

FRENTE: FÍSICA IV

PROFESSOR(A): KEN AIKAWA

ASSUNTO: DILATAÇÃO VOLUMÉTRICA E DE LÍQUIDOS

**EAD – ITA/IME**

**AULAS 05 E 06**



## Resumo Teórico

### Dilatação volumétrica

De forma semelhante como fizemos com a dilatação superficial, para um sólido tridimensional podemos chegar no seguinte resultado:

$$V = V_0 [1 + \gamma (T - T_0)]$$

Onde  $\gamma = 3\alpha$ . Chamamos  $\gamma$  de coeficiente de dilatação volumétrica.

Sólidos	$\gamma$ [K <sup>-1</sup> ou (°C) <sup>-1</sup> ]	Líquidos	$\gamma$ [K <sup>-1</sup> ou (°C) <sup>-1</sup> ]
Alumínio	$7,2 \cdot 10^{-5}$	Álcool etílico	$75 \cdot 10^{-5}$
Latão	$6,0 \cdot 10^{-5}$	Dissulfeto de carbono	$115 \cdot 10^{-5}$
Cobre	$5,1 \cdot 10^{-5}$	Glicerina	$49 \cdot 10^{-5}$
Vidro	$1,2-2,7 \cdot 10^{-5}$	Mercúrio	$18 \cdot 10^{-5}$
Invar	$0,27 \cdot 10^{-5}$		
Quartzo (fundido)	$0,12 \cdot 10^{-5}$		
Aço	$3,6 \cdot 10^{-5}$		

O modelo descrito acima serve para materiais isotrópicos, para um material anisotrópico, devemos encontrar:

$$\gamma = \alpha_x + \alpha_y + \alpha_z$$

Como resultado da dilatação volumétrica, podemos escrever a densidade do corpo como função da temperatura:

$$\rho(\theta) = \frac{\rho(\theta_0)}{(1 + \gamma \Delta\theta)}$$

E para completar nossa discussão, vamos analisar o seguinte questionamento:

“Quando o objeto sólido possui um buraco em seu interior, o que ocorre com o tamanho do buraco quando a temperatura do objeto aumenta?”

Um erro muito comum é pensar que quando o objeto se expande o buraco se contrai porque o objeto se expande para dentro do buraco. Porém, na verdade, quando o objeto se dilata, o buraco também se dilata; conforme dissemos anteriormente, todas as dimensões lineares do objeto se dilatam do mesmo modo quando a temperatura varia.

Podemos ainda argumentar que, caso o orifício diminuísse, as moléculas da borda do orifício se aproximariam, criando uma situação que contradiz o princípio da dilatação térmica: o afastamento das moléculas. Observe a figura a seguir.

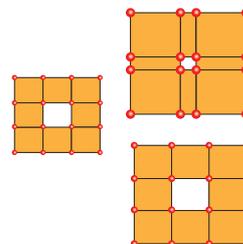


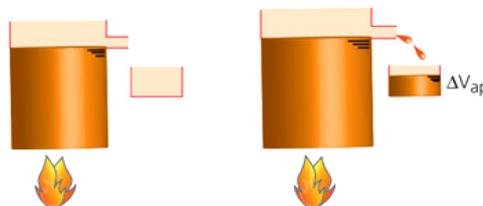
Figura 1: se, ao dilatar, o buraco diminuísse, ocorreria uma aproximação entre os átomos vizinhos

### Dilatação aparente de líquidos

Um detalhe importante relacionado à dilatação de líquidos é que, como estes não possuem formas definidas (linhas, superfícies), é muito mais natural trabalharmos com o **coeficiente de dilatação volumétrica ( $\gamma$ )**.

Agora, considere o clássico problema a seguir:

Considere a situação a seguir em que um líquido está ocupando o recipiente até sua borda e vamos supor que conjunto está, inicialmente, a uma temperatura  $T_0$  e que  $\gamma_{liq} > \gamma_{rec}$ .



Ao realizar um aquecimento, tanto o recipiente quanto o líquido irão se dilatar, sendo que, este último irá transbordar. Esse volume corresponde à dilatação aparente do líquido, do qual podemos obter o coeficiente de dilatação aparente da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \Delta V_{ap} &= \Delta V_{liq} - \Delta V_{rec} \\ \Delta V_{ap} &= V_0 \gamma_{liq} \Delta\theta - V_0 \gamma_{rec} \Delta\theta \\ \Delta V_{ap} &= V_0 \gamma_{ap} \Delta\theta \end{aligned}$$

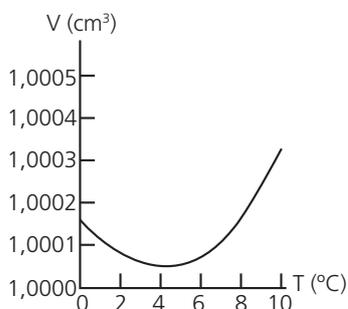
onde

$$\gamma_{ap} = (\gamma_{liq} - \gamma_{rec})$$

## Caso de dilatação anômalo da água

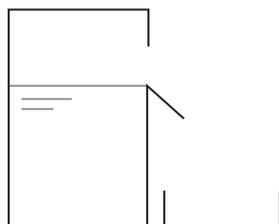
A água, no intervalo de temperaturas entre 0 °C e 4 °C, diminui de volume quando a temperatura aumenta. Neste intervalo, a água se contrai quando aquecida. Portanto, a densidade da água possui seu valor mais elevado para 4 °C. A água se expande quando ela se congela, sendo esta a razão pela qual ela se encurva para cima no meio dos compartimentos cúbicos das formas para fazer gelo. Em contraste, quase todos os materiais se contraem quando congelam.

Este comportamento anômalo da água possui um efeito importante na vida de animais e de plantas em lagos. Um lago se congela da superfície para baixo; acima de 4 °C, a água fria flui para a parte inferior por causa de sua maior densidade. Porém, quando a temperatura da superfície se torna menor do que 4 °C, a água próxima da superfície é menos densa do que a água abaixo da superfície. Logo, o movimento para baixo termina, e a água nas proximidades da superfície permanece mais fria do que a água embaixo da superfície. À medida que a superfície se congela, o gelo flutua porque possui densidade menor do que a da água. A água no fundo permanece com temperatura da ordem de 4 °C até que ocorra o congelamento total do lago.



## Exercícios

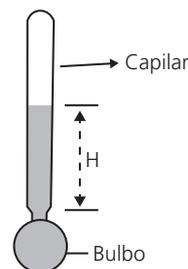
- Um objeto de peso  $P_0$  tem peso aparente  $P_1$  quando completamente imerso em um líquido a uma temperatura  $T_1$ , e tem peso aparente  $P_2$  quando completamente imerso nesse mesmo líquido a uma temperatura  $T_2$ . Se o coeficiente de dilatação volumétrica do objeto vale  $\gamma$ , determine o coeficiente de dilatação volumétrica desse líquido.
- Um frasco, cujo coeficiente de dilatação volumétrica é  $\gamma_f = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  está cheio até o limite do vertedouro de um líquido de 0°C, conforme a figura seguinte. Nessa condição, a massa de líquido contida no frasco é  $m_0$ . O conjunto é aquecido até a temperatura de 100 °C e uma determinada quantidade de líquido vaza pelo vertedouro, restando no frasco a massa  $m$ . As medidas feitas mostram que a massa inicial é 1% superior a massa que sobrou no frasco após aquecimento.



- Qual foi o aumento percentual no volume do frasco?
- Qual é a razão entre a densidade inicial e a densidade do líquido no frasco aquecido?
- Qual é o coeficiente de dilatação real do líquido?

- Consideremos um termômetro de mercúrio em vidro. Suponhamos que a seção transversal capilar seja constante  $A_0$ , e que  $V_0$  seja o volume do bulbo do termômetro a 0 °C. Se o mercúrio for exatamente suficiente para encher o bulbo a 0 °C, então calcule o comprimento da coluna de mercúrio no capilar, à temperatura  $T$ .

**Dados:**  $\gamma$  = coeficiente de dilatação volumétrica do Hg.  
 $\alpha$  = coeficiente de dilatação linear do vidro.

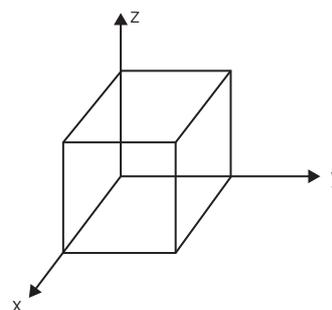


- Com relação ao comportamento térmico da água líquida entre 0 e 4 °C são feitas as afirmações a seguir:
  - Em um aquário que necessitasse de água no intervalo acima seria muito melhor para as correntes de convecção que o refrigerador ficasse no fundo do mesmo;
  - A água aumenta de volume ao se fundir, devido à importância das pontes de hidrogênio como elemento estabilizar de distâncias maiores entre as moléculas;
  - A água diminui seu volume entre 0 e 4 °C, aumentando após esse valor. Isso se deve, principalmente, à combinação entre as interações eletromagnéticas e térmicas na estrutura composta pelas moléculas de água;
  - O coeficiente de dilatação volumétrica nunca se anula para a água na faixa estudada, e isso tem a ver com as pontes de hidrogênio e com o calor trocado.

Podemos afirmar que são corretas as afirmações:

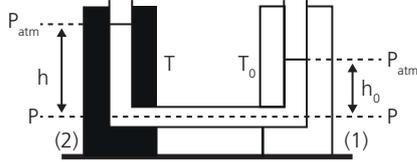
- II e IV
- I e III
- II e III
- I e IV
- I, II e III

- O cristal anisotrópico da figura é um cubo de aresta 10 cm a 0 °C. Os coeficientes de dilatação linear nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , são, respectivamente,  $\alpha_x = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $\alpha_y = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  e  $\alpha_z = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Determine a 20 °C.



- O volume do cristal.
- A área da face situada no plano xz.
- O coeficiente de dilatação volume do cristal.

06. No método de Dulong-Petit para determinar o coeficiente de dilatação volumétrica  $\gamma$ , um líquido é colocado em um tubo em U, com um dos ramos imersos em gelo fundente (temperatura  $T_0$ ) e o outro, como mostra a figura em óleo aquecido a temperatura  $T$ . O nível atingido pelo líquido nos dois ramos é, respectivamente, medido pelas alturas  $h_0$  e  $h$ . Dessa forma, determine:



- A) A razão  $\rho/\rho_0$  entre a densidade de um líquido a temperatura  $T$  e a temperatura  $T_0$  e que o resultado independe de o tubo em U ter secção uniforme.
- B) Determine  $\gamma$ .
- C) Em uma experiência com acetona utilizando este método,  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ ,  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $h_0 = 1\text{ m}$  e  $h = 1,03\text{ m}$ . Determine  $\gamma_{\text{acetona}}$ .

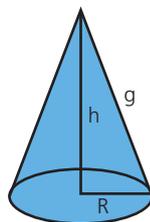
07. Um bulbo de vidro cujo coeficiente de dilatação linear é  $3 \cdot 10^{-6} \text{ C}^{-1}$  está ligado a um capilar do mesmo material. À temperatura de  $-10,0^\circ\text{C}$  a área da secção do capilar é  $3,0 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$  e todo o mercúrio, cujo o coeficiente de dilatação volumétrica é  $180 \cdot 10^{-6} \text{ C}^{-1}$ , ocupa o volume total do bulbo, que a esta temperatura é  $0,500 \text{ cm}^3$ . O comprimento da coluna de mercúrio a  $90,0^\circ\text{C}$  será

- A) 270 mm
- B) 540 mm
- C) 285 mm
- D) 300 mm
- E) 257 mm

08. Uma esfera feita de um material cujo coeficiente de dilatação linear  $\alpha = \frac{4}{3} \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  é retirado de um freezer a  $0^\circ\text{C}$  e introduzido em um forno a  $400^\circ\text{C}$ . Qual o aumento percentual do seu volume?

- A) 16%
- B) 13,6%
- C) 16,6%
- D) 26%
- E) 9,6%

09. A figura representa um sólido maciço e homogêneo, feito de alumínio e na forma de um cone.



São dadas as seguintes informações:

- I. O coeficiente de dilatação linear ( $\alpha$ ) do alumínio é  $2,4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ;
- II. A área de um círculo de raio  $R$  é dada por  $\pi R^2$ ;
- III. A área total da superfície externa de um cone é dada por  $\pi R (g + R)$ , em que  $R$  é o raio do círculo da base do cone e  $g$ , a sua geratriz (veja a figura);
- IV. O volume de um cone é dado por  $\frac{\pi R^2 h}{3}$ , em que  $R$  é o raio do círculo da base  $h$  é a altura do cone.

Aquecendo-se esse cone de alumínio de  $\Delta\theta$ , observa-se que o raio da base  $R$  sofre uma dilatação correspondente a 2,0% de seu valor inicial. Nessas condições, os aumentos percentuais da área total externa e do volume desse cone serão, respectivamente, de

- A) 2,0% e 2,0%
- B) 4,0% e 8,0%
- C) 2,0% e 4,0%
- D) 6,0% e 8,0%
- E) 4,0% e 6,0%

10. Em um tubo de 15 cm de altura há água destilada até a altura de 10 cm, a  $4^\circ\text{C}$ . Supõe-se que a variação do volume da água é dada por:

$$V = \frac{V_0}{3} \left[ \frac{1}{2}(t-4)^2 + t - 1 \right]$$

sendo que  $V_0$  é o volume a  $4^\circ\text{C}$  e  $V$  o volume a  $t^\circ\text{C}$ . Deseja-se saber a que temperatura a água enche completamente o tubo.

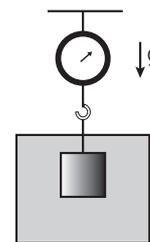
Despreza-se a dilatação do tubo.

- A)  $1,5^\circ\text{C}$
- B)  $2^\circ\text{C}$
- C)  $3^\circ\text{C}$
- D)  $4^\circ\text{C}$
- E)  $1^\circ\text{C}$  e  $5^\circ\text{C}$

11. Um cilindro de platina tem um volume de  $0,05 \text{ m}^3$  a  $20^\circ\text{C}$  e se encontra submerso em querosene a mesma temperatura.

Calcular a variação de leitura que o dinamômetro (em Newtons) apresenta quando o sistema alcança a temperatura de  $45^\circ\text{C}$ .

**Dados:** Coeficientes de dilatação lineares e densidade  $\alpha_{\text{platina}} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e  $\alpha_{\text{querosene}} = 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\rho_{\text{querosene}} = 800 \text{ kg/m}^3$

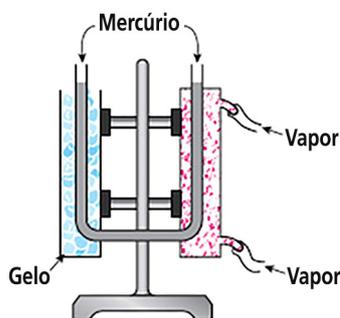


12. (Fundação Carlos Chagas) Um pequeno recipiente de porcelana está completamente cheio de mercúrio, a  $0^\circ\text{C}$ . Nessa temperatura, o recipiente contém 136 g de mercúrio. Aquecendo-se o conjunto a  $100^\circ\text{C}$  extravasam 0,40 g de mercúrio. Nestas condições, o coeficiente de dilatação linear da porcelana, em  $^\circ\text{C}^{-1}$ , vale aproximadamente

**Dados:** Coeficiente de dilatação do mercúrio =  $1,80 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Densidade do mercúrio a  $0^\circ\text{C}$  =  $13,6 \text{ g/cm}^3$

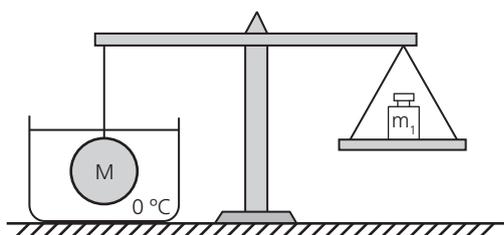
- A)  $1,0 \cdot 10^{-6}$
- B)  $5,0 \cdot 10^{-6}$
- C)  $1,0 \cdot 10^{-5}$
- D)  $5,0 \cdot 10^{-5}$
- E)  $1,0 \cdot 10^{-4}$

13. A figura seguinte mostra um dispositivo utilizado para medir o coeficiente de dilatação cúbica de um líquido. Um dos ramos verticais do tubo em forma de U, que contém o líquido em estudo, é esfriado com gelo a 0 °C, enquanto o outro ramo é aquecido utilizando-se vapor de água a 100 °C.



Esse dispositivo foi usado por Dulong-Petit para a obtenção do coeficiente de dilatação do mercúrio. Na experiência realizada, uma das colunas apresentava 250,0 mm e a outra 254,5 mm de líquido. Após os cálculos, o valor encontrado para o coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio foi

- A)  $4,5 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$   
 B)  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$   
 C)  $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$   
 D)  $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$   
 E)  $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
14. (AFA/2014) Um corpo homogêneo e maciço de massa M e coeficiente de dilatação volumétrica constante  $\gamma$  é imerso inicialmente em um líquido também homogêneo à temperatura de 0 °C, e é equilibrado por uma massa  $m_1$  através de uma balança hidrostática, como mostra a figura a seguir.

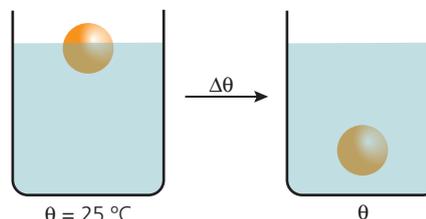


Levando o sistema formado pelo corpo imerso e o líquido até uma nova temperatura de equilíbrio térmico  $x$ , a nova condição de equilíbrio da balança hidrostática é atingida com uma massa igual a  $m_2$ , na ausência de quaisquer resistências.

Nessas condições, o coeficiente de dilatação volumétrica real do líquido pode ser determinado por

- A)  $\left(\frac{m_2 - m_1}{M - m_2}\right) \frac{1}{x} + \left(\frac{M - m_1}{M - m_2}\right) \gamma$   
 B)  $\left(\frac{m_1 - m_2}{M - m_1}\right) \frac{1}{x} + \left(\frac{m - m_2}{M - m_1}\right) \gamma$   
 C)  $\left(\frac{M - m_1}{M - m_2}\right) \frac{1}{x} + \left(\frac{m_2 - m_1}{M - m_2}\right) \gamma$   
 D)  $\left(\frac{M - m_2}{M - m_1}\right) \frac{1}{x} + \left(\frac{m_1 - m_2}{M - m_1}\right) \gamma$

15. Sabe-se que, sob temperatura de 25 °C, um dado corpo de massa 80 g e volume total 10 cm<sup>3</sup> encontra-se parcialmente imerso e em equilíbrio em um líquido de densidade 8,8 g/cm<sup>3</sup>. Quando sujeito a aquecimento, atinge-se uma temperatura tal que o corpo fica totalmente imerso.



Considerando-se que o coeficiente de dilatação cúbica do corpo e do líquido são respectivamente iguais a  $18 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  e  $360 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , indique a opção em que se encontra o valor aproximado da temperatura em que se dá a total imersão do corpo.

- A) 269 °C  
 B) 294 °C  
 C) 319 °C  
 D) Não há temperatura possível para que o descrito ocorra.  
 E) -269 °C

**Gabarito**

1	2	3	4	5	6	7	8
-	-	-	B	-	-	C	-
9	10	11	12	13	14	15	
E	E	-	D	B	A	C	

- Demonstração.