

# 2. ARITMÉTICA

## DIVISÍVEL POR

Um número é **divisível por** outro quando a divisão de um por outro é **exata** ( $a$  é divisível por  $b$  se, e somente se,  $a/b$  é exata).

- **80** é divisível por 10 pois  $80 \div 10 = 8$  (exata).
- **80** é múltiplo de 10, pois  $80 = 10 \cdot 8$ .

## 2.1 Múltiplos e Divisores

<http://ttb.me/EXTMúltiplosDivisores>

### 2.1.1 Múltiplos

Um **múltiplo** de um número é qualquer produto desse número por um inteiro. ( $a$  é múltiplo de  $b$  se  $a = b \cdot k$ , com  $k$  inteiro).

- **Exemplos** de múltiplos de 5:
  - $5 \cdot 17, 5 \cdot 31, 5 \cdot 2, 5 \cdot (-10), 5 \cdot 1, 5 \cdot 0, \dots$

Todo número é múltiplo de si mesmo.

**0** é múltiplo de todo mundo.

- **Todos** os múltiplos de 5:
  - $\{\dots, 5 \cdot (-2), 5 \cdot (-1), 5 \cdot 0, 5 \cdot 1, 5 \cdot 2, 5 \cdot 3, \dots\}$
  - $\{\dots, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \dots\}$
- Múltiplos **positivos** de 5:
  - $\{5 \cdot 1, 5 \cdot 2, 5 \cdot 3, 5 \cdot 4, 5 \cdot 5, \dots\}$
  - $\{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$

O conjunto dos múltiplos de um número possui **infinitos elementos**.

Dizemos que  $p$  é múltiplo de  $n$  quando  $p = n \cdot k$ , onde  $k$  é um inteiro.

- $6 = 2 \cdot 3$  ..... **6** é múltiplo de 2;
- $-45 = 9 \cdot (-5)$  ..... **-45** é múltiplo de 9;
- $4,8 = 2,4 \cdot 2$  ..... **4,8** é múltiplo de 2,4;
- $3,5 = -0,7 \cdot (-5)$  ..... **3,5** é múltiplo de -0,7;
- $4 = 1 \cdot 4 =$  ..... **4** é múltiplo de 1;

Todos números inteiros são **múltiplos de 1**.

Todo número "**múltiplo de  $x$** " é, também, "**divisível por  $x$** ".

- Todo número é divisível por si mesmo (exceto zero);
- **0** é divisível por todo mundo;
- Todos números são divisíveis por **1**.

### EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- (a) O número 2268 é múltiplo de 7?
- (b) O número 236 é múltiplo de 11?
- (c) O número 324 é múltiplo de 9 e de 5 ao mesmo tempo?
- (d) O número 594 é múltiplo comum de -11 e de 6?

### NÚMEROS PARES E ÍMPARES

- **Número PAR**:
  - Todo inteiro que é múltiplo de 2.
  - **Pares** =  $\{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$
- **Número ÍMPAR**:
  - Todo inteiro que **não é** múltiplo de 2.
  - **Ímpares** =  $\{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$

### SOMA/SUBTRAÇÃO DE MÚLTIPLOS

**Somar** ou **subtrair** 2 múltiplos de um número resulta em um novo múltiplo desse mesmo número.

- **27** e **18** são múltiplos de 3, portanto:
  - $27 + 18 = 45$  também será múltiplo de 3.
  - $27 - 18 = 9$  também será múltiplo de 3.
- **54** e **66** são múltiplos de 6, portanto:
  - $54 + 66 = 120$  também será múltiplo de 6.
  - $54 - 66 = -12$  também será múltiplo de 6.



## 2.1.2 Divisores

Um número inteiro é **divisor de** outro quando a divisão do outro pelo um é **exata** ( $a$  é divisor de  $b$  se, e somente se,  $b/a$  é exata).

- 5 é divisor de 10 pois  $10 \div 5$  tem resto 0.
- 8 é divisor de 104 pois  $104 \div 8$  é exata.
- 9 não é divisor de 85 pois  $85 \div 9$  não é exata.
- 1 é divisor de 42 pois  $42 \div 1$  é exata.

1 é **divisor** de todo mundo.

- 12 é divisor de 36, pois  $36 \div 12 = 3$ .
- 36 é múltiplo de 12, pois  $36 = 12 \cdot 3$ .

Se  $a$  é divisor de  $b$ , então  $b$  é múltiplo de  $a$ .

- 18 não é divisor de 9 pois  $9 \div 18$  não é exata.

Um número **NUNCA** é divisor de outro **menor** do que ele (a não ser de ZERO).

Todo número é divisor de **ZERO** (menos ele mesmo).

Para achar todos os divisores de um número inteiro, vamos tentando um por um:

**Divisores pos.** de 20 = {1, 2, 4, 5, 10, 20}

**Divisores pos.** de 30 = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}

O conjunto dos divisores de um número é **finito**.

### RESUMÃO ( $X \neq 0$ E $Y \neq 0$ )

- $X$  é múltiplo de  $Y$  .....  $X = Y \cdot k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .
- $X$  é divisível por  $Y$  .....  $X/Y$  é exata.
- $Y$  é divisor de  $X$
- $Y$  divide  $X$

## EXERCÍCIOS

(a) O número 8 é divisor de 64?

(b) O número 10 é divisível por 100?

(c) Quantos números pares existem entre 0 e 100 que são divisíveis por 25?

(d) (ENEM 2014.3 Q. 163 Mod.) Em uma plantação de eucaliptos, um fazendeiro aplicará um fertilizante a cada 36 dias e um inseticida para combater as formigas a cada 24 dias. Ele iniciou aplicando os dois produtos em um mesmo dia.

De acordo com essas informações, depois de quantos dias, após a primeira aplicação, os dois produtos serão aplicados novamente no mesmo dia?

(e) <http://ttb.me/ENEM2012PPL146>



## 2.2 Critérios de Divisibilidade

<http://ttb.me/EXTCritériosDeDivisibilidade>

Um número é **divisível por** outro quando a divisão de um por outro é **exata**.

Se **a** é divisor de **b**, então **b** é divisível por **a**.

### DIVISIBILIDADE POR 2

Um **número inteiro** será divisível por **2** quando seu algarismo das unidades for par.

- ( ) 1 725 832                      ( ) 7 563  
( ) -958                              ( ) -49 560

- O número  $1,3987 \times 10^4$  é um número par?

### DIVISIBILIDADE POR 3

Um **número inteiro** será divisível por **3** quando a soma de seus algarismos resultar um número divisível por 3.

- ( ) 372                                ( ) 333 133  
( ) 5 445                              ( ) -396 039

- Qual o valor do algarismo que falta no número **916\_25**, para que ele seja múltiplo de 3 e o maior possível.

### DIVISIBILIDADE POR 4

Um **número inteiro** será divisível por **4** quando seus 2 algarismos mais a direita, juntos, formarem um número divisível por 4.

- ( ) 1 725 832                      ( ) 2 300  
( ) 6 565                              ( ) 465 610

- Qual o valor do algarismo que falta no número **357\_2** para que ele seja divisível por 4 e por 3 ao mesmo tempo?

### DIVISIBILIDADE POR 5

Um **número inteiro** será divisível por **5** quando seu último algarismo for 0 ou 5.

- ( ) 12 560                            ( ) 65 895  
( ) 195 000 001                    ( ) 55 555 554

- Para que a soma  $346 + 23_$  resulte em um número par e múltiplo de 5 ao mesmo tempo, qual o valor do algarismo que falta?

### DIVISIBILIDADE POR 6

Um **número inteiro** será divisível por **6** quando for divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.

- ( ) 1 542                                ( ) 379 668  
( ) 918 923 267                    ( ) 360 930

- Para a soma  $786 + 65_$  resulte um múltiplo de 6, qual o algarismo que falta?

### DIVISIBILIDADE POR 7

Um **número inteiro** será divisível por **7** quando o número formado pela retirada do algarismo das unidades menos o dobro do algarismo das unidades resultar um divisível por 7.

- ( ) 2 492                                ( ) 95 209  
( ) 460                                    ( ) 105

### DIVISIBILIDADE POR 8

Um **número inteiro** será divisível por **8** quando seus 3 algarismos mais à direita, juntos, formarem um número divisível por 8.

- ( ) 254 064                            ( ) 1 542 484  
( ) 9 548 832                        ( ) 27 888 642

### DIVISIBILIDADE POR 9

Um **número inteiro** será divisível por **9** quando a soma de seus algarismos resultar um número divisível por 9.

- ( ) 8 622                                ( ) 963 810 633  
( ) 11 106                              ( ) 999 999

### DIVISIBILIDADE POR 10

Um número inteiro será divisível por 10 quando seu algarismo das unidades for 0.

- ( ) 251 150                            ( ) 600 001  
( ) 958 855                            ( ) 258 000

## DIVISIBILIDADE POR 11

Um **número inteiro** será divisível por 11 quando a soma e subtração alternada de cada algarismo que o compõe, da esquerda para a direita, resultar um número divisível por 11.

( ) 72 479                      ( ) 10538

( ) 495                            ( ) 9390

## DIVISIBILIDADE POR 12

Um **número inteiro** será divisível por 12 quando for divisível por 4 por 3 ao mesmo tempo.

( ) 10500                        ( ) 630609

( ) 857322                      ( ) 35724

## DIVISIBILIDADE POR 13

Um **número inteiro** será divisível por 13 quando o número formado pela retirada do algarismo das unidades somado com o quádruplo do algarismo das unidades resultar em um número divisível por 13.

( ) 182                            ( ) 949

( ) 416                            ( ) 364

- Qual algarismo das unidades necessário para que o número 1276\_ seja múltiplo de 13?

## DIVISIBILIDADE POR 14

Um **número inteiro** será divisível por 14 quando for divisível por 7 e por 2 ao mesmo tempo.

( ) 434                            ( ) 1022

( ) 238                            ( ) 9210

## DIVISIBILIDADE POR 15

Um **número inteiro** será divisível por 15 quando for divisível por 5 e por 3 ao mesmo tempo.

( ) 1275                        ( ) 670450

( ) 369030                      ( ) 4525

## DIVISIBILIDADE POR 16

Um **número inteiro** será divisível por 16 quando seus 4 algarismos mais à direita formarem um número divisível por 16.

( ) 35251632                    ( ) 254453208

( ) 11720000                    ( ) 221000



## 2.3 Números Primos

<http://ttb.me/EXTNumerosPrimos>

### 2.3.1 Introdução e Definição

- Um número **natural** será primo quando possuir somente 2 divisores naturais. Ou seja, quando for divisível por apenas 1 e ele mesmo.
- Um número **inteiro** será primo quando possuir somente 4 divisores inteiros. Ou seja, quando for divisível por apenas  $\pm 1$  e  $\pm$ ele mesmo.

**Exemplos:** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

### 2.3.2 Números Compostos

É um número inteiro com valor absoluto maior que 1 e que **não é primo**.

- **Atenção:** 0, 1 e  $-1$  não são compostos.

**Exemplos:** 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, ...

Exceto 0, +1 e  $-1$ , todos **números inteiros** ou são primos ou são compostos.

### 2.3.3 Como Identificar um Número Primo

Um número natural será considerado primo se as **sucessivas divisões** por números primos menores do que ele resultarem restos diferente de zero até que tenhamos **divisor  $\geq$  quociente**.

**Primos:** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, ...

**Exemplos:** Diga se os números abaixo são primos ou compostos:

- 247
- 179
- 329
- 223



## 2.4 Fatoração

<http://ttb.me/EXTFatoracao>

Complete as lacunas:

- \_\_\_\_\_ é o nome de cada número envolvido em uma adição.
- \_\_\_\_\_ é o nome de cada número envolvido em uma multiplicação.

### 2.4.1 Introdução e Definição

**Fatoração:** representação de um número como um produto de dois ou mais fatores.

**Exemplos:**

- $45 = 9 \cdot 5$
- $728 = 13 \cdot 56$
- $2520 = 2 \cdot 1260$   
 $2 \cdot 2 \cdot 630$   
 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 315$   
 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 105$   
 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 35$   
 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$   
 $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
- 40425

**Dispositivo Prático**

|      |  |   |
|------|--|---|
| 2520 |  | 2 |
| 1260 |  | 2 |
| 630  |  | 2 |
| 315  |  | 3 |
| 105  |  | 3 |
| 35   |  | 5 |
| 7    |  | 7 |
| 1    |  |   |

Todo número “**múltiplo de x**” é, também, “**divisível por x**”.

Um número é sempre **divisível** por qualquer um de seus fatores!

### 2.4.2 Distributiva e Evidência



**Somar** ou **subtrair** 2 múltiplos de um número resulta em um novo múltiplo desse mesmo número.

- $5 \cdot 6 + 7 \cdot 6 = (5 + 7) \cdot 6 = 12 \cdot 6$
- $16 \cdot 31 - 31 \cdot 5 =$
- $85 + 235 =$
- $3 \cdot x + 6 \cdot x =$
- $5 \cdot k \cdot x + 11 \cdot k \cdot x =$
- $8x + 8y =$

**Colocar em evidência** = evidenciar fator(es) comum(ns) das parcelas.

### EXERCÍCIOS

**(a)** Coloque em evidência os maiores fatores possíveis de cada parcela, sem efetuar a soma ou subtração indicadas:

- $5 \cdot 32 + 18 \cdot 5 =$
- $38 + 46 =$
- $85 + 55 =$
- $39 + 51 =$
- $165 + 363 =$
- $30x + 22y =$

**(b)** Aplique a propriedade distributiva nas expressões matemáticas abaixo, sem efetuar a soma ou subtração indicadas:

- $2(4 + 5) =$
- $5(1 - 5) =$
- $(2 - 3) \cdot 9 =$
- $(-5 - 3)7 =$
- $4(2 + 5 - 6) =$
- $(2 + 8)(2 + 9) =$



## 2.5 Divisores de um Número

<http://ttb.me/EXTDivisores>

Todo número “**múltiplo de  $x$** ” é, também, “**divisível por  $x$** ”.

Um número é sempre **divisível** por qualquer um de seus fatores!

### QUANTIDADE DE DIVISORES

Ex.:  $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

Um número é sempre divisor de **si mesmo!**

**Regra prática** para encontrar a quantidade de divisores positivos de um número:

- Efetue a fatoração em primos do número;
- Aumente 1 unidade de cada expoente dos fatores; e
- multiplique esses valores.

Ex.:  $1\ 176 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7^2$

- Quantidade de divisores positivos de 1176:
  - $(3+1) \cdot (1+1) \cdot (2+1) = 4 \cdot 2 \cdot 3 = \mathbf{24}$  divisores positivos.
  - $24 \cdot 2 = \mathbf{48}$  divisores no total.

### EXERCÍCIOS

(a) Qual a quantidade de divisores positivos de 6615?

(b) Qual a quantidade total de divisores do número 784?

(c) (ENEM 2014 Q. 146 Mod.) Durante a Segunda Guerra Mundial, para deciframos as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número  $N$  é dado pela expressão  $2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$ , na qual  $x$ ,  $y$  e  $z$  são números inteiros não negativos.

O número de divisores positivos de  $N$ , diferentes de  $N$ , é

- a)  $x \cdot y \cdot z$ .
- b)  $(x + 1) \cdot (y + 1)$ .
- c)  $x \cdot y \cdot z - 1$ .
- d)  $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot z$ .
- e)  $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) - 1$ .



## 2.6 Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

<http://ttb.me/EXTMMC>

### 2.6.1 Definição

O mínimo múltiplo comum (**MMC**) de dois inteiros  $a$  e  $b$  é o menor inteiro positivo que é múltiplo simultaneamente de  $a$  e de  $b$ .

Ex.:

- Múltiplos positivos de 9:
  - {9, 18, 27, 36, **45**, 54, 63, 72, 81, **90**, 99, ...}
- Múltiplos positivos de 15:
  - {15, 30, **45**, 60, 75, **90**, 105, 120, ...}
- Múltiplos comuns de 9 e 15:
  - {45, 90, 135, 180, ...}
- $\text{MMC}(9, 15) = \mathbf{45}$

### EXERCÍCIOS

(a) Calcule o MMC entre 20, 24 e 60.

(b) Calcule o MMC entre 5 e 17.

MMC entre números primos é o próprio **produto** entre eles.

(c) Calcule o MMC entre 3, 5 e 11.

(d) Calcule o MMC entre 6, 12 e 24.

Se o maior número for **múltiplo dos outros**, então esse maior número é o **MMC** entre todos.

(e) Calcule o segundo menor múltiplo comum entre 12, 24, 36 e 72.

Todos os múltiplos comuns de 2 números são múltiplos do **MMC** desses 2 números.

(f) (UNESP 2008) A tabela mostra aproximadamente a duração do ano (uma volta completa em torno do Sol) de alguns planetas do sistema solar, em relação ao ano terrestre.

| Planeta | Duração do ano     |
|---------|--------------------|
| Júpiter | 12 anos terrestres |
| Saturno | 30 anos terrestres |
| Urano   | 84 anos terrestres |

Se, em uma noite, os planetas Júpiter, Saturno e Urano são observados alinhados, de um determinado local na Terra, determine, após essa ocasião, quantos anos terrestres se passarão para que o próximo alinhamento desses planetas possa ser observado do mesmo local.

(g) (ENEM 2014 3Ap 163) Em uma plantação de eucaliptos, um fazendeiro aplicará um fertilizante a cada 40 dias, um inseticida para combater as formigas a cada 32 dias e um pesticida a cada 28 dias. Ele iniciou aplicando os três produtos em um mesmo dia.

De acordo com essas informações, depois de quantos dias, após a primeira aplicação, os três produtos serão aplicados novamente no mesmo dia?

- a) 100.
- b) 140.
- c) 400.
- d) 1 120.
- e) 35 840.



## 2.7 Máximo Divisor Comum (MDC)

<http://ttb.me/EXTMDC>

### 2.7.1 Definição

**MDC** entre dois ou mais números inteiros é o maior número inteiro que é divisor de todos os números ao mesmo tempo.

**Exemplo:**

**Divisores positivos de 20:**

- {1, 2, 4, 5, 10, 20}

**Divisores positivos de 30:**

- {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}

### EXERCÍCIOS

**(a) (CAJU)** O comandante de um navio, dentre os equipamentos disponíveis para o trabalho dos marinheiros no convés, possui dois cabos para fixar os mastros de seu navio. Um cabo possui um total de 120 m de comprimento e o outro possui 72 m de comprimento. Para um trabalho mais caprichoso nos mastros de seu navio, o comandante decide utilizar apenas pedaços de cabo de mesmo tamanho, utilizando todo cabo disponível no navio, sem sobras.

Qual o maior tamanho que ele poderá cortar os cabos disponíveis no navio?

- a) 12 m
- b) 36 m
- c) 8 m
- d) 24 m
- e) 60 m

**(b) (EPCAR 2001)** Uma abelha rainha dividiu as abelhas de sua colmeia nos seguintes grupos para exploração ambiental: um composto de 288 batedoras e outro de 360 engenheiras. Sendo você a abelha rainha e sabendo que cada grupo deve ser dividido em equipes constituídas de um mesmo e maior número de abelhas possível, então você redistribuiria suas abelhas em:

- a) 8 grupos de 81 abelhas.
- b) 9 grupos de 72 abelhas.
- c) 24 grupos de 27 abelhas.
- d) 2 grupos de 324 abelhas.

### OUTROS MAIORES DIVISORES COMUNS

O MDC é o maior divisor comum. Mas, podemos ter que calcular o **2º maior** divisor comum, ou o **3º maior** divisor comum, e assim por diante.

MDC(120, 96) =

- 2º maior divisor comum:
- 3º maior divisor comum:
- 4º maior divisor comum:
- ...

Todos **divisores comuns** de 2 números serão **divisores do MDC** desses 2 números.

### EXERCÍCIO

**(a) (CAJU)** Um garoto possui 315 bolinhas de gude rosa e 495 bolinhas de gude verdes. Querendo organizar sua coleção, foi até uma loja de embalagens e gostou muito de um saquinho em especial. Esse saquinho possui um tamanho tal que cabem, no máximo, 20 das suas bolinhas em cada. E decidiu comprar esse modelo mesmo.

Sabendo que ele irá colocar a mesma quantidade de bolinhas em todos saquinhos, e que ele não irá misturar as bolinhas de cores diferentes, qual a maior quantidade de bolinhas que ele conseguirá colocar em cada saquinho?

**(b)** Quantos saquinhos ele precisará comprar para guardar toda sua coleção

**(c)** <http://ttb.me/ENEM2015REG162>



## 2. EXERCÍCIOS



### 2.1 Múltiplos e Divisores

#### EXERCÍCIOS

(1) Podemos afirmar que o número 60 é:

- a) múltiplo de 8 e divisor de 120.
- b) múltiplo de 4 e divisor de 120.
- c) divisível por 5 e divisor de 100.
- d) divisível por 180 e divisor de 9
- e) divisível por 9 e divisor de 180

(2) **(CAJU)** Em uma loja de roupas esportivas há um combo de meias para corrida com 3 pares cada em uma promoção. Nessa loja, seria possível comprar um total de 22 pares de meias na promoção?

(3) **(CAJU)** Um marceneiro possui em sua marcenaria diversas toras de madeira no comprimento de 3 m. Seu projeto de vendas atual é criar um enfeite de mesa que utilizará essas toras de madeira como matéria prima.

Cada enfeite terá como base um círculo de diâmetro igual ao da tora mas com uma altura igual a apenas uma pequena fatia do comprimento total das toras, permitindo criar vários enfeites com cada uma disponível.

Considerando que não há perdas no corte das toras, o marceneiro notou que, para não sobrar nenhum pedaço, ele só poderia cortar as toras de madeira em determinados comprimentos. Dentre os comprimentos abaixo, aquele que o marceneiro NÃO poderá cortar suas madeiras é:

- a) 12 cm
- b) 25 cm
- c) 50 cm
- d) 70 cm
- e) 75 cm

(4) O conjunto de todos números naturais que são múltiplos de 2, 3 e 4 ao mesmo tempo é:

- a)  $\{0, 4, 8, 12, 16, \dots\}$
- b)  $\{24, 48, 72, 96, \dots\}$
- c)  $\{6, 12, 18, \dots\}$
- d)  $\{12, 24, 36, \dots\}$
- e)  $\{0, 12, 24, 36, \dots\}$

(5) O menor número que, ao ser dividido por 10, 12 e 15, deixa sempre resto 5 é:

- a) 35
- b) 65
- c) 95
- d) 125
- e) 245

(6) **(CAJU)** Uma rodoviária possui ônibus saindo em direção à praia de 6 em 6 dias. Sabendo que o primeiro ônibus do ano saiu no dia 5 de janeiro, qual data abaixo, desse mesmo ano, não iremos encontrar viagem disponível para a praia?

- a) 17 de Janeiro
- b) 29 de Janeiro
- c) 4 de Fevereiro
- d) 11 de Fevereiro
- e) 16 de Fevereiro

(7) **(FUVEST 2016)** Sejam  $a$  e  $b$  dois números inteiros positivos. Diz-se que  $a$  e  $b$  são equivalentes se a soma dos divisores positivos de  $a$  coincide com a soma dos divisores positivos de  $b$ .

Constituem dois inteiros positivos equivalentes:

- a) 8 e 9 .
- b) 9 e 11.
- c) 10 e 12.
- d) 15 e 20.
- e) 16 e 25.



## 2.2 Critérios de Divisibilidade

### EXERCÍCIOS

**(8)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 2**:

- a. ( ) 430564                      d. ( ) 978151  
b. ( ) 469386                      e. ( ) 208430  
c. ( ) 694173                      f. ( ) 456926

**(9)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 3**:

- a. ( ) 1653                          d. ( ) 56970002  
b. ( ) 6009541                      e. ( ) 659  
c. ( ) 2603                          f. ( ) 231

**(10)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 4**:

- a. ( ) 126924                      d. ( ) 542004  
b. ( ) 1266                          e. ( ) 5200  
c. ( ) 254568000                      f. ( ) 75452

**(11)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 5**:

- a. ( ) 25450                          d. ( ) 54200  
b. ( ) 65248                          e. ( ) 547002  
c. ( ) 1295                          f. ( ) 669005

**(12)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 6**:

- a. ( ) 3950                          d. ( ) 2214  
b. ( ) 1902                          e. ( ) 666222  
c. ( ) 3706                          f. ( ) 700258851

**(13) (UPE 2021)** Se o número natural  $N = 2a35b$ , no qual  $a$  e  $b$  são os algarismos das unidades de milhar e das unidades simples, respectivamente, é divisível por 6, quantos são os pares de algarismos  $(a, b)$ ?

- a) 12  
b) 14  
c) 15  
d) 16  
e) 17

**(14)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 7**:

- a. ( ) 377                              d. ( ) 2597  
b. ( ) 238                              e. ( ) 4389  
c. ( ) 328                              f. ( ) 6695

**(15)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 8**:

- a. ( ) 9804                              d. ( ) 234526000  
b. ( ) 12484                              e. ( ) 25324  
c. ( ) 63654008                          f. ( ) 910520

**(16)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 9**:

- a. ( ) 3159                              d. ( ) 900009003  
b. ( ) 10017                              e. ( ) 999630333  
c. ( ) 4799                              f. ( ) 61254001

**(17)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 10**:

- a. ( ) 140282                          d. ( ) 400006  
b. ( ) 88605                          e. ( ) 24200  
c. ( ) 9950                          f. ( ) 630550



## 2.3 Números Primos

EXERCÍCIOS

**(18)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 11**:

- a. ( ) 9251                      d. ( ) 8129  
b. ( ) 2827                      e. ( ) 2659  
c. ( ) 79255                     f. ( ) 9819

**(19)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 12**:

- a. ( ) 7044                      d. ( ) 1264  
b. ( ) 85000                    e. ( ) 6132  
c. ( ) 500000004              f. ( ) 6708

**(20)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 13**:

- a. ( ) 165                        d. ( ) 2171  
b. ( ) 1952                      e. ( ) 456  
c. ( ) 1261                      f. ( ) 3900

**(21)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 14**:

- a. ( ) 942                        d. ( ) 1589  
b. ( ) 476                        e. ( ) 7650  
c. ( ) 3626                      f. ( ) 700042

**(22)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 15**:

- a. ( ) 915                        d. ( ) 65255  
b. ( ) 2055                      e. ( ) 8500  
c. ( ) 256210                  f. ( ) 10065

**(23)** Dentre os números abaixo, marque V ou F a respeito da **divisibilidade por 16**:

- a. ( ) 5251600  
b. ( ) 4258032  
c. ( ) 52260000  
d. ( ) 98993264  
e. ( ) 893230  
f. ( ) 774773368

**(24)** Qual produto abaixo possui algum fator que não seja um número primo?

- a)  $2 \cdot 3 \cdot 7$   
b)  $2 \cdot 3 \cdot 11$   
c)  $3 \cdot 5 \cdot 13$   
d)  $3 \cdot 11 \cdot 51$   
e)  $5 \cdot 11 \cdot 19$

**(25)** Marque V ou F sobre os números abaixo serem primos ou não:

- a. ( ) 307                        d. ( ) 1043  
b. ( ) 251                        e. ( ) 91  
c. ( ) 221                        f. ( ) 179

**(26) (OBRL 2019)** No quadro abaixo as cinco linhas de palavras, estão ligadas por uma relação, ou seja, pertencem a uma mesma classe.

Primo - Composto

@ - Muitos

Estreita - #

\$ - Humildade

Com - %

Determine as palavras que substituem @, #, \$ e %, respectivamente.

- a) Bastante, Larga, Soberba, Sob.  
b) Pouco, Pequeno, Simplicidade, Sem.  
c) Vários, Apertado, Soberba, Só.  
d) Pouco, Larga, Soberba, Sem.  
e) Pouco, Larga, Discrição, Sem.

**(27) (CAJU)** Jogando um dado normal, de 6 faces, quantas possibilidades existem de vermos um número primo na face voltada para cima?

- a) 1  
b) 2  
c) 3  
d) 4  
e) 5

**(28) (UNIFENAS 2013 Mod.)** De uma caixa, retira-se um bilhete aleatoriamente. Sabe-se que existiam 40 bilhetes numerados de 1 a 40. Quantos bilhetes possuem um número primo anotado?

- a) 8;
- b) 12;
- c) 18;
- d) 28;
- e) 34.

**(29) (UnB 2012)** Um apicultor, ao perceber o desaparecimento de abelhas de uma colmeia, resolveu contar a quantidade de abelhas restantes para estimar a taxa correspondente ao sumiço dos insetos. Utilizando técnicas adequadas, ele conseguiu atrair as abelhas restantes da colmeia para o interior de uma caixa cercada por uma tela. O apicultor observou que as abelhas entravam na caixa de modo bastante peculiar, seguindo um padrão: primeiro, entrava uma; depois, mais três de uma única vez; logo em seguida, mais cinco ao mesmo tempo; imediatamente após, entravam sete, e, assim, sucessivamente. Para obter controle sobre o processo, ele anotou a quantidade de abelhas que entravam e verificou que nenhuma abelha saiu da caixa enquanto ele fazia a contagem. Ao final, contou 400 abelhas dentro da caixa.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Em algum momento, a quantidade de abelhas que entraram simultaneamente na caixa correspondeu a um número não primo.

- a) CERTO
- b) ERRADO

**(30) (FUVEST 2021)** O quadrinho aborda o tema de números primos, sobre os quais é correto afirmar:



- a) Todos os números primos são ímpares.
- b) Existem, no máximo, 7 trilhões de números primos.
- c) Todo número da forma  $2^n + 1, n \in \mathbb{N}$ , é primo.
- d) Entre 24 e 36, existem somente 2 números primos.
- e) O número do quadrinho, 143, é um número primo.

**(31) (ETEC 2020)** Um número natural, diferente de zero e diferente de um, pode ser classificado como primo ou composto. Os quadrinhos [da questão anterior] fornecem algumas pistas sobre o que permite caracterizar um número para que ele seja dito primo.

Analise as alternativas e assinale a correta.

- a) O número 6056529316217 não é primo, e por isso está distante do restante.
- b) Como os números 37 e 73 são primos, então 16 e 61 também são.
- c) O número 237 é um número primo, assim como o 37 e o 137.
- d) Todo número primo é ímpar e só pode terminar em 1, 3, 7 ou 9.
- e) Há apenas quatro números primos que são menores do que 10.



## 2.4 Fatoração

### EXERCÍCIOS

**(32) (URCA 2018)** O número natural  $N=2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$  é primo. Nessas condições  $x+y+z$  é igual a:

- a) 10
- b) 2
- c) 3
- d) 0
- e) 1

**(33) (FGV-SP 2017)** A conta armada a seguir indica a adição de três números naturais, cada um com três algarismos, resultando em um número natural de quatro algarismos. Os algarismos que compõem os números envolvidos na conta, indicados pelas letras A, C, D e E, representam números primos distintos entre si.

$$\begin{array}{r} \text{A E C} \\ + \text{C D D} \\ \text{E A E} \\ \hline \text{1 C D C} \end{array}$$

Assim, o valor de  $E \cdot D + A \cdot C$  é igual a

- a) 35
- b) 33
- c) 31
- d) 29
- e) 27

**(34)** Efetue a fatoração em números primos dos seguintes números:

- a) 300
- b) 270
- c) 180
- d) 1 232
- e) 880
- f) 507
- g) 4 116
- h) 4 225
- i) 1 089

**(35)** Qual é o número cuja fatoração em números primos resulta em  $2 \cdot 3^2 \cdot 11$ ?

- a) 66
- b) 198
- c) 132
- d) 99
- e) 195

**(36)** Qual o número cuja fatoração em números primos resulta em  $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$ ?

- a) 210
- b) 420
- c) 1400
- d) 1470
- e) 2940

**(37)** Os fatores primos do número 1 872 são:

- a) 1, 2, 3 e 7
- b) 2, 3 e 7
- c) 2, 3 e 13
- d) 3, 11 e 13
- e) nenhuma das alternativas anteriores.



## 2.5 Divisores de um Número

EXERCÍCIOS

**(38) (PUC-SP 2017)** Um número é chamado “perfeito” se ele for igual à soma de seus divisores, excluindo ele mesmo.

Se  $S = 2^n - 1$  é um número primo, então o número  $P = 2^{n-1} \cdot S$  será um número “perfeito”.

Fonte: A Magia dos Números/ Paul Karlson. (Adaptado)

Sabendo que o número 496 é um número “perfeito”, os valores de  $n$  e  $S$  são, respectivamente

- a) 5 e 31.
- b) 5 e 29.
- c) 3 e 29.
- d) 3 e 31.

**(39)** De quantas maneiras diferentes podemos distribuir 100 balas em pacotes que tenham a mesma quantidade?

- a) 2
- b) 4
- c) 8
- d) 9
- e) 10

**(40) (UECE)** Se  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_{18}$  são números inteiros positivos primos e distintos e se  $p = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdots p_{18}$ , então, o número de divisores de  $p$ , inteiros positivos e distintos entre si, é igual a

- a)  $2^{18}$
- b)  $2^{18} - 1$
- c)  $2^{18} + 1$
- d)  $2^{18} + 2$



## 2.6 Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

### EXERCÍCIOS

**(41)** Fazendo intersecção do conjunto de todos os números naturais múltiplos de 8 com o conjunto de todos os números naturais múltiplos de 52 irá resultar no conjunto de todos os números naturais múltiplos de:

- a) 52
- b) 60
- c) 104
- d) 144
- e) 416

**(42)** O menor número divisível por 30, 36 e 48 é:

- a) 360
- b) 600
- c) 720
- d) 1 440
- e) 51 840

**(43) (CAJU)** Em uma feira de ciências há uma apresentação mostrando baldes gotejando. No momento que o apresentador abre os buracos, para iniciar o vazamento dos baldes, os três baldes pingam no mesmo instante. Após isso, o primeiro balde pinga a cada 24 segundos, o segundo balde a cada 30 segundos e o terceiro balde a cada 10 segundos. Depois do primeiro pingo juntos, quanto tempo passará até que todos pinguem no mesmo instante?

- a) 2 minutos
- b) 1,2 minutos
- c) 60 segundos
- d) 240 segundos
- e) 100 segundos

**(44)** Se  $A=2^3 \cdot 5 \cdot 7$  e  $B=2 \cdot 3^2 \cdot 5$ , qual o valor do MMC entre A e B.

- a)  $2^3 \cdot 5 \cdot 7$
- b)  $2 \cdot 3^2 \cdot 5$
- c)  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$
- d)  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
- e)  $2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

**(45) (CAJU)** Em uma árvore de natal, as lâmpadas de decoração estão piscando fora de sincronia. Um conjunto de 10 lâmpadas acende por 1 s a cada 27 segundos. Um outro conjunto de 13 lâmpadas acende por 1 s a cada 45 segundos. E um terceiro grupo com as 17 lâmpadas restantes acende por 1 s a cada 15 segundos.

No momento que o dono da casa entrou na sala onde estava a árvore de natal, ele conseguiu ver que todas lâmpadas estavam acesas simultaneamente. Pra sua surpresa, quanto tempo passará até que todas lâmpadas acendam juntas novamente?

- a) 2 minutos e 35 segundos
- b) 125 segundos
- c) 45 segundos
- d) 2 minutos e 15 segundos
- e) 54 segundos

**(46)** Dois funcionários de uma mesma empresa viajam a serviço em um mesmo dia. Depois dessa viagem, o primeiro funcionário faz viagens de 15 em 15 dias e o segundo, de 18 em 18 dias. Depois de quantos dias sairão juntos novamente?

- a) 30
- b) 90
- c) 60
- d) 18
- e) 45

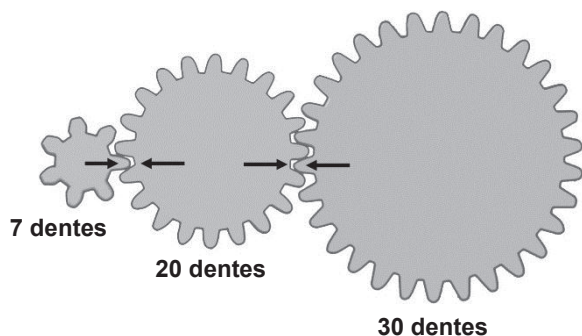
**(47)** Considerando todos múltiplos comuns de 18 e 24, o menor desses múltiplos que supera 500 é:

- a) 584
- b) 572
- c) 524
- d) 518
- e) 504

**(48) (UDESC 2014)** A quantidade de números naturais que são divisores do mínimo múltiplo comum entre os números  $a = 540$ ,  $b = 720$  e  $c = 1800$  é igual a:

- a) 75
- b) 18
- c) 30
- d) 24
- e) 60

**(49) (UFPR 2015)** Qual é o número mínimo de voltas completas que a menor das engrenagens deve realizar para que as quatro flechas fiquem alinhadas da mesma maneira novamente?



- a) 14 voltas
- b) 21 voltas
- c) 57 voltas
- d) 60 voltas
- e) 84 voltas

**(50) (ENEM 2016.2 Q. 141)** Com o objetivo de trabalhar a concentração e a sincronia de movimentos dos alunos de uma de suas turmas, um professor de educação física dividiu essa turma em três grupos (*A*, *B* e *C*) e estipulou a seguinte atividade: os alunos do grupo *A* deveriam bater palmas a cada 2 s, os alunos do grupo *B* deveriam bater palmas a cada 3 s e os alunos do grupo *C* deveriam bater palmas a cada 4 s.

O professor zerou o cronômetro e os três grupos começaram a bater palmas quando ele registrou 1 s. Os movimentos prosseguiram até o cronômetro registrar 60 s.

Um estagiário anotou no papel a sequência formada pelos instantes em que os três grupos bateram palmas simultaneamente.

Qual é o termo geral da sequência anotada?

- a)  $12n$ , com  $n$  um número natural, tal que  $1 \leq n \leq 5$ .
- b)  $24n$ , com  $n$  um número natural, tal que  $1 \leq n \leq 2$ .
- c)  $12(n - 1)$ , com  $n$  um número natural, tal que  $1 \leq n \leq 6$ .
- d)  $12(n - 1) + 1$ , com  $n$  um número natural, tal que  $1 \leq n \leq 5$ .
- e)  $24(n - 1) + 1$ , com  $n$  um número natural, tal que  $1 \leq n \leq 3$ .

**(51)** Dois ciclistas andando em uma pista circular saem juntos, no mesmo sentido, de um mesmo ponto da pista.

O mais rápido percorre uma volta em 120 segundos e o mais lento em 132 segundos.

Considerando que eles permanecerão correndo nessa pista, com a mesma velocidade, em quanto tempo eles se encontrarão novamente no ponto inicial da pista?

- a) 26,4 minutos.
- b) 26 minutos.
- c) 24,4 minutos.
- d) 24 minutos.
- e) 22 minutos.

**(52)** Alguns cometas passam pela Terra periodicamente. O cometa *A* visita a Terra de 12 em 12 anos e o *B*, de 32 em 32 anos. Em 1910, os dois cometas passaram por aqui. Em que ano os dois cometas passarão juntos pelo planeta novamente?

- a) 1995
- b) 1998
- c) 2000
- d) 2004
- e) 2006

**(53)** Num clube, o presidente é eleito a cada 4 anos, o vice-presidente a cada 3 anos e o secretário a cada 2 anos. Se em 1981 houve eleição para os três cargos, em que ano isso ocorrerá novamente?

- a) 1985
- b) 1989
- c) 1990
- d) 1993
- e) 1996

**(54)** O menor número que, quando dividido por 15, 60 e 40, deixa sempre resto 2 é:

- a) 62
- b) 102
- c) 122
- d) 242
- e) 362





## 2.7 Máximo Divisor Comum (MDC)

### EXERCÍCIOS

**(55) (CAJU)** Vovó Sandra, trabalhando em sua confecção de bonecos de crochê, conseguiu confeccionar várias roupinhas para vestir os bonecos de sua coleção. Nesse momento, possui em estoque 56 camisetinhas e 70 calças que cabem no seu boneco de maior sucesso.

Ela deseja embalar essas roupinhas em pacotes de igual quantidade, sem misturar camisetas com calças e que, além disso, seja a maior quantidade possível em cada pacote.

Qual a quantidade de peças que ela deve colocar em cada pacote? Quantos pacotes de camisetas e quantos pacotes de bermudas ela terá?

**(56) (CAJU)** Para produção de mochilas de nylon, uma empresa irá utilizar os dois rolos de fio de nylon que já possui em almoxarifado. Um rolo possui 465 m de fio de nylon, e o outro rolo possui 280 m.

Sabendo que uma mochila não pode ser fabricada com fios de nylon emendados, e que não é admitido nessa fábrica sobras de fio de nylon, qual o maior tamanho de fio que conseguimos obter ao utilizar todo estoque do almoxarifado da empresa? E quantos pedaços de fio de nylon serão obtidos nessa situação?

**(57) (UECE)** A quantidade de números, inteiros positivos, que são simultaneamente divisores de 48 e de 64 é

- uma potência de 4.
- um número primo.
- igual a seis.
- igual a oito.
- igual a 1

**(58) (ENEM 2015 Q. 145)** O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

- cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
- todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
- não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é

- 2.
- 4.
- 9.
- 40.
- 80.

| 2. GABARITO |   |
|-------------|---|
| 1           | B   |
| 2           | NÃO   |
| 3           | D   |
| 4           | E   |
| 5           | B   |
| 6           | D   |
| 7           | E   |
| 8           | a.V b.V c.F d.F e.V f.V   |
| 9           | a.V b.F c.F d.F e.F f.V   |
| 10          | a.V b.F c.V d.V e.V f.V   |
| 11          | a.V b.F c.V d.V e.F f.V   |
| 12          | a.F b.V c.F d.V e.V f.F   |
| 13          | E   |
| 14          | a.F b.V c.F d.V e.V f.F   |
| 15          | a.F b.F c.V d.V e.F f.V   |
| 16          | a.V b.V c.F d.F e.V f.F   |
| 17          | a.F b.F c.V d.F e.V f.V   |
| 18          | a.V b.V c.V d.V e.F f.F   |
| 19          | a.V b.F c.V d.F e.V f.V   |
| 20          | a.F b.F c.V d.V e.F f.V   |
| 21          | a.F b.V c.V d.F e.F f.V   |
| 22          | a.V b.V c.F d.F e.F f.V   |
| 23          | a.V b.V c.V d.V e.F f.F   |
| 24          | D   |
| 25          | a.V b.V c.F d.F e.F f.V   |
| 26          | D   |
| 27          | C   |
| 28          | B   |
| 29          | CERTO   |
| 30          | D   |
| 31          | E   |
| 32          | D   |
| 33          | C   |
| 34          | a. $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$ , b. $2 \cdot 3^3 \cdot 5$ , c. $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ ,<br>d. $2^4 \cdot 7 \cdot 11$ , e. $2^4 \cdot 5 \cdot 11$ , f. $3 \cdot 13^2$ ,<br>g. $2^2 \cdot 3 \cdot 7^3$ , h. $5^2 \cdot 13^2$ , i. $3^2 \cdot 11^2$ |
| 35          | B   |
| 36          | E   |
| 37          | C   |
| 38          | A   |
| 39          | D   |
| 40          | A   |
| 41          | C   |
| 42          | C   |
| 43          | A   |
| 44          | D   |
| 45          | D   |
| 46          | B   |

| 2. GABARITO |   |
|-------------|---|
| 47          | E   |
| 48          | E   |
| 49          | D   |
| 50          | D   |
| 51          | E   |
| 52          | E   |
| 53          | D   |
| 54          | C   |
| 55          | 14 peças/pacote, 4 pacotes de camisas e 5 pacotes de calças |
| 56          | 5 m, 149 pedaços  |
| 57          | B   |
| 58          | C   |