13 – Quanto deve valer x a fim de que os números **4x + 1**; **x – 2** e **x² – 5**, nesta ordem, fiquem em progressão aritmética?

(A) 2 (B) 1,2 (C) 3 (D) – 1 (E) 0

Resolução

(4x + 1; x – 2; x² – 5)

Sabemos que numa P.A. de números impares de termo, o termo central e igual a media aritmética dos termos equidistantes dos extremos

Então,

$$x-2=\frac{4x+1+x^2-5}{2}\Rightarrow x^2+4x-4=2x-4\Rightarrow x^2+4x-2x-4+4=0$$
$$\Rightarrow x^2+2x=0$$

Vamos colocar o x em evidência

$$x^2+2x=0\Rightarrow x(x+2)=0$$
$$x=0$$
$$ou$$
$$x+2=0\Rightarrow x=-2$$

Com x = 0 (1; – 2; – 5) uma P.A. de razão – 3

Com x = – 2 (– 7, – 4, – 1) forma uma P.A. de razão 3

Gabarito Letra E

14 – Dada a função f(x) = mx + n, e sabendo-se que f(0) = 2 e f(1) = 3, então o valor de 2m + n é:

(A) 5. (B) 4. (C) 10. (D) 0. (E) 3.

Resolução

Ponto final f(1) = 3
Ponto inicial f(0) = 2

$$m=\frac{y_f-y_i}{x_{f-}x_i}\Rightarrow m=\frac{3-2}{1-0}\Rightarrow m=\frac{1}{1}\Rightarrow m=1$$

Substituindo o valor de m na função

$$f(x)=mx+n\Rightarrow f(x)=x+n$$

Vamos pegar o ponto f(0) = 2

$$f(x)=x+n\Rightarrow 2=0+n\Rightarrow n=2$$

Portanto

$$2m+n\Rightarrow 2(1)+2\Rightarrow 2+2\Rightarrow 4$$

Gabarito Letra B

15 – Uma pessoa deseja totalizar a quantia de R$ 600,00 utilizando cédulas de um, dez e vinte reais, num total de 49 cédulas, de modo que a diferença entre as quantidades de cédulas de dez e de um real seja igual a nove unidades. Nesse Caso, a quantidade de cédulas de vinte reais de que a pessoa precisará será igual a

(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 10 (E) 29

Resolução

x = número de cédulas de R$ 1,00
y = número de cédulas de R$ 10,00
z = número de cédulas de R$ 20,00

vamos montar as equações

$x+10y+20z=600$ (1°equação)
$x+y+z=49$ (2°equação)
$y-x=9$ (3°equação)

Irei somar a equação 3 e 2

$$\begin{cases}x+y+z=49\\ +\underline{y-x=9}\end{cases}$$
$$2y+z=58$$

Irei somar a equação 3 e 1

$$\begin{cases}x+10y+20z=600\\ +\underline{y-x=9}\end{cases}$$
$$11y+20z=609$$

Vamos trabalhar com as novas equações

$$\begin{cases}2y+z=58 & \times(-11)\\ 11y+20z=609 & \times(2)\end{cases}$$
$$\begin{cases}-22y-11z=-638\\ +\underline{22y+40z=1218}\end{cases}$$
$$29z=580\Rightarrow z=\frac{580}{29}\Rightarrow z=20$$

Gabarito Letra B

16 – A *Jabulani*, bola utilizada na Copa 2010, tem tido comportamento inesperado ao ser chutada. Um jogador, ao chutá-la, percebeu que a trajetória da bola poderia ser associada a uma parábola cuja equação é y = – x² + 20x. A bola estará em sua altura máxima quando estiver a quantos metros do jogador?

(A) 20 (B) 5 (C) 15 (D) 10 (E) 12

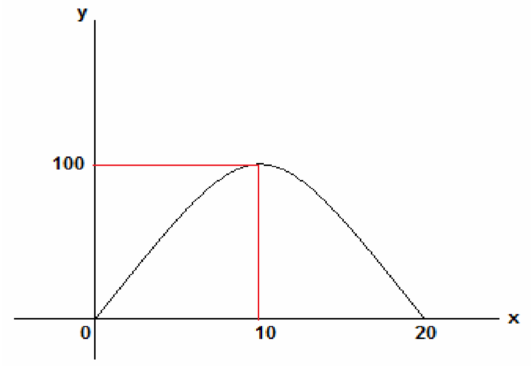
Resolução

Iremos cosiderar que o jogador esteja na origem do plano cartesiano.

Sendo assim quando a bola atingir a altura máxima e esta uma certa distancia dessa origem que será igual ao x_v.

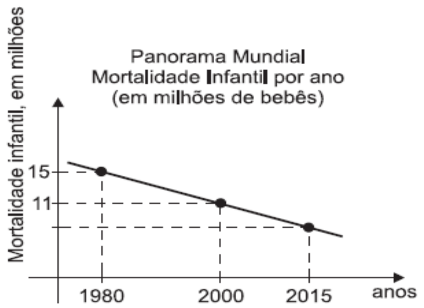
$$y = -x^2 + 20x$$

$$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{-20}{2(-1)} \Rightarrow x_v = 10 \ \ m$$



Gabarito Letra D

17 – Todos os anos, no mundo, milhões de bebês morrem de causas diversas. É um número escandaloso, mas que vem caindo. O caminho para se atingir o objetivo de - penderá de muitos e variados meios, recursos, políticas e programas – dirigidos não só às crianças, mas às suas famílias e comunidades.

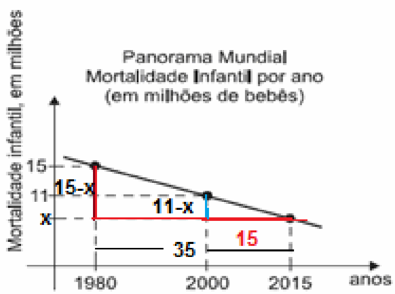


Relatório de Desenvolvimento Humano 2004 – PNUD (adaptado).

Admitindo-se que os pontos do gráfico acima pertencem a uma reta, a mortalidade infantil em 2015, em milhões, será igual a

(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5

Resolução



Relatório de Desenvolvimento Humano 2004 – PNUD (adaptado).

Iremos fazer uma semelhança entre o s triângulos

$$\frac{15-x}{11-x} = \frac{35}{15} \Rightarrow \frac{15-x}{11-x} = \frac{7}{3} \Rightarrow 45 - 3x = 77 - 7x \Rightarrow -3x + 7x = 77 - 45$$

$$4x = 32 \Rightarrow x = \frac{32}{4} \Rightarrow x = 8$$

Gabarito Letra B

18 – A matriz C fornece, em reais, o custo das porções de arroz, carne e salada usados num restaurante: A matriz P fornece o número de porções de arroz, carne e salada usados na composição dos pratos tipo P_1, P_2, P_3 desse restaurante: A matriz que fornece o custo de produção, em reais, dos pratos P_1, P_2, P_3 é

$$C = \begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \text{arroz} \\ \text{carne} \\ \text{salada} \end{array} \end{array} \qquad P = \begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \text{prato } P_1 \\ \text{prato } P_2 \\ \text{prato } P_3 \end{array} \end{array}$$

a) $\begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 9 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

Resolução

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix}$$

$$a_{11} = 2\times1 + 1\times3 + 1\times2 \Rightarrow a_{11} = 2+3+2 \Rightarrow a_{11} = 7$$
$$a_{21} = 1\times1 + 2\times3 + 1\times2 \Rightarrow a_{21} = 1+6+2 \Rightarrow a_{21} = 9$$
$$a_{31} = 2\times1 + 2\times1 + 0\times2 \Rightarrow a_{31} = 2+6+0 \Rightarrow a_{31} = 8$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Gabarito Letra A

19 – Qual das afirmações abaixo é falsa? Dadas A e B matrizes de ordem n.

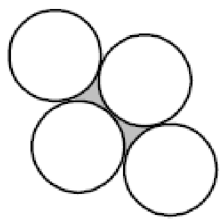
(A) det [A + B] = (det A) + (det B)
(B) det A = det (A^t)
(C) (det A) . (det A^{-1}) = 1
(D) det (A . B) = (det A) . (det B)
(E) (det A) (det A^t) = $(\det A)^2$

Resolução

Alternativa falsa letar A, pois nao existe a propriedade da distributiva para deteminantes

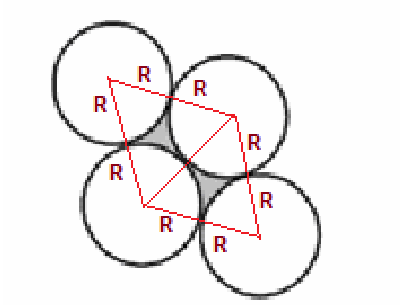
Gabarito Letra A

20 – Na figura, todos os círculos têm raio r. Qual a área da parte hachurada ?



(A) $r^2\left(2\sqrt{3}-\pi\right)$ (B) $r^2\left(3\sqrt{3}-\pi\right)$ (C) $r^2\left(4\sqrt{3}-\pi\right)$
(D) $r^2\left(\sqrt{3}-2\pi\right)$ (E) $r^2\left(5\sqrt{3}-\pi\right)$

Resolução



A área pintada será igual a diferença das áreas de dois triângulos equiláteros congurntes e de um circulo

Nota

Área do triângulo equilátero $A=\dfrac{l^2\sqrt{3}}{4}$

Área do Circulo $A=\pi R^2$

Sendo que o lado do triângulo na questão vale 2R

$$A_p=2\frac{l^2\sqrt{3}}{4}-\pi R^2\Rightarrow A_p=2\frac{(2R)^2\sqrt{3}}{4}-\pi R^2\Rightarrow A_p=\frac{8R^2\sqrt{3}}{4}-\pi R^2$$
$$\Rightarrow A_p=2R^2\sqrt{3}-\pi R^2\Rightarrow A_p=R^2\left(2\sqrt{3}-\pi\right)$$

Gabarito Letra A

21 – Os valores de k, que fazem o sistema

$$\begin{cases} x-z=0 \\ kx+y+3z=0 \\ x+ky+3z=1 \end{cases}$$

admitir uma única solução real, pertencem ao conjunto:

(A) R – {1,3} (B) R – {1,-4} (C) R – {-1,4}
(D) R – {1,-3} (E) R – {-1, 3}

Resolução

Sistema possivel e determinado, logo, o determinante principal é diferente de zero.

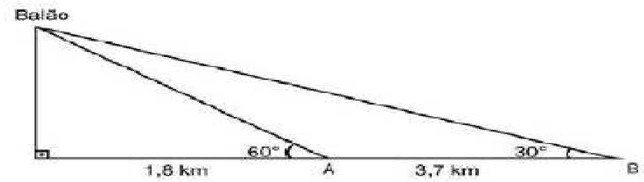
$$\left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ k & 1 & 3 & k & 1 \\ 1 & k & 3 & 1 & k \end{array}\right)\Rightarrow 3+0-k^2-\left(-1+3k+0\right)\neq 0$$
$$\Rightarrow -k^2-3k+4\neq 0 \quad \times(-1)\Rightarrow k^2+3k-4\neq 0$$

$$k_1=1 \quad ou \quad k_2=-4$$
$$S=\Re-\{1;\ -4\}$$

Gabarito Letra B

22 – Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a Noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.

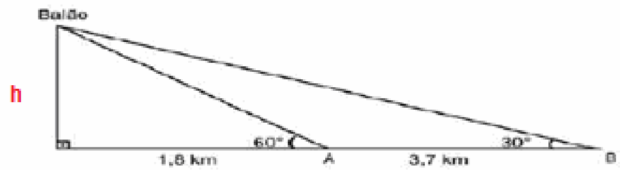
Disponível em: http://www.correiodobrasil.com.br. Acesso em: 02 maio 2010.



Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60°, a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30°.
Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?

(A) 1,8 km (B) 1,9 km (C) 3,1 km
(D) 3,7 km (E) 5,5 km

Resolução



$$tg\,60°=\frac{h}{1,8}\Rightarrow\sqrt{3}=\frac{h}{1,8}\Rightarrow h=1,8\sqrt{3}\Rightarrow h=1,8\times 1,73\Rightarrow h=3,114$$
$$\Rightarrow h\cong 3,1\ \ km$$

Gabarito Letra C

23 – O sistema $\begin{cases} \text{x - 2y = 5} \\ \text{-3x + 6y = -15} \end{cases}$

(A) é possível e determinado.
(B) é possível e indeterminado.
(C) é impossível.
(D) tem determinante principal diferente de zero.
(E) não admite nenhuma raiz real.

Resolução

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

sistema possivel e determinado (SPD)

$$\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$$

sistema possível e indeterminado (SPI)

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

Sistema impossível (SI)

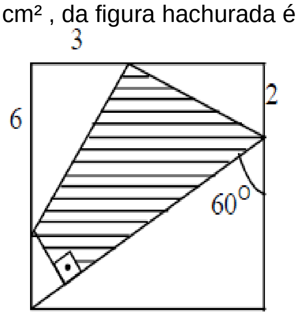
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ -3x + 6y = -15 \end{cases}$$

$\frac{1}{-3} = \frac{-2}{6'} = \frac{5}{-15'} \Rightarrow \frac{-1}{3} = \frac{-1}{3} = \frac{1}{3}$, se a igualdade foi satisfeita o sistema é possível e indeterminado.

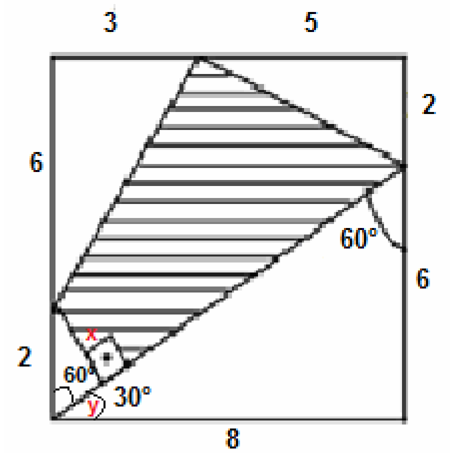
Gabarito Letra B

24 – A figura abaixo representa um quadrado de 8 cm de lado. A área, em cm² , da figura hachurada é



(A) 23,02 (B) 24,01 (C) 25,04 (D) 26,10 (E) 27,05

Resolução



Vamos calcular o valor de x e y

$$\cos\ 60° = \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{y}{2} \Rightarrow 2y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{2} \Rightarrow y = 1$$

$$sen\ 60° = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{2} \Rightarrow 2x = 2\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

A área pintada (A_p) será dada através subtração da área do quadrado menos as áreas dos triângulos retângulos

$$A_p = (8)^2 - \frac{8\times 6}{2} - \frac{1\times\sqrt{3}}{2} - \frac{2\times 5}{2} - \frac{3\times 6}{2} \Rightarrow A_p = 64 - 24 - \frac{1{,}72}{2} - 5 - 9$$

$$\Rightarrow A_p = 26 - 0{,}86 \Rightarrow A_p = 25{,}14$$

Valor mais próximo é 25,04

Gabarito Letra C