Prof. Rodolfo Pereira Borges

Guia de estudos: Livro 1 – Matemática – Frente 2
Página 132 – Revisando: 4
Página 133 – Propostos: 15, 19, 20, 22, 23, 28, 48, 52

1. (Enem 2021) Um segmento de reta está dividido em duas partes na proporção áurea quando o todo está para uma das partes na mesma razão em que essa parte está para a outra. Essa constante de proporcionalidade é comumente representada pela letra grega φ, e seu valor é dado pela solução positiva da equação $\varphi^2 = \varphi + 1$. Assim como a potência φ^2, as potências superiores de w podem ser expressas da forma $a\varphi + b$, em que a e b são inteiros positivos, como apresentado no quadro.

φ^2	φ^3	φ^4	φ^5	φ^6	φ^7
$\varphi+1$	$2\varphi+1$	$3\varphi+2$	$5\varphi+3$	$8\varphi+5$	...

A potência φ^7, escrita na forma $a\varphi + b$ (a e b são inteiros positivos), é

a) $5\varphi+3$ b) $7\varphi+2$ c) $9\varphi+6$ d) $11\varphi+7$ e) $13\varphi+8$

2. (cftmg 2015) Sendo $y = \dfrac{4^{10} \cdot 8^{-3} \cdot 16^{-2}}{32}$, a metade do valor de y vale

a) 2^{-3} b) 2^{-4} c) 2^{-5} d) 2^{-6}

3. (Enem 2019) A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus *influenza*. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões.O vírus *influenza* é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de $0,00011\,\text{mm}$.

Disponível em: www.gripenet.pt. Acesso em: 2 nov. 2013 (adaptado).

Em notação científica, o diâmetro interno do vírus *influenza*, em mm, é

a) $1,1\times10^{-1}$ b) $1,1\times10^{-2}$ c) $1,1\times10^{-3}$

d) $1,1\times10^{-4}$ e) $1,1\times10^{-5}$

4. (Integrado - Medicina 2022) Quantos algarismos resultam da expressão numérica $N = 5^{23} \cdot 2^{30}$?

a) 23
b) 24
c) 25
d) 26
e) 27

5. (Fuvest 2016) De 1869 até hoje, ocorreram as seguintes mudanças de moeda no Brasil: (1) em 1942, foi criado o cruzeiro, cada cruzeiro valendo mil réis; (2) em 1967, foi criado o cruzeiro novo, cada cruzeiro novo valendo mil cruzeiros; em 1970, o cruzeiro novo voltou a se chamar apenas cruzeiro; (3) em 1986, foi criado o cruzado, cada cruzado valendo mil cruzeiros; (4) em 1989, foi criado o cruzado novo, cada um valendo mil cruzados; em 1990, o cruzado novo passou a se chamar novamente cruzeiro; (5) em 1993, foi criado o cruzeiro real, cada um valendo mil cruzeiros; (6) em 1994, foi criado o real, cada um valendo 2.750 cruzeiros reais.

Quando morreu, em 1869, Brás Cubas possuía 300 contos.

Se esse valor tivesse ficado até hoje em uma conta bancária, sem receber juros e sem pagar taxas, e se, a cada mudança de moeda, o depósito tivesse sido normalmente convertido para a nova moeda, o saldo hipotético dessa conta seria, aproximadamente, de um décimo de

Dados:
Um conto equivalia a um milhão de réis.
Um bilhão é igual a 10^9 e um trilhão é igual a 10^{12}.

a) real.
b) milésimo de real.
c) milionésimo de real.
d) bilionésimo de real.
e) trilionésimo de real.

6. (Ufrgs 2015) Por qual potência de 10 deve ser multiplicado o número $10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}$ para que esse produto seja igual a 10?

a) 10^9.
b) 10^{10}.
c) 10^{11}.
d) 10^{12}.
e) 10^{13}.

7. (cftmg 2015) O valor da expressão numérica $\dfrac{(1,25)^{-2} + 4\times5^{-1}}{(0,999...)^2 - 2(-10)^{-1}}$ é igual a

a) $\dfrac{3}{5}$

b) $\dfrac{4}{5}$

c) $\dfrac{6}{5}$

d) $\dfrac{7}{5}$

8. (cotuca/2020) Considere as sentenças:

I. $(x^3)^4 = x^7$ II. $(x^3)^4 = x^{12}$

III. $(x^3)^4 = x^{81}$ IV. $x^3x^4 = x^7$

V. $x^3x^4 = x^{12}$

VI. Para a, b e c números reais, se ab = ac então b = c

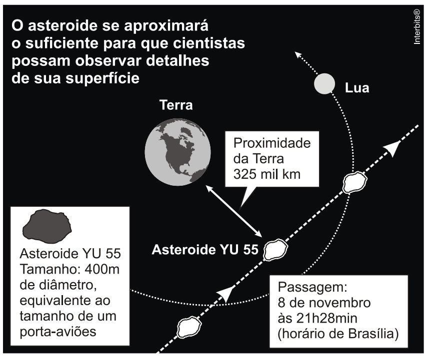
São verdadeiras as sentenças:

a) I, V e VI
b) II, IV e VI
c) III, V e VI
d) I e V
e) II e IV

9. (ifsc/2020) Sabendo que $x = 20^{100}$ e $y = 400^{50}$ pode-se afirmar que: Assinale a alternativa **CORRETA**.

a) x é igual a y.
b) x é a metade de y.
c) x é o dobro de y.
d) x é igual ao quadrado de y.
e) x é igual ao quadruplo y.

10. (Enem 2012) A Agência Espacial Norte Americana (NASA) informou que o asteroide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração a seguir sugere que o asteroide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contém a órbita descrita pela Lua em torno da Terra. Na figura, está indicada a proximidade do asteroide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou da superfície terrestre.



Fonte: NASA
Disponível em: http://noticias.terra.com.br (adaptado).

Com base nessas informações, a menor distância que o asteroide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a

a) $3{,}25 \times 10^2$ km.
b) $3{,}25 \times 10^3$ km.
c) $3{,}25 \times 10^4$ km.
d) $3{,}25 \times 10^5$ km.
e) $3{,}25 \times 10^6$ km.

11. (Famerp/2023) Na matemática, o número 1 gugol equivale a 10^{100}. Imaginando, hipoteticamente, um quadrado de área igual a 1 gugol, uma forma para representar o perímetro desse quadrado é

a) 40^{50}
b) $20^2 \cdot 10^8$
c) 40^{10}
d) $20^2 \cdot 10^{48}$
e) 20^{50}

12. (Espm 2016) A expressão numérica $2 \cdot 81^3 + 3 \cdot 9^6 + 4 \cdot 27^4$ equivale a:

a) 3^{15}
b) 9^7
c) 27^4
d) 3^{21}
e) 9^{12}

13. (cftrj 2020) Uma bactéria tem massa aproximada de $0{,}000005$ g, e seu comprimento estimado em $0{,}00018$ mm. Os vírus são menores que as bactérias. Um deles tem massa aproximada de $1/3$ da massa da bactéria descrita acima. A massa, em gramas, aproximada de uma população de 10000 destes vírus é:

a) $1{,}33 \times 10^{-2}$
b) $1{,}67 \times 10^{-3}$
c) $1{,}67 \times 10^{-2}$
d) $1{,}72 \times 10^{-3}$

14. (ifce 2014) Calculando-se o valor da expressão $\dfrac{18^n \cdot 4}{2\left(6^n \cdot 3^n\right)}$, encontra-se

a) 2n.
b) 6n.
c) 8.
d) 4.
e) 2.

15. (ifal 2012) Assinale a alternativa **errada**:

a) $-3^2 = -9$.
b) $-2^3 = -8$.
c) $2^4 = 4^2 = 16$, logo, é verdade que $2^3 = 3^2$.
d) $(3 + 4)^2 = 49$.
e) $(8 - 3)^3 = 125$.

16. (Ufjf 2022) Considere os seguintes números reais:

$$a = 0{,}0625^{-0{,}25} \quad e \quad b = 81^{0{,}5}$$

Sobre os números a e b, é correto afirmar que

a) $a = b$
b) $a > b^{0{,}5}$
c) $a^3 > b$
d) $a \times b$ é um número racional positivo.
e) $\dfrac{4a}{b}$ é um número racional maior do que 1.

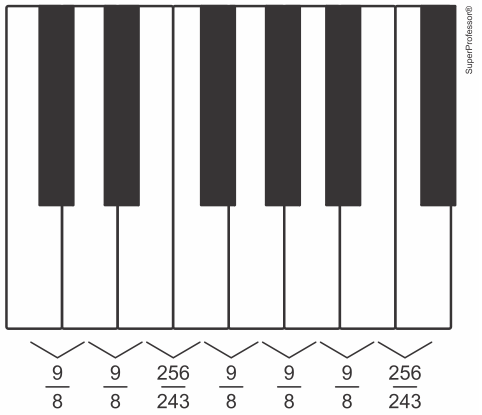
17. (Fcmscsp 2023) A tabela indica o orçamento anual destinado à saúde de três países e as conversões de suas respectivas moedas em reais.

País	Orçamento anual	Conversão para real
1	$4{,}1 \cdot 10^{12}$ (US\$)	1US\$ = R\$5,20
2	$2{,}2 \cdot 10^{13}$ (¥)	1¥ = R\$0,04
3	$7{,}2 \cdot 10^{11}$ (€)	1€ = R\$5,50

A soma do orçamento anual destinado à saúde desses três países, em reais, é igual a

a) $1{,}489 \cdot 10^{14}$
b) $1{,}004 \cdot 10^{14}$
c) $6{,}100 \cdot 10^{13}$
d) $5{,}232 \cdot 10^{13}$
e) $2{,}616 \cdot 10^{13}$

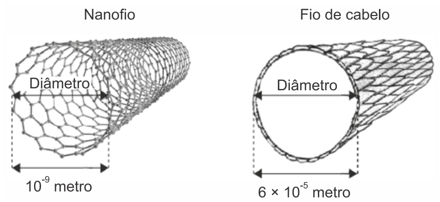
18. (Fuvest 2023) Na teoria musical, o intervalo entre duas notas é medido pela razão entre suas frequências (medidas em Hz). Na escala pitagórica, os intervalos de um tom e de um semitom correspondem, respectivamente, às razões $\dfrac{9}{8}$ e $\dfrac{256}{243}$. A soma de intervalos corresponde ao produto das razões. Por exemplo, no intervalo de dois tons, a razão entre as frequências é de $\dfrac{9}{8} \cdot \dfrac{9}{8} = \dfrac{81}{64}$.



Em um instrumento afinado de acordo com a escala pitagórica, se o intervalo entre uma nota de 220 Hz e outra de 990 Hz é composto por n tons e m semitons, a soma m + n é igual a:
a) 13
b) 14
c) 15
d) 16
e) 17

19. (epcar 2017) Considere $a = 11^{50}$, $b = 4^{100}$ e $c = 2^{150}$ e assinale a alternativa correta.
a) $c < a < b$
b) $c < b < a$
c) $a < b < c$
d) $a < c < b$

20. (Enem PPL 2020) O nanofio é um feixe de metais semicondutores usualmente utilizado na fabricação de fibra óptica. A imagem ilustra, sem escala, as representações das medidas dos diâmetros de um nanofio e de um fio de cabelo, possibilitando comparar suas espessuras e constatar o avanço das novas tecnologias.



O número que expressa a razão existente entre o comprimento do diâmetro de um fio de cabelo e o de um nanofio é
a) 6×10^{-14}
b) $6\times10^{-\frac{5}{9}}$
c) $6\times10^{\frac{5}{9}}$
d) 6×10^{4}
e) 6×10^{45}

Gabarito:

Resposta da questão 1: [E]

Tem-se que

$$\begin{aligned}\varphi^7 &= \varphi^6\varphi\\ &= (8\varphi+5)\varphi\\ &= 8\varphi^2+5\varphi\\ &= 8(\varphi+1)+5\varphi\\ &= 13\varphi+8.\end{aligned}$$

Resposta da questão 2: [A]

$$y = \frac{4^{10}\cdot 8^{-3}\cdot 16^{-2}}{32} = \frac{\left(2^2\right)^{10}\cdot\left(2^3\right)^{-3}\cdot\left(2^4\right)^{-2}}{2^5} = \frac{2^{20}\cdot 2^{-9}\cdot 2^{-8}}{2^5} = \frac{2^3}{2^5} = 2^{-2}$$

Portanto, a metade do valor de y é $\frac{2^{-2}}{2} = 2^{-3}$.

Resposta da questão 3: [D]

Tem-se que

$$0{,}00011\,\text{mm} = 0{,}00011\cdot\frac{10^4}{10^4} = 1{,}1\cdot10^{-4}\ \text{mm}.$$

Resposta da questão 4: [D]

$$\begin{aligned}N &= 5^{23}\cdot 2^{30}\\ N &= 5^{23}\cdot 2^{23}\cdot 2^{7}\\ N &= 2^{7}\cdot(2\cdot 5)^{23}\\ N &= 128.10^{23}\end{aligned}$$

Portanto, N terá 3 + 23 = 26 algarismos.

Resposta da questão 5: [D]

Tem-se que

$$\begin{aligned}1\text{ real} &= 2{,}75\cdot10^3\cdot10^3\cdot10^3\cdot10^3\cdot10^3\cdot10^3\\ &= 2{,}75\cdot10^{18}\ \text{réis}.\end{aligned}$$

Portanto, como $300\text{ contos} = 300\cdot10^6 = 3\cdot10^8$ réis, segue que o saldo hipotético dessa conta hoje seria

$$\frac{3\cdot10^8}{2{,}75\cdot10^{18}} \cong \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10^9},$$

ou seja, aproximadamente um décimo de bilionésimo de real.

Resposta da questão 6: [E]

Considerando x a potência procurada, temos:
$10^{-3}\cdot10^{-3}\cdot10^{-3}\cdot10^{-3}\cdot x = 10 \Rightarrow 10^{-12}\cdot x = 10 \Rightarrow x = 10^{13}.$

Resposta da questão 7: [C]

$$\frac{(1,25)^{-2}+4\times 5^{-1}}{(0,999...)^{2}-2(-10)^{-1}}=\frac{\left(\frac{5}{4}\right)^{-2}+4\cdot\frac{1}{5}}{1^{2}-2\cdot\left(\frac{1}{10}\right)}=\frac{\frac{16}{25}+\frac{4}{5}}{1+\frac{1}{5}}=\frac{\frac{36}{25}}{\frac{6}{5}}=\frac{6}{5}$$

Resposta da questão 8: [E]

Considerando que:

$$(x^{3})^{4}=x^{3\cdot 4}=x^{12}$$
$$x^{3}x^{4}=x^{3+4}=x^{7}$$

Se $a=0$ então $ab=ac,$ para a diferente de $b.$

Portanto, as afirmações corretas são a [II] e a [IV].

Resposta da questão 9: [A]

Reescrevendo x e y:

$$x=20^{100}=(2\cdot 10)^{100}=2^{100}\cdot 10^{100}$$
$$y=400^{50}=\left(2^{2}\cdot 10^{2}\right)^{50}=2^{100}\cdot 10^{100}$$
$$\therefore x=y$$

Resposta da questão 10: [D]

Utilizando a ideia de notação científica, temos:

$$325\text{ mil km}=325\cdot 10^{3}\text{km}=3,25\cdot 10^{2}\cdot 10^{3}=3,25\cdot 105\text{ km}.$$

Resposta da questão 11: [D]

Lado do quadrado:

$$L^{2}=10^{100}$$
$$L=10^{50}$$

Perímetro do quadrado:

$$P=4L=4\cdot 10^{50}=2^{2}\cdot 10^{2}\cdot 10^{48}$$
$$\therefore P=20^{2}\cdot 10^{48}$$

Resposta da questão 12: [B]

Calculando:

$$2\cdot 81^{3}+3\cdot 9^{6}+4\cdot 27^{4}=2\cdot\left(3^{4}\right)^{3}+3\cdot\left(3^{2}\right)^{6}+4\cdot\left(3^{3}\right)^{4}$$
$$=2\cdot\left(3^{12}\right)+3\cdot\left(3^{12}\right)+4\cdot\left(3^{12}\right)=3^{12}\cdot(4+3+2)=9\cdot 3^{12}=3^{2}\cdot 3^{12}=3^{14}=\left(3^{2}\right)^{7}=9^{7}$$

Resposta da questão 13: [C]

Massa de um vírus $\frac{1}{3}\cdot 0,000005\text{ g}=\frac{5}{3}\cdot 10^{-6}\text{ g}$

Considerando a massa de 10.000 vírus, temos:

$$10^{4}\cdot\frac{5}{3}\cdot 10^{-6}\text{g}\cong 1,67\cdot 10^{-2}\text{g}$$

Resposta da questão 14: [E]

$$\frac{18^{n}\cdot 4}{2\cdot\left(6^{n}\cdot 3^{n}\right)}=\frac{18^{n}\cdot 4}{2\cdot(6\cdot 3)^{n}}=\frac{4}{2}=2$$

Resposta da questão 15: [C]

Na alternativa [C], $2^4 = 4^2 = 16$ é verdade, mas $2^3 = 3^2$ é falsa, pois $2^3 = 8$ e $3^2 = 9$.

Resposta da questão 16: [D]

Temos que:

$$a=0,0625^{-0,25}=\left(\frac{625}{10000}\right)^{-\frac{1}{4}}=\left[\left(\frac{5}{10}\right)^{4}\right]^{-\frac{1}{4}}=\left(\frac{5}{10}\right)^{-1}=2$$

$$b=81^{0,5}=\left(9^{2}\right)^{0,5}=9$$

Logo:

[A] Falsa.
$a\neq b$

[B] Falsa.
$b^{0,5}=9^{0,5}=3$
$\therefore a<b^{0,5}$

[C] Falsa.
$a^{3}=2^{3}=8$
$\therefore a^{3}<b$

[D] Verdadeira.
$a\cdot b=2\cdot 9=18$

Que é um número racional positivo.

[E] Falsa.
$\frac{4a}{b}=\frac{4\cdot 2}{9}=\frac{8}{9}$

Que é um número racional menor que 1.

Resposta da questão 17: [E]

A resposta é

$$\begin{aligned}4,1\cdot 10^{12}\cdot 5,2+2,2\cdot 10^{13}\cdot 0,04+7,2\cdot 10^{11}\cdot 5,5&=21,32\cdot 10^{12}+0,088\cdot 10^{13}+39,6\cdot 10^{11}\\&=2,132\cdot 10^{13}+0,088\cdot 10^{13}+0,396\cdot 10^{13}\\&=2,616\cdot 10^{13}.\end{aligned}$$

Resposta da questão 18: [C]

Desde que $\frac{9}{8}$ e $\frac{256}{243}$ são frações impróprias, temos

$$\frac{990}{220} = \left(\frac{9}{8}\right)^n \cdot \left(\frac{256}{243}\right)^m \Leftrightarrow \frac{3^2}{2} = \frac{3^{2n-5m}}{2^{3n-8m}}.$$

Portanto, $2n - 5m = 2$ e $3n - 8m = 1$ implicam em $m = 4$ e $n = 11$.

A resposta é $m + n = 4 + 11 = 15$.

Resposta da questão 19: [A]

$a = 11^{50}$
$b = 4^{100} = (4^2)^{50} = 16^{50}$
$c = 2^{150} = (2^3)^{50} = 8^{50}$
$8^{50} < 11^{50} 16^{50} \Rightarrow c < a < b$

Resposta da questão 20: [D]

Tem-se que a razão pedida é

$$\frac{6 \times 10^{-5}}{10^{-9}} = 6 \times 10^{-5+9} = 6 \times 10^4.$$