Estratégia
Militares

Aula 01

Grandezas cinemática.
Movimento retilíneo e uniforme.
Movimento Retilíneo uniformemente variado.
Lançamentos verticais.
Lançamento oblíquos. Gráficos na cinemática

Prof. Vinícius Fulconi

Sumário

Apresentação

Querido aluno(a), seja bem-vindo(a) à nossa primeira aula!

Sou o professor **Vinícius Fulconi**, tenho vinte e quatro anos e estou cursando Engenharia Aeroespacial no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Irei contar um pouco sobre minha trajetória pessoal, passando pelo mundo dos vestibulares com minhas principias aprovações, até fazer parte da equipe de física do Estratégia Militares.

No ensino médio, eu me comportava como um aluno mediano. No final do segundo ano do ensino médio, um professor me desafiou com a seguinte declaração: *Você **nunca vai passar** no ITA!* Essa fala do professor poderia ter sido internalizada como algo desestimulador e, assim como muitos, eu poderia ter me apegado apenas ao que negritei anteriormente. Muitos desistiriam! Entretanto, eu preferi negritar e gravar "***Você vai passar** no ITA!*

Querido aluno(a), a primeira lição que desejo te mostrar não é nenhum conteúdo de física. Quero que transforme seu sonho em vontade de vencer. Transforme seus medos e incapacidades em desafios a serem vencidos. Haverá muitos que duvidarão de você. O mais importante é você acreditar! **Nós do Estratégia Militares acreditamos no seu potencial** e ajudaremos você a realizar seu sonho!

Após alguns anos estudando para o ITA, usando muitos livros estrangeiros, estudando sem planejamento e frequentando diversos cursinhos do segmento, realizei meu sonho e entrei em umas das melhores faculdades de engenharia do mundo. 😊 Além de passar no ITA, ao longo da minha preparação, fui aprovado no IME, UNICAMP, Medicina (pelo ENEM) e fui medalhista na Olimpíada Brasileira de Física.

Minha resiliência e grande experiência em física, que obtive estudando por diversas plataformas e livros, fez com que eu me tornasse professor de física do Estratégia Militares. Tenho muito orgulho em fazer parte da família Estratégia e hoje, se você está lendo esse texto, também já é parte dela. Como professor, irei te guiar por toda física, alertando sobre os erros que cometi na minha preparação, mostrando os pontos em que obtive êxito e, assim, conseguirei identificar quais são seus pontos fortes e fracos, maximizando seu rendimento e te guiando até à faculdade dos seus sonhos.

Você deve estar se perguntando: **O que é necessário para começar esse curso?**

ALERTA!

Esse curso exige do candidato apenas **dedicação**, **perseverança** e **vontade de vencer**.

1. Grandezas cinemáticas

Há vários tipos de grandezas cinemáticas. Detalharemos todas essas grandezas.

- Referencial.
- Posição.
- Deslocamento.

1.1 Referencial

Um sistema de coordenadas de referência ou **referencial** é utilizado para se medir e as grandezas na física. Em geral, você pode adotar o referência que mais lhe convir. Na cinemática, adotaremos, quase sempre, o sistema cartesiano de coordenadas xOy.

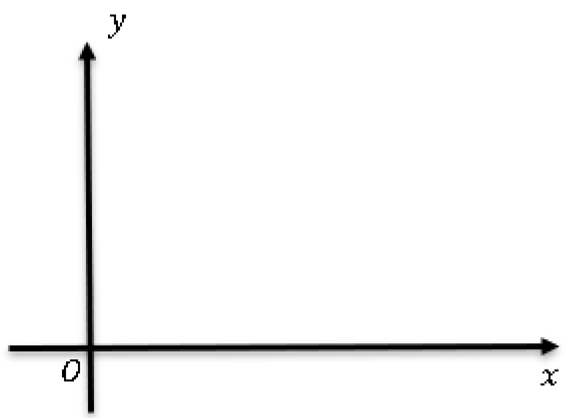


Figura 1: Sistema cartesiano de coordenadas.

1.2 Posição

A posição de um corpo é um ponto do espaço no qual foi determinado um certo valor de comprimento. A posição de um corpo pode se modificar de acordo com o referencial adotado.

Veja a posição do corpo em relação a dois referencias distintos.

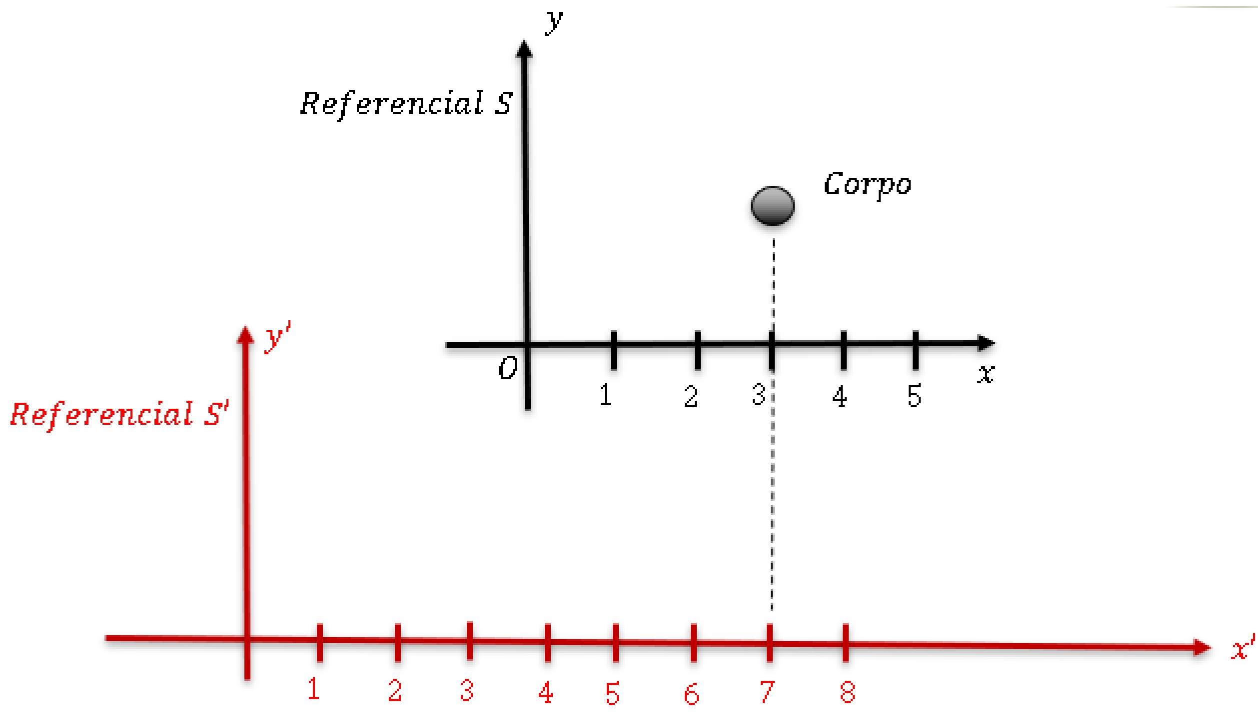


Figura 2: Posições em dois referencias distintos.

Para o referencial S, a posição do corpo é 3. Já, para o referencial S', a posição do corpo é 7. Vemos que a posição de um corpo muda de acordo com o referencial adotado.

1.3 Deslocamento "d"

O deslocamento de um corpo é o tamanho da trajetória que o corpo percorreu. Considere o corpo percorrendo a trajetória não retilínea abaixo, indo de A até B.

Figura 3: Carro indo de A até B.

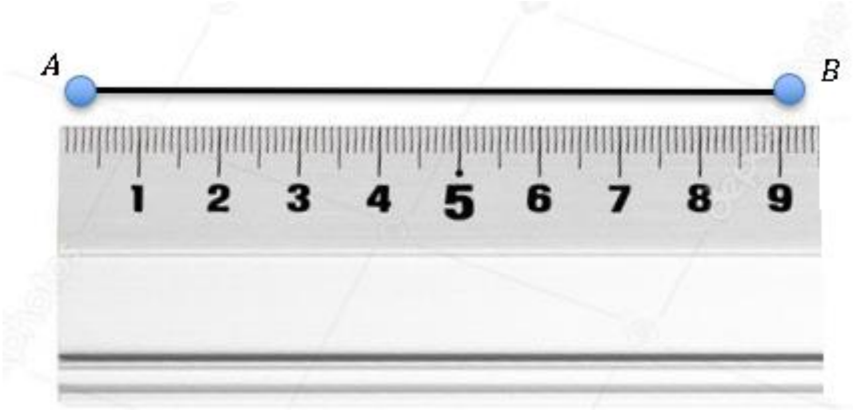


Figura 4: Esticando a trajetória de A até B.

Se pudéssemos esticar essa trajetória e medir seu comprimento, esse comprimento seria o deslocamento do corpo.

O deslocamento é designado por d.

No caso da figura 4, o deslocamento é de aproximadamente 9 cm.

Observação: Se o móvel for de A até B e depois voltar, fazendo a trajetória de B até A. O deslocamento é a soma da trajetória de ida mais a trajetória de volta.

1.4 Tempo "t"

Para a física clássica, que é a que estamos estudando, o tempo é uma grandeza que não depende do referencial adotado. O tempo para a ocorrência de um evento em um referencial é o mesmo tempo da ocorrência de um evento em outro referencial.

2 – Movimento Retilíneo e uniforme

Através da nomenclatura do movimento, podemos extrair as principais informações sobre o movimento retilíneo e uniforme.

Movimento:

- A velocidade do corpo é diferente de zero. Ou seja, o corpo não está em repouso.

Retilíneo:

- A trajetória da partícula é uma linha reta. Ou seja, a partícula não faz curva.
- A aceleração centrípeta do corpo é zero.

Veremos mais a frente a definição de aceleração centrípeta. Por agora, apenas lembre-se que a aceleração centrípeta é nula.

Uniforme:

- O módulo da velocidade não varia. É um valor constante.
- A aceleração tangencial do corpo é nula.

Observação: Veremos mais para frente, mas podemos fazer o seguinte resumo:

Aceleração centrípeta	Aceleração tangencial
Modifica a direção e o sentido da velocidade. Não modifica o módulo da velocidade do corpo.	Modifica apenas o modulo da velocidade do corpo.

2.1 Equações de movimento

Para aplicar as equações de movimento, é muito importante que você adote um eixo de referência. Para montar as equações de movimento, adotaremos um eixo x.

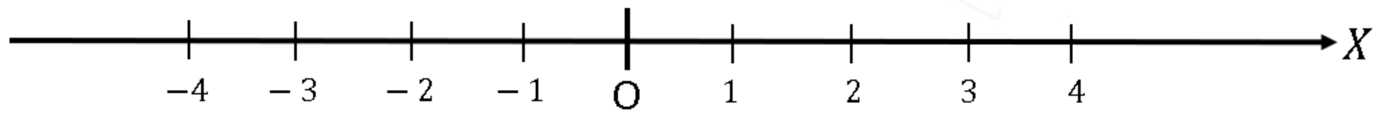


Figura 5: Eixo x adotado.

A equação horária para o movimento retilíneo e uniforme é dada por:

$$\boxed{S(t) = S_0 \pm v \cdot t}$$

$S(t) - Posição\ do\ corpo\ no\ instante\ t.$

$S_0 - Posição\ do\ corpo\ no\ instante\ t = 0.$

$v - Velocidade\ linear\ do\ corpo.$

$t - Instante\ de\ tempo\ t.$

O sinal positivo ou negativo da velocidade é conhecido adotando um eixo de referência. Se a velocidade possuir o mesmo sentido do eixo, ela será positiva. Se a velocidade possuir sentido contrário ao eixo, ela será negativa.

Podemos encontrar o deslocamento do corpo fazendo:

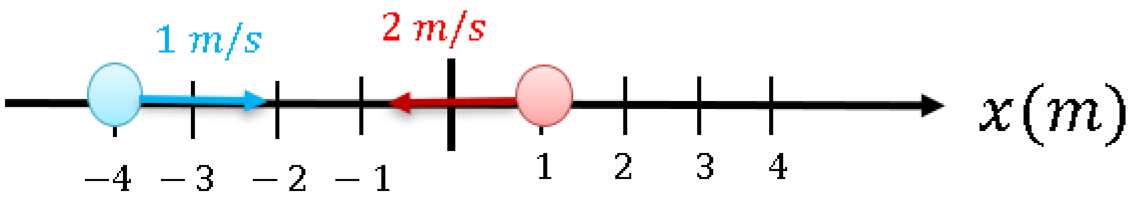
$$\boxed{\Delta S = S(t) - S_0 = Deslocamento}$$

Desta maneira, podemos reescrever a expressão horária:

$$\boxed{\Delta S = \pm v \cdot t}$$

Exemplo 01:

Considere os corpos azul e vermelho. Monte as equações horárias para esses corpos.



Comentários:

Note que o exemplo já adotou o eixo. Se o eixo não tiver sido adotado, não esqueça de adotar. Para o eixo adotado, temos:

Corpo azul:

A posição inicial é -4 m e a velocidade está a favor do eixo e, portanto, a velocidade tem sinal positivo.

$$S(t)_{azul} = -4 + 1 \cdot t$$

Corpo vermelho:

A posição inicial do corpo vermelho é 1 m. A velocidade ele está contra o eixo e, portanto, tem sinal negativo.

$$S(t)_{vermelho} = 1 - 2 \cdot t$$

2.2 Gráficos do movimento

Os gráficos do movimento são muito importantes para o estudo do movimento retilíneo e uniforme. Muitas questões são focadas apenas nos gráficos.

Quando a velocidade do corpo é positiva (a velocidade está no mesmo sentido que o eixo adotado para o problema), o gráfico da posição em função do tempo é uma reta com inclinação positiva.

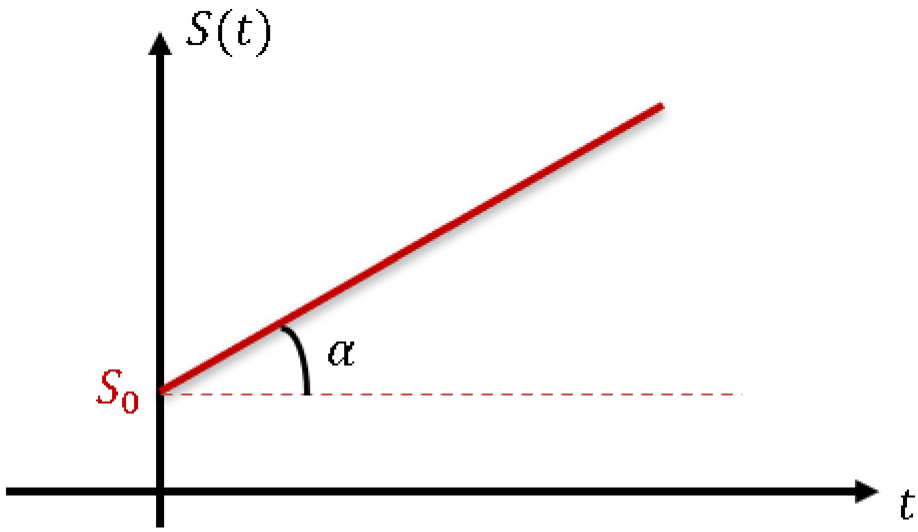


Figura 6: Velocidade do corpo está no mesmo sentido do eixo adotado.

Quando a velocidade do corpo é negativa (a velocidade está no sentido oposto ao eixo adotado para o problema), o gráfico da posição em função do tempo é uma reta com inclinação negativa.

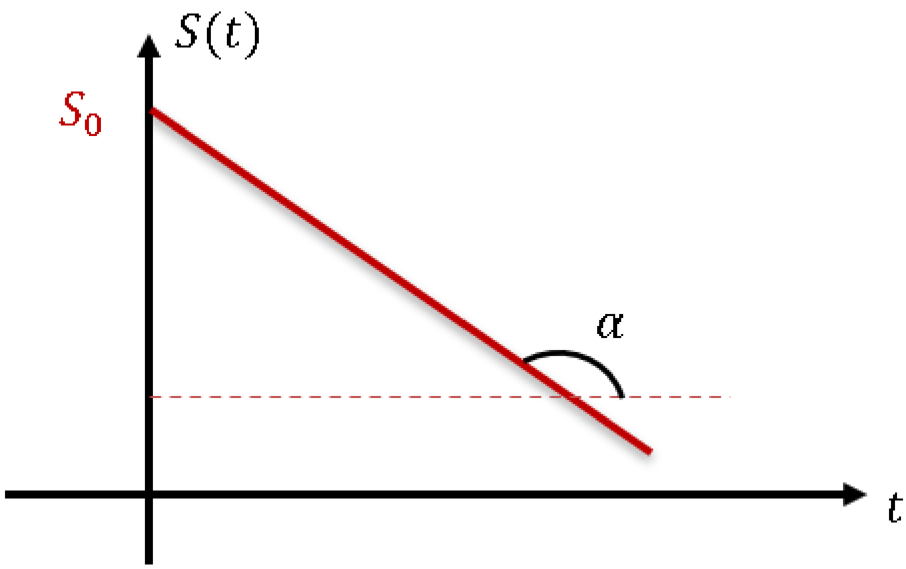


Figura 7: Velocidade do corpo está no sentido oposto ao eixo.

Propriedade da tangente:

Para os dois gráficos apresentados, tanto para a velocidade positiva quanto para a negativa, temos a seguinte propriedade gráfica:

$$\boxed{v = tg\alpha}$$

Propriedade da área:

Podemos traçar um gráfico de velocidade versus tempo. Esse gráfico para o movimento uniforme é dado por:

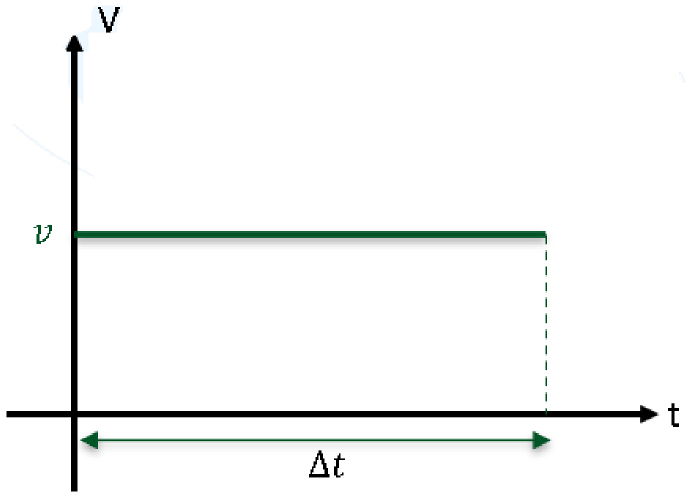


Figura 8: Velocidade no mesmo sentido que o eixo.

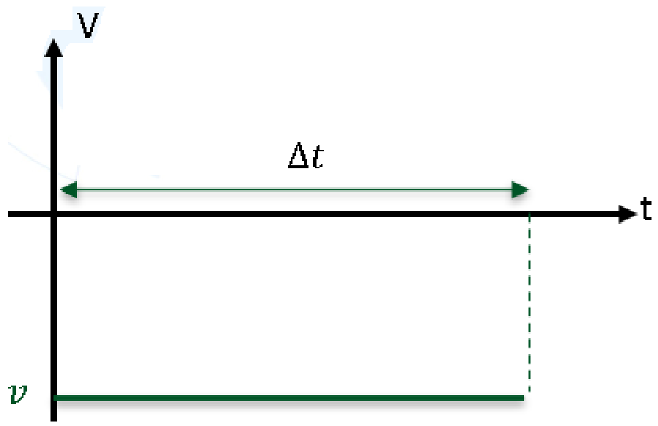


Figura 9: Velocidade no sentido oposto ao eixo.

Se calcularmos a área sob o gráfico de velocidade versus tempo, teremos o deslocamento do corpo.

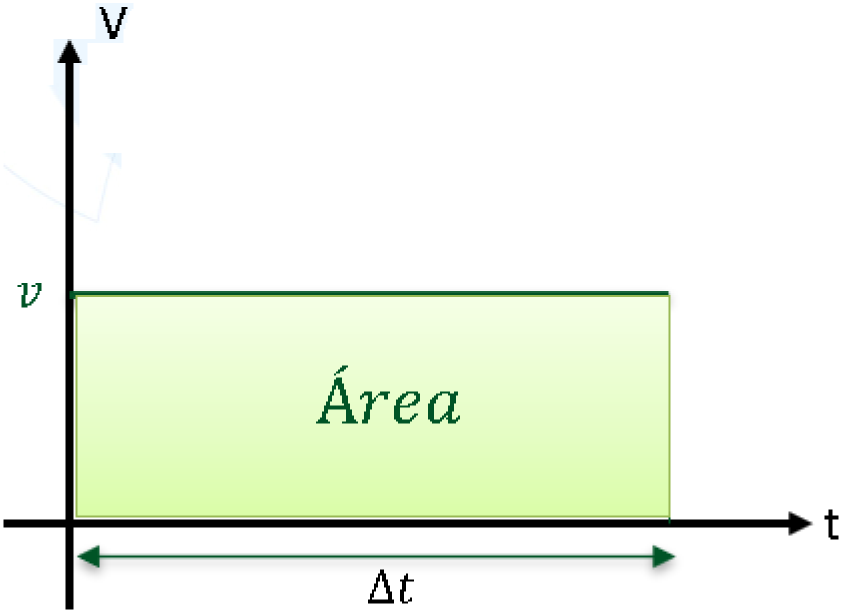


Figura 10: A área sob o gráfico é o deslocamento.

$$\boxed{Área = \Delta S = v \cdot \Delta t}$$

2.3 Velocidade escalar média

A velocidade escalar de um corpo pode ser calculada por:

$$\boxed{v_m = \frac{d}{\Delta t_{total}}}$$

$v_m - Velocidade\ média.$

$d - Distância\ total\ percorrida.$

$\Delta t_{total} - Tempo\ total\ gasto.\ Inclui\ os\ tempos\ de\ parada\ do\ corpo$

$$\boxed{\Delta t_{total} = \Delta t_{movimento} + \Delta t_{paradas}}$$

3 – Movimento Retilíneo Uniformemente variado

Através da nomenclatura do movimento, podemos extrair as principais informações sobre o movimento retilíneo uniformemente variado.

Movimento:

- A velocidade do corpo é diferente de zero. Ou seja, o corpo não está em repouso.

Retilíneo:

- A trajetória da partícula é uma linha reta. Ou seja, a partícula não faz curva.
- A **aceleração centrípeta** do corpo é **zero**.

Uniformemente variado:

- O módulo da velocidade varia linearmente com o tempo.
- A **aceleração tangencial** do corpo é **constante**.

3.1 Equações do movimento

Assim como no movimento retilíneo e uniforme, devemos adotar um eixo de referência para facilitar nossos problemas e saber o sinal das velocidades envolvidas. Por simplicidade, adotaremos um eixo horizontal. Entretanto, o eixo pode ser em qualquer direção.

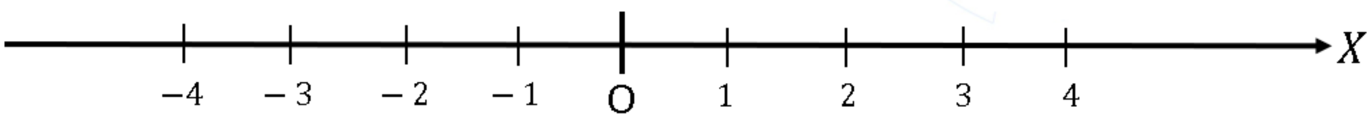


Figura 11: Eixo x de referência.

Equação horária para a posição:

A equação horária para o movimento retilíneo e uniforme é dada por:

$$\boxed{S(t) = S_0 \pm v_0 \cdot t \pm \frac{a}{2} \cdot t^2}$$

$S(t) - Posição\ do\ corpo\ no\ instante\ t.$

$S_0 - Posição\ do\ corpo\ no\ instante\ t = 0.$

$v_0 - Velocidade\ inicial\ do\ corpo.$

$a - Aceleração\ do\ corpo$

$t - Instante\ de\ tempo\ t.$

O sinal positivo ou negativo da velocidade é conhecido adotando um eixo de referência. Se a velocidade possuir o mesmo sentido do eixo, ela será positiva. Se a velocidade possuir sentido contrário ao eixo, ela será negativa.

O sentido positivo ou negativo da aceleração segue o mesmo raciocínio. Se a aceleração possuir o mesmo sentido do eixo, ela será positiva. Se a aceleração possuir sentido contrário ao eixo, ela será negativa.

Equação horária para a velocidade.

No MRUV a velocidade do corpo varia linearmente. A equação horária da velocidade mostra como a velocidade varia ao longo do tempo.

$$\boxed{v(t) = \pm\, v_0 \pm a \cdot t}$$

$v(t) - Velocidade\ do\ corpo\ no\ instante\ t.$

$v_0 - Velocidade\ do\ corpo\ no\ instante\ t = 0.$

$a - Aceleração\ do\ corpo.$

Perceba que o os sinais positivo e negativo aparecem novamente. Lembre-se de adotar os eixos para decidir qual é o sinal correto.

Equação de Torricelli.

A equação de Torricelli relaciona o deslocamento do corpo com as velocidades final e inicial desse corpo.

$$\boxed{v(t)^2 = v_0^2 \pm 2 \cdot a \cdot \Delta S}$$

$v(t) - Velocidade\ do\ corpo\ no\ instante\ t.$

$v_0 - Velocidade\ do\ corpo\ no\ instante\ t = 0.$

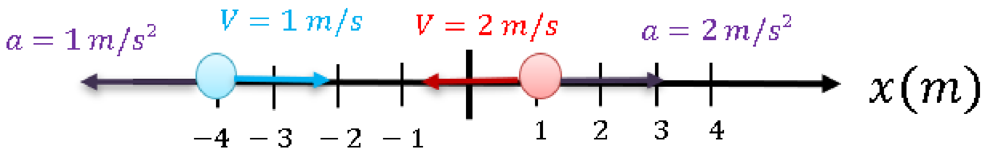
$a - Aceleração\ do\ corpo.$

$\Delta S - Deslocamento\ do\ corpo\ na\ direção\ da\ aceleração.$

Exemplo: Considere o eixo adotado e as partículas vermelha e azul. Monte as equação horárias:

a) da posição.

b) da velocidade.



Comentários:

a)

Note que o exemplo já adotou o eixo. Se o eixo não tiver sido adotado, não esqueça de adotar. Para o eixo adotado, temos:

Corpo azul:

A posição inicial é -4 m e a velocidade está a favor do eixo e, portanto, a velocidade tem sinal positivo. Entretanto, a aceleração está contra o eixo e, portanto, é negativa.

$$S(t)_{azul} = -4 + 1 \cdot t - 1 \cdot \frac{t^2}{2}$$

Corpo vermelho:

A posição inicial do corpo vermelho é 1 m. A velocidade ele está contra o eixo e, portanto, tem sinal negativo. Por sua vez, a aceleração está a favor do eixo e, portanto, ela é positiva.

$$S(t)_{vermelho} = 1 - 2 \cdot t + 2 \cdot \frac{t^2}{2}$$

b)

Para as velocidades, temos:

$$v(t)_{azul} = 1 - t$$

$$v(t)_{vermelho} = -2 + 2t$$

3.2 Gráficos

Posição versus tempo

Em um movimento retilíneo uniformemente acelerado as equações horárias das posições são função quadráticas (funções do segundo grau). Desta maneira, os gráficos da posição em função do tempo são parábolas.

Para a acelerações que estão à favor do eixo adotado , ou seja são positivas, temos:

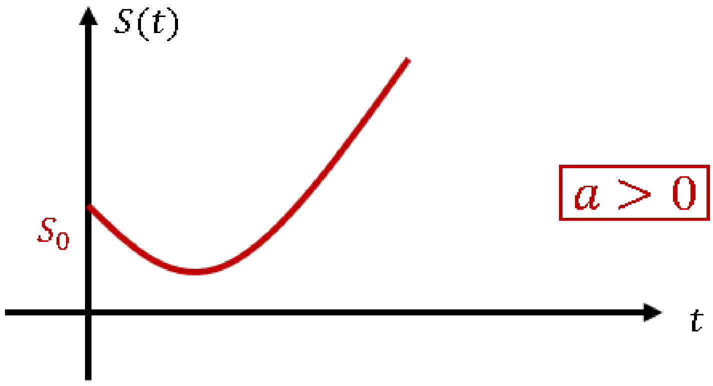


Figura 12: Aceleração Positiva

Para acelerações que estão contra o eixo adotado, ou seja são negativas, temos:

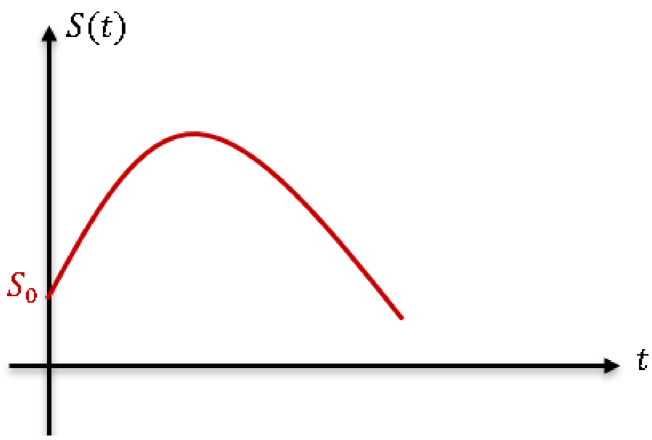


Figura 13: Aceleração negativa.

Velocidade versus tempo.

Percebe-se que a velocidade varia linearmente com o tempo em um movimento retilíneo uniformemente variado (função do primeiro grau). Sabe-se que o gráfico de uma função do primeiro grau é uma reta.

Para a acelerações que estão à favor do eixo adotado , ou seja são positivas, temos:

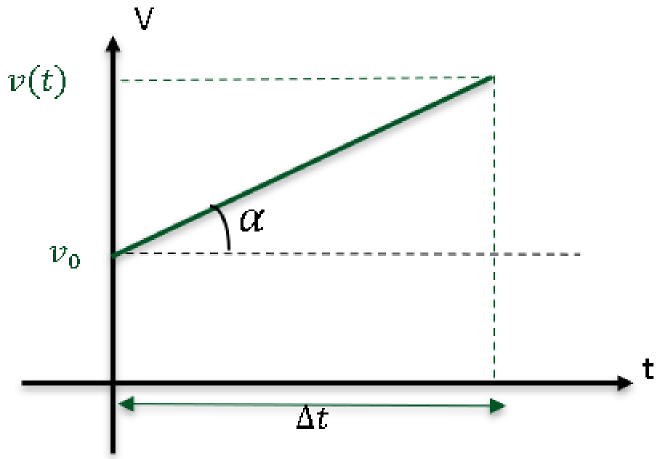


Figura 14: Aceleração positiva – Reta crescente

Para acelerações que estão contra o eixo adotado, ou seja são negativas, temos:

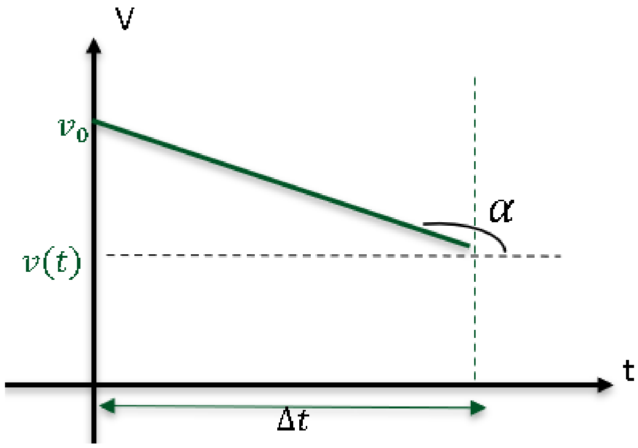


Figura 15: Aceleração negativa - Reta decrescente.

Para os gráficos da velocidade em função do tempo, é válida a seguinte propriedade:

$$\boxed{tg\alpha = a = aceleração}$$

Além disso, como fizemos para o movimento retilíneo e uniforme, temos que a área sob o gráfico é numericamente igual ao deslocamento.

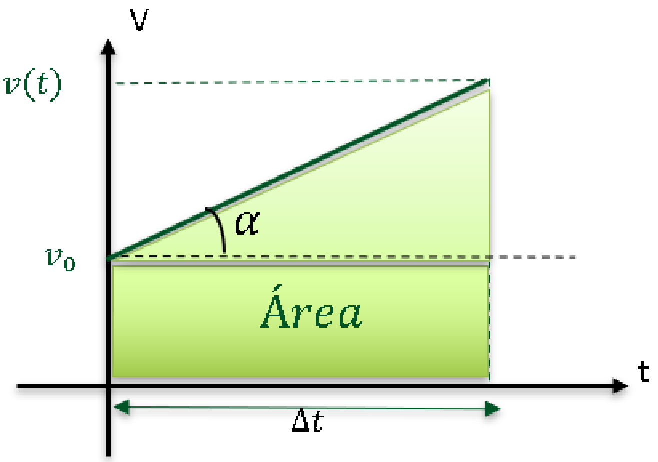


Figura 16: Propriedade gráfica da área.

$$\boxed{Área = \Delta S = \Delta t \cdot \frac{v(t) + v_0}{2}}$$

3.3 Classificação dos movimentos

De acordo com o sinal da aceleração e velocidade, podemos classificar os movimento . Lembre-se que devemos adotar um eixo coordenado.

Movimento progressivo

A velocidade está no mesmo sentido que o eixo adotado.

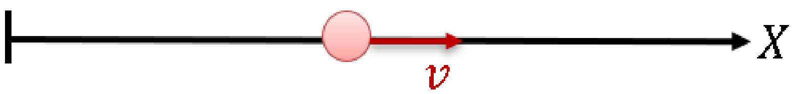
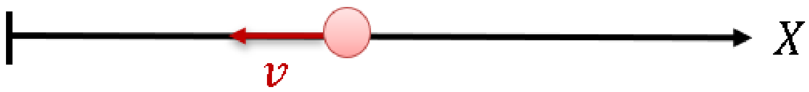


Figura 17: Movimento progressivo.

Movimento retrógrado

Velocidade no sentido oposto ao eixo.



Movimento acelerado

O valor absoluto da velocidade instantânea aumenta com o aumento do tempo.

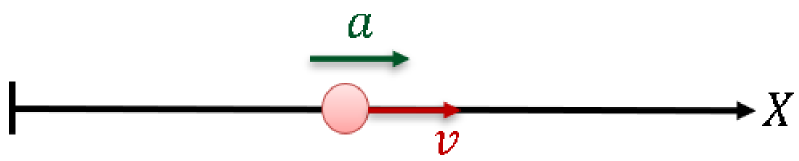


Figura 18: Movimento acelerado.

Movimento retardado

O valor da velocidade instantânea diminui com o tempo.

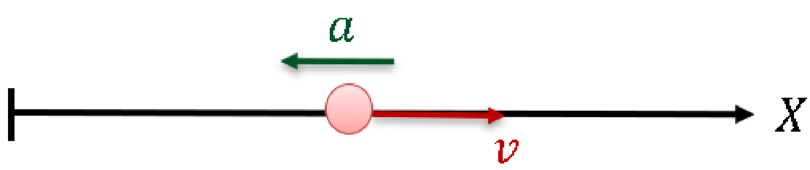


Figura 19: Movimento retardado.

4. Lançamentos verticais

Um lançamento vertical é um movimento retilíneo uniformemente variado cuja aceleração é a gravidade. Como sempre, devemos adotar um eixo coordenado. É muito útil adotar um eixo vertical positivo para cima.

4.1 Lançamento Vertical para cima

Considere um corpo sendo lançado com velocidade v a partir do solo. Adotaremos um eixo positivo para cima:

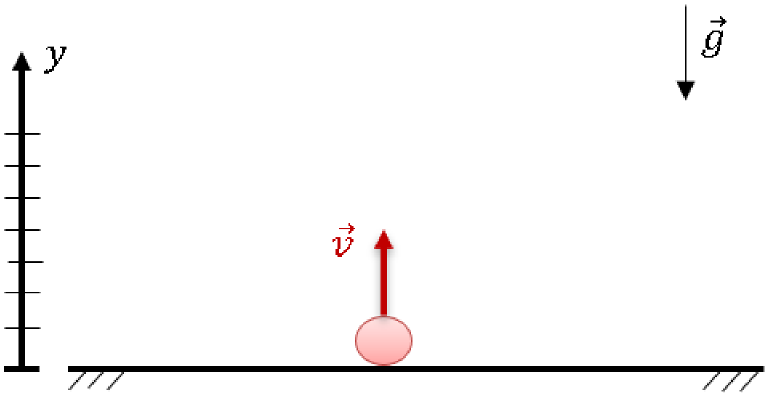


Figura 20: Objeto sendo lançado para cima.

Expressões horarias:

A posição do objeto em função do tempo é dada por:

$$S(t) = S_0 \pm v_0 \cdot t \pm \frac{a}{2} \cdot t$$

Em relação ao eixo adotado, temos:

$$S(t) = 0 + v \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$\boxed{S(t) = v \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2}$$

A velocidade do objeto em função do tempo é dada por:

$$v(t) = v_0 \pm a \cdot t$$

Em relação ao eixo adotado:

$$\boxed{v(t) = v - g \cdot t}$$

Altura máxima atingida pelo objeto:

No ponto de **altura máxima**, a **velocidade do corpo é nula.**

$$v(t) = v - g \cdot t = 0$$

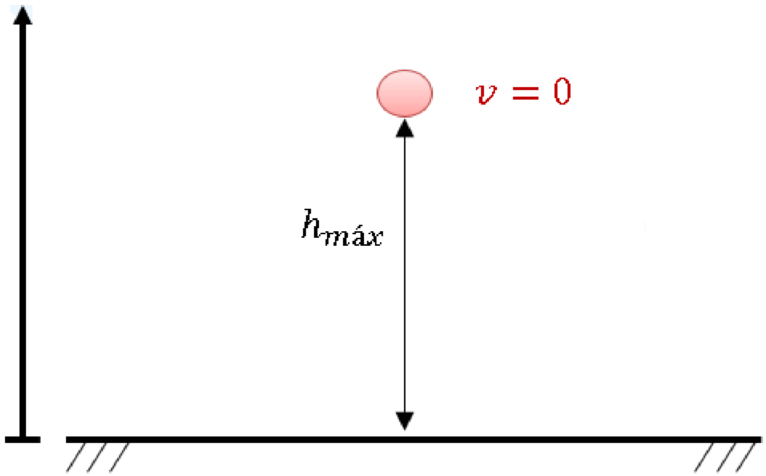


Figura 21: Altura máxima atingida no lançamento vertical para cima.

Desta maneira, o tempo para atingir a altura máxima é dado por

$$v - g \cdot t = 0$$

$$t = \frac{v}{g}$$

Para encontrar a altura máxima, devemos substituir o tempo encontrado acima na expressão da posição $S(t)$.

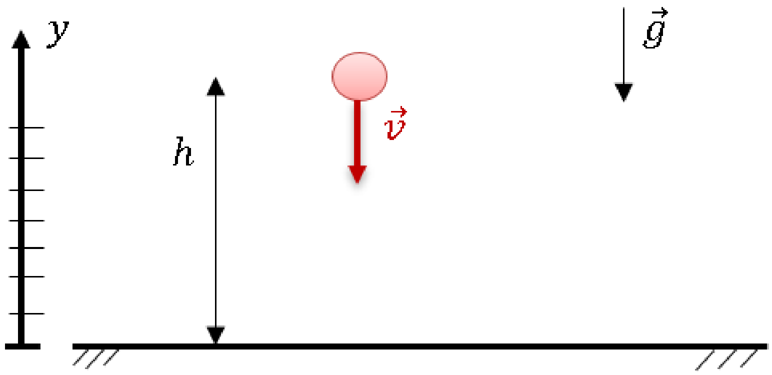
$$\begin{cases} S(t) = v \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 \\ t = \frac{v}{g} \end{cases}$$

$$h_{máx} = v \cdot \frac{v}{g} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{v}{g}\right)^2$$

$$\boxed{h_{máx} = \frac{v^2}{2g}}$$

4.2 Lançamento vertical para baixo

Considere um corpo sendo lançado com velocidade v para baixo a partir de uma certa altura h. Novamente, adotaremos um eixo positivo para cima:



A posição do objeto em função do tempo é dada por:

$$S(t) = S_0 \pm v_0 \cdot t \pm \frac{a}{2} \cdot t$$

Em relação ao eixo adotado:

$$S(t) = h - v \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$\boxed{S(t) = h - v \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2}$$

A velocidade do objeto em função do tempo é dada por:

$$v(t) = v_0 \pm a \cdot t$$

Em relação ao eixo adotado:

$$\boxed{v(t) = v + g \cdot t}$$

4.3 Queda livre

É quando um corpo é abandonado do repouso de uma determinada altura. Como a aceleração resultante é a gravidade, o corpo realiza um movimento retilíneo uniformemente variado.

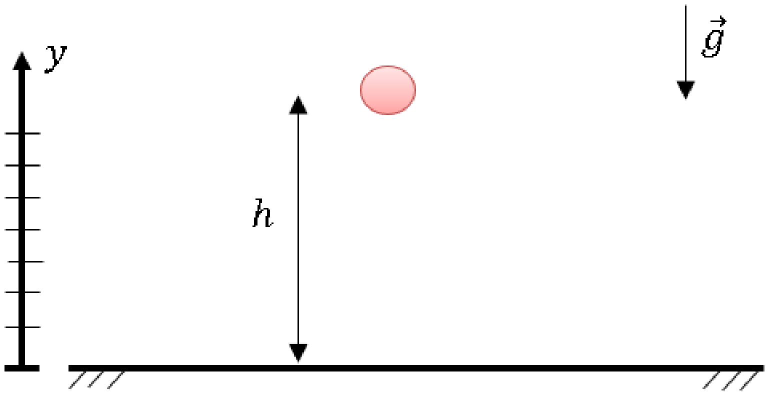


Figura 22: Objeto abandonado do repouso.

Equações horárias:

A posição do objeto em função do tempo é dada por:

$$S(t) = S_0 \pm v_0 \cdot t \pm \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Em relação ao eixo adotado:

$$S(t) = h + 0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$\boxed{S(t) = h - \frac{g}{2} \cdot t^2}$$

A velocidade do objeto em função do tempo é dada por:

$$v(t) = v_0 \pm a \cdot t$$

Em relação ao eixo adotado:

$$\boxed{v(t) = -g \cdot t}$$

Proporções de Galileu:

Na queda livre, se analisarmos o deslocamento do corpo **em intervalos de tempo iguais**, veremos que há uma certa proporção no deslocamento.

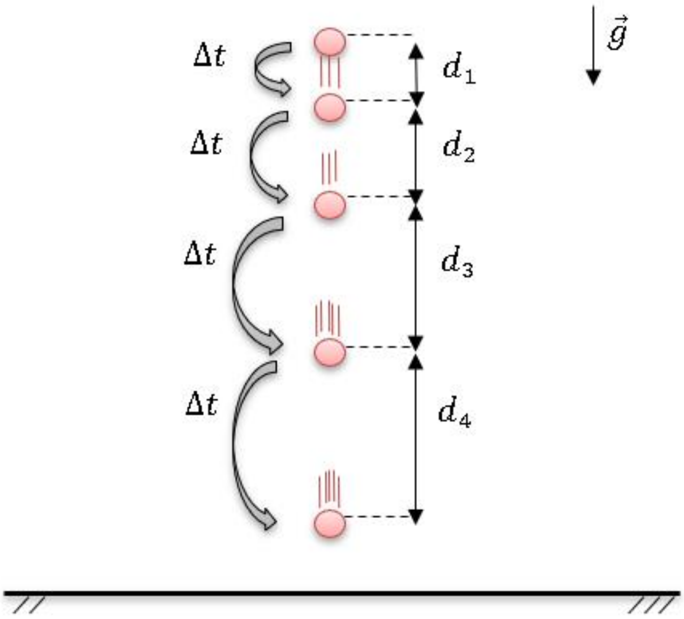


Figura 23: Posições do corpo em intervalos de tempos iguais.

Os deslocamentos verticais são:

$$d_1 = d$$
$$d_2 = 3d$$
$$d_3 = 5d$$
$$d_4 = 7d$$
$$d_5 = 9d$$
$$d_6 = 11d$$
$$\vdots$$
$$\boxed{d_n = (2n-1)d}$$

$$\text{"Os deslocamentos são números ímpares."}$$

5. Lançamentos oblíquos

O lançamento oblíquo é uma composição de dois movimentos. Um movimento horizontal uniforme e um movimento vertical variado. Para analisar esse movimento, devemos utilizar dois eixos coordenados perpendiculares. Para lançamentos oblíquos, adote dois eixos.

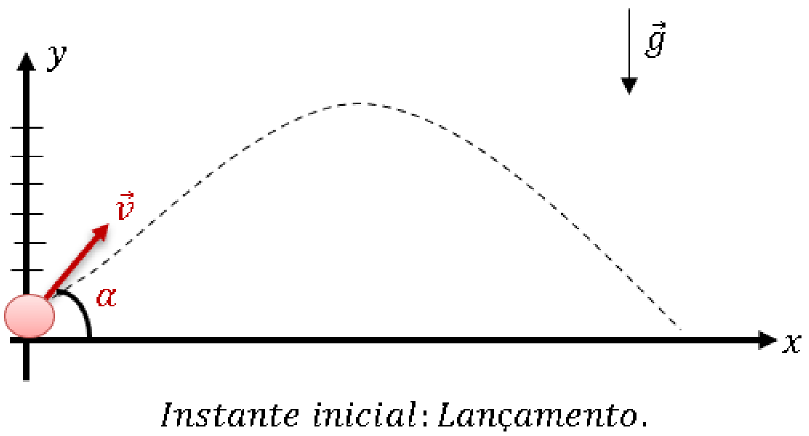
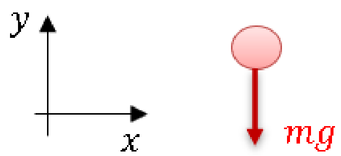


Figura 24: Lançamento oblíquo.

Não vimos a teoria sobre leis de Newton, mas iremos fazer algumas análises simples sobre o a força resultante sobre o corpo para saber que tipo de movimento temos em cada eixo.

Forças atuando sobre o corpo:



1) $Eixo\ x$

$$\vec{F}_{R,x} = m \cdot \vec{a}_x$$

$$\vec{F}_{R,x} = 0$$

$$\boxed{\vec{a}_x = 0}$$

"O movimento é retilíneo e uniforme no eixo x."

2) $Eixo\ y$

$$\vec{F}_{R,y} = m \cdot \vec{a}_y$$

$$\vec{F}_{R,y} = -m \cdot g$$

$$\boxed{\vec{a}_y = -\mathrm{g}}$$

"O movimento é retilíneo e uniformemente variado no eixo y. A aceleração é gravidade."

5.1 Análise do eixo Y

Temos o movimento retilíneo uniformemente variado. Desta maneira, podemos aplicar as equações desse movimento. Decompondo a velocidade no eixo y, temos:

Figura 25: Velocidade decomposta no eixo y.

A expressão horária no eixo y é dada por:

$$y(t) = y_0 \pm v \cdot t \pm \frac{a_y \cdot t^2}{2}$$

$$y(t) = 0 + v \cdot sen\alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$\boxed{y(t) = v \cdot sen\alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}}$$

A expressão horária da velocidade é dada por:

$$v_y(t) = v_{0,y} \pm a_y \cdot t$$

$$v_y(t) = v \cdot sen\alpha - g \cdot t$$

No ponto de altura máxima, a velocidade vertical é nula. O tempo encontrado será metade do tempo de voo.

$$0 = v \cdot sen\alpha - g \cdot \frac{t_{voo}}{2}$$

$$\boxed{t_{voo} = \frac{2 \cdot v \cdot sen\alpha}{g}}$$

5.2 Análise do eixo x

Temos o movimento retilíneo uniforme. Desta maneira, podemos aplicar as equações.

$$x(t) = x_0 \pm v \cdot t$$

$$x(t) = v \cdot cos\alpha \cdot t$$

Alcance:

Utilizando o tempo de voo na expressão anterior, teremos o alcance total do corpo:

$$x(t_{voo}) = A$$

$$x(t) = v \cdot cos\alpha \cdot \frac{2 \cdot v \cdot sen\alpha}{g} = A$$

$$\boxed{A = \frac{v^2 \cdot sen2\alpha}{g}}$$

Altura máxima:

É a máxima posição vertical que o corpo pode assumir.

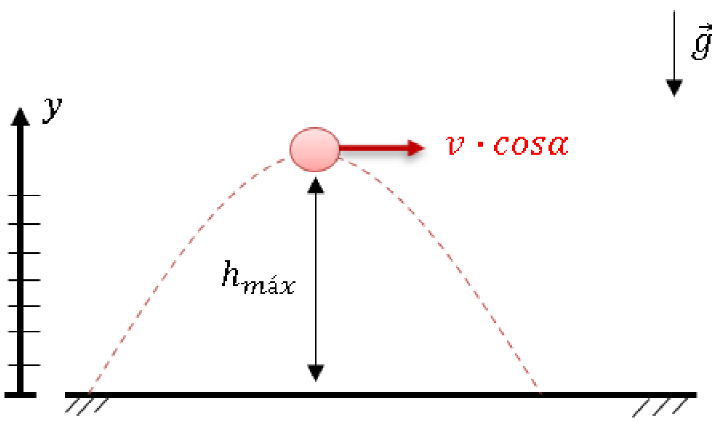


Figura 26: Posição de altura máxima.

A posição vertical do objeto em função do tempo é dada por:

$$y(t) = v \cdot sen\alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Até atingir a posição de máxima altura, o corpo gasta metade do tempo de voo.

$$y\left(\frac{t_{voo}}{2}\right) = h_{máx}$$

$$y\left(\frac{t_{voo}}{2}\right) = v \cdot sen\alpha \cdot \frac{v \cdot sen\alpha}{g} - \frac{g \cdot \left(\frac{v \cdot sen\alpha}{g}\right)^2}{2}$$

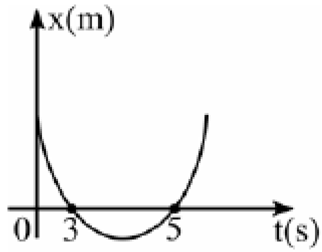
$$\boxed{h_{máx} = \frac{v^2 \cdot sen^2\alpha}{2g}}$$

Questões

Lista EEAR

1. (EEAR – 2018)

A posição (x) de um móvel em função do tempo (t) é representada pela parábola no gráfico a seguir



Durante todo o movimento o móvel estava sob uma aceleração constante de módulo igual a 2 m/s². A posição inicial desse móvel, em m, era

a) 0

b) 2

c) 15

d) -8

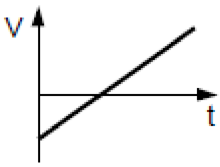
2. (EEAR – 2016)

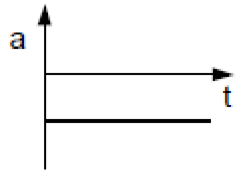
Uma bomba é abandonada a uma altura de 8 km em relação ao solo. Considerando-se a ação do ar desprezível e fixando-se a origem do sistema de referências no solo, assinale a alternativa correspondente ao conjunto de gráficos que representa qualitativamente a velocidade (V) e a aceleração (a) da bomba, ambas em função do tempo.

a)

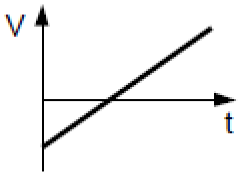
b)

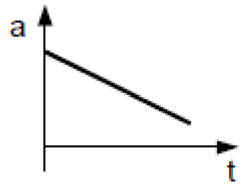
c)





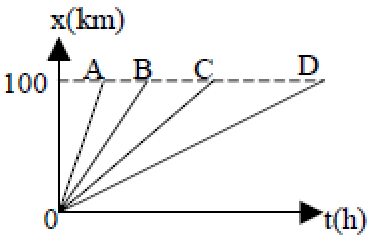
d)





3. (EEAR – 2013)

Admita que o consumo de combustível de um carro é diretamente proporcional à velocidade média do mesmo durante o trajeto. Observando o gráfico da posição (x) em função do tempo (t), entre os veículos A, B, C e D o que apresenta maior consumo entre as posições 0 e 100 km é:



a) A

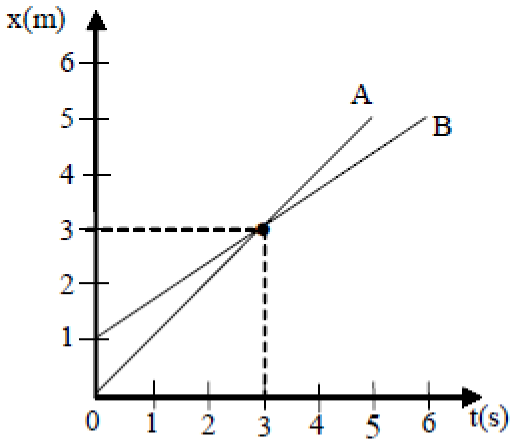
b) B

c) C

d) D

4. (EEAR – 2013)

Dois pontos materiais A e B têm seus movimentos retilíneos uniformes descritos no gráfico, da posição (x) em função do tempo (t), a seguir. A razão entre o módulo da velocidade de B e o módulo da velocidade de A é



a) 1/2

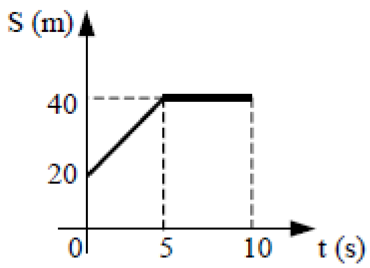
b) 1/3

c) 2/3

d) 3/2

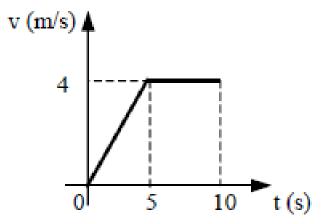
5. (EEAR – 2010)

No gráfico mostram-se as posições de um móvel em função do tempo.

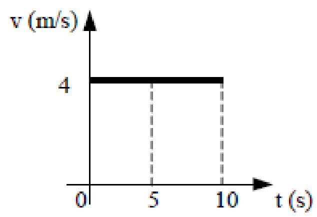


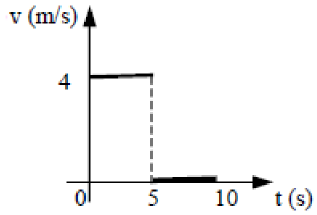
Das alternativas abaixo, assinale a que apresenta o gráfico da velocidade em função do tempo, para o movimento do móvel descrito no gráfico anterior.

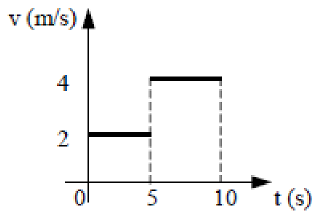
a)



b)

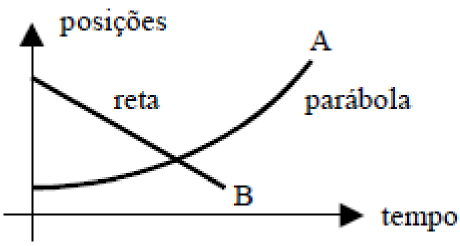


c) 

d) 

6. (EEAR – 2009)

Dois ciclistas, A e B, deslocam-se simultaneamente numa mesma estrada, ambos em movimento retilíneo, conforme representado no gráfico (posição X tempo) abaixo.



Os movimentos dos ciclistas A e B, respectivamente, são classificados como:

a) uniforme e acelerado.

b) uniforme e retardado.

c) acelerado e uniforme.

d) acelerado e retardado.

7. (EEAR – 2008)

A função horária $x = 12 - 8t + t^2$, onde t (instantes de tempo em segundos) e x (posição em metros) medidos sobre a trajetória, é usada para o estudo de um movimento. Determine o intervalo de tempo em que as posições do móvel são negativas.

a) entre 0 e 2 s.

b) entre 1 s e 2 s.

c) entre 2 s e 6 s.

d) entre 6 s e 10 s.

8. (EEAR – 2007)

Um móvel ao percorrer uma trajetória retilínea obedece a seguinte função horária: $s(t) = -4 + 16t - 2t^2$ (no SI). Em que instante, em segundos, o móvel inverte o sentido do movimento?

a) 2

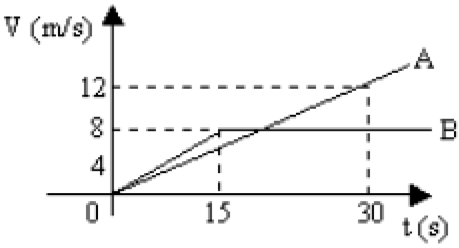
b) 4

c) 8

d) $4 + \sqrt{56}$

9. (EEAR – 2006)

Dois móveis partem simultaneamente de uma mesma posição e suas velocidade estão representadas no gráfico. A diferença entre as distâncias percorridas pelos dois móveis, no instante 30 s, é igual a



a) 180.

b) 120.

c) zero.

d) 300.

10. (EEAR – 2016)

Um corpo é lançado obliquamente com velocidade $\vec{v}_0$, formando um ângulo com a horizontal. Desprezando-se a resistência do ar, podemos afirmar que

a) o módulo da velocidade vertical aumenta durante a subida.

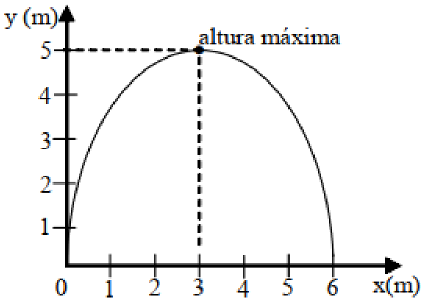
b) o corpo realiza um movimento retilíneo e uniforme na direção vertical.

c) o módulo da velocidade no ponto de altura máxima do movimento vertical é zero.

d) na direção horizontal o corpo realiza um movimento retilíneo uniformemente variado.

11. (EEAR – 2013)

Uma partícula é lançada obliquamente a partir do solo e descreve o movimento representado no gráfico que relaciona a altura (y), em relação ao solo, em função da posição horizontal (x). Durante todo movimento, sobre a partícula, atua somente a gravidade cujo módulo no local é constante e igual a 10 m/s². O tempo, em segundos, que a partícula atinge a altura máxima é



a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

12. (EEAR – 2008)

Durante a invasão da Normandia, os canhões dos navios aliados deveriam atingir as posições alemãs na praia de Omaha às 6 horas: 30 minutos: 00 segundos. Desprezando os efeitos da resistência do ar, determine o instante em que os disparos deveriam ocorrer para acertar os alvos no instante previsto.

Dado:

- Módulo da componente vertical da velocidade (V_{0y}) de lançamento igual a 10 m/s.

- Aceleração da gravidade no local igual a 10 m/s².

- Considere que as posições alemãs na praia e os navios estão na mesma altitude, ou seja, no mesmo plano horizontal.

a) 6 horas: 30 minutos : 02 segundos

b) 6 horas: 29 minutos : 58 segundos

c) 5 horas: 30 minutos : 02 segundos

d) 5 horas: 29 minutos : 58 segundos

13. (EEAR – 2007)

Um garoto lança uma pedra utilizando um estilingue (atiradeira) de maneira que o alcance horizontal seja o maior possível. Sendo V o módulo da velocidade de lançamento da pedra, V_x o módulo de sua componente horizontal e V_y o módulo de sua componente vertical, assinale a alternativa correta que apresenta o valor de V.

a) $V = V_x + V_y$

b) $V = \left(V_x + V_y\right)^2$

c) $V = V_x/\sqrt{2}$

d) $V = V_x\sqrt{2}$

14. (EEAR – 2016)

Um canhão, cujo cano está inclinado em relação ao solo, dispara um tiro. Desprezando-se qualquer tipo de atrito, é CORRETO afirmar que o movimento

a) vertical do projétil é um movimento retilíneo uniforme.

b) horizontal do projétil é um movimento circular uniforme.

c) vertical do projétil é um movimento circular uniforme.

d) horizontal do projétil é um movimento retilíneo uniforme.

15. (EEAR – 2006)

Um lançador de projéteis dispara estes com uma velocidade inicial de 750 km/h, verticalmente para cima, atingindo uma altura máxima H. Se inclinarmos o lançador 30° em relação à vertical, qual deverá ser a velocidade inicial dos projéteis, em km/h, para atingir a mesma altura H?

a) $750\sqrt{3}$

b) $500\sqrt{3}$

c) $325\sqrt{3}$

d) $375\sqrt{3}$

Lista Complementar

Nível 1

1. (Nível 1)

Um trem se move com velocidade constante de V e atravessa uma ponte de comprimento L metros em Δt segundos. Qual é o comprimento do trem ?

a) $2L$

b) $v \cdot \Delta t + L$

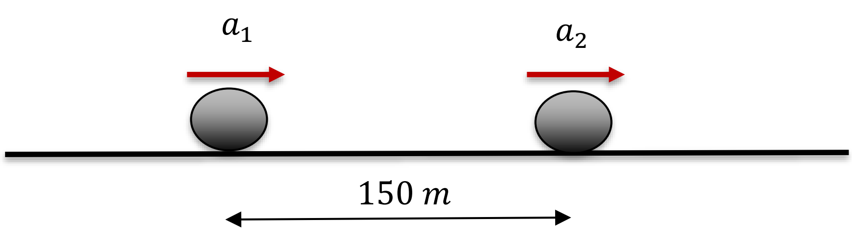
c) $v \cdot \Delta t$

d) L

e) $v \cdot \Delta t - L$

2. (Nível 1)

Dois móveis se encontram partem do repouso com acelerações constantes $a_1 = 8\,m/s^2$ e $a_2 = 5\,m/s^2$. Depois de quanto tempo o móvel 1 alcança o móvel 2?



a) 10 s

b) 20 s

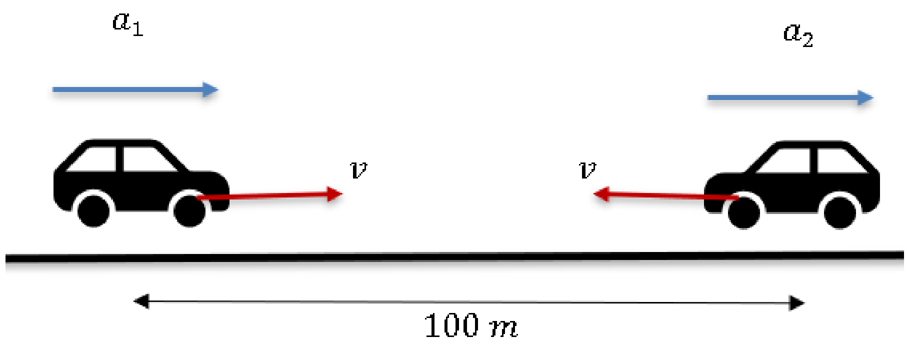
c) 30 s

d) 40 s

e) 50 s

3. (Nível 1)

Dois móveis se movem em MRUV e, no instante mostrado, possuem velocidades iguais e com acelerações constantes $a_1 = 2\,m/s^2$ e $a_2 = 4\,m/s^2$. Qual é a distância entre os móveis após 10 segundos do mostrado na figura abaixo? A velocidade $v = 1\,m/s$.



a) $250\ m$

b) $200\ m$

c) $180\ m$

d) $150\ m$

e) $100\ m$

4. (Nível 1)

Com relação às noções básicas de mecânica, assinale a alternativa correta:

a) Os alunos em uma sala estão todos em movimento mesmo que sentados em suas carteiras, porque nada pode permanecer totalmente parado.

b) A trajetória de um corpo é o caminho percorrido por ele e não depende do referencial adotado.

c) Movimento e repouso são conceitos relativos, pois dependem da trajetória adotada pelo móvel.

d) Um ponto material é todo corpo na qual suas dimensões não interferem no estudo de um determinado fenômeno

e) Uma caixa é solta de um avião que se movimenta retilineamente, horizontalmente, para a direita. Portanto, para um observador no solo, a trajetória será uma reta, na diagonal, para baixo e para a direita.

5. (Nível 1)

Dois barcos estão separados $440\ km$, e se movem um ao encontro do outro através de um movimento retilíneo uniforme e se encontram ao final de $8\ h$. Assinale a alternativa que corresponde a velocidade do mais rápido em km/h, se a velocidade do outro é $5\ km/h$ a menos.

a) 25

b) 30

c) 35

d) 40

e) 45

6. (Nível 1)

Dois barcos partem de um mesmo porto em repouso com acelerações constantes e igual a $a_1 = 6\ m/s^2$ e $a_2 = 4\ m/s^2$, sendo que o barco 1 está a 400 m atrás do barco 2. Assinale a alternativa que corresponde corretamente ao tempo que o móvel 1 alcançará ao móvel 2.

a) 5

b) 10

c) 20

d) 40

e) 60

7. (Nível 1)

Um móvel percorre a metade do caminho com velocidade de 60 km/h. A outra metade, ele gasta metade do tempo com velocidade de 15 km/h e a outra metade do tempo com velocidade de 45 km/h. Determine a velocidade média do móvel no caminho.

a) 20 km/h

b) 30 km/h

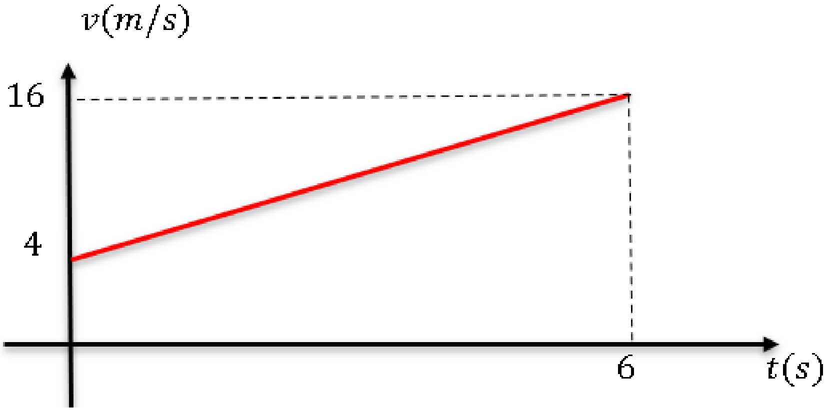
c) 40 km/h

d) 50 km/h

e) 60 km/h

8. (Nível 1)

Um corpo está percorrendo uma trajetória retilínea com aceleração constante. A velocidade do corpo em função do tempo é dada pelo gráfico abaixo. Qual é a distância percorrida nos primeiros 3 segundos?



a) 21 m

b) 16 m

c) 15 m

d) 14 m

9. (Nível 1)

Um carro parte do repouso com aceleração inicial constante de “a” m/s². No primeiro segundo ele percorre x metros. Se no próximo segundo ele percorreu x+2 metros, qual é o valor da aceleração a?

a) 0,5 m/s²

b) 1 m/s²

c) 2 m/s²

d) 3 m/s²

e) 4 m/s²

10. (Nível 1)

Um móvel percorre uma distância de x em duas etapas. A distância percorrida na primeira etapa é o dobro da distância percorrida na segunda etapa. Na primeira etapa ele utiliza uma velocidade média v e na segunda etapa ele gasta um tempo t. O corpo sempre permanece em movimento retilíneo e uniforme. Qual é a velocidade média total do percurso?

a) $\frac{vx}{x+vt}$

b) $\frac{vx}{2x+vt}$

c) $\frac{vx}{x+3vt}$

d) $\frac{3vx}{2x+3vt}$

e) $\frac{vx}{3t}$

11. (Nível 1)

Considere dois objetos que estão referenciados de acordo com um mesmo eixo X. A equação dos móveis são:

$$A: x_A(t) = 3 - 2t + 3t^2$$
$$B: x_B(t) = 5 - 7t + bt^2$$

Se no instante $t = 2\ s$ as velocidades dos móveis têm a mesma direção e o mesmo modulo, mas possuem sentidos contrário, qual deve ser o valor de b?

a) -4

b) $-3/4$

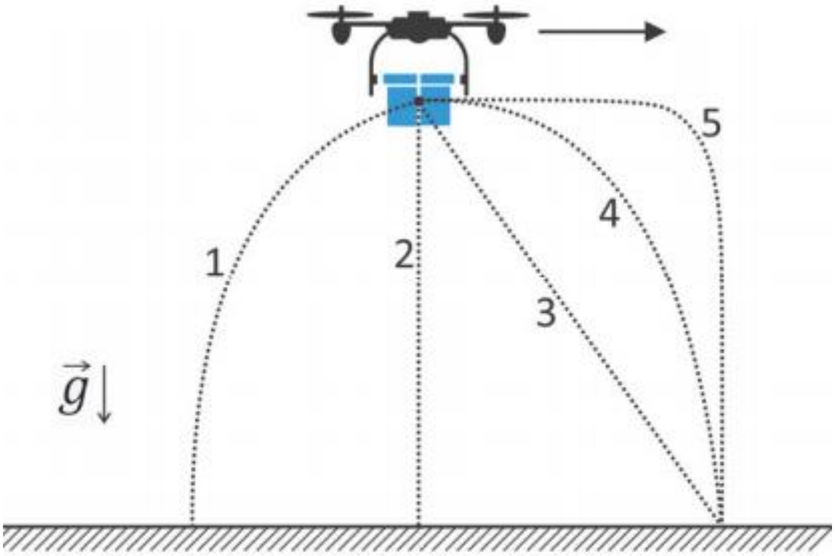
c) $1/4$

d) 2

e) -3

12. (Nível 1)

(FUVEST 2020) Um drone voando na horizontal, em relação ao solo (como indicado pelo sentido da seta na figura), deixa cair um pacote de livros. A melhor descrição da trajetória realizada pelo pacote de livros, segundo um observador em repouso no solo, é dada pelo percurso descrito na



a) trajetória 1.

b) trajetória 2.

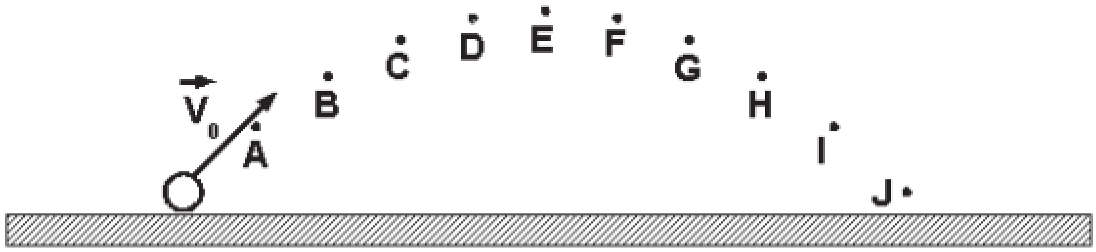
c) trajetória 3.

d) trajetória 4.

e) trajetória 5.

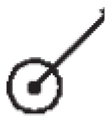
13. (EsPCEx – 2008) (Nível 1)

Uma bola é lançada obliquamente a partir do solo, com velocidade inicial $\vec{V}_0$, e descreve uma parábola, conforme representada no desenho abaixo. Os pontos de A até J representam posições sucessivas da bola. A força de resistência do ar é nula e o ponto E é o mais alto da trajetória.



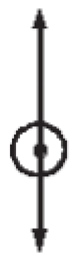
Desenho Ilustrativo

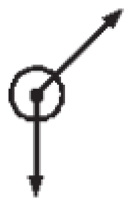
Com base nas informações acima, o desenho que representa corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola, no ponto B, quando ela está subindo, é:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Nível 2

14. (Nível 2)

Dois alunos do colégio naval estão no último andar de um prédio. O primeiro aluno solta uma bolinha e o outro aluno lança para baixo uma bolinha idêntica a primeira após 1 segundos. Contudo, as duas bolinhas se chocam ao mesmo tempo com o solo. Se as bolinhas partiram de $80\ m$. Assinale qual a velocidade inicial da segunda bolinha.

Considere que a gravidade local é $10\ m/s^2$

a) 10

b) $\frac{35}{3}$

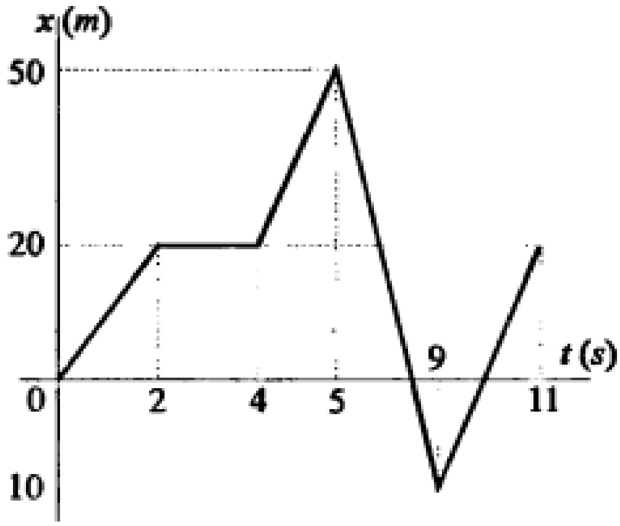
c) 15

d) $\frac{47}{3}$

e) 20

15. (Nível 2)

O gráfico espaço – tempo que se mostra descreve o deslocamento de um objeto com relação a um certo marco de referência. Determinar o valor e o sinal da maior velocidade que se apresenta ao longo de todo o movimento, e ademais, a velocidade média no intervalo de tempo de 4 a 10 s.



a) $30\ m/s\ ;\ -2{,}5\ m/s$

b) $10\ m/s\ ;\ -5{,}5\ m/s$

c) $20\ m/s\ ;\ -5{,}0\ m/s$

d) $25\ m/s\ ;\ -2{,}0\ m/s$

16. (Nível 2)

Um automóvel percorre um trajeto retilíneo que possui comprimento total x. O automóvel percorre um décimo desse trajeto a uma velocidade $2v$, cinco décimos desse trajeto com velocidade $3v$ e os quatro décimos restantes com velocidade v. Entre o ponto inicial e final do trajeto, o automóvel faz uma parada que dura x/v segundos. Qual é a velocidade média do automóvel nesse trajeto retilíneo?

a) $v_m = \frac{60}{37}v$

b) $v_m = \frac{60}{97}v$

c) $v_m = 2v$

d) $v_m = \frac{60}{87}v$

e) $v_m = 2{,}5v$

17. (Nível 2)

O movimento de um ponto material é definido no plano cartesiano pelas equações:

$$x = 2t^2 - 4t$$

$$y = 2(t-1)^2 - 4(t-1)$$

onde x e y em metros e t em segundos. O mínimo valor para a velocidade escalar desse ponto é:

a) 2 m/s

b) $2\sqrt{1{,}5}\ m/s$

c) $2\sqrt{2}\ m/s$

d) $2\sqrt{2{,}5}\ m/s$

e) $2\sqrt{3}\ m/s$

18. (Nível 2)

Dois trens, de comprimentos L e 180 m, correm em trilhos paralelos e em sentidos opostos, com velocidades respectivamente iguais a 53 m/s e 41 m/s. Uma pessoa localizada numa das pontas do trem de comprimento L começa a andar com 4 m/s em relação ao trem no exato momento em que os trens começam a ultrapassagem e chega na outra extremidade exatamente quando a ultrapassagem termina. Assim, determine o comprimento L.

a) 2 m

b) 8 m

c) 26 m

d) 90 m

e) 160 m

19. (Nível 2)

(FUVEST 2020) Um estímulo nervoso em dos dedos do pé de um indivíduo demora cerca de 30 ms para chegar ao cérebro. Nos membros inferiores, o pulso elétrico, que conduz a informação do estímulo, é transmitido pelo nervo ciático, chegando à base do tronco em 20 ms. Da base do tronco ao cérebro, o pulso é conduzido na medula espinhal. Considerando que a altura média do brasileiro é de 1,70 m e supondo uma razão média de 0,6 entre o comprimento dos membros inferiores e a altura de uma pessoa, pode-se concluir que as velocidades médias de propagação do pulso nervoso desde os dedos do pé até o cérebro e da base do tronco até o cérebro são, respectivamente:

a) 51 m/s e 51 m/s

b) 51 m/s e 57 m/s

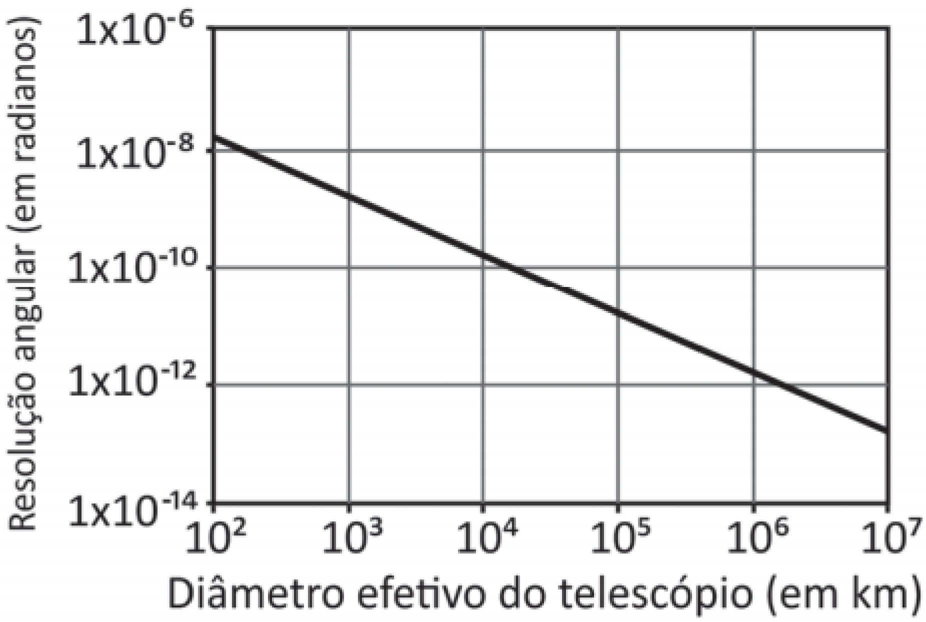
c) 57 m/s e 57 m/s

d) 57 m/s e 68 m/s

e) 68 m/s e 68 m/s

20. (Nível 2)

(FUVEST 2020) No dia 10 de abril de 2019, a equipe do *Event Horizon Telescope* (EHT, “Telescópio Horizonte de Eventos”) divulgou a primeira imagem de um buraco negro, localizado no centro da galáxia M87, obtida por um conjunto de telescópios com diâmetro efetivo equivalente ao da Terra, de 12.700 km. Devido ao fenômeno físico da difração, instrumentos óticos possuem um limite de resolução angular, que corresponde à mínima separação angular entre dois objetos que podem ser identificados separadamente quando observador à distância. O gráfico mostra o limite de resolução de um telescópio, medido em radianos, como função do seu diâmetro, para ondas luminosas de comprimento de onda de 1,3 mm, igual ao daquelas, captadas pelo EHT. Note a escala logarítmica dos eixos do gráfico.



Sabe-se que o tamanho equivalente a um *pixel* na foto do buraco negro correspondente ao valor da menor distância entre dois objetos naquela galáxia para que eles possam ser identificados separadamente pelo EHT. Com base nas informações anteriores e na análise do gráfico, e sabendo que a distância da Terra até a galáxia M87 é de $5 \cdot 10^{20}\ km$, indique o valor mais próximo do tamanho do *pixel*.

a) $5 \cdot 10^{1}\ km$

b) $5 \cdot 10^{4}\ km$

c) $5 \cdot 10^{7}\ km$

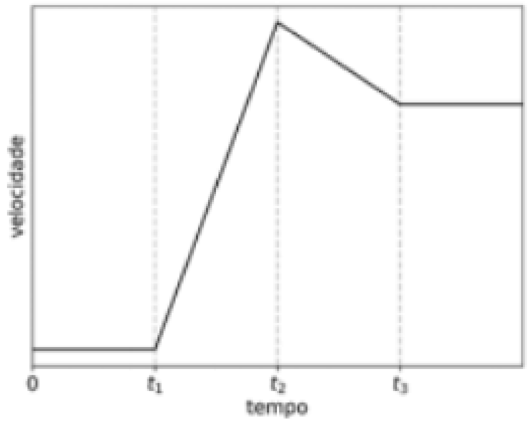
d) $5 \cdot 10^{10}\ km$

e) $5 \cdot 10^{13}\ km$

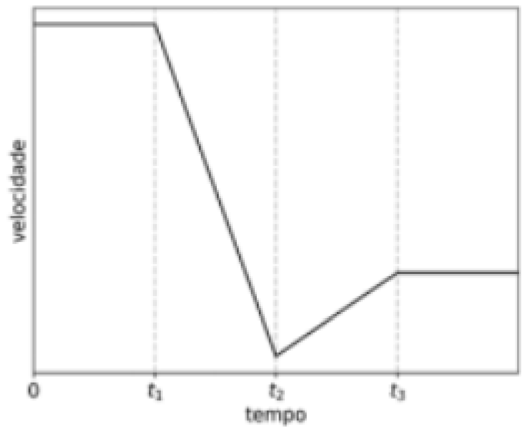
21. (Nível 2)

(UNICAMP 2020) A volta da França é uma das maiores competições do ciclismo mundial. Num treino, um ciclista entra num circuito reto e horizontal (movimento em uma dimensão) com velocidade constante e positiva. No instante $t1$, ele acelera sua bicicleta com uma aceleração constante e positiva até o instante $t2$. Entre $t2$ e $t3$, ele varia sua velocidade com uma aceleração também constante, porém negativa. Ao final do percurso, a partir do instante $t3$, ele se mantém em movimento retilíneo uniforme. De acordo com essas informações, o gráfico que melhor descreve a velocidade do atleta em função do tempo é

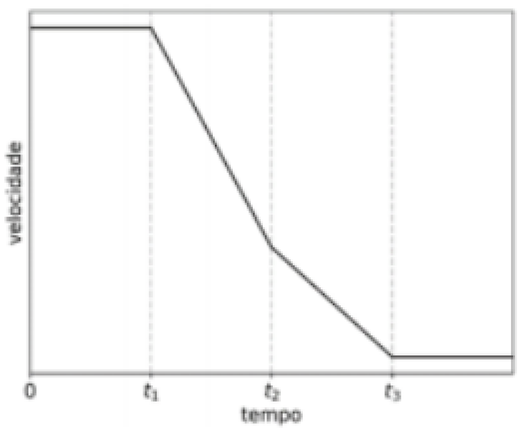
a)



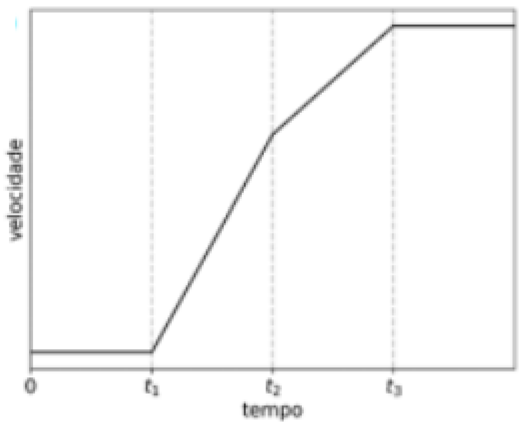
b)



c)

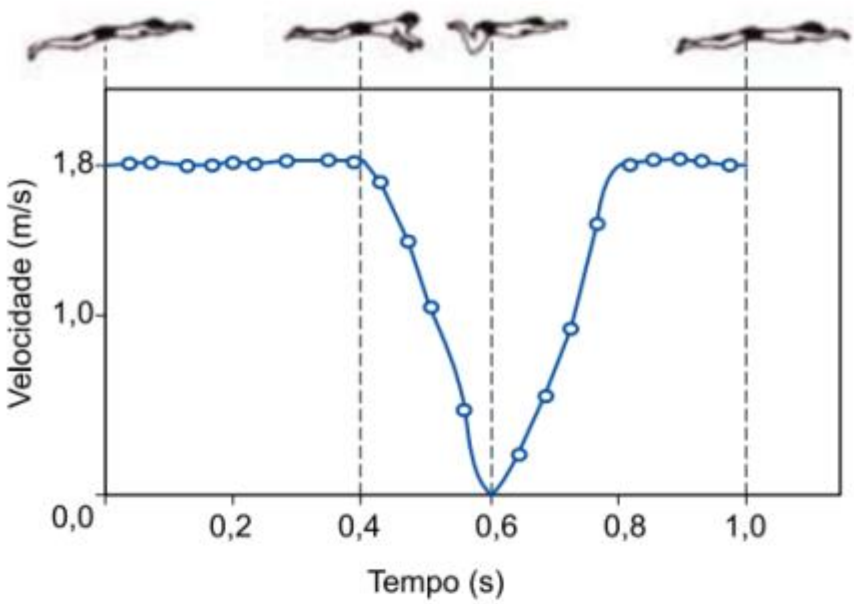


d)



22. (Nível 2)

(UNESP 2020) O gráfico representa a velocidade escalar de um nadador em função do tempo, durante um ciclo completo de braçadas em uma prova disputada no estilo nado de peito, em uma piscina.



Considerando que, em um trecho de comprimento 36 m, o nadador repetiu esse ciclo de braçadas e manteve o ritmo de seu nado constante, o número de braçadas completas dadas por ele foi em torno de

a) 20.

b) 35.

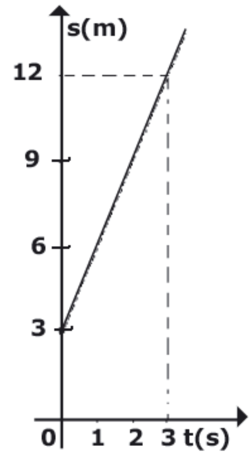
c) 15.

d) 30.

e) 25.

23. (EsPCEx – 2019) (Nivel 2)

Considere um objeto que se desloca em movimento retilíneo uniforme durante 10 s. O desenho abaixo representa o gráfico do espaço em função do tempo. O espaço do objeto no instante $t = 10\ s$, em metros, é



Desenho Ilustrativo - Fora de Escala

a) 25 m.

b) 30 m.

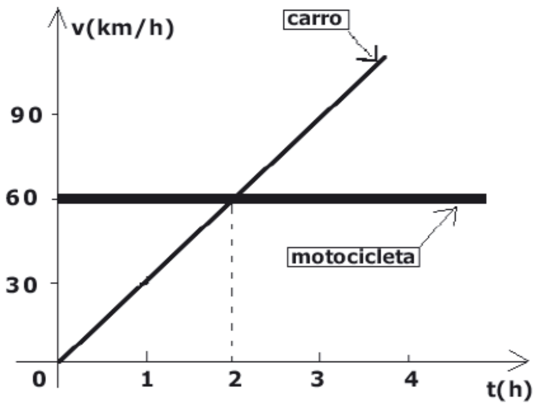
c) 33 m.

d) 36 m.

e) 40 m.

24. (EsPCEx – 2018) (Nível 2)

O gráfico abaixo está associado ao movimento de uma motocicleta e de um carro que se deslocam ao longo de uma estrada retilínea. Em $t = 0$ ambos se encontram no quilômetro 0 (zero) dessa estrada.



Desenho Ilustrativo Fora de Escala

Com relação a esse gráfico, são feitas as seguintes afirmações:

I. a motocicleta percorre a estrada em movimento uniformemente retardado.

II. entre os instantes 0 h e 2 h, o carro e a motocicleta percorrem, respectivamente, uma distância de 60 km e 120 km.

III. a velocidade do carro aumenta 30 km/h a cada hora.

IV. o carro e a motocicleta voltam a estar na mesma posição no instante $t = 2\ h$.

Das afirmações acima está(ão) correta(s) apenas a(s).

a) IV.

b) II, III e IV.

c) I, III e IV.

d) II e III.

e) I e III.

25. (EsPCEx – 2011) (Nível 2)

O gráfico abaixo representa a velocidade (v) de uma partícula que se desloca sobre uma reta em função do tempo (t). O deslocamento da partícula, no intervalo de 0 s a 8 s, foi de:

a) $-32\ m.$

b) $-16\ m.$

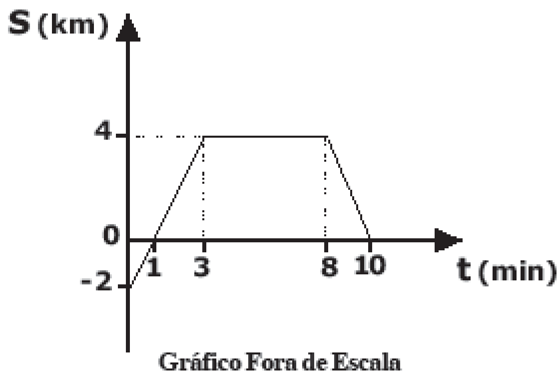
c) $0\ m.$

d) $16\ m.$

e) $32\ m.$

26. (EsPCEx – 2010) (Nível 2)

O gráfico abaixo indica a posição (S) em função do tempo (t) para um automóvel em movimento num trecho horizontal e retilíneo de uma rodovia.



Da análise do gráfico, pode-se afirmar que o automóvel

a) está em repouso, no instante 1 min.

b) possui velocidade escalar nula, entre os instantes 3 min e 8 min.

c) sofreu deslocamento de 4 km, entre os instantes 0 e 3 min.

d) descreve movimento progressivo, entre os instante 1 min e 10 min.

e) tem a sua posição inicial coincidente com a origem da trajetória.

27. (EsPCEx – 2009) (Nível 2)

O gráfico abaixo indica a velocidade escalar em função do tempo de um automóvel que se movimento sobre um trecho horizontal e retilíneo de um rodovia.

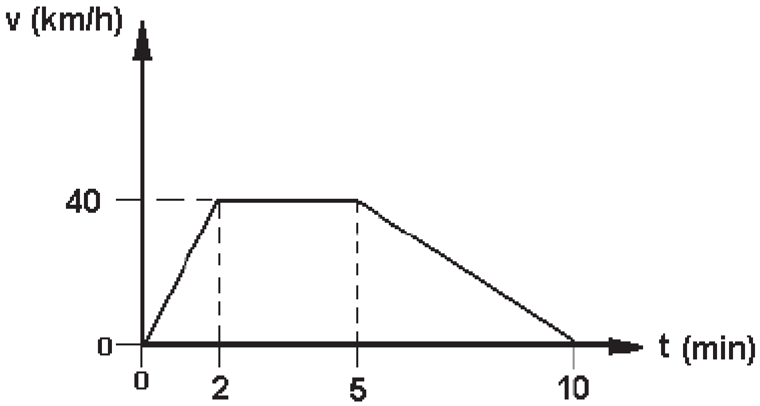


Gráfico Fora de Escala

Podemos afirmar que o automóvel,

a) entre os instantes 0 e 2 min, descreve um movimento uniforme.

b) entre os instantes 2 min e 5 min, está em repouso.

c) no instante 5 min, inverte o sentido do seu movimento.

d) no instante 10 min, encontra-se na mesma posição que estava no instante 0 min.

e) entre os instantes 5 min e 10 min, tem movimento retardado.

28. (EsPCEx – 2004) (Nível 2)

Um móvel movimenta-se sobre uma trajetória retilínea obedecendo à função horária da posição $s = -4 + 5t - t^2$, onde s é a posição do móvel e t o tempo (todas as grandezas estão no Sistema Internacional de Unidades). O instante, em segundos, em que o móvel inverte o sentido do seu movimento é:

a) 0

b) 1

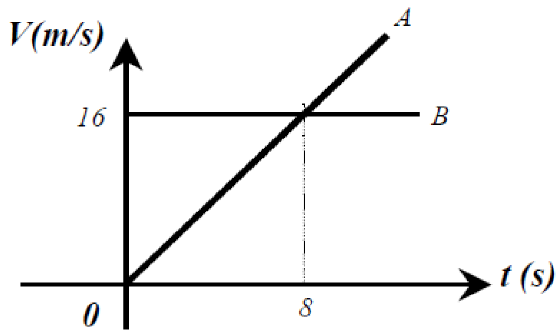
c) 1,5

d) 2,5

e) 4

29. (EsPCEx – 2003) (Nível 2)

O gráfico abaixo representa a velocidade (v) em função do tempo (t) dos móveis A e B, que percorrem a mesma trajetória no mesmo sentido e que, no instante inicial ($t = 0$), partem do mesmo ponto.



A distância percorrida pelo móvel A será o dobro daquela percorrida pelo móvel B quando o tempo de deslocamento for igual a

a) 8 s

b) 16 s

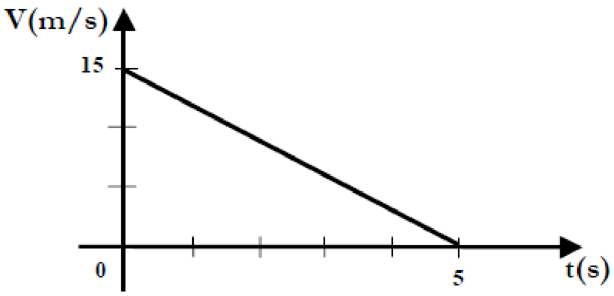
c) 24 s

d) 32 s

e) 40 s

30. (EsPCEx – 2002) (Nível 2)

O gráfico abaixo descreve a velocidade V, em função do tempo t, de um móvel que parte da posição inicial 10 m de sua trajetória. A função horária da sua posição, em que o tempo t e a posição S são dados, respectivamente, em segundos e em metros, é



a) $s = 10 - 15t + 3t^2/2$

b) $s = 15 + 10t - 5t^2/2$

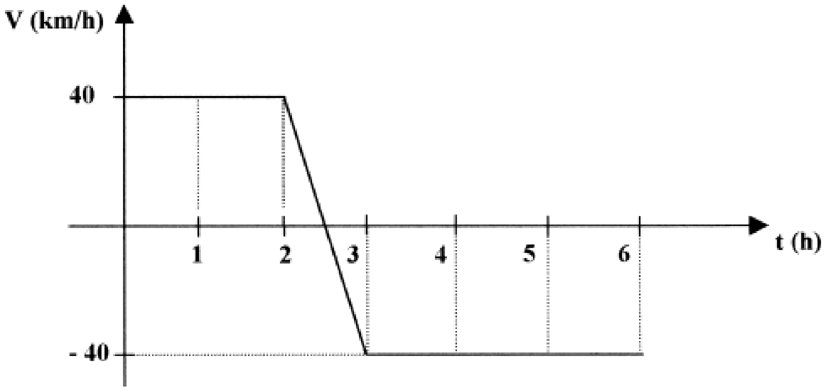
c) $s = 10 + 15t - 3t^2/2$

d) $s = 15 - 10t + 5t^2/2$

e) $s = 10 + 15t - 5t^2/2$

31. (EsPCex – 2000) (Nível 2)

O gráfico abaixo representa a velocidade escalar de um ciclista em função do tempo num determinado percurso. Nas quatro horas iniciais do percurso, a velocidade média do ciclista, em km/h, é de



a) -40

b) 0

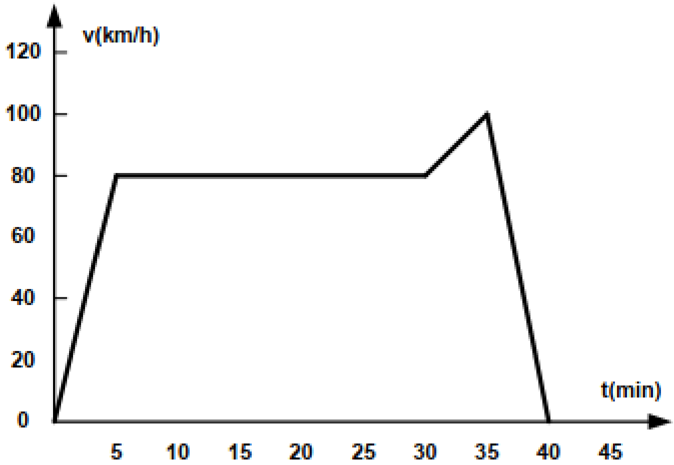
c) 20/3

d) 10

e) 30

32. (EFOMM – 2015) (Nível 2)

Um carro se desloca, partindo do repouso, segundo o gráfico dado:



O espaço total percorrido é de

a) 48,3 km.

b) 52,8 km.

c) 55,7 km.

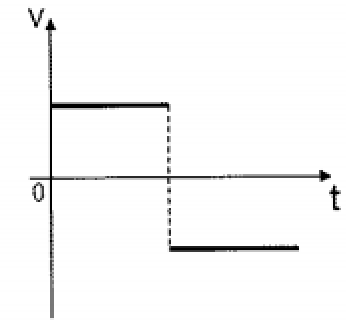
d) 59,4 km.

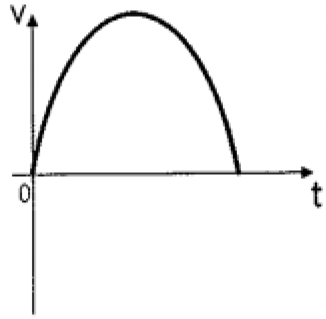
e) 61,5 km.

33. (EN – 2013) (Nível 2)

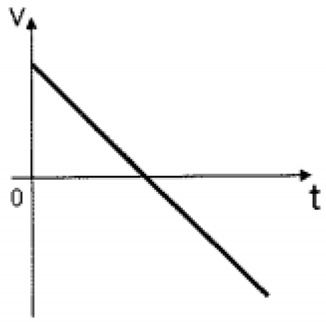
Um garoto atira uma pequena pedra verticalmente para cima, no instante $t = 0$. Qual dos gráficos abaixo pode representar a relação velocidade x tempo?

a) b)

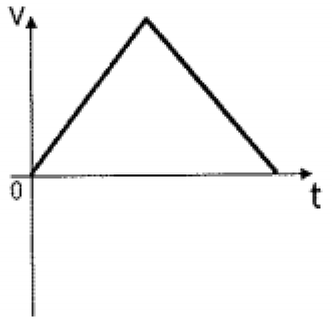




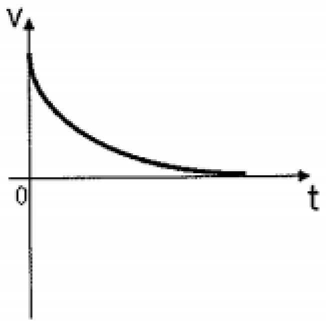
c)



d)



e)



34. (EN – 2009) (Nível 2)

Um carro de testes parte do repouso com uma aceleração constante de $6{,}00\ m/s^2$ em uma pista retilínea. Ao atingir a velocidade de $216\ km/h$, é submetido a uma desaceleração constante até parar. Qual foi o módulo da desaceleração, em m/s^2, considerando que a distância total percorrida pelo carro foi de $750\ m$?

a) 3, 50

b) 4,00

c) 4, 50

d) 5,00

e) 5, 50

35. (EsPCEx – 2015) (Nível 2)

Um projétil é lançado obliquamente, a partir de um solo plano e horizontal, com uma velocidade que forma com a horizontal um ângulo α e atinge a altura máxima de $8{,}45\ m$. Sabendo que, no ponto mais alto da trajetória, a velocidade escalar do projétil é $9{,}0\ m/s$, pode-se afirmar que o alcance horizontal do lançamento é:

Dados: intensidade da aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$, despreze a resistência do ar.

a) 11,7 m

b) 17,5 m

c) 19,4 m

d) 23,4 m

e) 30,4 m

36. (EsPCEx – 2013) (Nível 2)

Uma esfera é lançada com velocidade horizontal constante de módulo $v = 5\ m/s$ da borda de uma mesa horizontal. Ela atinge o solo num ponto situado a 5 m do pé da mesa conforme o desenho abaixo.

Desprezando a resistência do ar, o módulo da velocidade com que a esfera atinge o solo é de:

Dado: aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$.

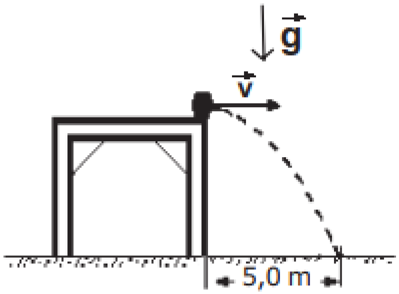
a) 4 m/s

b) 5 m/s

c) $5\sqrt{2}\ m/s$

d) $6\sqrt{2}\ m/s$

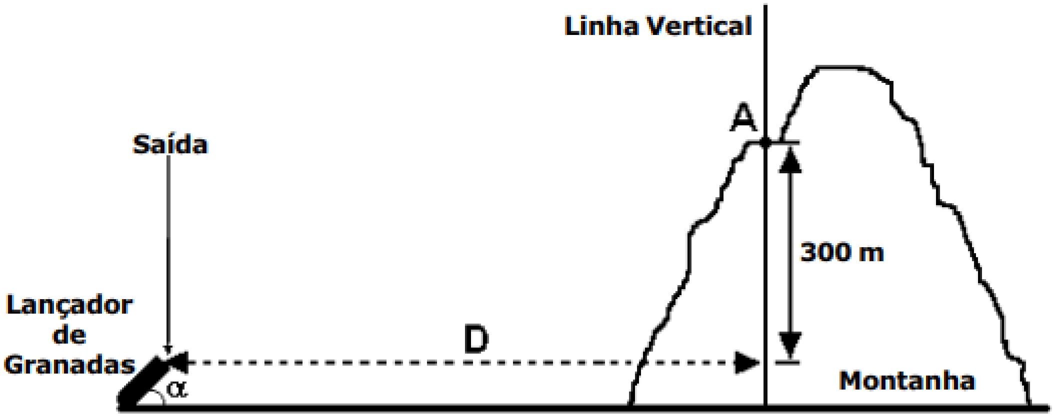
e) $5\sqrt{5}\ m/s$



desenho ilustrativo - fora de escala

37. (EsPCEx – 2011) (Nível 2)

Um lançador de granadas deve ser posicionado a uma distância D da linha vertical que passa por um ponto A. Este ponto está localizado em uma montanha a 300 m de altura em relação à extremidade de saída da granada, conforme o desenho abaixo.



A velocidade da granada, ao sair do lançador, é de $100\ m/s$ e forma um ângulo "α" com a horizontal; a aceleração da gravidade é igual a $10\ m/s^2$ e todos os atritos são desprezíveis. Para que a granada atinja o ponto A, somente após a sua passagem pelo ponto de maior altura possível de ser atingido por ela, a distância D deve ser de:

Dados: $\cos \alpha = 0{,}6$ e $sen\ \alpha = 0{,}8$

a) 240 m b) 360 m c) 480 m d) 600 m e) 960 m

38. (EsPCEx – 2004) (Nível 2)

Uma bola é lançada do solo, com uma velocidade inicial de módulo V que faz um ângulo θ com a superfície do terreno, que é plana e horizontal. Desprezando a resistência do ar, considerando a aceleração da gravidade igual a $10\ m/s^2$ e $0° < \theta < 90°$, podemos afirmar, em relação à bola, que:

a) no ponto mais alto da trajetória, a sua aceleração é nula.

b) no ponto mais alto da trajetória, a sua velocidade é nula.

c) quanto maior o valor de θ maior será o seu alcance.

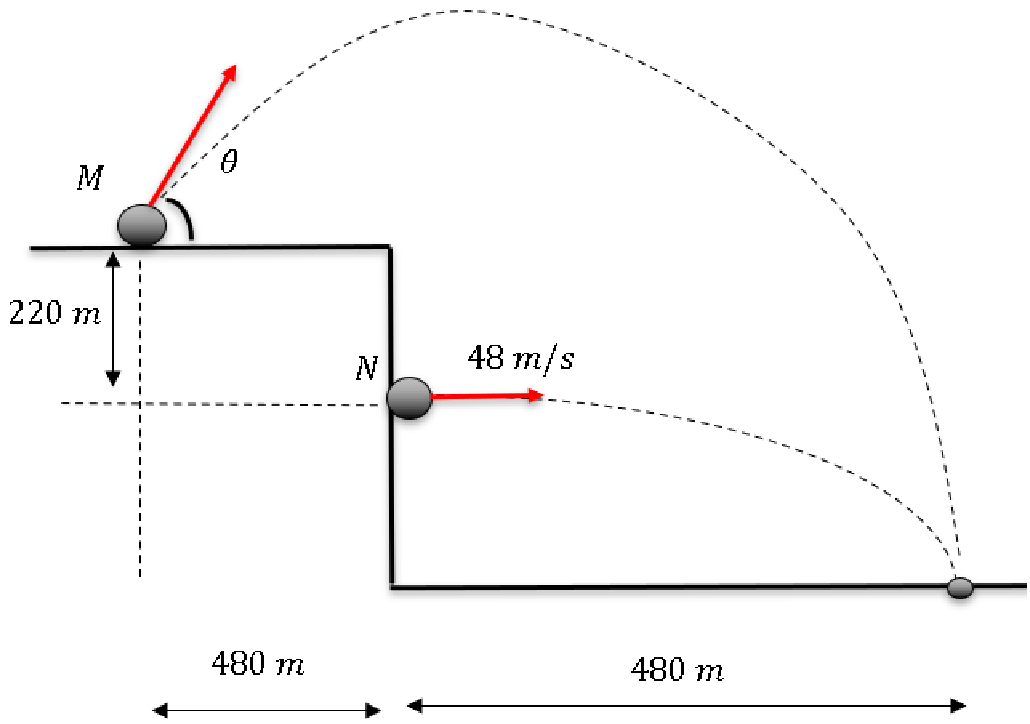
d) ela descreve um movimento uniforme ao longo da direção vertical.

e) a direção e o sentido da sua aceleração são constantes.

Nível 3

39. (Nível 3)

Dois móveis são lançados da posição mostrada. O objeto M é lançado no instante $t = 0\ s$ e o objeto N é lançado no instante $t = 10\ s$. A velocidade de N é 48 m/s. Se os objetos caem simultaneamente no ponto P, qual deve ser a velocidade de M?



a) $100\ m/s$

b) $90\ m/s$

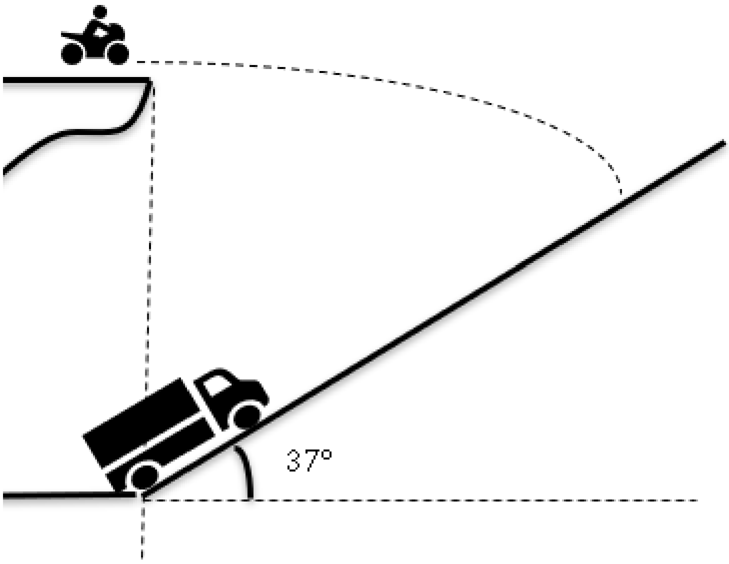
c) $80\ m/s$

d) $70\ m/s$

e) $60\ m/s$

40. (Nível 3)

Um motociclista acrobático que se desloca com uma velocidade de $30\ m/s$ deve efetuar um movimento parabólico de modo que consiga entrar em um caminhão perpendicularmente à direção do movimento daquele. Se a velocidade do caminhão é v e sai de A simultaneamente quando o motociclista sai do precipício, qual é a altura H do precipício e a velocidade v do caminhão? Considere cos37° = 0,8.



a) $85\ m; 75\ m/s$

b) $170\ m; 37{,}5\ m/s$

c) $50\ m; 20{,}0\ m/s$

d) $70\ m; 37{,}5\ m/s$

41. (Nível 3)

Um projétil é lançado obliquamente, formando um ângulo α com a horizontal, passando por uma altura máxima de 20 metros e atingindo um alcance A. Duplicando-se o ângulo de disparo, sem mudar a velocidade inicial de lançamento, o projétil atinge o mesmo alcance A. Determinar a altura máxima atingida pelo projétil, nesse último disparo.

a) 10 m

b) 20 m

c) 40 m

d) 50 m

e) 60 m

42. (Nível 3)

Um tenente está participando do curso de Comandos do exército brasileiro. No curso, o tenente precisa acertar um alvo com seu "rifle". O tenente efetua seus disparos deitado (na mesma horizontal que o solo). Na primeira tentativa, o tenente inclina seu armamento de um ângulo θ (em relação a horizontal) e acerta um ponto após o alvo, afastado 20 metros dele. Na segunda tentativa, o tenente reduz pela metade o ângulo de disparo, mantenho constante sua distância até o alvo e a velocidade de disparo, e acerta um ponto 20 metros antes o alvo. Qual das alternativas não pode representar a distância entre o tenente e alvo? Considere o tiro do tenente como um lançamento oblíquo.

a) 40 m

b) 80 m

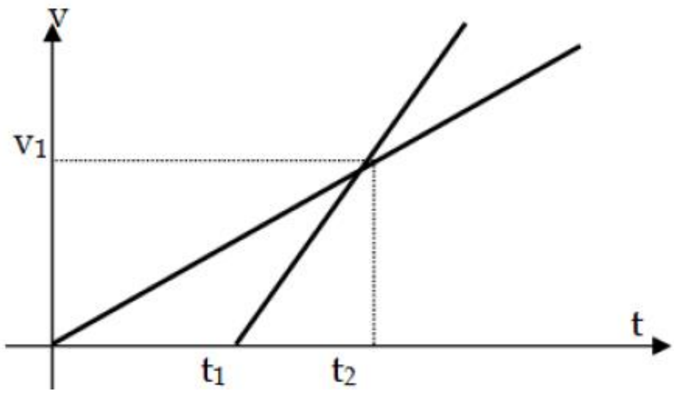
c) 120 m

d) 5 m

e) 6 m

43. (Nível 3)

A figura abaixo representa o gráfico velocidade-tempo de dois pontos que se movem sobre a mesma reta e que partem da mesma posição inicial. São conhecidos os tempos *t1* e *t2*. Depois de quanto tempo os pontos se reencontrarão?



a) $\sqrt{t_2^2 + {t_1}^2}$

b) $2 \cdot t_2$

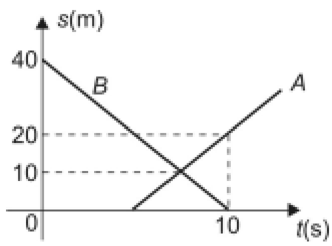
c) $2 \cdot t_1$

d) $t_2 + \sqrt{t_2^2 - {t_1}^2}$

e) $t_2 + \sqrt{t_2^2 + {t_1}^2}$

44. (AFA – 2009) (Nível 3)

O diagrama abaixo representa as posições de dois corpos A e B em função do tempo.



Por este diagrama, afirma-se que o corpo A iniciou o seu movimento, em relação ao corpo B, depois de

a) 2,5 s

b) 5,0 s

c) 7,5 s

d) 10 s

45. (AFA – 2011) (Nível 3)

Dois automóveis A e B encontram-se estacionados paralelamente ao marco zero de uma estrada. Em um dado instante, o automóvel A parte, movimentando-se com velocidade escalar constante $v_A = 80\ km/h$. Depois de certo intervalo de tempo, Δt, o automóvel B parte no encalço de A com velocidade escalar constante $v_B = 100\ km/h$. Após $2\ h$ de viagem, o motorista de A verifica que B se encontra $10\ km$ atrás e conclui que o intervalo Δt, em que o motorista B ainda permaneceu estacionado, em horas, é igual a

a) 0,25

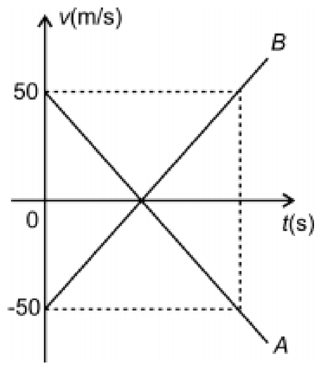
b) 0,50

c) 1,00

d) 4,00

46. (AFA – 2011) (Nível 3)

Duas partículas, A e B, que executam movimentos retilíneos uniformemente variados, se encontram em $t = 0$ na mesma posição. Suas velocidades, a partir desse instante, são representadas pelo gráfico abaixo.



As acelerações experimentadas por A e B têm o mesmo módulo de $0{,}2\ m/s^2$. Com base nesses dados, é correto afirmar que essas partículas se encontrarão novamente no instante

a) 10 s

b) 50 s

c) 100 s

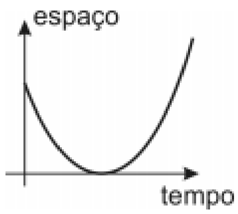
d) 500 s

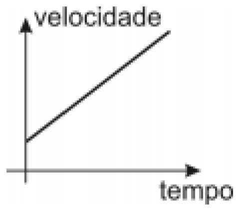
47. (AFA – 2012) (Nível 3)

Considere um móvel deslocando-se numa trajetória horizontal e descrevendo um movimento retilíneo uniformemente acelerado e retrógrado. A alternativa que contém o gráfico que melhor representa o movimento descrito pelo móvel é

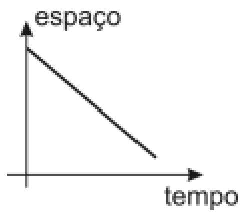
a)

c)

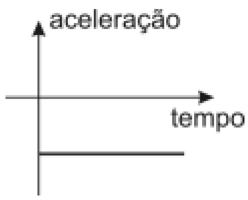




b)

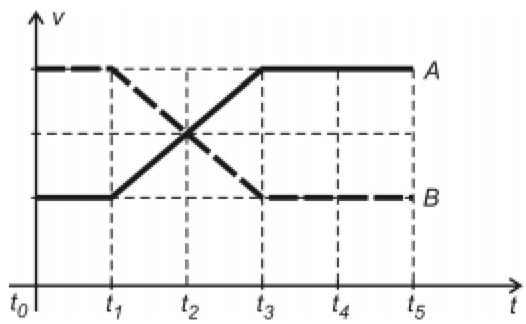


d)



48. (AFA – 2016) (Nível 3)

Dois móveis, A e B, partindo juntos de uma mesma posição, porém com velocidades diferentes, que variam conforme o gráfico abaixo, irão se encontrar novamente em um determinado instante.



Considerando que os intervalos de tempo $t_1 - t_0$, $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$, $t_4 - t_3$ e $t_5 - t_4$ são todos iguais, os móveis A e B novamente se encontrarão no instante

a) t_4

b) t_5

c) t_2

d) t_3

49. (EFOMM – 2017) (Nível 3)

Um trem deve partir de uma estação A e parar na estação B, distante 4 km de A. A aceleração e a desaceleração podem ser, no máximo, de $5{,}0\ m/s^2$, e a maior velocidade que o trem atinge é de $72\ km/h$. O tempo mínimo para o trem completar o percurso de A a B é, em minutos, de:

a) 1,7

b) 2,0

c) 2,5

d) 3,0

e) 3,4

50. (AFA – 2010) (Nível 3)

No instante $t = 0$, uma partícula A é lançada obliquamente, a partir do solo, com velocidade de $80\ m/s$ sob um ângulo de 30° com a horizontal. No instante $t = 2\ s$, outra partícula B é lançada verticalmente para cima, também a partir do solo, com velocidade de $40\ m/s$, de um ponto situado a $200\sqrt{3}\ m$ da posição de lançamento da primeira. Sabendo-se que essas duas partículas colidem no ar, pode-se afirmar que no momento do encontro

a) ambas estão subindo.

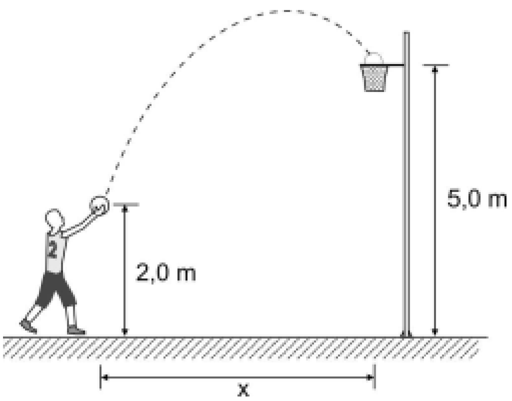
b) A está subindo e B descendo.

c) B está subindo e A descendo.

d) ambas estão descendo.

51. (AFA – 2009) (Nível 3)

Uma bola de basquete descreve a trajetória mostrada na figura após ser arremessada por um jovem atleta que tenta bater um recorde de arremesso.



A bola é lançada com uma velocidade de $10\ m/s$ e, ao cair na cesta, sua componente horizontal vale $6{,}0\ m/s$. Despreze a resistência do ar e considere $g = 10\ m/s^2$. Pode-se afirmar que a distância horizontal (x) percorrida pela bola desde o lançamento até cair na cesta, em metros, vale

a) 3,0

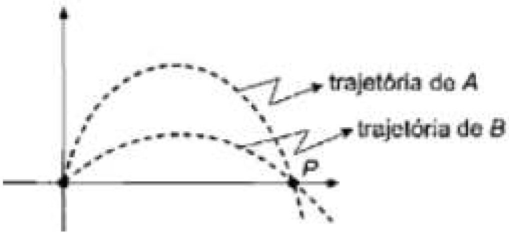
b) 3,6

c) 4,8

d) 6,0

52. (AFA – 2007) (Nível 3)

A figura abaixo representa as trajetórias de dois projéteis A e B lançados no mesmo instante num local onde o campo gravitacional é constante e a resistência do ar é desprezível.



Ao passar pelo ponto P, ponto comum de suas trajetórias, os projéteis possuíam a mesma

a) velocidade tangencial.

b) velocidade horizontal.

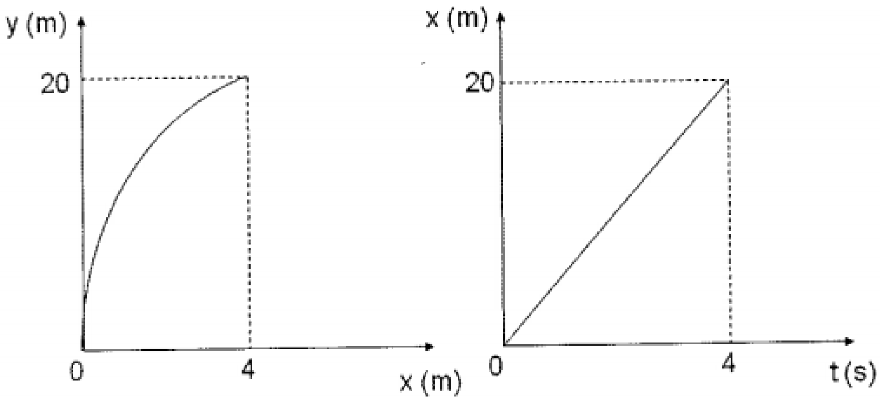
c) aceleração centrípeta.

d) aceleração resultante.

53. (EN – 2013) (Nível 3)

Os gráficos abaixo foram obtidos da trajetória de um projétil, sendo y a distância vertical e x a distância horizontal percorrida pelo projétil. A componente vertical da velocidade, em m/s, do projétil no instante inicial vale:

Dado: $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$



a) zero

b) 5,0

c) 10

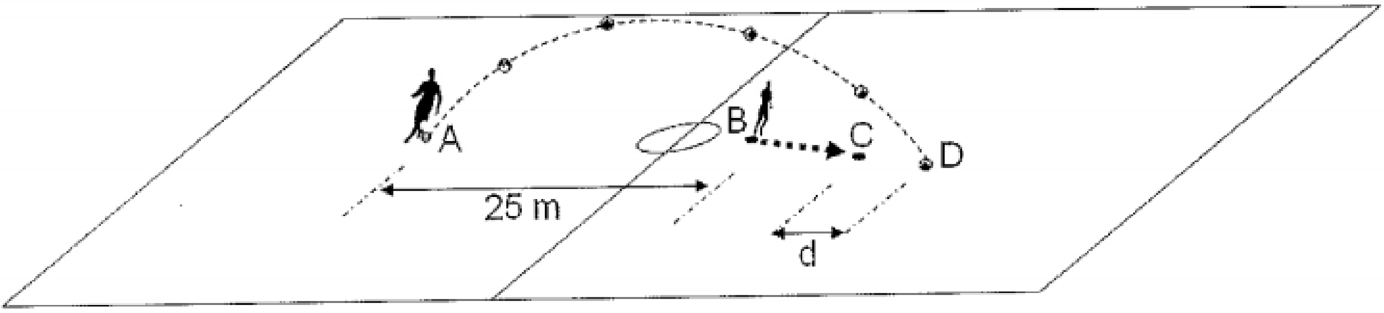
d) 17

e) 29

54. (EN – 2013) (Nível 3)

Conforme mostra figura abaixo, em um jogo de futebol, no instante em que o jogador situado no ponto A faz um lançamento, o jogador situado no ponto B, que inicialmente estava parado, começa a correr com aceleração constante igual a 3,00 m/s², deslocando-se até o ponto C. Esse jogador chega em C no instante em que a bola toca o chão no ponto D. Todo o movimento se processa em um plano vertical, e a distância inicial entre A e B vale 25,0 m. Sabendo-se que a velocidade inicial da bola tem módulo igual a 20,0 m/s, e faz um ângulo de 45° com a horizontal, o valor da distância, d, entre os pontos C e D, em metros, é

Dado: $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$



a) 1,00

b) 3,00

c) 5,00

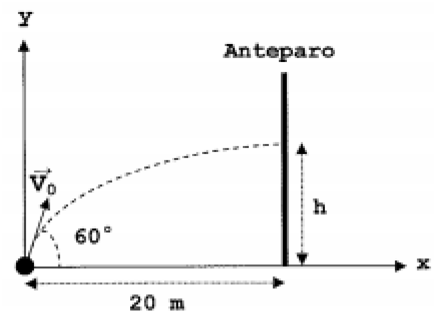
d) 12,0

e) 15,0

55. (EN – 2012) (Nível 3)

Um projétil é lançado contra um anteparo vertical situado a 20 m do ponto de lançamento. Despreze a resistência do ar. Se esse lançamento é feito com uma velocidade inicial de 20 m/s numa direção que faz um ângulo de 60° com a horizontal, a altura aproximada do ponto onde o projétil se choca com o anteparo, em metros, é

Dados: $tg(60°) \approx 1{,}7$; $g = 10\ m/s^2$.



a) 7,0

b) 11

c) 14

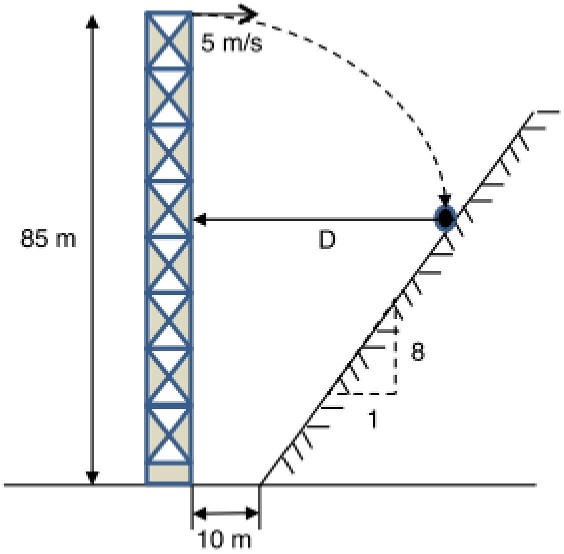
d) 19

e) 23

56. (EFOMM – 2016) (Nível 3)

Uma bola é lançada do topo de uma torre de $85\ m$ de altura com uma velocidade horizontal de $5{,}0\ m/s$ (ver figura). A distância horizontal D, em metros, entre a torre e o ponto onde a bola atinge o barranco (plano inclinado), vale

Dado: $g = 10\ m/s^2$



a) 15

b) 17

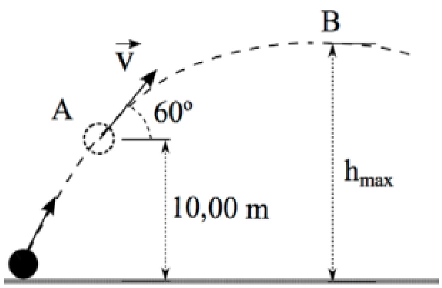
c) 20

d) 25

e) 28

57. (EFOMM – 2013/modificada) (Nível 3)

Uma bola é lançada obliquamente e, quando atinge a altura de $10\,m$ do solo, seu vetor velocidade faz um ângulo de 60° com a horizontal e possui uma componente vertical de módulo $5{,}0\,m/s$. Desprezando a resistência do ar, a altura máxima alcançada pela bola, em metros, é de



Dado: $g = 10\,m/s^2$.

a) 45/4

b) 50/4

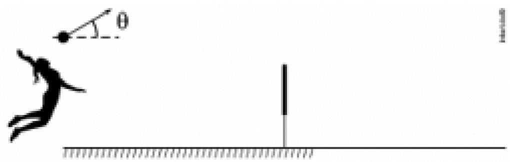
c) 55/4

d) 60/4

e) 65/4

58. (ITA-2018) (Nível 3)

Numa quadra de vôlei de $18m$ de comprimento, com rede de $2{,}24m$ de altura, um atleta solitária faz um saque com a bola bem em cima da linha de fundo, a $3{,}0m$ de altura, num ângulo θ de $15°$ com a horizontal, conforme a figura, com trajetória num plano perpendicular à rede. Desprezando o atrito, pode-se dizer que, com $12m/s$ de velocidade inicial, a bola $(g = 10m/s^2)$



a) bate na rede.

b) passa tangenciando a rede.

c) passa a rede e cai antes da linha de fundo.

d) passa a rede e cai na linha de fundo.

e) passa a rede e cai fora da quadra.

Gabarito

Lista EEAR

1. C	2. B	3. A	4.C	5. C
6. C	7. C	8. B	9. C	10. C
11. A	12. B	13. D	14. D	15. B

Lista Complementar

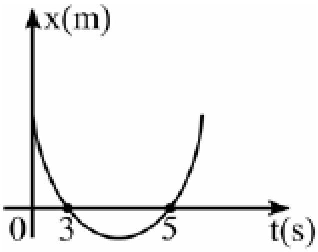
1.E	2. A	3. C	4.D	5. B
6. C	7. C	8. A	9. C	10. D
11. B	12. D	13. C	14. B	15. A
16. B	17. C	18. B	19. D	20. D
21. A	22. E	23. C	24. D	25. C
26. B	27. E	28. D	29. D	30. C
31. D	32. A	33. C	34. E	35. D
36. E	37. D	38. E	39. C	40. B
41. E	42. A	43. B	44. B	45. B
46. D	47. D	48. A	49. E	50. C
51. D	52. D	53. E	54. B	55. C
56. A	57. A	58. C		

Questões comentadas

Lista EEAR

1. (EEAR – 2018)

A posição (x) de um móvel em função do tempo (t) é representada pela parábola no gráfico a seguir



Durante todo o movimento o móvel estava sob uma aceleração constante de módulo igual a 2 m/s². A posição inicial desse móvel, em m, era

a) 0

b) 2

c) 15

d) -8

Comentários:

A partir do gráfico podemos determinar a função horária do espaço. Utilizando a forma fatorada, notando que $t = 3\ s$ e $t = 5\ s$ são raízes da minha função $x(t)$, então:

$$x(t) = \alpha(t-3)(t-5)$$

$$x(t) = \alpha t^2 - 8\alpha t + 15\alpha$$

Fazendo comparação com a função horária do MRUV, temos:

$$x(t) = \frac{at^2}{2} + v_0 t + x_0$$

Como a aceleração tem módulo igual a 2 m/s², temos:

$$\frac{a}{2} = \alpha$$

$$\frac{2}{2} = \alpha$$

$$\boxed{\alpha = 1}$$

Logo:

$$x_0 = 15\alpha = 15$$

Gabarito: C

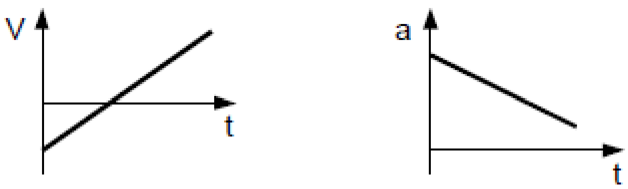
2. (EEAR – 2016)

Uma bomba é abandonada a uma altura de 8 km em relação ao solo. Considerando-se a ação do ar desprezível e fixando-se a origem do sistema de referências no solo, assinale a alternativa correspondente ao conjunto de gráficos que representa qualitativamente a velocidade (V) e a aceleração (a) da bomba, ambas em função do tempo.

a)


b)


c)


d)


Comentários:

Se o sistema de referência está no solo e orienta para cima, então a aceleração da gravidada, que é constante, está orientada no sentido contrário ao sistema adotado, ou seja, ela é constante e tem valor negativo.

Se a granada é solta, então sua equação de velocidade é dada por:

$$v = v_0 + a_y t$$

$$v = 0 - gt$$

$$v = -gt$$

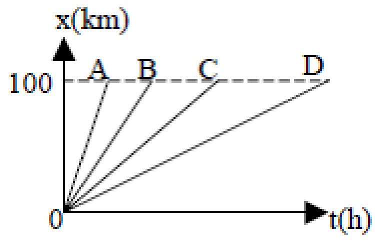
Assim, a velocidade aumenta em módulo e tem valor sempre negativo. A única alternativa que respeitas as duas condições física é a letra B.

Gabarito: B

---

3. (EEAR – 2013)

Admita que o consumo de combustível de um carro é diretamente proporcional à velocidade média do mesmo durante o trajeto. Observando o gráfico da posição (x) em função do tempo (t), entre os veículos A, B, C e D o que apresenta maior consumo entre as posições 0 e 100 km é:



a) A

b) B

c) C

d) D

Comentários:

Como o consumo de combustível é diretamente proporcional à velocidade média dos veículos, aquele que possuir maior velocidade média terá o maior consumo. No gráfico do espaço pelo tempo, sabemos que para o caso do espaço variando linearmente com o tempo, a velocidade média é numericamente igual a inclinação da reta.

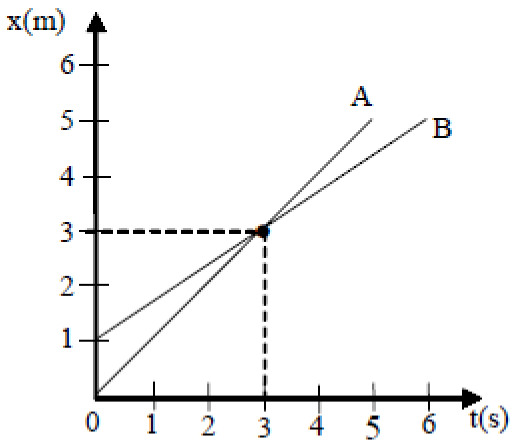
Portanto, a reta que tiver maior inclinação, terá maior velocidade média, ou seja, terá o maior consumo. Olhando para o gráfico, vemos que o veículo A possui maior inclinação, já que ele chega primeiro na posição $x = 100\ km$.

Gabarito: A

---

4. (EEAR – 2013)

Dois pontos materiais A e B têm seus movimentos retilíneos uniformes descritos no gráfico, da posição (x) em função do tempo (t), a seguir. A razão entre o módulo da velocidade de B e o módulo da velocidade de A é



a) 1/2

b) 1/3

c) 2/3

d) 3/2

Comentários:

De acordo com o gráfico da posição pelo tempo, sabemos que a inclinação é numericamente igual a velocidade. Portanto:

$$v_A = \frac{3-0}{3-0} = 1\ m/s$$

$$v_B = \frac{3-1}{3-0} = \frac{2}{3}\ m/s$$

A relação entre as velocidades é de:

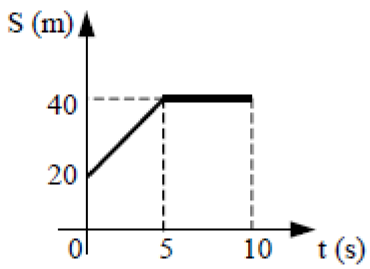
$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{\frac{2}{3}}{1} = \frac{2}{3}$$

Gabarito: C

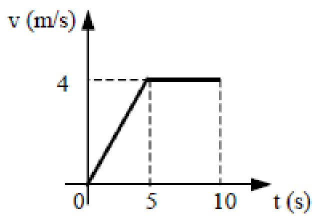
---

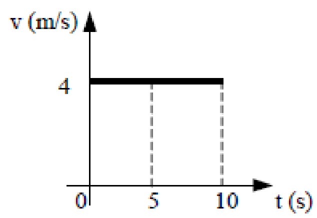
5. (EEAR – 2010)

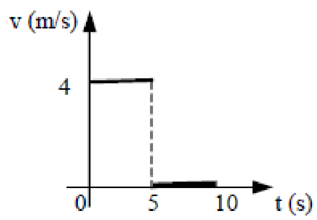
No gráfico mostram-se as posições de um móvel em função do tempo.

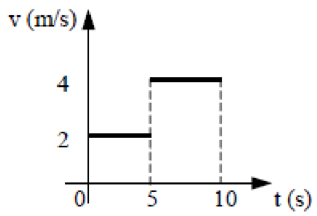


Das alternativas abaixo, assinale a que apresenta o gráfico da velocidade em função do tempo, para o movimento do móvel descrito no gráfico anterior.

a) 

b) 

c) 

d) 

Comentários:

No gráfico $s \times t$, a velocidade é numericamente igual a reta tangente. Portanto, no primeiro intervalo de 0 a 5 s, temos que:

$$v = \frac{40 - 20}{5 - 0} = \frac{20}{5} = 4\ m/s$$

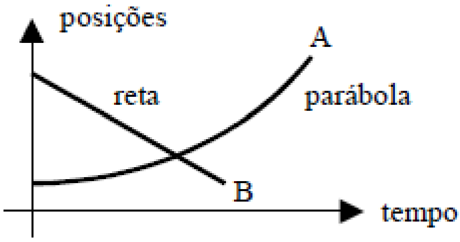
E de 5 s a 10 s não há variação do espaço, isto é, não há velocidade do corpo. Portanto, o gráfico que representa a velocidade do corpo está melhor representado na alternativa C.

Gabarito: C

---

6. (EEAR – 2009)

Dois ciclistas, A e B, deslocam-se simultaneamente numa mesma estrada, ambos em movimento retilíneo, conforme representado no gráfico (posição X tempo) abaixo.



Os movimentos dos ciclistas A e B, respectivamente, são classificados como:

a) uniforme e acelerado.

b) uniforme e retardado.

c) acelerado e uniforme.

d) acelerado e retardado.

Comentários:

O movimento de A é uma parábola, isto é, movimento uniformemente variado e com concavidade e para cima, ou seja, aceleração positiva. Note que foi representado apenas a parte onde a posição de A aumenta com o tempo, isto é, apenas o movimento acelerado do corpo.

Por outro lado, o gráfico de B é uma reta, caracterizando um movimento uniforme. Como é uma reta decrescente, temos um movimento retrogrado de B.

Assim, a única alternativa correta é a C.

Gabarito: C

---

7. (EEAR – 2008)

A função horária $x = 12 - 8t + t^2$, onde t (instantes de tempo em segundos) e x (posição em metros) medidos sobre a trajetória, é usada para o estudo de um movimento. Determine o intervalo de tempo em que as posições do móvel são negativas.

a) entre 0 e 2 s.

b) entre 1 s e 2 s.

c) entre 2 s e 6 s.

d) entre 6 s e 10 s.

Comentários:

Dada a função horária do espaço, temos que determinar os instantes em que $x = 0$:

$$x = 0$$

$$12 - 8t + t^2 = 0$$

$$t = \frac{-(-8) \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1}$$

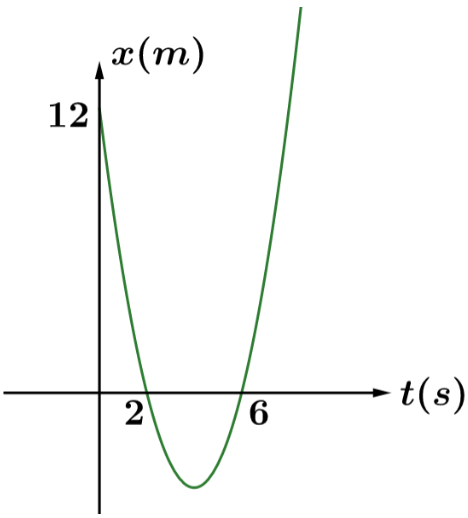
$$t = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$t = \frac{8 \pm 4}{2}$$

$$t_1 = \frac{8 - 4}{2} = 2\,s$$

$$t_2 = \frac{8 + 4}{2} = 6\,s$$

Desenhando a função do segundo grau, temos:



Assim, podemos verificar que o intervalo de tempo onde $x < 0$ é dado por:

$$\boxed{2\,s < t < 6\,s}$$

Gabarito: C

8. (EEAR – 2007)

Um móvel ao percorrer uma trajetória retilínea obedece a seguinte função horária: $s(t) = -4 + 16t - 2t^2$ (no SI). Em que instante, em segundos, o móvel inverte o sentido do movimento?

a) 2

b) 4

c) 8

d) $4 + \sqrt{56}$

Comentários:

Se a função horária é dada por:

$$s(t) = -4 + 16t - 2t^2$$

Comparando com a equação do MRUV, temos:

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Logo:

$s_0 = -4\ m$, $v_0 = 16\ m/s$ e $\frac{a}{2} = -2 \rightarrow a = -4\ m/s^2$

Diante disso, podemos escrever a função horária da velocidade:

$$v = v_0 + at$$

$$v = 16 - 4t$$

Quando o corpo inverte de sentido, a velocidade do corpo deve ser anular nesse instante. Portanto:

$$v = 0$$

$$16 - 4t = 0$$

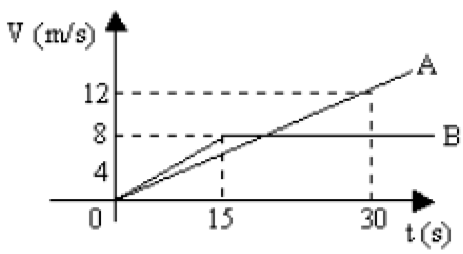
$$\boxed{t = 4\ s}$$

Gabarito: B

---

9. (EEAR – 2006)

Dois móveis partem simultaneamente de uma mesma posição e suas velocidade estão representadas no gráfico. A diferença entre as distâncias percorridas pelos dois móveis, no instante 30 s, é igual a



a) 180.

b) 120.

c) zero.

d) 300.

Comentários:

Se os móveis estão inicialmente juntos, a distância entre eles é determinada pela diferença entre os deslocamentos sofrido pelos móveis. Este pode ser calculado pela área sob o gráfico:

$$d_A = \frac{12 \cdot 30}{2} = 180\ m$$

$$d_B = \frac{30 - 15 + 30}{2} \cdot 8 = 180\ m$$

$$d_A = d_B$$

Logo, em $t = 30\ \ s$ eles estão novamente juntos.

Gabarito: C

---

10. (EEAR – 2016)

Um corpo é lançado obliquamente com velocidade $\vec{v}_0$, formando um ângulo com a horizontal. Desprezando-se a resistência do ar, podemos afirmar que

a) o módulo da velocidade vertical aumenta durante a subida.

b) o corpo realiza um movimento retilíneo e uniforme na direção vertical.

c) o módulo da velocidade no ponto de altura máxima do movimento vertical é zero.

d) na direção horizontal o corpo realiza um movimento retilíneo uniformemente variado.

Comentários:

Quando um corpo é lançado com velocidade $\vec{v}_0$ e ângulo de lançamento θ, as componentes das velocidades são:

$$v_{0y} = v_0 \cdot sen\ \theta$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta$$

Na vertical, a resultante das forças é força peso. Adotando um referencial para cima, colocando a origem no solo, a aceleração resultante na vertical é a aceleração da gravidade, orientada para baixo, contra o sistema de referência adotado, o que deixa a alternativa b) incorreta.

Portanto, na subida do corpo temos um movimento retardado até que ele atinja a altura máxima (portanto, a alternativa a) está incorreta), caracterizada pelo fato da velocidade na vertical, v_y, ser nula. Portanto, a alternativa C está correta.

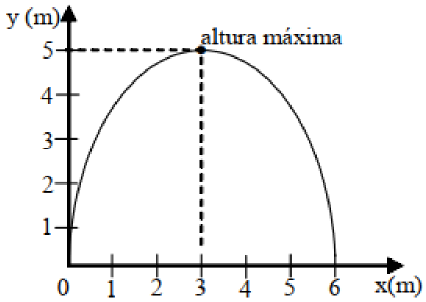
Na direção horizontal, não há forças atuando no corpo, portanto o movimento na horizontal é retilíneo e uniforme (MRU).

Gabarito: C

---

11. (EEAR – 2013)

Uma partícula é lançada obliquamente a partir do solo e descreve o movimento representado no gráfico que relaciona a altura (y), em relação ao solo, em função da posição horizontal (x). Durante todo movimento, sobre a partícula, atua somente a gravidade cujo módulo no local é constante e igual a 10 m/s². O tempo, em segundos, que a partícula atinge a altura máxima é



a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

Comentários:

A altura máxima alcançada pela partícula é de 5 metros, portanto:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot \Delta y$$

$$0 = v_{0y}^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5$$

$$v_{0y} = 10\ m/s$$

Por outro lado, pela função horária da velocidade, temos:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

$$0 = 10 - 10 \cdot t_{subida}$$

$$\boxed{t_{subida} = 1\ s}$$

Gabarito: A

---

12. (EEAR – 2008)

Durante a invasão da Normandia, os canhões dos navios aliados deveriam atingir as posições alemãs na praia de Omaha às 6 horas: 30 minutos: 00 segundos. Desprezando os efeitos da resistência do ar, determine o instante em que os disparos deveriam ocorrer para acertar os alvos no instante previsto.

Dado:

- Módulo da componente vertical da velocidade (V_{0y}) de lançamento igual a 10 m/s.

- Aceleração da gravidade no local igual a 10 m/s².

- Considere que as posições alemãs na praia e os navios estão na mesma altitude, ou seja, no mesmo plano horizontal.

a) 6 horas: 30 minutos : 02 segundos

b) 6 horas: 29 minutos : 58 segundos

c) 5 horas: 30 minutos : 02 segundos

d) 5 horas: 29 minutos : 58 segundos

Comentários:

O tempo de voo da munição pode ser calculado apenas analisando o movimento na vertical. O tempo de voo é 2 vezes o tempo de subida do corpo. Portanto:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

$$0 = 10 - 10 \cdot t_{subida}$$

$$t_{subida} = 1\ s$$

Logo, o tempo de voo é de:

$$t_{voo} = 2 \cdot t_{subida}$$

$$\boxed{t_{voo} = 2\ s}$$

Se o tempo de voo da munição é de 2 segundos e desejamos atingir o inimigo as 6 horas: 30 min : 00 segundos, então devemos disparar os canhões as 6 horas: 29 minutos: 58 segundos.

Gabarito: B

---

13. (EEAR – 2007)

Um garoto lança uma pedra utilizando um estilingue (atiradeira) de maneira que o alcance horizontal seja o maior possível. Sendo V o módulo da velocidade de lançamento da pedra, V_x o módulo de sua componente horizontal e V_y o módulo de sua componente vertical, assinale a alternativa correta que apresenta o valor de V.

a) $V = V_x + V_y$

b) $V = \left(V_x + V_y\right)^2$

c) $V = V_x/\sqrt{2}$

d) $V = V_x\sqrt{2}$

Comentários:

Se o garoto lança a pedra com um ângulo de lançamento que proporciona o maior alcance possível, sabemos que esse ângulo é de 45°, conforme visto em teoria. Portanto:

$$V_x = V \cdot \cos 45°$$

$$V_x = V \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V = \frac{2V_x}{\sqrt{2}}$$

$$V = \frac{2V_x}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{V = V_x\sqrt{2}}$$

A relação entre as componentes e a velocidade total é dada pelo teorema de Pitágoras:

$$\boxed{V^2 = V_x^2 + V_y^2}$$

Gabarito: D

---

14. (EEAR – 2016)

Um canhão, cujo cano está inclinado em relação ao solo, dispara um tiro. Desprezando-se qualquer tipo de atrito, é CORRETO afirmar que o movimento

a) vertical do projétil é um movimento retilíneo uniforme.

b) horizontal do projétil é um movimento circular uniforme.

c) vertical do projétil é um movimento circular uniforme.

d) horizontal do projétil é um movimento retilíneo uniforme.

Comentários:

Em um problema de lançamento oblíquo, podemos decompor o movimento na direção vertical e na direção horizontal. Na direção vertical, a força resultante é a própria força peso, portanto, o corpo descreve um MRUV nessa direção, em que a aceleração do corpo é a aceleração da gravidade.

Já na direção horizontal, o corpo é livre de forças nessa direção, portanto, ele descreverá um MRU.

Gabarito: D

---

15. (EEAR – 2006)

Um lançador de projéteis dispara estes com uma velocidade inicial de 750 km/h, verticalmente para cima, atingindo uma altura máxima H. Se inclinarmos o lançador 30° em relação à vertical, qual deverá ser a velocidade inicial dos projéteis, em km/h, para atingir a mesma altura H?

a) $750\sqrt{3}$

b) $500\sqrt{3}$

c) $325\sqrt{3}$

d) $375\sqrt{3}$

Comentários:

No primeiro momento, quando o lançamento é na vertical, podemos determinar a altura máxima atingida pelo corpo, utilizando a equação de Torricelli:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2 \cdot a_y \cdot \Delta h$$

$$0^2 = (v_1)^2 - 2 \cdot g \cdot H$$

$$H = \frac{v_1^2}{2g}$$

Ao fazer o lançamento com inclinação de 30° em relação a vertical, ou seja, 60° em relação a horizontal que é o ângulo que sempre tomamos em teoria, a velocidade na vertical é de:

$$v_{2y} = v_2 \cdot sen\, 60°$$

$$v_{2y} = v_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Para atingir a mesma altura H, temos:

$$H = \frac{v_{2y}^2}{2g}$$

Portanto:

$$v_{2y} = v_1$$

$$v_2 \frac{\sqrt{3}}{2} = 750$$

$$v_2 = \frac{2 \cdot 750}{\sqrt{3}}$$

$$v_2 = \frac{2 \cdot 750 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

$$\boxed{v_2 = 500\sqrt{3}\, km/h}$$

Gabarito: B

Lista Complementar

Nível 1

1. (Nível 1)

Um trem se move com velocidade constante de V e atravessa uma ponte de comprimento L metros em Δt segundos. Qual é o comprimento do trem ?

a) $2L$

b) $v \cdot \Delta t + L$

c) $v \cdot \Delta t$

d) L

e) $v \cdot \Delta t - L$

Comentário:

Pensando no conceito de velocidade relativa, o ponto final do trem deve percorrer a distância da ponte mais o comprimento total do trem:

$$L + x = v \cdot \Delta t$$

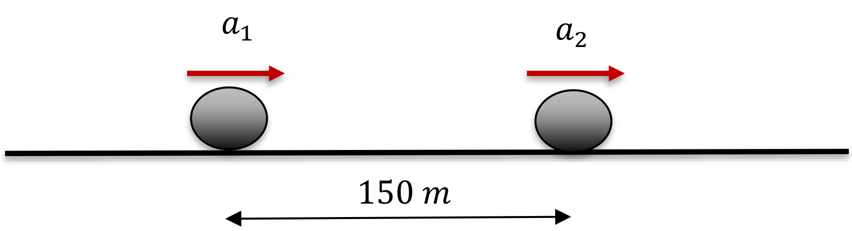
$$\boxed{x = v \cdot \Delta t - L}$$

Gabarito: E

---

2. (Nível 1)

Dois móveis se encontram partem do repouso com acelerações constantes $a_1 = 8\ m/s^2$ e $a_2 = 5\ m/s^2$. Depois de quanto tempo o móvel 1 alcança o móvel 2?



a) 10 s

b) 20 s

c) 30 s

d) 40 s

e) 50 s

Comentário:

Considere as equações de movimento das esferas:

$$S_1(t) = \frac{a_1 t^2}{2} = \frac{8 \cdot t^2}{2} = 4t^2$$

$$S_2(t) = 150 + \frac{a_2 t^2}{2} = 150 + \frac{5 \cdot t^2}{2}$$

Os móveis estarão na mesma posição quando:

$$S_1(t) = S_2(t)$$

$$4t^2 = 150 + \frac{5 \cdot t^2}{2}$$

$$\frac{3t^2}{2} = 150$$

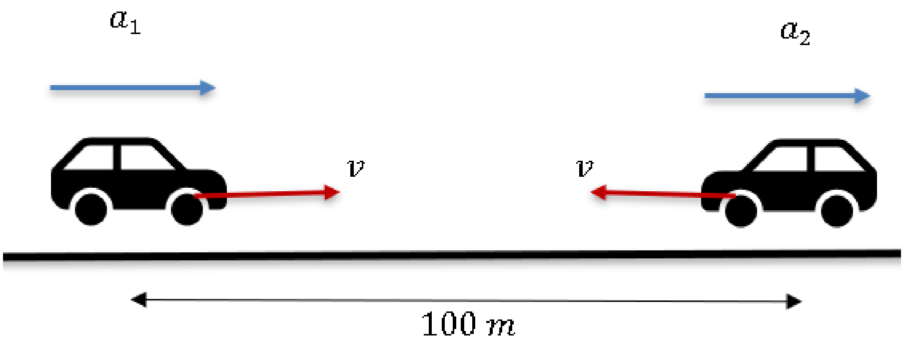
$$\boxed{t = 10\ s}$$

Gabarito: A

---

3. (Nível 1)

Dois móveis se movem em MRUV e, no instante mostrado, possuem velocidades iguais e com acelerações constantes $a_1 = 2\ m/s^2$ e $a_2 = 4\ m/s^2$. Qual é a distância entre os móveis após 10 segundos do mostrado na figura abaixo? A velocidade $v = 1\ m/s$.



a) $250\ m$

b) $200\ m$

c) $180\ m$

d) $150\ m$

e) $100\ m$

Comentário:

Considere as equações de movimento das esferas:

Móvel 1:

$$S_1(t) = v \cdot t + \frac{a_1 t^2}{2} = v \cdot t + \frac{2t^2}{2} = v \cdot t + t^2$$

$$S_1(10) = v \cdot 10 + 100$$

Móvel 2:

$$S_2(t) = 100 - v \cdot t + \frac{4t^2}{2} = 100 - v \cdot t + 2t^2$$

$$S_2(10) = 100 - v \cdot 10 + 200 = 300 - 10v$$

Desta maneira, temos:

$$S_2(10) - S_1(10) = 300 - 10v - 10v - 100 = 200 - 20$$

$$\boxed{S_2(10) - S_1(10) = 180\,m}$$

Gabarito: C

4. (Nível 1)

Com relação às noções básicas de mecânica, assinale a alternativa correta:

a) Os alunos em uma sala estão todos em movimento mesmo que sentados em suas carteiras, porque nada pode permanecer totalmente parado.

b) A trajetória de um corpo é o caminho percorrido por ele e não depende do referencial adotado.

c) Movimento e repouso são conceitos relativos, pois dependem da trajetória adotada pelo móvel.

d) Um ponto material é todo corpo na qual suas dimensões não interferem no estudo de um determinado fenômeno

e) Uma caixa é solta de um avião que se movimenta retilineamente, horizontalmente, para a direita. Portanto, para um observador no solo, a trajetória será uma reta, na diagonal, para baixo e para a direita.

Comentário:

a) Falsa, pois o conceito de movimento e repouso depende do referencial adotado. Por exemplo, no referencial da sala, os alunos estão parados, porém no referencial da Lua, os alunos estão em movimento.

b) Falsa, pois a trajetória depende do referencial adotado.

c) Falsa, pois os conceitos são relativos, mas dependem do referencial.

d) Verdadeira.

e) Falso, pois a trajetória será uma curva para baixo e para a direita e, não uma reta.

Gabarito: D

5. (Nível 1)

Dois barcos estão separados $440\ km$, e se movem um ao encontro do outro através de um movimento retilíneo uniforme e se encontram ao final de $8\ h$. Assinale a alternativa que corresponde a velocidade do mais rápido em km/h, se a velocidade do outro é $5\ km/h$ a menos.

a) 25

b) 30

c) 35

d) 40

e) 45

Comentário:

Escrevendo a equação do espaço para os barcos:

$$1: s_1 = 0 + v\,.\,t$$

$$2: s_2 = 440 - (v - 5)\,.\,t$$

Contudo, sabemos que eles se encontram quando $t = 8$:

$$s_1 = s_2$$

$$v\,.\,t = 440 - (v - 5)\,.\,t \Rightarrow 8v = 440 - 8v + 40 \Rightarrow 16v = 480$$

$$\boxed{v = 30\ km/h}$$

Gabarito: B

---

6. (Nível 1)

Dois barcos partem de um mesmo porto em repouso com acelerações constantes e igual a $a_1 = 6\ m/s^2$ e $a_2 = 4\ m/s^2$, sendo que o barco 1 está a 400 m atrás do barco 2. Assinale a alternativa que corresponde corretamente ao tempo que o móvel 1 alcançará ao móvel 2.

a) 5

b) 10

c) 20

d) 40

e) 60

Comentário:

Escrevendo a equação do espaço para os barcos:

$$1: s_1 = \frac{1}{2}a_1\,.\,t^2$$

$$2: s_2 = 400 + \frac{1}{2}a_2\,.\,t^2$$

Com isso, devemos calcular o tempo que as equações são iguais. Portanto:

$$s_1 = s_2$$

$$\frac{1}{2}a_1\,.\,t^2 = 200 + \frac{1}{2}a_2\,.\,t^2 \Rightarrow \frac{6}{2}.\,t^2 = 400 + \frac{4}{2}.\,t^2 \Rightarrow t^2 = 400$$

$$\boxed{t = 20\ s}$$

Gabarito: C

---

7. (Nível 1)

Um móvel percorre a metade do caminho com velocidade de 60 km/h. A outra metade, ele gasta metade do tempo com velocidade de 15 km/h e a outra metade do tempo com velocidade de 45 km/h. Determine a velocidade média do móvel no caminho.

a) 20 km/h

b) 30 km/h

c) 40 km/h

d) 50 km/h

e) 60 km/h

Comentário:

Para a primeira metade, temos:

$$\frac{x}{2} = 60 \cdot \Delta t_1$$

$$\Delta t_1 = \frac{x}{120}$$

Para a metade restante, temos:

$$a = 15 \cdot \frac{\Delta t_2}{2}$$

$$b = 45 \cdot \frac{\Delta t_2}{2}$$

Mas, temos:

$$a + b = \frac{x}{2}$$

$$15 \cdot \frac{\Delta t_2}{2} + 45 \cdot \frac{\Delta t_2}{2} = \frac{x}{2}$$

$$\Delta t_2 = \frac{x}{60}$$

A velocidade média no percurso é:

$$v = \frac{x}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{x}{\frac{x}{120} + \frac{x}{60}}$$

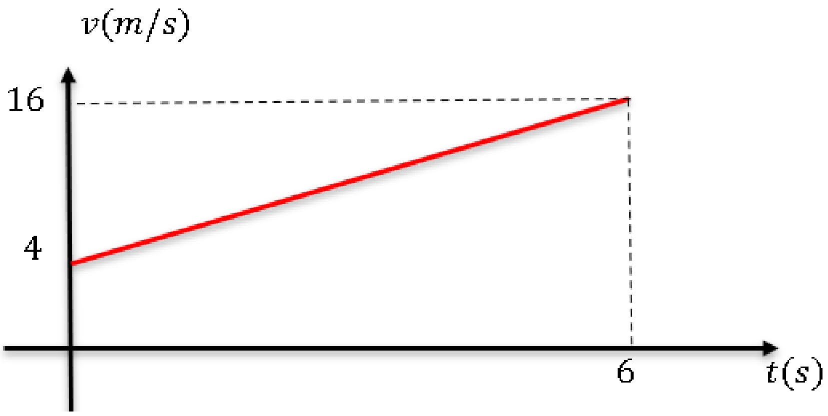
$$\boxed{v = 40\ km/h}$$

Gabarito: C

---

8. (Nível 1)

Um corpo está percorrendo uma trajetória retilínea com aceleração constante. A velocidade do corpo em função do tempo é dada pelo gráfico abaixo. Qual é a distância percorrida nos primeiros 3 segundos?



a) 21 m

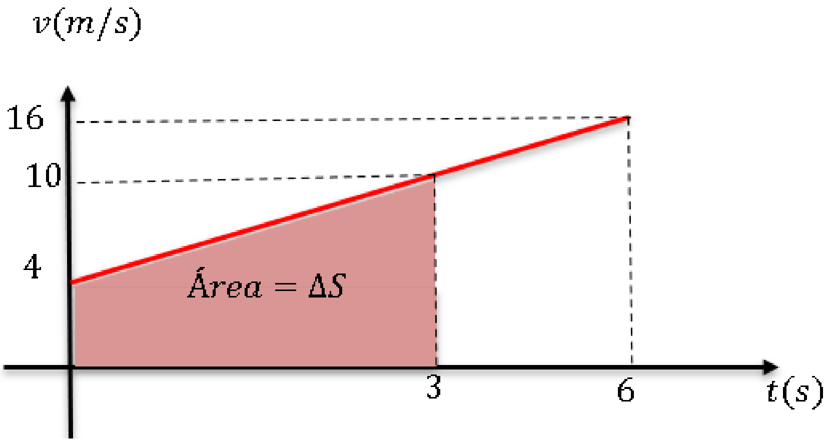
b) 16 m

c) 15 m

d) 14 m

Comentário:

Para calcular a distância percorrida, podemos fazer a área sob o gráfico.



$$\Delta S = \frac{(4+10)\cdot 3}{2}$$

$$\boxed{\Delta S = 21\ m}$$

Gabarito: A

---

9. (Nível 1)

Um carro parte do repouso com aceleração inicial constante de “a” m/s². No primeiro segundo ele percorre x metros. Se no próximo segundo ele percorreu x+2 metros, qual é o valor da aceleração a?

a) 0,5 m/s²

b) 1 m/s²

c) 2 m/s²

d) 3 m/s²

e) 4 m/s²

Comentários:

Como o carro partiu do repouso, a velocidade inicial dele é nula. Desta maneira, temos:

$$\Delta S = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

No primeiro segundo ele percorreu x metros.

$$x = \frac{a \cdot 1^2}{2}$$

$$a = 2x \quad (Eq\ 1)$$

Nos dois primeiros segundos, o carro percorreu $(x + x + 2)$:

$$2x + 2 = \frac{a \cdot 2^2}{2}$$

$$x + 1 = a \quad (Eq\ 2)$$

Das equações (1) e (2):

$$2x = x + 1$$

$$x = 1$$

Desta maneira, temos:

$$\boxed{a = 2\ m/s^2}$$

Gabarito: C

---

10. (Nível 1)

Um móvel percorre uma distância de x em duas etapas. A distância percorrida na primeira etapa é o dobro da distância percorrida na segunda etapa. Na primeira etapa ele utiliza uma velocidade média v e na segunda etapa ele gasta um tempo t. O corpo sempre permanece em movimento retilíneo e uniforme. Qual é a velocidade média total do percurso?

a) $\frac{vx}{x+vt}$

b) $\frac{vx}{2x+vt}$

c) $\frac{vx}{x+3vt}$

d) $\frac{3vx}{2x+3vt}$

e) $\frac{vx}{3t}$

Comentário:

Para determinar a velocidade média do corpo, devemos encontrar o tempo total. Para a primeira etapa, temos:

$$\frac{2x}{3} = v \cdot t_1$$

$$t_1 = \frac{2x}{3v}$$

Para a segunda etapa, o tempo foi t.

Dessa maneira, temos:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$V = \frac{x}{\frac{2x}{3v} + t}$$

$$\boxed{V = \frac{3vx}{2x + 3vt}}$$

Gabarito: D

---

11. (Nível 1)

Considere dois objetos que estão referenciados de acordo com um mesmo eixo X. A equação dos móveis são:

$$A: x_A(t) = 3 - 2t + 3t^2$$

$$B: x_B(t) = 5 - 7t + bt^2$$

Se no instante $t = 2\ s$ as velocidades dos móveis têm a mesma direção e o mesmo modulo, mas possuem sentidos contrário, qual deve ser o valor de b?

a) -4

b) $-3/4$

c) $1/4$

d) 2

e) -3

Comentário:

As velocidades dos móveis são:

$$A: v_A(t) = -2 + 6t$$

$$B: v_B(t) = -7 + 2bt$$

Do enunciado, temos:

$$v_A(2) = -v_B(2)$$

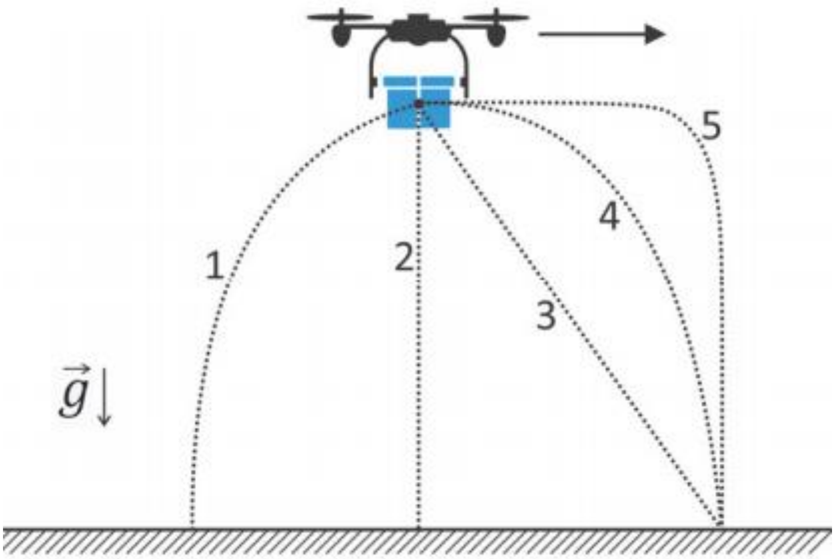
$$-2 + 6 \cdot 2 = 7 - 2b \cdot 2$$

$$\boxed{b = -\frac{3}{4}}$$

Gabarito: B

12. (Nível 1)

(FUVEST 2020) Um drone voando na horizontal, em relação ao solo (como indicado pelo sentido da seta na figura), deixa cair um pacote de livros. A melhor descrição da trajetória realizada pelo pacote de livros, segundo um observador em repouso no solo, é dada pelo percurso descrito na



a) trajetória 1.

b) trajetória 2.

c) trajetória 3.

d) trajetória 4.

e) trajetória 5.

Comentários:

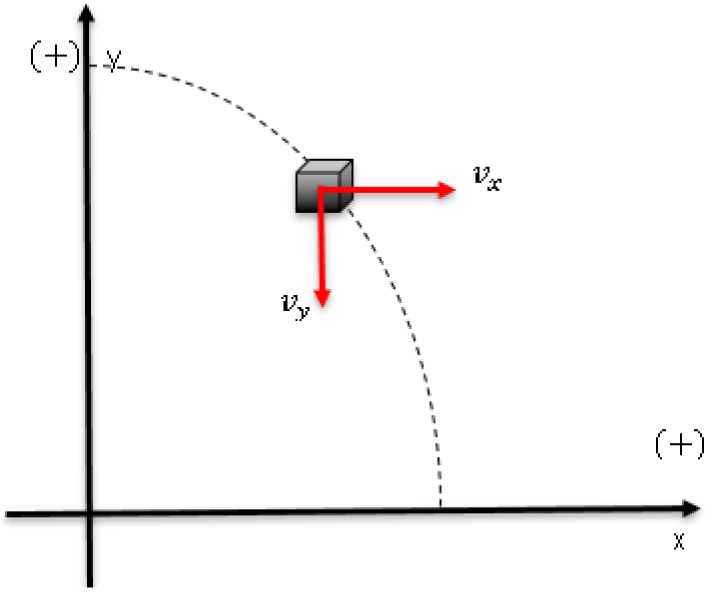
Considere que a velocidade horizontal do drone seja v.

Para o referencial de um observador em repouso em relação à Terra, a velocidade vetorial do pacote é igual a:

$$\vec{V} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

$$v_x = velocidade\ constante\ horizontal\ do\ drone$$

$$v_y = velocidade\ vertical\ de\ queda\ do\ drone$$



b

Assim, ao longo tempo a velocidade é dada por:

$$\overrightarrow{V(t)} = v\hat{\imath} + (-gt)\hat{\jmath}$$

Como v é constante e v_y é a velocidade para uma queda livre, a queda do drone, para um observador em repouso em relação à Terra, é um lançamento horizontal para a direita.

Assim, a única trajetória correta é a (4).

Gabarito: D

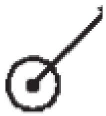
---

13. (EsPCEx – 2008) (Nível 1)

Uma bola é lançada obliquamente a partir do solo, com velocidade inicial $\vec{V}_0$, e descreve uma parábola, conforme representada no desenho abaixo. Os pontos de A até J representam posições sucessivas da bola. A força de resistência do ar é nula e o ponto E é o mais alto da trajetória.

Desenho Ilustrativo

Com base nas informações acima, o desenho que representa corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola, no ponto B, quando ela está subindo, é:

a)  b)  c)  d)  e) 

Comentários:

Durante todo movimento da bola, apenas a força peso atua na bola, para baixo, devido ao campo gravitacional terrestre. Portanto, apenas a letra C pode representar as forças que atuam na bola.

Gabarito: C

Nível 2

14. (Nível 2)

Dois alunos do colégio naval estão no último andar de um prédio. O primeiro aluno solta uma bolinha e o outro aluno lança para baixo uma bolinha idêntica a primeira após 1 segundos. Contudo, as duas bolinhas se chocam ao mesmo tempo com o solo. Se as bolinhas partiram de $80\ m$. Assinale qual a velocidade inicial da segunda bolinha.

Considere que a gravidade local é $10\ m/s^2$

a) 10

b) $\frac{35}{3}$

c) 15

d) $\frac{47}{3}$

e) 20

Comentário:

Escrevendo a equação do espaço para os barcos:

$$1: s_1 = 80 + 0\,.\,t - \frac{1}{2}g\,.\,t^2$$

$$2: s_2 = 80 - v\,.\,(t-1) - \frac{1}{2}g\,.\,(t-1)^2$$

Calculando através da primeira bolinha o tempo de queda:

$$s_1 = 0 \Rightarrow 80 - \frac{1}{2} g \,.\, t^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} g \,.\, t^2 = 80 \Rightarrow t^2 = 16$$

$$t = 4\, s$$

Dessa forma, analisando para a segunda bolinha:

$$s_2 = 0 \Rightarrow 80 - v \,.\, (t-1) - \frac{1}{2} g \,.\, (t-1)^2 = 0$$

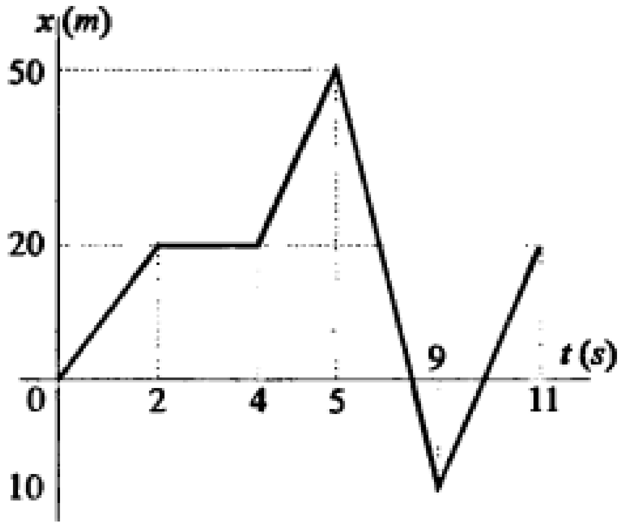
$$80 - v \,.\, (4-1) - \frac{1}{2} g \,.\, (4-1)^2 = 0 \Rightarrow 80 - 3v - \frac{1}{2} \,.\, 10 \,.\, 9 = 0$$

$$\boxed{v = \frac{35}{3}\ m/s}$$

Gabarito: B

15. (Nível 2)

O gráfico espaço – tempo que se mostra descreve o deslocamento de um objeto com relação a um certo marco de referência. Determinar o valor e o sinal da maior velocidade que se apresenta ao longo de todo o movimento, e ademais, a velocidade média no intervalo de tempo de 4 a 10 s.



a) 30 m/s ; $-2{,}5\ m/s$

b) 10 m/s ; $-5{,}5\ m/s$

c) 20 m/s ; $-5{,}0\ m/s$

d) 25 m/s ; $-2{,}0\ m/s$

Comentário:

Sabendo que:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Com isso, analisando os intervalos:

0 a 2 s:

$$v_1 = \frac{20-0}{2-0} = 10\ m/s$$

2 a 4 s:

$$v_2 = \frac{20-20}{4-2} = 0\ m/s$$

4 a 5 s:

$$v_3 = \frac{50-20}{5-4} = 30\ m/s$$

5 a 9 s:

$$v_4 = \frac{-10-50}{9-5} = -15\ m/s$$

9 a 11 s:

$$v_5 = \frac{20+10}{11-9} = 15\ m/s$$

Portanto, a maior velocidade é 30 m/s que ocorre entre 4 a 5 s.

Agora, vamos calcular a velocidade média entre 4 e 10 s. Contudo, por semelhança de triângulos constatamos que:

$$s(10) = 5\ m$$

Sendo assim:

$$v_{media} = \frac{5-20}{10-4} = -\frac{15}{6} = -2{,}5\ m/s$$

Gabarito: A

---

16. (Nível 2)

Um automóvel percorre um trajeto retilíneo que possui comprimento total x. O automóvel percorre um décimo desse trajeto a uma velocidade $2v$, cinco décimos desse trajeto com velocidade $3v$ e os quatro décimos restantes com velocidade v. Entre o ponto inicial e final do trajeto, o automóvel faz uma parada que dura x/v segundos. Qual é a velocidade média do automóvel nesse trajeto retilíneo?

a) $v_m = \frac{60}{37}v$

b) $v_m = \frac{60}{97}v$

c) $v_m = 2v$

d) $v_m = \frac{60}{87}v$

e) $v_m = 2{,}5v$

Comentário:

O tempo total do trajeto foi de:

$$T = t_{movimento} + t_{parada}$$

$$T = \frac{\frac{x}{10}}{2v} + \frac{\frac{5x}{10}}{3v} + \frac{\frac{4x}{10}}{v} + t_{parada}$$

$$T = \frac{\frac{x}{10}}{2v} + \frac{\frac{5x}{10}}{3v} + \frac{\frac{4x}{10}}{v} + \frac{x}{v}$$

$$T = \frac{x}{20v} + \frac{x}{6v} + \frac{2x}{5v} + \frac{x}{v}$$

$$T = \frac{3x + 10x + 24x + 60x}{60v} = \frac{97x}{60v}$$

A velocidade média é dada por:

$$v_m = \frac{x}{T}$$

$$\boxed{v_m = \frac{60}{97}v}$$

Gabarito: B

---

17. (Nível 2)

O movimento de um ponto material é definido no plano cartesiano pelas equações:

$$x = 2t^2 - 4t$$
$$y = 2(t-1)^2 - 4(t-1)$$

onde x e y em metros e t em segundos. O mínimo valor para a velocidade escalar desse ponto é:

a) 2 m/s

b) $2\sqrt{1{,}5}\ m/s$

c) $2\sqrt{2}\ m/s$

d) $2\sqrt{2{,}5}\ m/s$

e) $2\sqrt{3}\ m/s$

Comentário:

As velocidades das partículas nos eixos são:

$$v_x = 4t - 4$$
$$v_y = 4t - 8$$

A velocidade total do objeto é:

$$v^2 = v_x^2 + {v_y}^2$$
$$v^2 = (4t-4)^2 + (4t-8)^2$$

$$v^2 = 16(2t^2 - 6t + 5)$$

Para encontrar o valor mínimo, devemos minimizar a equação do segundo grau:

$$y = 2t^2 - 6t + 5$$

O x do vértice é:

$$t = \frac{3}{2}$$

Substituindo, temos:

$$v^2 = 16\left(2\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) + 5\right)$$

$$v^2 = \frac{16}{2}$$

$$\boxed{v = 2\sqrt{2}\, m/s}$$

Gabarito: C

---

18. (Nível 2)

Dois trens, de comprimentos L e 180 m, correm em trilhos paralelos e em sentidos opostos, com velocidades respectivamente iguais a 53 m/s e 41 m/s. Uma pessoa localizada numa das pontas do trem de comprimento L começa a andar com 4 m/s em relação ao trem no exato momento em que os trens começam a ultrapassagem e chega na outra extremidade exatamente quando a ultrapassagem termina. Assim, determine o comprimento L.

a) 2 m

b) 8 m

c) 26 m

d) 90 m

e) 160 m

Comentário:

Para a pessoa que caminha, podemos encontrar o tempo de ultrapassagem. Esse tempo é o tempo que ela leva para percorrer todo o trem de comprimento L com uma velocidade de 4 m/s

$$t = \frac{L}{4}$$

Para a ultrapassagem, vista pelos trens, temos:

$$t = \frac{L + 180}{53 + 41}$$

$$t = \frac{L + 180}{94} = \frac{L}{4}$$

$$\boxed{L = 8\ m}$$

Gabarito: B

---

19. (Nível 2)

(FUVEST 2020) Um estímulo nervoso em dos dedos do pé de um indivíduo demora cerca de 30 ms para chegar ao cérebro. Nos membros inferiores, o pulso elétrico, que conduz a informação do estímulo, é transmitido pelo nervo ciático, chegando à base do tronco em 20 ms. Da base do tronco ao cérebro, o pulso é conduzido na medula espinhal. Considerando que a altura média do brasileiro é de 1,70 m e supondo uma razão média de 0,6 entre o comprimento dos membros inferiores e a altura de uma pessoa, pode-se concluir que as velocidades médias de propagação do pulso nervoso desde os dedos do pé até o cérebro e da base do tronco até o cérebro são, respectivamente:

a) 51 m/s e 51 m/s

b) 51 m/s e 57 m/s

c) 57 m/s e 57 m/s

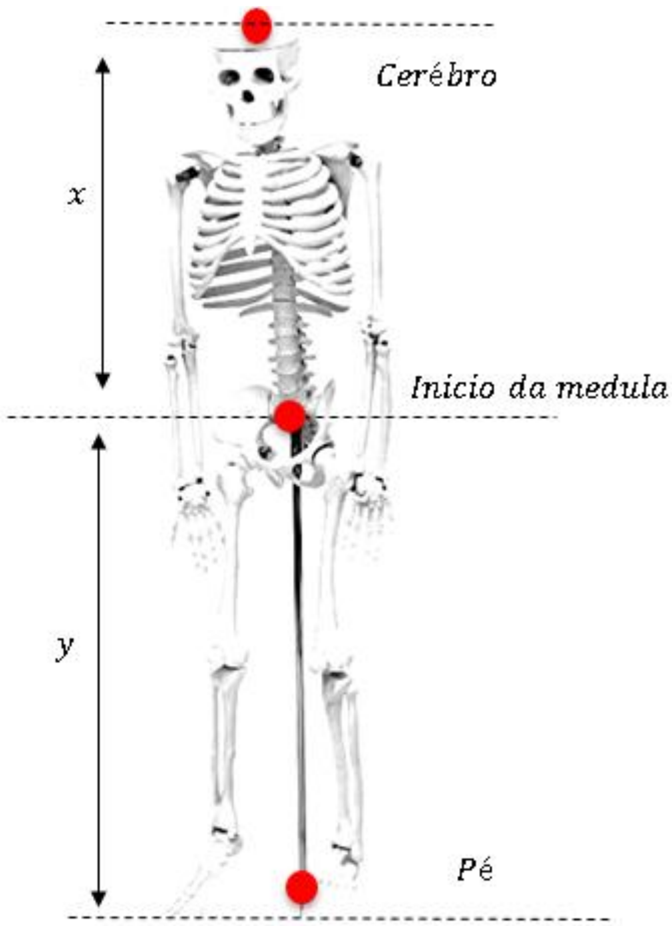
d) 57 m/s e 68 m/s

e) 68 m/s e 68 m/s

Comentários:

Farei uma representação do esqueleto humano para que seja fácil a visualização dos comprimentos utilizados. Na hora da prova, não era necessário que você soubesse corretamente a ordem de cada parte constituindo do esqueleto humano. Bastava seguir a ordem do enunciado:

$$Membros\ inferiores(Pé) \rightarrow Medulo\ espinhal \rightarrow Cerébro$$



O tempo para o estímulo ir dos pés até o cérebro é dado por:

$$30 \cdot 10^{-3} = \frac{x+y}{v_{pé/cerébro}} = \frac{1{,}7\ m}{v_{pé/cerébro}}$$

$$v_{pé/cerébro} = 56,\overline{6}\ m/s$$

$$\boxed{v_{pé/cerébro} \cong 57\ m/s}$$

O enunciado nos fornece a razão entre os comprimentos y e $(x+y)$.

$$\frac{y}{x+y} = 0{,}6 = \frac{y}{1{,}7}$$

$$y = 1{,}02\ m$$

$$x = 0{,}68\ m$$

Assim, o tempo para o estímulo ir da base do tronco até o cérebro é dada por $t_{pé/cerébro} - t_{pé/tronco}$:

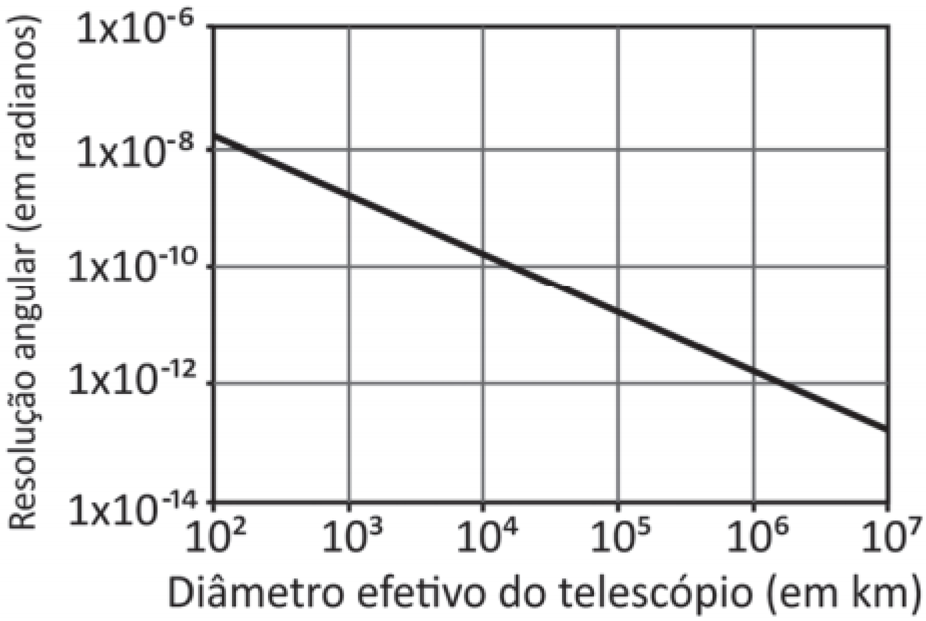
$$30 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 10^{-3} = \frac{x}{v_{tronco/cerébro}} = \frac{0{,}68}{v_{tronco/cerébro}}$$

$$\boxed{v_{tronco/cerébro} = 68\ m/s}$$

Gabarito: D

20. (Nível 2)

(FUVEST 2020) No dia 10 de abril de 2019, a equipe do *Event Horizon Telescope* (EHT, "Telescópio Horizonte de Eventos") divulgou a primeira imagem de um buraco negro, localizado no centro da galáxia M87, obtida por um conjunto de telescópios com diâmetro efetivo equivalente ao da Terra, de 12.700 km. Devido ao fenômeno físico da difração, instrumentos óticos possuem um limite de resolução angular, que corresponde à mínima separação angular entre dois objetos que podem ser identificados separadamente quando observador à distância. O gráfico mostra o limite de resolução de um telescópio, medido em radianos, como função do seu diâmetro, para ondas luminosas de comprimento de onda de 1,3 mm, igual ao daquelas, captadas pelo EHT. Note a escala logarítmica dos eixos do gráfico.



Sabe-se que o tamanho equivalente a um *pixel* na foto do buraco negro correspondente ao valor da menor distância entre dois objetos naquela galáxia para que eles possam ser identificados separadamente pelo EHT. Com base nas informações anteriores e na análise do gráfico, e sabendo que a distância da Terra até a galáxia M87 é de $5 \cdot 10^{20}\ km$, indique o valor mais próximo do tamanho do *pixel*.

a) $5 \cdot 10^{1}\ km$

b) $5 \cdot 10^{4}\ km$

c) $5 \cdot 10^{7}\ km$

d) $5 \cdot 10^{10}\ km$

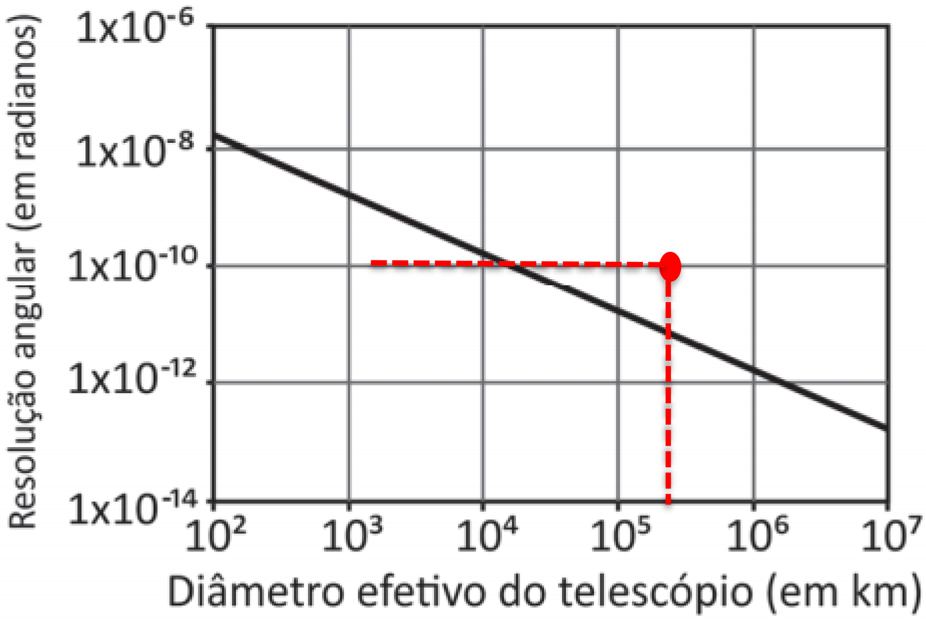
e) $5 \cdot 10^{13}\ km$

Comentários:

O enunciado diz que o diâmetro efetivo do telescópio é igual ao diâmetro da Terra.

$$D_{telescópio} = 12700\ km = 1{,}27 \cdot 10^{4}\ km$$

Do gráfico podemos localizar o ponto referente ao diâmetro do telescópio.



O valor da resolução angular para esse ponto é dado por:

$$\Delta\Phi = 10^{-10}\ rad$$

Na geometria plana, temos a seguinte relação:

$$\Delta S = R \cdot \Delta\Phi$$

$$\Delta S = 5 \cdot 10^{20} \cdot 10^{-10}$$

$$\boxed{\Delta S = 5 \cdot 10^{10}\ km}$$

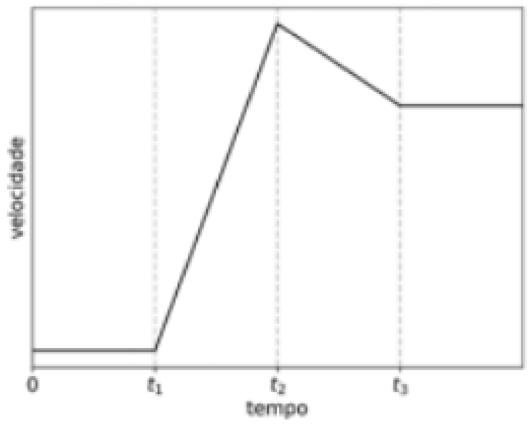
Gabarito: D

---

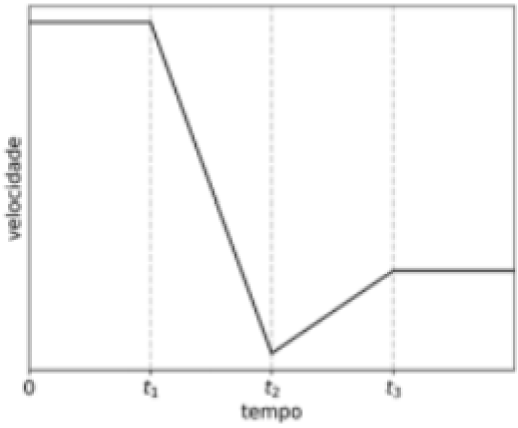
21. (Nível 2)

(UNICAMP 2020) A volta da França é uma das maiores competições do ciclismo mundial. Num treino, um ciclista entra num circuito reto e horizontal (movimento em uma dimensão) com velocidade constante e positiva. No instante $t1$, ele acelera sua bicicleta com uma aceleração constante e positiva até o instante $t2$. Entre $t2$ e $t3$, ele varia sua velocidade com uma aceleração também constante, porém negativa. Ao final do percurso, a partir do instante $t3$, ele se mantém em movimento retilíneo uniforme. De acordo com essas informações, o gráfico que melhor descreve a velocidade do atleta em função do tempo é

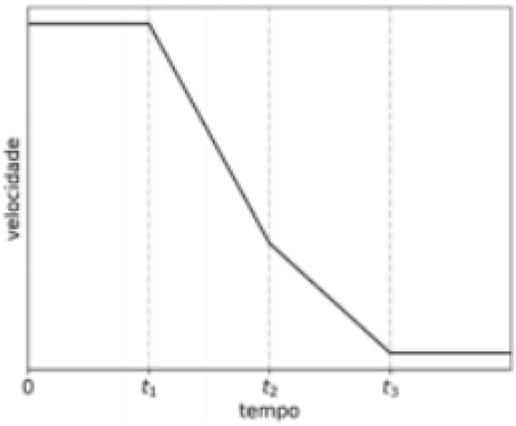
a)


velocidade
0
t_1
t_2
t_3
tempo

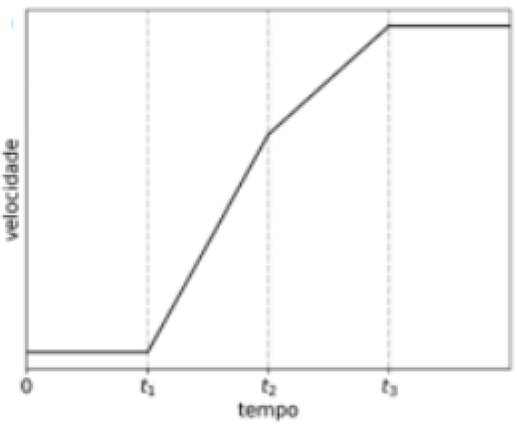
b)


velocidade
0
t_1
t_2
t_3
tempo

c)


velocidade
0
t_1
t_2
t_3
tempo

d)



Comentários:

Todas as alternativas fornecem gráficos de velocidade *versus* tempo. Utilizaremos a equação do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado que relaciona a velocidade do corpo em função do tempo.

$$V(t) = v(0) \pm a \cdot t$$

(1)$\mathbf{0 < t < t_1}$

A velocidade da bicicleta é constante $v(0)$ (aceleração nula) e, portanto, temos uma reta horizontal.

$$V(t) = v = constante$$

(2) $\boldsymbol{t_1 < t < t_2}$

$$V(t) = v + a \cdot t$$

Nesse período de tempo temo uma reta de inclinação positiva.

(3) $\boldsymbol{t_2 < t < t_3}$

$$V(t) = [v + a \cdot (t_2 - t_1)] - b \cdot t$$

Nesse período de tempo temo uma reta de inclinação negativa.

(4) $\boldsymbol{t > t_3}$

Nesse período de tempo temos uma reta horizontal novamente. A aceleração é nula.

$$V(t) = [v + a \cdot (t_2 - t_1)] - b \cdot (t_3 - t_2) = constante$$

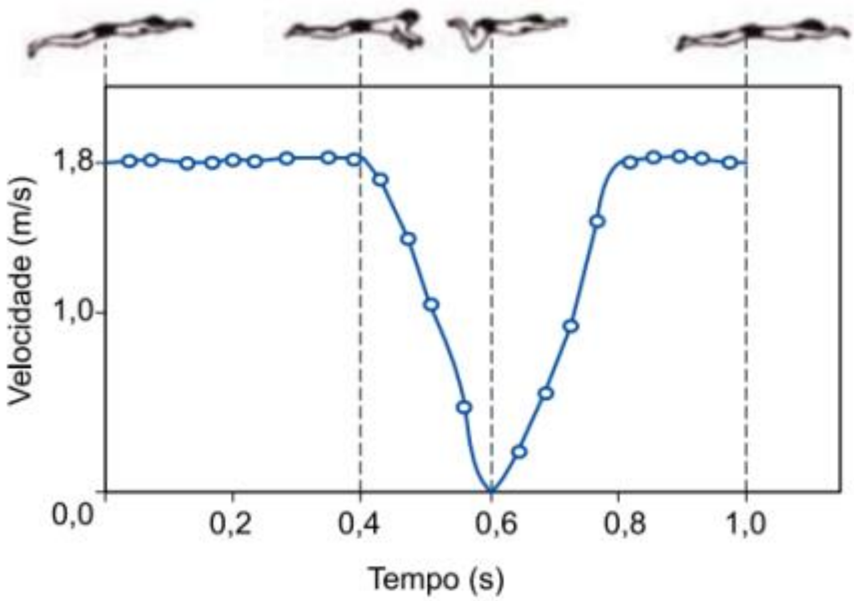
Assim, temos a alternativa correta como (A).

Gabarito: A

---

22. (Nível 2)

(UNESP 2020) O gráfico representa a velocidade escalar de um nadador em função do tempo, durante um ciclo completo de braçadas em uma prova disputada no estilo nado de peito, em uma piscina.



Considerando que, em um trecho de comprimento 36 m, o nadador repetiu esse ciclo de braçadas e manteve o ritmo de seu nado constante, o número de braçadas completas dadas por ele foi em torno de

a) 20.

b) 35.

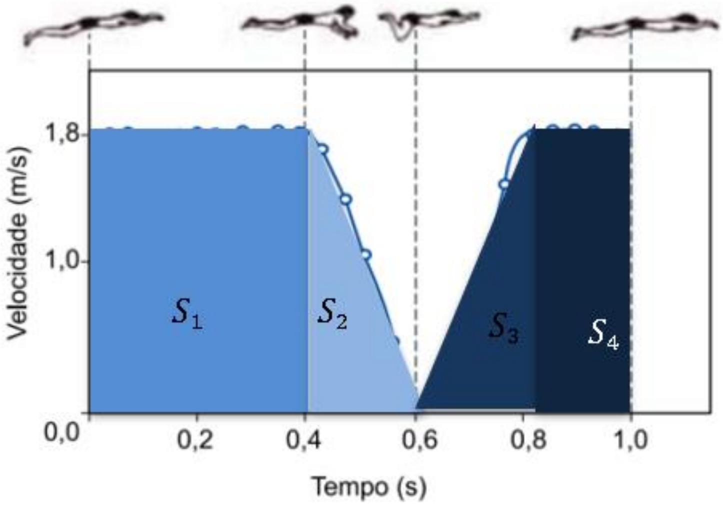
c) 15.

d) 30.

e) 25.

Comentários:

Em um gráfico de velocidade versus tempo, a área sob o gráfico é numericamente igual a distância percorrida pelo corpo. Podemos aproximar a área da seguinte maneira:



A distância total D é dada por:

$$D = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$D = 0{,}4 \cdot 1{,}8 + \frac{0{,}2 \cdot 1{,}8}{2} + \frac{0{,}2 \cdot 1{,}8}{2} + 0{,}2 \cdot 1{,}8$$
$$D = 1{,}44\, m$$

O total de braçadas realizada é dada por:

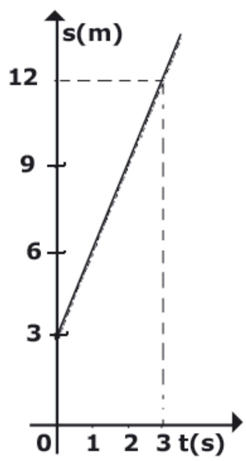
$$x = \frac{36}{1{,}44}$$
$$\boxed{x = 25\ braçadas}$$

Gabarito: E

---

23. (EsPCEx – 2019) (Nivel 2)

Considere um objeto que se desloca em movimento retilíneo uniforme durante 10 s. O desenho abaixo representa o gráfico do espaço em função do tempo. O espaço do objeto no instante $t = 10\ s$, em metros, é



Desenho Ilustrativo - Fora de Escala

a) 25 m.

b) 30 m.

c) 33 m.

d) 36 m.

e) 40 m.

Comentários:

A partir do gráfico do enunciado, podemos determinar a função horária do espaço:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

Quando $t = 0$, estamos no espaço inicial que corresponde ao ponto onde a reta intercepta o eixo das coordenadas, isto é:

$$t = 0 \to s_0 = 3\,m$$

Quando $t = 3\,s$, o móvel está em $s = 12\,m$. Portanto:

$$s(3) = 12$$

$$3 + v \cdot 3 = 12$$

$$v = 3\,m/s$$

Logo, a função horária do espaço é dada por:

$$s(t) = 3 + 3t$$

Para $t = 10\,s$, temos:

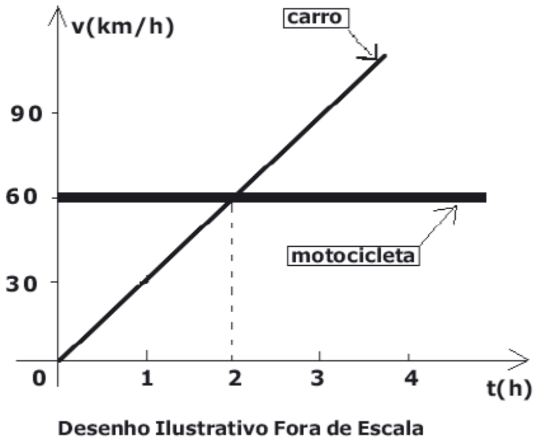
$$s(10) = 3 + 3 \cdot 10 = 33\,m$$

Gabarito: C

---

24. (EsPCEx – 2018) (Nível 2)

O gráfico abaixo está associado ao movimento de uma motocicleta e de um carro que se deslocam ao longo de uma estrada retilínea. Em $t = 0$ ambos se encontram no quilômetro 0 (zero) dessa estrada.



Com relação a esse gráfico, são feitas as seguintes afirmações:

I. a motocicleta percorre a estrada em movimento uniformemente retardado.

II. entre os instantes 0 h e 2 h, o carro e a motocicleta percorrem, respectivamente, uma distância de 60 km e 120 km.

III. a velocidade do carro aumenta 30 km/h a cada hora.

IV. o carro e a motocicleta voltam a estar na mesma posição no instante $t = 2\,h$.

Das afirmações acima está(ão) correta(s) apenas a(s).

a) IV.

b) II, III e IV.

c) I, III e IV.

d) II e III.

e) I e III.

Comentários:

Inicialmente, os dois móveis estão juntos no marco zero da estrada. Sabemos que no gráfico $v \times t$, a área sob a curva corresponde numericamente ao deslocamento do corpo. Diante disso, vamos julgar os itens:

I – a motocicleta percorre todo o movimento com velocidade constante, portanto ele descreve um movimento retilíneo uniforme (a questão diz que a estrada é retilínea). Este item está incorreto.

II – entre 0 h e 2 h as distâncias percorridas pelos moveis são:

$$d_{moto} = 60 \cdot 2 = 120\ km$$

$$d_{carro} = \frac{60 \cdot 2}{2} = 60\ km$$

O Item II está correto.

III – quem causa a variação da velocidade é a aceleração. Se olharmos para o gráfico, vemos que a velocidade aumenta de 30 km/h a cada hora.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{60 - 0}{2 - 0} = 30\ km/h^2$$

O item III está correto.

IV – em $t = 2\ h$, o carro deslocou 60 km e a moto 120 km, como no item II, portanto, o item IV está incorreto.

Gabarito: D

---

25. (EsPCEx – 2011) (Nível 2)

O gráfico abaixo representa a velocidade (v) de uma partícula que se desloca sobre uma reta em função do tempo (t). O deslocamento da partícula, no intervalo de 0 s a 8 s, foi de:

a) $-32\ m.$

b) $-16\ m.$

c) $0\ m.$

d) $16\ m.$

e) $32\ m.$

Comentários:

Nos primeiros 4 s o deslocamento da partícula é positivo e numericamente igual a área sob a curva. Entretanto, entre 4 s e 8 s, o deslocamento da partícula é negativo e tem o mesmo valor em módulo que o deslocamento entre 0 e 4 s, devido à simetria do gráfico. Portanto, o deslocamento total é nulo. Note que a distância percorrida seria a soma dos módulos dos deslocamentos, isto é:

$$d = \frac{4 \cdot (4-0)}{2} + \frac{4 \cdot (8-4)}{2}$$

$$\boxed{d = 16\ m}$$

Mas o enunciado pergunta sobre o deslocamento total:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$\Delta S = 8 + (-8) = 0$$

Gabarito: C

26. (EsPCEx – 2010) (Nível 2)

O gráfico abaixo indica a posição (S) em função do tempo (t) para um automóvel em movimento num trecho horizontal e retilíneo de uma rodovia.

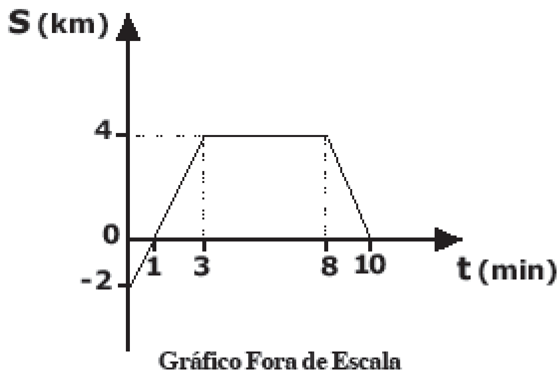


Gráfico Fora de Escala

Da análise do gráfico, pode-se afirmar que o automóvel

a) está em repouso, no instante 1 min.

b) possui velocidade escalar nula, entre os instantes 3 min e 8 min.

c) sofreu deslocamento de 4 km, entre os instantes 0 e 3 min.

d) descreve movimento progressivo, entre os instante 1 min e 10 min.

e) tem a sua posição inicial coincidente com a origem da trajetória.

Comentários:

a) de acordo com o gráfico, em $t = 1\ min$, o móvel tem velocidade diferente de zero, dada pela inclinação da reta no ponto. Logo, a alternativa é falsa.

b) entre 3 min e 8 min, o espaço do móvel permanece inalterado, isto é, sua velocidade é nula. A alternativa está correta.

c) entre 0 e 3 min, o carro vai de -2 km para 4 km, ou seja, seu deslocamento é de 6 km. Alternativa incorreta.

d) entre 1 min e 3 min temos movimento progressivo, mas entre 8 min e 10 min temos um movimento retrógrado. Logo, a alternativa está incorreta.

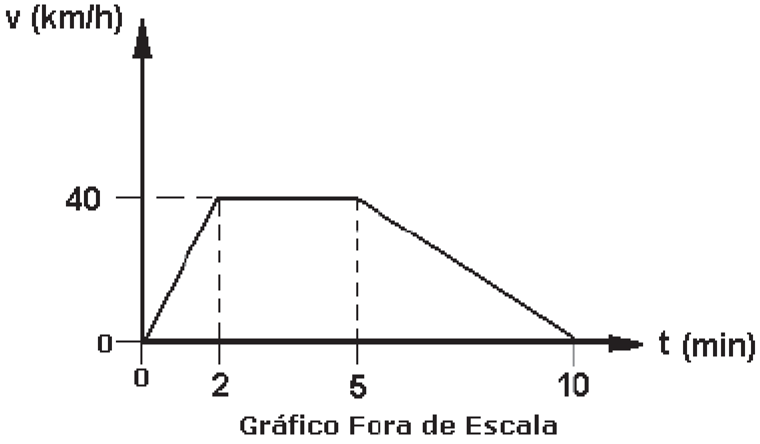
e) segundo o gráfico, a posição inicial do móvel é -2 km, diferente da origem da trajetória. Alternativa incorreta.

Gabarito: B

---

27. (EsPCEx – 2009) (Nível 2)

O gráfico abaixo indica a velocidade escalar em função do tempo de um automóvel que se movimento sobre um trecho horizontal e retilíneo de um rodovia.



Podemos afirmar que o automóvel,

a) entre os instantes 0 e 2 min, descreve um movimento uniforme.

b) entre os instantes 2 min e 5 min, está em repouso.

c) no instante 5 min, inverte o sentido do seu movimento.

d) no instante 10 min, encontra-se na mesma posição que estava no instante 0 min.

e) entre os instantes 5 min e 10 min, tem movimento retardado.

Comentários:

Primeiramente, tome cuidado pois o eixo do tempo está em minutos e a velocidade está em km/h.

a) entre 0 e 2 min, a velocidade do móvel aumenta linearmente com o tempo, ou seja, ele descreve um movimento uniformemente variado. Alternativa incorreta.

b) entre 2 min e 5 min, o móvel possui velocidade constante, ou seja, descreve um movimento uniforme e não está em repouso neste referencial adotado. Alternativa incorreta.

c) a inversão do sentido de movimento de um corpo é marcado pela anulação da velocidade do corpo, o que não acontece em $t = 5\,min$. Neste instante, apenas surge uma aceleração contrária a velocidade e o movimento passa a ser retardado. Alternativa incorreta.

d) em $t = 10\,min$, a velocidade do móvel volta a zerar, mas ele se encontra em uma nova posição. Lembre-se que no gráfico $v \times t$, a área sob a curva é numericamente igual ao deslocamento do corpo. Alternativa incorreta.

e) como visto na alternativa C, entre 5 min e 10 min o móvel realiza um movimento retardado. Alternativa correta.

Gabarito: E

---

28. (EsPCEx – 2004) (Nível 2)

Um móvel movimenta-se sobre uma trajetória retilínea obedecendo à função horária da posição $s = -4 + 5t - t^2$, onde s é a posição do móvel e t o tempo (todas as grandezas estão no Sistema Internacional de Unidades). O instante, em segundos, em que o móvel inverte o sentido do seu movimento é:

a) 0

b) 1

c) 1,5

d) 2,5

e) 4

Comentários:

A partir da função horária do espaço podemos determinar a função horária da velocidade, fazendo uma comparação entre as expressões:

$$\begin{cases} s = -4 + 5t - t^2 \\ s = s_0 + v_0 t + \dfrac{at^2}{2} \end{cases}$$

Portanto:

$s_0 = -4\ m$, $v_0 = 5\ m/s$ e $\frac{a}{2} = -1 \rightarrow a = -2\ m/s^2$

Logo:

$$v = v_0 + at$$

$$v = 5 - 2t$$

A inversão de sentido é marcada pelo instante em que a velocidade se anula, isto é:

$$v = 0$$

$$5 - 2t = 0$$

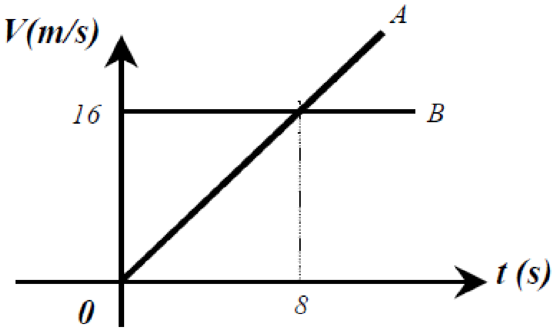
$$\boxed{t = 2{,}5\ s}$$

Gabarito: D

---

29. (EsPCEx – 2003) (Nível 2)

O gráfico abaixo representa a velocidade (v) em função do tempo (t) dos móveis A e B, que percorrem a mesma trajetória no mesmo sentido e que, no instante inicial ($t = 0$), partem do mesmo ponto.



A distância percorrida pelo móvel A será o dobro daquela percorrida pelo móvel B quando o tempo de deslocamento for igual a

a) 8 s

b) 16 s

c) 24 s

d) 32 s

e) 40 s

Comentários:

Os móveis estão inicialmente juntos e no gráfico da velocidade pelo tempo, sabemos que a área é numericamente igual ao deslocamento do corpo. Portanto, para satisfazer a condição do problema, temos:

$$d_A = 2d_B$$

$$\frac{v_A \cdot t}{2} = 2 \cdot v_B \cdot t$$

$$v_A = 4v_B\ (eq. 1)$$

De acordo com o gráfico, a velocidade de B é constante e igual a 16 m/s. Além disso, a velocidade de A é varia linearmente com o tempo e é dada por:

$$v = v_0 + at$$

$$v = 0 + at$$

Em $t = 8$, temos $v = 16\ m/s$. Portanto:

$$16 = a \cdot 8$$

$$a = 2\ m/s^2$$

Logo:

$$v_A = 2t$$

Substituindo na equação 1, vem:

$$2t = 4 \cdot 16$$

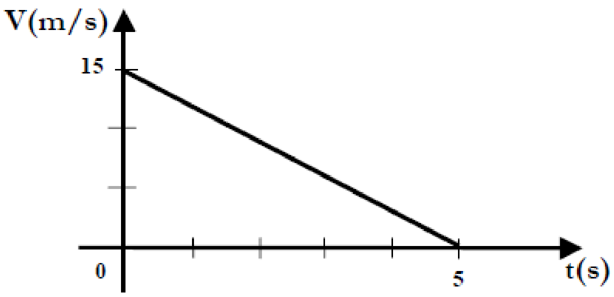
$$\boxed{t = 32\ s}$$

Gabarito: D

---

30. (EsPCEx – 2002) (Nível 2)

O gráfico abaixo descreve a velocidade V, em função do tempo t, de um móvel que parte da posição inicial 10 m de sua trajetória. A função horária da sua posição, em que o tempo t e a posição S são dados, respectivamente, em segundos e em metros, é



a) $s = 10 - 15t + 3t^2/2$

b) $s = 15 + 10t - 5t^2/2$

c) $s = 10 + 15t - 3t^2/2$

d) $s = 15 - 10t + 5t^2/2$

e) $s = 10 + 15t - 5t^2/2$

Comentários:

De acordo como o gráfico da velocidade, podemos determinar a função horária da velocidade:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = 15 + a \cdot t$$

Em $t = 5\ s$, temos $v = 0$. Então:

$$0 = 15 + a \cdot 5$$

$$a = -3\ m/s^2$$

Logo:

$$v = 15 - 3t$$

Ou seja, $v_0 = 15\ m/s$ e $a = -3\ m/s^2$. Como a posição inicial é de 10 m, então:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

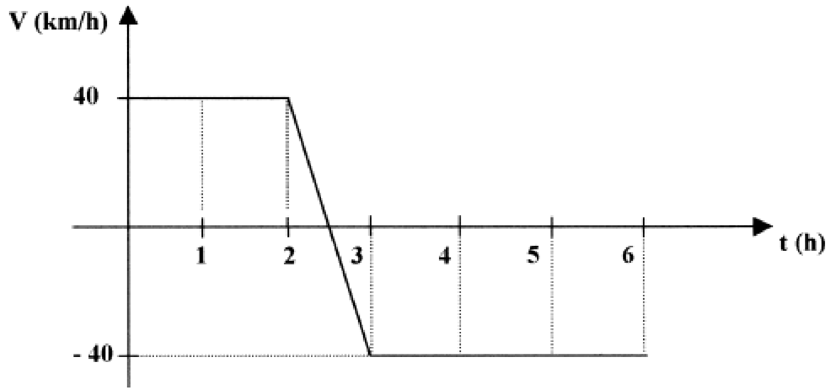
$$\boxed{s = 10 + 15t - 3t^2/2}$$

Gabarito: C

---

31. (EsPCex – 2000) (Nível 2)

O gráfico abaixo representa a velocidade escalar de um ciclista em função do tempo num determinado percurso. Nas quatro horas iniciais do percurso, a velocidade média do ciclista, em km/h, é de



a) -40

b) 0

c) 20/3

d) 10

e) 30

Comentários:

De acordo com o gráfico, podemos determinar o deslocamento total do corpo:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$\Delta S = \frac{2+2,5}{2}\cdot 40 + \frac{1+1,5}{2}\cdot(-40)$$

$$\Delta S = 90 - 50 = 40\ km$$

Você poderia ver também que a simetria no gráfico, a área de 1 h até 2,5 h corresponde ao mesmo valor que a área de 2,5 h a 4 h, apenas com sinal contrário. Então, o deslocamento é apenas devido à primeira hora de movimento, que corresponde a um deslocamento de 40 km.

Pela definição de velocidade média, temos:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$v_m = \frac{40}{4}$$

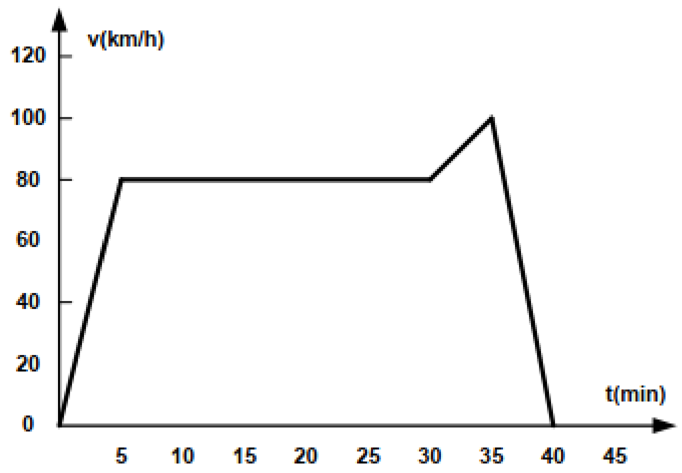
$$\boxed{v_m = 10\ km/h}$$

Gabarito: D

---

32. (EFOMM – 2015) (Nível 2)

Um carro se desloca, partindo do repouso, segundo o gráfico dado:



O espaço total percorrido é de

a) 48,3 km.

b) 52,8 km.

c) 55,7 km.

d) 59,4 km.

e) 61,5 km.

Comentários:

No gráfico $v \times t$, a área é numericamente igual a variação do espaço do móvel, mas note que o tempo está em minutos, devemos dividir por 60 para passar para horas. Portanto:

$$A = \frac{1}{60} \cdot \left(\frac{(30 + 25) \cdot 80}{2} + \frac{(35 - 30) \cdot (100 + 80)}{2} + \frac{(40 - 35) \cdot 100}{2} \right)$$

$$A = \frac{1}{60} \cdot (2200 + 450 + 250)$$

$$A = \frac{2900}{60} = 48{,}3\ km$$

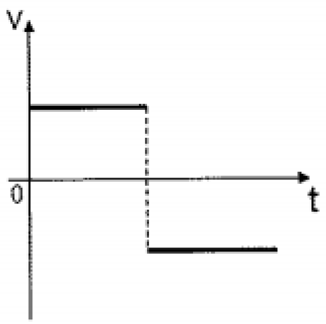
Gabarito: A

---

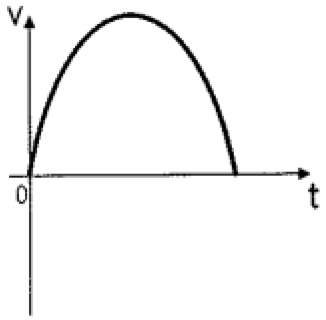
33. (EN – 2013) (Nível 2)

Um garoto atira uma pequena pedra verticalmente para cima, no instante $t = 0$. Qual dos gráficos abaixo pode representar a relação velocidade x tempo?

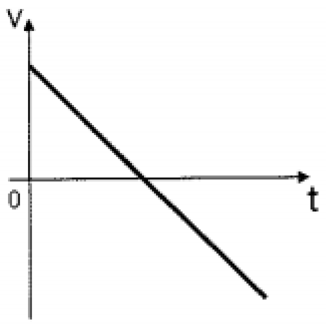
a)



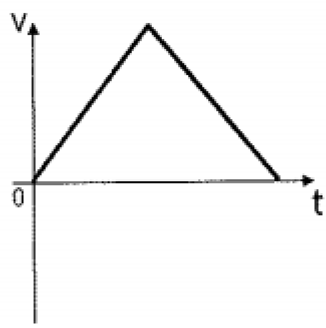
b)



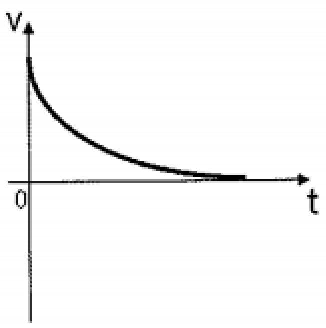
c)



d)



e)



Comentários:

No lançamento vertical no vácuo, desprezando a resistência do ar, temos que a aceleração da gravidade é constante e para baixo. Portanto, a função da horária da velocidade é dada por:

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

Portanto, apenas o gráfico da letra C é corresponde a uma função semelhante a $v(t)$.

Gabarito: C

34. (EN – 2009) (Nível 2)

Um carro de testes parte do repouso com uma aceleração constante de $6{,}00\ m/s^2$ em uma pista retilínea. Ao atingir a velocidade de $216\ km/h$, é submetido a uma desaceleração constante até parar. Qual foi o módulo da desaceleração, em m/s^2, considerando que a distância total percorrida pelo carro foi de $750\ m$?

a) 3, 50

b) 4,00

c) 4, 50

d) 5,00

e) 5, 50

Comentários:

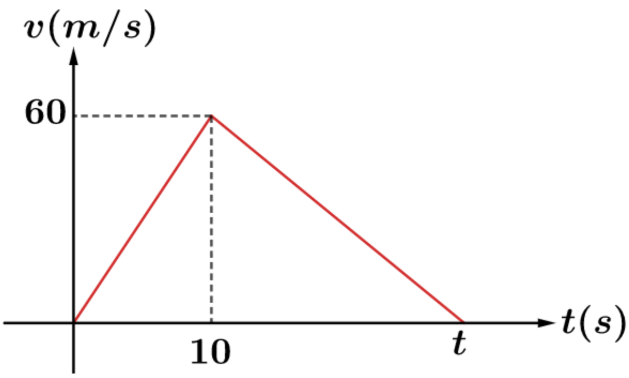
Para chegar à velocidade de $216\ km/h$, que corresponde a $60{,}0\ m/s$, com uma aceleração de $6{,}00\ m/s^2$, o móvel leva um tempo dado por:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$60{,}0 = 0 + 6{,}00 \cdot t$$

$$\boxed{t = 10{,}0\ s}$$

Se plotarmos o gráfico da velocidade em função do tempo, temos:



Como a distância total percorrida foi de $750\ m$, temos:

$$750 = \frac{60{,}0 \cdot t}{2}$$

$$\boxed{t = 25{,}0\ s}$$

Assim, a desaceleração do carro é dada por:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 60,0}{25,0 - 10,0}$$

$$a = -4,00\ m/s^2$$

$$\boxed{|a| = 4,00\ m/s^2}$$

Gabarito: E

35. (EsPCEx – 2015) (Nível 2)

Um projétil é lançado obliquamente, a partir de um solo plano e horizontal, com uma velocidade que forma com a horizontal um ângulo α e atinge a altura máxima de $8,45\ m$. Sabendo que, no ponto mais alto da trajetória, a velocidade escalar do projétil é $9,0\ m/s$, pode-se afirmar que o alcance horizontal do lançamento é:

Dados: intensidade da aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$, despreze a resistência do ar.

a) 11,7 m

b) 17,5 m

c) 19,4 m

d) 23,4 m

e) 30,4 m

Comentários:

A partir da altura máxima, podemos determinar o tempo de voo do projétil, pois o tempo de voo é duas vezes o tempo de subida. Conhecendo a altura máxima atingida pelo corpo, podemos determinar a velocidade vertical inicial do corpo e o tempo de subida:

$$v_y^2 = v_{y0}^2 + 2 \cdot a_y \cdot \Delta y$$

$$0 = v_{0y}^2 - 2 \cdot g \cdot 8,45$$

$$0 = v_{0y}^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8,45$$

$$\boxed{v_{0y} = 13\ m/s}$$

Logo, o tempo de subida é de:

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$$

$$0 = 13 - g \cdot t_{subida}$$

$$t_{subida} = 1,3\ s$$

Portanto, o tempo de voo é dado por:

$$t_{voo} = 2 \cdot t_{subida}$$

$$\boxed{t_{voo} = 2,6\ s}$$

No ponto mais alto da trajetória, apenas a velocidade vertical é nula, mas a velocidade horizontal é igual a velocidade horizontal inicial, já que nesta direção o corpo executa um MRU. Portanto, o alcance do corpo é igual a:

$$\Delta x = v_{0x} \cdot t_{voo}$$
$$\Delta x = 9 \cdot 2{,}6$$
$$\boxed{\Delta x = 23{,}4\ m}$$

Gabarito: D

---

36. (EsPCEx – 2013) (Nível 2)

Uma esfera é lançada com velocidade horizontal constante de módulo $v = 5\ m/s$ da borda de uma mesa horizontal. Ela atinge o solo num ponto situado a 5 m do pé da mesa conforme o desenho abaixo.

Desprezando a resistência do ar, o módulo da velocidade com que a esfera atinge o solo é de:

Dado: aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$.

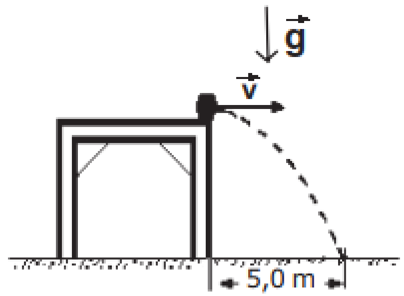
a) 4 m/s

b) 5 m/s

c) $5\sqrt{2}\ m/s$

d) $6\sqrt{2}\ m/s$

e) $5\sqrt{5}\ m/s$



desenho ilustrativo - fora de escala

Comentários:

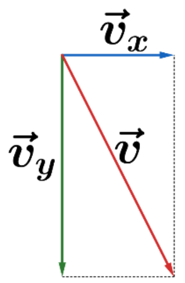
Após ser lançada horizontalmente, a esfera está sujeita apenas a força peso na direção vertical, isto é, o sistema é livre de forças na horizontal e, por isso, executa um MRU na vertical. Se ele percorre a distância de 5 metros com uma velocidade de 5 m/s enquanto cai na vertical, então o tempo de queda é de:

$$\Delta x = v_x \cdot t_q$$
$$5 = 5 \cdot t_q$$
$$\boxed{t_q = 1\ s}$$

Dessa forma, como a velocidade inicial na vertical é nula, então a velocidade vertical com que o corpo chega ao solo, executando um MRUV na vertical é dado por:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t_q$$
$$v_y = 0 - 10 \cdot 1$$
$$\boxed{v_y = -10\ m/s}$$

O sinal negativo indica que a velocidade está para baixo, já que sempre adotamos o sistema de referências no solo e orientado para cima. Em módulo, ela é igual a 10 m/s. Dessa forma, temos os seguintes vetores quando a esfera chega ao solo:



Então:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$

$$|\vec{v}|^2 = |\vec{v}_x|^2 + |\vec{v}_y|^2$$

$$|\vec{v}|^2 = 5^2 + 10^2$$

$$|\vec{v}|^2 = 5^2 + (2 \cdot 5)^2$$

$$|\vec{v}|^2 = 5^2 + 4 \cdot 5^2$$

$$|\vec{v}|^2 = 5^2 \cdot (1 + 4)$$

$$|\vec{v}|^2 = 5^2 \cdot 5$$

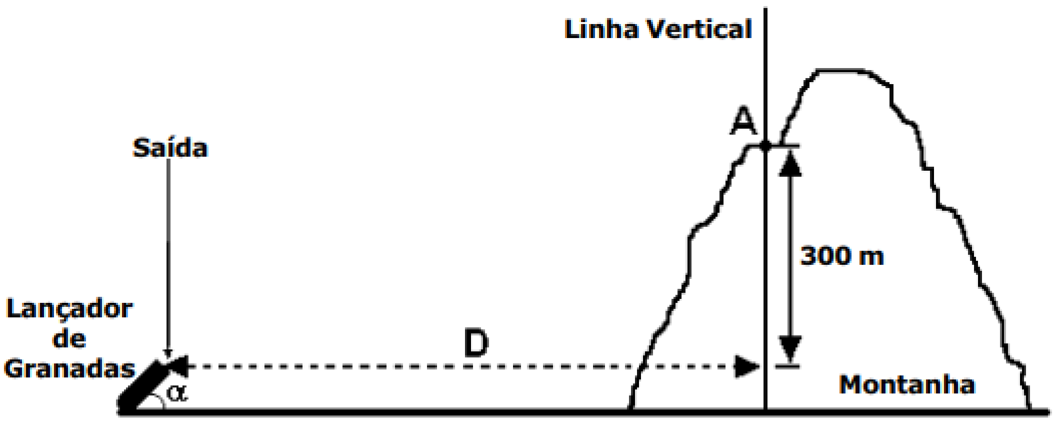
$$\boxed{|\vec{v}| = 5\sqrt{5}\, m/s}$$

Gabarito: E

---

37. (EsPCEx – 2011) (Nível 2)

Um lançador de granadas deve ser posicionado a uma distância D da linha vertical que passa por um ponto A. Este ponto está localizado em uma montanha a 300 m de altura em relação à extremidade de saída da granada, conforme o desenho abaixo.



A velocidade da granada, ao sair do lançador, é de $100\, m/s$ e forma um ângulo "α" com a horizontal; a aceleração da gravidade é igual a $10\, m/s^2$ e todos os atritos são desprezíveis. Para que a granada atinja o ponto A, somente após a sua passagem pelo ponto de maior altura possível de ser atingido por ela, a distância D deve ser de:

Dados: $\cos\alpha = 0{,}6$ e $sen\ \alpha = 0{,}8$

a) 240 m b) 360 m c) 480 m d) 600 m e) 960 m

Comentários:

Analisando o movimento vertical, podemos calcular os tempos quando o projétil atinge a altura de 300 metros. Para isso, vamos escrever a função horária do espaço na vertical, adotando como origem de eixos a posição do canhão e orientados o eixo x para direita e o eixo y para cima.

Logo:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2}$$

$$y = 0 + v_0 \cdot sen(\alpha) \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$y = 100 \cdot 0{,}8 \cdot t - \frac{10 \cdot t^2}{2}$$

$$y = 80 \cdot t - 5t^2$$

Para $y = 300\ m$, temos:

$$300 = 80 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$5 \cdot t^2 - 80 \cdot t + 300 = 0$$

$$t^2 - 16 \cdot t + 60 = 0$$

$$t^2 - 2 \cdot 8 \cdot t + 60 = 0$$

$$t^2 - 2 \cdot 8 \cdot t + 64 = 4$$

$$t^2 - 2 \cdot 8 \cdot t + 8^2 = 2^2$$

$$(t - 8)^2 = 2^2$$

$$(t - 8)^2 - 2^2 = 0$$

$$(t - 8 - 2) \cdot (t - 8 + 2) = 0$$

$$\underbrace{(t - 10)}_{ou=0} \cdot \underbrace{(t - 6)}_{ou\,=0} = 0$$

$$\begin{cases} t - 10 = 0\ ou \\ t - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 10\ s\ ou \\ t = 6\ s \end{cases}$$

Note que o tempo igual a 6 segundos corresponde ao primeiro momento em que o corpo está à altura de 300 metros, antes de atingir a altura máxima. Por isso, o tempo correspondente para quando o corpo está à 300 metros de altura e caindo é de 10 segundos.

Assim, o deslocamento horizontal D, durante estes 10 segundos, é dado por:

$$D = v_x \cdot t$$

$$D = 100 \cdot \cos\alpha \cdot t$$

$$D = 100 \cdot 0{,}6 \cdot 10$$

$$\boxed{D = 600\ m}$$

Gabarito: D

38. (EsPCEx – 2004) (Nível 2)

Uma bola é lançada do solo, com uma velocidade inicial de módulo V que faz um ângulo θ com a superfície do terreno, que é plana e horizontal. Desprezando a resistência do ar, considerando a aceleração da gravidade igual a $10\ m/s^2$ e $0° < \theta < 90°$, podemos afirmar, em relação à bola, que:

a) no ponto mais alto da trajetória, a sua aceleração é nula.

b) no ponto mais alto da trajetória, a sua velocidade é nula.

c) quanto maior o valor de θ maior será o seu alcance.

d) ela descreve um movimento uniforme ao longo da direção vertical.

e) a direção e o sentido da sua aceleração são constantes.

Comentários:

a) Incorreta. No ponto mais alto da trajetória, apenas a velocidade vertical é nula.

b) Incorreta. No ponto mais alto da trajetória, ainda temos a velocidade horizontal não nula, pois o movimento executa um MRU na horizontal.

c) Incorreta. Sabemos que o alcance é dado por:

$$A = \frac{v_0^2 sen(2\theta)}{g}$$

O alcance cresce à medida que aumentamos o valor de θ, até que ele é máximo quando $\theta = 45°$ e depois começa a decrescer, conforme varia a função $sen(2\theta)$. Basta olhar para um lançamento vertical, onde $\theta = 90°$, isto é, o corpo é lançado verticalmente e cai no mesmo ponto de lançamento, resultando num alcance nulo.

Logo, o alcance não cresce sempre com o ângulo.

d) Incorreta. Como a força peso é a resultante na direção vertical, o movimento nesta direção é MRUV.

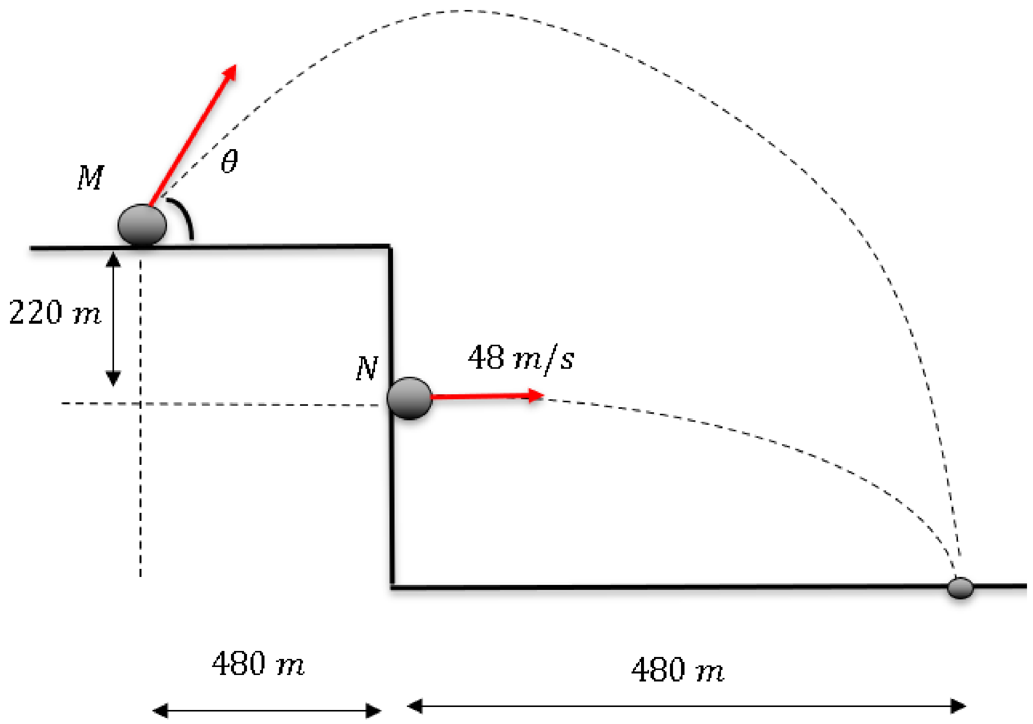
e) Correta. Durante todo o movimento, a única força que atua no corpo é a força peso, direcionada para baixo. Portanto, a aceleração que o corpo está sujeito é a aceleração da gravidade, sempre considerada constante em nossos problemas de nível médio.

Gabarito: E

Nível 3

39. (Nível 3)

Dois móveis são lançados da posição mostrada. O objeto M é lançado no instante $t = 0\ s$ e o objeto N é lançado no instante $t = 10\ s$. A velocidade de N é 48 m/s. Se os objetos caem simultaneamente no ponto P, qual deve ser a velocidade de M?



a) $100\ m/s$

b) $90\ m/s$

c) $80\ m/s$

d) $70\ m/s$

e) $60\ m/s$

Comentário:

O tempo para o corpo N chegar ao solo é de :

$$480 = 48.t$$
$$t = 10\ s$$

A altura de queda do corpo N é:

$$y = \frac{g}{2}t^2$$
$$y = \frac{10}{2}10^2$$
$$y = 500\ m$$

Como os móveis chegam ao mesmo tempo, o tempo de voo do móvel M é 20 s:

Para o corpo M, na horizontal, temos:

$$480 + 480 = vcos\theta.20$$
$$vcos\theta = 48\ m/s$$

Para o corpo M, na vertical, temos:

$$y = y_0 + vsen\theta t - \frac{gt^2}{2}$$

$$= 720 + vsen\theta \cdot 20 - \frac{10 \cdot 20^2}{2}$$

$$vsen\theta = 64\ m/s$$

Desta maneira, temos:

$$v^2 = (vsen\theta)^2 + (vcos\theta)^2$$

$$v^2 = 6400$$

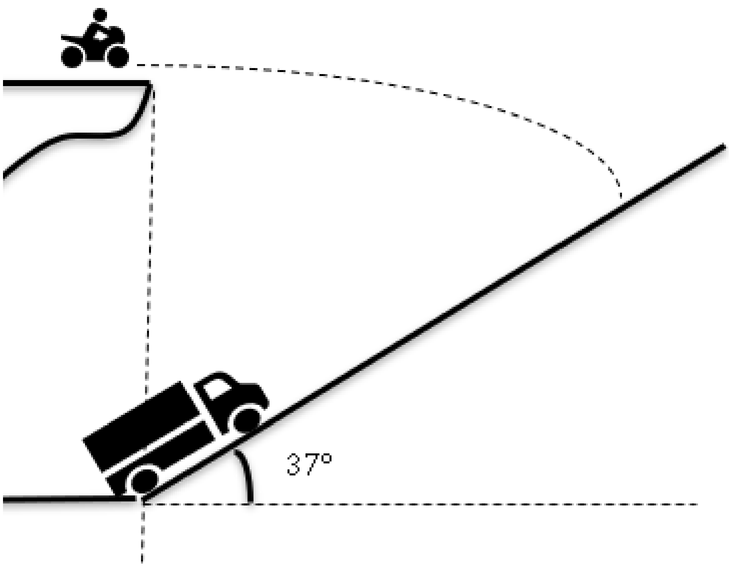
$$\boxed{v = 80\ m/s}$$

Gabarito: C

---

40. (Nível 3)

Um motociclista acrobático que se desloca com uma velocidade de $30\ m/s$ deve efetuar um movimento parabólico de modo que consiga entrar em um caminhão perpendicularmente à direção do movimento daquele. Se a velocidade do caminhão é v e sai de A simultaneamente quando o motociclista sai do precipício, qual é a altura H do precipício e a velocidade v do caminhão? Considere cos37° = 0,8.



a) $85\ m; 75\ m/s$

b) $170\ m; 37{,}5\ m/s$

c) $50\ m; 20{,}0\ m/s$

d) $70\ m; 37{,}5\ m/s$

Comentário:

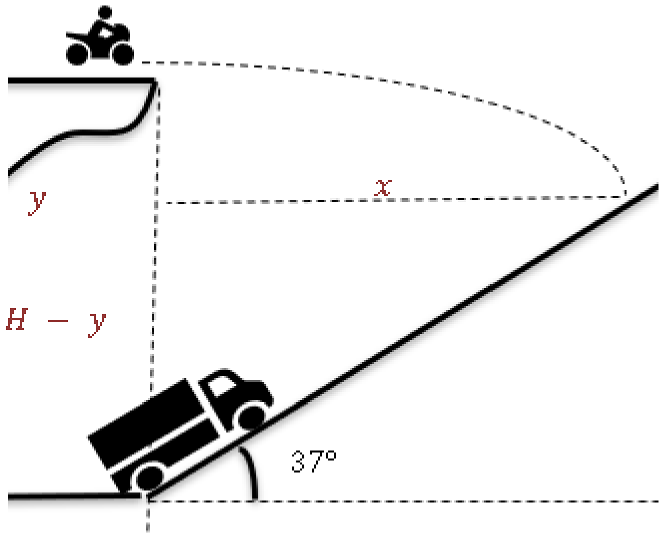
Como o motociclista atinge a rampa perpendicularmente, então a velocidade da moto ao atingir o caminhão será perpendicular ao plano e sabendo que a velocidade em x é a mesma, temos que:

$$v_f\,.Sen\,37° = v_0 \Rightarrow v_f\,.\frac{3}{5} = 30 \Rightarrow v_f = 50\,m/s$$

Com isso, podemos calcular o tempo que o motociclista demora na queda:

$$v_{f,y} = v_{0,y} + gt \Rightarrow 50\,.\frac{4}{5} = 10t \Rightarrow t = 4\,s$$

Da figura do enunciado:



Calculando o valor de y, por torricelli:

$$v_{f,y}^2 = v_{o,y}^2 + 2\,.\,g\,.\,y \Rightarrow 40\,.\,40 = 2\,.\,10\,.\,y \Rightarrow y = 80\,m$$

Calculando x, pelo movimento uniforme:

$$v_0 = \frac{x}{t} \Rightarrow x = 120\,m$$

Com isso, temos pela geometria que:

$$Tg\,37° = \frac{H-y}{x} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{H-80}{120} \Rightarrow H - 80 = 90$$

$$\boxed{H = 170\,m}$$

Além disso, temos, também pela geometria, que

$$Cos\,37° = \frac{x}{s} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{120}{s} \Rightarrow s = 150\,m$$

Por fim, temos que:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{150}{4}$$

$$\boxed{v = 37{,}5\,m/s}$$

Gabarito: B

41. (Nível 3)

Um projétil é lançado obliquamente, formando um ângulo α com a horizontal, passando por uma altura máxima de 20 metros e atingindo um alcance A. Duplicando-se o ângulo de disparo, sem mudar a velocidade inicial de lançamento, o projétil atinge o mesmo alcance A. Determinar a altura máxima atingida pelo projétil, nesse último disparo.

a) 10 m

b) 20 m

c) 40 m

d) 50 m

e) 60 m

Comentário:

Uma propriedade muito interessante nos lançamentos oblíquos: Se dois lançamentos com a mesma velocidade inicial atingirem o mesmo alcance, mudando apenas os ângulos de lançamento, os ângulos de disparo são complementares:

$$\alpha + 2\alpha = 90$$

$$\alpha = 30°$$

Assim, o ângulo de disparo do primeiro lançamento foi de 30° e, do segundo foi de 60°.

Há também uma relação entre o ângulo de disparo, a altura máxima e o alcance.

$$tga = \frac{4h_{máx}}{A}$$

Como os alcances são iguais, temos:

$$\frac{h_{máx}(1)}{tga} = \frac{h_{máx}(2)}{tg2a}$$

$$\frac{20}{tg30°} = \frac{h_{máx}(2)}{tg60°}$$

$$\sqrt{3} \cdot \frac{20}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = h_{máx}(2)$$

$$\boxed{h_{máx}(2) = 60\ m}$$

Gabarito: E

---

42. (Nível 3)

Um tenente está participando do curso de Comandos do exército brasileiro. No curso, o tenente precisa acertar um alvo com seu "rifle". O tenente efetua seus disparos deitado (na mesma horizontal que o solo). Na primeira tentativa, o tenente inclina seu armamento de um ângulo θ (em relação a horizontal) e acerta um ponto após o alvo, afastado 20 metros dele. Na segunda tentativa, o tenente reduz pela metade o ângulo de disparo, mantenho constante sua distância até o alvo e a velocidade de disparo, e acerta um ponto 20 metros antes o alvo. Qual das alternativas não pode representar a distância entre o tenente e alvo? Considere o tiro do tenente como um lançamento oblíquo.

a) 40 m

b) 80 m

c) 120 m

d) 5 m

e) 6 m

Comentário:

Para um lançamento oblíquo, o alcance é dado por:

$$A = \frac{v_o^2 \cdot sen2\alpha}{g}$$

Para o primeiro disparo do tenente, temos:

$$A + 20 = \frac{v_o^2 \cdot sen2\theta}{g}$$

Para o segundo disparo, o tenente reduz o ângulo de disparo pela metade:

$$A - 20 = \frac{v_o^2 \cdot sen\theta}{g}$$

Dividindo as duas expressões temos:

$$\frac{A + 20}{A - 20} = 2cos\theta \quad (Eq\ 1)$$

Sabemos que a função cossenos assume valores entre –1 e 1.:

$$-1 \leq cos\theta \leq 1$$

Multiplicando todos os termos por 2:

$$-2 \leq 2cos\theta \leq 2$$

Da equação (1):

$$-2 \leq \frac{A + 20}{A - 20} \leq 2$$

Resolvendo a desigualdade, temos:

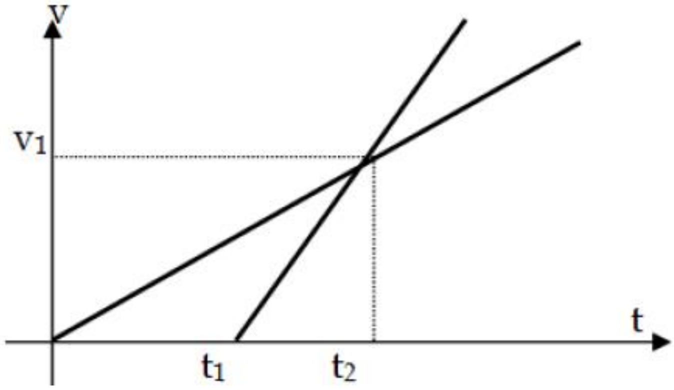
$$\boxed{A \leq \frac{20}{3}\ ou\ A \geq 60}$$

Gabarito: A

---

43. (Nível 3)

A figura abaixo representa o gráfico velocidade-tempo de dois pontos que se movem sobre a mesma reta e que partem da mesma posição inicial. São conhecidos os tempos *t1* e *t2*. Depois de quanto tempo os pontos se reencontrarão?



a) $\sqrt{t_2^2 + {t_1}^2}$

b) $2 \cdot t_2$

c) $2 \cdot t_1$

d) $t_2 + \sqrt{t_2^2 - {t_1}^2}$

e) $t_2 + \sqrt{t_2^2 + {t_1}^2}$

Comentário:

A função horária da velocidade do móvel (1) é dada por:

$$v_1(t) = \frac{v_1}{t_2} \cdot t$$

A posição em função do tempo, ficará:

$$S_1(t) = S_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_1}{t_2} \cdot t^2$$

A função horária da velocidade do móvel (2) é dada por:

$$v_2(t) = -\frac{v_1 \cdot t_1}{t_2 - t_1} + \frac{v_1}{t_2 - t_1} \cdot t$$

A posição em função do tempo, ficará:

$$S_2(t) = S_0 - \frac{v_1 \cdot t_1}{t_2 - t_1} \cdot t + \frac{v_1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{t^2}{2}$$

As móveis ocuparam posições iguais, quando:

$$S_1(t) = S_2(t)$$

$$S_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_1}{t_2} \cdot t^2 = S_0 - \frac{v_1 \cdot t_1}{t_2 - t_1} \cdot t + \frac{v_1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$t^2 \cdot \left[\frac{v_1 \cdot t_1}{2 \cdot t_2 \cdot (t_2 - t_1)}\right] - t \cdot \left(\frac{v_1 \cdot t_1}{t_2 - t_1}\right) =$$

As raízes são:

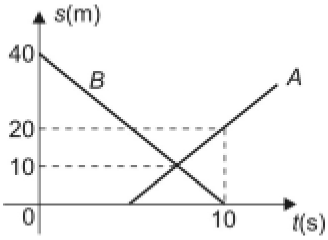
$$t = 0$$

$$\boxed{t = 2 \cdot t_2}$$

Gabarito: B

44. (AFA – 2009) (Nível 3)

O diagrama abaixo representa as posições de dois corpos A e B em função do tempo.



Por este diagrama, afirma-se que o corpo A iniciou o seu movimento, em relação ao corpo B, depois de

a) 2,5 s

b) 5,0 s

c) 7,5 s

d) 10 s

Comentários:

De acordo com o gráfico, a função horária do espaço de B é dada por:

$$S_B(t) = S_{0_B} + v_B \cdot t$$

$$S_B(0) = S_{0_B} = 40\ m$$

$$v_B = \frac{0 - 40}{10 - 0} = -4\ m/s$$

Então:

$$S_B(t) = 40 - 4 \cdot t$$

Por outro lado, a função horária do espaço de A é expressa por:

$$S_A(t) = S_{0_A} + v_A \cdot t$$

$$S_A(10) = S_{0_A} + v_A \cdot 10$$

$$S_A(10) = 20$$

$$S_{0_A} + v_A \cdot 10 = 20\ (eq. 1)$$

Mas, quando o ponto onde $S_A = S_B$ é igual a $10\ m$, então, por B, podemos determinar o tempo quando isto ocorre:

$$S_B(t) = 10$$

$$40 - 4 \cdot t = 10$$

$$\boxed{t = 7{,}5\ s}$$

Portanto:

$$S_A(7{,}5) = S_{0_A} + v_A \cdot 7{,}5$$

$$S_A(7{,}5) = 10$$

$$S_{0_A} + v_A \cdot 7{,}5 = 10\ (eq.2)$$

Fazendo 1 – 2, temos:

$$S_{0_A} + v_A \cdot 10 - \left(S_{0_A} + v_A \cdot 7{,}5\right) = 20 - 10$$

$$2{,}5 \cdot v_A = 10$$

$$v_A = 4{,}0\ m/s$$

Substituindo em 1, temos:

$$S_{0_A} + \underbrace{v_A}_{4{,}0} \cdot 10 = 20$$

$$S_{0_A} = -20$$

Logo:

$$S_A(t) = -20 + 4 \cdot t$$

Quando $S_A = 0$, temos a origem do movimento de A, que ocorre em t igual a:

$$S_A(t) = 0$$

$$-20 + 4 \cdot t = 0$$

$$\boxed{t = 5{,}0\ s}$$

Gabarito: B

---

45. (AFA – 2011) (Nível 3)

Dois automóveis A e B encontram-se estacionados paralelamente ao marco zero de uma estrada. Em um dado instante, o automóvel A parte, movimentando-se com velocidade escalar constante $v_A = 80\ km/h$. Depois de certo intervalo de tempo, Δt, o automóvel B parte no encalço de A com velocidade escalar constante $v_B = 100\ km/h$. Após $2\ h$ de viagem, o motorista de A verifica que B se encontra $10\ km$ atrás e conclui que o intervalo Δt, em que o motorista B ainda permaneceu estacionado, em horas, é igual a

a) 0,25

b) 0,50

c) 1,00

d) 4,00

Comentários:

Colocando o marco zero quando B inicia seu movimento, temos que o espaço inicial de A é dado por:

$$S_{0_A} = v_A \cdot \Delta t$$

Logo:

$$S_A = v_A \cdot \Delta t + v_A \cdot t$$
$$S_B = v_B \cdot t$$

Após 2h de viagem, temos que B encontra-se 10 km atrás de A, então:

$$S_A = S_B + 10$$
$$v_A \cdot \Delta t + v_A \cdot (2 - \Delta t) = v_B \cdot (2 - \Delta t)$$

Como colocamos a origem do tempo após o intervalo de tempo Δt, então devemos contar o tempo de deslocamento como $t - t_0 = t - \Delta t$. Então:

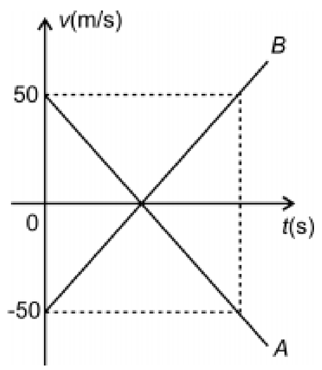
$$2 \cdot v_A = 2 \cdot v_B - v_B \cdot \Delta t + 10$$
$$\Delta t = 2 \cdot \frac{v_B - v_A}{v_B} + \frac{10}{v_B}$$
$$\Delta t = 2 \cdot \frac{100 - 80}{100} + \frac{10}{100} = 0{,}5\ h$$

Gabarito: B

---

46. (AFA – 2011) (Nível 3)

Duas partículas, A e B, que executam movimentos retilíneos uniformemente variados, se encontram em $t = 0$ na mesma posição. Suas velocidades, a partir desse instante, são representadas pelo gráfico abaixo.



As acelerações experimentadas por A e B têm o mesmo módulo de $0{,}2\ m/s^2$. Com base nesses dados, é correto afirmar que essas partículas se encontrarão novamente no instante

a) 10 s

b) 50 s

c) 100 s

d) 500 s

Comentários:

Como os corpos parte da mesma origem e a área do gráfico $v \times t$ fornece o deslocamento do móvel, no instante em que A tiver velocidade de $-50\ m/s$ e B tiver velocidade de $50\ m/s$, as áreas abaixo de cada curva serão iguais. Dado que as acelerações são iguais em módulo, podemos usar qualquer um dos moveis para determinar o tempo até chegarem nessas respectivas velocidades:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$0{,}2 = \frac{50 - (-50)}{t - 0}$$
$$t = \frac{100}{0{,}2}$$

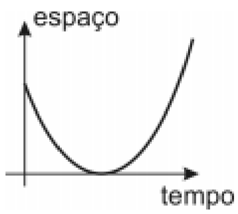
$$\boxed{t = 500\ s}$$

Gabarito: D

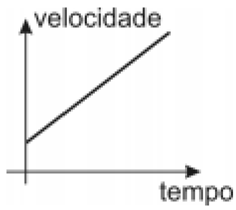
47. (AFA – 2012) (Nível 3)

Considere um móvel deslocando-se numa trajetória horizontal e descrevendo um movimento retilíneo uniformemente acelerado e retrógrado. A alternativa que contém o gráfico que melhor representa o movimento descrito pelo móvel é

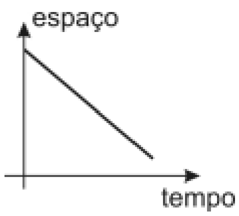
a)



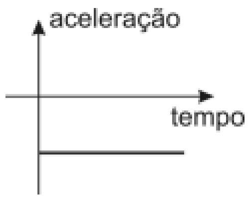
c)



b)



d)



Comentários:

No movimento acelerado, sabemos que o produto $a \cdot v$ é maior que zero, então temos duas possibilidades: $a > 0$ e $v > 0$ ou $a < 0$ e $v < 0$, como o movimento é retrógrado também, então $v < 0$, o que implica $a < 0$. Portanto, um gráfico que representaria este movimento retilíneo uniformemente acelerado e retrógrado está na letra D.

Na alternativa A, temos que a aceleração é positiva e a velocidade é negativa de 0 até o instante em que o espaço se torna nulo, caracterizando um movimento retardado nesse trecho. Em seguida, a velocidade se torna positiva, dando início a um movimento acelerado progressivo.

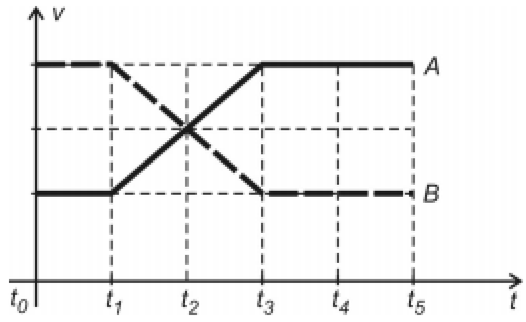
Na letra B, a velocidade é sempre positiva assim como a aceleração. Então, o movimento é acelerado progressivo.

Na letra C, a função horária do espaço com o tempo é uma reta, o que corresponde a um movimento retilíneo uniforme, mas nosso movimento é uniformemente variado.

Gabarito: D

48. (AFA – 2016) (Nível 3)

Dois móveis, A e B, partindo juntos de uma mesma posição, porém com velocidades diferentes, que variam conforme o gráfico abaixo, irão se encontrar novamente em um determinado instante.



Considerando que os intervalos de tempo $t_1 - t_0$, $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$, $t_4 - t_3$ e $t_5 - t_4$ são todos iguais, os móveis A e B novamente se encontrarão no instante

a) t_4

b) t_5

c) t_2

d) t_3

Comentários:

Como no gráfico $v \times t$ a área é numericamente igual a variação do espaço e dado que eles saem da mesma posição, pela simetria do gráfico, notamos que eles iram se encontrar, isto é, terão percorrido a mesma distância (mesma área sob a curva) em t_4.

Gabarito: A

---

49. (EFOMM – 2017) (Nível 3)

Um trem deve partir de uma estação A e parar na estação B, distante 4 km de A. A aceleração e a desaceleração podem ser, no máximo, de $5{,}0\ m/s^2$, e a maior velocidade que o trem atinge é de $72\ km/h$. O tempo mínimo para o trem completar o percurso de A a B é, em minutos, de:

a) 1,7

b) 2,0

c) 2,5

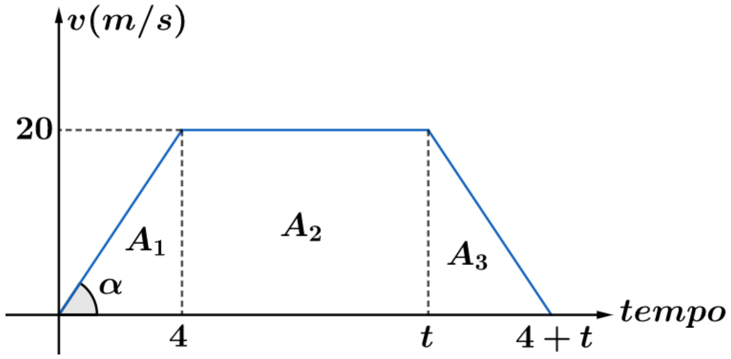
d) 3,0

e) 3,4

Comentários:

Devemos notar que para realizar o percurso no menor tempo possível, o trem deve permanecer o maior tempo possível com velocidade máxima. Ele parte do repouso da estação A e deve para na estação B. Portanto, para alcançar a velocidade máxima ele deve utilizar a aceleração máxima e para conseguir parar em B, ele deve usar a desaceleração máxima, pois assim ele consegue permanecer por mais tempo com velocidade máxima.

Se fizermos um gráfico da velocidade pelo tempo, teríamos algo como:



Note que o módulo da aceleração representa tangente de α. Como a aceleração máxima é de $5\ m/s^2$, então ele leva 4 segundos para alcançar a velocidade de $20\ m/s$ ($72\ km/h$). No gráfico $v \times t$ a área representa numericamente a variação do espaço, então:

$$\Delta S = A_1 + A_2 + A_3$$

$$4000 = \frac{4 \cdot 20}{2} + 20 \cdot (t-4) + \frac{20 \cdot (t+4-t)}{2}$$

$$\boxed{t = 200\ s}$$

$$\boxed{t \cong 3{,}4\ min}$$

Gabarito: E

---

50. (AFA – 2010) (Nível 3)

No instante $t = 0$, uma partícula A é lançada obliquamente, a partir do solo, com velocidade de $80\ m/s$ sob um ângulo de 30° com a horizontal. No instante $t = 2\ s$, outra partícula B é lançada verticalmente para cima, também a partir do solo, com velocidade de $40\ m/s$, de um ponto situado a $200\sqrt{3}\ m$ da posição de lançamento da primeira. Sabendo-se que essas duas partículas colidem no ar, pode-se afirmar que no momento do encontro

a) ambas estão subindo.

b) A está subindo e B descendo.

c) B está subindo e A descendo.

d) ambas estão descendo.

Comentários:

Como a partícula B é lançada verticalmente para cima, se houver alguma colisão, essa colisão deverá ocorrer ao longo da reta $x = 200\sqrt{3}$. No momento em que as partículas colidem, ambas estão no mesmo ponto. Para chegar em $x = 200\sqrt{3}$, a partícula A gasta:

$$t = \frac{200\sqrt{3}}{v_x}$$

$$t = \frac{200\sqrt{3}}{80 \cdot \cos 30°} = \frac{200\sqrt{3}}{80 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\boxed{t = 5\ s}$$

A altura alcançada pela partícula e a velocidade em $t = 5\ s$ são:

$$\begin{cases} y_A = 80 \cdot sen\ 30° \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_A = 80 \cdot sen\ 30° - 10 \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_A = 80 \cdot sen\ 30° \cdot 5 - 5 \cdot 5^2 \\ v_A = 80 \cdot sen\ 30° - 10 \cdot 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_A = 75\ m \\ v_A = -10\ m/s \end{cases}$$

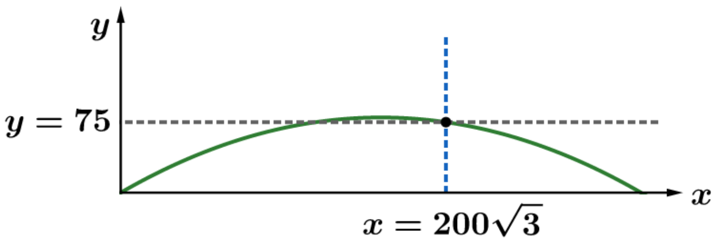
Em $x = 200\sqrt{3}$, a partícula A já está caindo. Por outro lado, temos as condições de B:

$$\begin{cases} y_B = 40 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_B = 40 - 5 \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_B = 40 \cdot 5 - 5 \cdot 5^2 \\ v_B = 40 - 5 \cdot 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_B = 75\ m \\ v_B = 15\ m/s \end{cases}$$

Portanto, B ainda está subindo quando ocorre a colisão, graficamente, temos:

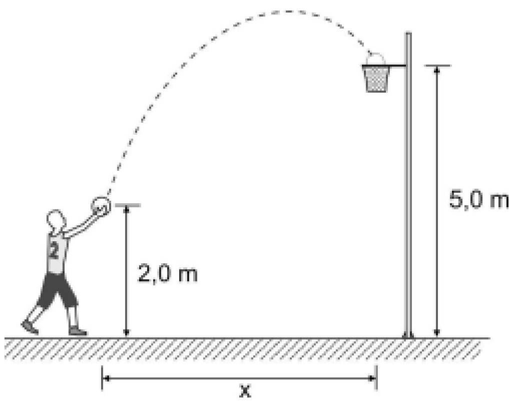


Gabarito: C

---

51. (AFA – 2009) (Nível 3)

Uma bola de basquete descreve a trajetória mostrada na figura após ser arremessada por um jovem atleta que tenta bater um recorde de arremesso.



A bola é lançada com uma velocidade de $10\ m/s$ e, ao cair na cesta, sua componente horizontal vale $6{,}0\ m/s$. Despreze a resistência do ar e considere $g = 10\ m/s^2$. Pode-se afirmar que a distância horizontal (x) percorrida pela bola desde o lançamento até cair na cesta, em metros, vale

a) 3,0

b) 3,6

c) 4,8

d) 6,0

Comentários:

Se a bola é lançada com 10 m/s e sua componente horizontal vale 6,0 m/s, então a componente vertical vale 8,0 m/s, pelo teorema de Pitágoras:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$10^2 = 6^3 + v_y^2$$

$$\boxed{v_y = 8{,}0\ m/s}$$

O tempo para a bola chegar à altura de 5 m é dado por:

$$y = y_0 + v_{0_y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$5 = 2{,}0 + 8{,}0 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$5t^2 - 8t + 3 = 0$$

$$t = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 3}}{2 \cdot 5}$$

$$t = \frac{\left(8 \pm \sqrt{4}\right)}{10}$$

$$t_1 = \frac{8 - 2}{10} = 0{,}6\ s$$

$$t_2 = \frac{8 + 2}{10} = 1{,}0\ s$$

Note que $t = 0{,}6\ s$ corresponde ao tempo em que a bola possui a altura de 5 metros, mas ainda está subindo. Já $t = 1{,}0\ s$ corresponde ao tempo em que a bola possui altura igual a 5 metros, mas agora está descendo. Para a nossa situação em questão, a bola descenderá para o jogador fazer a cesta. Portanto, devemos utilizar este tempo para determinar a distância x percorrida pela bola na horizontal:

$$x = v_x \cdot t$$

$$x = 6{,}0 \cdot 1{,}0$$

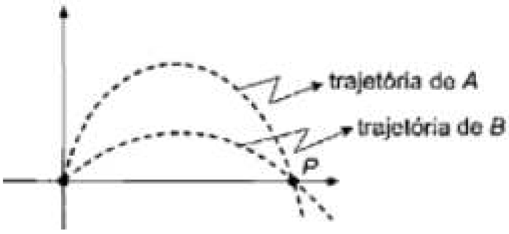
$$\boxed{x = 6{,}0\ m}$$

Gabarito: D

---

52. (AFA – 2007) (Nível 3)

A figura abaixo representa as trajetórias de dois projéteis A e B lançados no mesmo instante num local onde o campo gravitacional é constante e a resistência do ar é desprezível.



Ao passar pelo ponto P, ponto comum de suas trajetórias, os projéteis possuíam a mesma

a) velocidade tangencial.

b) velocidade horizontal.

c) aceleração centrípeta.

d) aceleração resultante.

Comentários:

A questão faz uma pegadinha, pois ela não menciona se os projéteis passam simultaneamente pelo ponto P, diz apenas que elas passam por P. Por isso, não sabemos se a velocidade horizontal é a mesma ou não. De fato, o deslocamento horizontal dos projéteis para chegar em P é o mesmo e pode ser escrito como:

$$\begin{cases} x = v_{HA} \cdot t_A \\ x = v_{HB} \cdot t_B \end{cases}$$

Em que v_{HA} é a velocidade horizontal de A e v_{HB} é a velocidade horizontal de B. Portanto, não podemos afirmar se a velocidade horizontal é a mesma para os dois projéteis.

De acordo com a figura, no ponto P as curvas possuem velocidades diferentes, logo, possuem velocidades tangenciais diferentes.

A aceleração centrípeta pode ser calculada por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{\rho}$$

Em que v é a velocidade tangencial no ponto e ρ o raio da circunferência osculadora. Dado que as velocidades tangenciais são diferentes, nada podemos falar sobre a circunferência osculadora e, por isso, nada podemos falar sobre a igualdade das acelerações centrípetas.

De fato, a única alternativa correta é a alternativa D, pois a única força que atua no lançamento oblíquo em questão é a força peso. Logo, a força resultante sobre os projéteis é a força peso, resultando na aceleração resultante sobre cada projétil ser a aceleração da gravidade local.

Portanto, ambos projéteis têm a mesma aceleração resultante.

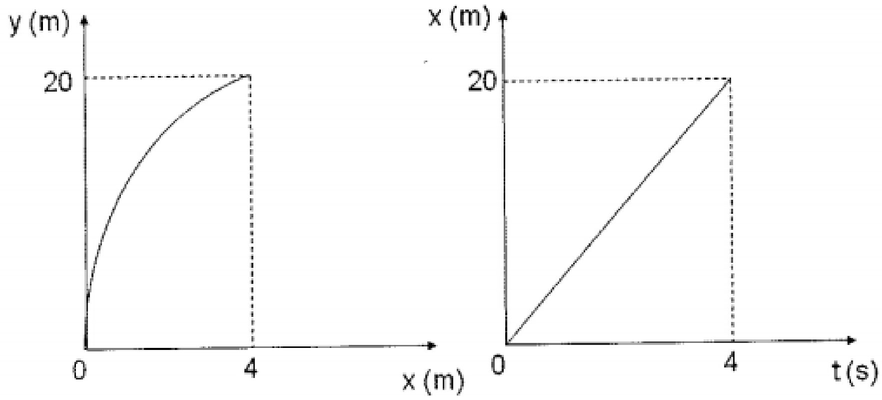
Gabarito: D

---

53. (EN – 2013) (Nível 3)

Os gráficos abaixo foram obtidos da trajetória de um projétil, sendo y a distância vertical e x a distância horizontal percorrida pelo projétil. A componente vertical da velocidade, em m/s, do projétil no instante inicial vale:

Dado: $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$



a) zero

b) 5,0

c) 10

d) 17

e) 29

Comentários:

A velocidade horizontal do projétil é dada pela inclinação da reta no gráfico $x \times t$:

$$v_x = \frac{20}{4} = 5\ m/s$$

Para percorrer 4 metros em x, o projétil gasta um tempo igual a:

$$t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{4}{5} = 0{,}8\ s$$

Nesse mesmo intervalo de tempo, ele desloca 20 metros em y, que possui função horária dada por:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$\Delta y = v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$20 = v_{0y} \cdot 0{,}8 - \frac{10 \cdot 0{,}8^2}{2}$$

$$\boxed{v_{0y} = 29\ m/s}$$

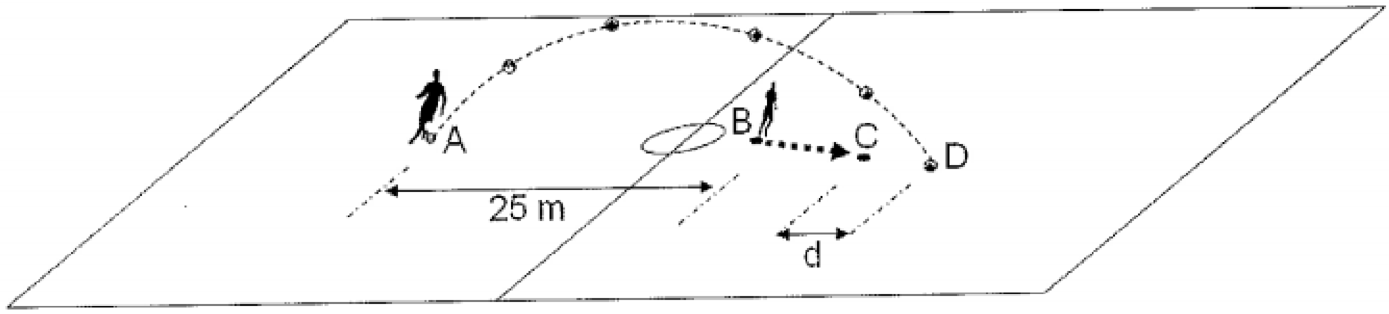
Gabarito: E

---

54. (EN – 2013) (Nível 3)

Conforme mostra figura abaixo, em um jogo de futebol, no instante em que o jogador situado no ponto A faz um lançamento, o jogador situado no ponto B, que inicialmente estava parado, começa a correr com aceleração constante igual a 3,00 m/s², deslocando-se até o ponto C. Esse jogador chega em C no instante em que a bola toca o chão no ponto D. Todo o movimento se processa em um plano vertical, e a distância inicial entre A e B vale 25,0 m. Sabendo-se que a velocidade inicial da bola tem módulo igual a 20,0 m/s, e faz um ângulo de 45° com a horizontal, o valor da distância, d, entre os pontos C e D, em metros, é

Dado: $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$



a) 1,00

b) 3,00

c) 5,00

d) 12,0

e) 15,0

Comentários:

Durante o tempo de voo da bola, o jogador se desloca de B para C dado por:

$$BC = \frac{at^2}{2}$$

O tempo de voo da bola é dado por:

$$t_{voo} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot sen(\theta)}{g}$$

$$t_{voo} = \frac{2 \cdot 20 \cdot \overbrace{sen(45°)}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{10}$$

$$\boxed{t_{voo} = 2\sqrt{2}\ s}$$

Portanto:

$$BC = \frac{3 \cdot \left(2\sqrt{2}\right)^2}{2}$$

$$\boxed{BC = 12{,}0\ m}$$

Por outro lado, o alcance da bola é calculado por:

$$A = AD = \frac{v_0^2 \cdot sen(2\theta)}{g}$$

$$AD = \frac{20^2 \cdot sen(2 \cdot 45°)}{10}$$

$$\boxed{AD = 40{,}0\ m}$$

Portanto:

$$AD = AB + BC + CD$$

$$40 = 25 + 12 + CD$$

$$\boxed{CD = 3{,}00\ m}$$

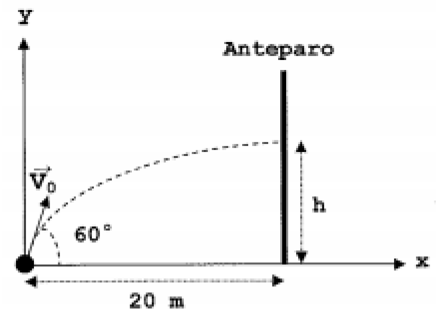
Gabarito: B

---

55. (EN – 2012) (Nível 3)

Um projétil é lançado contra um anteparo vertical situado a 20 m do ponto de lançamento. Despreze a resistência do ar. Se esse lançamento é feito com uma velocidade inicial de 20 m/s numa direção que faz um ângulo de 60° com a horizontal, a altura aproximada do ponto onde o projétil se choca com o anteparo, em metros, é

Dados: $tg(60°) \approx 1{,}7$; $g = 10\ m/s^2$.



a) 7,0

b) 11

c) 14

d) 19

e) 23

Comentários:

Inicialmente, vamos calcular o tempo que o projétil leva para percorrer a distância horizontal de 20 metros:

$$\Delta x = v_x \cdot t$$

$$\Delta x = v_0 \cdot \cos 60° \cdot t$$

$$20 = 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot t$$

$$\boxed{t = 2\ s}$$

O movimento em y é um MRUV, com função horária dada por:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2}$$

$$y = 0 + 20 \cdot sen\ 60° \cdot t - \frac{10 \cdot t^2}{2}$$

Para $t = 2\ s$, temos:

$$y(2) = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 - 5 \cdot 2^2$$

$$y(2) = 20\sqrt{3} - 20$$

Como $tg(60°) = \sqrt{3}$ e o enunciado pediu para considerar $tg(60°) = 1,7$, então $\sqrt{3} = 1,7$. Portanto:

$$y(2) = 20 \cdot 1,7 - 20 = 20 \cdot (1,7 - 1) = 20 \cdot 0,7$$

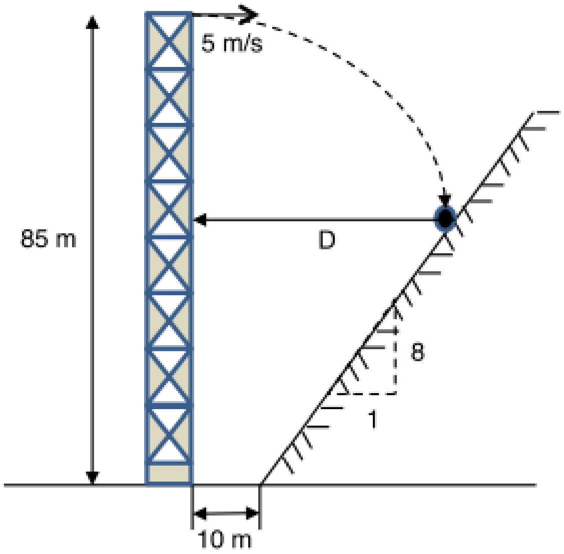
$$\boxed{y(2) = 14\ m}$$

Gabarito: C

56. (EFOMM – 2016) (Nível 3)

Uma bola é lançada do topo de uma torre de $85\ m$ de altura com uma velocidade horizontal de $5,0\ m/s$ (ver figura). A distância horizontal D, em metros, entre a torre e o ponto onde a bola atinge o barranco (plano inclinado), vale

Dado: $g = 10\ m/s^2$



a) 15

b) 17

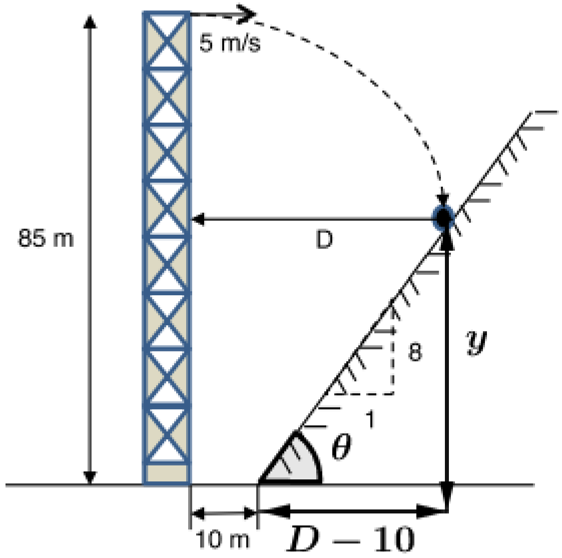
c) 20

d) 25

e) 28

Comentários:

De acordo com a figura, a bola descerá uma certa altura, dada pela geometria do problema:



$$tg(\theta) = \frac{8}{1} = \frac{y}{D - 10}$$

$$y = 8 \cdot (D - 10)$$

Assim, a bola descerá:

$$H = 85 - y$$

$$H = 85 - 8 \cdot (D - 10)$$

Para descer essa altura, a bola gastará o seguinte tempo de queda:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$t_q = \sqrt{\frac{2}{g}\left(85 - 8 \cdot (D - 10)\right)}$$

Entretanto, no eixo horizontal, a bola descreverá um MRU, com velocidade de 5,0 m/s e percorrerá a distância D. Então:

$$D = v_H \cdot t_q$$

$$D = 5 \cdot \sqrt{\frac{2}{g}\left(85 - 8 \cdot (D - 10)\right)}$$

Considerando $g = 10\ m/s^2$, vem:

$$D = 5 \cdot \sqrt{\frac{2}{10}\left(85 - 8 \cdot (D - 10)\right)}$$

$$D^2 = 5^2 \cdot \left[\frac{1}{5}\left(85 - 8 \cdot (D - 10)\right)\right]$$

$$D^2 = 5 \cdot 85 - 5 \cdot 8(D - 10)$$

$$D^2 + 40D = 825$$

$$D^2 + 2 \cdot 20 \cdot D + 20^2 = 825 + 20^2$$

$$(D + 20)^2 = 1225$$

$$(D + 20)^2 = 35^2$$

$$(D + 20)^2 - 35^2 = 0$$

$$(D + 20 - 35)(D + 20 + 35) = 0$$

$$\underbrace{(D + 20 - 35)}_{D=15}\underbrace{(D + 20 + 35)}_{D=-55} = 0$$

$D < 0$ não convém no nosso problema. Portanto:

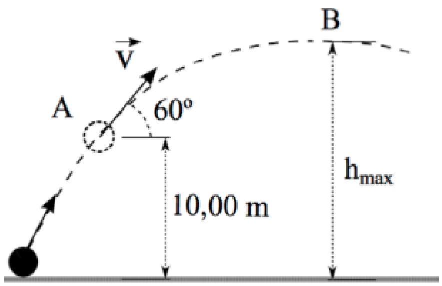
$$\boxed{D = 15\, m}$$

Gabarito: A

---

57. (EFOMM – 2013/modificada) (Nível 3)

Uma bola é lançada obliquamente e, quando atinge a altura de $10\, m$ do solo, seu vetor velocidade faz um ângulo de 60° com a horizontal e possui uma componente vertical de módulo $5{,}0\, m/s$. Desprezando a resistência do ar, a altura máxima alcançada pela bola, em metros, é de



Dado: $g = 10\, m/s^2$.

a) 45/4

b) 50/4

c) 55/4

d) 60/4

e) 65/4

Comentários:

Podemos considerar o ponto A como origem do nosso lançamento e, assim, podemos determinar a altura máxima utilizando Torricelli.

$$v_y^2 = {v_0}_y^2 + 2 \cdot a_y \cdot \Delta y$$

$$0^2 = 5^2 + 2 \cdot (-10) \cdot (h_{máx} - 10)$$

$$h_{máx} - 10 = \frac{5^2}{2 \cdot 10}$$

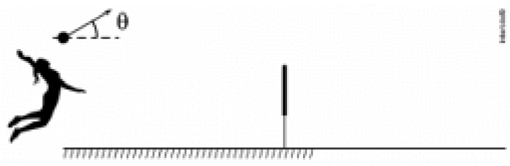
$$h_{máx} = 10 + \frac{5}{4}$$

$$\boxed{h_{máx} = \frac{45}{4}\ m}$$

Gabarito: A

58. (ITA-2018) (Nível 3)

Numa quadra de vôlei de $18m$ de comprimento, com rede de $2{,}24m$ de altura, um atleta solitária faz um saque com a bola bem em cima da linha de fundo, a $3{,}0m$ de altura, num ângulo θ de $15°$ com a horizontal, conforme a figura, com trajetória num plano perpendicular à rede. Desprezando o atrito, pode-se dizer que, com $12m/s$ de velocidade inicial, a bola $(g = 10m/s^2)$



a) bate na rede.

b) passa tangenciando a rede.

c) passa a rede e cai antes da linha de fundo.

d) passa a rede e cai na linha de fundo.

e) passa a rede e cai fora da quadra.

Comentários:

A equação da trajetória de um lançamento oblíquo é dada por:

$$y(x) = y_0 + x \tan\theta - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\theta}$$

Substituindo os dados do problema:

$$y(x) = 3 + 0{,}27x - 0{,}037x^2$$

Primeiramente veremos se a bola ultrapassa a rede. Note que a rede está no meio da quadra em $x = 9\ m$, queremos saber a altura da bola quando passa na mesma vertical da rede:

$$y(9) = 3 + 0{,}27\,.\,9 - 0{,}037\,.\,81 = 2{,}433\ m$$

$$y(9) > 2{,}24\ m$$

E, portanto, a bola ultrapassa a rede. Para determinamos onde ela aterrissa devemos ver em qual x sua altura é nula:

$$y(x_{fim}) = 0$$

$$3 + 0{,}27x - 0{,}037x^2 = 0$$

Essa equação tem solução positiva (a única relevante): $x_{fim} \approx 13{,}36\ m$

Como $x_{fim} < 18\ m$, podemos afirmar que a bola aterrissa dentro da quadra.

Gabarito: C

Considerações Finais

Querido aluno(a),

Essa aula foi extremamente importante para o pleno entendimento da termologia. Se você está com certo receio em algum tópico, reveja toda a teoria e depois refaça os exercícios propostos. Uma valiosa dica é fazer a lista inteira e só depois olhar o gabarito com a resolução. Com isso, você se forçará a ter uma maior atenção na feitura de questões e, portanto, aumentará sua concentração no momento de prova.

Se as dúvidas persistirem, não se esqueça de acessar o Fórum de Dúvidas! Responderei suas dúvidas o mais rápido possível!

Você também pode me encontrar nas redes sociais! 😊

Conte comigo,

Vinícius Fulconi

@viniciusfulconi

vinicius.fulconi

Referências

[1] Tópicos da física 1: Volume 1 – Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola, Newton Villas Boas – 21. Ed – São Paulo : Saraiva, 2012.

[2] Problemas de Física Elementar: Saraeva – Editora Mir Moscou.

[3] IIT JEE Problems: Cengage.