MATEMÁTICA

FRENTE A | MÓDULO 17

Princípio Fundamental da Contagem e Arranjos

INTRODUÇÃO

A Análise Combinatória é a parte da Matemática que se preocupa em contar as possibilidades. Alguns problemas bem simples podem ser resolvidos enumerando-se todas as possibilidades. Por exemplo:

Quantos são os números ímpares entre 10 e 20?

Em outras situações, entretanto, a enumeração torna-se muito trabalhosa. Nesses casos, é necessária a utilização de algumas técnicas de contagem. Por exemplo:

Quantas são as placas de carros que podem ser formadas com 3 letras e 4 algarismos?

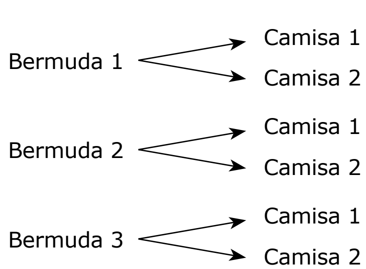
O Princípio Fundamental da Contagem nos dá a resposta.

COMO CONTAR SEM CONTAR?

Se dispomos de 3 bermudas e 2 camisas, todas distintas, de quantas formas podemos vesti-las para ir a um churrasco?

Vamos, inicialmente, escolher a bermuda. Há 3 possibilidades. Para cada uma delas, independentemente de qual escolhemos, teremos sempre 2 opções de camisa.

Vejamos:



O número de maneiras de vestir-se é, portanto, 3 . 2 = 6.

Nesse exemplo, aplicamos, de maneira intuitiva, o Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C.), que podemos enunciar assim:

> Se um determinado evento pode ocorrer de **x** maneiras, e um outro evento pode ocorrer de **y** maneiras (independentemente do resultado do primeiro evento), então os dois juntos podem ocorrer de x.y maneiras.

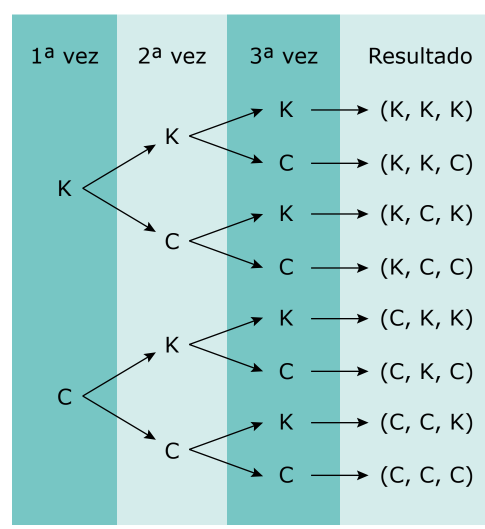
OBSERVAÇÃO

Esse princípio multiplicativo pode ser estendido para três ou mais eventos independentes.

Exemplos:

1º) Quantos são os resultados possíveis para o lançamento de uma moeda três vezes?

Para cada vez que lançarmos a moeda, temos duas possibilidades: cara (**K**) ou coroa (**C**).



Pela árvore anterior, verificamos que são 8 resultados possíveis. Pelo P.F.C., temos:

$$\underbrace{2}_{1^{\text{a}}\text{ vez}} \cdot \underbrace{2}_{2^{\text{a}}\text{ vez}} \cdot \underbrace{2}_{3^{\text{a}}\text{ vez}} = 8$$

2º) Quantos são os números de três algarismos distintos que podemos formar com os algarismos do sistema decimal?

Temos três posições para preencher: $\underline{1^a}$ $\underline{2^a}$ $\underline{3^a}$

Como não podemos começar com zero e os algarismos devem ser distintos, pelo P.F.C., temos:

$$\overline{9} \cdot \overline{9} \cdot \overline{8} = 648$$

Todos os números menos os dois já utilizados

Todos os números menos o já utilizado

Todos os números menos o zero

3º) De quantas maneiras dois casais podem se sentar em dois degraus de uma escada para tirar uma fotografia, se em cada degrau deve ficar um casal?

Temos quatro posições a serem preenchidas na escada:

$\underline{1^a}$ $\underline{2^a}$

$\underline{3^a}$ $\underline{4^a}$

Na 1ª posição, podemos colocar qualquer pessoa (4 possibilidades). Depois de preenchida a 1ª posição, para o 2º lugar, temos sempre uma única possibilidade (pois o casal é definido).

Para a 3ª posição, temos duas possibilidades e, para a 4ª posição, temos uma possibilidade.

Assim, pelo P.F.C., temos, então, $4 . 1 . 2 . 1 = 8$ formas diferentes de os dois casais se sentarem na escada.

$\underline{4}$ $\underline{1}$

$\underline{2}$ $\underline{1}$

4º) Quantos são os números pares com três algarismos distintos que podemos formar com algarismos do sistema decimal?

Temos três posições para preencher: $\underline{1^a}$ $\underline{2^a}$ $\underline{3^a}$

Se escolhermos os algarismos 2 e 3, por exemplo, para as duas primeiras posições, teremos 4 possibilidades para o 3º algarismo, que deve ser par (0, 4, 6, 8).

Porém, se escolhermos inicialmente os algarismos 2 e 6, teremos 3 possibilidades para o 3º algarismo (0, 4, 8).

Isso cria um problema que pode ser resolvido iniciando-se o preenchimento das posições pela casa que possui a maior restrição. Assim, devemos separar o problema em dois casos:

1º caso: Pares terminados em zero.

$$\underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \frac{0}{1}$$

Possibilidade

Logo, pelo P.F.C., teremos:

$$\overline{9} \,.\, \overline{8} \,.\, \overline{1} = 72$$

Número zero

Todos, menos os dois já utilizados

Todos, menos zero

2º caso: Pares não terminados em zero.

$$\underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \frac{\{2, 4, 6, 8\}}{4}$$

Possibilidades

Logo, pelo P.F.C., teremos:

$$\overline{8} \,.\, \overline{8} \,.\, \overline{4} = 256$$

Número 2, 4, 6 ou 8

Todos, menos os dois números já utilizados

Todos, menos o zero e o número par utilizado

Somando-se as quantidades de números pares com três algarismos distintos, teremos o total:

$$72 + 256 = 328$$

NOTAÇÃO FATORIAL

No estudo de problemas de Análise Combinatória, frequentemente nos deparamos com produtos em que os termos são números naturais consecutivos. Para facilitar a representação desses produtos, foi criada a notação fatorial.

Assim, define-se:

$$\boxed{\begin{array}{l} n! = n(n-1)(n-2) \ldots 3 \,.\, 2 \,.\, 1,\ n \in \mathbb{N} - \{0, 1\} \\ 0! = 1,\ 1! = 1 \end{array}}$$

Exemplos:

1º) Simplificação de frações.

A) $\dfrac{6!}{5!\,.\,3!} = \dfrac{6\,.\,5!}{5!\,.\,3\,.\,2\,.\,1} = \dfrac{6}{6} = 1$

B) $\dfrac{4!\,.\,9!}{10!\,.\,7!} = \dfrac{4!\,.\,9!}{10\,.\,9!\,.\,7\,.\,6\,.\,5\,.\,4!} = \dfrac{1}{2\,100}$

C) $\dfrac{10.(n+10)!}{10!.(n+10)} = \dfrac{10.(n+10).(n+9)!}{10\,.\,9!.(n+10)} = \dfrac{(n+9)!}{9!}$

2º) Calcular o valor de **n** na equação $\dfrac{(n+10)!}{(n+8)!} = 110$.

$\dfrac{(n+10).(n+9).(n+8)!}{(n+8)!} = 110 \Rightarrow n^2 + 19n + 90 = 110$

$n^2 + 19n - 20 = 0 \Rightarrow n = -20$ ou $n = 1$

$n = -20$ (matematicamente inconsistente)

Portanto, $n = 1$.

ARRANJOS SIMPLES

Considere o seguinte problema:

Quantos números de 3 algarismos distintos podem ser formados com os dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6?

Observe que, em um número de três algarismos distintos, a ordem ocupada por um determinado algarismo é importante, pois, ao trocarmos esse algarismo de posição, o número como um todo se altera. Pelo Princípio Fundamental da Contagem, temos:

Centena	Dezena	Unidade
↓	↓	↓
6 .	5 .	4

$= 120$ números

Observe que $6\,.\,5\,.\,4 = \dfrac{6\,.\,5\,.\,4\,.\,3\,.\,2\,.\,1}{3\,.\,2\,.\,1} = \dfrac{6!}{3!}$.

É interessante verificar que há 6 elementos à disposição, e que cada grupo formado terá 3 elementos cada. Dizemos que cada grupo formado é um arranjo simples de 6 elementos, tomados 3 a 3.

De maneira geral, seja um conjunto $A = \{a_1, a_2, a_3, ..., a_n\}$ com **n** elementos distintos. Queremos formar grupos com **p** elementos cada ($n > p$), de modo que a ordem dos elementos em cada grupo seja importante.

Assim, temos:

Posição 1	Posição 2	Posição 3	...	Posição **p**
↓	↓	↓	↓	↓
n	$n - 1$	$n - 2$	...	$n - (p - 1)$

Observe que há **p** posições a serem preenchidas. Temos que:

- a primeira posição pode ser preenchida de **n** modos.
- a segunda posição pode ser preenchida de $(n - 1)$ modos.
- a terceira posição pode ser preenchida de $(n - 2)$ modos.

  ⋮
- a p-ésima posição pode ser preenchida de $[n - (p - 1)]$ modos.

Pelo Princípio Fundamental da Contagem, temos que o total de grupos formados é igual a:

$n.(n - 1).(n - 2).\ ...\ .[n - (p - 1)] =$

$n.(n - 1).(n - 2).\ ...\ .[n - p + 1] =$

$\dfrac{n.(n-1).(n-2).\ ...\ .(n-p+1)(n-p)!}{(n-p)!} =$

$\dfrac{n!}{(n-p)!}$

Esse resultado corresponde ao número de arranjos simples de **n** elementos, tomados **p** a **p**, que indicamos por $A_{n,\,p}$.

$$\boxed{A_{n,\,p} = \frac{n!}{(n-p)!}}$$

Exemplo:

Quantos números de 4 algarismos distintos podem ser formados com os elementos do conjunto $A = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$?

Temos $A_{7,\,4} = \dfrac{7!}{(7-4)!} = \dfrac{7!}{3!} = 7\,.\,6\,.\,5\,.\,4 = 840$ números.

OBSERVAÇÃO

As permutações simples de **n** elementos de um conjunto podem ser consideradas arranjos simples, nos quais $n = p$.

Assim, temos:

$$P_n = A_{n,\,n} = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n!$$

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

01. (CMMG–2020) Um hospital possui 5 salas de cirurgias eletivas, utilizadas diariamente por 8 médicos-cirurgiões. Duas dessas salas destinam-se apenas aos procedimentos ortopédicos, sendo ocupadas, em todos os momentos de funcionamento do hospital, por 1 dos 2 ortopedistas que compõem a equipe.

Em certo momento, o número de possibilidades de organizações para a ocupação das salas é de

A) 120. C) 336.
B) 240. D) 6720.

02. RBFK (UEG-GO) Um aluno terá que escrever a palavra PAZ utilizando sua caneta de quatro cores distintas, de tal forma que nenhuma letra dessa palavra tenha a mesma cor. O número de maneiras que esse aluno pode escrever essa palavra é:

A) 64 C) 12
B) 24 D) 4

03. (IFPE) Um auditório em forma de um salão circular dispõe de 6 portas, que podem ser utilizadas tanto como entrada ou para saída do salão. De quantos modos distintos uma pessoa que se encontra fora do auditório pode entrar e sair do mesmo, utilizando como porta de saída uma porta diferente da que utilizou para entrar?

A) 6 C) 12 E) 36
B) 5 D) 30

04. DMM7 (UEMG) "Genius era um brinquedo muito popular na década de 1980 [...]. O brinquedo buscava estimular a memorização de cores e sons. Com formato semelhante a um OVNI, possuía 4 botões de cores distintas que emitiam sons harmônicos e se iluminavam em sequência. Cabia aos jogadores repetir o processo sem errar".

WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre (Adaptação).

Considerando uma fase do jogo em que 3 luzes irão acender de forma aleatória e em sequência, podendo cada cor acender mais de uma vez.

O número máximo de formas que essa sequência de 3 luzes poderá acender é:

A) 12 B) 24 C) 36 D) 64

05. Z79Q (UEG-GO) Uma montadora de carros oferece a seus clientes as seguintes opções na montagem de um carro: 2 tipos de motores (1.8 ou 2.0), 2 tipos de câmbios (manual ou automático), 6 cores (branco, preto, vermelho, azul, cinza ou prata) e 3 tipos de acabamento (simples, intermediário ou sofisticado). De quantas maneiras distintas pode-se montar esse carro?

A) 4 C) 24 E) 72
B) 13 D) 36

06. AMWS (PUC-SP) No vestiário de uma Academia de Ginástica há exatamente 30 armários, cada qual para uso individual. Se, no instante em que dois alunos dessa Academia entram no vestiário para mudar suas roupas, apenas 8 dos armários estão desocupados, quantas opções eles terão para escolher seus respectivos armários?

A) 14 C) 48 E) 112
B) 28 D) 56

07. CPLN (Unicamp-SP) Para acomodar a crescente quantidade de veículos, estuda-se mudar as placas, atualmente com três letras e quatro algarismos numéricos, para quatro letras e três algarismos numéricos, como está ilustrado a seguir.

ABC 1234	ABCD 123

Considere o alfabeto com 26 letras e os algarismos de 0 a 9. O aumento obtido com essa modificação em relação ao número máximo de placas em vigor seria

A) inferior ao dobro.
B) superior ao dobro e inferior ao triplo.
C) superior ao triplo e inferior ao quádruplo.
D) mais que o quádruplo.

08. 3W8Z (UECE) Utilizando apenas os algarismos 2 e 3, a quantidade de números inteiros positivos e menores que 1 000 000 (incluindo aqueles com algarismos repetidos) que podem ser escritos no sistema decimal é:

A) 125 B) 126 C) 127 D) 128

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. 4OFB (UCS-RS) Em uma prova, as seis primeiras questões eram do tipo **C** / **E**, em que o candidato devia optar entre certo ou errado para sua resposta. Nas outras quatro questões, o candidato devia escolher, entre três alternativas, a verdadeira.

Quantas sequências de respostas são possíveis na resolução da prova?

A) $(6 \,.\, 2)^2$ D) 10^{2+3}
B) $(6 \,.\, 2) + (4 \,.\, 3)$ E) $2^6 \,.\, 3^4$
C) $6^2 \,.\, 4^3$

02. (UECE–2019) Quantos são os números inteiros positivos com três dígitos distintos nos quais o algarismo 5 aparece?

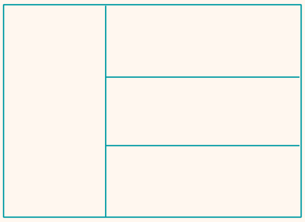
A) 136
B) 200
C) 176
D) 194

03. 6G82 (UDESC–2020) As novas placas de carro no padrão Mercosul começaram a ser usadas, em alguns estados do Brasil, em dezembro de 2018, e a implementação destas será gradual. O modelo antigo e o novo (padrão Mercosul) têm sete caracteres alfanuméricos. Na placa antiga, as letras e números podiam ser repetidos, mas tinham posição fixa em uma sequência: LLL NNNN (sendo L letra e N número). Na nova placa, além de ter 4 letras e 3 números, esses podem ser embaralhados e repetidos. Em um primeiro momento, no Brasil, foi definida uma sequência fixa da seguinte forma: LLL NLNN.

Considerando a nova placa, no padrão Mercosul, com a sequência fixa LLL NLNN, a quantidade de placas a mais que se passa a ter, em relação ao modelo antigo, é:

A) 456 976 000
B) 281 216 000
C) 158 171 000
D) 17 576 000
E) 2 600

04. KLFS (UFRN) O quadro de avisos de uma escola de Ensino Médio foi dividido em quatro partes, como mostra a figura a seguir.

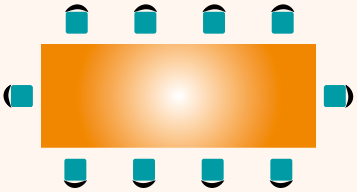


No retângulo à esquerda, são colocados os avisos da diretoria, e, nos outros três retângulos, serão colocados, respectivamente, de cima para baixo, os avisos dos 1º, 2º e 3º anos do ensino médio.

A escola resolveu que retângulos adjacentes (vizinhos) fossem pintados, no quadro, com cores diferentes. Para isso, disponibilizou cinco cores e solicitou aos servidores e alunos sugestões para a disposição das cores no quadro.

Determine o número máximo de sugestões diferentes que podem ser apresentadas pelos servidores e alunos.

05. (PUC-SP) Na sala de reuniões de certa empresa, há uma mesa retangular com 10 poltronas dispostas da forma como é mostrado na figura a seguir.



Certo dia, sete pessoas foram convocadas para participar de uma reunião a ser realizada nessa sala: o presidente, o vice-presidente, um secretário e quatro membros da diretoria. Sabe-se que: o presidente e o vice-presidente deverão ocupar exclusivamente as poltronas das cabeceiras da mesa; o secretário deverá ocupar uma poltrona ao lado do presidente.

Considerando que essas poltronas são fixas no piso da sala, de quantos modos as sete pessoas podem nelas se acomodar para participar de tal reunião?

A) 3 360
B) 2 480
C) 1 680
D) 1 240
E) 840

06. DWS7 (FGV-SP) Uma pessoa vai retirar dinheiro num caixa eletrônico de um banco, mas, na hora de digitar a senha, esquece-se do número. Ela lembra que o número tem 5 algarismos, começa com 6, não tem algarismos repetidos e tem o algarismo 7 em alguma posição. O número máximo de tentativas para acertar a senha é:

A) 1 680
B) 1 344
C) 720
D) 224
E) 136

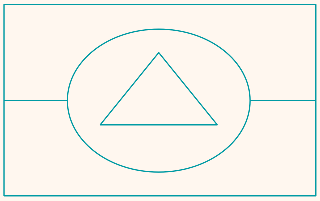
07. QQGX (Fatec-SP) Dispondo de cinco cores distintas, uma pessoa pretende pintar as letras da palavra FATEC de acordo com os seguintes critérios:

- Na palavra, letras que são equidistantes da letra **T** terão a mesma cor;
- Letras adjacentes serão pintadas de cores distintas, e
- Cada letra será pintada com uma única cor.

O número de modos distintos de se realizar essa pintura é:

A) 120
B) 90
C) 80
D) 50
E) 40

08. 91TR (Unisinos-RS) A bandeira a seguir está dividida em 4 regiões. Cada região deverá ser pintada com uma cor, e regiões que fazem fronteira devem ser pintadas com cores diferentes.



Sabendo que dispomos de 6 cores, de quantas maneiras distintas podemos pintar essa bandeira?

A) 20
B) 24
C) 120
D) 600
E) 720

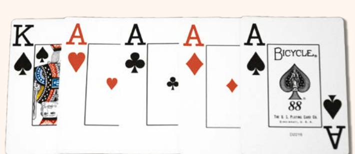
09. CDCK (UECE) Se os conjuntos **X** e **Y** possuem, respectivamente, cinco e oito elementos, quantas funções, $f: X \rightarrow Y$, injetivas e distintas, podem ser construídas?

A) 6 680
B) 6 700
C) 6 720
D) 6 740

MATEMÁTICA

10. (UERJ) Na ilustração a seguir, as 52 cartas de um baralho estão agrupadas em linhas com 13 cartas de mesmo naipe e colunas com 4 cartas de mesmo valor.

Denomina-se quadra a reunião de quatro cartas de mesmo valor. Observe, em um conjunto de cinco cartas, um exemplo de quadra:



O número total de conjuntos distintos de cinco cartas desse baralho que contêm uma quadra é igual a

A) 624.
B) 676.
C) 715.
D) 720.

11. (UPE) Um palíndromo ou capicua é um número que se lê da mesma maneira nos dois sentidos, ou seja, da esquerda para a direita ou ao contrário, como 333, 1 661 e 28 482.

Assinale a alternativa correspondente à quantidade de palíndromos que são números pares de cinco algarismos do nosso sistema de numeração.

A) 300
B) 400
C) 500
D) 600
E) 800

12. HW4Ø (UFJF-MG) Quantos são os números de 7 algarismos distintos divisíveis por 5, começando com um número ímpar, e tal que dois algarismos adjacentes não tenham a mesma paridade, isto é, não sejam simultaneamente pares ou simultaneamente ímpares?

A) 20 160
B) 3 600
C) 2 880
D) 1 440
E) 1 200

13. 8IH8 (FUVEST-SP)

A) Quantos são os números inteiros positivos de quatro algarismos, escolhidos sem repetição, entre 1, 3, 5, 6, 8, 9?

B) Dentre os números inteiros positivos de quatro algarismos citados no item A, quantos são divisíveis por 5?

C) Dentre os números inteiros positivos de quatro algarismos citados no item A, quantos são divisíveis por 4?

14. W98M (EPCAR-MG–2017) Um baralho é composto por 52 cartas divididas em 4 naipes distintos (copas, paus, ouros e espadas). Cada naipe é constituído por 13 cartas, das quais 9 são numeradas de 2 a 10, e as outras 4 são 1 valete (**J**), 1 dama (**Q**), 1 rei (**K**) e 1 ás (**A**).

Ao serem retiradas desse baralho duas cartas, uma a uma e sem reposição, a quantidade de sequências que se pode obter em que a primeira carta seja de ouros e a segunda não seja um ás é igual a

A) 612.
B) 613.
C) 614.
D) 615.

15. 55GD (UECE) Paulo possui 709 livros e identificou cada um destes livros com um código formado por três letras do nosso alfabeto, seguindo a "ordem alfabética" assim definida: AAA, AAB, ..., AAZ, ABA, ABB, ..., ABZ, ACA, ... Então, o primeiro livro foi identificado com AAA, o segundo com AAB, ... Nestas condições, considerando o alfabeto com 26 letras, o código associado ao último livro foi:

A) BAG
B) BAU
C) BBC
D) BBG

16. YKEW (FUVEST-SP) Maria deve criar uma senha de 4 dígitos para sua conta bancária. Nessa senha, somente os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 podem ser usados e um mesmo algarismo pode aparecer mais de uma vez. Contudo, supersticiosa, Maria não quer que sua senha contenha o número 13, isto é, o algarismo 1 seguido imediatamente pelo algarismo 3. De quantas maneiras distintas Maria pode escolher sua senha?

A) 551
B) 552
C) 553
D) 554
E) 555

17. UBQF (UECE) No sistema de numeração decimal, quantos números de três dígitos distintos podemos formar, de modo que a soma dos dígitos de cada um destes números seja um número ímpar?

A) 420
B) 380
C) 360
D) 320

18. (UFU-MG) A senha de acesso ao cofre de um carro-forte é formada por **d** algarismos, em que esses algarismos pertencem ao conjunto de inteiros {0, 1, 2, ..., 9}. Um dos guardas observa o colega digitar o último algarismo da senha, concluindo que esta corresponde a um número ímpar. Assuma que esse guarda demore 1,8 segundos para realizar cada tentativa de validação da senha, sem realizar repetições, de maneira que, assim procedendo, no máximo em duas horas e meia terá sucesso na obtenção da senha.

Segundo as condições apresentadas, conclui-se que o valor de **d** é um número

A) quadrado perfeito.
B) primo.
C) divisível por 3.
D) múltiplo de 5.

SEÇÃO ENEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (Enem–2020) Nos livros *Harry Potter*, um anagrama do nome do personagem "TOM MARVOLO RIDDLE" gerou a frase "I AM LORD VOLDEMORT".

Suponha que Harry quisesse formar todos os anagramas da frase "I AM POTTER", de tal forma que as vogais e consoantes aparecessem sempre intercaladas, e sem considerar o espaçamento entre as letras.

Nessas condições, o número de anagramas formado é dado por:

A) $9!$
B) $4!5!$
C) $2 . 4!5!$
D) $\frac{9!}{2}$
E) $\frac{4!5!}{2}$

02. Y8YO

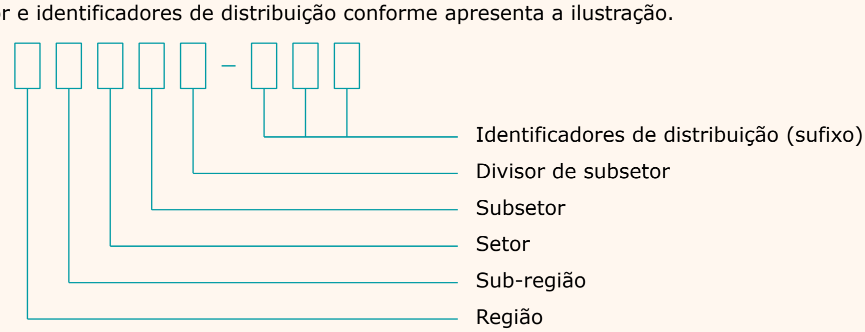
(Enem–2017) O comitê organizador da Copa do Mundo 2014 criou a logomarca da Copa, composta de uma figura plana e o *slogan* "Juntos num só ritmo", com mãos que se unem formando a taça Fifa. Considere que o comitê organizador resolvesse utilizar todas as cores da bandeira nacional (verde, amarelo, azul e branco) para colorir a logomarca, de forma que regiões vizinhas tenham cores diferentes.

Disponível em: <www.pt.fifa.com>. Acesso em: 19 nov. 2013 (Adaptação).

De quantas maneiras diferentes o comitê organizador da Copa poderia pintar a logomarca com as cores citadas?

A) 15
B) 30
C) 108
D) 360
E) 972

03. (Enem–2017) O Código de Endereçamento Postal (CEP) é um código numérico constituído por oito algarismos. Seu objetivo é orientar e acelerar o encaminhamento, o tratamento e a distribuição de objetos postados nos Correios. Ele está estruturado segundo o sistema métrico decimal, sendo que cada um dos algarismos que o compõe codifica região, sub-região, setor, subsetor, divisor de subsetor e identificadores de distribuição conforme apresenta a ilustração.



O Brasil encontra-se dividido em dez regiões postais para fins de codificação. Cada região foi dividida em dez sub-regiões. Cada uma dessas, por sua vez, foi dividida em dez setores. Cada setor, dividido em dez subsetores. Por fim, cada subsetor foi dividido em dez divisores de subsetor. Além disso, sabe-se que os três últimos algarismos após o hífen são denominados de sufixos e destinam-se à identificação individual de localidades, logradouros, códigos especiais e unidades dos Correios. A faixa de sufixos utilizada para codificação dos logradouros brasileiros inicia em 000 e termina em 899.

Disponível em: <www.correios.com.br>. Acesso em: 22 ago. 2017 (Adaptação).

Quantos CEPs podem ser formados para a codificação de logradouros no Brasil?

A) $5 . 0 + 9 . 10^2$
B) $10^5 + 9 . 10^2$
C) $2 . 9 . 10^7$
D) $9 . 10^2$
E) $9 . 10^7$

04. (Enem) Numa cidade, cinco escolas de samba (I, II, III, IV e V) participaram do desfile de Carnaval. Quatro quesitos são julgados, cada um por dois jurados, que podem atribuir somente uma dentre as notas 6, 7, 8, 9 ou 10. A campeã será a escola que obtiver maior pontuação na soma de todas as notas emitidas. Em caso de empate, a campeã será a que alcançar a maior soma das notas atribuídas pelos jurados no quesito Enredo e Harmonia. A tabela mostra as notas do desfile desse ano no momento em que faltava somente a divulgação das notas do jurado **B** no quesito Bateria.

Quesitos	1. Fantasia e Alegoria		2. Evolução e Conjunto		3. Enredo e Harmonia		4. Bateria		Total
Jurado	A	B	A	B	A	B	A	B	
Escola I	6	7	8	8	9	9	8		55
Escola II	9	8	10	9	10	10	10		66
Escola III	8	8	7	8	6	7	6		50
Escola IV	9	10	10	10	9	10	10		68
Escola V	8	7	9	8	6	8	8		54

Quantas configurações distintas das notas a serem atribuídas pelo jurado **B** no quesito Bateria tornariam campeã a Escola II?

A) 21 B) 90 C) 750 D) 1 250 E) 3 125

05. (Enem) Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta-corrente pela Internet.

Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres.

Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.

O coeficiente de melhora da alteração recomendada é:

A) $\dfrac{62^6}{10^6}$ B) $\dfrac{62!}{10!}$ C) $\dfrac{62!\,.\,4!}{10!\,.\,56!}$ D) $62! - 10!$ E) $62^6 - 10^6$

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

- 01. B
- 02. B
- 03. D
- 04. D
- 05. E
- 06. D
- 07. A
- 08. B

Propostos

Acertei ______ Errei ______

- 01. E
- 02. B
- 03. B
- 04. 180 sugestões diferentes
- 05. A
- 06. B
- 07. C
- 08. D
- 09. C
- 10. A
- 11. B
- 12. D
- 13.
  - A) 360
  - B) 60
  - C) 60
- 14. A
- 15. D
- 16. A
- 17. D
- 18. A

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

- 01. E
- 02. E
- 03. E
- 04. C
- 05. A

Total dos meus acertos: _____ de _____ . ______ %