,003:... é igual ao termo médio de uma progressão aritmética de três termos, então a soma dos termos da progressão aritmética vale:
a) 1/3
b) 2/3
c) 1
d) 2
e) 1/2

20. (Pucsp) Sabe-se que a seqüência (1/3, a, 27), na qual a>0, é uma progressão geométrica e a seqüência (x, y, z), na qual x+y+z=15, é uma progressão aritmética. Se as duas progressões têm razões iguais, então:
a) x = - 4.
b) y = 6.
c) z = 12.
d) x = 2y.
e) y = 3x.

21. (Unesp) A seqüência de números reais a, b, c, d forma, nessa ordem, uma progressão aritmética cuja soma dos termos é 110; a seqüência de números reais a, b, e, f forma, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão 2. A soma d+f é igual a:
a) 96.
b) 102.
c) 120.
d) 132.
e) 142.

22. (Unesp) Sejam a, b e c três números reais estritamente positivos e tais que a<b+c. Se a, b, c formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão q, prove que:
a) $q^2 + q - 1 > 0$;
b) $q > (- 1 + \sqrt{5})/2$.

23. (Unitau) Em um freezer de hospital existem 50 frascos de sangue tipo A e 81 frascos tipo B. Dele são retirados 2 frascos, um após o outro, sem reposição. O primeiro frasco retirado foi tipo B. A probabilidade de que o segundo frasco seja A é:
a) 5/130.
b) 5/13.
c) 81/131.
d) 50/131.
e) 1/10.

24. (Unitau) A soma dos termos da seqüência (1/2;1/3;2/9;4/27;...) é:
a) 15×10^{-1}.
b) -3×10^{-1}.
c) 15×10^{-2}.
d) 5×10^{-1}.
e) 3/5.

25. (Unitau) O valor da soma:
$S=4+(1/10)+[36/10^3+36/10^5+36/10^7+36/10^9+...]$
é igual a:
a) 99/22.
b) 91/22.
c) 91/21.
d) 90/21.
e) 81/23.

26. (Fuvest) Um país contraiu em 1829 um empréstimo de 1 milhão de dólares, para pagar em cem anos, à taxa de juros de 9% ao ano. Por problemas de balança comercial, nada foi pago até hoje, e a dívida foi sendo "rolada", com capitalização anual dos juros. Qual dos valores a seguir está mais próximo do valor da dívida em 1989?
Para os cálculos adote $(1,09)^8 \approx 2$.
a) 14 milhões de dólares.
b) 500 milhões de dólares.
c) 1 bilhão de dólares.
d) 80 bilhões de dólares.
e) 1 trilhão de dólares.

27. (Unicamp) Existem 4 números inteiros positivos e consecutivos tais que o produto de 2 deles seja igual ao produto dos outros dois?
Justifique.

28. (Unicamp) Começando com um cilindro de raio 1 e altura também 1, define-se o procedimento de colocar sobre um cilindro anterior um outro cilindro de igual altura e raio 2/3 do raio anterior.
Embora a altura do sólido fictício resultante seja infinita, seu volume pode ser calculado. Faça esse cálculo.

29. (Unicamp) Considere que certo país troca de moeda cada vez que a inflação acumulada atinge a cifra de 900%. A nova moeda vale sempre 1000 vezes a antiga. Com uma inflação de 25% ao mês, em quantos meses esse país trocará de moeda?
Use $\log_{10} 2 = 0,301$.

30. (Fuvest-gv) Dado um quadrado Q cujo lado tem comprimento $l=1$, considere a seqüência infinita de quadrados $\{Q_1, Q_2, Q_3, ...\}$ onde cada quadrado é obtido unindo-se os pontos médios dos lados do quadrado anterior. A soma das áreas de todos os quadrados da seqüência é:
a) 4
b) $(4\sqrt{2})/(\sqrt{2}-1)$
c) 4/3
d) 2
e) $\sqrt{2}/(\sqrt{2}-1)$

31. (Unesp) Um ângulo de 69°20' é dividido em dois ao meio. A seguir, um dos ângulos obtidos também é dividido em dois ao meio. E assim por diante. Se este processo é interrompido quando se obtém um ângulo 1°5', determinar o número de divisões efetuadas.

32. (Fuvest) Uma progressão geométrica tem primeiro termo igual a 1 e razão igual a $\sqrt{2}$. Se o produto dos termos dessa progressão é 2^{39}, então o número de termos é igual a:
a) 12
b) 13
c) 14
d) 15
e) 16

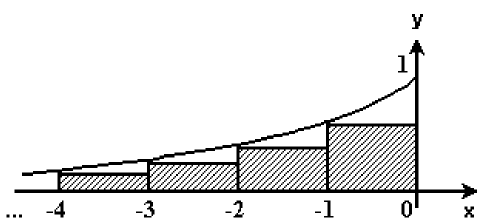
33. (Unesp) Os comprimentos das circunferências de uma seqüência de círculos concêntricos formam uma progressão aritmética de razão 2. Os raios desses círculos formam uma:
a) progressão geométrica de razão 1/2.
b) progressão geométrica de razão $1/\pi$.
c) progressão aritmética de razão 2.
d) progressão aritmética de razão π .
e) progressão aritmética de razão $1/\pi$.

34. (Ufpr) Considere as progressões geométricas nas quais a_n indica o n-ésimo termo, sendo $a_3=8$ e $a_5=32$. É correto afirmar que:

01) A razão de cada uma dessas progressões é 4.
02) Todos os termos dessas progressões são necessariamente positivos.
04) O primeiro termo de cada uma dessas progressões é 1.
08) Se i > 0 é a razão de uma das progressões geométricas, os números $\log_i a_1$, $\log_i a_3$, $\log_i a_5$ formam, nesta ordem, uma progressão aritmética.

35. (Cesgranrio) A população de certa cidade é, hoje, igual a P_0 e cresce 2% ao ano. A população dessa cidade daqui a n anos será:
a) $P_0(1 + n/50)$
b) $P_0(1 + (n - 1)/50)$
c) $P_0 + (n - 1)/50$
d) $P_0 . 1{,}02^{n-1}$
e) $P_0 . 1{,}02^n$

36. (Ufes) A figura a seguir representa o gráfico da função $y=2^x$, $x \leq 0$, e os primeiros elementos de uma seqüência infinita de retângulos.
A soma das áreas de todos os retângulos dessa seqüência infinita é:



Dado: (ua=unidade de área)
a) 1/2 ua
b) 1 ua
c) 3/2 ua
d) 2 ua
e) maior que 2 ua

37. (Fatec) Num certo jogo de azar, apostando-se uma quantia X, tem-se uma das duas possibilidades seguintes:

1) perde-se a quantia X apostada;
2) recebe-se a quantia 2X.

Uma pessoa jogou 21 vezes da seguinte maneira: na primeira vez, apostou 1 centavo; na segunda vez, apostou 2 centavos, na terceira vez, apostou 4 centavos e assim por diante, apostando em cada vez o dobro do que havia apostado na vez anterior. Nas 20 primeiras vezes, ela perdeu. Na 21 vez, ela ganhou. Comparando-se a quantia total T por ela desembolsada e a quantia Q recebida na 21□jogada, tem-se que Q é igual a
a) T/2
b) T
c) 2T
d) T-1
e) T+1

38. (Fei) Dada a progressão geométrica 1, 3, 9, 27, ... se a sua soma é 3280, então ela apresenta:
a) 9 termos
b) 8 termos
c) 7 termos
d) 6 termos
e) 5 termos

39. (Ita) Seja $f:R^*_+ \longrightarrow R$ uma função injetora tal que f(1)=0 e f(x.y)=f(x) + f(y) para todo x>0 e y>0. Se x□, x_2, x_3, x_4 e x_5 formam nessa ordem uma progressão geométrica, onde $x_i>0$ para i=1,2,3,4,5 e sabendo que $\sum_{j=1}^{n} f(x_i)=13f(2)+2f(x_1)$ onde n=5 e $\sum_{j=1}^{n} f[x_i/(x_{i+1})]=-2f(2x□)$ onde n=4, então, o valor de x□ é:
a) -2
b) 2
c) 3
d) 4
e) 1

40. (Ita) Sejam a_1, a_2, a_3, a_4 quatro números reais (com $a_1 \neq 0$), formando nessa ordem uma progressão geométrica. Então, o sistema em x e y

$$\begin{cases} a_1x + a_3y = 1 \\ a_1a_2x + a_1a_4y = a_2 \end{cases}$$

é um sistema

a) impossível.

b) possível determinado.

c) possível indeterminado.

d) possível determinado apenas para $a_1 > 1$.

e) possível determinado apenas para $a_1 < -1$.

41. (Ufpe) Em certa cidade a população de ratos é 20 vezes a população humana. Supondo que ambas as populações crescem em progressão geométrica, onde a população humana dobra a cada 20 anos e a de ratos a cada ano, quantos ratos haverá por habitante dentro de 20 anos?

a) $10 \cdot 2^{20}$

b) $10 \cdot 2^{19}$

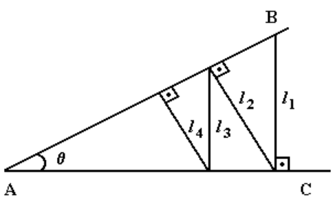
c) $20 \cdot 2^{20}$

d) $40 \cdot 2^{20}$

e) $20 \cdot 2^{18}$

42. (Ufpe) A espessura de uma folha de estanho é 1mm. Forma-se uma pilha de folhas colocando-se na primeira vez uma folha e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já foram colocadas anteriormente. Após dez dessas operações, determine o valor da altura da pilha, em milímetros. Divida o resultado por 2^5.

43. (Ufpe) Na figura a seguir temos um ângulo $\theta = 60°$ e uma linha poligonal infinita construída da seguinte maneira: l_1 é perpendicular a AC, l_2 é perpendicular a AB, l_3 é perpendicular a AC e, assim por diante. Calcule o comprimento, em cm, desta poligonal, sabendo-se que l_1=27cm.



44. (Uel) Numa aplicação financeira, chama-se MONTANTE em certa data à soma da quantia aplicada com os juros acumulados até aquela data. Suponha uma aplicação de R$50.000,00 a juros compostos, à taxa de 3% ao mês. Nesse caso, os montantes em reais, no início de cada período de um mês, formam um progressão geométrica em que o primeiro termo é 50000 e a razão é 1,03.

Os juros acumulados ao completar 10 meses de aplicação são

Dado: $1{,}03^{10} = 1{,}3439$

a) R$ 10 300,00

b) R$ 15 000,00

c) R$ 17 195,00

d) R$ 21 847,00

e) R$ 134 390,00

45. (Unesp) O limite da soma dos termos de uma progressão geométrica decrescente ilimitada cujo primeiro termo é q e cuja razão é q, vale 7 vezes o limite da soma dos cubos dos termos dessa mesma progressão geométrica. Calcule os valores possíveis de q.

46. (Ufpe) A cada mês que passa, o preço de uma cesta básica de alimentos diminui 3% em relação ao seu preço do mês anterior. Admitindo que o preço da cesta básica no primeiro mês é R$97,00, o seu preço no 12Ž mês será, em reais:

a) $97 \times (0{,}03)^{12}$

b) $100 \times (0{,}97)^{12}$

c) $100 \times (0{,}97)^{13}$

d) $97 \times (0{,}03)^{11}$

e) $97 \times (0{,}97)^{12}$

47. (Pucsp) Se $\log_3 a$, $\log_3 b$ e $\log_3 5$ formam uma progressão aritmética de razão 1/2, então, conclui-se que a seqüência (a, b, 5)

a) é uma progressão aritmética de razão 1/4

b) tem a = 5/3

c) é uma progressão geométrica de razão 1/2

d) é uma progressão geométrica de razão 1/3

e) tem a = 4

48. (Fgv) Um terreno vale hoje A reais e esse valor fica 20% maior a cada ano que passa (em relação ao valor de um ano atrás).
a) Qual o seu valor daqui a n anos? Qual a valorização sofrida ao longo do enésimo ano expressa em reais?
b) Daqui a quantos anos aproximadamente o valor do terreno triplica?
Nota: Não é obrigatório efetuar os cálculos, basta deixá-los indicados

49. (Uece) Seja (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5) uma progressão geométrica de termos positivos. Se $t_1.t_2.t_3.t_4.t_5=6^{10}$, então $(t_3+4)/(t_3-4)$ é igual a:
a) 5/4
b) 3/2
c) 7/4
d) 2

50. (Mackenzie) A seqüência de números reais (log a, log b, log c) é uma progressão aritmética. Então é sempre verdadeiro que:
a) (a, b, c) é uma progressão aritmética.
b) a > b > c.
c) (a, b, c) não é uma progressão aritmética nem geométrica.
d) (a, b, c) é uma progressão geométrica.
e) a = b = c.

51. (Ufba) Numa progressão geométrica, o primeiro termo é igual a 7500, e o quarto termo é igual a 20% do terceiro. Determine o quinto termo da progressão.

52. (Udesc) Numa Progressão Aritmética de termos diferentes e positivos, o 1Ž termo, o 5Ž termo e o 21Ž termo formam, nesta ordem, uma Progressão Geométrica. Encontre a razão desta PG, JUSTIFICANDO seus cálculos intermediários.

53. (Uel) Seja T_n o termo geral de uma seqüência de triângulos eqüiláteros, com n ∈ |N*. O primeiro termo T□ tem lado de medida x. Cada termo tem como medida dos lados a metade da medida dos lados do termo anterior. Dessa forma, a medida da altura do triângulo T_3 é
a) x/4
b) √ 3.x
c) √ 3.x/2
d) √ 3.x/4
e) √ 3.x/8

54. (Uel) A seqüência (2x + 5, x +1, x/2, ...), com x ∈ IR, é uma progressão geométrica de termos positivos. O décimo terceiro termo dessa seqüência é
a) 2
b) 3^{-10}
c) 3
d) 3^{10}
e) 3^{12}

55. (Pucsp) O terceiro e o sétimo termos de uma Progressão Geométrica valem, respetivamente, 10 e 18. O quinto termo dessa Progressão é
a) 14
b) √ 30
c) 2.√ 7
d) 6.√ 5
e) 30

56. (Mackenzie) As raízes da equação $x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ estão em progressão geométrica, onde α, β e γ são números reais não nulos. Então é sempre correta a igualdade:
a) $(\beta/\alpha)^3 = \gamma$
b) $(\beta/\alpha)^2 = \gamma$
c) $\beta^3/\alpha = \gamma^3$
d) $(\beta.\alpha)^3 = \gamma^3$
e) $(\alpha.\beta.\gamma)^3 = 1$

57. (Mackenzie) Entre 5 e 5.000, temos k números da forma 2^n, onde n é um número natural. Então k vale:
a) 8
b) 10
c) 12
d) 14
e) 16

58. (Mackenzie) Na seqüência (8/15, 34/225, ... , $3^{-n} + 5^{-n}$, ...), onde n é um número natural não nulo, a soma de todos os termos tende a:
a) 4/3
b) 9/8
c) 9/16
d) 3/4
e) 5/8

59. (Mackenzie) Sabe-se que (a_1, a_2, a_3, ..., a_i, ...) é uma progressão geométrica crescente e que (0, b_1, b_2, b_3, ..., b_i, ...) é uma progressão aritmética. Se a_i+b_i é, qualquer que seja i, um termo da seqüência (1, 1, 2, ...), então o sétimo termo desta seqüência é:
a) 43
b) 48
c) 52
d) 58
e) 64

60. (Mackenzie) Numa progressão geométrica de termos positivos, cada termo é igual à soma dos dois termos seguintes. Então a razão da progressão vale:
a) $\sqrt{5}$
b) $-1 + \sqrt{5}$
c) $(1 + \sqrt{5})/2$
d) $\sqrt{5}/2$
e) $(\sqrt{5} - 1)/2$

61. (Mackenzie) A soma dos 2n primeiros termos da seqüência (2,3,6,7,10,11,14,15,.....) é 410. Então n vale:
a) 7
b) 8
c) 9
d) 10
e) 11

62. (Fei) Em relação à seqüência:

log (1), log (5), log (25), ... log (5^{n-1})

é correto afirmar:
a) todos os seus termos são maiores que zero
b) é uma progressão geométrica crescente
c) é uma progressão geométrica decrescente
d) é uma progressão aritimética crescente
e) é uma progressão aritimética decrescente

63. (Fatec) Se, em uma progressão geométrica, x é o primeiro termo, y é o termo de ordem 2n+1, e z é o termo de ordem 3n+1, então é verdade que
a) $z^3 = yx^2$
b) $x^3 = yz^2$
c) $x^3 = zy^2$
d) $y^3 = xz^2$
e) $y^3 = zx^2$

64. (Cesgranrio) Uma bomba de vácuo consegue, em cada sucção, retirar 2% do gás existente em um recipiente. Quantas sucções serão necessárias para retirar cerca de 99% do gás existente no recipiente?
(use $\log_{10} 2 = 0{,}30103$ e $\log_{10} 7 = 0{,}84510$)
a) 7
b) 49
c) 121
d) 183
e) 228

65. (Unesp) Considere as seqüências (a_n) e (b_n) definidas por

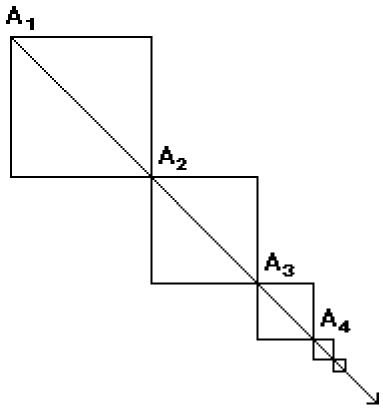
$a_{n+1} = 2^n$ e $b_{n+1} = 3^n$, $n \geq 0$.

Então, o valor de $a_{11}.b_6$ é

a) $2^{11} . 3^6$.
b) $(12)^5$.
c) 5^{15}.
d) 6^{15}.
e) 6^{30}.

66. (Unesp) Suponhamos que uma represa de área igual a 128km^2 tenha sido infestada por uma vegetação aquática. Suponhamos também que, por ocasião de um estudo sobre o problema, a área tomada pela vegetação fosse de 8km^2 e que esse estudo tivesse concluído que a taxa de aumento da área cumulativamente infestada era de 50% ao ano. Nessas condições:
a) qual seria a área infestada n anos depois do estudo, caso não se tomasse nenhuma providência?
b) Com as mesmas hipóteses, em quantos anos a vegetação tomaria conta de toda a represa? (Use os valores aproximados $\log_{10}2 = 0{,}3$ e $\log_{10}3 = 0{,}48$.)

67. (Unesp) Em uma semi-reta de origem A□ marcam-se os pontos A_2, A_3, ... de maneira que os segmentos A_1A_2, A_2A_3, ... sejam consecutivos e suas medidas formem, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão 1/2, em que A_1A_2 = 1dm. Considere a seqüência de quadrados que têm como diagonais os segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., conforme a figura a seguir, desenhada sem escala.



a) Demonstre que as áreas desses quadrados formam uma progressão geométrica de razão 1/4.
b) Determine a medida do lado do primeiro quadrado dessa seqüência cuja área é menor que 1/100 dm^2.

68. (Mackenzie) Supondo
$(k/2)+(k/3)+(k/4)+(k/9)+(k/8)+(k/27)+(k/16)+...=9$
então:
a) sen $(k\pi)$ = 1
b) cos $(k\pi)$ = 1
c) sen $(k\pi/2)$ = 1
d) cos $(k\pi/2)$ = 1
e) sen $(k\pi)$ > cos $(k\pi)$

69. (Mackenzie) Se (x, y, z) é uma seqüência geométrica de termos positivos e razão 2^{-x}, tal que $4x + z < 5y$, então:
a) $-4 < x < -2$
b) $-2 < x < 0$
c) $0 < x < 2$
d) $2 < x < 4$
e) $-1 < x < 1$

70. (Cesgranrio) Um artigo custa hoje Cr$ 100,00 e seu preço é aumentado, mensalmente, em 12% sobre o preço anterior. Se fizermos uma tabela do preço desse artigo mês a mês, obteremos uma progressão:
a) aritmética de razão 12.
b) aritmética de razão 0,12.
c) geométrica de razão 12.
d) geométrica de razão 1,12.
e) geométrica de razão 0,12.

71. (Uff) Sendo x um número real não nulo, a soma do 3Ž termo da Progressão Aritmética (x, 2x,...) com o 3Ž termo da Progressão Geométrica (x, 2x,...) é igual a:
a) 4x
b) 5x
c) 6x
d) 7x
e) 8x

72. (Fuvest) A seqüência a_n é uma P.A. estritamente crescente, de termos positivos. Então, a seqüencia $b_n=3^{a_n}$, $n \geq 1$, é uma
a) P. G. crescente.
b) P. A. crescente.
c) P. G. decrescente.
d) P. A. decrescente.
e) seqüencia que não é uma P. A. e não é uma P. G.

73. (Unicamp) Considere uma progressão geométrica de termos não-nulos, na qual cada termo, a partir do terceiro, é igual à soma dos dois termos imediatamente anteriores.
a) Calcule os dois valores possíveis para a razão q dessa progressão.
b) Supondo que o primeiro termo seja $(1-\sqrt{5})/2$ e $q>0$, calcule a soma dos três primeiros termos dessa progressão.

74. (Ita) Seja θ um valor fixado no intervalo $]0, \pi/2[$. Sabe-se que $a_1=\text{cotg}\theta$ é o primeiro termo de uma progressão geométrica infinita de razão $q=\text{sen}^2\theta$. A soma de todos os termos dessa progressão é
a) cosec θ tg θ
b) sec θ tg θ
c) sec θ cosec θ
d) $\sec^2 \theta$
e) cosec^2 θ

75. (Uece) Seja (b_1, b_2, b_3, b_4) uma progressão geométrica de razão 1/3. Se $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = 20$, então b_4 é igual a:
a) 1/2
b) 3/2
c) 5/2
d) 7/2

76. (Pucmg) O valor do produto $2 \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} \cdot \sqrt[16]{2} \ldots$ é:
a) $1/2 \sqrt{2}$
b) $\sqrt{2}$
c) $3/2 \sqrt{2}$
d) $2\sqrt{2}$
e) ∞

77. (Unirio) Num vídeo-game, um ponto luminoso se encontra em A sobre um segmento $\overline{AB}$ de medida 12. Ao iniciar-se o jogo, o ponto luminoso se desloca para B e retorna, perfazendo na volta uma distância igual à metade do caminho anterior, até um ponto C. Depois, retorna de C, no sentido do ponto B, percorrendo a metade do último percurso, até um ponto D e, assim, sucessivamente. Repetindo tal procedimento infinitas vezes, o ponto luminoso tende para um ponto cuja distância de A é igual a:
a) 7,4
b) 7,6
c) 7,8
d) 8
e) 9

78. (Ufrs) A sequência (x, xy, 2x), $x \neq 0$ é uma progressão geométrica. Então, necessariamente
a) x é um número irracional.
b) x é um número racional.
c) y é um número irracional.
d) y é um número racional.
e) x/y é um número irracional.

79. (Cesgranrio) Desde 1992, certo instituto de pesquisa vem monitorando, no início de cada ano, o crescimento populacional de uma pequena cidade do interior do estado. Os itens a seguir mostram o resultado dos três primeiros anos, em milhares de habitantes.

I- Ano de 1992, População(em milhares) = 25,6.
II- Ano de 1993, População(em milhares) = 38,4.
II- Ano de 1994, População(em milhares) = 57,6.

Mantendo-se esta mesma progressão de crescimento, o número de habitantes dessa cidade, no início do ano 2000, em milhares, será, aproximadamente, de:
a) 204
b) 384
c) 576
d) 656
e) 728

80. (Ita) Seja (a_1, a_2, a_3, ...) uma progressão geométrica infinita de razão a_1, $0<a_1<1$, e soma igual a $3a_1$. A soma dos três primeiros termos desta progressão geométrica é:
a) 8/27
b) 20/27
c) 26/27
d) 30/27
e) 38/27

81. (Ita) Considere um cone circular reto cuja geratriz mede $\sqrt{5}$cm e o diâmetro da base mede 2cm. Traçam-se n planos paralelos à base do cone, que o seccionam determinando n+1 cones, incluindo o original, de modo que a razão entre os volumes do cone maior e do cone menor é 2. Os volumes destes cones formam uma progressão aritmética crescente cuja soma é igual a 2π. Então, o volume, em cm^3, do tronco de cone determinado por dois planos consecutivos é igual a:
a) $\pi/33$
b) $2\pi/33$
c) $\pi/9$
d) $2\pi/15$
e) π

82. (Mackenzie) A soma $S=3^{20}+3^{19}.5+3^{18}.5^2+...+3^2.5^{18}+3.5^{19}+5^{20}$ é igual a:
a) $(5^{21} - 3^{21})^2$
b) $(5^{22} - 3^{22}) / 2$
c) $(5^{22} - 3) / 2$
d) $5^{21} - 3^{21}$
e) $(5^{21} - 3^{21}) / 2$

83. (Mackenzie) Se k e n são números naturais tal qual é mostrado na figura a seguir,

$$\sum_{k=1}^{n} (2^k)^2 = 1364$$

então (n - 2)! é igual a:
a) 2
b) 6
c) 24
d) 120
e) 720

84. (Uel) Considere a progressão (-3, 1, -1/3, ...). O produto de seus 12 primeiros termos é
a) $\sqrt[54]{3}$
b) $\sqrt[4]{3}$
c) $\sqrt[35]{3}$
d) $\sqrt[27]{3}$
e) $\sqrt[12]{3}$

85. (Cesgranrio) O número de assinantes de um jornal de grande circulação no estado aumentou, nos quatro primeiros meses do ano, em progressão geométrica, segundo os dados de uma pesquisa constantes na tabela a seguir.

Mês	janeiro	fevereiro	março	abril
número de assinantes	5000	------	6050	------

Em relação ao mês de fevereiro, o número de assinantes desse jornal no mês de abril teve um aumento de:
a) 1600
b) 1510
c) 1155
d) 1150
e) 1050

86. (Cesgranrio) Segundo dados de uma pesquisa, a população de certa região do país vem decrescendo em relação ao tempo "t", contado em anos, aproximadamente, segundo a relação

$$P(t) = P(o) . 2^{-0,25t}$$

Sendo P(o) uma constante que representa a população inicial dessa região e P(t) a população "t" anos após, determine quantos anos se passarão para que essa população fique reduzida ã quarta parte da que era inicialmente.
a) 6
b) 8
c) 10
d) 12
e) 15

87. (Unirio) O número que deve ser subtraído de 1, de 11/8 e de 31/16 para que os resultados formem uma P.G., nesta mesma ordem, é:
a) 2
b) 1/2
c) 1/4
d) 1/8
e) 1/16

88. (Cesgranrio) O professor G. Ninho, depois de formar uma progressão aritmética de 8 termos, começando pelo número 3 e composta apenas de números naturais, notou que o 2Ž, o 4Ž e o 8Ž termos formavam, nessa ordem, uma progressão geométrica. G. Ninho observou ainda que a soma dos termos dessa progressão geométrica era igual a:
a) 42
b) 36
c) 32
d) 28
e) 24

89. (Cesgranrio) Considere uma progressão geométrica de 5 termos e razão positiva, onde a soma do primeiro com o terceiro termo é 9/2 e o produto de seus termos é 1024. O produto dos três termos iniciais dessa progressão é igual a:
a) 1/2
b) 1
c) $2\sqrt{2}$
d) $4\sqrt{2}$
e) $8\sqrt{2}$

90. (Fuvest) Seja (a_n) uma progressão geométrica de primeiro
termo a□ = 1 e razão q^2, onde q é um número inteiro maior que 1. Seja (b_n) uma progressão geométrica cuja razão é q. Sabe-se que $a_{11}=b_{17}$.
Neste caso:
a) Determine o primeiro termo b□ em função de q.
b) Existe algum valor de n para o qual $a_n = b_n$?
c) Que condição n e x devem satisfazer para que $a_n = b_x$?

91. (Ufrj) Uma progressão geométrica de 8 termos tem primeiro termo igual a 10. O logaritmo decimal do produto de seus termos vale 36.
Ache a razão da progressão.

92. (Mackenzie) As seqüências (x, 2y-x, 3y) e (x, y, 3x+y - 1), de termos não nulos, são, respectivamente, aritmética e geométricas. Então, 3x + y vale:
a) -2
b) -1
c) 0
d) 1
e) 2

93. (Mackenzie) A seqüência (a, b, c) é uma progressão geométrica de razão não nula, com a<0 e c>8b-12a. A soma dos possíveis valores inteiros da razão é:
a) 7
b) 9
c) 12
d) 14
e) 20

94. (Mackenzie) Na seqüência geométrica (x^2, x, logx), de razão q, x é um número real e positivo. Então, log q vale:
a) 1
b) -1
c) -2
d) 2
e) 1 / 2

95. (Puccamp) Sabe-se que a seqüência (x; y; 10) é uma progressão aritmética e a seqüência (1/y; 2; 3y+4) é uma progressão geométrica. Nessas condições, é correto afirmar que
a) a razão da progressão geométrica é 8.
b) a razão da progressão aritmética é 4.
c) y = 2x
d) x + y = 0
e) x . y = -16

96. (Uel) A dízima periódica 0,303030... pode ser escrita na forma 0,30+0,0030+0,000030+... e sua fração geratriz pode ser determinada pela expressão
a) (3/100)/(1-1/10)
b) (3/100)/(1-1/100)
c) (3/10)/(1-1/100)
d) (3/10)/(1-1/10)
e) 3/(1-1/100)

97. (Unb) Conta uma lenda que o rei de certo país ficou tão impressionado ao conhecer o jogo de xadrez que quis recompensar seu inventor, dando-lhe qualquer coisa que ele pedisse. O inventor, então, disse ao rei: "Dê-me simplesmente 1 grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro, 2 grãos pela segunda casa, 4 grãos pela terceira, 8 grãos pela quarta e assim sucessivamente, até a 64.ª casa do tabuleiro". O rei considerou o pedido bastante simples e ordenou que fosse cumprido. Supondo que um grão de trigo tem massa igual a 0,05 g e que a produção mundial de trigo em 1997 foi de 560 milhões de toneladas, julgue os itens abaixo.

(1) O número de grãos de trigo devido ao inventor apenas pela 11.ª casa do tabuleiro é menor que 1.000.
(2) Até a 30.ª casa, seriam devidas ao inventor mais de 50 toneladas de grãos.
(3) A quantidade de trigo devida apenas pela 31.ª casa corresponde à quantidade recebida até a 30.ª casa acrescida de um grão.
(4) Seriam necessárias mais de 1.000 vezes a produção mundial de trigo de 1997 para recompensar o inventor.

98. (Puccamp) Uma progressão aritmética (P.A.) e uma progressão geométrica (P.G.), cujos termos são inteiros, têm o mesmo primeiro termo e a mesma razão. Se o quinto termo da P.A. é 11 e a diferença entre o segundo termo da P.G. e o segundo termo da P.A. é 1, então o quinto termo da P.G. é
a) 243
b) 162
c) 95
d) 48
e) 32

99. (Ufrs) Na seqüência de figuras, cada quadrado tem 1cm^2 de área.

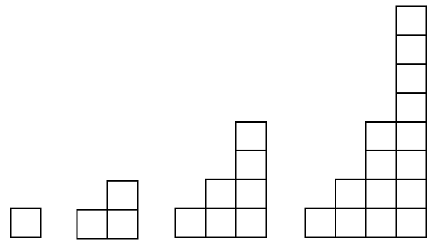
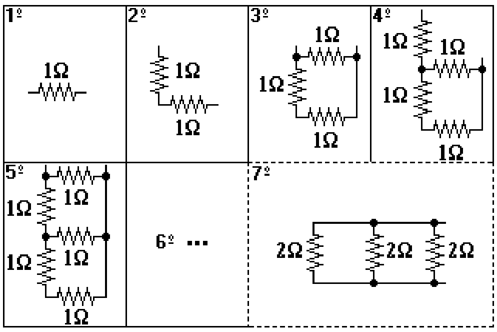


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

Supondo que as figuras continuem evoluindo no mesmo padrão aqui encontrado, a área da figura 20 terá valor
a) entre 0 e 1000
b) entre 1000 e 10.000
c) entre 10.000 e 50.000
d) entre 50.000 e 100.000
e) maior que 100.000

100. (Unb) Considere a seguinte seqüência de resistores de 1 Ω, em que se acrescenta em cada passo , alternadamente, um resistor em série e outro em paralelo com o conjunto de resistores do passo anterior.



Sabendo que, se dois resistores de SΩ e TΩ estão em série, a resistência equivalente é igual à soma (S+T)Ω e que, caso estejam em paralelo, a resistência equivalente, R, é dada por 1/R=(1/S)+(1/T), e considerando R(n) a resistência equivalente total obtida no n-ésimo passo da seqüência acima descrita, julgue os itens que se seguem.

(1) O 7° passo da seqüência dará origem a uma associação de resistores equivalente à mostrada acima.

(2) R(6) = (13/8) Ω

(3) Se $R(2j) = a_{2j}/b_{2j}$, em que j, a_{2j} e b_{2j} são números naturais, com j≥1, então $a_{2j+1}=a_{2j}$ e $a_{2j}=a_{2j-1}+b_{2j-1}$, para todo j≥1.

(4) Se a seqüência fosse constituída somente por resistores em série, iniciando com um resistor de 1Ω e, em cada passo, incluindo-se um resistor de resistência igual ao dobro do último resistor acrescentado, então a resistência total obtida no 100° passo seria igual a $(2^{100}-1)\Omega$.

101. (Fatec) Se o lado, a altura e a área de um triângulo equilátero formam, nessa ordem, uma progressão geométrica, então a medida do lado desse triângulo é um número
a) irracional.
b) racional.
c) inteiro.
d) real e maior que √ 3.
e) real e compreendido entre √ 2 e √ 3.

102. (Unirio) Um sociólogo que estuda, há anos, a população de uma favela do Rio de Janeiro, chegou à conclusão de que a população dobra anualmente, devido aos problemas sociais e de migração interna. Sabendo-se que, em 1997, essa população era de 520 habitantes, e que a condição geográfica do local só suporta um máximo de 10.000 habitantes, essa mesma população deverá ser removida, no máximo, no ano de:
a) 1999
b) 2000
c) 2001
d) 2002
e) 2003

103. (Ita) O conjunto de todos os números reais q>1, para os quais a_1, a_2 e a_3 formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão q e representam as medidas dos lados de um triângulo, é:

a)]1, (1+√ 5)/2[
b)]1, (1+√ 5)/2]
c)]1, (1+√ 5)/√ 5]
d)]1, (1+√ 5)/4[
e)]1, 1+√ 5[

104. (Uff) São dadas duas progressões: uma aritmética (P.A.) e outra geométrica (P.G.).
Sabe-se que:

- a razão da P.G. é 2;
- em ambas o primeiro termo é igual a 1;
- a soma dos termos da P.A. é igual à soma dos termos da P.G.;
- ambas têm 4 termos.

Pode-se afirmar que a razão da P.A. é:
a) 1/6
b) 5/6
c) 7/6
d) 9/6
e) 11/6

105. (Uff) Considere a seqüência $(x_1, x_2, ... , x_n)$ tal que $x_1=1/2$ e $x_{n+1}= 0,5\, x_n$.
Determine o valor de i de modo que $x_i=1/2^{10}$.

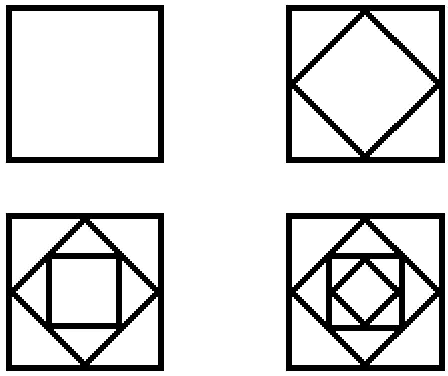
106. (Uff) Considere

$S=(x-1)^2+[(x-1)^2/2]+[(x-1)^2/4]+[(x-1)^2/8]+...$

Determine o(s) valor(es) de x que torna(m) S = 2.

107. (Ufrrj) Uma forte chuva começa a cair na UFRRJ formando uma goteira no teto de uma das salas de aula. Uma primeira gota cai e 30 segundos depois cai uma segunda gota. A chuva se intensifica de tal forma que uma terceira gota cai 15 segundos após a queda da segunda gota. Assim, o intervalo de tempo entre as quedas de duas gotas consecutivas reduz-se à metade na medida em que a chuva piora.
Se a situação assim se mantiver, em quanto tempo, aproximadamente, desde a queda da primeira gota, a goteira se transformará em um fio contínuo de água?

108. (Ufv) Na seqüência de quadrados representada nas figuras a seguir, cada novo quadrado tem seus vértices nos pontos médios do quadrado que o antecede.



Se o perímetro do primeiro quadrado é P e supondo que essa seqüência continue indefinidamente, calcule o perímetro:

a) do terceiro quadrado.

b) do n-ésimo quadrado.

109. (Uel) Os divisores positivos do número 3^{10} são 3^0, 3^1, 3^2 etc. A soma de todos esses divisores é

a) $(3^{11} - 1)/2$
b) $(3^{10} - 1)/2$
c) $(3^9 - 1)/2$
d) 3^{10}
e) $3^{10} - 1$

110. (Ufes) Para que a soma dos n primeiros termos da Progressão Geométrica 3,6,12,24,... seja um número compreendido entre 50.000 e 100.000, devemos tornar n igual a
a) 16
b) 15
c) 14
d) 13
e) 12

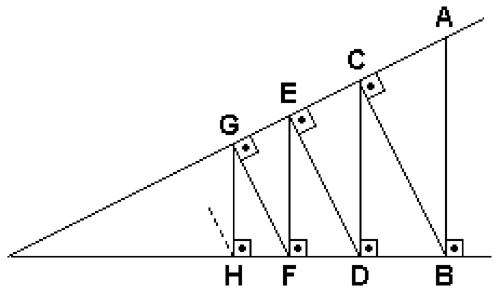
111. (Uece) Uma certa substância duplica seu volume a cada minuto. Às 9 horas uma pequena quantidade desta substância é colocada num recipiente e uma hora depois, isto é, às 10 horas, o recipiente estava completamente cheio. Nestas condições, a substância ocupava 1/4 da capacidade total do recipiente, às:
a) 9h15min
b) 9h 45min
c) 9h 58min
d) 9h 59min

112. (Ufsc) Sabendo que a seqüência (1-3x, x-2, 2x+1) é uma P.A. e que a seqüência (4y, 2y-1, y+1) é uma P.G., determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

01. A P.A. é crescente.
02. O valor de y é 1/8.
04. A soma dos termos da P.A. é zero.
08. -3/2 é a razão da P.G.
16. O valor de x é 2.

113. (Mackenzie) Seja a seqüência geométrica, de n termos positivos, que se obtém inserindo-se K meios geométricos entre 1/2 e 8. Se o produto de todos os termos é 32, então n vale:
a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

114. (Mackenzie) Na figura, $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ medem, respectivamente, 5 e 4. Então o valor mais próximo da medida de AB+BC+CD+ED+EF+... é:
a) 17
b) 19
c) 21
d) 23
e) 25



115. (Ufpr) A sentença "a função f transforma uma progressão em outra progressão" significa que, ao se aplicar a função aos termos de uma progressão $(a_1,a_2,a_3,...)$, resulta nova progressão $(f(a_1),f(a_2),f(a_3),...)$. Assim, é correto afirmar:

(01) A função f(x) = 2x + 5 transforma qualquer progressão aritmética de razão r em outra progressão aritmética, esta de razão 5.
(02) A função f(x) = 3x transforma qualquer progressão aritmética de razão r em outra progressão aritmética, esta de razão 3r.
(04) A função $f(x) = 2^x$ transforma qualquer progressão aritmética de razão r em uma progressão geométrica de razão 2 elevado à potência r.
(08) A função $f(x) = \log_3 x$ transforma qualquer progressão geométrica de termos positivos e razão 9 em uma progressão aritmética de razão 2.

Soma (   )

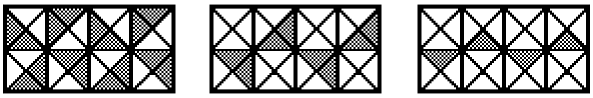
116. (Unesp) No dia 1Ž de dezembro, uma pessoa enviou pela internet uma mensagem para x pessoas. No dia 2, cada uma das x pessoas que recebeu a mensagem no dia 1Ž enviou a mesma para outras duas novas pessoas. No dia 3, cada pessoa que recebeu a mensagem no dia 2 também enviou a mesma para outras duas novas pessoas. E, assim, sucessivamente. Se, do dia 1Ž até o final do dia 6 de dezembro, 756 pessoas haviam recebido a mensagem, o valor de x é:
a) 12.
b) 24.
c) 52.
d) 63.
e) 126.

117. (Pucsp) Considere uma progressão geométrica crescente, cujo primeiro termo é diferente de zero, e uma progressão aritmética decrescente cujo primeiro termo é zero. Somando-se os termos correspondentes das duas progressões, obtém-se a seqüência $(2, 1, 2, a_4, a_5, ...)$. A diferença a_5-a_4 é igual a
a) 13
b) 15
c) 18
d) 20
e) 22

118. (Ufsm) Numa plantação de eucaliptos, as árvores são atacadas por uma praga, semana após semana. De acordo com observações feitas, uma árvore adoeceu na primeira semana; outras duas, na segunda semana; mais quatro, na terceira semana e, assim por diante, até que, na décima semana, praticamente toda a plantação ficou doente, exceto sete árvores. Pode-se afirmar que o número total de árvores dessa plantação é
a) menor que 824.
b) igual a 1030.
c) maior que 1502.
d) igual a 1024.
e) igual a 1320.

119. (Uff) A empresa ACME concedeu a seus funcionários mensalmente, durante dois meses, um reajuste fixo de x% ao mês. Se ao final desses dois meses o reajuste acumulado foi de 21%, o valor de x é:
a) 10
b) 10,5
c) 11
d) 11,5
e) 21

120. (Uff) Os retângulos R_1, R_2 e R_3, representados na figura, são congruentes e estão divididos em regiões de mesma área.



R1 R2 R3

Ao se calcular o quociente entre a área da região pintada e a área total de cada um dos retângulos R_1, R_2 e R_3, verifica-se que os valores obtidos formam uma progressão geométrica (P.G.) decrescente de três termos.
A razão dessa P.G. é:
a) 1/8
b) 1/4
c) 1/2
d) 2
e) 4

121. (Uff) Numa progressão geométrica (P.G.) decrescente o primeiro termo é um número real positivo e cada termo, a partir do terceiro, é igual à sexta parte da soma dos dois termos imediatamente anteriores.
Determine a razão dessa P.G.

122. (Fuvest) Uma progressão aritmética e uma progressão geométrica têm, ambas, o primeiro termo igual a 4, sendo que os seus terceiros termos são estritamente positivos e coincidem. Sabe-se ainda que o segundo termo da progressão aritmética excede o segundo termo da progressão geométrica em 2. Então, o terceiro termo das progressões é:
a) 10
b) 12
c) 14
d) 16
e) 18

123. (Ita) Um triângulo tem lados medindo 3, 4 e 5 centímetros. A partir dele, constrói-se uma seqüência de triângulos do seguinte modo: os pontos médios dos lados de um triângulo são os vértices do seguinte. Dentre as alternativas abaixo, o valor em centímetros quadrados que está mais próximo da soma das áreas dos 78 primeiros triângulos assim construídos, incluindo o triângulo inicial, é:
a) 8
b) 9
c) 10
d) 11
e) 12

124. (Ufpr) Sendo a, b e x números reais tais que $3^a=2^b$, $9^b=4^x$ e $a \neq 0$, é correto afirmar:

(01) $b = x \log_2 3$

(02) Se a = 2, então b < 3.

(04) a, b e x, nesta ordem, estão em progressão geométrica.

(08) $a + b = a \log_2 6$

(16) $3^{a + 2b} = 2^{b + 2x}$

Soma (   )

125. (Ufsc) Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S).

01. Existem 64 múltiplos de 7 entre 50 e 500.
02. O valor de x que satisfaz a equação (x+1)+(x+4)+(x+7)+...+(x+28)=155 é x=1.
04. O oitavo termo da P.G. ($\sqrt{2}$, 2, ...) é a_8=16.
08. A soma dos termos da P.G. (1/3, 2/9, 4/27,...) é igual a 1.

126. (Ufscar) Uma bola cai de uma altura de 30m e salta, cada vez que toca o chão, dois terços da altura da qual caiu. Seja h(n) a altura da bola no salto de número n. A expressão matemática para h(n) é:
a) $30.(2/3)^n$
b) $2/3.(30)^n$
c) 20.n
d) 2/3.n
e) $(2/3)^n$

127. (Ufc) Sejam P_n, P_{2n} e P_{3n} os produtos dos n, 2n e 3n primeiros termos, respectivamente, de uma progressão geométrica cujo primeiro termo a_1 e cuja razão q são números reais não nulos. Então, o quociente $P_{3n}/(P_n.P_{2n})$ depende:

a) apenas de n.
b) apenas de a_1 e n.
c) apenas de q e n.
d) de q, a_1 e n.
e) nem de q, nem de a_1, nem de n.

128. (Ufsc) Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

01. O 10º termo da seqüência, cujo termo geral é $a_n=4n+7$, é $a_{10}=33$.

02. Entre 20 e 1.200 existem 169 múltiplos de 7.

04. Se três números DISTINTOS formam uma progressão aritmética, então eles não formam uma progressão geométrica.

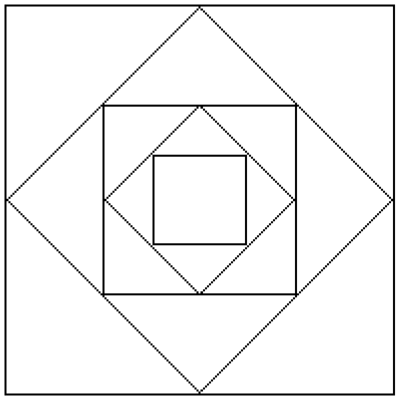
08. Uma seqüência de quadrados é construída a partir de um quadrado arbitrário dado, tomando-se para vértices de cada quadrado, a partir do segundo, os pontos médios dos lados do quadrado anterior. Então, as áreas desses quadrados formam uma progressão geométrica de razão q=1/2.

129. (Unifesp) Em uma seqüência de 8 números, a_1, a_2, ... , a_7, a_8, os 5 primeiros termos formam uma progressão aritmética (P.A.) de primeiro termo 1; os 3 últimos formam uma progressão geométrica (P.G.) de primeiro termo 2.
Sabendo que $a_5 = a_6$ e $a_4 = a_7$,

a) determine as razões da P.A. e da P.G.

b) escreva os 8 termos dessa seqüência.

130. (Ufrn) As áreas dos quadrados a seguir estão em progressão geométrica de razão 2.



Podemos afirmar que os lados dos quadrados estão em

a) progressão aritmética de razão 2.
b) progressão geométrica de razão 2.
c) progressão aritmética de razão $\sqrt{2}$.
d) progressão geométrica de razão $\sqrt{2}$.

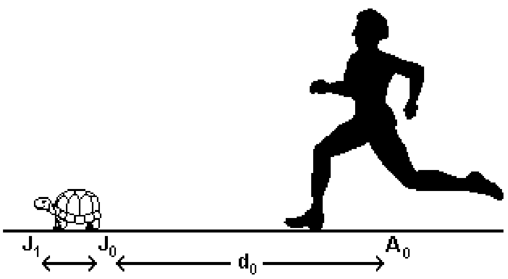
131. (Ita) Considere n pontos distintos A_1, A_2, ... A_n sobre uma circunferência de raio unitário, de forma que os comprimentos dos arcos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$ formam uma progressão geométrica de termo inicial π e razão 1/2. Para que valores de $n \in$ IN teremos o comprimento do arco A_nA_1 menor que 1/512 do comprimento da circunferência?
Obs.: Para todo arco A_iA_j, o comprimento considerado é o do arco que une o ponto A_i ao ponto A_j no sentido anti-horário.

132. (Fgv) Na equação

$$1 + \frac{1}{1 + x^2} + \frac{1}{(1 + x^2)^2} + \dots\dots\dots\dots = 2$$

o 1Ž membro é a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita. A soma das raízes da equação é:
a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

133. (Ufrj) Um dos paradoxos atribuídos ao filósofo grego Zenão (que viveu por volta de 450 a.C.) é o de Aquiles e a tartaruga. Zenão teria afirmado que, por mais rápido que fosse, Aquiles jamais alcançaria a tartaruga.
Para fixar as idéias, vamos dar uma formulação teórica e simplificada da questão. Admitiremos que Aquiles é representado por um ponto A e a tartaruga, por um ponto J, que se movem sobre a mesma reta e no mesmo sentido, com velocidades constantes, sendo a velocidade de Aquiles igual a dez vezes a da tartaruga
.



Suponha ainda que, no instante inicial, a distância entre Aquiles e a tartaruga seja d_0 e que Aquiles leve um tempo t_0 para percorrê-la. O argumento de Zenão é o seguinte: quando Aquiles chega ao ponto J_0 em que estava a tartaruga no instante inicial, esta já se moveu para um ponto J_1; quando Aquiles chega a J_1, a tartaruga já se moveu para um ponto J_2, e assim sucessivamente, de forma que Aquiles e a tartaruga jamais estarão no mesmo ponto simultaneamente.
Com base nos dados acima, é verdadeira esta última afirmação? Justifique rigorosamente sua resposta.

134. (Puc-rio) Um senhor tem a anos de idade, seu filho tem f anos de idade e seu neto, n. Sobre estes valores, podemos afirmar:
a) É impossível que a, f e n estejam em progressão aritmética.
b) É impossível que a, f e n estejam em progressão geométrica.
c) É impossível que a, f e n estejam simultaneamente em progressão aritmética e geométrica.
d) É possível que a, f e n estejam simultaneamente em progressão aritmética e geométrica.
e) É possível que a, f e n estejam em progressão aritmética, mas é impossível que estejam em progressão geométrica.

135. (Ufsm) Assinale verdadeira (V) ou falsa (F) em cada afirmativa.

(   ) No primeiro semestre do ano 2000, a população mensal de uma fábrica de sapatos cresceu em progressão geométrica. Em janeiro, a produção foi de 3000 pares e, em junho, foi de 96.000 pares. Então, pode-se afirmar que a produção do mês de março e abril foi de 12.000 e 18.000 pares, respectivamente.
(   ) A seqüência $(x^{n-4}, x^{n-2}, x^n, x^{n+2})$, $x \neq 0$, é uma progressão geométrica de razão x^2.
(   ) Uma progressão geométrica de razão q, com $0<q<1$ e $a_1>0$, é uma progressão geométrica crescente.

A seqüência correta é

a) V - F - F.

b) F - V - F.

c) F - V - V.

d) V - V - F.

e) V - F - V.

136. (Ufv) Seja $S(x) = x - x^3 + x^5 - x^7 + ... + (-1)^n x^{2n-1} + ...$ uma série geométrica. Se S(x)=6/13, então o valor de x é:

a) 3/2

b) 1/2

c) 1/3

d) 5/3

e) 2/3

137. (Pucpr) Em uma progressão geométrica infinitamente decrescente, cuja soma é igual a 9 e a soma dos quadrados de todos os seus termos é 40,5, o seu 4° termo vale:

a) 3/8

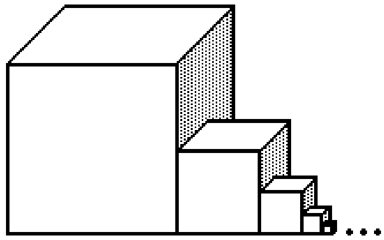
b) 1/27

c) 5/32

d) 2/9

e) 4/27

138. (Uel) Na figura abaixo, a aresta do cubo maior mede a, e os outros cubos foram construídos de modo que a medida da respectiva aresta seja a metade da aresta do cubo anterior. Imaginando que a construção continue indefinidamente, a soma dos volumes de todos os cubos será:



a) 0

b) $a^3/2$

c) $7a^3/8$

d) $8a^3/7$

e) $2a^3$

139. (Ufrn) Um fazendeiro dividiu $30km^2$ de suas terras entre seus 4 filhos, de idades distintas, de modo que as áreas dos terrenos recebidos pelos filhos estavam em progressão geométrica, de acordo com a idade, tendo recebido mais quem era mais velho. Ao filho mais novo coube um terreno com $2km^2$ de área.
O filho que tem idade imediatamente superior à do mais novo recebeu um terreno de área igual a:

a) 10 km^2

b) 8 km^2

c) 4 km^2

d) 6 km^2

140. (Ufscar) A condição para que três números a, b e c estejam, simultaneamente, em progressão aritmética e em progressão geométrica é que

a) $ac = b^2$.

b) $a + c = 2b$.

c) $a + c = b^2$.

d) $a = b = c$.

e) $ac = 2b$.

141. (Ufal) As afirmações seguintes referem-se a progressões geométricas e/ou aritméticas.

( ) Uma progressão geométrica é decrescente se sua razão é negativa.
( ) O vigésimo termo da seqüência (-8,-3,2,7,...) é 87.
( ) Uma seqüência pode ser, simultaneamente, progressão geométrica e progressão aritmética.
( ) Se a seqüência (√ 2, 2, x) é uma progressão geométrica, então x=√ 2.
( ) A soma dos termos da progressão aritmética (a, a_2, 12, a_4, ..., a_{97}, 116, a_{99}, a_{100}) é 6400.

142. (Ufc) Verifique se existe uma progressão geométrica na qual três dos seus termos são 17, 51 e 119.

143. (Puc-rio) Três números distintos podem estar simultaneamente em progressão aritmética e geométrica? Justifique a sua resposta.

144. (Ufal) Em uma cultura de bactérias, o número de microorganismos duplica a cada 20 minutos. Iniciando-se com uma população de 100 bactérias, o tempo t necessário para se alcançar uma população de 5.000 bactérias é tal que
a) 1h < t < 1h40min
b) 1h40min < t < 2h
c) 2h < t < 2h30min
d) 2h30min < t < 2h50min
e) 2h50min < t < 3h

145. (Ufal) Numa progressão aritmética crescente, cujo primeiro termo é 2, os termos a_1, a_4 e a_{10} estão em progressão geométrica. Determine a razão dessa progressão aritmética.

146. (Ufc) Seja $x=1+10+10^2+...+10^n\text{-}^1$ e $y=10^n+5$. Determine √ (xy+1).

147. (Uflavras) Sabendo-se que os números a_0, a, 75, a_3 e 1875 estão em progressão geométrica, o valor de a_3 é
a) 100
b) 1500
c) 225
d) 375
e) 1125

148. (Ufpel) Uma determinada planta aquática se reproduz intensamente. O número de indivíduos, em condições estáveis, é multiplicado por 3 a cada dia. Se, nas condições normais, iniciando com uma dessas plantas, são necessários 60 dias para preencher a superfície de um lago, iniciando com 3 das referidas plantas, a mesma superfície será preenchida no tempo de
a) 31 dias.
b) 20 dias.
c) 57 dias.
d) 59 dias.
e) 30 dias.

149. (Ufv) As medidas do lado, do perímetro e da área de um quadrado estão, nesta ordem, em progressão geométrica. A diagonal desse quadrado mede:
a) 16√ 2
b) 10√ 2
c) 12√ 2
d) 14√ 2
e) 18√ 2

150. (Ufrrj) Uma de nossas mais tradicionais festas juninas é realizada anualmente em Campina Grande, na Paraíba. Nesta festa dança-se a quadrilha, na qual os pares, para formarem o caracol, partem em fila puxados pelo líder, seguindo semicircunferência no sentido anti-horário.
A primeira semicircunferência é formada com 20m de raio, a segunda com raio igual a 2/3 da primeira a terceira com raio igual a 2/3 da segunda e assim sucessivamente.
Ao final, quantos metros serão percorridos pelo líder durante o movimento do caracol ?

151. (Mackenzie) Se numa progressão geométrica de termos positivos o terceiro termo é igual à metade da razão, o produto dos três primeiros termos é igual a:
a) 1/4
b) 4
c) 1/8c) 8
d) 1/16

152. (Mackenzie) O lado, a diagonal de uma face e o volume de um cubo são dados, nessa ordem, por três números em progressão geométrica. A área total desse cubo é:
a) 20
b) 48
c) 24
d) 18
e) 12

153. (Pucrs) A seqüência numérica (x_1, x_2, x_3, ..., x_{2n+1}), onde n é um número natural, é uma progressão geométrica de razão q=-1. A soma de seus termos é
a) -1
b) 0
c) 1
d) x_{2n}
e) x_{2n+1}

154. (Pucrs) Se o valor de um automóvel novo é P_0 e sofre uma desvalorização de 12% ao ano, o preço do veículo após x anos de uso é

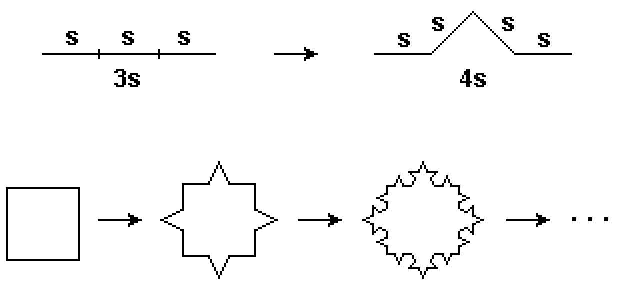
a) $P=P_0 + 12x$
b) $P=P_0 + (1,2)^x$
c) $P=P_0 (0,12)^x$
d) $P=P_0 + (0,88)^x$
e) $P=P_0 (0,88)^x$

155. (Ufrs) A tabela apresenta, em cada linha, o número de cabeças de um rebanho no final do ano dado.

ANO	CABEÇAS
1997	2000
1998	1600
1999	1280
...	...
...	...

Se o rebanho continuar decrescendo anualmente na progressão geométrica indicada pela tabela, no final de 2006 o número de cabeças do rebanho estará entre (Dado log 2=0,3010)
a) 10 e 80.
b) 80 e 100.
c) 100 e 400.
d) 400 e 800.
e) 800 e 1000.

156. (Uff) Certas imagens captadas por satélites espaciais, quando digitalizadas, são representadas por normas geométricas de aspecto irregular ou fragmentado, conhecidas por fractais. Podem-se obter tais fractais pela alteração da forma original e uma curva por meio de um processo em que os exultados de uma etapa são utilizados como ponto de partida para a etapa seguinte.
Considere o processo tal que, em todas as tapas, cada segmento de reta é transformado em uma poligonal cujo comprimento é quatro vezes a terça parte do segmento original, como ilustrado na figura a seguir:



Por esse processo, a partir de um quadrado com 1 metro de lado, obtém-se a seqüência de figuras anterior.

O perímetro, em metro, do quinto polígono dessa seqüência é:
a) $4^4/3^3$
b) $4^4/3^5$
c) $4^5/3^4$
d) $3^5/4^5$
e) $3^4/4^4$

157. (Uff) Os termos gerais de duas seqüências são dados, respectivamente, por:

$x_n = 1/2^n$ e $y_n = 1/\sqrt{x_n}$, $n \in$ IN*

Considere a seqüência de termo geral $a_n=[(x_n-x_{n+1}).y_n]/2$, $n \in$ IN* e calcule:

a) a razão da progressão geométrica $\{a_1, a_2, ..., a_n, ...\}$;

b) a soma infinita $S = a_1 + a_2 + ... + a_n + ...$

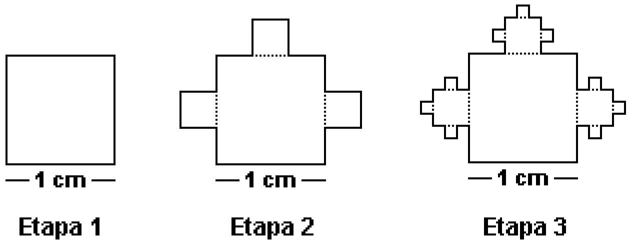
158. (Ufjf) Um aluno do curso de biologia estudou durante nove semanas o crescimento de uma determinada planta, a partir de sua germinação. Observou que, na primeira semana, a planta havia crescido 16 mm. Constatou ainda que, em cada uma das oito semanas seguintes, o crescimento foi sempre a metade do crescimento da semana anterior. Dentre os valores a seguir, o que MELHOR aproxima o tamanho dessa planta, ao final dessas nove semanas, em milímetros, é:
a) 48.
b) 36.
c) 32.
d) 30.
e) 24.

159. (Ufv) Se a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica (P. G.) é dada por $S_n=1-(1/2^n)$, onde $n\geq1$, então o nono termo desta P.G. é:
a) 2^{-8}
b) 2^{-10}
c) 2^{-9}
d) 2^8
e) 2^9

160. (Ufc) Considere a função real de variável real definida por $f(x)=2^{-x}$. Calcule o valor de

$$f(0) - f(1) + f(2) - f(3) + f(4) - f(5) + ...$$

161. (Ufrj) A região fractal F, construída a partir de um quadrado de lado 1 cm, é constituída por uma infinidade de quadrados e construída em uma infinidade de etapas. A cada nova etapa consideram-se os quadrados de menor lado (|) acrescentados na etapa anterior e acrescentam-se, para cada um destes, três novos quadrados de lado | /3. As três primeiras etapas de construção de F são apresentadas a seguir.



Calcule a área de F. Justifique.

162. (Unesp) Várias tábuas iguais estão em uma madeireira. A espessura de cada tábua é 0,5 cm. Forma-se uma pilha de tábuas colocando-se uma tábua na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já houveram sido colocadas anteriormente.

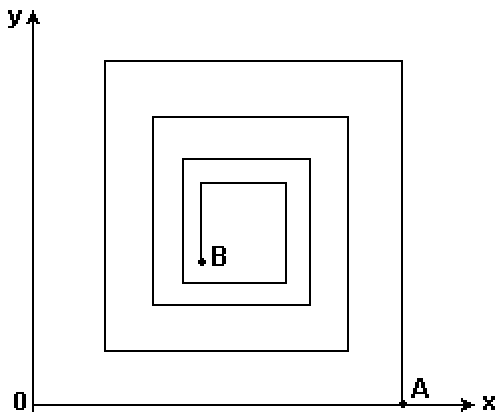
Determine, ao final de 9 dessas operações,
a) quantas tábuas terá a pilha.
b) a altura, em metros, da pilha.

163. (Ita) Considere a seguinte situação baseada num dos paradoxos de Zenão de Eléia, filósofo grego do século V A.C. Suponha que o atleta Aquiles e uma tartaruga apostam uma corrida em linha reta, correndo com velocidades constantes v(A) e v(T), com $0 < v(T) < v(A)$. Como a tartaruga é mais lenta, é-lhe dada uma vantagem inicial, de modo a começar a corrida no instante t = 0 a uma distância d□> 0 na frente de Aquiles. Calcule os tempos t_1, t_2, t_3,... que Aquiles precisa para percorrer as distâncias d_1, d_2, d_3,..., respectivamente, sendo que, para todo $n \geq 2$, d_n denota a distância entre a tartaruga e Aquiles no instante

$$\sum_{k=1}^{n-1} t_k$$

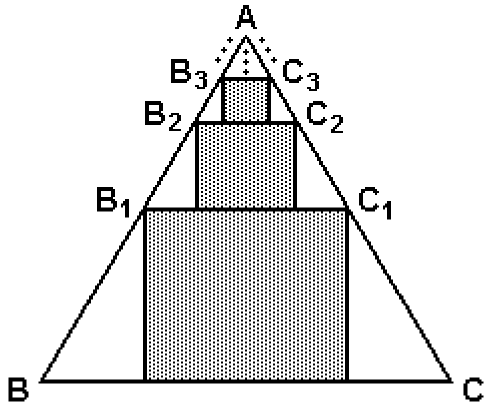
da corrida.
Verifique que os termos t(k), k = 1, 2, 3,..., formam uma progressão geométrica infinita, determine sua soma e dê o significado desta soma.

164. (Fuvest) No plano cartesiano, os comprimentos de segmentos consecutivos da poligonal, que começa na origem 0 e termina em B (ver figura), formam uma progressão geométrica de razão p, com $0 < p < 1$. Dois segmentos consecutivos são sempre perpendiculares. Então, se OA = 1, a abscissa x do ponto B = (x,y) vale:



a) $(1 - p^{12})/(1 - p^4)$
b) $(1 - p^{12})/(1 + p^2)$
c) $(1 - p^{16})/(1 - p^2)$
d) $(1 - p^{16})/(1 + p^2)$
e) $(1 - p^{20})/(1 - p^4)$

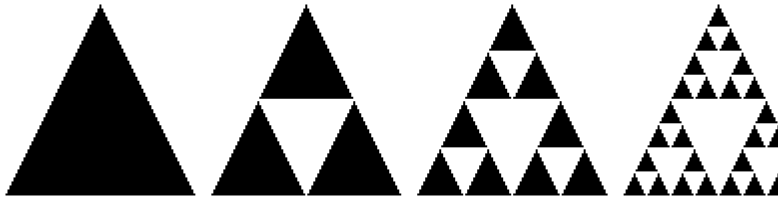
165. (Ufes) Na figura a seguir, o triângulo ABC é equilátero de lado igual a 1.



Considere o retângulo com dois vértices sobre a base BC e cujos outros dois vértices, B□e C□são os pontos médios dos lados AB e AC, respectivamente. No triângulo AB□C□, considere o retângulo com dois vértices sobre a base B□C□e cujos outros dois vértices, B_2 e C_2 são os pontos médios dos lados AB_1 e AC□, respectivamente. Continuando este processo indefinidamente, obtém-se uma seqüência de retângulos. A soma das áreas totais de todos os retângulos assim obtidos é igual a

a) √ 3/24
b) √ 3/12
c) √ 3/8
d) √ 3/6
e) √ 3/3

166. (Ufrn) A seqüência de figuras abaixo representa os cinco primeiros passos da construção do conjunto de Sierpinski. Os vértices dos triângulos brancos construídos são os pontos médios dos lados dos triângulos escuros da figura anterior. Denominamos a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5, respectivamente, as áreas das regiões escuras da primeira, segunda, terceira, quarta e quinta figuras da seqüência.



Podemos afirmar que a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5 estão, nessa ordem, em progressão geométrica de razão

a) 3/4
b) 1/2
c) 1/3
d) 1/4

167. (Ufjf) Os comprimentos das circunferências de uma seqüência de círculos concêntricos formam uma progressão geométrica de razão 3. As áreas desses círculos formam uma:

a) progressão geométrica de razão 9.
b) progressão aritmética de razão 1/3.
c) progressão geométrica de razão 1/3.
d) progressão aritmética de razão 9.
e) progressão geométrica de razão 1/9.

168. (Pucrs) O valor de x na equação x + (x/2) + (x/4) + (x/8) + ... = 10 é
a) 5
b) 10
c) 20
d) 1/2
e) 1/4

169. (Ufscar) Numa progressão geométrica, o primeiro termo é 5^x e a razão é 5. Se a soma dos quatro primeiros termos é 3900, pode-se afirmar que 5^{x}-^{2}/5, é igual a
a) 1/25
b) 1/5
c) 1
d) 5
e) 25.

170. (Uem) A soma dos 2Ž, 4Ž e 7Ž termos de uma P.G. é 111. A soma dos 3Ž, 5Ž e 8Ž termos é 222. Então, pode-se afirmar que
01) a razão é q = 1/2.
02) $a_3 = 6$ e $a_6 = 2^3 . 6$.
04) a_2 - a□ = 2.
08) o décimo primeiro termo é 1536.
16) a soma dos 7 primeiros termos é igual a 333 + a□ + a_6.
32) $(a_2 . a_4)/(a_1 . a_3) = (a_4 . a_6)/(a_3 . a_5)$.

171. (Ufmg) A população de uma colônia da bactéria E. coli dobra a cada 20 minutos.
Em um experimento, colocou-se, inicialmente, em um tubo de ensaio, uma amostra com 1.000 bactérias por mililitro. No final do experimento, obteve-se um total de $4{,}096 \times 10^6$ bactérias por mililitro.
Assim sendo, o tempo do experimento foi de
a) 3 horas e 40 minutos.
b) 3 horas.
c) 3 horas e 20 minutos.
d) 4 horas.

172. (Unirio) Há exatamente um ano, José iniciou uma criação de coelhos e, durante este período, o número de coelhos duplicou a cada 3 meses. Hoje, preocupado com a falta de espaço para os coelhos, José vai vender parte dessa criação, de modo que apenas a quantidade inicial fique com ele. Se N_0 denota a quantidade inicial de coelhos, então a quantidade a ser vendida é
a) 15 N_0
b) 13 N_0
c) 12 N_0
d) 8 N_0
e) 7 N_0

173. (Ufpe) Quantas soluções a equação

$$\text{sen}^2x + [(\text{sen}^4x)/2] + [(\text{sen}^6x)/4] + ... = 2,$$

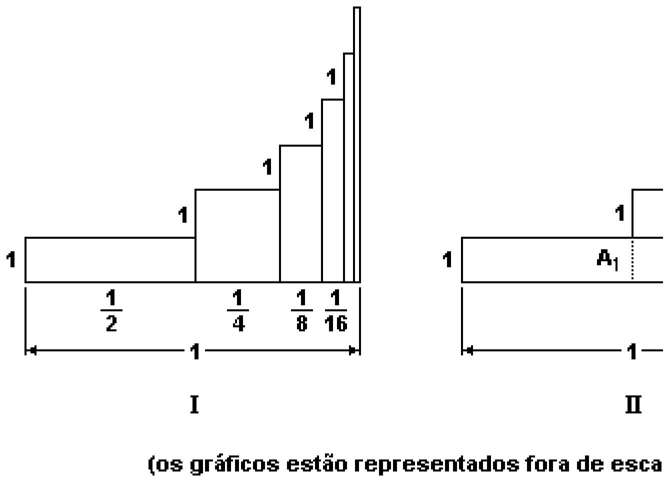
cujo lado esquerdo consiste da soma infinita dos termos de uma progressão geométrica, de primeiro termo sen^2x e razão $(\text{sen}^2x)/2$, admite, no intervalo $[0, 20\pi]$?

174. (Unicamp) Suponha que, em uma prova, um aluno gaste para resolver cada questão, a partir da segunda, o dobro de tempo gasto para resolver a questão anterior. Suponha ainda que, para resolver todas as questões, exceto a última, ele tenha gasto 63,5 minutos e para resolver todas as questões, exceto as duas últimas, ele tenha gasto 31,5 minutos.
Calcule:
a) O número total de questões da referida prova.
b) O tempo necessário para que aquele aluno resolva todas as questões da prova.

175. (Uerj) Considere a seguinte soma infinita:

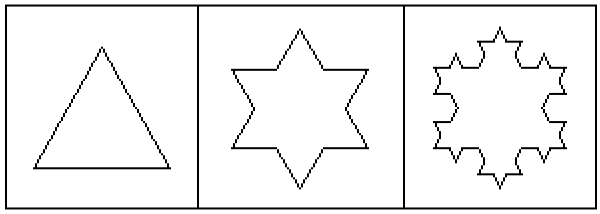
(1/2) + (2/4) + (3/8) + (4/16) + ...

No gráfico I, abaixo, cada parcela desta soma é representada pela área de um retângulo, e a soma infinita é determinada pela soma das áreas desses retângulos. No gráfico II, embora a configuração dos retângulos tenha sido alterada, as áreas se mantêm iguais.



Com base nessas informações, podemos afirmar que a soma infinita tem o seguinte valor:
a) 3/2
b) 2
c) 5/2
d) 4

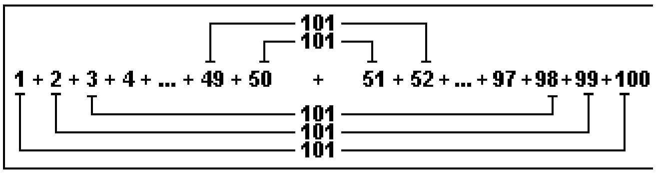
176. (Uerj) O fractal chamado floco de neve de Koch é obtido a partir de um triângulo eqüilátero, dividindo-se seus lados em 3 partes iguais e construindo-se, sobre a parte do meio de cada um dos lados, um novo triângulo eqüilátero.



Este processo de formação continua indefinidamente até a obtenção de um floco de neve de Koch.
Supondo que o lado do triângulo inicial meça 1 unidade de comprimento, a área do floco de neve de Koch formado será, em unidades quadradas, equivalente a:
a) (√ 3)/5
b) (√ 3)/4
c) 2(√ 3)/5
d) (√ 3)/2

177. (Ufes) O governo federal, ao efetuar a restituição de impostos, permite que os contribuintes consumam mais. O gasto de cada contribuinte torna-se receita para outros contribuintes, que, por sua vez, fazem novos gastos. Cada contribuinte poupa 10% de suas receitas, gastando todo o resto.
O valor global, em bilhões de reais, do consumo dos contribuintes a ser gerado por uma restituição de impostos de 40 bilhões de reais é
a) 36
b) 40
c) 180
d) 360
e) 450

178. (Ufrn) Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855) é considerado um dos maiores matemáticos de todos os tempos. Aos 10 anos de idade, ele apresentou uma solução genial para somar os números inteiros de 1 a 100. A solução apresentada por Gauss foi 5050, obtida multiplicando-se 101 por 50, como sugere a figura abaixo.



Usando a idéia de Gauss como inspiração, responda quanto vale o produto

$$1 \times 2 \times 4 \times 8 \times 16 \times 32 \times 64 \times 128$$

a) 4^{129}
b) 4^{128}
c) 129^{4}
d) 128^{4}

179. (Ufrrj) A seqüência (x, 6, y, z, 162) é uma Progressão Geométrica. É correto afirmar que o produto de x por z vale
a) 36.
b) 72.
c) 108.
d) 144.
e) 180.

180. (Fuvest) Uma seqüência de números reais a_1, a_2, a_3, ... satisfaz à lei de formação

$a_{n+1} = 6a_n$, se n é ímpar
$a_{n+1} = (1/3)\ a_n$, se n é par.

Sabendo-se que a□ = $\sqrt{2}$,
a) escreva os oito primeiros termos da seqüência.
b) determine a_{37} e a_{38}.

181. (Uerj) Numa reserva florestal foram computados 3.645 coelhos. Uma determinada infecção alastra-se de modo que, ao final do primeiro dia, há cinco coelhos infectados e, a cada cinco dias, o número total de coelhos infectados triplica.
a) Determine a quantidade de coelhos infectados ao final do 21° dia.
b) Calcule o número mínimo de dias necessário para que toda a população de coelhos esteja infectada.

182. (Uerj) Em uma cidade, a população que vive nos subúrbios é dez vezes a que vive nas favelas. A primeira, porém, cresce 2% ao ano, enquanto a segunda cresce 15% ao ano.
Admita que essas taxas de crescimento permaneçam constantes nos próximos anos.
a) Se a população que vive nas favelas e nos subúrbios hoje é igual a 12,1 milhões de habitantes, calcule o número de habitantes das favelas daqui a um ano.
b) Essas duas populações serão iguais após um determinado tempo t, medido em anos.
Se t = 1/logx, determine o valor de x.

183. (Ufpe) Em 2002, um banco teve lucro de um bilhão de reais e, em 2003, teve lucro de um bilhão e duzentos milhões de reais. Admitindo o mesmo crescimento anual para os anos futuros, em quantos anos, contados a partir de 2002, o lucro do banco ultrapassará, pela primeira vez, um trilhão de reais? (Obs.: use as aproximações $ln\ (1000) \approx 6,907$, $ln\ (1,2) \approx 0,182$.)

184. (Ufrj) O número de bactérias em uma certa cultura dobra a cada hora. A partir da amostra inicial, são necessárias 24 horas para que o número de bactérias atinja uma certa quantidade Q.
Calcule quantas horas são necessárias para que a quantidade de bactérias nessa cultura atinja a metade de Q.

185. (Pucsp) A soma dos n primeiros termos da seqüência $(6,36,216,...,6^n,...)$ é 55.986. Nessas condições, considerando log2=0,30 e log3=0,48, o valor de log n é
a) 0,78
b) 1,08
c) 1,26
d) 1,56
e) 1,68

186. (Ufrs) Se log a = 1,7, log b = 2,2 e log c = 2,7, então a, b, c, nesta ordem, formam uma
a) progressão geométrica de razão 10.
b) progressão geométrica de razão $\sqrt{10}$.
c) progressão geométrica de razão 0,5.
d) progressão aritmética de razão 0,5.
e) progressão aritmética de razão $\sqrt{10}$.

187. (Puc-rio) Suponha uma inflação mensal de 4% durante um ano. De quanto será a inflação acumulada neste ano? (Pode deixar indicado o resultado)

188. (Uel) Uma quantia de dinheiro Q, aplicada a juros compostos à taxa de i% ao mês, cresce mês a mês em progressão geométrica, sendo a□=Q no início do primeiro mês, $a_2=Q(100+i)/100$ no início do segundo mês e assim por diante.
Nessas condições, aplicando-se R$1000,00 a juros compostos, à taxa de 5% ao mês, tem-se no início do terceiro mês o total de
a) R$ 2250,00
b) R$ 1150,25
c) R$ 1105,00
d) R$ 1102,50
e) R$ 1100,00

189. (Puccamp) Considere a seqüência cujo termo geral é dado por $a_n=2^{3-n}+i.2^{4-n}$, $n \in$ IN*. Se i é a unidade imaginária, o módulo da soma dos infinitos termos dessa seqüência é
a) $\sqrt{5}$
b) $2\sqrt{5}$
c) $4\sqrt{5}$
d) $6\sqrt{5}$
e) $8\sqrt{5}$

190. (Unesp) Considere os números complexos w = 2i e z = (1 + i).
Determine:
a) z^2 e $(w^2. Z + w)$, onde Z indica o conjugado de z.
b) |z| e |w|. Mostre que a seqüência (1, |z|, |w|, |zw|, $|w^2|$) é uma progressão geométrica, determinando todos os seus termos e a sua razão.

191. (Ufrj) z é um número complexo tal que $z^7 = 1$, $z \neq 1$.
Calcule: $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6$.

192. (Unicamp) Um número complexo z = x + iy, $z \neq 0$, pode ser escrito na forma trigonométrica: z = I z I (cos θ + isen θ), onde I z I = $\sqrt{(x^2 + y^2)}$, cos θ= x/I z I e sen θ = y/I z I. Essa forma de representar os números complexos não-nulos é muito conveniente, especialmente para o cálculo de potências inteiras de números complexos, em virtude da fórmula de De Moivre:

[I z I (cos θ + isen θ)] = I z I (cos tθ + isen tθ)

que é válida para todo $t \in$ Z . Use essas informações para:
a) Calcular $(\sqrt{3} + i)^{12}$
b) Sendo $z = [(\sqrt{2})/2] + i [(\sqrt{2})/2]$, calcular o valor de $1 + z + z^2 + z^2 + ... + z^{15}$.

193. (Ita) Sejam a_1, a_2, a_3 e a_4 números reais formando, nesta ordem, uma progressão geométrica crescente com $a_1 \neq 0$. Sejam x_1, x_2 e x_3 as raízes da equação $a_1x^3+a_2x^2+a_3x+a_4=0$. Se $x_1=2i$, então
a) $x_1 + x_2 + x_3 = -2$
b) $x_1 + x_2 + x_3 = 1$
c) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$
d) $x_1 . x_2 . x_3 = 8$
e) $x_1 . x_2 + x_1 . x_3 + x_2 . x_3 = 5$

194. (Ita) Considere as matrizes reais mostradas na figura adiante

$$M = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad e \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

em que $a \neq 0$ e a, b e c formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão $q>0$. Sejam λ_1, λ_2 e λ_3 as raízes da equação $\det(M-\lambda I)=0$. Se

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = a \quad e \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 7a,$$

então $a^2 + b^2 + c^2$ é igual a

a) 21/8.

b) 91/9.

c) 36/9.

d) 21/16.

e) 91/36.

GABARITO

1. [B]

2. [E]

3. 01 + 02 + 04 + 08 = 15

4. 28

5. a) 440

b) 10

6. 02 + 04 + 08 = 14

7. V V V V

8. [E]

9. [E]

10. [D]

11. 35

12. (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

13. [E]

14. 01 + 04 + 08 = 13

15. [B]

16. [D]

17. 9

18. $S = 1 - \alpha + \alpha^2 - \alpha^3 + ... + (-\alpha)^n$, $\alpha^n = 1$, $\alpha \neq -1$ e $n \in$ IN

S é a soma dos (n + 1) primeiros termos de uma progressão geométrica de 1Ž termo a□ = 1 e razão g = $-\alpha$. Assim:

S = a□ $(1 - q^{n+1}) / (1 - q)$ =
$= 1 [1 - (-\alpha)^{n+1}] / [1 - (-\alpha)] =$
$= [1 - (-\alpha) . (-\alpha)^n] / (1 + \alpha) =$
$= [1 + \alpha (-\alpha)^n] / (1 + \alpha)$

Se n é par, temos $(-\alpha)^n = \alpha^n = 1$ e assim:
S = 1
Se n é ímpar, temos $(-\alpha)^n = -\alpha^n = -1$ e assim:
$S = (1 - \alpha) / (1 + \alpha)$

19. [C]

20. [A]

21. [D]

22. a) a, b, e c formam uma PG de razão q, daí temos:
$a<aq+aq^2 \Leftrightarrow aq^2+aq>0$. Como $a \in IR^*_+$ conclui-se que: $q^2+q-1>0$.

b) $q^2+q-1>0$ e $q>0 \Leftrightarrow (-1+\sqrt{5})/2$

23. [B]

24. [A]

25. [B]

26. [E]

27. Não. Ao escolher 4 números inteiros positivos e consecutivos, teremos sempre 2 pares e 2 ímpares, logo os possíveis produtos são:

(I) (nŽ par) x (nŽpar) ≠ (nŽ ímpar) x (nŽ ímpar)
O 1Ž membro tem resultado par e o 2Ž membro tem resultado ímpar.

(II) (nŽ par) x (nŽ ímpar) ≠ (nŽ par) x (nŽ ímpar)
Os fatores que compõem o 1Ž membro são diferentes dos fatores que compõem o 2Ž membro.

28. Observe a figura a seguir:

$$\pi 1^2 . 1 \ ; \ \pi \frac{4}{9} \ ; \ \pi \frac{16}{81}$$

$$S = \frac{\pi}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\pi}{\frac{5}{9}} = \frac{9\pi}{5}$$

$$\text{Resposta: } V = \frac{9\pi}{5}$$

29. Observe a figura a seguir:

$$10 = 1{,}25^t$$
$$10 = \left(\frac{5}{4}\right)^t$$
$$\log_{\frac{5}{4}} 10 = t$$

$$\frac{\log 10}{\log \frac{5}{4}} = \frac{1}{\log 10 - \log 8} =$$
$$= \frac{1}{1 - 3 . 0{,}0301} = \frac{1}{0{,}097}$$

Resposta: 11 meses

30. [D]

31. 6

32. [B]

33. [E]

34. 08

35. [E]

36. [B]

37. [E]

38. [B]

39. [B]

40. [C]

41. [B] e [E]

42. 16

43. 54

44. [C]

45. q = 1/2

46. [B]

47. [B]

48. a) $(1{,}2)^n$. A e $(1{,}2)^{n-1}$. (0,2).A
b) Daqui a 6 anos aproximadamente.

49. [A]

50. [D]

51. $a_5 = 12$

52. 4

53. [E]

54. [B]

55. [D]

56. [A]

57. [B]

58. [D]

59. [D]

60. [E]

61. [D]

62. [D]

63. [D]

64. [E]

65. [E]

66. a) Depois de n anos a área infestada é 8 . $(1,5)^n$.
b) Em 7 anos a vegetação tomará conta de toda a represa.

67. a) As medidas das diagonais A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, ..., formam uma P.G. de razão 1/2 com primeiro termo A_1A_2 = 1 dm.

Em figuras planas semelhantes, a razão entre as áreas é igual ao quadrado da razão de semelhança.

A razão de semelhança entre dois quadrados é igual à razão entre as medidas de suas diagonais.

Sendo S_1, S_2, S_3, ..., as áreas em dm^2, dos quadrados das diagonais A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, ..., respectivamente, tem-se:

$S_2/S_1 = S_3/S_2 = S_4/S_3 = ... = (1/2)^2 = 1/4$

Portanto: S_1, S_2, S_3, ... formam, nesta ordem uma P.G. de razão 1/4.

b) $(\sqrt{2})/16$ dm

68. [B]

69. [B]

70. [D]

71. [D]

72. [A]

73. a) $q = (1+\sqrt{5})/2$ ou $q = (1 - \sqrt{5})/2$
b) $- 1 - \sqrt{5}$

74. [C]

75. [A]

76. [D]

77. [D]

78. [C]

79. [D]

80. [E]

81. [C]

82. [E]

83. [B]

84. [A]

85. [C]

86. [B]

87. [C]

88. [A]

89. [C]

90. a) b□ = q^4
b) Sim, n = 5
c) 2n - x = 5

91. q = 10 ou q = -10

92. [A]

93. [C]

94. [B]

95. [A]

96. [C]

97. F V V V

98. [D]

99. [E]

100. F V V V

101. [A]

102. [C]

103. [A]

104. [E]

105. i = 10

106. x = 2 ou x = 0

107. Aproximadamente 1 minuto

108. a) $a_3 = P/2$

b) $a_n = P/\sqrt{(2^{n-1})}$

109. [A]

110. [B]

111. [C]

112. 01 + 02 + 04 + 08 + 16 = 31

113. [A]

114. [E]

115. 02 + 04 + 08 = 14

116. [A]

117. [A]

118. [B]

119. [A]

120. [C]

121. A razão é 1/2.

122. [D]

123. [A]

124. 04 + 08 + 16 = 28

125. 01 + 02 + 04 + 08 = 15

126. [A]

127. [C]

128. 02 + 04 + 08 = 14

129. a) P.A. = 1/4
P.G. = 7/8

b) (1; 5/4; 3/2; 7/4; 2; 2; 7/4; 49/32)

130. [D]

131. $n \in \mathbb{N} \mid n > 10$

132. [A]

133. Aquiles alcança a tartaruga. Utilizando os dados do problema e considerando como origem a posição inicial de Aquiles, teremos a posição de Aquiles dada pela função:
$a(t) = vt$

A posição da tartaruga será dada por:
$j(t) = d_0 + vt/10$, Aquiles alcança a tartaruga no instante t em que $a(t)=j(t)$, que é dado por
$vt = d_0 + (vt/10)$, ou seja, $t=10d_0/9v$.

Como $v = d_0/t_0$, temos $t = (10/9)\ t_0$.
Na realidade, o "paradoxo" de Zenão está baseado na suposição de que a soma de uma infinidade de parcelas não pode ser um número finito.

No nosso caso, o tempo para que Aquiles alcance a tartaruga foi decomposto por Zenão em uma infinidade de intervalos:

t_0, para ir de A_0 a J_0
t_1, para ir de J_0 a J_1
...
...
...
t_n, para ir de J_{n-1} a J_n
...
...

Como a velocidade de Aquiles é 10 vezes a da tartaruga, temos que $t_1=t_0/10$, $t_2=t_1/10$, ..., $t_n=t_{n-1}/10$.

Assim:
$t_0+t_1+t_2+...+t_n = t_0(1+1/10+1/10^2+...+1/10^{n-1}) =$
$[(1 - 1/10^n)/(1 - 1/10)].t_0 = (10/9).(1 - 1/10^n).t_0$.

Ora, o limite da soma acima, quando n tende a infinito, é precisamente $(10/9)t_0$ (que é o valor obtido acima para o tempo que Aquiles leva para alcançar a tartaruga).

Podemos então reduzir o "paradoxo" a duas abordagens:

1Ž Calculamos diretamente o tempo que Aquiles leva para alcançar a tartaruga e obtivemos $t=(10/9)t_0$;

2Ž Decompusemos t como uma soma de infinitas parcelas. Note que a soma de infinitas parcelas não está definida no sentido aritmético.
Se, como implicitamente faz Zenão, postularmos que a soma de infinitas parcelas, todas positivas, é sempre infinita, teremos de fato um paradoxo. Se, como fazemos hoje, tal soma for definida como sendo o limite (caso exista) das somas parciais (que no caso é precisamente $(10/9)t_0$), as duas abordagens conduzirão ao mesmo resultado e não haverá paradoxo algum.

134. [C]

135. [B]

136. [E]

137. [D]

138. [D]

139. [C]

140. [D]

141. F V V F V

142. Suponha que existisse uma progressão geométrica (PG) nessas condições.
Como o temo geral da PG é da forma $a_n=a_1.q^{n-1}$ (onde a_1 é o primeiro termo e q é a razão) o quociente de dois termos é uma potência da razão.
Logo

$(51/17) = 3 = q^a$ e $(119/17) = 7 = q^b$

Onde a e b são inteiros não nulos.
Portanto $3^b = q^{ab} = 7^a$ e a igualdade $3^b = 7^a$ não se verifica quaisquer que sejam a e b inteiros não nulos.

143. Sejam a, a+b e a+2b três números em progressão aritmética. Para eles estarem também em progressão geométrica, precisamos ter
$a(a+2b)=(a+b)^2$
ou seja, $a^2+2ab=a^2+2ab+b^2$,
isto é, $b^2=0$, ou seja, b=0.
Se os números a, a+b e a+2b são distintos então $b\neq 0$, e eles não podem estar em progressão geométrica.

144. [B]

145. r = 2/3

146. $\sqrt{(xy + 1)} = (10^n + 2)/3$

147. [D]

148. [D]

149. [A]

150. 60π m

151. [C]

152. [E]

153. [E]

154. [E]

155. [C]

156. [C]

157. a) $(\sqrt{2})/2$

b) $(1 + \sqrt{2})/4$

158. [C]

159. [C]

160. 2/3

161. A área pedida, em cm^2, é $S = 1 + 3(1/3)^2 + 9(1/9)^2 + 27(1/27)^2 + ... = 1 + 1/3 + 1/9 + 1/27 + ... = 3/2\ cm^2$.
R.: $S = 3/2\ cm^2$

162. a) 256 tábuas
b) 1,28m

163. É uma P.G. infinita de primeiro termo d/v(A), razão v(A)/v(B) e soma d/(v(A) - v(B)), tempo necessário para Aquiles alcançar a tartaruga.

164. [D]

165. [D]

166. [A]

167. [A]

168. [A]

169. [B]

170. itens corretos: 02, 08 e 32
itens incorretos: 01, 04 e 16

171. [D]

172. [A]

173. 20

174. a) 8 questões
b) 127, 5 minutos

175. [B]

176. [C]

177. [D]

178. [D]

179. [C]

180. a) $\sqrt{2}$, $6\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, $12\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $24\sqrt{2}$, $8\sqrt{2}$ e $48\sqrt{2}$.

b) $a_{37} = 2^{18} . \sqrt{2}$ e $a_{38} = 2^{19} . 3\sqrt{2}$

181. a) 405 coelhos

b) 31 dias

182. a) 1.265.000 habitantes

b) x = 115/102 1 ≈ 1,127

183. 38 anos

184. De acordo com o enunciado, a população de bactérias cresce segundo uma PG. Chamando de Q_0 a população inicial (a) e sabendo que a razão desta PG é 2, o fenômeno pode ser descrito pelo seguinte modelo matemático:

$$P(n) = Q_0 . 2^n,$$

onde P(n) representa a quantidade de bactérias no instante n (em horas).
De acordo com os dados, temos:

$$P(24) = Q_0 . 2^{24} \Leftrightarrow Q = Q_0 . 2^{24}.$$

Queremos calcular o instante em que P(n) = Q/2.
Desse modo,

$$Q/2 = Q_0 . 2^n \Leftrightarrow Q_0 . 2^{24}/2 = Q_0 . 2^n$$

$$2^{23} = 2^n \longrightarrow n = 23 \text{ horas.}$$

185. [A]
186. [B]
187. $100 . [(1,04)^{12} - 1]$ por cento.
188. [D]
189. [E]
190. a) $z^2 = 2i$; w^2. Z + w = -4 + 6i
b) $|z| = \sqrt{2}$ e $|w| = 2$. A seqüência $(1; \sqrt{2}; 2; 2\sqrt{2}; 4)$ é uma PG de razão $q = \sqrt{2}$.
191. zero
192. a) 4096
b) 0
193. [A]
194. [A]