Polia móvel com aceleração

No sistema representado na figura 1, o bloco *A* está preso ao fio f_1, o qual passa pelas polias P_1 e P_2; o bloco *B* está preso ao fio f_2, o qual está preso ao eixo da polia P_2. A polia P_1 é uma polia fixa, isto é, ela pode girar, mas o seu eixo é fixo; a polia P_2 é uma polia móvel, isto é, além de girar, o seu eixo pode movimentar-se. Suponhamos que os fios e as polias sejam ideais. Dependendo das massas de *A* e *B*, ao abandonarmos o sistema em repouso, podem ocorrer três situações:

1º) o sistema permanece em repouso;

2º) o bloco *A* sobe e o bloco *B* desce;

3º) o bloco *A* desce e o bloco *B* sobe.

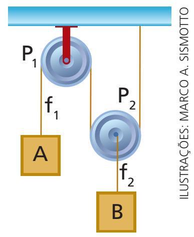


Figura 1.

Porém, conforme veremos a seguir, desde que haja aceleração, as acelerações de *A* e *B* terão módulos diferentes.

Consideremos inicialmente o sistema na posição da figura 2a e, apenas para fixar ideias, suponhamos que o bloco *A* esteja descendo e o bloco *B* esteja subindo, de modo que, após um intervalo de tempo Δt, o sistema esteja na posição da figura 2b.

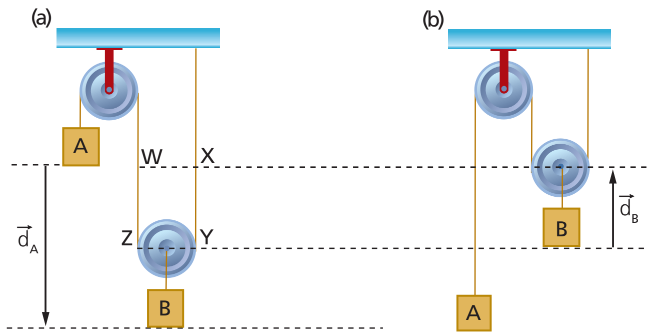


Figura 2.

Sejam $\vec{d}_A$ e $\vec{d}_B$ os deslocamentos dos blocos *A* e *B*, respectivamente. Observando a figura 2, percebemos que:

$$|\vec{d}_B| = \overline{XY} = \overline{WZ}$$

Como o fio é ideal (e, portanto, inextensível), os trechos de fio XY e WZ que "desaparecem" do lado da polia móvel devem ter "ido" para o lado do bloco *A*, isto é:

$$|\vec{d}_A| = 2|\vec{d}_B|$$

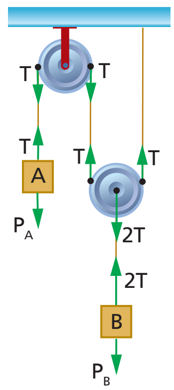
Portanto, para qualquer intervalo de tempo, o módulo do deslocamento de *A* será o dobro do módulo do deslocamento de *B*. Mas, como sabemos, a derivada do deslocamento nos dá a velocidade. Assim, sendo $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ as velocidades dos blocos *A* e *B* num instante qualquer, devemos ter:

$$|\vec{V}_A| = 2|\vec{V}_B|$$

Mas sabemos também que a derivada da velocidade é a aceleração. Portanto, sendo $\vec{a}_A$ e $\vec{a}_B$ as acelerações dos blocos *A* e *B*, temos:

$$\boxed{|\vec{a}_A| = 2|\vec{a}_B|}$$

Isolemos as polias e os blocos como mostra a figura 3, onde *T* é a intensidade da tração no fio. Sendo a_A e a_B os módulos das acelerações dos blocos e supondo que o sistema tenha sido abandonado em repouso, consideraremos três casos.



ILUSTRAÇÕES: MARCO A. SISMOTTO

Figura 3.

1º caso: O sistema permanece em repouso

Nesse caso devemos ter $T = P_A$ e $2T = P_B$. Assim:

$$P_B = 2P_A \qquad \text{ou} \qquad m_B = 2m_A$$

onde m_A e m_B são as massas dos blocos *A* e *B*.

Se dermos um impulso ao bloco *A* ou ao bloco *B*, o sistema entrará em movimento, porém os dois blocos terão movimentos uniformes.

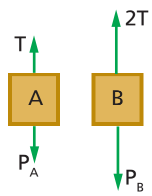


Figura 4.

2º caso: $m_B > 2m_A$

Vimos no caso anterior que, para $m_B = 2m_A$, o sistema fica em equilíbrio.

Assim, para $m_B > 2m_A$, o bloco *B* deve descer acelerado e o bloco *A* deve subir acelerado (supondo que o sistema tenha sido abandonado em repouso). Aplicando a Segunda Lei de Newton a cada bloco, temos:

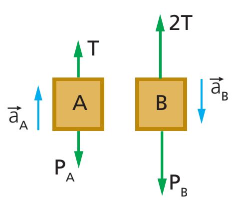


Figura 5.

$$\begin{cases} T - P_A = m_A \cdot a_A \\ P_B - 2T = m_B \cdot a_B \end{cases}$$

Essas duas equações, juntamente com a condição $a_A = 2a_B$, resolvem o problema.

3º caso: $m_B < 2m_A$

Como vimos, para $m_B = 2m_A$, o sistema fica em equilíbrio. Assim, para $m_B < 2m_A$, o bloco *A* deve descer em movimento acelerado e o bloco *B* deve subir em movimento acelerado (supondo que o sistema tenha sido abandonado em repouso). Portanto, as equações que resolvem o problema são:

$$\begin{cases} P_A - T = m_A \cdot a_A \\ 2T - P_B = m_B \cdot a_B \\ a_A = 2a_B \end{cases}$$

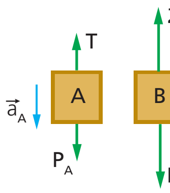


Figura 6.

OBSERVAÇÃO:

Ao resolvermos um problema desse tipo, podemos, se quisermos, não fazer a análise da relação entre as massas e simplesmente fazer uma das seguintes hipóteses:

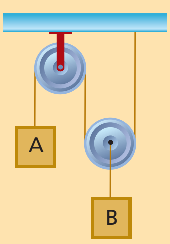
1ª) $\vec{a}_A$ tem sentido para baixo e $\vec{a}_B$ tem sentido para cima.

2ª) $\vec{a}_A$ tem sentido para cima e $\vec{a}_B$ tem sentido para baixo.

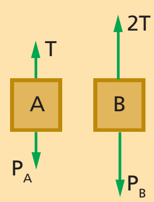
A seguir, escrevemos as equações baseadas na hipótese feita, sem nos preocuparmos se a hipótese é correta ou não. Como ao escrevermos as equações usamos as acelerações em módulo, perceberemos no final do problema se a hipótese está correta ou não: se as acelerações obtidas forem positivas, a hipótese estará certa; se as acelerações forem negativas, a hipótese estará errada (mas isso não quer dizer que precisamos resolver novamente o problema, pois os módulos das acelerações estarão corretos).

Exercícios

1. O sistema representado na figura é formado por fios e polias ideais. A aceleração da gravidade tem módulo $g = 10\ m/s^2$, a massa de *A* é $m_A = 3,5$ kg e a massa de *B* é $m_B = 6,0$ kg. Calcule os módulos das acelerações dos blocos *A* e *B* e o módulo da tração no fio ligado ao bloco *A*.



Resolução:



$$\begin{cases} P_A = m_A \cdot g = 3,5 \cdot 10 \Rightarrow P_A = 35\ N \\ P_B = m_B \cdot g = 6,0 \cdot 10 \Rightarrow P_B = 60\ N \end{cases}$$

Como $2m_A > m_B$, a aceleração de *A* tem sentido para baixo e a aceleração de *B* tem sentido para cima. Apliquemos a Segunda Lei de Newton a cada bloco:

$$\begin{cases} P_A - T = m_A \cdot a_A \\ 2T - P_B = m_B \cdot a_B \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} 35 - T = 3,5 \cdot a_A & (1) \\ 2T - 60 = 6,0 \cdot a_B & (2) \end{cases}$$

Usando a condição $a_A = 2a_B$ na equação (1), o sistema de equações anterior fica:

$$\begin{cases} 35 - T = 7,0 \cdot a_B & (3) \\ 2T - 60 = 6,0 \cdot a_B & (2) \end{cases}$$

Dividindo por 2 todos os termos da equação (2), temos:

$$\begin{cases} 35 - T = 7,0 \cdot a_B & (3) \\ T - 30 = 3,0 \cdot a_B & (4) \end{cases}$$

Adicionando membro a membro essas duas últimas equações, temos:

$35 - 30 = 10 \cdot a_B$ ou $\boxed{a_B = 0,50 \text{ m/s}^2}$

Como $a_A = 2a_B$, obtemos: $a_A = 2(0,50) \Rightarrow \boxed{a_A = 1,0 \text{ m/s}^2}$

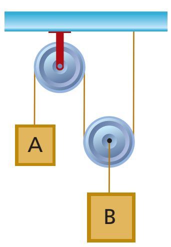
Para obtermos o valor de *T*, substituímos os valores obtidos para as acelerações, em qualquer das equações anteriores. Por exemplo, substituímos o valor de a_B na equação (4):

$T - 30 = 3,0 \cdot a_B$

$T - 30 = 3,0 \cdot 0,50$

$\boxed{T = 31,5 \text{ N}}$

2. No sistema representado na figura, os fios e as polias são ideais. A aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s², e as massas de *A* e *B* são respectivamente iguais a 3,0 kg e 8,0 kg. Calcule os módulos:



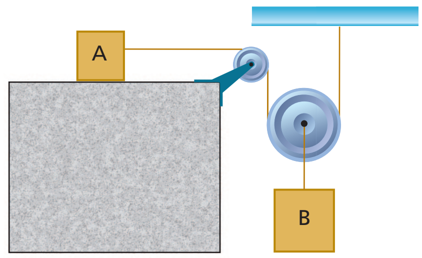
ILUSTRAÇÕES: MARCO A. SISMOTTO

a) da aceleração de *B*;

b) da aceleração de *A*;

c) da tração no fio ligado ao bloco *A*.

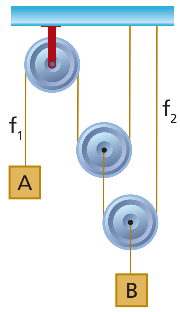
3. No sistema representado na figura, os fios e as polias são ideais e não há atrito entre o bloco *A* e a superfície de apoio. A aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s² e as massas dos blocos *A* e *B* são respectivamente iguais a 2,0 kg e 12 kg. Calcule os módulos:



a) das acelerações dos blocos *A* e *B*;

b) da tração no fio ligado ao bloco *A*.

4. Considere o sistema representado na figura, onde os fios e as polias são ideais. A aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s² e as massas de *A* e *B* são respectivamente iguais a 3,0 kg e 2,0 kg. Sendo a_A e a_B os módulos das acelerações dos blocos *A* e *B*, determine:

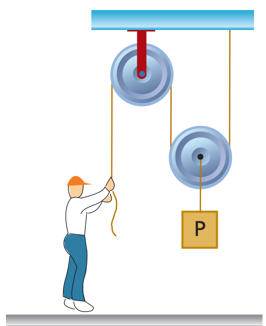


a) a relação entre a_A e a_B;

b) os valores de a_A e a_B;

c) o módulo da tração no fio ligado ao bloco *A*.

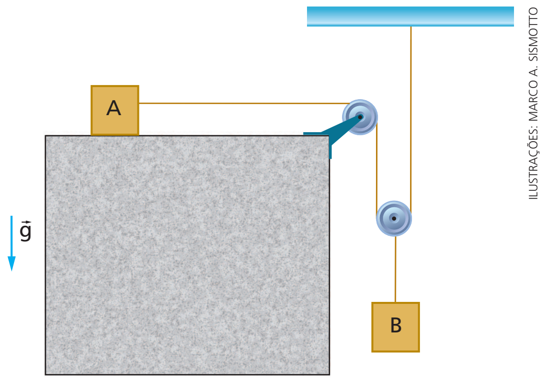
5. (Fuvest-SP) Considere o esquema representado na figura abaixo. As roldanas e a corda são ideais. O corpo suspenso da roldana móvel tem peso P = 500 N.



a) Qual o módulo da força vertical (para baixo) que o homem deve exercer sobre a corda para equilibrar o sistema?

b) Para cada 1 metro de corda que o homem puxa, de quanto se eleva o corpo suspenso?

6. (AFA-SP) Os corpos *A* e *B* da figura abaixo têm massa *M* e *m*, respectivamente. Os fios são ideais. A massa da polia e todos os atritos podem ser considerados desprezíveis. O módulo da aceleração de *B* é igual a:



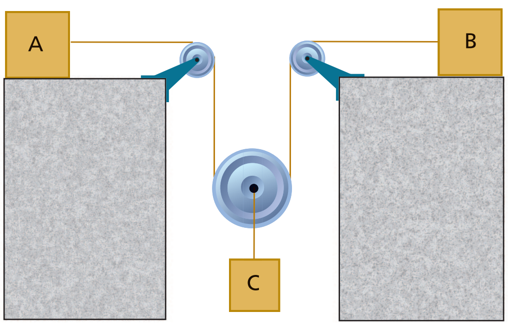
a) $\dfrac{mg}{M + m}$

b) $\dfrac{mg}{4M + m}$

c) $\dfrac{2mg}{M + m}$

d) $\dfrac{2mg}{4M + m}$

7. No sistema representado na figura, os fios e as polias são ideais, não há atrito e as massas dos blocos *A*, *B* e *C* são, respectivamente, iguais a 15 kg, 10 kg e 24 kg. A aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s². Sendo a_A, a_B e a_C os módulos das acelerações dos blocos *A*, *B* e *C*, respectivamente, determine:

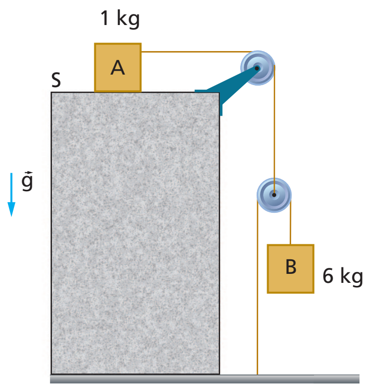


a) a relação entre a_A, a_B e a_C;

b) os valores de a_A, a_B e a_C;

c) o módulo da tração no fio que está ligado ao bloco *A*.

8. O sistema esquematizado abaixo, em que os fios e as polias são ideais, é abandonado em repouso. São dados: $g = 10$ m/s²; $m_A = 1{,}0$ kg; $m_B = 6{,}0$ kg. Determine as acelerações de *A* e *B* propondo que não haja atrito entre o bloco *A* e a superfície *S*.



9. No sistema esquematizado abaixo, os fios e as polias são ideais e as massas dos blocos *A*, *B* e *C* são, respectivamente, 4,0 kg, 16 kg e 8,0 kg. Supondo que o sistema seja abandonado em repouso e que $g = 10$ m/s², determine o sentido do movimento e o módulo da aceleração de cada bloco.