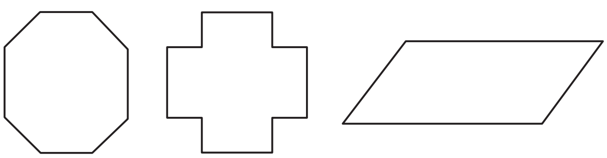
Polígonos

1 - Polígonos

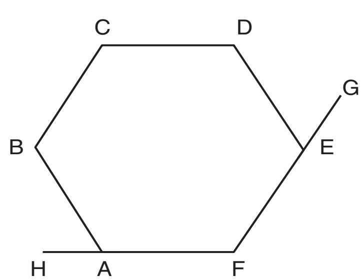
Podem ser definidos como um conjunto fechado de segmentos consecutivos.

Exemplos:



1.1 - Elementos de um Polígono

Considere o polígono a seguir:



Nele é importante destacar os seguintes elementos:

- A, B, C, D, E, F: Vértices do polígono.
- AB, BC, CD, DE, EF, FA: Lados do polígono.
- $\hat{A}, \ldots, \hat{F}$: Ângulos internos do polígono.
- $D\hat{E}G$, $B\hat{A}H$,...: Ângulos externos do polígono.

Comentário

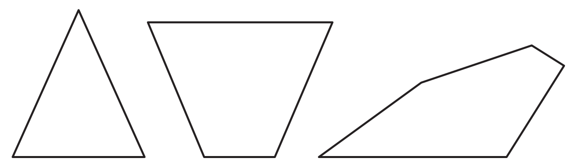
Em todo polígono, o número de vértices é igual ao número de lados e igual ao número de ângulos internos.

1.2 - Classificação dos Polígonos

Os polígonos podem ser classificados de duas formas:

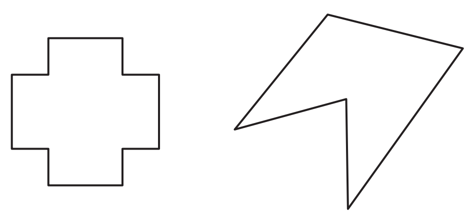
A) **Convexos:** são aqueles em que todos os ângulos internos são menores que 180°.

Exemplos:



B) **Côncavos:** são aqueles que pelo menos um de seus ângulos internos é maior que 180°.

Exemplos:



Observação:

As propriedades e cálculos feitos de agora em diante serão baseados no estudo de polígonos convexos.

1.3 - Nomenclatura

Para um melhor estudo dos polígonos, seus nomes são dados de acordo com a quantidade de lados, a saber:

Número de Lados	Nome
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

Para os demais polígonos, o nome é dado pela quantidade de lados, da seguinte maneira.

Exemplos:

- 13 lados – Polígono de treze lados.
- 17 lados – Polígono de dezessete lados.

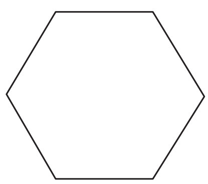
1.4 - Diagonais de um Polígono

Diagonal: segmento que une dois vértices não consecutivos de um polígono.

O número de diagonais de um polígono pode ser calculado de acordo com o número de lados deste polígono da seguinte maneira:

$\mathbf{D = \dfrac{n\,(n-3)}{2}}$ em que **n** representa o número de lados do polígono e **D** a quantidade de diagonais.

Observe a figura a seguir:



Repare que, de cada vértice desse polígono de seis lados, partem três (6 – 3 = 3) diagonais. Ou seja, de cada vértice, partem diagonais para todos os outros, menos para os dois adjacentes e para ele mesmo.

Como o polígono tem seis vértices, então teríamos um número de diagonais igual a 18 (6 vértices x 3 diagonais de cada vértice = 18 diagonais), mas repare que cada diagonal está sendo contada duas vezes (ex: diagonal AE e diagonal EA; diagonal AC e diagonal CA). Dessa maneira, para calcular o número correto de diagonais é necessário dividir a multiplicação anterior por dois. Ou seja:

$$D = \frac{6 \cdot (6-3)}{2} = 9$$

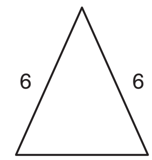
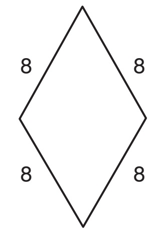
1.5 - Perímetro

É a soma dos lados de um polígono.

Comentário

A notação para representar um perímetro é **2p**.
A notação **p** se refere ao semiperímetro ou metade do perímetro.

Exemplos:

Figura 1	Figura 2
	
Perímetro da Figura 1 2p=6+6+4 2p=16	Perímetro da Figura 2 2p=8+8+8+8 2p=32

1.5.1 - Soma dos Ângulos Internos de um Polígono (Si)

Si = (n – 2).180°

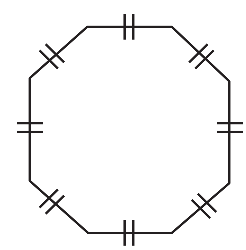
Em que n representa o número de lados do polígono.

1.5.2 - Soma dos Ângulos Externos de um Polígono (Se)

Se = 360°, para qualquer polígono.

1.6 - Polígonos Regulares

São polígonos que possuem todos os lados congruentes e todos os ângulos internos congruentes.

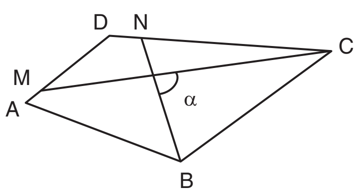


Como esse polígono possui oito lados, a soma de seus ângulos internos será 6 x 180° = 1.080°, mas como todos os ângulos são congruentes, então o valor de cada ângulo interno (ai) será igual a $\dfrac{1080°}{8} = 135°$

Com isso, podemos concluir que, para qualquer polígono regular, cada ângulo interno pode ser calculado como a soma dos ângulos internos dividido pela quantidade de ângulos desse polígono.

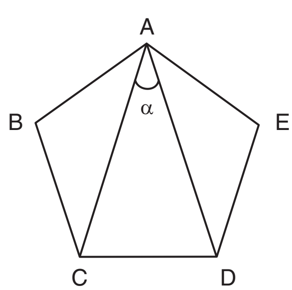
QUESTÕES DE POLÍGONOS

1. (CESGRANRIO-1999) No quadrilátero ABCD da figura, são traçadas as bissetrizes CM e BN, que formam entre si o ângulo α. A soma dos ângulos internos A e D desse quadrilátero corresponde a



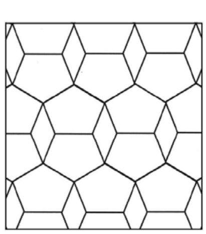
A) $\alpha/4$ B) $\alpha/2$ C) α D) 2α E) 3α

2. (FUVEST-2000) Na figura adiante, ABCDE é um pentágono regular. A medida, em graus, do ângulo α é



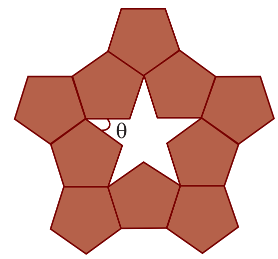
A) 32°
B) 34°
C) 36°
D) 38°
E) 40°

3. (ENCCEJA-2002) Um artista criou um mosaico utilizando pentágonos regulares e losangos, dispostos como mostra a figura. Para recortar as peças do mosaico, o artista precisa conhecer a medida dos ângulos das figuras. Sabendo que cada ângulo interno de um pentágono regular mede 108°, os ângulos internos dos losangos devem medir



A) 18° e 162°
B) 30° e 150°
C) 36° e 144°
D) 54° e 126°

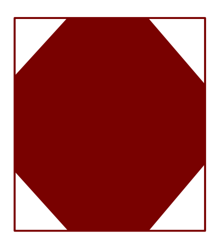
4. (UNIFESP-2003) Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura.



Nessas condições, o ângulo θ mede

A) 108°
B) 72°
C) 54°
D) 36°
E) 18°

5. (PUC/PR-2004) Quatro triângulos congruentes são recortados de um retângulo de 11 x 13. O octógono resultante tem oito lados iguais.



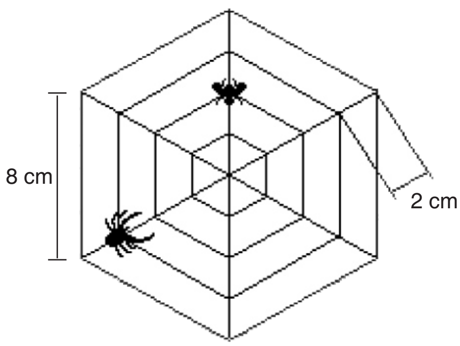
O comprimento do lado deste octógono é

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7

6. (PUC/RJ-2005) Os ângulos internos de um quadrilátero medem $3x - 45$, $2x + 10$, $2x + 15$ e $x + 20$ graus. O menor ângulo mede

A) 90°
B) 65°
C) 45°
D) 105°
E) 80°

7. (UFLA-2007) As aranhas são notáveis geômetras, já que suas teias revelam variadas relações geométricas. No desenho, a aranha construiu sua teia de maneira que seja formada por hexágonos regulares igualmente espaçados. Qual é a menor distância que a aranha deve percorrer ao longo da teia para alcançar o infeliz inseto?



A) 8 cm.

B) 10 cm.

C) $8\sqrt{2}$ cm.

D) $10\sqrt{3}$ cm.

8. (UNIFESP-2008) A soma de (n–1) ângulos internos de um polígono convexo de n lados é 1.900°. O ângulo remanescente mede

A) 120° B) 105°

C) 95° D) 80°

E) 60°

9. (UTFPR-2010) A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180^0. A soma das medidas dos ângulos internos de um hexágono é

A) 180° B) 360°

C) 540° D) 720°

E) 900°

10. (UECE-2010) Sejam P e Q polígonos regulares. Se P é um hexágono e se o número de diagonais do Q, partindo de um vértice, é igual ao número total de diagonais de P, então a medida de cada um dos ângulos internos de Q é

A) 144 graus.

B) 150 graus.

C) 156 graus.

D) 162 graus.

11. (IES-2010) Juliana recortou de uma tira de cartolina retangular seis triângulos retângulos idênticos, em que um dos catetos mede 3 cm (figura 1). Com esses triângulos, fez uma composição que tem dois hexágonos regulares (figura 2).

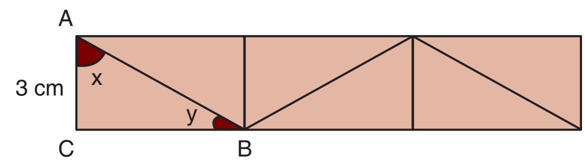


Figura 1

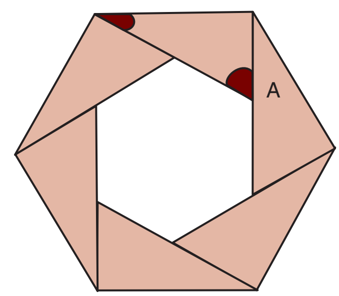


Figura 2

As medidas **x** e **y** dos ângulos dos triângulos retângulos são, respectivamente,

A) 45 e 45

B) 60 e 30

C) 30 e 60

D) 20 e 70

E) 70 e 20

12. (IFSC-2011) Um triângulo equilátero e um quadrado têm o mesmo perímetro. A medida do lado do quadrado é 90 cm. Nessas condições, a medida do lado do triângulo equilátero é de

A) 90 cm.

B) 180 cm.

C) 120 cm.

D) 100 cm.

E) 150 cm.

13. (ESPM-2011) Os pontos A, B, C e D são vértices consecutivos de um polígono regular com 20 diagonais, cujo lado mede 1. O comprimento do segmento AD é igual a

A) $\sqrt{2}$

B) $1+\sqrt{2}$

C) $2\sqrt{2}-1$

D) $2\sqrt{2}+1$

E) $2\sqrt{2}$

14. (ENEM-2002) Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrilhos, como ilustram as figuras:

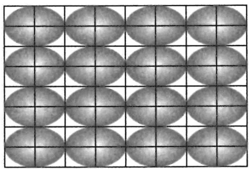


Figura 1: Ladrilhos Retangulares Pavimentam o Plano.

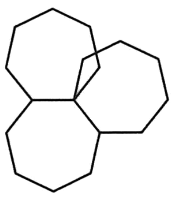
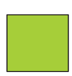


Figura 2: Heptágonos Regulares não Pavimentam o Plano (Há Falhas ou Superposição).

A tabela, a seguir, traz uma relação de alguns polígonos regulares com as respectivas medidas de seus ângulos internos.

Nome	Figura	Ângulo Interno
Triângulo		60º
Quadrado		90º
Pentágono		108º
Hexágono		120º
Octógono		135º
Eneágono		140º

Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um

A) triângulo.

B) quadrado.

C) pentágono.

D) hexágono.

E) eneágono.

15. (ENEM-2009) As figuras a seguir exibem um trecho de um quebra-cabeças que está sendo montado. Observe que as peças são quadradas e há 8 peças no tabuleiro da figura **A** e 8 peças no tabuleiro da figura **B**. As peças são retiradas do tabuleiro da figura **B** e colocadas no tabuleiro da figura **A** na posição correta, isto é, de modo a completar os desenhos.

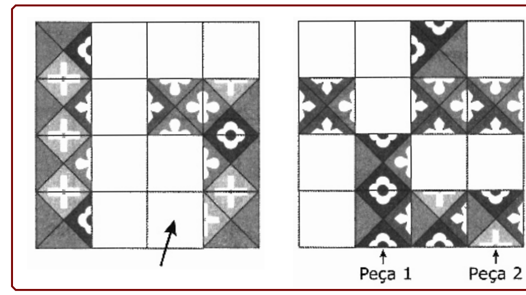


Figura 1 *Figura 2*

Disponível em: <http://pt.eternityii.com>. Acesso em: 14 de jul. de 2009.

É possível preencher corretamente o espaço indicado pela seta no tabuleiro da figura **A** colocando a peça

A) 1, após girá-la 90° no sentido horário.

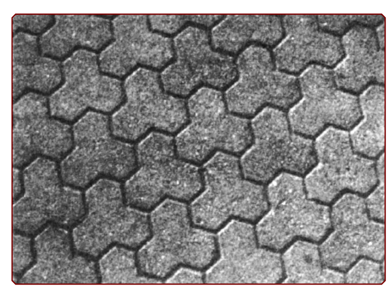
B) 1, após girá-la 180° no sentido anti-horário.

C) 2, após girá-la 90° no sentido anti-horário.

D) 2, após girá-la 180° no sentido horário.

E) 2, após girá-la 270° no sentido anti-horário.

16. (ENEM-2011) Atenção à imagem.



Disponível em: <http://www.diaadia.pr.gov.br>. Acesso em: 28 de abr. de 2010.

O polígono que dá forma a essa calçada é invariante por rotações, em torno de seu centro, de

A) 45° B) 60°

C) 90° D) 120°

E) 180°

17. (FUVEST-1998) Dois ângulos internos de um polígono convexo medem 130° cada um e os demais ângulos internos medem 128° cada um. O número de lados do polígono é

A) 6 B) 7

C) 13 D) 16

E) 17

18. (ITA-2001) De dois polígonos convexos, um tem a mais que o outro 6 lados e 39 diagonais. Então, a soma total dos números de vértices e de diagonais dos dois polígonos é igual a

A) 63

B) 65

C) 66

D) 70

E) 77

19. (UFRGS-2011) O número de diagonais de um polígono é o dobro de seu número n de lados. O valor de n é

A) 5

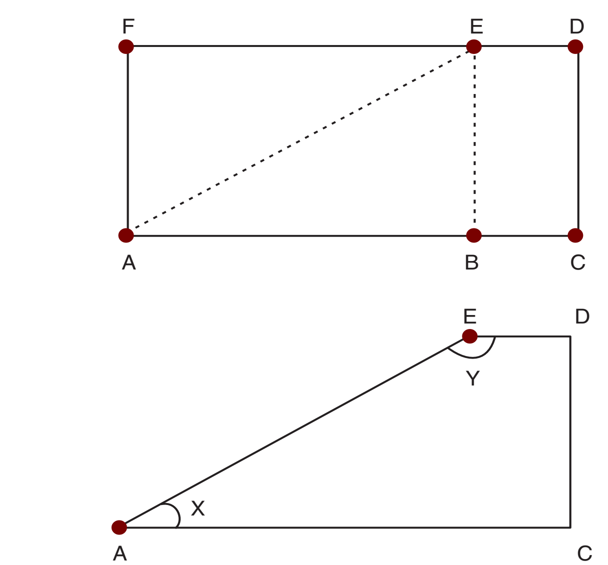
B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

20. (CEFET/MG-2012) Uma folha retangular de papel ofício de medidas 287 x 210 mm foi dobrada conforme a figura.



Os ângulos $\hat{x}$ e $\hat{y}$ resultantes da dobradura medem, respectivamente, em graus

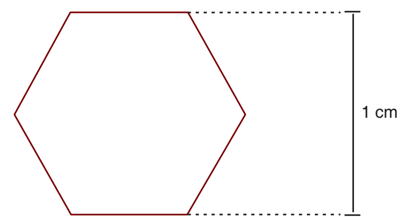
A) 40 e 90

B) 40 e 140

C) 45 e 45

D) 45 e 135

21. (PUC/RS-2012) Para uma engrenagem mecânica, deseja-se fazer uma peça de formato hexagonal regular. A distância entre os lados paralelos é de 1cm conforme a figura a seguir.



O lado desse hexágono mede _______ cm.

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C) $\sqrt{3}$

D) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

E) 1

22. (USF-2012) O polígono regular cujo ângulo interno mede o triplo do ângulo externo é o

A) pentágono.

B) hexágono.

C) octógono.

D) decágono.

E) dodecágono.

GABARITO

Questões de Polígonos

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
D	C	C	D	C	B	B	D	D	B	B

12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
C	B	B	C	D	B	B	C	D	B	C