Exercícios Dissertativos

1. (2001) Considere dois números reais λ e μ tais que $\lambda \neq -1$, $\mu \neq 1$ e $\lambda\mu \neq 0$.

   a) Determine uma relação entre λ e μ, para que as equações polinomiais $\lambda x^3 - \mu x^2 - x - (\lambda + 1) = 0$ e $\lambda x^2 - x - (\lambda + 1) = 0$ possuam uma raíz comum.

   b) Nesse caso, determine a raiz comum.

---

2. (2002) As raízes do polinômio $p(x) = x^3 - 3x^2 + m$, onde m é um número real, estão em progressão aritmética. Determine

   a) o valor de m.

   b) as raízes desse polinômio.

3. (2004) O produto de duas raízes do polinômio $p(x) = 2x^3 - mx^2 + 4x + 3$é igual a -1. Determinar

   a) o valor de m.

   b) as raízes de p.

---

4. (2008) Um polinômio de grau 3 possui três raízes reais que, colocadas em ordem crescente, formam uma progressão aritmética em que a soma dos termos é igual a $\frac{9}{5}$. A diferença entre o quadrado da maior raiz e o quadrado da menor raiz é $\frac{24}{5}$. Sabendo-se que o coeficiente do termo de maior grau do polinômio é 5, determine

   a) a progressão aritmética.

   b) o coeficiente do termo de grau 1 desse polinômio.

---

5. (2011) As raízes da equação do terceiro grau

$$x^3 - 14x^2 + kx - 64 = 0$$

   são todas reais e formam uma progressão geométrica. Determine

   a) as raízes da equação;

   b) o valor de k.

---

6. (2012) O polinômio $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 8$ em que a, b e c são números reais, tem o número complexo $1 + i$ como raiz, bem como duas raízes simétricas.

   a) Determine a, b, c e as raízes de $p(x)$.

   b) Subtraia 1 de cada uma das raízes de $p(x)$ e determine todos os polinômio com coeficientes reais, de menor grau, que posuam esses novos valores como raízes.

---

7. (2013) Considere o polinômio $p(x) = x^4 + 1$.

   a) Ache todas as raízes complexas de $p(x)$.

   b) Escreva $p(x)$ como produto de dois polinômios de segundo grau, com coeficientes reais.

---

8. (2014) Os coeficientes a, b e c do polinômio $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ são reais. Sabendo que -1 e $1 + \alpha i$, com $\alpha > 0$, são raízes da equação $p(x) = 0$ e que o resto da divisão de $p(x)$ por $(x - 1)$ é 8, determine

   (a) o valor de α;

   (b) o quociente de $p(x)$ por $(x + 1)$.

   i é a unidade imaginária, $i^2 = -1$.

---

9. (2016) As constantes A, B, C e D são tais que a igualdade

$$\frac{1}{(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 4)} = \frac{Ax + B}{x^2 + 2x + 2} + \frac{Dx + C}{x^2 + 4}$$

   é válida para todo $x \in R$.

   a) Deduza, da igualdade acima, um sistema linear com quatro equações satisfeito pelas constantes A, B, C e D.

   b) Resolva esse sistema e encontre os valores dessas constantes.