

FIS

PRÉ-VESTIBULAR
FÍSICA

2



Avenida Dr. Nelson D'Ávila, 811
Jardim São Dimas – CEP 12245-030
São José dos Campos – SP
Telefone: (12) 3924-1616
www.sistemapoliedro.com.br

Coleção PV

Copyright © Editora Poliedro, 2021.

Todos os direitos de edição reservados à Editora Poliedro.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal, Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ISBN 978-65-5613-085-9

Autoria: Nicolau Arbex Sarkis, Marcílio Alberto de Faria Pires e André Oliveira de Guadalupe

Direção-geral: Nicolau Arbex Sarkis

Gerência editorial: Wagner Nicaretta

Coordenação de projeto editorial: Brunna Mayra Vieira da Conceição

Edição de conteúdo: Adriano Rosa Lopes, Aline Moojen Pedreira e João Messias Junior

Analista editorial: Débora Cristina Guedes

Assistente editorial: Grazielle Baltar Ferreira Antonio

Gerência de *design* e produção editorial: Ricardo de Gan Braga

Coordenação de revisão: Rogério Salles

Revisão: Amanda Andrade Santos, Ana Rosa Barbosa Ancosqui, Ellen Barros de Souza, Mait Paredes Antunes, Rafaella de A. Vasconcellos e Sonia Galindo Melo

Coordenação de arte: Fabricio dos Santos Reis

Diagramação: Daniela Capezzuti, Gilbert Julian, Gisele Oliveira, Leonel N. Maneskul, Marcelo Delgado, Sandro Eduardo, Vivian dos Santos e Walter Tierno

Projeto gráfico e capa: Aurélio Camilo

Coordenação de licenciamento e iconografia: Leticia Palaria de Castro Rocha

Auxiliar de licenciamento: Jacqueline Ferreira Figueiredo

Pesquisa iconográfica: Jéssica Clifton Riley

Planejamento editorial: Maria Carolina das Neves Ramos

Coordenação de multimídia: Kleber S. Portela

Gerência de produção gráfica: Guilherme Brito Silva

Coordenação de produção gráfica: Rodolfo da Silva Alves

Produção gráfica: Anderson Flávio Correia, Fernando Antônio Oliveira Arruda, Matheus Luiz Quinhonhes Godoy Soares e Vandré Luis Soares

Colaboradores externos: Carolina Rezende Moreira de Oliveira e Diogo Broch Canola (Edição), Madrigais Produção Editorial, Flávio Marcelo Vianna de Oliveira ME (Revisão)

Impressão e acabamento: PifferPrint

Foto de capa: Artur Didyk/Shutterstock.com

A Editora Poliedro pesquisou junto às fontes apropriadas a existência de eventuais detentores dos direitos de todos os textos e de todas as imagens presentes nesta obra didática. Em caso de omissão, involuntária, de quaisquer créditos, colocamo-nos à disposição para avaliação e consequente correção e inserção nas futuras edições, estando, ainda, reservados os direitos referidos no Art. 28 da lei 9.610/98.

Sumário

Frente 1

6 Cinemática vetorial	5
Considerações iniciais, 6	
Grandezas escalares e grandezas vetoriais, 6	
Vetor, 6	
Cinemática vetorial, 12	
Composição de movimentos, 16	
Revisando, 21	
Exercícios propostos, 25	
Texto complementar, 34	
Resumindo, 35	
Quer saber mais?, 35	
Exercícios complementares, 36	
7 Lançamento oblíquo no vácuo	45
Lançamento oblíquo no vácuo, 46	
Revisando, 51	
Exercícios propostos, 54	
Textos complementares, 62	
Resumindo, 63	
Quer saber mais?, 64	
Exercícios complementares, 64	
8 Dinâmica	73
Definições, 74	
Leis de Newton, 75	
Principais forças da Mecânica, 77	
Equilíbrio de um corpo, 82	
Revisando, 89	
Exercícios propostos, 95	
Texto complementar, 111	
Resumindo, 111	
Quer saber mais?, 112	
Exercícios complementares, 113	

Frente 2

5 Resistores	131
Resistores, 132	
Potência dissipada em um resistor por efeito Joule, 132	
Segunda lei de Ohm, 135	
Associação de resistores, 136	
Curto-circuito, 139	
Fusíveis e disjuntores, 139	
Reostatos, 140	
Resolução de circuitos elétricos simples envolvendo resistores, 140	
Método de cálculo da resistência equivalente envolvendo várias resistências, 144	
Revisando, 146	
Exercícios propostos, 147	
Texto complementar, 158	
Resumindo, 159	
Quer saber mais?, 159	
Exercícios complementares, 160	
6 Circuitos elétricos	163
Introdução, 164	
Geradores elétricos, 164	
O receptor elétrico, 169	
Capacitores, 171	
Variação de potencial entre os terminais de elementos de um circuito, 174	
As leis de Kirchhoff, 174	
Resolução de circuitos elétricos, 174	
Medidas elétricas, 176	
Medidas de força eletromotriz – o potenciômetro de Poggendorf, 179	
Revisando, 179	
Exercícios propostos, 181	
Textos complementares, 193	
Resumindo, 194	
Quer saber mais?, 196	
Exercícios complementares, 196	
7 Interação entre cargas elétricas e campo magnético	203
Fenômenos magnéticos, 204	
O campo magnético, 204	
Interação entre o campo magnético e as cargas elétricas, 205	
Revisando, 207	
Exercícios propostos, 209	
Texto complementar, 221	
Resumindo, 221	
Quer saber mais?, 222	
Exercícios complementares, 222	

8 Fontes de campo magnético	227
A experiência de Oersted, 228	Exercícios propostos, 233
Corrente retilínea como fonte de campo magnético, 228	Texto complementar, 241
Corrente circular (em uma espira) como fonte de campo magnético, 229	Resumindo, 243
Revisando, 232	Quer saber mais?, 243
	Exercícios complementares, 244

Frente 3

7 Introdução à óptica geométrica	249
Introdução, 250	Textos complementares, 257
Ondas eletromagnéticas, 250	Resumindo, 259
Óptica geométrica, 251	Quer saber mais?, 259
Revisando, 254	Exercícios complementares, 260
Exercícios propostos, 255	

8 Reflexão da luz	263
Introdução, 264	Exercícios propostos, 275
Reflexão, 264	Texto complementar, 282
Espelho plano, 265	Resumindo, 283
Espelhos esféricos, 269	Quer saber mais?, 284
Revisando, 274	Exercícios complementares, 284

9 Refração da luz	291
Introdução, 292	Textos complementares, 318
Lentes esféricas delgadas, 299	Resumindo, 320
Revisando, 302	Quer saber mais?, 322
Exercícios propostos, 306	Exercícios complementares, 322

Gabarito	337
-----------------------	------------



FRENTE 1

CAPÍTULO

6

Cinemática vetorial

Algumas grandezas físicas são definidas apenas por seu módulo e sua unidade, como a temperatura. Para outras, porém, a informação que indica direção e sentido também pode ser importante. Por exemplo: dizer apenas que dois corpos fazem força um sobre o outro não permite concluir que haverá alteração de movimento. Essas forças, por maiores que sejam, podem se anular se estiverem em sentidos opostos, como na brincadeira de cabo de guerra da imagem acima. Os vetores são utilizados para caracterizar e representar grandezas como essas.

Considerações iniciais

Direção

Retas paralelas têm sempre a mesma direção.

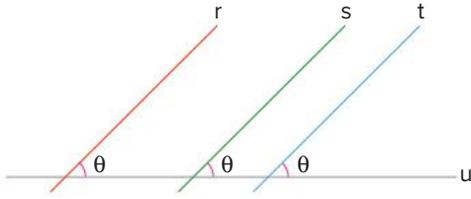


Fig. 1 Retas paralelas – mesma direção.

Na figura 1, as retas r , s , e t são paralelas, pois formam o mesmo ângulo θ com uma dada reta u .

Dois segmentos de reta, AB e CD , têm a mesma direção se pertencem à mesma reta ou a retas paralelas.

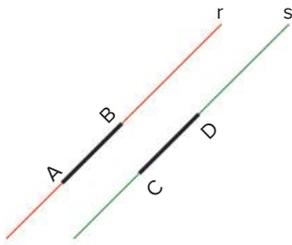


Fig. 2 Segmentos paralelos.

Sendo assim, retas que não são paralelas definem diferentes direções.

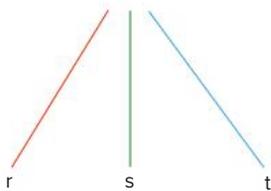


Fig. 3 Retas quaisquer – direções diferentes.

Sentido

Para uma determinada direção, podemos ter dois sentidos possíveis.

Na direção horizontal, por exemplo, temos os sentidos: da esquerda para a direita e da direita para a esquerda.

Na direção vertical, temos os sentidos: de baixo para cima e de cima para baixo.

É bom lembrar que existem infinitas direções para um movimento.

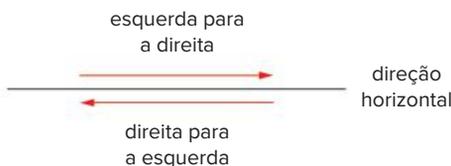


Fig. 4 Possíveis sentidos para a direção horizontal.

Grandezas escalares e grandezas vetoriais

Uma grandeza física é escalar quando necessita apenas de um valor numérico e de sua unidade para ficar totalmente determinada.

Temos, por exemplo, o tempo. Quando dizemos que uma viagem durou 2 horas, não precisamos acrescentar mais nada. Também são grandezas escalares a massa, o volume, a temperatura, a energia etc.

Já uma grandeza física é dita vetorial quando necessita, além do valor numérico e da unidade, de uma direção e de um sentido para ser totalmente determinada.

Se dissermos, por exemplo, que um automóvel possui velocidade de 60 km/h, seu movimento não estará completamente determinado.

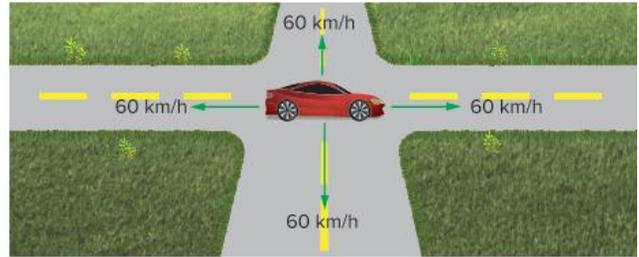


Fig. 5 Possíveis direções e sentidos para a velocidade de 60 km/h.

Se adicionarmos a informação de que ele se movimenta sobre a Via Dutra, ele poderá estar andando do Rio de Janeiro para São Paulo ou vice-versa.

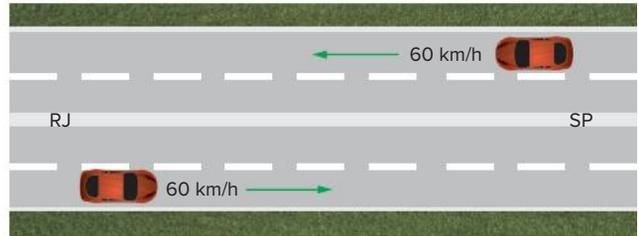


Fig. 6 Possíveis sentidos para o automóvel na Via Dutra.

Só dizendo que vai do Rio de Janeiro para São Paulo é que esclareceremos completamente o que acontece.

Dessa forma, a velocidade é uma grandeza vetorial. Também são grandezas vetoriais a aceleração, a força, o impulso etc.

Vetor

Definição

Um vetor é um ente matemático que representa todos os segmentos orientados com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo módulo. Geometricamente, o tamanho do segmento representa o módulo do vetor.

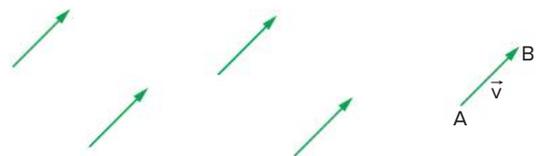


Fig. 7 Segmentos orientados.

Na figura 7, todos os segmentos têm a mesma direção, pois são paralelos, têm o mesmo sentido e mesmo comprimento e, portanto, podem ser representados pelo vetor \vec{v} .

O vetor \vec{v} é representado pelo segmento de reta orientado \overline{AB} , em que A é a origem do vetor e B é a extremidade do vetor.

O módulo de \vec{v} é dado por $|\vec{v}|$ ou simplesmente v .

Atenção

- O módulo, ou intensidade, de uma grandeza física vetorial é o valor numérico (sem sinal algébrico) acompanhado da unidade.
- Existem grandezas chamadas adimensionais, que são apenas determinadas por um valor numérico sem unidade, como: rendimento, coeficiente de atrito, entre outras.

Temos, a seguir, algumas definições importantes sobre vetores:

I. **Vetor oposto:** \vec{v} e \vec{u} são vetores opostos quando possuem a mesma direção, o mesmo módulo, mas sentidos contrários.

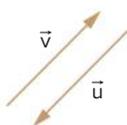


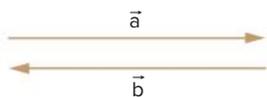
Fig. 8 Vetores opostos.

Nesse caso, temos: $\vec{u} = -\vec{v}$ e $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

II. **Vetor nulo:** quando o módulo do vetor é nulo ($|\vec{v}| = 0$ e $\vec{v} = \vec{0}$). Nesse caso, não se define direção nem sentido.

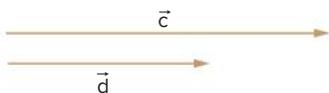
III. **Vetor unitário:** quando o módulo do vetor é 1 ($|\vec{v}| = 1$). Nesse caso, ele também é chamado de **versor**.

IV. **Vetores iguais:** dois vetores são iguais quando possuem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido. Dessa forma, para que sejam diferentes, basta que um desses três elementos (módulo, direção ou sentido) seja diferente.



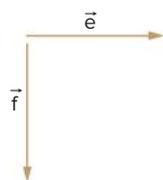
$\vec{a} \neq \vec{b}$: pois os sentidos são diferentes (módulos e direções iguais).

Fig. 9 Vetores diferentes – sentidos opostos.



$\vec{c} \neq \vec{d}$: pois os módulos são diferentes (direções e sentidos iguais).

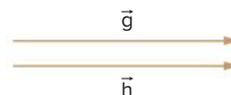
Fig. 10 Vetores diferentes – módulos diferentes.



$\vec{e} \neq \vec{f}$: pois as direções são diferentes (módulos iguais).

Fig. 11 Vetores diferentes – direções diferentes.

Finalmente:



$\vec{g} = \vec{h}$: pois têm o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido.

Fig. 12 Vetores iguais.

Adição de vetores

Para efetuar a adição de dois ou mais vetores, veremos três métodos:

- regra da poligonal;
- regra do paralelogramo;
- método de decomposição de vetores.

Regra da poligonal

Se tivermos dois vetores quaisquer, \vec{a} e \vec{b} , para obtermos o vetor soma ou resultante, devemos tomar \vec{a} e \vec{b} de modo que a origem de \vec{b} coincida com a extremidade de \vec{a} .

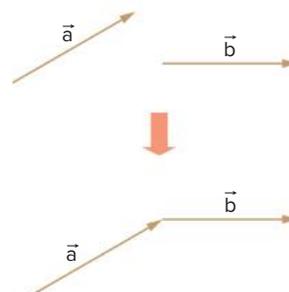


Fig. 13 Soma pela regra da poligonal.

Ao trasladarmos o vetor \vec{b} , continuamos com o mesmo vetor, pois são mantidos módulo, direção e sentido.

O vetor soma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ será o vetor com origem coincidente com a origem de \vec{a} e extremidade coincidente com a extremidade de \vec{b} .

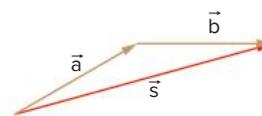


Fig. 14 Vetor soma pela regra da poligonal ($\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$).

Observe que poderíamos também trasladar \vec{a} de modo que sua origem coincida com a extremidade de \vec{b} , como na figura 15.

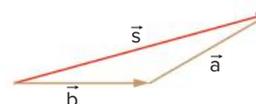


Fig. 15 Vetor soma pela regra da poligonal ($\vec{s} = \vec{b} + \vec{a}$).

! Atenção

- $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$, a ordem de colocação dos vetores não altera o resultado da soma.
- Note que sempre teremos: $|\vec{s}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$
- A equação: $|\vec{s}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ é conhecida como desigualdade triangular, também estudada na frente 3 de Matemática.
- Cuidado: não existe a notação $\vec{u} = 0$, pois não é possível fazer uma igualdade entre uma grandeza escalar e uma grandeza vetorial.

Vejam alguns casos de adição de vetores.

- Quando \vec{a} e \vec{b} têm mesma direção e mesmo sentido:

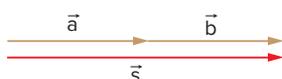


Fig. 16 Soma de vetores de mesma direção e mesmo sentido.

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow |\vec{s}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$$

- Quando \vec{a} e \vec{b} têm mesma direção e sentidos opostos:

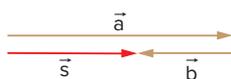


Fig. 17 Soma de vetores de mesma direção, mas sentidos opostos.

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow |\vec{s}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$$

- Quando \vec{a} e \vec{b} têm direções perpendiculares entre si:

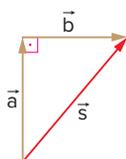


Fig. 18 Soma de vetores perpendiculares entre si.

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$$

Pelo Teorema de Pitágoras:

$$|\vec{s}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{s}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2}$$

A soma de mais de dois vetores também pode ser efetuada utilizando a regra da poligonal. Sejam os vetores \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} e \vec{d} :

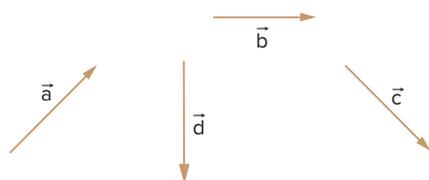


Fig. 19 Vetores quaisquer.

Trasladar os vetores de forma que se tornem consecutivos:

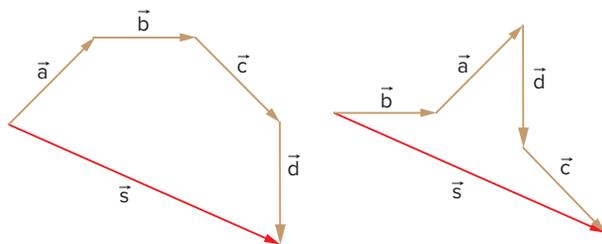


Fig. 20 Soma de quatro vetores quaisquer pelo método da poligonal.

Note que: $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{a} + \vec{d} + \vec{c}$

Regra do paralelogramo

Se tivermos dois vetores \vec{a} e \vec{b} :



Fig. 21 Vetores quaisquer.

Para obtermos o vetor soma, devemos trasladar \vec{a} e \vec{b} de modo que suas origens coincidam:

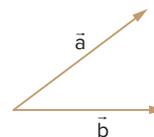


Fig. 22 Soma pela regra do paralelogramo.

A seguir, construímos um paralelogramo, traçando, pela extremidade de cada vetor, uma reta paralela ao outro vetor:

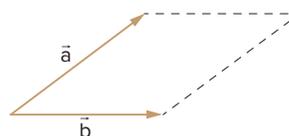


Fig. 23 Construção do paralelogramo.

O vetor soma será a diagonal desse paralelogramo com origem na origem comum de \vec{a} e \vec{b} :

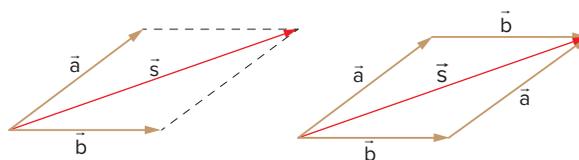


Fig. 24 Soma pelo método do paralelogramo.

! Atenção

Para obtermos a soma de quatro vetores (\vec{a} , \vec{b} , \vec{c} e \vec{d}) pela regra do paralelogramo, devemos somar dois vetores: $(\vec{a} + \vec{b})$. Em seguida, somar a resultante com \vec{c} : $[(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}]$. Depois, somar a nova resultante com o vetor \vec{d} : $[(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) + \vec{d}]$.

Para calcularmos o módulo e a direção dos vetores resultantes, tanto pela regra da poligonal quanto pela regra do paralelogramo, é útil relembrarmos a lei dos cossenos e a lei dos senos.

Lei dos cossenos

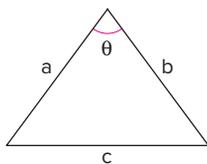


Fig. 25 Lei dos cossenos.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \theta$$

Lei dos senos

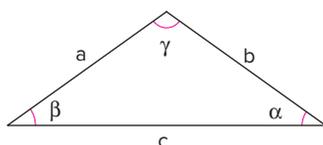


Fig. 26 Lei dos senos.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Observação: O ângulo entre dois vetores é definido como o menor ângulo entre eles quando colocados com origem comum.

Assim, aplicando a regra do paralelogramo para a soma de \vec{a} e \vec{b} :

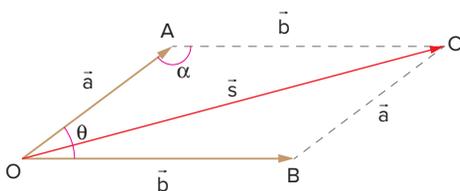


Fig. 27 Lei dos cossenos na regra do paralelogramo.

Aplicando a lei dos cossenos para o ΔOAC , temos:

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha$$

Como θ é o ângulo entre os vetores \vec{a} e \vec{b} e $\alpha + \theta = 180^\circ$, então:

$$\cos \alpha = \cos (180 - \theta) = -\cos \theta$$

Logo:

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \theta$$

Assim:

$$|\vec{s}| = s = \sqrt{a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \theta}$$

Método de decomposição de vetores

Se um vetor \vec{v} é representado sobre o segmento \overline{AB} , podemos obter a projeção do vetor \vec{v} no eixo x por meio das projeções ortogonais da origem e da extremidade de \vec{v} .

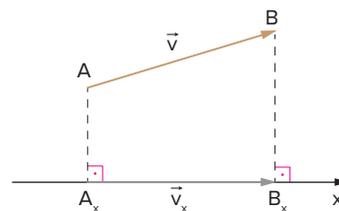


Fig. 28 Projeção sobre o eixo x .

Assim, A_x e B_x são as projeções ortogonais de A e B , respectivamente, no eixo x , e $\overline{A_x B_x}$ é o segmento sobre o qual está a representação do vetor \vec{v}_x (projeção de \vec{v} no eixo x). Sendo assim, podemos decompor um vetor em dois outros, cuja soma vetorial é o vetor original. Essa decomposição será feita em nosso estudo apenas em direções perpendiculares, apesar de não ser essa uma condição necessária.

Seja um vetor \vec{v} que desejamos decompor em suas projeções nos eixos x e y .

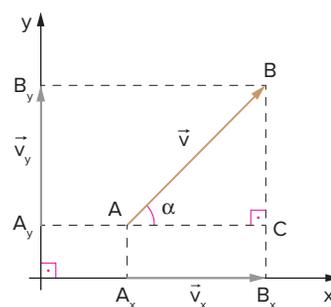


Fig. 29 Projeções sobre o eixo x e sobre o eixo y .

Do ΔABC , observamos que:

$$AC = |\vec{v}_x| \quad \text{e} \quad CB = |\vec{v}_y|$$

Sabemos também que:

$$\cos \alpha = \frac{AC}{AB} \quad \text{e} \quad \sin \alpha = \frac{CB}{AB}$$

Logo:

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{v}_x|}{|\vec{v}|} \Rightarrow |\vec{v}_x| = |\vec{v}| \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{v}_y|}{|\vec{v}|} \Rightarrow |\vec{v}_y| = |\vec{v}| \cdot \sin \alpha$$

Se tivermos então quatro vetores, \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} e \vec{d} , e quisermos obter o vetor soma dos vetores, podemos encontrar suas decomposições nos eixos.

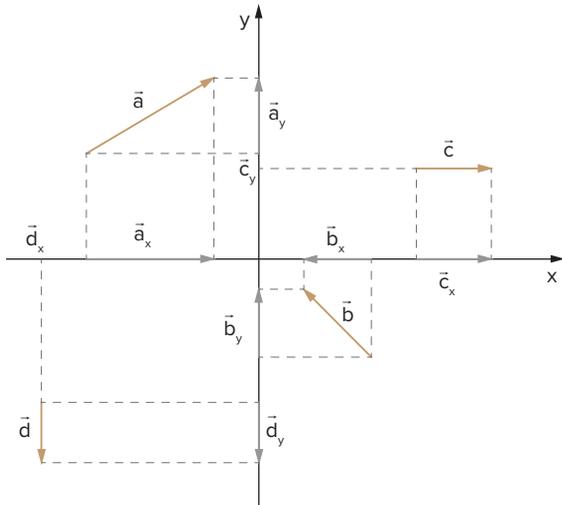


Fig. 30 Decomposição de vários vetores sobre os eixos x e y .

- I. Somando as projeções dos vetores no eixo x , obtemos a projeção do vetor soma em x :

$$\vec{s}_x = \vec{a}_x + \vec{b}_x + \vec{c}_x + \vec{d}_x$$

Fig. 31 Soma sobre o eixo x .

- II. Somando as projeções dos vetores no eixo y , obtemos a projeção do vetor soma em y :

$$\vec{s}_y = \vec{a}_y + \vec{b}_y + \vec{c}_y + \vec{d}_y$$

Fig. 32 Soma sobre o eixo y .

Desse modo, somando \vec{s}_x e \vec{s}_y , obtemos o vetor soma de \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} e \vec{d} como o vetor soma de \vec{s}_x e \vec{s}_y :

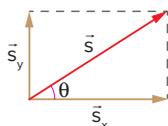


Fig. 33 Vetor soma resultante.

com $\vec{s} = \vec{s}_x + \vec{s}_y$, em que seu módulo é dado por:

$$|\vec{s}| = \sqrt{|\vec{s}_x|^2 + |\vec{s}_y|^2}$$

e sua direção é dada por:

$$\text{tg}\theta = \frac{|\vec{s}_y|}{|\vec{s}_x|} \Rightarrow \theta = \arctg \frac{|\vec{s}_y|}{|\vec{s}_x|}$$

Subtração de vetores

Tomemos dois vetores, \vec{a} e \vec{b} :



Fig. 34 Vetores quaisquer.

A subtração (ou diferença) de vetores, $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, pode ser entendida como uma soma de vetores, pois: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$, ou seja, é igual à soma do vetor \vec{a} com o oposto do vetor \vec{b} , que é $(-\vec{b})$. Então:

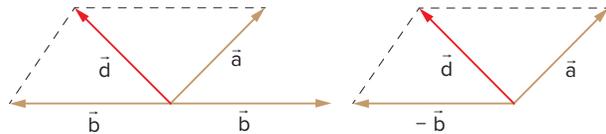


Fig. 35 Vetor diferença.

Esse vetor diferença \vec{d} tem extremidade coincidente com a extremidade de \vec{a} e origem coincidente com a extremidade de \vec{b} :

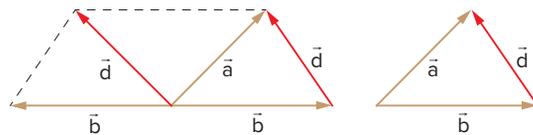


Fig. 36 Posição do vetor diferença.

Note que, se: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, então: $\vec{a} = \vec{b} + \vec{d}$.

Se quisermos obter $\vec{d}' = \vec{b} - \vec{a}$, em que $\vec{d}' = -\vec{d}$, teremos:

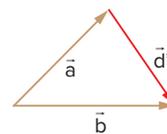


Fig. 37 Vetor diferença: \vec{d}' .

Em ambos os casos, o módulo do vetor diferença pode ser calculado pela lei dos cossenos: $d^2 = d'^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\theta$, em que θ é o ângulo formado por \vec{a} e \vec{b} .



Fig. 38 Triângulos iguais.

Multiplicação de um vetor por um número real

Seja \vec{a} um vetor e n um número real. O produto de n por \vec{a} é dado por:

$$\vec{p} = n \cdot \vec{a}$$

O vetor \vec{p} tem as seguintes características:

- **direção:** a mesma de \vec{a} .
- **sentido:** o mesmo de \vec{a} , se $n > 0$
o contrário de \vec{a} , se $n < 0$
- **módulo:** $|\vec{p}| = |n| \cdot |\vec{a}|$
Assim, se $n = 0$, então $\vec{p} = \vec{0}$, que é o vetor nulo; se $n = -1$, então $\vec{p} = -\vec{a}$, que é o vetor oposto de \vec{a} .

Exercícios resolvidos

1 Seja o vetor \vec{a} :



Determine graficamente os vetores: $2\vec{a}$, $-\vec{a}$, $\frac{\vec{a}}{2}$ e $-3\vec{a}$.

Resolução:

Calcularemos $\vec{p} = n \cdot \vec{a}$.

Para:

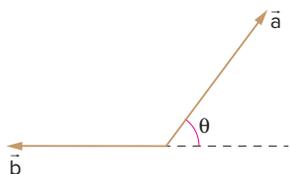
$n = 2$

$n = -1$

$n = \frac{1}{2}$

$n = -3$

2 São dados dois vetores, \vec{a} e \vec{b} .



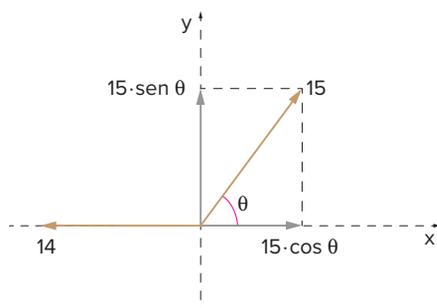
$|\vec{a}| = 15$; $|\vec{b}| = 14$ e $\cos\theta = 0,6$

Determine módulo, direção e sentido dos vetores:

a) $\vec{a} + \vec{b}$ b) $-\vec{a} + \frac{\vec{b}}{2}$

Resolução:

a) Podemos determinar $\vec{a} + \vec{b}$ pelo método da decomposição de vetores. Decompondo \vec{a} nos eixos x e y :

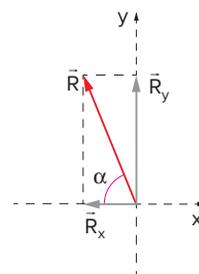


Assim:

$R_x = 15 \cdot 0,6 - 14 = -5$

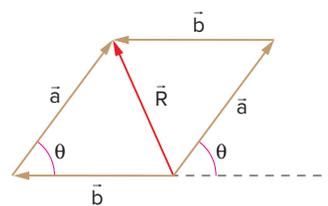
$R_y = 15 \cdot 0,8 = 12$

$|\vec{R}| = \sqrt{(-5)^2 + (12)^2} \Rightarrow |\vec{R}| = 13$



$\text{tg } \alpha = \frac{|\vec{R}_y|}{|\vec{R}_x|} = \frac{12}{5} \Rightarrow \alpha = \text{arctg}\left(\frac{12}{5}\right)$

Pela regra da poligonal ou do paralelogramo:

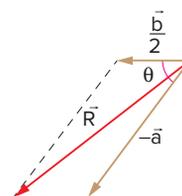


$|\vec{R}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

$|\vec{R}|^2 = 15^2 + 14^2 - 2 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 0,6$

$|\vec{R}|^2 = 169 \Rightarrow |\vec{R}| = 13$

b) Para $-\vec{a} + \frac{\vec{b}}{2}$, temos:



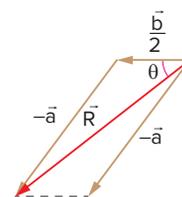
Assim:

$|\vec{R}|^2 = |-\vec{a}|^2 + \left|\frac{\vec{b}}{2}\right|^2 + 2|-\vec{a}||\frac{\vec{b}}{2}|\cos\theta$

$|\vec{R}|^2 = 15^2 + 7^2 + 2 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 0,6 = 400$

$|\vec{R}| = 20$

Para determinar α , podemos utilizar a lei dos cossenos:

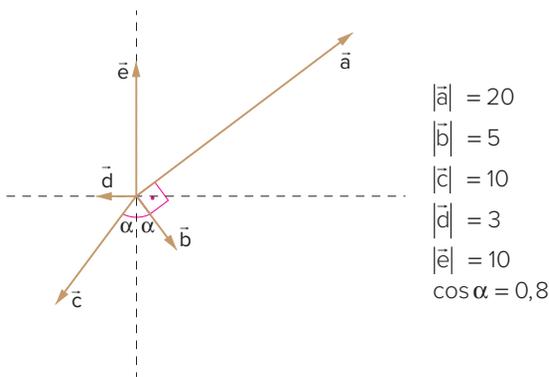


$|-\vec{a}|^2 = \left|\frac{\vec{b}}{2}\right|^2 + |\vec{R}|^2 - 2\left|\frac{\vec{b}}{2}\right||\vec{R}|\cos\alpha$

$15^2 = 7^2 + 400 - 2 \cdot 7 \cdot 20 \cdot \cos\alpha$

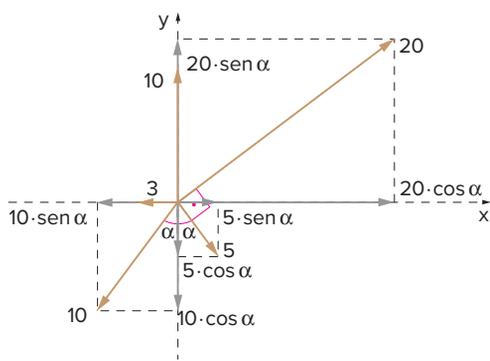
$280 \cdot \cos\alpha = 224 \Rightarrow \alpha = \text{arccos}0,8$

3 Determine a resultante dos seguintes vetores.



Resolução:

Utilizaremos aqui o método da decomposição de vetores:



Assim:

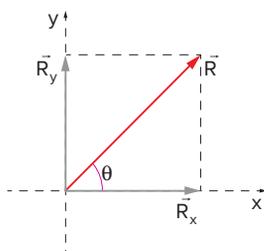
$$R_x = 20 \cdot \cos \alpha + 5 \cdot \sin \alpha - 3 - 10 \cdot \sin \alpha =$$

$$= 20 \cdot 0,8 + 5 \cdot 0,6 - 3 - 10 \cdot 0,6 = 10$$

$$R_y = 20 \cdot \sin \alpha + 10 - 5 \cdot \cos \alpha - 10 \cdot \cos \alpha =$$

$$= 20 \cdot 0,6 + 10 - 5 \cdot 0,8 - 10 \cdot 0,8 = 10$$

Então:



Assim:

$$|\vec{R}| = \sqrt{10^2 + 10^2} \Rightarrow |\vec{R}| = 10\sqrt{2} \text{ e}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{|\vec{R}_y|}{|\vec{R}_x|} = \frac{10}{10} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

Cinemática vetorial

Nos capítulos anteriores, estudamos o movimento de um ponto material de maneira escalar, ou seja, preocupamo-nos apenas com os módulos das grandezas espaço,

velocidade e aceleração. A direção dos movimentos foi considerada no instante em que se conheceu a trajetória, sendo ela a própria direção do movimento. Isso significa que, ao dizermos que um automóvel se move sobre a Via Dutra, do Rio de Janeiro para São Paulo, a 80 km/h, direção e sentido já estavam determinados.

Neste capítulo, posição, velocidade e aceleração são caracterizados como grandezas vetoriais.

Vetor posição

A posição de uma partícula em relação a um sistema de referência, independentemente da trajetória, é definida pelo vetor posição. Desse modo, o vetor posição \vec{r} de um ponto P em relação a um referencial O é dado pelo vetor com origem em O e extremidade em P.

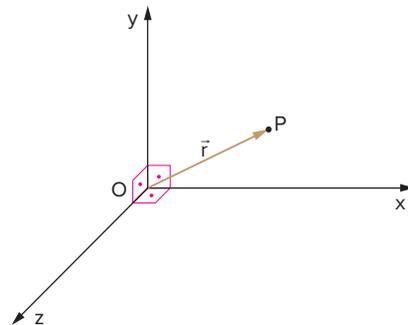


Fig. 39 Vetor posição.

Para o referencial O, escolhemos um sistema de coordenadas triortogonal Oxyz.

Podemos obter as projeções do vetor \vec{r} nos eixos x, y e z. Assim:

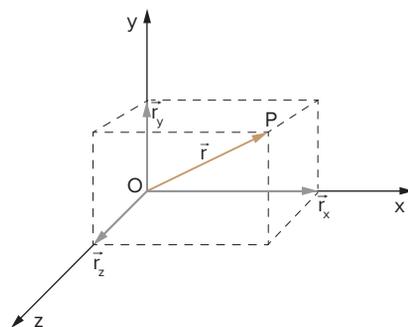


Fig. 40 Projeções do vetor posição.

$$\text{em que: } \vec{r} = \vec{r}_x + \vec{r}_y + \vec{r}_z \text{ ou: } \vec{r} = r_x \hat{i} + r_y \hat{j} + r_z \hat{k}$$

com \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} versores nos eixos x, y e z, respectivamente.

$$\text{Então: } |\vec{r}|^2 = |\vec{r}_x|^2 + |\vec{r}_y|^2 + |\vec{r}_z|^2$$

Vetor deslocamento

Seja uma partícula que se desloca sobre uma trajetória qualquer. Ela passa pelo ponto P_1 , de espaço s_1 , no instante t_1 e pelo P_2 , de espaço s_2 , no instante t_2 . O vetor posição da partícula em P_1 é \vec{r}_1 e em P_2 é \vec{r}_2 .

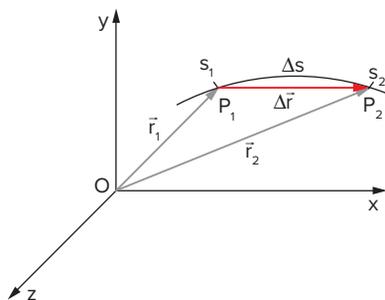


Fig. 41 Vetor deslocamento.

Sabemos, da Cinemática escalar, que a variação de espaço (Δs) é definida como $\Delta s = s_2 - s_1$.

Na Cinemática vetorial, definimos a variação do vetor posição, ou vetor deslocamento, como:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Note que:

$$|\Delta \vec{r}| \leq |\Delta s|$$

$|\Delta \vec{r}| = |\Delta s|$ quando a trajetória é retilínea.

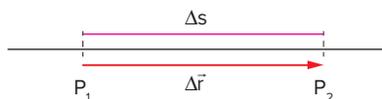


Fig. 42 Variação do espaço e módulo do vetor posição iguais.

Velocidade vetorial média

Sabemos que a velocidade escalar média (v_m) é dada pelo quociente entre a variação de espaço (Δs) e o intervalo de tempo (Δt):

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Analogamente, a velocidade vetorial média (\vec{v}_m) é definida pelo quociente entre a variação do vetor posição ($\Delta \vec{r}$) e o intervalo de tempo (Δt):

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Como Δt é um número real maior do que zero, então \vec{v}_m tem a mesma direção e sentido do vetor $\Delta \vec{r}$. Ainda:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

Assim:

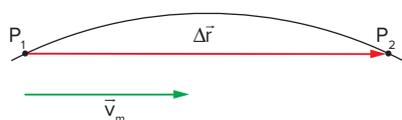


Fig. 43 Velocidade vetorial média.

Sabemos que:

$$|\Delta \vec{r}| \leq |\Delta s|$$

Logo:

$$\frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} \leq \frac{|\Delta s|}{\Delta t}$$

E, portanto:

$$|\vec{v}_m| \leq |v_m|$$

Na expressão acima:

$|\vec{v}_m|$ é o módulo da velocidade vetorial média.

$|v_m|$ é o módulo da velocidade escalar média.

e $|\vec{v}_m| = |v_m|$ quando a trajetória for retilínea.

Velocidade vetorial instantânea

Sabemos que a velocidade escalar instantânea (v) é dada por:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Analogamente, a velocidade vetorial instantânea (\vec{v}) pode ser definida como a velocidade vetorial média quando o intervalo de tempo se torna extremamente pequeno, ou seja, tendendo a zero ($\Delta t \rightarrow 0$):

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_m$$

Logo:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Em uma trajetória qualquer, para calcularmos a velocidade vetorial de uma partícula ao passar por um ponto P_1 , em um instante t_1 , tomamos a velocidade vetorial média entre o instante t_1 e um instante t_2 , em que a partícula passa pelo ponto P_2 . Se Δt tender a zero, t_2 tende a t_1 , aproximando-se deste. À medida que t_2 se aproxima de t_1 , P_2 se aproxima de P_1 , e a direção do vetor $\Delta \vec{r}$ (e, conseqüentemente, \vec{v}_m), de secante à trajetória, tende a ser tangente à trajetória no ponto P_1 .

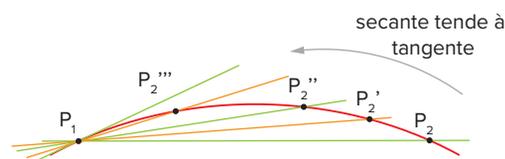


Fig. 44 Variação da direção do vetor deslocamento quando $\Delta t \rightarrow 0$.

Dessa forma, a direção da velocidade vetorial instantânea é a da tangente à trajetória no ponto considerado. O sentido é o mesmo do movimento.

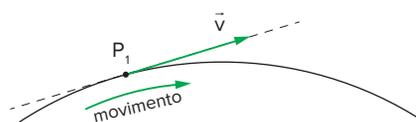


Fig. 45 Direção e sentido da velocidade vetorial instantânea.

Para o módulo de \vec{v} , quando Δt tende a zero, $|\Delta \vec{r}|$ também tende a zero, porém o quociente $\frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$ tende a um valor limite, que é o módulo da velocidade vetorial instantânea.

Temos também que, quando Δt tende a zero, $|\Delta s|$ tende a $|\Delta \vec{r}|$ e, então:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta s|}{\Delta t}$$

Logo:

$$|\vec{v}| = |v|$$

Ou seja, o módulo da velocidade vetorial instantânea é igual ao módulo da velocidade escalar instantânea.

Desse modo, no movimento uniforme, o módulo da velocidade vetorial é constante e, no movimento variado, ele é variável. No movimento retilíneo, a direção da velocidade vetorial é constante e, no movimento curvilíneo, ela é variável.

Movimento	Velocidade vetorial	
	Módulo	Direção
MRU	constante	constante
MRUV	variável	constante
MCU	constante	variável
MUV	variável	variável

Tab. 1 Comparação das velocidades vetoriais para vários movimentos.

Aceleração vetorial média

Sabemos que a aceleração escalar média (a_m) é dada pelo quociente entre a variação de velocidade (Δv) e o intervalo de tempo (Δt):

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Analogamente, a aceleração vetorial média (\vec{a}_m) é definida pelo quociente entre a variação da velocidade vetorial ($\Delta \vec{v}$) e o intervalo de tempo (Δt):

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Se uma partícula possui velocidade vetorial \vec{v}_1 ao passar pelo ponto P_1 , em um instante t_1 , e velocidade \vec{v}_2 ao passar por P_2 , em um instante t_2 , então:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

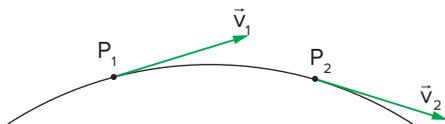


Fig. 46 Vetor velocidade para dois instantes distintos.

Assim, para $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, temos:

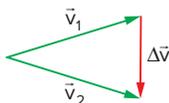
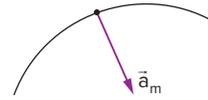


Fig. 47 Variação do vetor velocidade.

Como Δt é um número real maior do que zero, então \vec{a}_m tem a mesma direção e sentido do vetor $\Delta \vec{v}$. Ainda:

$$|\vec{a}_m| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}$$

Se a trajetória for curva, a aceleração vetorial média estará voltada para dentro da concavidade.



Pela desigualdade triangular:

$$|\Delta \vec{v}| \geq |\vec{v}_2| - |\vec{v}_1|$$

Logo:

$$\frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} \geq \frac{|\vec{v}_2| - |\vec{v}_1|}{\Delta t}$$

e:

$$\frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} \geq \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Portanto:

$$|\vec{a}_m| \geq |a_m|$$

Na expressão acima:

$|\vec{a}_m|$ é o módulo da aceleração vetorial média.

$|a_m|$ é o módulo da aceleração escalar média.

e $|\vec{a}_m| = |a_m|$ quando a trajetória for retilínea.

Aceleração vetorial instantânea

Sabemos que a aceleração escalar instantânea (a) é dada por:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Analogamente, a aceleração vetorial instantânea (\vec{a}) pode ser definida como a aceleração vetorial média quando o intervalo de tempo se torna extremamente pequeno, ou seja, tendendo a zero ($\Delta t \rightarrow 0$):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_m$$

Logo:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Para estudarmos a aceleração vetorial instantânea, é útil decompô-la em duas direções: tangencial e normal à trajetória.

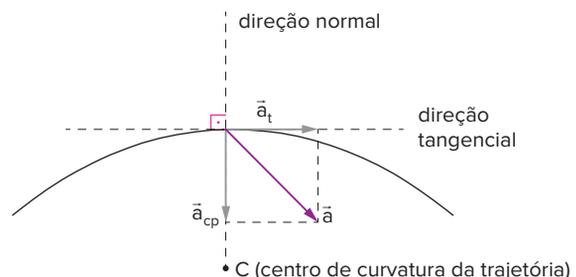


Fig. 48 Vetor aceleração resultante.

A componente do vetor aceleração que é tangente à trajetória é chamada aceleração tangencial (\vec{a}_t) e está relacionada com a variação do módulo de \vec{v} .

Pela própria definição, a direção de \vec{a}_t é a tangente à trajetória no instante considerado. Quanto ao sentido, é o mesmo de \vec{v} quando o movimento for acelerado e oposto ao de \vec{v} quando o movimento for retardado.

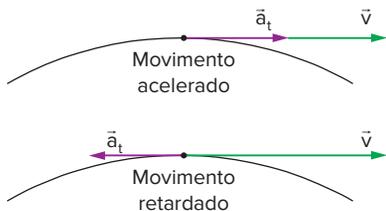


Fig. 49 Sentido da aceleração tangencial.

Como a aceleração tangencial mede a variação do módulo de \vec{v} , e o módulo de \vec{v} é igual ao módulo da velocidade escalar instantânea, cuja variação já é medida pela aceleração escalar instantânea, então: $|\vec{a}_t| = |a|$.

Resumindo, para \vec{a}_t , temos:

- **direção:** tangente à trajetória.
- **sentido:** o mesmo de \vec{v} quando acelerado e oposto ao de \vec{v} quando retardado.
- **módulo:** igual ao módulo da aceleração escalar.

Dessa forma, se o movimento é uniforme, a aceleração tangencial é nula.

A componente do vetor aceleração que é normal à trajetória é chamada de aceleração centrípeta (\vec{a}_{cp}) e está relacionada com a variação da direção de \vec{v} .

Pela própria definição, a direção de \vec{a}_{cp} é a normal à trajetória no instante considerado. Quanto ao sentido, é sempre orientado para o centro de curvatura da trajetória. Pode-se demonstrar que o módulo de \vec{a}_{cp} é dado pela expressão:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R}$$

em que v é o módulo de \vec{v} e R é o raio de curvatura da trajetória.

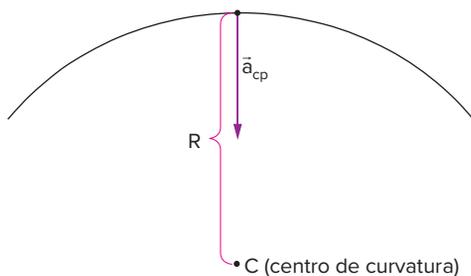


Fig. 50 Aceleração centrípeta.

Atenção

No caso do movimento circular, o raio de curvatura coincide com o raio da circunferência. Quando o movimento é curvo, mas não circular, podemos pensar que existe um $\Delta s \rightarrow 0$, com o ponto considerado em seu centro, e que este pequeno trecho é a aproximação de um "pedaço" de circunferência. O raio dessa circunferência é o raio de curvatura (R).

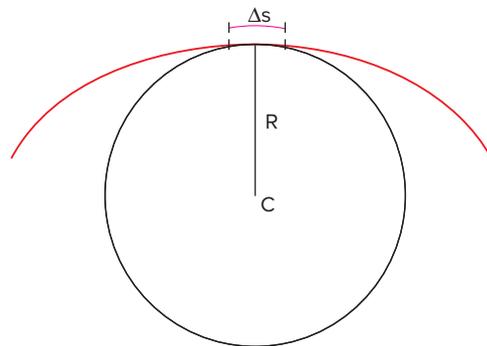


Fig. 51 Movimento curvo não circular.

Resumindo, para \vec{a}_{cp} , temos:

- **direção:** perpendicular à trajetória.
- **sentido:** para o centro de curvatura.
- **módulo:** $\frac{v^2}{R}$.

Dessa forma, se o movimento é retilíneo, $R \rightarrow \infty$ e a aceleração centrípeta é nula.

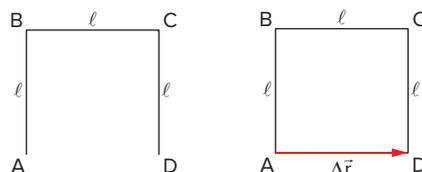
Movimento	Trajetória			
	Retilínea		Curvilínea	
	uniforme	variado	uniforme	variado
Módulo de \vec{v}	constante	variável	constante	variável
Direção de \vec{v}	constante	constante	variável	variável
\vec{a}_t	nula	não nula	nula	não nula
\vec{a}_{cp}	nula	nula	não nula	não nula
\vec{a}	0	\vec{a}_t	\vec{a}_{cp}	$\vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$

Tab. 2 Velocidade e aceleração vetorial para vários movimentos.

Exercícios resolvidos

4 Se um corpo percorre a trajetória ABCD sobre um quadrado de lado ℓ em um tempo Δt , como na figura, determine o módulo:

- da velocidade escalar média.
- da velocidade vetorial média.



Resolução:

a) $\Delta s = 3\ell \Rightarrow |v_m| = \frac{3\ell}{\Delta t}$ b) $|\Delta \vec{r}| = \ell \Rightarrow |\vec{v}_m| = \frac{\ell}{\Delta t}$

5 Um móvel descreve uma circunferência de raio 4 m, com período de 4 s. Determine, para um intervalo de 1 s de movimento, o módulo da:

- velocidade vetorial média.
- aceleração vetorial média.

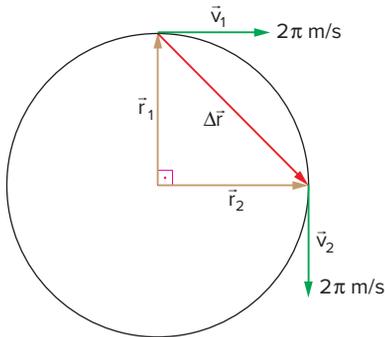
Resolução:

Se o período é 4 s, então, em 1 s, o móvel descreve $\frac{1}{4}$ de circunferência, o que equivale a um ângulo de $\frac{\pi}{2}$ rad.

A velocidade escalar instantânea do móvel é dada por:

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 4}{4} \Rightarrow v = 2\pi \text{ m/s}$$

Assim, no intervalo de 1 s:



a) $|\vec{v}_m| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$

Mas:

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{|\vec{r}_1|^2 + |\vec{r}_2|^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ m}$$

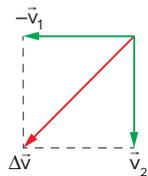
Logo:

$$|\vec{v}_m| = \frac{4\sqrt{2} \text{ m}}{1 \text{ s}} \Rightarrow |\vec{v}_m| = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

b) $|\vec{a}_m| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}$

com $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

e:



Então:

$$|\Delta \vec{v}| = \sqrt{|\vec{v}_1|^2 + |\vec{v}_2|^2} = \sqrt{(2\pi)^2 + (2\pi)^2} = 2\pi\sqrt{2} \text{ m/s}$$

Logo:

$$|\vec{a}_m| = \frac{2\pi\sqrt{2} \text{ m/s}}{1 \text{ s}} \Rightarrow |\vec{a}_m| = 2\pi\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

- 6 Um objeto move-se em uma circunferência de raio 2 m. Sua posição escalar varia com o tempo conforme a função:

$$s(t) = 3t^2 - 14t + 10$$

Determine o vetor aceleração desse objeto no instante $t = 3$ s.

Resolução:

Da equação do espaço:

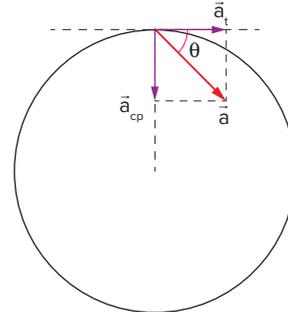
$$s(t) = 3t^2 - 14t + 10$$

podemos obter as equações de velocidade e aceleração:

$$v(t) = 6t - 14$$

$$a(t) = 6$$

Assim, no instante $t = 3$ s:



Mas:

$$|\vec{a}_t| = a = 6 \text{ m/s}^2$$

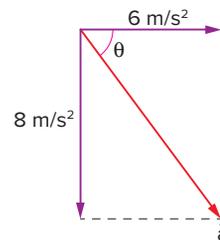
$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R}$$

em que $v(3) = 6 \cdot 3 - 14 = 4 \text{ m/s}$ e $R = 2 \text{ m}$

Logo:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{4^2}{2} = 8 \text{ m/s}^2$$

e:



$$|\vec{a}| = \sqrt{8^2 + 6^2} \Rightarrow |\vec{a}| = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\text{com } \text{tg} \theta = \frac{|\vec{a}_{cp}|}{|\vec{a}_t|} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta = \text{arctg}\left(\frac{4}{3}\right)$$

em que θ é o ângulo entre a aceleração vetorial e a sua decomposição na direção tangencial.

Composição de movimentos

Já vimos que o movimento de um corpo pode ser visto de diferentes maneiras, dependendo do observador. Isso significa que as grandezas espaço, velocidade e aceleração têm valores diferentes quando mudamos o referencial.

Vamos estudar um exemplo. Tomemos um homem (H) que se movimenta, dentro de um caminhão (C), com velocidade de 3 m/s para a direita. A velocidade do homem em relação ao caminhão é designada por \vec{v}_{HC} , em que $|\vec{v}_{HC}| = 3 \text{ m/s}$. Sendo assim, em 1 s, o homem se movimenta 3 m dentro do caminhão para a direita.

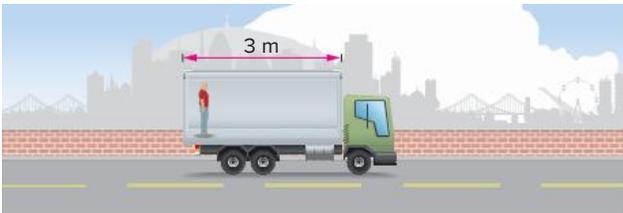


Fig. 52 Movimento do homem em relação ao caminhão.

Se o caminhão (C) começar a se mover com velocidade de 6 m/s para a direita em relação ao solo (S), designaremos essa velocidade por \vec{v}_{CS} , em que $|\vec{v}_{CS}| = 6$ m/s. Assim, a cada segundo, enquanto o homem se movimenta 3 m para a direita dentro do caminhão, este se move 6 m em relação ao solo.

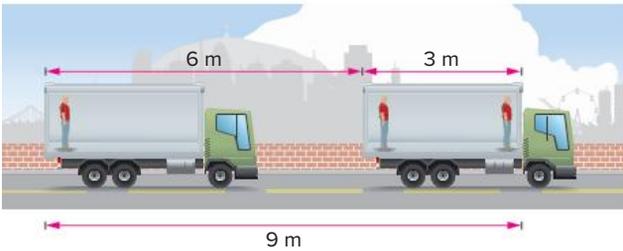


Fig. 53 Movimento do caminhão em relação ao solo.

Desse modo, o homem (H) se move 9 m em 1 s em relação ao solo (S). Essa velocidade é designada por \vec{v}_{HS} , em que $|\vec{v}_{HS}| = 9$ m/s. Teremos então:

$$\vec{v}_{HS} = \vec{v}_{HC} + \vec{v}_{CS}$$

Mesmo que os movimentos não aconteçam na mesma direção, podemos considerar as seguintes velocidades:

- \vec{v}_{AB} = velocidade de A em relação a B
- \vec{v}_{AC} = velocidade de A em relação a C
- \vec{v}_{CB} = velocidade de C em relação a B

Podemos montar a seguinte relação:

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AC} + \vec{v}_{CB}$$

Ao aplicar essa relação, estamos fazendo uma mudança de referencial: a velocidade de A medida pelo referencial C passa a ser medida pelo referencial B. Temos várias aplicações além da que já estudamos:

- | | | | | | |
|---|-----------|---|-----------|---|-----------|
| { | A – chuva | { | A – avião | { | A – barco |
| | B – solo | | B – solo | | B – solo |
| | C – carro | | C – ar | | C – água |

Essa relação entre velocidades vetoriais também é válida para deslocamentos vetoriais e acelerações vetoriais:

$$\vec{d}_{AB} = \vec{d}_{AC} + \vec{d}_{CB}$$

$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{AC} + \vec{a}_{CB}$$

! Atenção

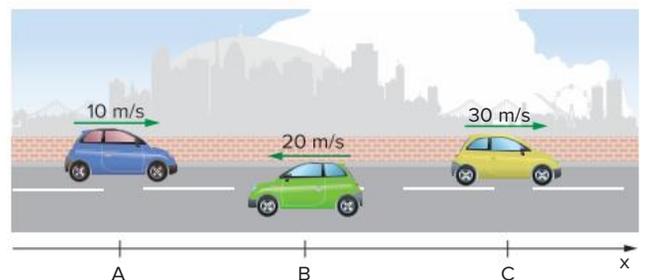
No estudo da composição de dois ou mais movimentos, Galileu Galilei propôs o princípio da simultaneidade ou da independência dos movimentos simultâneos, segundo o qual cada um dos movimentos se realiza como se os demais não existissem e no mesmo intervalo de tempo.

Exercícios resolvidos

- 7 Três carros, A, B e C, percorrem a mesma estrada, com velocidades iguais a 10 m/s para a direita, 20 m/s para a esquerda e 30 m/s para a direita, respectivamente. Determine módulo e sentido da:
- velocidade de B em relação a A.
 - velocidade de C em relação a B.
 - velocidade de A em relação a C.
 - velocidade de um carro D, de modo que os módulos das velocidades de A e B em relação a D sejam iguais.

Resolução:

Temos o seguinte esquema:



Sejam \vec{v}_{AS} , \vec{v}_{BS} e \vec{v}_{CS} as velocidades de A, B e C em relação ao solo, respectivamente.

a) Sabemos que:

$$\vec{v}_{BS} = \vec{v}_{BA} + \vec{v}_{AS} \Rightarrow \vec{v}_{BA} = \vec{v}_{BS} - \vec{v}_{AS}$$

Mas: $\vec{v}_{BS} = -20\hat{i}$ e $\vec{v}_{AS} = 10\hat{i}$, em que \hat{i} representa o sentido positivo do eixo x.

$$\text{Assim: } \vec{v}_{BA} = (-20\hat{i}) - (10\hat{i}) = -30\hat{i}$$

Logo, a velocidade de B em relação a A vale 30 m/s com sentido para a esquerda.

b) $\vec{v}_{CS} = \vec{v}_{CB} + \vec{v}_{BS} \Rightarrow \vec{v}_{CB} = \vec{v}_{CS} - \vec{v}_{BS}$

$$\text{em que: } \vec{v}_{CS} = 30\hat{i} \text{ e } \vec{v}_{BS} = -20\hat{i}$$

$$\text{Assim: } \vec{v}_{CB} = (30\hat{i}) - (-20\hat{i}) = 50\hat{i}$$

Logo, a velocidade de C em relação a B vale 50 m/s com sentido para a direita.

c) $\vec{v}_{AS} = \vec{v}_{AC} + \vec{v}_{CS} \Rightarrow \vec{v}_{AC} = \vec{v}_{AS} - \vec{v}_{CS}$

$$\text{em que: } \vec{v}_{AS} = 10\hat{i} \text{ e } \vec{v}_{CS} = 30\hat{i}$$

$$\text{Assim: } \vec{v}_{AC} = (10\hat{i}) - (30\hat{i}) = -20\hat{i}$$

Logo, a velocidade de A em relação a C vale 20 m/s com sentido para a esquerda.

Podemos observar que os módulos das velocidades relativas podem ser obtidos como a diferença dos módulos das velocidades dos carros em relação ao solo, quando eles caminham no mesmo sentido, e como a soma dos módulos das velocidades dos carros em relação ao solo, quando eles caminham em sentidos contrários.

d) $\vec{v}_{AD} = \vec{v}_{AS} - \vec{v}_{DS}$

$$\vec{v}_{BD} = \vec{v}_{BS} - \vec{v}_{DS}$$

Tomando um carro D que se mova para a direita com velocidade v : $\vec{v}_{DS} = v\hat{i}$

Assim:

$$\vec{v}_{AD} = (10\hat{i}) - (v\hat{i}) = (10 - v)\hat{i}$$

$$\vec{v}_{BD} = (-20\hat{i}) - (v\hat{i}) = (-20 - v)\hat{i}$$

Para que $|\vec{v}_{AD}| = |\vec{v}_{BD}|$, temos:

$$|10 - v| = |-20 - v|$$

$$|10 - v| = \begin{cases} 10 - v, & \text{se } v \leq 10 \\ -10 + v, & \text{se } v > 10 \end{cases}$$

$$|-20 - v| = \begin{cases} -20 - v, & \text{se } v \leq -20 \\ 20 + v, & \text{se } v > -20 \end{cases}$$

Assim:

- $v \leq -20$:

$$|10 - v| = 10 - v \quad \text{e} \quad |-20 - v| = 20 + v$$

não tem solução

- $-20 < v \leq 10$:

$$|10 - v| = 10 - v \quad \text{e} \quad |-20 - v| = 20 + v$$

$$10 - v = 20 + v \Rightarrow 2v = -10 \Rightarrow v = -5$$

- $v > 10$:

$$|10 - v| = v - 10 \quad \text{e} \quad |-20 - v| = 20 + v$$

não tem solução

Logo, D está se movendo com velocidade de 5 m/s para a esquerda.

De fato, nesse caso:

$$\vec{v}_{AD} = (10\hat{i}) - (-5\hat{i}) = 15\hat{i}$$

$$\vec{v}_{BD} = (-20\hat{i}) - (-5\hat{i}) = -15\hat{i}$$

Logo:

$$|\vec{v}_{AD}| = |\vec{v}_{BD}| = 15 \text{ m/s}$$

- 8** Um barco desce 60 km de um rio em 1 hora e sobe o mesmo trecho em 2 horas. Sabendo que a potência do barco é constante, tanto ao subir quanto ao descer o rio, determine:

- a velocidade do barco em relação ao rio.
- a velocidade do rio em relação às margens.
- o tempo que o barco leva para descer o mesmo trecho com o motor desligado.
- qual deveria ser a velocidade do barco em relação ao mesmo rio, se o tempo para subir os 60 km do rio fosse o triplo do tempo para descer.

Resolução:

Sabemos que: $\vec{v}_{BS} = \vec{v}_{BR} + \vec{v}_{RS}$

\vec{v}_{BS} : velocidade do barco em relação ao solo

\vec{v}_{BR} : velocidade do barco em relação ao rio

\vec{v}_{RS} : velocidade do rio em relação ao solo

Assim, ao descer o rio, \vec{v}_{BR} e \vec{v}_{RS} têm o mesmo sentido e:

$$|\vec{v}_{BS}| = v_B + v_R$$

em que:

$$v_B = |\vec{v}_{BS}| \quad \text{e} \quad v_R = |\vec{v}_{RS}|$$

Ao subir o rio, \vec{v}_{BR} e \vec{v}_{RS} têm sentidos contrários e:

$$|\vec{v}_{BS}| = v_B - v_R$$

Para descer os 60 km:

$$|\vec{v}_{BS}| = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_B + v_R = \frac{60 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 60 \text{ km/h} \quad (\text{I})$$

Para subir os 60 km:

$$|\vec{v}_{BS}| = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_B - v_R = \frac{60 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 30 \text{ km/h} \quad (\text{II})$$

Resolvendo as equações (I) e (II), obtemos:

- $v_B = 45 \text{ km/h}$
- $v_R = 15 \text{ km/h}$
- Com o motor desligado, o barco terá, em relação ao solo, a velocidade do rio. Assim:

$$t = \frac{\Delta s}{|\vec{v}_{BS}|} \Rightarrow t = \frac{60 \text{ km}}{15 \text{ km/h}} \Rightarrow t = 4 \text{ h}$$

- Sabemos que $|\vec{v}_{RS}| = 15 \text{ km/h}$. Assim:

$$t_{\text{subir}} = \frac{60}{v_B - 15} \quad \text{e} \quad t_{\text{descer}} = \frac{60}{v_B + 15}$$

Como $t_{\text{subir}} = 3t_{\text{descer}}$:

$$\frac{60}{v_B - 15} = 3 \cdot \frac{60}{v_B + 15} \Rightarrow v_B + 15 = 3v_B \quad 45$$

$$2v_B = 60 \Rightarrow v_B = 30$$

$$|\vec{v}_{BR}| = 30 \text{ km/h}$$

- 9** Uma chuva cai verticalmente, mas deixa marcas de 60° com a horizontal nas janelas laterais de um carro que se move a $10\sqrt{3} \text{ km/h}$ em relação à estrada. Determine:
- a velocidade da chuva em relação à estrada.
 - qual deveria ser a velocidade do carro para que a chuva deixasse marcas de 30° com a horizontal nas janelas.

Resolução:

Para o problema, temos:

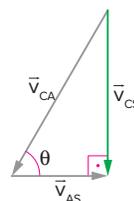
$$\vec{v}_{CS} = \vec{v}_{CA} + \vec{v}_{AS}$$

\vec{v}_{CS} : velocidade da chuva em relação ao solo

\vec{v}_{CA} : velocidade da chuva em relação ao automóvel

\vec{v}_{AS} : velocidade do automóvel em relação ao solo

Esquemáticamente, temos:



com $\theta = 60^\circ$ e $|\vec{v}_{AS}| = 10\sqrt{3} \text{ km/h}$

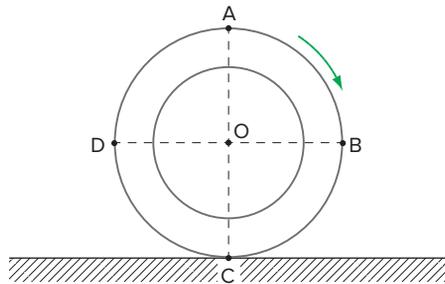
- Do triângulo de velocidades:

$$\text{tg}\theta = \frac{|\vec{v}_{CS}|}{|\vec{v}_{AS}|} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{|\vec{v}_{CS}|}{10\sqrt{3}} \Rightarrow |\vec{v}_{CS}| = 30 \text{ km/h}$$

- Sabemos agora que $|\vec{v}_{CS}| = 30 \text{ km/h}$. Se $\theta = 30^\circ$:

$$\text{tg}\theta = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{30}{|\vec{v}_{AS}|} \Rightarrow |\vec{v}_{AS}| = 30\sqrt{3} \text{ km/h}$$

- 10 Um automóvel desenvolve, em uma estrada plana e horizontal, movimento retilíneo e uniforme com velocidade de módulo v . Supondo que suas rodas rolem sem escorregar, calcule, em relação ao plano de rolamento, os módulos das velocidades instantâneas dos pontos A, B, C, D e O, indicados na figura a seguir.



Resolução:

Neste exercício, a roda não pode ser considerada uma partícula, mas um corpo extenso. E o movimento em relação ao referencial inercial (no nosso caso o solo) de um ponto qualquer pertencente a um corpo extenso pode ser estudado como a composição de dois movimentos simultâneos:

- movimento do ponto em relação ao seu centro de massa (por enquanto apenas nos referiremos ao centro geométrico) – também é chamado de movimento de rotação em torno do centro de massa.
- movimento do centro de massa em relação ao referencial inercial – também é chamado de translação do centro de massa.

Em termos de velocidade, podemos escrever:

$$\vec{v}_{PS} = \vec{v}_{PC} + \vec{v}_{CS}$$

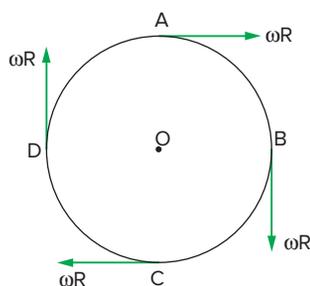
em que:

\vec{v}_{PS} é a velocidade do ponto P qualquer em relação ao solo.

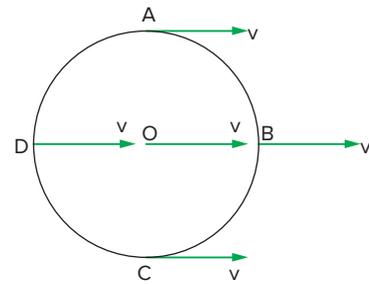
\vec{v}_{PC} é a velocidade do ponto P qualquer em relação ao centro da roda, o ponto O.

\vec{v}_{CS} é a velocidade do centro da roda em relação ao solo.

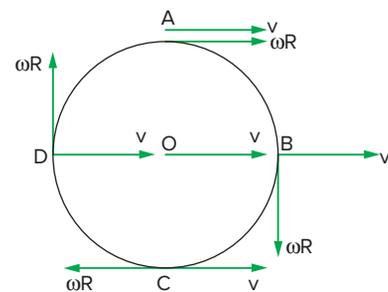
No movimento de rotação, todos os pontos giram com a mesma velocidade angular ω em torno do centro. Se o raio da roda é igual a R , então os pontos da periferia da roda, devido exclusivamente à rotação, possuem velocidades vetoriais (\vec{v}_{PC}) de módulos iguais a ωR :



No movimento de translação, o centro da roda possui velocidade de translação v e, portanto, devido exclusivamente à translação, todos os pontos possuem essa mesma velocidade vetorial (\vec{v}_{CS}) de módulo v :



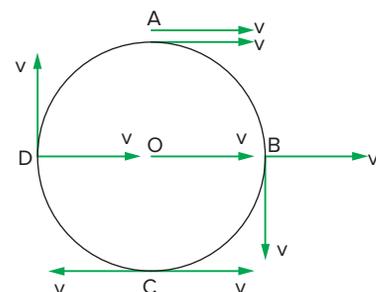
A composição desses dois movimentos simultâneos, dada pela soma vetorial $\vec{v}_{PC} + \vec{v}_{CS}$ para cada ponto, pode ser representada pela figura a seguir:



No caso de a roda rolar sem escorregar, o ponto da roda que estiver em contato com o solo não poderá possuir nenhuma velocidade em relação a este, ou seja, velocidade nula. E isso acontece quando tivermos $v = \omega R$.

Quando $v > \omega R$ ou quando $v < \omega R$, haverá escorregamento. Um exemplo de $v > \omega R$ se dá quando um carro, tentando frear, trava seus pneus parcialmente. Um exemplo de $v < \omega R$ se dá quando um carro, ao acelerar partindo do repouso, gira os pneus quase sem sair do lugar.

Assim, com $v = \omega R$, teremos:



E os módulos das velocidades vetoriais de cada ponto, em relação ao referencial inercial, são dados por:

$$\begin{aligned} v_A &= 2v \\ v_B &= v\sqrt{2} \\ v_C &= 0 \\ v_D &= v\sqrt{2} \\ v_O &= v \end{aligned}$$

11 Um barco se movimenta com velocidade de 4 m/s em relação ao rio, cuja velocidade da correnteza é de 3 m/s. A distância entre as margens vale 400 m. Determine:

- a velocidade do barco em relação às margens quando desce o rio.
- a velocidade do barco em relação às margens quando sobe o rio.
- o menor tempo de travessia do rio.
- o local que o barco atinge na outra margem no caso do item c.
- a velocidade do barco em relação às margens no caso do item c.
- a direção da velocidade do barco quando este atravessar o rio pela menor distância.
- a velocidade do barco em relação às margens no caso do item f.
- o tempo de travessia no caso do item f.

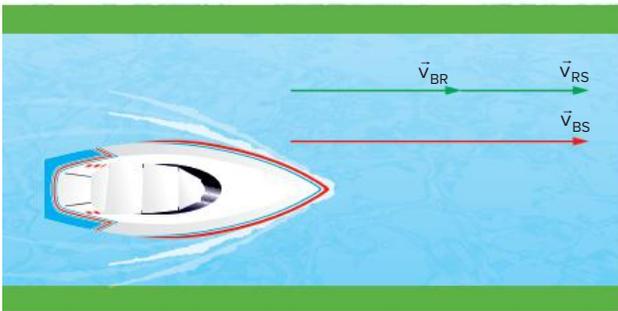
Resolução:

Em qualquer movimento do barco, teremos:

$$\vec{v}_{BS} = \vec{v}_{BR} + \vec{v}_{RS}$$

em que: $|\vec{v}_{BR}| = 4 \text{ m/s}$ e $|\vec{v}_{RS}| = 3 \text{ m/s}$

a) Se o barco estiver descendo o rio, temos:



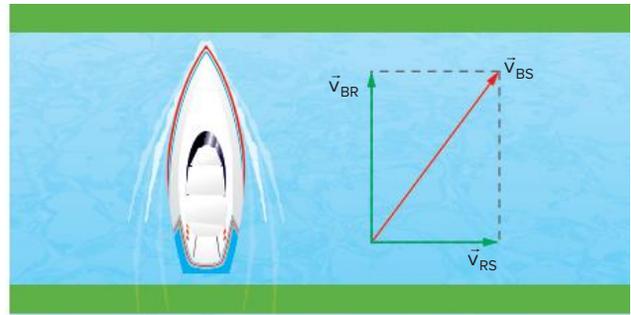
$$|\vec{v}_{BS}| = |\vec{v}_{BR}| + |\vec{v}_{RS}| = 4 \text{ m/s} + 3 \text{ m/s} \Rightarrow |\vec{v}_{BS}| = 7 \text{ m/s}$$

b) Se o barco estiver subindo o rio, temos:



$$|\vec{v}_{BS}| = |\vec{v}_{BR}| - |\vec{v}_{RS}| = 4 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s} \Rightarrow |\vec{v}_{BS}| = 1 \text{ m/s}$$

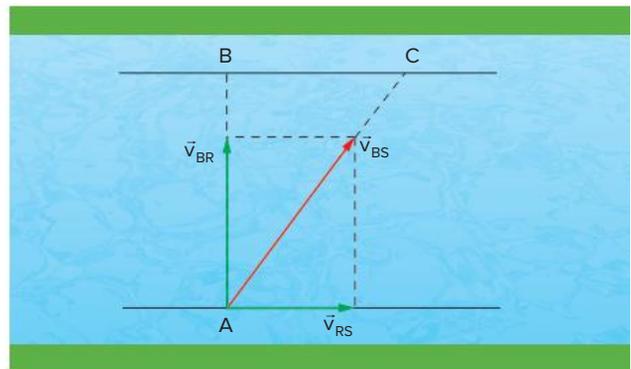
c) Se o barco quiser atravessar o rio no menor tempo, deverá manter a direção de sua velocidade em relação ao rio perpendicular às margens:



O tempo de travessia será dado pela razão entre a distância entre as margens e o módulo da projeção de \vec{v}_{BS} nesta direção, que é \vec{v}_{BR} :

$$t = \frac{\Delta s}{|\vec{v}_{BR}|} = \frac{400 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} \Rightarrow t = 100 \text{ s}$$

d)



O barco atinge o ponto C.

A distância BC é dada pelo produto do tempo de travessia pelo módulo da projeção de \vec{v}_{BS} na direção BC, que é \vec{v}_{RS} :

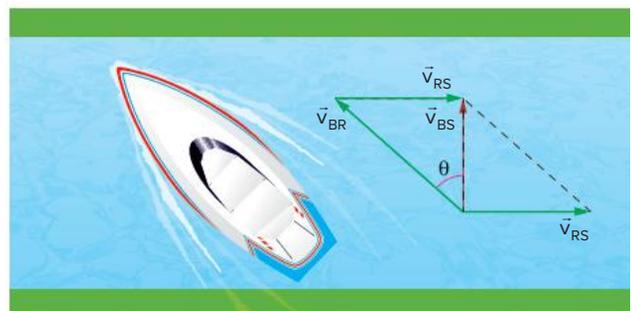
$$BC = |\vec{v}_{RS}| \cdot t = (3 \text{ m/s}) \cdot (100 \text{ s}) \Rightarrow BC = 300 \text{ m}$$

Para todas as distâncias, no caso do item c, temos:

$$\frac{AB}{|\vec{v}_{BR}|} = \frac{BC}{|\vec{v}_{RS}|} = \frac{AC}{|\vec{v}_{BS}|} = t_{\text{travessia}}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } |\vec{v}_{BS}|^2 &= |\vec{v}_{BR}|^2 + |\vec{v}_{RS}|^2 = 4^2 (\text{m/s})^2 + 3^2 (\text{m/s})^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow |\vec{v}_{BS}| = 5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

f) Se o barco quiser atravessar o rio pela menor distância, deverá manter a direção de sua velocidade em relação ao solo perpendicular às margens:



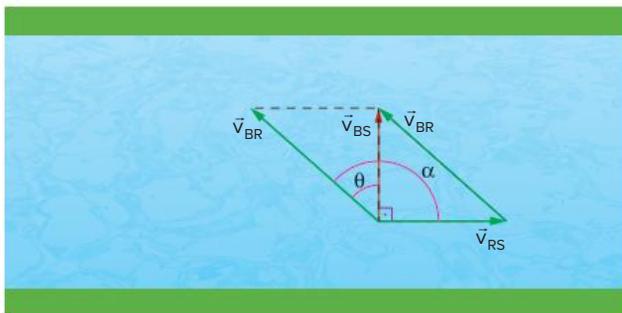
Assim:

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{|\vec{v}_{RS}|}{|\vec{v}_{BR}|} = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta = \arcsen\left(\frac{3}{4}\right)$$

E o ângulo que a direção do barco, dada por \vec{v}_{BR} , forma com a correnteza, dada por \vec{v}_{RS} , será:

$$\alpha = 90^\circ + \theta$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + \arcsen\left(\frac{3}{4}\right)$$



$$\begin{aligned} \text{g)} \quad |\vec{v}_{BS}|^2 &= |\vec{v}_{BR}|^2 - |\vec{v}_{RS}|^2 = 4^2(\text{m/s})^2 - 3^2(\text{m/s})^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow |\vec{v}_{BS}| = \sqrt{7} \text{ m/s} \end{aligned}$$

h) O tempo de travessia será dado pela razão entre a distância entre as margens e o módulo da projeção de \vec{v}_{BS} nesta direção, que é \vec{v}_{BS} :

$$t = \frac{\Delta s}{|\vec{v}_{BS}|} = \frac{400 \text{ m}}{\sqrt{7} \text{ m/s}} \Rightarrow t = \frac{400\sqrt{7}}{7} \text{ s}$$

! Atenção

- A direção da trajetória do barco em relação às margens é dada pela direção do vetor \vec{v}_{BS} .
- A direção do eixo longitudinal do barco é dada pela direção do vetor \vec{v}_{BR} .
- Quando se diz que a velocidade de um barco é de 10 km/h sem fazer menção do referencial, então a velocidade de 10 km/h é dada em relação ao meio em que se move, a água. Do mesmo modo, quando se diz que a velocidade de um avião é de 300 km/h sem fazer menção do referencial, então a velocidade de 300 km/h é dada em relação ao ar (vento).
- Tudo o que foi estudado no exemplo do barco que se move no rio pode ser aplicado nos outros exemplos citados.

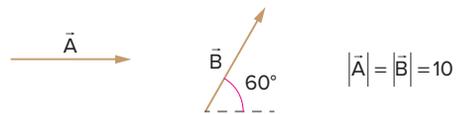
Revisando

- 1 Dois vetores, \vec{A} e \vec{B} , possuem módulos iguais a 6 N e 8 N. Determine:
- o módulo de $\vec{A} + \vec{B}$ quando os vetores formam um ângulo de 90° entre si.
 - o menor módulo possível de $\vec{A} + \vec{B}$.
 - o maior módulo possível de $\vec{A} + \vec{B}$.

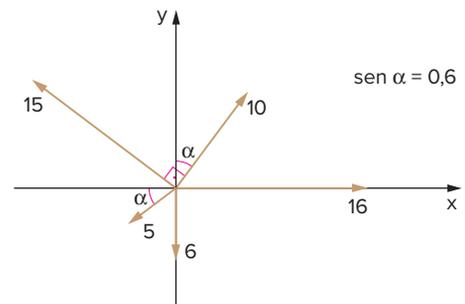
- 2 Determine o vetor soma $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$, calculando o seu módulo e o ângulo formado com a horizontal.



3 Determine o vetor diferença $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$, calculando o seu módulo e o ângulo formado com a horizontal.



4 Determine o vetor soma dos vetores da figura ao lado, calculando o seu módulo e o ângulo formado com a horizontal.



5 Um corpo descreve um movimento circular uniforme de raio 2 m com velocidade de módulo 4 m/s. Determine:

- o período do movimento.
- o tempo que o corpo leva para percorrer um quarto de circunferência entre os pontos A e B.
- a distância percorrida entre A e B.
- o módulo do vetor deslocamento do corpo entre A e B.
- o módulo da velocidade vetorial média do corpo entre A e B.
- o módulo da aceleração centrípeta do corpo.
- o módulo da aceleração vetorial média do corpo entre A e B.

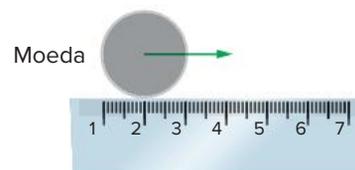
- 6 Um objeto move-se em uma circunferência de raio 8 m. Sua velocidade escalar varia com o tempo, conforme a função: $v = 6t + 2$ (SI). Para $t = 1$ s, calcule:
- o módulo da velocidade vetorial.
 - o módulo da aceleração tangencial.
 - o módulo da aceleração centrípeta.
 - o módulo da aceleração vetorial.
 - o ângulo formado entre a aceleração vetorial e a direção tangencial.
- 7 Um barco desce 30 km de um rio em 2 h e sobe o mesmo trecho em 6 h. Sabendo que a potência do barco é constante, tanto ao subir quanto ao descer o rio, determine:
- a velocidade do barco em relação ao rio.
 - a velocidade do rio em relação às margens.
 - o tempo que o barco leva para descer o mesmo trecho com o motor desligado.

- 8 Um barco navega em um rio de 4 km de largura. A velocidade do barco em relação ao rio é igual a 20 km/h e a velocidade da correnteza é de 15 km/h. Determine:
- a velocidade do barco em relação às margens quando desce o rio.
 - a velocidade do barco em relação às margens quando sobe o rio.
 - o menor tempo de travessia.
 - o local que o barco atinge na outra margem, no caso do item c.
 - a velocidade do barco em relação às margens, no caso do item c.
 - a direção da velocidade do barco em relação à correnteza, quando o barco atravessar o rio pela menor distância.
 - a velocidade do barco em relação às margens, no caso do item f.
 - o tempo de travessia, no caso do item f.

- 9 Na figura ao lado, a moeda rola sem escorregar sobre uma régua. A moeda possui diâmetro igual a 4 cm, parte da posição “2 cm” e atinge a posição “6 cm” em 2 s.

Determine:

- a velocidade do centro da moeda em relação à mesa.
- a velocidade instantânea do ponto mais alto da moeda.
- a velocidade angular da moeda em torno de seu centro.

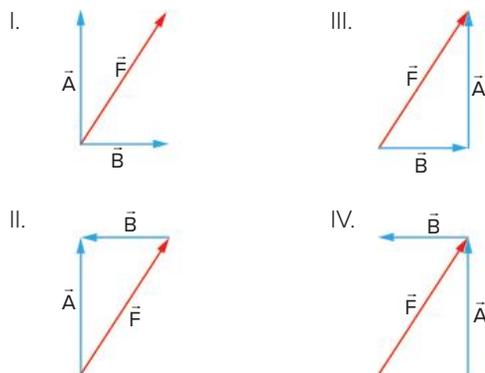


Exercícios propostos

1 FMABC As grandezas físicas podem ser escalares ou vetoriais. As vetoriais são aquelas que possuem caráter direcional. Das alternativas abaixo, assinale aquela que tem apenas grandezas vetoriais.

- A Força, massa e tempo.
- B Tempo, temperatura e velocidade.
- C Potência, temperatura e densidade.
- D Deslocamento, massa e trabalho.
- E Velocidade, força e deslocamento.

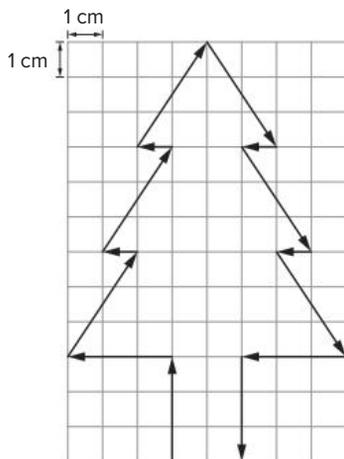
2 UFPB Considere os vetores \vec{A} , \vec{B} e \vec{F} nos diagramas numerados de I a IV.



Os diagramas que, corretamente, representam a relação vetorial $\vec{F} = \vec{A} - \vec{B}$ são apenas:

- A I e III.
- B II e IV.
- C II e III.
- D III e IV.
- E I e IV.

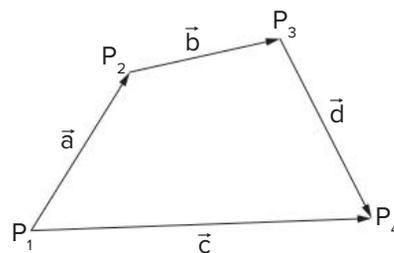
3 Acafe 2015 Considere a árvore de natal de vetores, montada conforme a figura a seguir.



A alternativa correta que apresenta o módulo, em cm, do vetor resultante é:

- A 4
- B 0
- C 2
- D 6

4 Mackenzie 2016



Uma partícula move-se do ponto P_1 e P_4 em três deslocamentos vetoriais sucessivos \vec{a} , \vec{b} e \vec{d} . O vetor \vec{c} representa o vetor deslocamento resultante dos três vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{d} . Então o vetor deslocamento \vec{d} é

- A $\vec{c} - (\vec{a} + \vec{b})$
- B $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
- C $(\vec{a} + \vec{c}) - \vec{b}$
- D $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$
- E $\vec{c} - \vec{a} + \vec{b}$

5 UnB Considere um relógio com mostrador circular de 10 cm de raio, e cujo ponteiro dos minutos tem comprimento igual ao raio do mostrador. Considere esse ponteiro como vetor de origem no centro do relógio e direção variável. O módulo da soma dos três vetores determinados pela posição desse ponteiro quando o relógio marca exatamente 12h, 12h20min e 12h40min é, em centímetros, igual a:

- A 30
- B $10(1 + \sqrt{3})$
- C nulo
- D 20
- E 37

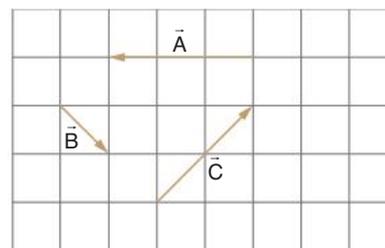
6 UnitaU Consideramos quatro vetores de módulos iguais a 5,0, tais que, ao se determinar sua resultante pelo método do polígono, observa-se um quadrado, dando resultante nula. Se trocarmos os sentidos de dois deles, consecutivos, a resultante terá módulo aproximadamente igual a:

- A zero
- B 5,0
- C 8,0
- D 10,0
- E 14,0

7 Unifor A soma de dois vetores de módulos 12 N e 18 N tem certamente o módulo compreendido entre:

- A 6 N e 18 N
- B 6 N e 30 N
- C 12 N e 18 N
- D 12 N e 30 N
- E 29 N e 31 N

8 Fatec Dados os vetores A, B e C, representados na figura em que cada quadrícula apresenta lado correspondente a uma unidade de medida, é correto afirmar que a resultante dos vetores tem módulo:



- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 6

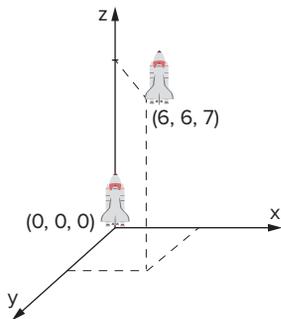
- 9 EEAR 2019** Dois vetores V_1 e V_2 formam entre si um ângulo θ e possuem módulos iguais a 5 unidades e 12 unidades, respectivamente. Se a resultante entre eles tem módulo igual a 13 unidades, podemos afirmar corretamente que o ângulo θ entre os vetores V_1 e V_2 vale:
- A 0° B 45° C 90° D 180°

- 10** Dados os vetores: $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{b} = -3\vec{i} - \vec{j}$ e $\vec{c} = 5\vec{i} - 4\vec{j}$, em que \vec{i} e \vec{j} são vetores ortogonais, resolva a equação: $\vec{c} = \lambda\vec{b} + \mu\vec{a}$.

- 11** Dois vetores perpendiculares entre si, \vec{a} e \vec{b} , são tais que:
- $$|\vec{a}| + |\vec{b}| = 17 \quad \text{e} \quad |\vec{a} + \vec{b}| = 13$$

Determine os módulos de \vec{a} e \vec{b} , sabendo que $|\vec{a}| > |\vec{b}|$.

- 12 Enem** Um foguete foi lançado do marco zero de uma estação e após alguns segundos atingiu a posição (6, 6, 7) no espaço, conforme mostra a figura. As distâncias são medidas em quilômetros.



Considerando que o foguete continuou sua trajetória, mas se deslocou 2 km para frente na direção do eixo x, 3 km para trás na direção do eixo y, e 11 km para frente, na direção do eixo z, então o foguete atingiu a posição:

- A (17, 3, 9) C (6, 18, 3) E (3, 8, 18)
 B (8, 3, 18) D (4, 9, -4)

- 13 PUC-RS** As informações a seguir referem-se a um movimento retilíneo realizado por um objeto qualquer.
- A velocidade vetorial pode mudar de sentido.
 - A velocidade vetorial tem sempre módulo constante.
 - A velocidade vetorial tem direção constante.

A alternativa que representa corretamente o movimento retilíneo é:

- A todas. D somente II e III.
 B somente III. E somente I e III.
 C somente II.

- 14 Esal** O movimento retilíneo uniformemente acelerado tem as seguintes características.
- A Aceleração normal nula; aceleração tangencial constante diferente de zero e de mesmo sentido que a velocidade.
 B Aceleração normal constante diferente de zero; aceleração tangencial nula.

- C Aceleração normal nula; aceleração tangencial constante diferente de zero e de sentido oposto ao da velocidade.
 D Aceleração normal constante diferente de zero e de mesmo sentido que a velocidade.
 E As acelerações normal e tangencial não são grandezas relevantes ao tratamento deste tipo de movimento.

- 15 PUC-Minas** Leia atentamente os itens a seguir, tendo em vista um movimento circular e uniforme.
- A direção da velocidade é constante.
 - O módulo da velocidade não é constante.
 - A aceleração é nula.

Assinale:

- A se apenas I e III estiverem incorretas.
 B se todas estiverem incorretas.
 C se apenas I estiver incorreta.
 D se apenas II estiver incorreta.
 E se apenas III estiver incorreta.

- 16 UFRGS 2012** A figura abaixo apresenta, em dois instantes, as velocidades v_1 e v_2 de um automóvel que, em um plano horizontal, se desloca numa pista circular.



Com base nos dados da figura, e sabendo-se que os módulos dessas velocidades são tais que $v_1 > v_2$, é correto afirmar que

- A a componente centrípeta da aceleração é diferente de zero.
 B a componente tangencial da aceleração apresenta a mesma direção e o mesmo sentido da velocidade.
 C o movimento do automóvel é circular uniforme.
 D o movimento do automóvel é uniformemente acelerado.
 E os vetores velocidade e aceleração são perpendiculares entre si.

- 17 UEPG 2016** Sobre o movimento dos corpos, assinale o que for correto.

- A trajetória retilínea ou curvilínea descrita por um corpo depende do sistema de referência adotado.
- No movimento circular uniforme, as acelerações tangencial e centrípeta são nulas.
- Fisicamente, o ponto material é qualquer corpo cujas dimensões não interfiram no estudo de determinado fenômeno.
- Em um movimento retilíneo uniforme, o valor da tangente trigonométrica no gráfico posição (x) em função do tempo (t) nos fornece o valor da aceleração descrita pelo movimento de um corpo.
- Um carro faz uma viagem de Ponta Grossa a Curitiba e fica 10 min parado devido ao pedágio. Para calcular sua velocidade média na viagem, deve-se descontar do tempo total o tempo em que ele não estava se movimentando.

Soma:

18 Unifor As afirmações abaixo referem-se ao movimento de um automóvel que percorre, com velocidade escalar constante de 60 km/h, um trecho de estrada com muitas curvas, durante 16 min.

- I. O deslocamento escalar foi de 16 km.
- II. A aceleração vetorial do automóvel foi constante.
- III. A aceleração vetorial do automóvel foi sempre nula.

Dentre as afirmações:

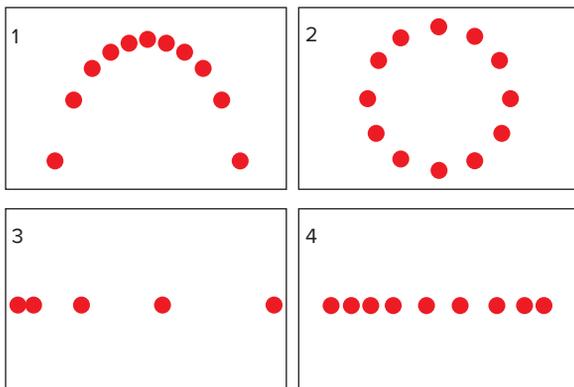
- A somente I é correta.
- B somente II é correta.
- C somente III é correta.
- D somente II e III são corretas.
- E todas são corretas.

19 UFMS No estudo do movimento, é correto afirmar que:

- A em movimento uniforme, o vetor velocidade nunca varia.
- B em trajetória retilínea, pode haver aceleração centrípeta.
- C em movimento uniforme, pode haver aceleração.
- D em movimento retilíneo e uniforme, o vetor aceleração pode variar.
- E em movimento uniformemente variado, a velocidade nunca pode ser nula.

20 FCC Durante o seu estudo de mecânica, um aluno realizou diversas experiências de laboratório. Revisando-as, reuniu as figuras 1, 2, 3 e 4, obtidas em experiências diferentes. Os pontos indicam as posições de um móvel, obtidas em intervalos de tempo iguais.

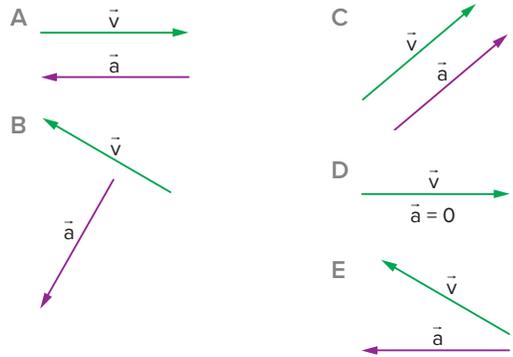
Analisando as figuras, ocorreu ao aluno a seguinte pergunta: "Em quais das experiências a aceleração do móvel não foi nula?".



Respondeu à questão, afirmando:

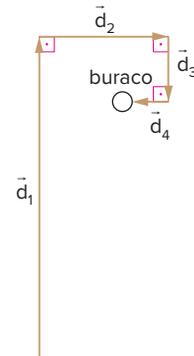
- A apenas em 1 e 3.
- B apenas em 1, 3 e 4.
- C apenas em 2 e 4.
- D apenas em 2, 3 e 4.
- E nas quatro.

21 UFG Associe as alternativas A, B, C, D e E abaixo com as proposições I, II, III, IV e V. \vec{v} e \vec{a} são a velocidade e a aceleração instantâneas, respectivamente:



- I. movimento de velocidade vetorial constante no tempo.
- II. movimento retilíneo acelerado.
- III. movimento retilíneo retardado.
- IV. movimento circular de velocidade escalar constante.
- V. movimento circular uniformemente acelerado.

22 Uneb Um jogador de golfe necessita de quatro tacadas para colocar a bola no buraco. Os quatro deslocamentos estão representados na figura ao lado. Sendo $d_1 = 15$ m, $d_2 = 6,0$ m, $d_3 = 3,0$ m e $d_4 = 1,0$ m, a distância inicial da bola ao buraco era, em metros, igual a:

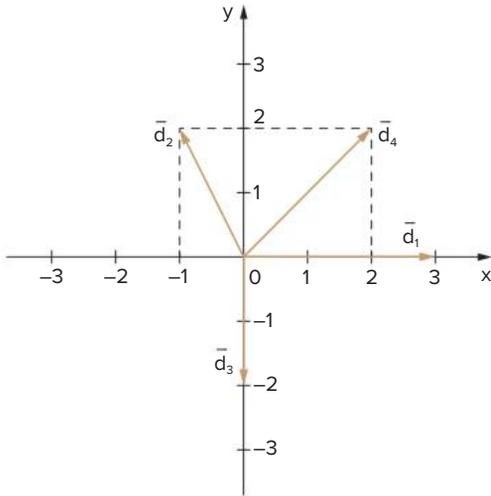


- A 5,0
- B 11
- C 13
- D 17
- E 25

23 UFPB Um cidadão está à procura de uma festa. Ele parte de uma praça, com a informação de que o endereço procurado estaria situado a 2 km ao norte. Após chegar ao referido local, ele recebe nova informação de que deveria se deslocar 4 km para o leste. Não encontrando ainda o endereço, o cidadão pede informação a outra pessoa, que diz estar a festa acontecendo a 5 km ao sul daquele ponto. Seguindo essa dica, ele finalmente chega ao evento. Na situação descrita, o módulo do vetor deslocamento do cidadão, da praça até o destino final, é:

- A 11 km
- B 7 km
- C 5 km
- D 4 km
- E 3 km

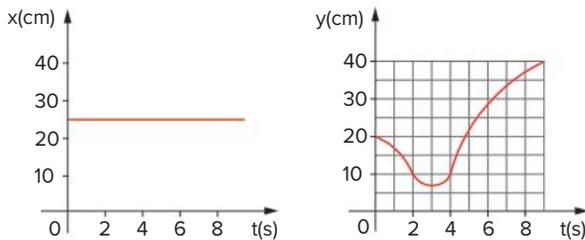
- 24 UFPB** Uma bola de bilhar sofre quatro deslocamentos sucessivos representados pelos vetores \vec{d}_1 , \vec{d}_2 , \vec{d}_3 e \vec{d}_4 , apresentados no diagrama a seguir.



O deslocamento resultante \vec{d} da bola está corretamente descrito em:

- A $\vec{d} = -4\hat{i} + 2\hat{j}$ C $\vec{d} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ E $\vec{d} = 4\hat{i} + 4\hat{j}$
 B $\vec{d} = -2\hat{i} + 4\hat{j}$ D $\vec{d} = 4\hat{i} + 2\hat{j}$

- 25 FCMSC** Uma partícula se move em um plano, em relação a um sistema de eixos cartesianos fixos, sendo x e y as coordenadas de sua posição. Os gráficos a seguir nos dão x e y em função do tempo t .

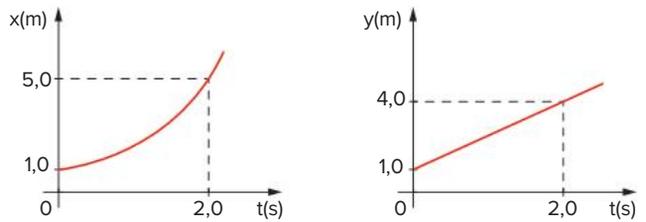


Dentre os valores a seguir, o que mais se aproxima do módulo do vetor deslocamento do móvel entre os instantes $t = 2,0$ s e $t = 9,0$ s é:

- A 10 cm C 30 cm E 50 cm
 B 20 cm D 40 cm

- 26 Insper 2019** Existem cidades no mundo cujo traçado visto de cima assemelha-se a um tabuleiro de xadrez. Considere um ciclista trafegando por uma dessas cidades, percorrendo, inicialmente, 2,0 km no sentido leste, seguindo por mais 3,0 km no sentido norte. A seguir, ele passa a se movimentar no sentido leste, percorrendo, novamente, 1,0 km e finalizando com mais 3,0 km no sentido norte. Todo esse percurso é realizado em 18 minutos. A relação percentual entre o módulo da velocidade vetorial média desenvolvida pelo ciclista e a respectiva velocidade escalar média deve ter sido mais próxima de
- A 72%. C 77%. E 70%.
 B 74%. D 76%.

- 27** Considere uma partícula em movimento sobre o plano cartesiano Oxy . Suas coordenadas de posição variam em função do tempo conforme mostram os gráficos a seguir.



No intervalo de $t_0 = 0$ a $t_1 = 2,0$ s, calcule:

- a) a intensidade do deslocamento vetorial da partícula.
 b) a intensidade da sua velocidade vetorial média.

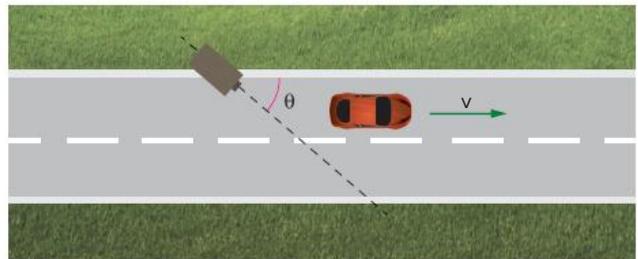
- 28 Vunesp** A escada rolante que liga a plataforma de uma estação subterrânea de metrô ao nível da rua move-se com velocidade constante de 0,80 m/s.

- a) Sabendo-se que a escada tem uma inclinação de 30° em relação à horizontal, determine, com o auxílio da tabela adiante, a componente vertical de sua velocidade.

Ângulo θ	$\text{sen } \theta$	$\text{cos } \theta$
30°	0,500	0,867
60°	0,867	0,500

- b) Sabendo-se que o tempo necessário para que um passageiro seja transportado pela escada, do nível da plataforma ao nível da rua, é de 30 segundos, determine a que profundidade se encontra o nível da plataforma em relação ao nível da rua.

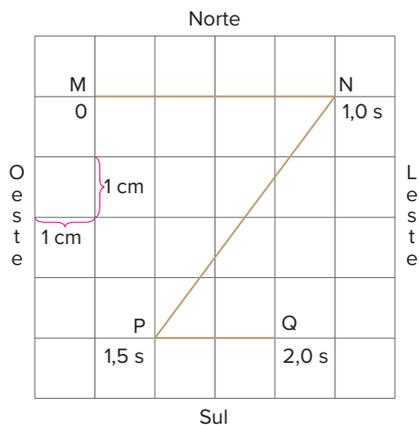
- 29 Uerj** Pardal é a denominação popular do dispositivo óptico-eletrônico utilizado para fotografar veículos que superam um determinado limite estabelecido de velocidade V . Em um trecho retilíneo de uma estrada, um pardal é colocado formando um ângulo θ com a direção da velocidade do carro, como indica a figura a seguir.



Suponha que o pardal tenha sido calibrado para registrar velocidades superiores a V , quando o ângulo $\theta = 0^\circ$. A velocidade v do veículo que acarretará o registro da infração pelo pardal, com relação à velocidade padrão V , será de:

- A $V \cdot \text{sen } \theta$ C $\frac{V}{\text{sen } \theta}$
 B $V \cdot \text{cos } \theta$ D $\frac{V}{\text{cos } \theta}$

- 30 UCSal** Uma partícula percorreu a trajetória MNPQ, representada na figura a seguir. Os instantes de passagem pelos diferentes pontos estão anotados (em segundos).



- a) A velocidade escalar média da partícula durante os 2 s de movimento foi, em cm/s, igual a:
- A 6,0 C 4,5 E 2,0
 B 5,5 D 2,5
- b) A velocidade vetorial média da partícula durante todo o percurso tem módulo, em cm/s, igual a:
- A 6,0 C 4,5 E 2,0
 B 5,5 D 2,5

- 31 Mackenzie 2018**



Olimpíadas de Inverno de Pyeongchang



No mês de fevereiro do vigente ano, do dia 7 ao dia 25, na cidade de Pyeongchang na Coreia do Sul, o mundo acompanhou a disputa de 2952 atletas, disputando 102 provas de 15 disciplinas esportivas na 23ª edição dos Jogos Olímpicos de Inverno. Praticamente todas as provas ocorreram sob temperaturas negativas, dentre elas, a belíssima patinação artística no gelo, que envolve um par de atletas. A foto acima mostra o italiano Ondrej Hotarek, que, em meio à coreografia da prova, crava a ponta de um de seus patins em um ponto e gira a colega Valentina Marchei, cuja ponta de um dos patins desenha no gelo uma

circunferência de raio 2,0 metros. Supondo-se que a velocidade angular de Valentina seja constante e valha 6,2 rad/s e considerando-se $\pi \cong 3,1$, pode-se afirmar corretamente que o módulo da velocidade vetorial média da ponta dos patins de Valentina, ao percorrer de um ponto a outro diametralmente oposto da circunferência, vale, em m/s,

- A 2,0 D 6,0
 B 3,0 E 8,0
 C 5,0

Texto para a questão 32.

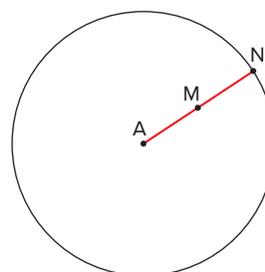
As agências espaciais NASA (norte-americana) e ESA (europeia) desenvolvem um projeto para desviar a trajetória de um asteroide através da colisão com uma sonda especialmente enviada para esse fim. A previsão é que a sonda DART (do inglês, "Teste de Redirecionamento de Asteroides Duplos") será lançada com a finalidade de se chocar, em 2022, com Didymoon, um pequeno asteroide que orbita um asteroide maior chamado Didymos.

- 32 Unicamp 2020** O asteroide satélite Didymoon descreve uma órbita circular em torno do asteroide principal Didymos. O raio da órbita é $r = 1,6$ km e o período é $T = 12$ h. A aceleração centrípeta do satélite vale
- A $8,0 \times 10^{-1}$ km/h²
 B $4,0 \times 10^{-1}$ km/h²
 C $3,125 \times 10^{-1}$ km/h²
 D $6,667 \times 10^{-2}$ km/h²

- 33 UnitaU** Uma partícula tem movimento circular uniforme de velocidade escalar 10 m/s, dando uma volta a cada 8 segundos. O módulo da aceleração vetorial média para um intervalo de tempo de 2 s é:

- A $\sqrt{2}$ m/s²
 B $5\sqrt{2}$ m/s²
 C $2\sqrt{5}$ m/s²
 D 2 m/s²
 E 5 m/s²

- 34 UFSC** Um disco gira, executando um movimento circular uniforme. A distância que separa os pontos M e N, assinalados na figura, é de 20 cm. Sabendo-se que o diâmetro do disco é de 80 cm, determine a razão (quociente) da aceleração centrípeta a_N , do ponto N, em relação à aceleração centrípeta a_M , do ponto M.



35 Vunesp Uma partícula desloca-se num plano, partindo da origem, com velocidade $\vec{v}_0 = \vec{0}$ e aceleração constante, dada pelas componentes $a_x = 3,0 \text{ m/s}^2$ e $a_y = 4,0 \text{ m/s}^2$.

- Calcule o instante t para o qual o módulo da velocidade da partícula é 40 m/s .
- Determine as coordenadas x e y da partícula no instante t calculado no item a.

36 PUC-SP Um móvel parte do repouso e percorre uma trajetória circular de raio 100 m , assumindo movimento uniformemente acelerado de aceleração escalar 1 m/s^2 .

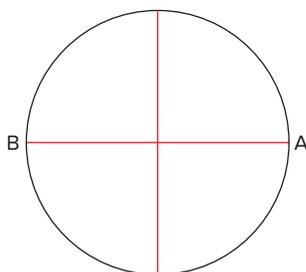
- As componentes tangencial e centrípeta da aceleração valem, respectivamente, após 10 s :
 - 1 m/s^2 e 10 m/s^2
 - 10 m/s^2 e 1 m/s^2
 - 10 m/s^2 e 10 m/s^2
 - 10 m/s^2 e 100 m/s^2
 - 1 m/s^2 e 1 m/s^2
- O ângulo formado entre a aceleração total e o raio da trajetória no instante $t = 10 \text{ s}$ vale:
 - 180°
 - 90°
 - 60°
 - 45°
 - 30°

37 Uece 2016 Considere uma pedra em queda livre e uma criança em um carrossel que gira com velocidade angular constante. Sobre o movimento da pedra e da criança, é correto afirmar que:

- a aceleração da pedra varia e a criança gira com aceleração nula.
- a pedra cai com aceleração nula e a criança gira com aceleração constante.
- ambas sofrem acelerações de módulos constantes.
- a aceleração em ambas é zero.

38 UFMS Uma partícula executa movimento uniforme no sentido anti-horário com velocidade angular de

$\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ rad/s}$ sobre uma circunferência de diâmetro $AB = 8 \text{ cm}$. Sabe-se que 3 segundos após passar pelo ponto A a partícula está passando por um ponto C.



É correto afirmar que:

- o período, a aceleração centrípeta e a velocidade escalar da partícula no ponto C são, respectivamente, 4 s , zero e $4\pi \text{ cm/s}$.

B a medida do arco AC é $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ cm}$.

C o módulo do vetor velocidade média no trecho AC é $\frac{(4\sqrt{2} + \sqrt{2})}{3} \text{ cm/s}$.

D os pontos A, B e C são vértices de um triângulo isósceles.

E o período, a aceleração centrípeta e a velocidade escalar da partícula no ponto C são, respectivamente, 8 s , zero e $\pi \text{ cm/s}$.

39 Fuvest Uma partícula desloca-se em um plano Oxy, de modo que sua abscissa x e sua ordenada y são dadas pelas seguintes equações horárias:

$$x = 3t + 1 \text{ e } y = 4t + 2$$

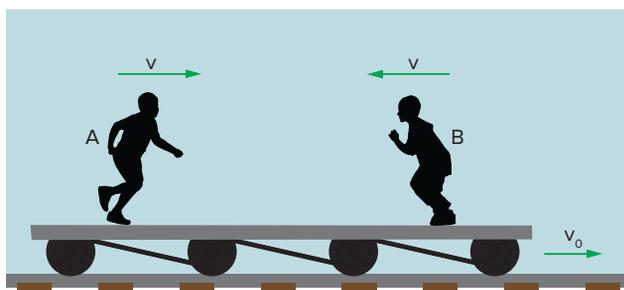
onde x e y são dadas em metros e t em segundos.

- Qual o módulo da velocidade?
- Qual a equação da trajetória?
- Qual a forma da trajetória?

40 UFPE Um patrulheiro viajando em um carro dotado de radar, a uma velocidade de 60 km/h em relação a um referencial fixo no solo, é ultrapassado por outro automóvel que viaje no mesmo sentido que ele. A velocidade indicada pelo radar após a ultrapassagem é de 30 km/h . A velocidade do outro automóvel em relação ao solo é, em km/h , igual a:

- 30
- 45
- 60
- 75
- 90

41 Fuvest Num vagão ferroviário, que se move com velocidade $v_0 = 3 \text{ m/s}$ com relação aos trilhos, estão dois meninos, A e B, que correm um em direção ao outro, cada um com velocidade $v = 3 \text{ m/s}$ com relação ao vagão.



As velocidades dos meninos, v_A e v_B , com relação aos trilhos serão, respectivamente:

- 6 m/s e 0
- 3 m/s e 3 m/s
- 0 e 9 m/s
- 9 m/s e 0
- 0 e 6 m/s

42 Mackenzie Qual deve ser a intensidade e o sentido da velocidade, em relação à Terra, de um avião voando numa linha paralela ao equador, de latitude 60° (equador: latitude = 0°), para que fique em repouso em relação ao Sol? Admita o raio da Terra igual a 6000 km.

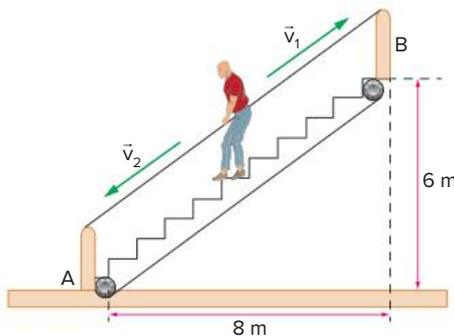
Nota: Não considere o movimento de translação da Terra em relação ao Sol.

43 Ufop Três carros se movem numa pista retilínea. As velocidades indicadas na figura foram medidas em relação à placa de estacionamento proibido presa à pista. A afirmativa incorreta é:



- A o módulo da velocidade do carro A é de 120 km/h para um referencial no carro C.
- B o módulo da velocidade do carro B é de 100 km/h para um referencial no carro C.
- C o módulo da velocidade do carro B é de 140 km/h para um referencial no carro A.
- D o módulo da velocidade do carro C é de 20 km/h para um referencial no carro B.
- E os carros A e B podem ter os módulos de suas velocidades iguais, conforme a escolha do referencial.

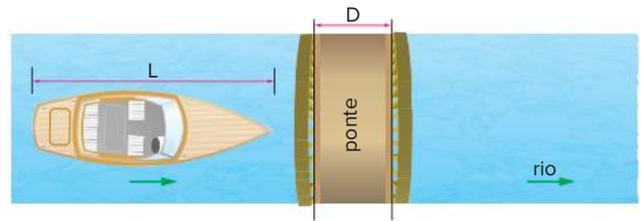
44 UFPE Uma escada rolante liga dois pisos A e B, movendo-se com velocidade ascendente e constante $v_1 = 0,5$ m/s, como ilustra a figura. Descendo, uma pessoa gasta 10 segundos para ir do piso B ao piso A.



- a) Qual a velocidade da pessoa em relação ao solo?
- b) Qual a velocidade da pessoa em relação à escada?

45 UFPE Um barco de comprimento $L = 80$ m, navegando no sentido da correnteza de um rio, passa sob uma ponte de largura $D = 25$ m, como indicado na figura. Sabendo-se que a velocidade do barco em relação ao rio é $v_B = 14$ km/h, e a velocidade do rio em relação às margens é $v_R = 4$ km/h, determine em quanto

tempo o barco passa completamente por baixo da ponte, em segundos.



46 UEL Um barco, com o motor a toda potência, percorre 60 km em 2 h, descendo um rio. Em sentido contrário, ele percorre 40 km em igual intervalo de tempo. A velocidade do barco em relação às águas e a velocidade das águas em relação às margens do rio são, respectivamente, em km/h, iguais a:

- A 20 e 30
- B 25 e 5
- C 25 e 20
- D 30 e 5
- E 12,5 e 7,5

47 Uesb Um barco, deslocando-se no sentido contrário ao da correnteza, leva o tempo $t = 20$ s para ir de um ponto A a um ponto B, situados sobre a mesma margem de um rio, e gasta o tempo $\frac{t}{2}$ para voltar do ponto B ao ponto A. Sabendo que a velocidade do barco, em relação à água, é constante e igual a 6 m/s, a distância de A a B é igual a:

- A 20 m
- B 40 m
- C 60 m
- D 80 m
- E 100 m

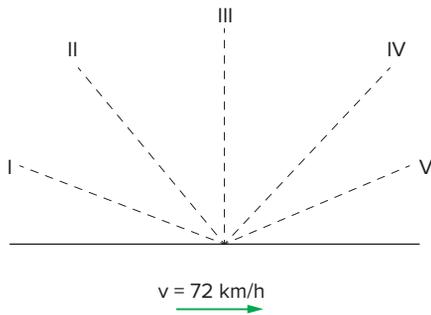
48 UEMG 2015 O tempo é um rio que corre. O tempo não é um relógio. Ele é muito mais do que isso. O tempo passa, quer se tenha um relógio ou não.

Uma pessoa quer atravessar um rio num local onde a distância entre as margens é de 50 m. Para isso, ela orienta o seu barco perpendicularmente às margens. Considere que a velocidade do barco em relação às águas seja de 2,0 m/s e que a correnteza tenha uma velocidade de 4,0 m/s.

Sobre a travessia desse barco, assinale a afirmação correta.

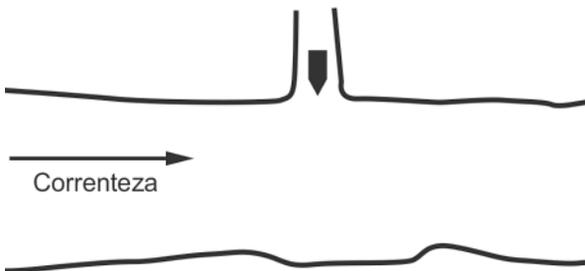
- A Se a correnteza não existisse, o barco levaria 25 s para atravessar o rio. Com a correnteza, o barco levaria mais do que 25 s na travessia.
- B Como a velocidade do barco é perpendicular às margens, a correnteza não afeta o tempo de travessia.
- C O tempo de travessia, em nenhuma situação, seria afetado pela correnteza.
- D Com a correnteza, o tempo de travessia do barco seria menor que 25 s, pois a correnteza aumenta vetorialmente a velocidade do barco.

49 Sesp Um motorista viaja em um carro, por uma estrada em linha reta, sob uma chuva que cai verticalmente a uma velocidade constante de 10 m/s (em relação ao solo). Se o carro se move da esquerda para a direita com velocidade constante igual a 72 km/h, para o motorista, as gotas de chuva parecem estar caindo na direção I, II, III, IV ou V, conforme o esquema?



- A I C III E V
 B II D IV

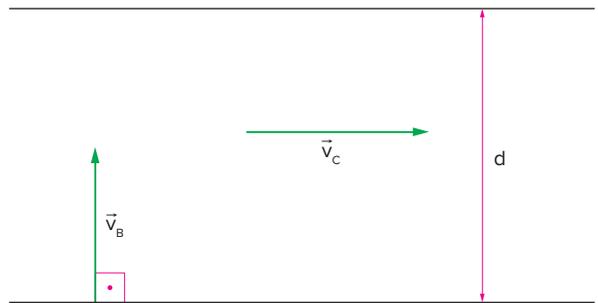
50 Enem PPL 2017 Um longo trecho retilíneo de um rio tem um afluente perpendicular em sua margem esquerda, conforme mostra a figura. Observado de cima, um barco trafega com velocidade constante pelo afluente para entrar no rio. Sabe-se que a velocidade da correnteza desse rio varia uniformemente, sendo muito pequena junto à margem e máxima no meio. O barco entra no rio e é arrastado lateralmente pela correnteza, mas o navegador procura mantê-lo sempre na direção perpendicular à correnteza do rio e o motor acionado com a mesma potência.



Pelas condições descritas, a trajetória que representa o movimento seguido pelo barco é:

- A D
 B E
 C

51 FU-Itaúna Um barco atravessa um rio de margens retilíneas e paralelas, com velocidade \vec{v}_B em relação à água, a qual é perpendicular às margens. A velocidade das águas em relação às margens é \vec{v}_C . Assinale a alternativa falsa.

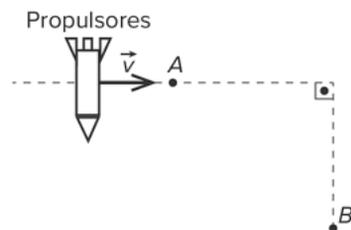


- A Se não houvesse correnteza, o barco gastaria menos tempo para passar de uma margem à outra.
 B O tempo gasto pelo barco, na travessia, é $t = \frac{d}{v_B}$.
 C Se não houvesse correnteza, o barco gastaria o mesmo tempo para atravessar o rio.
 D Se a velocidade da correnteza fosse duas vezes maior, o tempo gasto pelo barco na travessia, ainda assim, seria o mesmo.
 E A velocidade do barco, em relação às margens, é $\vec{v} = \vec{v}_B + \vec{v}_C$, onde $v = \sqrt{v_B^2 + v_C^2}$.

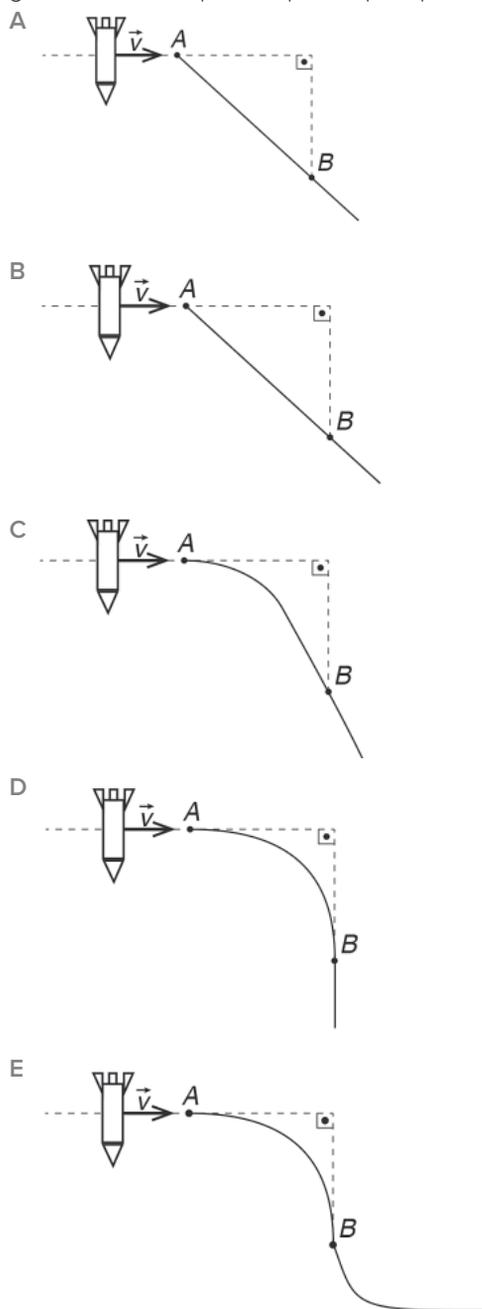
52 Fuvest Um barco atravessa um rio de margens paralelas de largura $d = 4$ km. Devido à correnteza, a componente da velocidade do barco ao longo das margens é $v_A = 0,5$ km/h em relação às margens. Na direção perpendicular às margens, a componente da velocidade é $v_B = 2$ km/h. Pergunta-se:

- a) Quanto tempo leva o barco para atravessar o rio?
 b) Ao completar a travessia, qual é o deslocamento do barco na direção das margens?

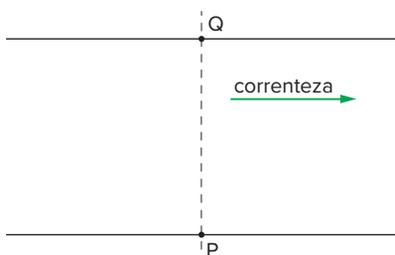
53 Enem PPL 2019 Um foguete viaja pelo espaço sideral com os propulsores desligados. A velocidade inicial \vec{v} tem módulo constante e direção perpendicular à ação dos propulsores, conforme indicado na figura. O piloto aciona os propulsores para alterar a direção do movimento quando o foguete passa pelo ponto A e os desliga quando o módulo de sua velocidade final é superior a $\sqrt{2}|\vec{v}|$, o que ocorre antes de passar pelo ponto B. Considere as interações desprezíveis.



A representação gráfica da trajetória seguida pelo foguete, antes e depois de passar pelo ponto B, é:



54 PUC-Campinas Um barco sai de um ponto P para atravessar um rio de 4,0 km de largura. A velocidade da correnteza, em relação às margens do rio, é de 6,0 km/h. A travessia é feita segundo a menor distância PQ, como mostra o esquema representado a seguir, e dura 30 min.



A velocidade do barco em relação à correnteza, em km/h, é de:

- A 4,0 D 10
B 6,0 E 12
C 8,0

55 Fatec Em relação ao ar, um avião voa para o leste com velocidade de 120 km/h e está sujeito a um vento norte com velocidade de 50 km/h. Analise as afirmativas.

- I. O avião voa aproximadamente de leste para nordeste.
- II. A velocidade resultante do avião é de 130 km/h.
- III. Se o avião voasse para o norte, sua velocidade seria de 170 km/h.

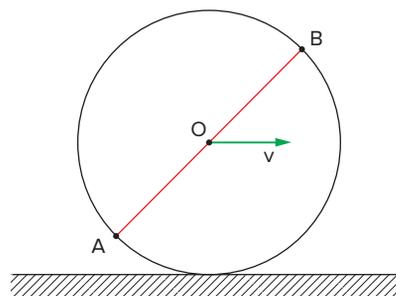
São corretas as afirmativas:

- A I e II.
B II e III.
C III e I.
D todas são corretas.
E apenas uma é correta.

56 FCMSCSP Uma pedra se engasta no pneu de um automóvel que está com velocidade uniforme de 90 km/h. Supondo que o pneu não patina nem escorrega, e que o sentido de movimento do automóvel é o positivo, os valores algébricos mínimo e máximo da velocidade da pedra em relação ao solo, em km/h, são:

- A -180 e 180
B -90 e 90
C -90 e 180
D 0 e 90
E 0 e 180

57 FEI A roda da figura rola sem escorregar, paralelamente a um plano vertical fixo. O centro O da roda tem velocidade constante $v = 5 \text{ m/s}$. Qual é o módulo da velocidade do ponto B no instante em que o diâmetro AB é paralelo ao plano de rolamento?



58 Unifei Um ciclista desloca-se em movimento retilíneo e uniforme, com velocidade de 6,0 m/s. Sabendo que as duas rodas da bicicleta têm diâmetros iguais a 60 cm, calcule:

- a) a velocidade angular da catraca rigidamente ligada à roda traseira.
- b) a relação entre o raio do volante acoplado aos pedais (r_2) e o raio da catraca (r_1), de modo que o ciclista realize 60 pedaladas completas por minuto.

Navegando contra o vento

Como fazem os navios a vela para navegar “contra o vento” ou, como dizem os marinheiros, para navegar “cochado”?

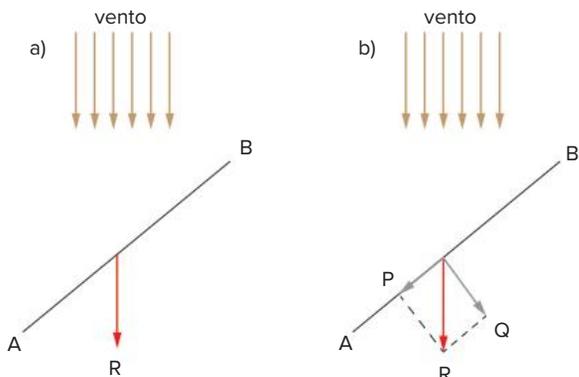
De fato, um marinheiro lhe dirá que você não pode navegar diretamente contra o vento, mas quase, formando um ângulo agudo com a direção na qual sopra o vento. O ângulo, contudo, é muito pequeno – aproximadamente um quarto do ângulo reto – e é, realmente, difícil entender que diferença há entre navegar diretamente contra o vento ou num ângulo de 22° com ele.

Contudo, existe uma diferença e veremos por que um barco a vela pode se utilizar do vento para singrar “cochado”. Primeiramente, entretanto, vejamos como o vento age sobre as velas em geral, ou em que direção ele arrasta a vela quando sopra sobre ela. Suponho que você está pensando que o vento empurra a vela sempre na direção em que sopra. Não é assim, esse é o erro básico, como sempre, derivado do senso comum.

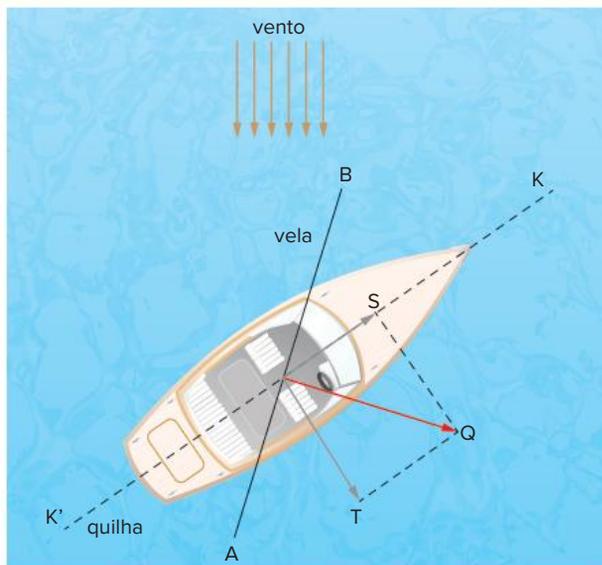
Qualquer que seja a direção em que sopra, sempre arrasta a vela na direção perpendicular ao plano desta.

Esse é um princípio básico da fluidodinâmica: fluidos não resistem a esforços tangenciais, apenas a esforços normais. A força que um fluido aplica numa parede é sempre perpendicular a essa parede.

Imagine que o vento sopra na direção indicada pelas flechas da ilustração a seguir (a), onde a linha AB representa a vela. Desde que o vento pressione igualmente toda a superfície da vela, podemos substituir a pressão do vento pela força **R** aplicada no centro da vela. Decompondo essa força, nós obtemos **Q**, que é perpendicular à vela, e **P**, que se confunde com ela (b). Esta última não empurra absolutamente o barco, porquanto o atrito entre o vento e o velame é nulo – essas são as tais forças tangenciais que citamos acima. Sobra a força **Q**, que impele a vela segundo um ângulo reto – essas são as tais forças normais.

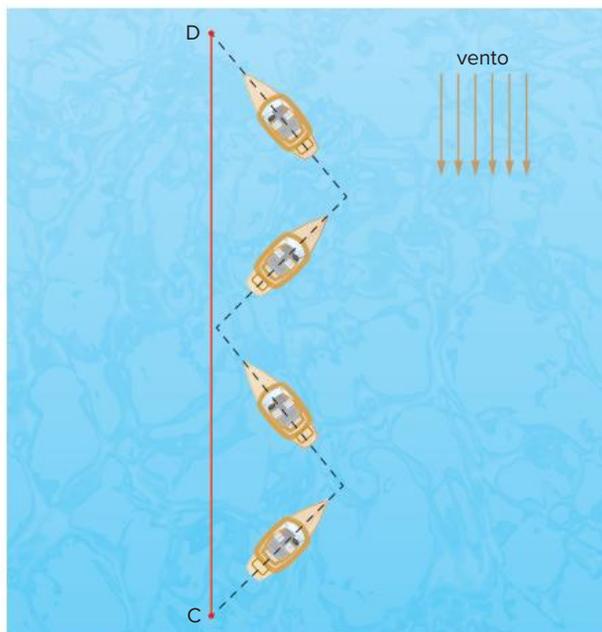


Uma vez conscientes desse fato, podemos compreender facilmente por que uma embarcação pode navegar quase contra o vento formando um ângulo agudo. Façamos o segmento de reta KK' da ilustração a seguir representar a quilha do barco. O vento sopra segundo um ângulo agudo a esta linha, na direção representada pelas flechas. AB é a própria vela, que está colocada de tal maneira que seu plano divida o ângulo entre a direção da quilha e a do vento. Esse é o ângulo agudo (cerca de 22°) que citamos na introdução. Essa mesma ilustração mostra como a força **Q** é decomposta em **S** e **T**.



O impacto do vento sobre a vela é indicado pela força **Q**, a qual, como sabemos, deve ser perpendicular à vela. Decompondo-a, obtemos a força **T**, perpendicular à quilha, e a força **S**, que se confunde com a linha da quilha. Como o movimento do bote no sentido de **T** encontra uma forte resistência oferecida pela água (a quilha da embarcação mergulha profundamente), a força **T** é anulada quase totalmente pela resistência da água. Resta-nos apenas a força **S**, que, dirigida para frente, impele o barco para frente, em ângulo, por assim dizer, nas garras do vento (pode-se provar que a força **S** é maior quando o plano da vela está entre as direções do vento e da quilha).

Comumente, esta manobra é realizada por meio de movimentos em zigue-zague, como mostramos na figura, o que, em linguagem marítima, chama-se “navegar à bolina”.



Prof. Luiz Ferraz Netto. <www.feiradeciencias.com.br/sala19/texto31.asp>.

Resumindo

Vetor é o ente matemático que representa todos os segmentos orientados com a mesma direção, mesmo sentido e mesmo módulo.

Um vetor é utilizado na representação de uma **grandeza vetorial**, como força, aceleração e velocidade. Diferentemente da **grandeza escalar**, que necessita apenas de um valor numérico e uma unidade para ser definida, a grandeza vetorial precisa de **direção, sentido e módulo**.

Além da direção, sentido e módulo de um vetor, estudamos os conceitos de:

- **vetor oposto:** vetor com mesma direção e mesmo módulo de outro vetor, mas sentido contrário.
- **vetor nulo:** vetor com módulo nulo.
- **vetor unitário:** vetor com módulo igual a 1.
- **vetores iguais:** vetores com mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido.

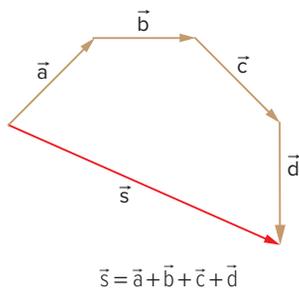


Figura 1

A **adição de vetores** pode ser efetuada por três métodos:

- **regra da poligonal:** veja a figura 1.
- **regra do paralelogramo:** veja a figura 2.
- **método de decomposição de vetores:** todos os vetores a serem somados são decompostos em duas direções, e o vetor soma é a soma das resultantes em cada uma das duas direções.

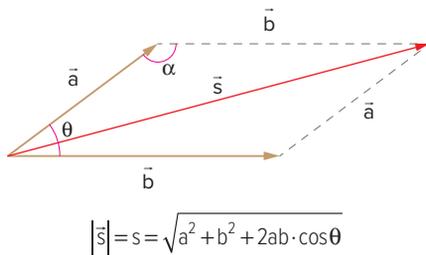


Figura 2

Estudamos ainda:

- **Subtração de vetores:** é idêntica à soma de vetores, apenas tomando $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

- **Multiplicação de um número real por um vetor:** o produto de n por \vec{a} é dado por $\vec{p} = n\vec{a}$.

A **Cinemática vetorial** estuda o movimento dos corpos com a preocupação de caracterizar o módulo, a direção e o sentido das grandezas posição, velocidade e aceleração.

- **vetor posição (\vec{r}):** vetor com origem na origem do referencial escolhido e extremidade no corpo.
- **vetor deslocamento:** $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$
- **velocidade vetorial instantânea:** $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$
- **aceleração vetorial instantânea:** $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$
- **velocidade vetorial média:** $\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$
- **aceleração vetorial média:** $\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

É importante observar que a direção da velocidade vetorial instantânea é sempre tangente à trajetória, o sentido é o mesmo do movimento e o módulo é o mesmo da velocidade escalar instantânea.

Demonstra-se que $|\Delta\vec{r}| \leq |\Delta s|$, $|\vec{v}_m| \leq |v_m|$ e $|\vec{a}_m| \geq |a_m|$, sendo que $|\Delta\vec{r}| = |\Delta s|$, $|\vec{v}_m| = |v_m|$ e $|\vec{a}_m| = |a_m|$ no caso de trajetória retilínea.

Vimos que o estudo da aceleração é facilitado quando a decomparamos em duas direções: **tangencial** e **normal à trajetória**, em que o módulo da aceleração tangencial é igual ao módulo de aceleração escalar e o módulo da aceleração centrípeta (ou normal) é dado por:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R}$$

em que v é o módulo de \vec{v} e R é o raio de curvatura da trajetória.

E, para concluir, estudamos a **composição de movimentos**, que, em linhas gerais, pode ser escrita por:

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AC} + \vec{v}_{CB}$$

\vec{v}_{AB} = velocidade de A em relação a B

\vec{v}_{AC} = velocidade de A em relação a C

\vec{v}_{CB} = velocidade de C em relação a B

Essa relação entre velocidades vetoriais também é válida para deslocamentos vetoriais e acelerações vetoriais:

$$\vec{d}_{AB} = \vec{d}_{AC} + \vec{d}_{CB}$$

$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{AC} + \vec{a}_{CB}$$

Quer saber mais?



Site

- Explicação do conceito de vetores, suas propriedades e exercícios propostos. Disponível em: <<http://efisica.if.usp.br/mecanica/ensinomedio/vetores/>>. Acesso em: 18 ago. 2020.

Exercícios complementares

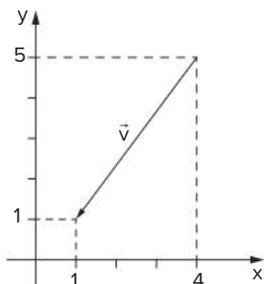
1 UFPB Das afirmativas:

- I. As grandezas vetoriais sempre podem ser somadas.
- II. Uma grandeza vetorial pode ser somada com uma grandeza escalar.
- III. Pode-se multiplicar uma grandeza vetorial por uma escalar.
- IV. Apenas as grandezas escalares têm unidades.

Está(ão) correta(s) somente:

- A I e II. C IV. E III.
 B I. D I e IV.

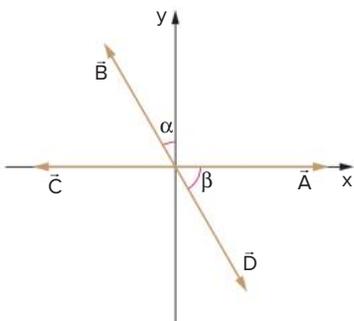
2 UPE 2015 A figura a seguir mostra o vetor \vec{v} representado no plano cartesiano.



A representação e o módulo desse vetor são, respectivamente:

- A $\vec{v} = (5, 1)$ e $|\vec{v}| = 3$ D $\vec{v} = (-3, -4)$ e $|\vec{v}| = 5$
 B $\vec{v} = (3, 0)$ e $|\vec{v}| = 3$ E $\vec{v} = (-1, -4)$ e $|\vec{v}| = 5$
 C $\vec{v} = (3, -4)$ e $|\vec{v}| = 4$

3 UnB Quatro vetores, \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} e \vec{D} , iguais em módulo e representando uma certa grandeza física, estão dispostos no plano (xy) como mostra a figura ($\alpha = 30^\circ$ e $\beta = 60^\circ$).



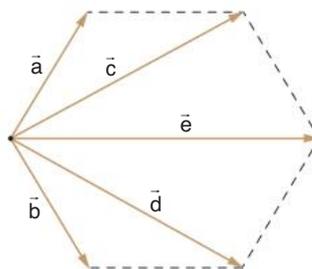
Classifique as afirmações abaixo em verdadeiras (V) ou falsas (F).

- $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \vec{0}$
- O resultado de $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$ só pode ser nulo se os vetores coincidirem com os semieixos x e y.
- $(\vec{A} + \vec{B}) - \vec{C} = \vec{0}$
- $\vec{A} + \vec{B} = \vec{D} + \vec{C}$
- $\vec{B} + \vec{C} = -(\vec{D} + \vec{A})$
- $(\vec{A} + \vec{C}) - (\vec{B} + \vec{D}) \neq \vec{0}$
- A soma dos módulos $|\vec{A}| + |\vec{B}| + |\vec{C}| + |\vec{D}|$ é nula.
- A soma algébrica das projeções dos quatro vetores sobre o eixo x é nula.

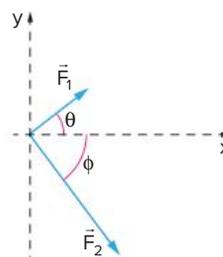
4 UnB Ao se determinar a resultante de seis vetores de mesmo módulo k , pelo método do polígono, foi obtido um hexágono regular, dando resultante nula. Se trocarmos o sentido de três deles, alternadamente, a resultante terá módulo igual a:

- A $2k$ D zero
 B $2\sqrt{3}k$ E $6k$
 C $\sqrt{\frac{3}{2}}k$

5 Mackenzie Na figura a seguir, estão representados cinco vetores de mesma origem e cujas extremidades estão sobre os vértices de um hexágono regular, cujos lados medem k unidades. Calcule o módulo da resultante desses vetores.



6 UFPB (Adapt.) Dois homens, com auxílio de duas cordas, puxam um bloco sobre uma superfície horizontal lisa e sem atrito, conforme representação a seguir.



Considere que os módulos e direções das forças exercidas pelos homens são dados por:

- $F_1 = 5 \text{ N}$ e $F_2 = 10 \text{ N}$
- $\cos \theta = 0,8$ e $\cos \phi = 0,6$

Nessa situação, é correto afirmar que a força resultante no bloco, em newtons, é dada por:

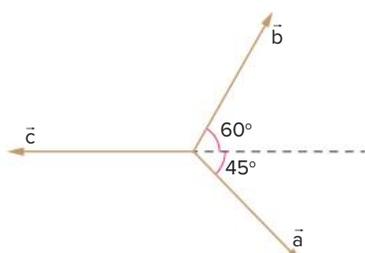
- A $-5\hat{i} + 10\hat{j}$ D $-10\hat{i} - 5\hat{j}$
 B $10\hat{i} + 10\hat{j}$ E $5\hat{i} + 10\hat{j}$
 C $10\hat{i} \ 5\hat{j}$

7 UEM 2016 Considere um sistema cartesiano ortogonal de coordenadas de origem $O = (0, 0)$. Um ponto neste sistema é representado na forma (x, y) , sendo x sua abscissa e y sua ordenada. Neste sistema, considere os pontos $A = (3, 4)$, $B = (6, 4)$ e $C = (6, 1)$. Assinale o que for correto.

- 01 Os vetores representados pelos segmentos orientados \overline{AB} e \overline{CB} têm o mesmo módulo.
- 02 O vetor \overline{AC} pode ser decomposto nos vetores \vec{u} , paralelo ao eixo das abscissas, de comprimento 3 e com o mesmo sentido do eixo, e \vec{v} , paralelo ao eixo das ordenadas, de comprimento 3 e com sentido oposto ao eixo.
- 04 Os vetores representados pelos segmentos orientados \overline{AB} e \overline{BC} são ortogonais.
- 08 É possível determinar o módulo de um vetor conhecendo apenas os módulos de suas componentes ortogonais.
- 16 O vetor \overline{BC} é paralelo ao eixo das abscissas.

Soma:

- 8 **Ufla** Os vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} , representados a seguir, têm resultante nula.



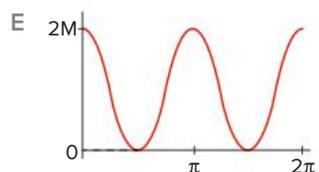
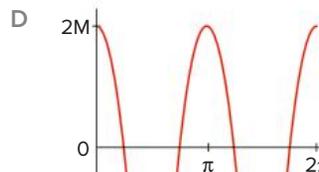
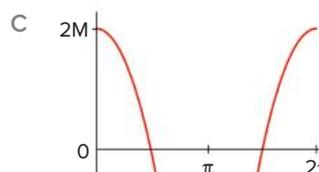
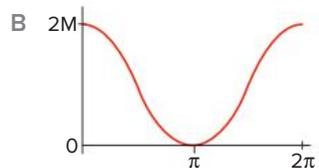
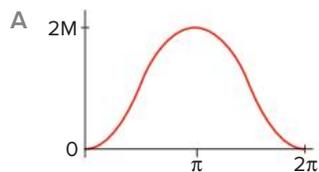
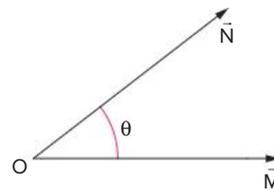
Sabendo que $|\vec{b}| = \sqrt{6}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ e $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, podemos afirmar que os módulos de \vec{a} e \vec{c} valem, respectivamente:

- A 3 e $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ C $3\sqrt{2}$ e 3 E 3 e $3\sqrt{2}$
- B $\frac{\sqrt{6}}{2}$ e $2\sqrt{3}$ D 6 e 3

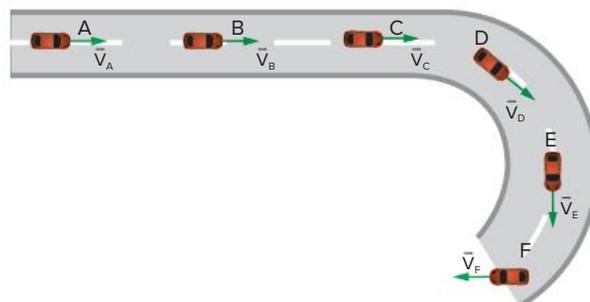
- 9 Considere quatro vetores não nulos de mesmo módulo, sendo \vec{A} vertical, cujo sentido é de baixo para cima, \vec{B} vertical, com sentido oposto de \vec{A} , \vec{C} horizontal, com sentido contrário ao da escrita no Brasil, e \vec{D} um vetor com ângulo de 45° com os sentidos positivos de \vec{A} e \vec{C} . Tomando como base esse enunciado e conhecimentos sobre vetores em geral, assinale o que for correto.
- 01 A força peso tem direção e sentido de \vec{B} .
- 02 A aceleração é uma grandeza vetorial.
- 04 $\vec{B} + \vec{C} = \vec{D}$.
- 08 O módulo do vetor $\vec{A} + \vec{B}$ é igual a duas vezes o módulo de \vec{A} .
- 16 $|\vec{A}|^2 + |\vec{C}|^2 = |\vec{D}|^2$

Soma:

- 10 **UFC** \vec{M} e \vec{N} são vetores de módulos iguais ($|\vec{M}| = |\vec{N}| = M$). O vetor \vec{M} é fixo e o vetor \vec{N} pode girar em torno do ponto O (veja figura) no plano formado por \vec{M} e \vec{N} . Sendo $\vec{R} = \vec{M} + \vec{N}$, indique, entre os gráficos abaixo, aquele que pode representar a variação de $|\vec{R}|$ como função do ângulo θ entre \vec{M} e \vec{N} .



- 11 **UFSC** Um carro com velocidade de módulo constante de 20 m/s percorre a trajetória descrita na figura, sendo que de A a C a trajetória é retilínea e de D a F é circular, no sentido indicado.

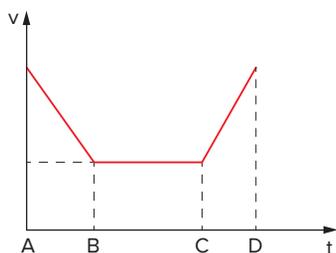


Assinale a(s) proposiç(ões) correta(s).

- 01 O carro tem movimento uniforme de A até C.
- 02 O carro tem movimento uniforme de A até F.
- 04 O carro tem aceleração de A até C.
- 08 O carro tem aceleração de D até F.
- 16 O carro tem movimento retilíneo uniformemente variado de D até F.

Soma:

- 12** O gráfico a seguir representa o módulo da velocidade (v) de um automóvel em função do tempo (t) quando o mesmo percorre um trecho circular de uma rodovia:



Em relação a esse movimento, podemos afirmar que:

- A entre A e B, a aceleração tangencial é nula.
- B entre B e C, a aceleração tangencial é nula.
- C entre B e C, a aceleração centrípeta é nula.
- D entre C e D, a aceleração centrípeta é nula.
- E entre C e D, a aceleração tangencial tem sentido oposto ao da velocidade.

- 13 UEL** Das afirmativas abaixo:

- I. Quando a velocidade de um corpo é nula, sua aceleração é também nula.
- II. Quando a aceleração de um corpo é nula, sua velocidade é também nula.
- III. Os vetores velocidade e aceleração podem ser perpendiculares entre si.

- A somente I é correta.
- B somente II é correta.
- C somente III é correta.
- D somente II e III são corretas.
- E todas são corretas.

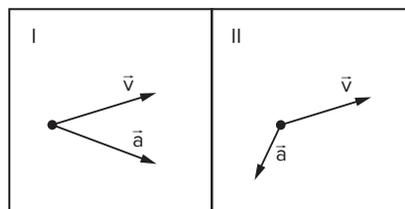
- 14 UFPA** Uma partícula percorre, com movimento uniforme, uma trajetória não retilínea. Em cada instante, teremos que:

- A os vetores velocidade e aceleração são paralelos entre si.
- B a velocidade vetorial é nula.
- C os vetores velocidade e aceleração são perpendiculares entre si.
- D os vetores velocidade e aceleração têm direções independentes.
- E o valor do ângulo entre o vetor velocidade e o vetor aceleração muda de ponto a ponto.

- 15 PUC-RS** Com relação à velocidade e à aceleração de um corpo, é correto afirmar que:

- A a aceleração é nula sempre que o módulo da velocidade é constante.
- B um corpo pode estar acelerado mesmo que o módulo de sua velocidade seja constante.
- C a aceleração centrípeta é nula no movimento circular.
- D sempre existe uma aceleração tangencial no movimento circular.
- E a velocidade é diretamente proporcional à aceleração em qualquer movimento acelerado.

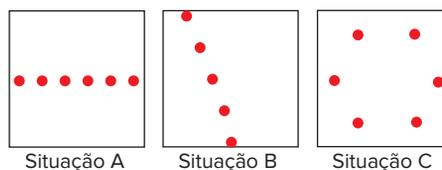
- 16 UEPG 2016** As grandezas coplanares, velocidade e aceleração, relativas a dois movimentos (I e II) estão representadas nas figuras a seguir. A respeito desses movimentos, assinale o que for correto.



- 01 O movimento I é acelerado e o II é retardado.
- 02 A aceleração figurada nos movimentos é a aceleração centrípeta.
- 04 Não é possível afirmar, com base nas figuras, se os movimentos são acelerados ou retardados, pois não foram fornecidos dados suficientes para isso.
- 08 Os movimentos são curvilíneos e uniformes, pois a aceleração figurada não altera o valor das velocidades.
- 16 Se as acelerações figuradas tivessem a mesma direção das velocidades, o movimento seria retilíneo.

Soma:

- 17 PUC-Minas** As figuras mostram reproduções de três fotografias estroboscópicas, cada uma correspondendo ao movimento de uma partícula em um plano. Em todas as fotos, duas posições sucessivas da partícula correspondem sempre a um mesmo intervalo de tempo, a saber, 0,1 segundo.



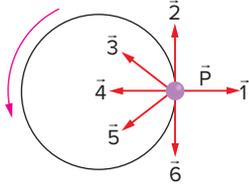
Sobre essas situações, analise as seguintes afirmações.

- I. Existe aceleração centrípeta em B e em C.
- II. Existe aceleração tangencial em B e em C.
- III. Em uma das situações não há aceleração.

Assinale:

- A se todas as afirmativas são corretas.
- B se todas as afirmativas são falsas.
- C se apenas as afirmativas I e II são corretas.
- D se apenas as afirmativas II e III são corretas.
- E se apenas as afirmativas I e III são corretas.

- 18 **FMABC** Sabendo-se que o móvel P executa um movimento circular retardado, analise as 3 proposições a seguir, assinando certo ou errado.



- I. Os vetores que representam, respectivamente, a velocidade vetorial e a aceleração vetorial são: \vec{v}_2 e \vec{v}_5 .
- II. Os vetores que representam, respectivamente, a aceleração centrípeta e a tangencial são: \vec{v}_4 e \vec{v}_6 .
- III. A velocidade vetorial e a aceleração vetorial são representadas pelos vetores \vec{v}_6 e \vec{v}_3 , respectivamente.

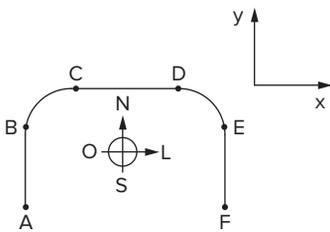
Responda de acordo com o código abaixo:

- A se todas forem corretas.
 B se apenas I e II forem corretas.
 C se apenas I e III forem corretas.
 D se apenas II e III forem corretas.
 E se todas forem incorretas.

- 19 **ITA** A figura mostra uma pista de corrida A B C D E F, com seus trechos retilíneos e circulares percorridos por um atleta desde o ponto A, de onde parte do repouso, até a chegada em F, onde para. Os trechos BC, CD e DE são percorridos com a mesma velocidade de módulo constante.

Considere as seguintes afirmações.

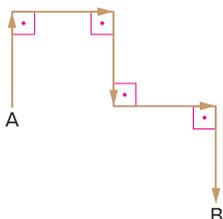
- I. O movimento do atleta é acelerado nos trechos AB, BC, DE e EF.
- II. O sentido da aceleração vetorial média do movimento do atleta é o mesmo nos trechos AB e EF.
- III. O sentido da aceleração vetorial média do movimento do atleta é para sudeste no trecho BC, e, para sudoeste, no DE.



Então, está(ão) correta(s):

- A apenas a I. D apenas a II e III.
 B apenas a I e II. E todas.
 C apenas a I e III.

- 20 **UFRN** A figura a seguir representa os deslocamentos de um móvel em várias etapas.

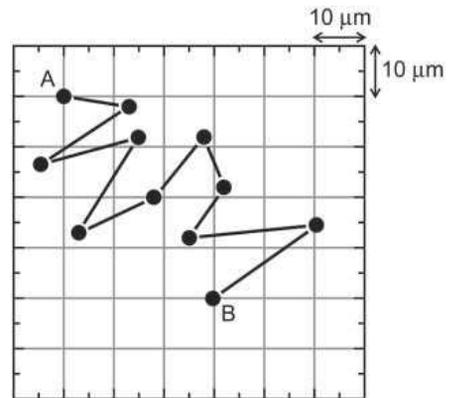


Cada vetor tem módulo igual a 20 m. A distância percorrida pelo móvel e o módulo do vetor deslocamento são, respectivamente, iguais a:

- A $20\sqrt{5}$ m e $20\sqrt{5}$ m D $20\sqrt{5}$ m e 40 m
 B 40 m e $40\sqrt{5}$ m E 100 m e $40\sqrt{5}$ m
 C 100 m e $20\sqrt{5}$ m

- 21 **Unicamp 2015** Movimento browniano é o deslocamento aleatório de partículas microscópicas suspensas em um fluido, devido às colisões com moléculas do fluido em agitação térmica.

- a) A figura abaixo mostra a trajetória de uma partícula em movimento browniano em um líquido após várias colisões. Sabendo-se que os pontos negros correspondem a posições da partícula a cada 30 s, qual é o módulo da velocidade média desta partícula entre as posições A e B?



- b) Em um de seus famosos trabalhos, Einstein propôs uma teoria microscópica para explicar o movimento de partículas sujeitas ao movimento browniano. Segundo essa teoria, o valor eficaz do deslocamento de uma partícula em uma dimensão é dado por $l = \sqrt{2Dt}$, onde t é o tempo em segundos e $D = kT/r$ é o coeficiente de difusão de uma partícula em um determinado fluido, em que $k = 3 \cdot 10^{-18} \text{ m}^3/\text{sK}$, T é a temperatura absoluta e r é o raio da partícula em suspensão. Qual é o deslocamento eficaz de uma partícula de raio $r = 3 \mu\text{m}$ neste fluido a $T = 300 \text{ K}$ após 10 minutos?

- 22 **PUC-Minas** Um móvel parte do repouso, de um ponto sobre uma circunferência de raio R , e efetua um movimento circular uniforme de período igual a 8 s. Após 18 s de movimento, o seu vetor deslocamento tem módulo igual a:

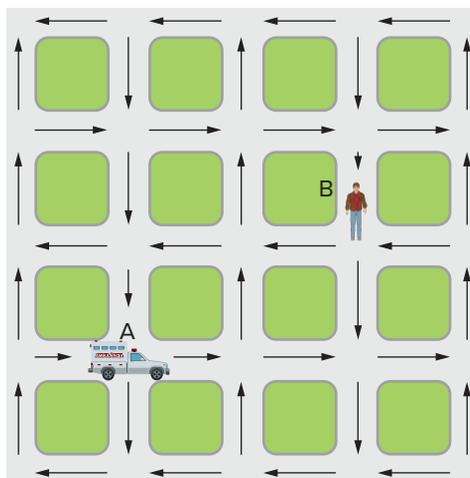
- A 0 C $2R$ E $R\sqrt{2}$
 B R D $\frac{2R}{3}$

- 23 **Esc. Naval** Um móvel desloca-se em uma trajetória retilínea e na direção do eixo Ox , de tal maneira que sua velocidade (\vec{v}) varia com o tempo (t) de acordo com a equação:

$$\vec{v} = (4t - 8) \cdot \vec{i}$$

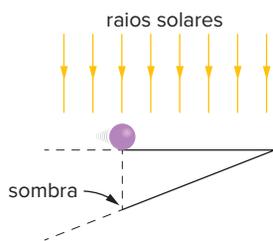
onde t é dado em segundos, v em metros por segundo e \vec{i} é o versor mostrado na figura. Sabendo que para $t = 1$ s o vetor posição da partícula (cuja origem está em O) é dado por $\vec{r} = 2\vec{i}$ (com $|\vec{r}|$ em metros), determine:

- o vetor posição da partícula no instante $t = 0$.
- o vetor posição da partícula no instante $t = 6$ s.
- o módulo do vetor deslocamento entre os instantes $t = 0$ e $t = 6$ s.
- a distância total percorrida entre os instantes $t = 0$ e $t = 6$ s.



- Qual o menor tempo gasto (em minutos) no percurso de A para B?
- Qual é o módulo do vetor velocidade média (em km/h) entre os pontos A e B?

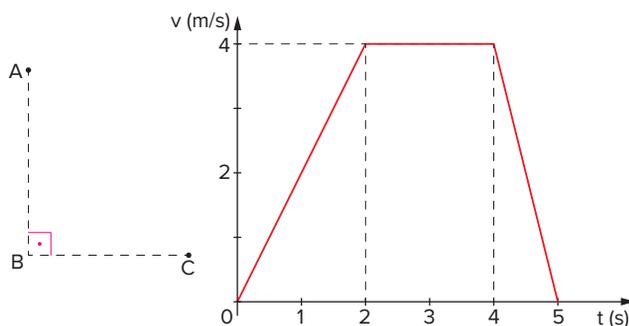
24 Vunesp Uma bola desloca-se em trajetória retilínea, com velocidade constante, sobre um plano horizontal transparente. Com o sol a pino, a sombra da bola é projetada verticalmente sobre um plano inclinado, como mostra a figura a seguir.



Nessas condições, a sombra desloca-se sobre o plano inclinado em:

- movimento retilíneo uniforme, com velocidade de módulo igual ao da velocidade da bola.
- movimento retilíneo uniforme, com velocidade de módulo menor que o da velocidade da bola.
- movimento retilíneo uniforme, com velocidade de módulo maior que o da velocidade da bola.
- movimento retilíneo uniformemente variado, com velocidade de módulo crescente.
- movimento retilíneo uniformemente variado, com velocidade de módulo decrescente.

27 Uma partícula parte do ponto A da trajetória ABC, esquematizada abaixo, no instante $t_0 = 0$, atinge o ponto B no instante $t_1 = 3,0$ s e para no ponto C no instante $t_2 = 5,0$ s. A variação de sua velocidade escalar pode ser observada no gráfico abaixo.



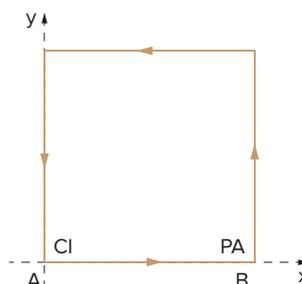
Considerando o intervalo de 0 a 5,0 s, calcule, para a partícula:

- o valor absoluto da velocidade escalar média.
- a intensidade da velocidade vetorial média.

25 FEI Uma partícula descreve uma circunferência de raio de 20 cm, percorrendo $\frac{1}{6}$ da mesma em 8 s. Qual é, em cm/s, o módulo do vetor velocidade média da partícula no referido intervalo de tempo?

- A 1,8 C 2,5 E 3,5
B 2,0 D 2,8

28 UFG (Adapt.) O excesso de navegação no mundo virtual fez com que um cidadão (CI), “ao se sentir obeso”, procurasse um contato físico com a realidade e, para tal, contratou um *personal* amigo (PA) para fazer parte de seus exercícios matinais. Suponha que isso tenha ocorrido em uma praça quadrada de Goiânia, de lado 300 m, conforme esboçada na figura a seguir.



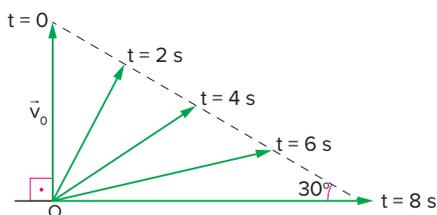
26 Unicamp A figura a seguir representa um mapa da cidade de Vectoria, o qual indica a direção das mãos do tráfego. Devido ao congestionamento, os veículos trafegam com a velocidade média de 18 km/h. Cada quadra dessa cidade mede 200 m por 200 m (do centro de uma rua ao centro de outra rua). Uma ambulância localizada em A precisa pegar um doente localizado bem no meio da quadra em B, sem andar na contramão.

Previamente combinado, as duas pessoas, CI e PA, saíram no mesmo instante de suas posições iniciais, A e B, representadas na figura, caminhando no sentido anti-horário. CI partiu do repouso com aceleração de $5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$, e PA andou desde o início com velocidade constante de $1,0 \text{ m/s}$. Determine, entre a posição inicial e a posição em que se encontraram:

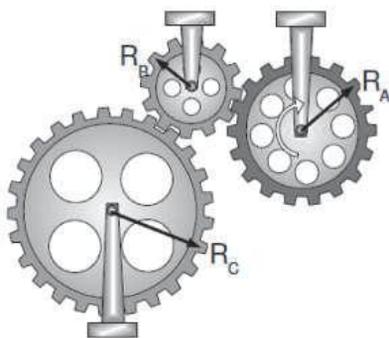
- o vetor velocidade média (módulo, direção e sentido) do PA.
- a velocidade escalar média do CI.

- 29 FMP 2019** Uma aeronave, antes de aterrissar no Aeroporto Santos Dummont no Rio de Janeiro, faz uma curva no ar, mostrando aos passageiros a bela vista da Baía de Guanabara. Suponha que essa curva seja um círculo de raio 6000 m e que a aeronave trace essa trajetória com velocidade de módulo constante igual a $432,0 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ em relação ao solo. A aceleração centrípeta da aeronave, em relação ao solo, vale, em $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, aproximadamente
- A 2,000 C 7,200 E 31,10
 B 2,400 D 9,800

- 30 FEI** A velocidade \vec{v} de um móvel em função do tempo acha-se representada pelo diagrama vetorial da figura. A intensidade da velocidade inicial é $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Determine o módulo da aceleração vetorial média entre os instantes $t = 0$ e $t = 8 \text{ s}$.



- 31 Mackenzie 2019**



As engrenagens **A**, **B** e **C**, de raios R_A , R_B e R_C , acima desenhadas, fazem parte de um conjunto que funciona com um motor acoplado à engrenagem de raio $R_A = 20 \text{ cm}$, fazendo-a girar com frequência constante de 120 rpm , no sentido horário. Conhecendo-se o raio $R_B = 10 \text{ cm}$ e $R_C = 25 \text{ cm}$, pode-se afirmar que no SI (Sistema Internacional de Unidades) a aceleração de um ponto da periferia da engrenagem **C**, tem módulo igual a

(Considere $\pi^2 = 10$)

- A 1,6 C 25,6 E 2560
 B 16,0 D 32,0

- 32 PUC-SP** Para calcular a aceleração tangencial média de um corpo em movimento circular, cujo raio de curvatura é $\pi \text{ m}$, você dispõe de uma tabela que relaciona, a partir do repouso e do instante $t = 0$, o número de voltas completas e o respectivo intervalo de tempo.

	Número de voltas completas	Intervalo de tempo
1ª tomada de dados	20	1 s
2ª tomada de dados	80	2 s
3ª tomada de dados	100	3 s

O valor da aceleração tangencial média sofrida pelo corpo durante essa experiência é:

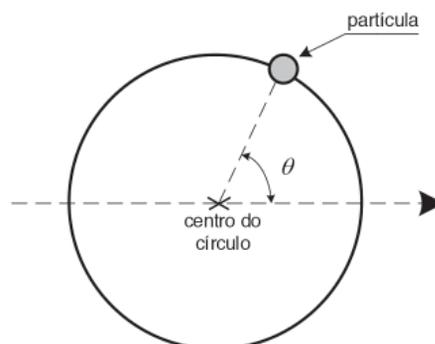
- A 20 m/s^2 D 80 voltas/s^2
 B 40 m/s^2 E 100 voltas/s^2
 C 40 voltas/s^2

- 33 UFU 2018** Filmes de ficção científica, que se passam no espaço sideral, costumam mostrar habitats giratórios que fornecem uma gravidade artificial, de modo que as pessoas se sintam como se estivessem na Terra. Imagine um desses habitats em um local livre da influência significativa de outros campos gravitacionais, com raio de 1 Km e com pessoas habitando a borda interna do cilindro.

Esse cenário, nessas condições, reproduz algo muito próximo à aceleração da gravidade de 10 m/s^2 desde que a frequência com que o habitat rotaciona seja, aproximadamente, de

- A 2 rpm. C 20 rpm.
 B 1 rpm. D 60 rpm.

- 34 IME 2019**



Uma partícula desloca-se solidária a um trilho circular com $0,5 \text{ m}$ de raio. Sabe-se que o ângulo θ , indicado na figura, segue a equação $\theta = t^2$, onde t é o tempo em segundos e θ é o ângulo em radianos. O módulo do vetor aceleração da partícula, em $t = 1 \text{ s}$, é:

- A $\sqrt{5}$ C 1 E 2
 B $\sqrt{2}$ D $2\sqrt{5}$

35 UEM 2020 Em um plano, uma partícula P_1 parte do ponto $(1, 0)$ no instante $t_0 = 0$ s e se desloca no sentido anti-horário sobre o gráfico da circunferência Γ de equação $x^2 + y^2 = 1$ até retornar ao ponto de partida. No mesmo instante $t_0 = 0$ s, uma outra partícula, P_2 , parte do ponto $(-1, 1)$ e se desloca sobre o gráfico da função $y = x^2$ até o ponto $(1, 1)$. Suponha que as distâncias sejam dadas em metros e que as velocidades escalares de ambas as partículas sejam iguais e constantes. Assinale o que for **correto**.

- 01 A partícula P_2 percorre apenas pontos interiores à circunferência Γ .
 02 Se a velocidade escalar das partículas for de 3 m/s, então o tempo que a partícula P_1 leva para retornar ao ponto de partida é superior a 2 s.
 04 Durante os deslocamentos das partículas, entre quaisquer dois instantes t_1 e t_2 a velocidade vetorial média de P_1 é igual à velocidade vetorial média de P_2 .
 08 A aceleração vetorial instantânea de P_1 em qualquer instante t do deslocamento é igual à aceleração centrípeta em t .
 16 No movimento da partícula P_2 não há aceleração centrípeta.

Soma:

36 PUC-SP Uma partícula movimenta-se no plano Oxy de modo que as equações paramétricas de sua trajetória são:

$$x = t + 3 \text{ e } y = 5 - t$$

com x e y medidos em metros e t em segundos.

- a) Qual a velocidade da partícula no instante $t = 5$ s?
 b) Em que instante a partícula está a igual distância dos eixos Ox e Oy ?

37 Em relação a um referencial cartesiano xOy , uma partícula se move segundo os seguintes movimentos parciais dados através de suas funções horárias. Determine e identifique a equação da trajetória do móvel em cada caso:

- a) $x = 3t$; $y = 18t^2$
 b) $x = 6t - 12t^2$; $y = 4t - 8t^2$
 c) $x = 2 - 4t$; $y = 5t^2 - 2t$
 d) $x = 3\cos\frac{2\pi t}{3}$; $y = 3\sin\frac{2\pi t}{3}$
 e) $x = 2\sin\frac{\pi t}{3}$; $y = 3\cos\frac{\pi t}{3}$

38 IME 2016 Dois observadores em movimento acompanham o deslocamento de uma partícula no plano. O observador 1, considerando estar no centro de seu sistema de coordenadas, verifica que a partícula descreve um movimento dado pelas equações $x_1(t) = 3\cos(t)$ e $y_1(t) = 4\sin(t)$, sendo t a variável tempo. O observador 2, considerando estar no centro de seu sistema de coordenadas, equaciona o movimento da partícula como $x_2(t) = 5\cos(t)$ e $y_2(t) = 5\sin(t)$. O observador 1 descreveria o movimento do observador 2 por meio da equação:

Observações:

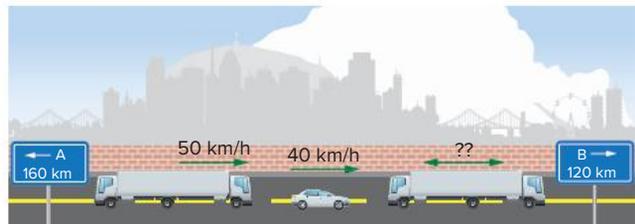
- os eixos x_1 e x_2 são paralelos e possuem o mesmo sentido; e
- os eixos y_1 e y_2 são paralelos e possuem o mesmo sentido.

- A $9x^2 + 16y^2 = 25$ D $x^2/4 + y^2 = 1$
 B $x^2/9 + y^2/16 = 25$ E $4x^2 + y^2 = 4$
 C $4x^2 + y^2 = 1$

39 PUC-SP Dois móveis estão dotados de movimentos uniformes sobre uma trajetória retilínea, de tal forma que a distância entre eles aumenta de 10 metros por segundo quando se deslocam no mesmo sentido e de 30 metros quando se deslocam em sentidos opostos. Os valores das velocidades destes móveis são:

- A 20 m/s e 10 m/s
 B 30 m/s e 5 m/s
 C 30 m/s e 20 m/s
 D 20 m/s e 5 m/s
 E 25 m/s e 10 m/s

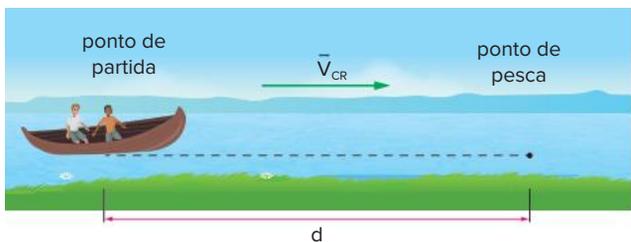
40 Fuvest Uma jovem viaja de uma cidade A para uma cidade B, dirigindo um automóvel por uma estrada muito estreita. Em um certo trecho, em que a estrada é reta e horizontal, ela percebe que seu carro está entre dois caminhões-tanque bidirecionais e iguais, como mostra a figura. A jovem observa que os dois caminhões, um visto através do espelho retrovisor plano, e o outro, através do para-brisa, parecem aproximar-se dela com a mesma velocidade.



Como o automóvel e o caminhão de trás estão viajando no mesmo sentido, com velocidades de 40 km/h e 50 km/h, respectivamente, pode-se concluir que a velocidade do caminhão que está à frente é:

- A 50 km/h com sentido de A para B.
 B 50 km/h com sentido de B para A.
 C 40 km/h com sentido de A para B.
 D 30 km/h com sentido de B para A.
 E 30 km/h com sentido de A para B.

41 UFSC Descendo um rio em sua canoa, sem remar, dois pescadores levam 300 segundos para atingir o seu ponto de pesca, na mesma margem do rio e em trajetória retilínea. Partindo da mesma posição e remando, sendo a velocidade da canoa, em relação ao rio, igual a 2,0 m/s, eles atingem o seu ponto de pesca em 100 segundos. Após a pescaria, remando contra a correnteza do rio, eles gastam 600 segundos para retornar ao ponto de partida.



Considerando que a velocidade da correnteza \vec{V}_{CR} é constante, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Quando os pescadores remaram rio acima, a velocidade da canoa, em relação à margem, foi igual a 4,00 m/s.
- 02 Não é possível calcular a velocidade com que os pescadores retornaram ao ponto de partida, porque a velocidade da correnteza não é conhecida.
- 04 Quando os pescadores remaram rio acima, a velocidade da canoa, em relação ao rio, foi de 1,50 m/s.
- 08 A velocidade da correnteza do rio é 1,00 m/s.
- 16 O ponto de pesca fica a 300 metros do ponto de partida.
- 32 Não é possível determinar a distância do ponto de partida até o ponto de pesca.
- 64 Como a velocidade da canoa foi de 2,0 m/s, quando os pescadores remaram rio abaixo, então, a distância do ponto de partida ao ponto de pesca é 200 m.

Soma:

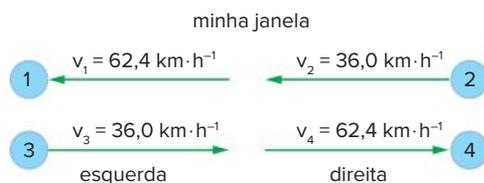
- 42 ITA** Um barco leva 10 horas para subir e 4 horas para descer um mesmo trecho do rio Amazonas, mantendo constante o módulo de sua velocidade em relação à água. Quanto tempo o barco leva para descer esse trecho com os motores desligados?
- A 14 horas e 30 minutos
 - B 13 horas e 20 minutos
 - C 7 horas e 20 minutos
 - D 10 horas
 - E Não é possível resolver porque não foi dada a distância percorrida pelo barco.

- 43 Fuvest 2015** Uma criança com uma bola nas mãos está sentada em um “gira-gira” que roda com velocidade angular constante e frequência $f = 0,25$ Hz.

Note e adote: $\pi = 3$.

- a) Considerando que a distância da bola ao centro do “gira-gira” é 2 m, determine os módulos da velocidade \vec{V}_T e da aceleração \vec{a} da bola, em relação ao chão.
Num certo instante, a criança arremessa a bola horizontalmente em direção ao centro do “gira-gira”, com velocidade \vec{V}_R de módulo 4 m/s, em relação a si.
Determine, para um instante imediatamente após o lançamento:
- b) o módulo da velocidade \vec{U} da bola em relação ao chão;
 - c) o ângulo θ entre as direções das velocidades \vec{U} e \vec{V}_R da bola.

- 44 Vunesp** Gotas de chuva que caem com velocidade $v = 20$ m/s são vistas através da minha vidraça formando um ângulo de 30° com a vertical, vindo da esquerda para a direita. Quatro automóveis estão passando pela minha rua com as velocidades de módulos e sentidos indicados. Qual dos motoristas vê, através do vidro lateral, a chuva caindo na vertical?



- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E nenhum.

- 45 UFGM** Um barco tenta atravessar um rio com 1,0 km de largura. A correnteza do rio é paralela às margens e tem velocidade de 4,0 km/h. A velocidade do barco, em relação à água, é de 3,0 km/h perpendicularmente às margens. Nessas condições, pode-se afirmar que o barco:

- A atravessará o rio em 12 minutos.
- B atravessará o rio em 15 minutos.
- C atravessará o rio em 20 minutos.
- D nunca atravessará o rio.

- 46 FEI** Sabe-se que a distância entre as margens paralelas de um rio é de 100 m e que a velocidade da correnteza, de 6 m/s, é constante, com direção paralela às margens. Um barco parte de um ponto x da margem A com velocidade constante de 8 m/s, com direção perpendicular às margens do rio. A que distância do ponto x o barco atinge a margem B?

- A 100 m
- B 125 m
- C 600 m
- D 750 m
- E 800 m

- 47 Fuvest** Pedro atravessa a nado, com velocidade constante, um rio de 60 m de largura e margens paralelas, em 2 minutos. Ana, que boia no rio e está parada em relação à água, observa Pedro, nadando no sentido sul-norte, em uma trajetória retilínea, perpendicular às margens. Marta, sentada na margem do rio, vê que Pedro se move no sentido sudoeste-nordeste, em uma trajetória que forma um ângulo θ com a linha perpendicular às margens. As trajetórias, como observadas por Ana e por Marta, estão indicadas nas figuras abaixo, respectivamente, por PA e PM. Se o ângulo θ for tal que $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ($\sin \theta = \frac{4}{5}$), qual o valor do módulo da velocidade:



- a) de Pedro em relação à água?
- b) de Pedro em relação à margem?
- c) da água em relação à margem?

48 UFPE Um nadador quer atravessar um rio de 30 m de largura cuja correnteza tem uma velocidade de 4,0 m/s. Se ele deseja atingir a outra margem, num ponto exatamente em frente ao ponto de partida, quantos segundos ele levará para fazer a travessia, se for capaz de nadar com velocidade constante de 5,0 m/s em relação à água?

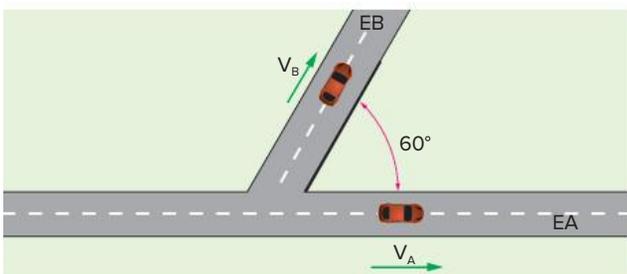
49 FEI Um barco tem velocidade de 14,4 km/h em águas paradas. Com ele, deseja-se atravessar um rio cuja correnteza tem velocidade de 2 m/s, constante, indo de um ponto de uma margem até o ponto diametralmente oposto na outra margem. O ângulo que o eixo longitudinal do barco deve formar com a normal à correnteza é:

- A 120°
- B 90°
- C 30°
- D 60°
- E 45°

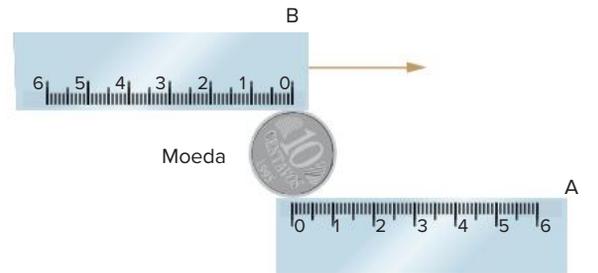
50 Cesesp Um avião, cuja velocidade em relação ao ar é v , viaja da cidade A para a cidade B em um tempo t , quando não há vento. Quanto tempo será gasto para a viagem, quando sopra um vento com velocidade u (em relação ao solo) perpendicularmente à linha que liga as duas cidades? (Despreze o tempo de subida e descida do avião.)

- A $t \cdot \left(1 - \frac{u}{v}\right)^2$
- B $t \cdot \left(1 - \frac{u}{v}\right)$
- C $t \cdot \left(1 - \frac{u^2}{v^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$
- D $t \cdot \left(1 - \frac{v^2}{u^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$
- E $t \cdot \left(1 - \frac{u^2}{v^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

51 UFPE Os automóveis A e B se movem com velocidades constantes $V_A = 100$ km/h e $V_B = 82$ km/h, em relação ao solo, ao longo das estradas EA e EB indicadas nas figuras. Um observador no automóvel B mede a velocidade do automóvel A. Determine o valor da componente desta velocidade na direção da estrada EA, em km/h.

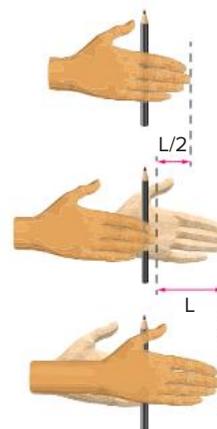


52 PUC-Minas A figura mostra uma montagem em que uma moeda rola sobre a régua A, partindo da posição mostrada na figura, “empurrada” pela régua B, sem que haja deslizamento dela em relação a qualquer uma das régua. Quando a moeda estiver na posição “2 cm” em relação à régua A, a régua B terá percorrido, em relação à mesma régua A:



- A 2 cm
- B 1 cm
- C 4 cm
- D 6 cm
- E 3 cm

53 Fuvest É conhecido o processo utilizado por povos primitivos para fazer fogo. Um jovem, tentando imitar parcialmente tal processo, mantém entre suas mãos um lápis de forma cilíndrica e com raio igual a 0,40 cm de tal forma que, quando movimentada a mão esquerda para a frente e a direita para trás, em direção horizontal, imprime ao lápis um rápido movimento de rotação. O lápis gira, mantendo seu eixo fixo na direção vertical, como mostra a figura a seguir. Realizando diversos deslocamentos sucessivos e medindo o tempo necessário para executá-los, o jovem conclui que pode deslocar a ponta dos dedos de sua mão direita de uma distância $L = 15$ cm, com velocidade constante, em aproximadamente 0,30 s.



Podemos afirmar que, enquanto gira num sentido, o número de rotações por segundo executadas pelo lápis é aproximadamente igual a:

- A 5
- B 8
- C 10
- D 12
- E 20

**FRENTE 1****CAPÍTULO****7**

Lançamento oblíquo no vácuo

O estudo do lançamento oblíquo nos permite prever trajetórias de objetos que são lançados formando ângulos em relação à horizontal. É possível prever seu tempo de subida, sua altura máxima, seu tempo de descida e seu alcance. Esse estudo pode ser aplicado, por exemplo, em extrapolações de trajetórias em saltos acrobáticos com motocicletas antes de as manobras serem realizadas, reduzindo o risco de acidentes.

Lançamento oblíquo no vácuo

Vamos tomar um corpo sendo lançado com velocidade \vec{v}_0 em uma direção que forma um ângulo θ com a horizontal.

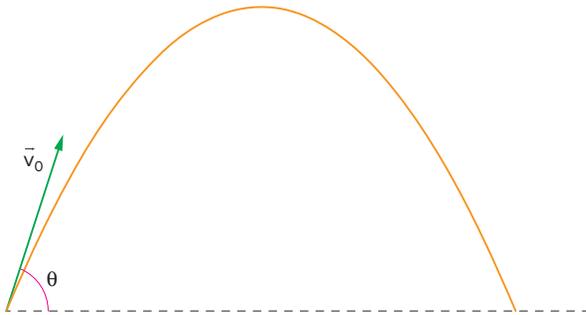


Fig. 1 Lançamento oblíquo.

Em nosso estudo, desprezamos a resistência do ar e consideramos o movimento com dimensões desprezíveis em relação ao raio da Terra. Desse modo, não levamos em conta a influência da curvatura da Terra, e a partícula estará sujeita a um campo gravitacional uniforme, onde o vetor aceleração é sempre perpendicular ao plano horizontal, com sentido para baixo e de módulo constante.

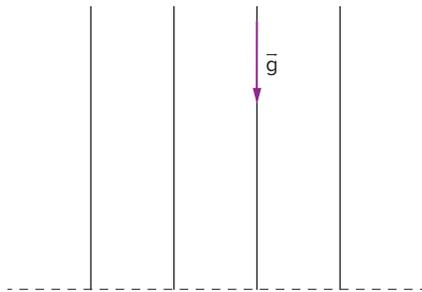


Fig. 2 Linhas de força em um campo gravitacional uniforme.

Assim, a única aceleração a que ficará sujeita a partícula é a da gravidade (\vec{g}), que será a sua aceleração vetorial durante todo o movimento, logo após ter sido lançada.

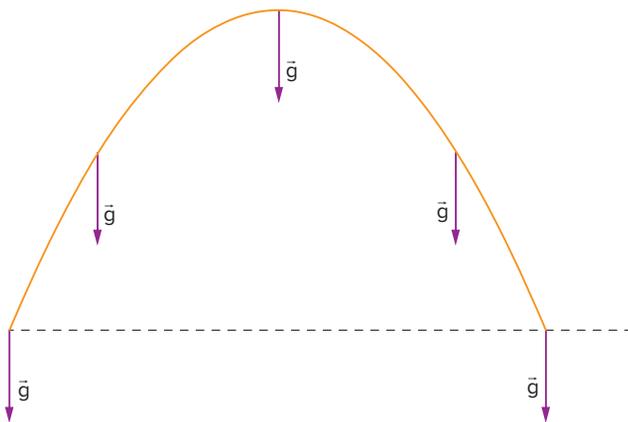


Fig. 3 O vetor aceleração é constante durante o movimento.

Esse movimento pode ser, então, considerado como a composição de dois movimentos simultâneos e independentes:

- um movimento vertical sujeito à aceleração constante da gravidade e, portanto, uniformemente variado.
 - um movimento horizontal livre de acelerações e, portanto, uniforme.
- Vamos estudá-los separadamente.

Atenção

- Como descrito no capítulo 3, o valor de $|\vec{g}|$ é $9,8 \text{ m/s}^2$, porém muitos vestibulares adotam $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$ por simplicidade.
- Assumimos ainda que:

$$v_x = |\vec{v}_x|; v_y = |\vec{v}_y|; v_{0x} = |\vec{v}_{0x}| \text{ e } v_{0y} = |\vec{v}_{0y}|$$

Movimento vertical

Tomemos um eixo Oy orientado para cima e com sua origem coincidindo com o ponto do lançamento. Como a aceleração tem sentido para baixo, então:

$$a = -g$$

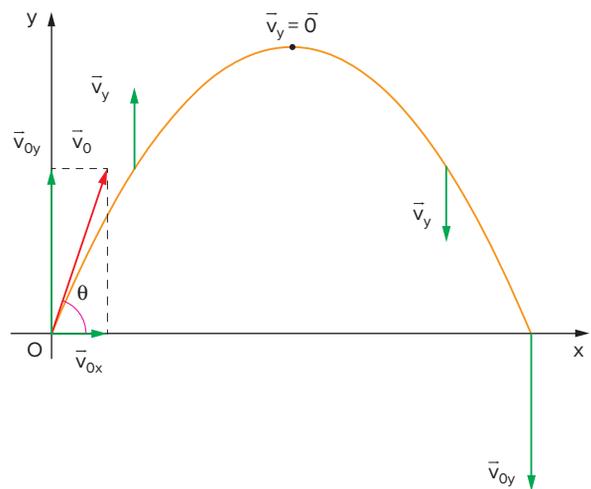


Fig. 4 Velocidade vertical, v_y .

Para podermos estudar o movimento vertical, decomponemos a velocidade inicial de lançamento no eixo Oy.

Temos então:

$$\text{sen } \theta = \frac{v_{0y}}{v_0} \Rightarrow v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } \theta,$$

que é o módulo da velocidade inicial vertical.

No MUV, sabemos que as funções horárias do espaço e da velocidade e a equação de Torricelli são dadas por:

- $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
- $v = v_0 + a t$
- $v^2 = v_0^2 + 2 a \Delta s$

No nosso caso:

$$s = y; s_0 = 0; \Delta s = \Delta y; v = v_y; v_0 = v_{0y} \text{ e } a = -g$$

Daí:

$$y = v_0 \cdot \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin\theta - gt$$

$$v_y^2 = v_0^2 \cdot \sin^2\theta - 2g\Delta y$$

Podemos observar que a velocidade v_y diminui em módulo com o passar do tempo até se anular no ponto de altura máxima, conforme já estudado.

Movimento horizontal

Tomemos um eixo Ox orientado para a direita e com sua origem coincidindo com o ponto de lançamento.

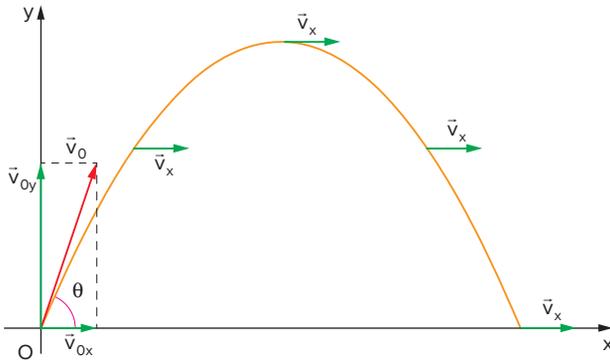


Fig. 5 Velocidade horizontal, v_x .

Para podermos estudar o movimento horizontal, decomponemos a velocidade inicial de lançamento no eixo Ox .

Temos então:

$$\cos\theta = \frac{v_{0x}}{v_0} \Rightarrow v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta,$$

que é o módulo da velocidade inicial horizontal.

No MU, sabemos que as funções horárias do espaço e da velocidade são dadas por:

- $s = s_0 + v \cdot t$
- $v = \text{cte.}$

No nosso caso:

$$s = x; \quad s_0 = 0 \quad \text{e} \quad v = v_{0x}$$

Daí:

$$x = v_0 \cdot \cos\theta \cdot t$$

$$v = v_0 \cdot \cos\theta$$

Atenção

Em cada ponto da trajetória, a partícula possui duas componentes da velocidade: uma componente constante na horizontal e uma componente variável na vertical.

Composição dos movimentos vertical e horizontal

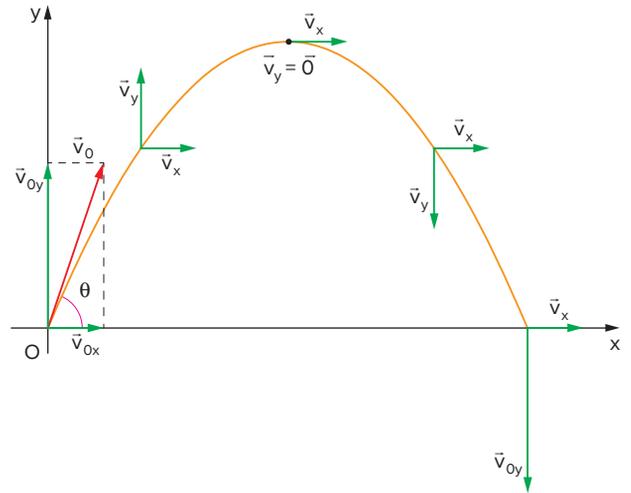


Fig. 6 Velocidade horizontal (MU) e velocidade vertical (MUV).

A velocidade vetorial instantânea será, em cada ponto, a soma dos vetores \vec{v}_x e \vec{v}_y :

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$

Sabemos ainda que o vetor velocidade instantânea será tangente à trajetória no ponto considerado.

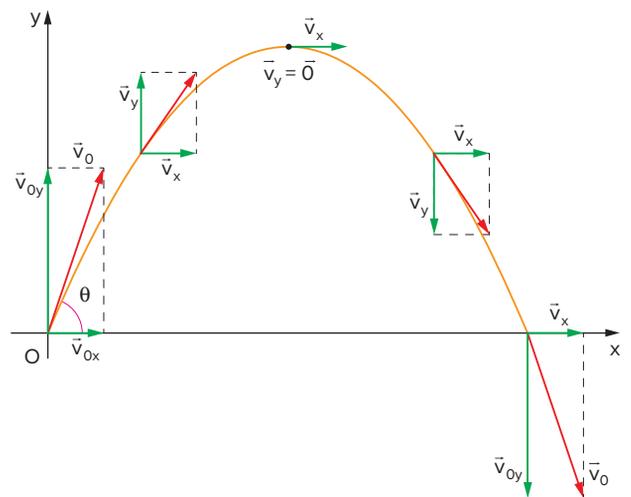


Fig. 7 Velocidade vetorial instantânea.

Observação:

- No ponto de altura máxima, o módulo da velocidade é mínimo, porém não nulo, pois somente a velocidade vertical se anula, sendo constante a velocidade horizontal em todo o movimento.
- Assim como já estudado no capítulo 3, a velocidade vertical ao passar por uma dada altura tem o mesmo módulo, tanto na subida quanto na descida, diferindo apenas no sentido. Portanto, como a velocidade horizontal é constante, o módulo do vetor velocidade ao passar pela mesma altura, tanto na subida quanto na descida, é o mesmo, diferindo apenas na direção.

Podemos observar também que a aceleração vetorial instantânea pode ser decomposta em duas componentes: tangencial e centrípeta.

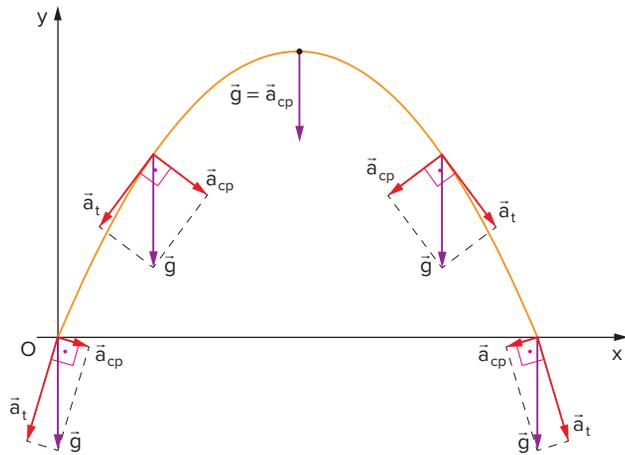


Fig. 8 Aceleração vetorial: tangencial e centrípeta.

Desde o lançamento até o ponto de altura máxima, a aceleração tangencial tem sentido contrário ao da velocidade, sendo o movimento, portanto, retardado, com o módulo da velocidade diminuindo.

Do ponto de altura máxima em diante, a aceleração tangencial tem o mesmo sentido da velocidade, sendo o movimento, portanto, acelerado, com o módulo da velocidade aumentando.

Observação:

- A aceleração é constante e igual a \vec{g} , porém, suas decomposições, tangencial e centrípeta, variam.
- No ponto de altura máxima, a aceleração vetorial instantânea coincide com a aceleração centrípeta, sendo nula a aceleração tangencial.

Tempo de subida

Desde o lançamento até atingir a altura máxima, o tempo de subida (t_s) é calculado tomando $v_y = 0$ em:

$$v_y = v_{0y} - gt$$

Com $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\theta$, temos:

$$0 = v_0 \cdot \sin\theta - gt_s \Rightarrow t_s = \frac{v_0 \cdot \sin\theta}{g}$$

Como o tempo de descida (t_d), desde a altura máxima até o nível horizontal do lançamento, é igual ao tempo de subida (t_s) entre o nível horizontal e a altura máxima:

$$t_d = t_s$$

Então, o tempo total de movimento (T) será:

$$T = t_s + t_d \Rightarrow T = \frac{2v_0 \cdot \sin\theta}{g}$$

Observação: Como já estudado, o tempo de subida entre duas alturas dadas é igual ao tempo de descida entre elas.

Atenção

Note que o lançamento vertical é um caso particular do lançamento oblíquo quando $\theta = 90^\circ$:

$$t_s = t_d = \frac{v_0 \cdot \sin 90^\circ}{g} = \frac{v_0}{g} \text{ e } T = \frac{2v_0}{g}$$

Altura máxima

A altura máxima é o valor de y quando a velocidade vertical se anula.

Mas:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$$

Com $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\theta$, $v_y = 0$ e $\Delta y = h_{\text{máx}} - 0 = h_{\text{máx}}$, temos:

$$0 = v_0^2 \cdot \sin^2\theta - 2gh_{\text{máx}} \Rightarrow h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\theta}{2g}$$

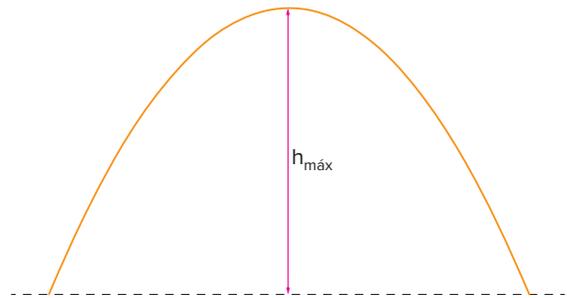


Fig. 9 Altura máxima.

Atenção

Note que a altura máxima no lançamento vertical é um caso particular do lançamento oblíquo quando $\theta = 90^\circ$:

$$h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 90^\circ}{2g} \Rightarrow h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Alcance

O alcance (A) é o deslocamento horizontal da partícula desde o lançamento até alcançar o solo.

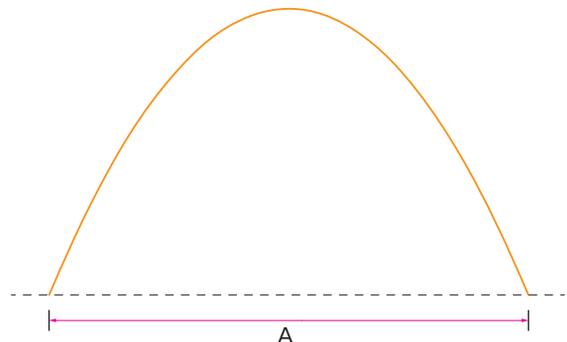


Fig. 10 Alcance em um lançamento oblíquo.

A partícula alcança o solo quando $y = 0$. No nosso caso, como o nível de lançamento é o mesmo do retorno ao solo, então, o tempo total é dado por:

$$T = \frac{2v_0 \cdot \sin \theta}{g}$$

Mas o espaço horizontal é dado por: $x = v_{0x} \cdot t$
Como $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \theta$:

$$x = v_0 \cdot \cos \theta t$$

Logo, com $t = T$, teremos $x = A$ (alcance) e:

$$A = v_0 \cdot \cos \theta \cdot \frac{2v_0 \cdot \sin \theta}{g} \Rightarrow A = \frac{2v_0^2 \cdot \sin \theta \cos \theta}{g}$$

Sabemos da trigonometria que:

$$2\sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$$

Logo:

$$A = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$$

A partir da fórmula do alcance, podemos provar que duas partículas lançadas com a mesma velocidade inicial, mas com ângulos complementares, θ_1 e θ_2 , atingem o mesmo alcance.

Isso acontece porque:

$$\sin 2\theta_1 = \sin 2\theta_2 \Rightarrow \begin{cases} 2\theta_1 = 2\theta_2 \\ \text{ou} \\ 2\theta_1 + 2\theta_2 = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = \theta_2 \\ \text{ou} \\ \theta_1 + \theta_2 = 90^\circ \end{cases}$$

Temos ainda que o valor máximo do alcance é obtido quando $\sin 2\theta$ é máximo. Isso se dá para:

$$\sin 2\theta = 1 \Rightarrow 2\theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

E o valor de $A_{\text{máx}}$ será:

$$A_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \cdot 1}{g} \Rightarrow A_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g}$$

! Atenção

A fórmula deduzida para o alcance só pode ser utilizada quando o corpo atinge o mesmo nível do lançamento.

Caso contrário, deve-se aplicar o mesmo método de dedução para a situação apresentada.

Equação da trajetória

Podemos provar que a trajetória de um lançamento oblíquo é uma parábola.

As equações do espaço em x e y são dadas por:

$$x = v_0 \cdot \cos \theta t$$

$$y = v_0 \cdot \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

Para obter a equação da trajetória, vamos eliminar o tempo:

$$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \theta}$$

Logo:

$$y = v_0 \cdot \sin \theta \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos \theta} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2 \theta}$$

$$y = \tan \theta \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot x^2$$

Como θ , v_0 e g são constantes, então $y = y(x)$ é uma função do 2º grau, ou seja, uma parábola. Sua concavidade é voltada para baixo, pois o coeficiente de x^2 é negativo. Como o termo independente é nulo, passa pela origem $(0; 0)$.

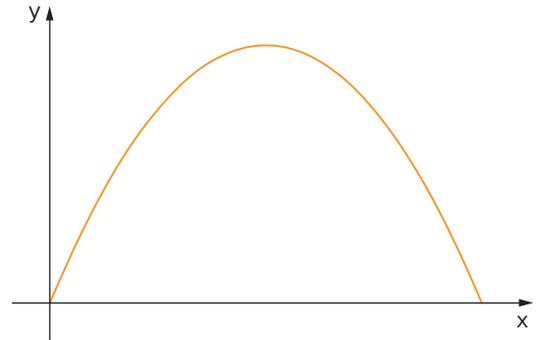
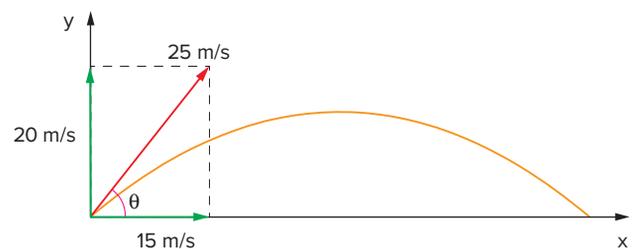


Fig. 11 Trajetória do movimento.

Exercícios resolvidos

- 1 Um corpo é lançado de um plano horizontal com velocidade de 25 m/s, formando um ângulo θ com a horizontal. Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $\sin \theta = 0,8$, determine:
- as funções horárias de espaço horizontal e vertical do movimento.
 - as funções horárias de velocidade horizontal e vertical do movimento.
 - o tempo necessário para atingir a altura máxima.
 - o tempo necessário para o corpo voltar ao solo.
 - a altura máxima atingida pelo corpo.
 - o alcance do lançamento.
 - a mínima velocidade, em módulo, durante o lançamento.
 - o vetor velocidade do corpo para $t = 3 \text{ s}$.
 - o módulo do vetor velocidade no item h.

Resolução:



- a) O movimento em x é uniforme, com a seguinte função horária:
 $x = x_0 + v_x \cdot t$

Como $x_0 = 0$ e $v_x = v_0 \cdot \cos \theta = 25 \cdot 0,6 = 15$ m/s:

$$x = 15t$$

O movimento em y é uniformemente variado, com a seguinte função horária:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

Como $y_0 = 0$; $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta = 25 \cdot 0,8 = 20$ m/s e $a = -10$ m/s²:

$$y = 20t - 5t^2$$

b) A partir das funções de espaço, temos:

$$v_x = 15$$

$$v_y = 20 - 10t$$

c) O corpo atinge a altura máxima quando $v_y = 0$:

$$0 = 20 - 10t \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

d) Como não há atrito, o tempo de subida é igual ao de descida:

$$t_t = t_s + t_d = 2 + 2 \Rightarrow t_t = 4 \text{ s}$$

e) Da equação de Torricelli na vertical, temos para a altura máxima:

$$0 = 20^2 + 2(-10)h_{\text{máx}} \Rightarrow h_{\text{máx}} = 20 \text{ m}$$

f) O alcance é o valor de x para $t = 4$ s:

$$x = 15 \cdot 4 \Rightarrow x = 60 \text{ m}$$

g) A menor velocidade em módulo ocorre na altura máxima, pois aí a velocidade vertical se anula:

$$v_y = 0 \text{ e } v_x = 15 \text{ m/s} \Rightarrow |\vec{v}|_{\text{mín}} = 15 \text{ m/s}$$

h) Para $t = 3$ s:

$$v_x = 15 \text{ m/s e}$$

$v_y = 20 - 10 \cdot 3 = -10$ m/s, o que indica que o corpo estará descendo.

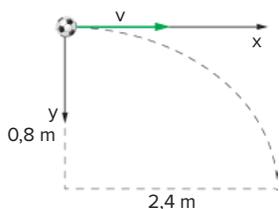
$$i) |\vec{v}|^2 = v_x^2 + v_y^2 \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{15^2 + (-10)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\vec{v}| = 5\sqrt{13} \text{ m/s}$$

2 Uma bola rola de uma mesa horizontal sem atrito de 0,8 m de altura e atinge o solo a uma distância de 2,4 m da borda da mesa. Considerando $g = 10$ m/s², determine a velocidade da bola sobre a mesa.

Resolução:

Para o movimento, temos:



Em y , a velocidade inicial é nula:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = 5t^2$$

Como $y = 0,8$ m:

$$0,8 = 5t^2 \Rightarrow t = 0,4 \text{ s}$$

que é o tempo de queda.

Nesse intervalo, o corpo percorre em x a distância de 2,4 m:

$$v = \frac{2,4 \text{ m}}{0,4 \text{ s}} \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

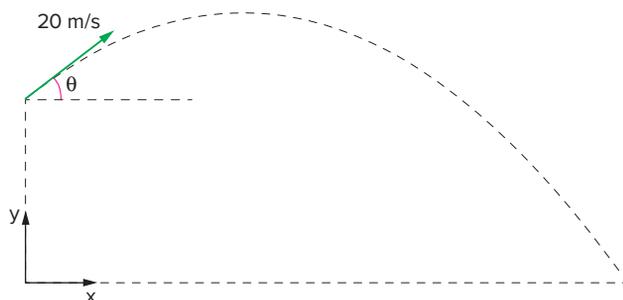
3 Um corpo é lançado do alto de um prédio de 9 m de altura, com uma velocidade de 20 m/s, formando um ângulo θ com a horizontal. Sabendo que $g = 10$ m/s² e $\sin \theta = 0,6$, determine:

a) o alcance do corpo.

b) o ângulo formado pelo vetor velocidade com a vertical no momento em que o corpo atinge o solo.

Resolução:

Para o movimento, temos:



a) A equação do movimento em y é dada por:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

em que:

$$y_0 = 9 \text{ m; } v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ m/s e}$$

$$a = -10 \text{ m/s}^2$$

Assim:

$$y = 9 + 12t - 5t^2$$

O corpo atinge o solo quando $y = 0$:

$$0 = 9 + 12t - 5t^2 \Rightarrow 5t^2 - 12t - 9 = 0$$

$$t_1 = 3 \text{ s e } t_2 = -0,6 \text{ s (não convém)}$$

Logo, o alcance será dado por:

$$A = v_x \cdot t$$

$$\text{em que: } v_x = v_0 \cdot \cos \theta = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ m/s e } t = 3 \text{ s}$$

$$A = 16 \cdot 3 \Rightarrow A = 48 \text{ m}$$

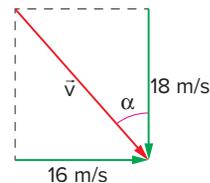
b) Sabemos que:

$$v_x = 16 \text{ m/s e } v_y = 12 - 10t$$

Para $t = 3$ s:

$$v_x = 16 \text{ m/s e } v_y = 12 - 10 \cdot 3 \Rightarrow v_y = -18 \text{ m/s}$$

Logo:



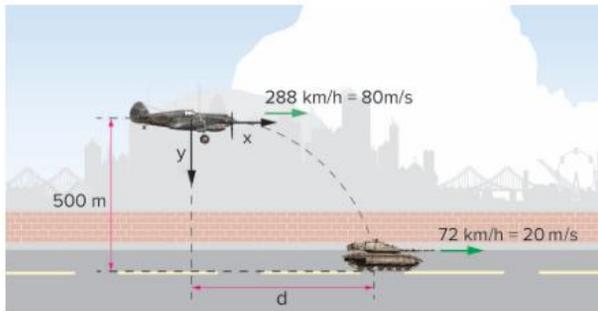
É o ângulo α que o vetor velocidade forma com a vertical é tal que:

$$\text{tg} \alpha = \frac{16}{18} \Rightarrow \alpha = \text{arctg} \frac{8}{9}$$

4 Um avião em voo horizontal a 500 m de altura deve soltar uma bomba sobre um carro que se move à velocidade de 72 km/h. Se a velocidade do avião é de 288 km/h, no mesmo sentido do carro e no mesmo plano vertical, determine a distância d em que o avião deverá soltar a bomba para atingir o alvo, considerando $g = 10$ m/s².

Resolução:

Temos a seguinte situação:



Para o movimento vertical da bomba:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow y = 5t^2$$

Quando $y = 500$ m:

$500 = 5t^2 \Rightarrow t = 10$ s, que é o tempo que a bomba leva para atingir o solo.

Para o movimento horizontal, temos:

Bomba: $x_B = 80t$

Carro: $x_C = d + 20t$

A bomba atinge o carro quando $x_B = x_C$, para $t = 10$ s:

$$80 \cdot 10 = d + 20 \cdot 10 \Rightarrow d = 600 \text{ m}$$

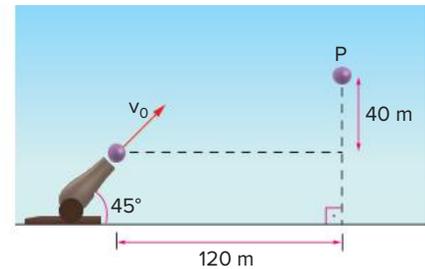
Revisando

► **Dados:** Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

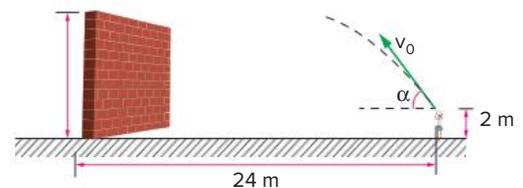
- Um corpo é lançado de um plano horizontal com velocidade de 10 m/s , formando um ângulo θ com a horizontal. Sabendo que $\sin \theta = 0,6$, determine:
 - o tempo necessário para o corpo atingir a altura máxima.
 - a altura máxima atingida pelo corpo.
 - o tempo necessário para o corpo voltar ao solo.
 - o alcance do lançamento.
 - a mínima velocidade, em módulo, durante o lançamento.
 - o ângulo com que o corpo deveria ser lançado para atingir o alcance máximo.
 - o alcance na situação do item f.

- 2 Uma esfera desliza sobre uma mesa plana com velocidade constante igual a 3 m/s. A mesa está a 80 cm de altura do solo. Determine:
- o tempo necessário para a esfera atingir o solo.
 - o alcance do lançamento.
 - o módulo da velocidade da esfera imediatamente antes de atingir o solo.
 - o ângulo que o vetor velocidade, na situação do item c, forma com a vertical.

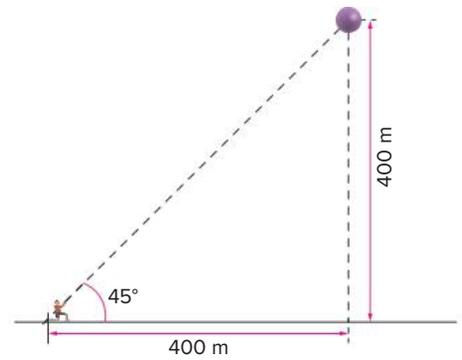
- 3 O canhão da figura dispara um projétil com velocidade inicial de módulo igual a v_0 , atingindo um alvo estacionário situado em P. Desprezando influências do ar e as dimensões do canhão, determine:
- o tempo que o projétil leva para atingir o alvo.
 - o valor de v_0 .



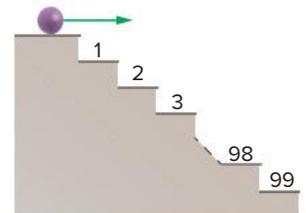
- 4 Um menino lança, sobre sua cabeça, uma bola com velocidade 20 m/s, que forma um ângulo α com a horizontal. A bola parte de uma altura de 2 m e o menino quer que ela ultrapasse um muro que se encontra a 24 m dele. Determine a altura máxima que o muro pode ter para que a bola passe por ele, sabendo que $\sin \alpha = 0,8$.



- 5 Um atirador aponta sua espingarda para um objeto parado no ar a uma altura de 400 m, como indica a figura. Despreze a resistência do ar. Admitindo que, no momento em que a bala sai da arma com velocidade 200 m/s, o objeto inicia seu movimento de queda, determine:
- o instante em que a bala atinge o objeto.
 - a altura, relativamente ao solo, em que a bala atinge o objeto.



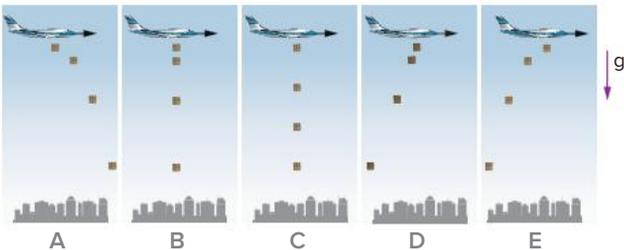
- 6 Uma bola de gude rola do alto de uma escada, conforme mostra a figura. Os degraus têm 25 cm de altura e 40 cm de largura. Determine o intervalo de velocidades da bola para que ela atinja o 5º degrau.



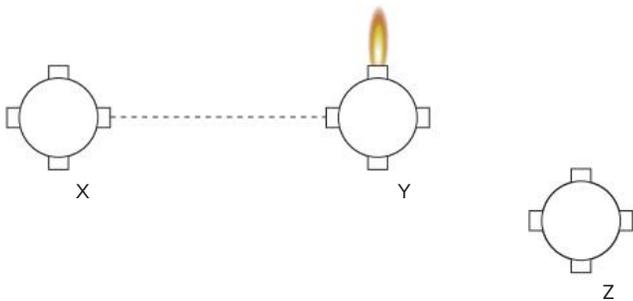
Exercícios propostos

Dado: Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

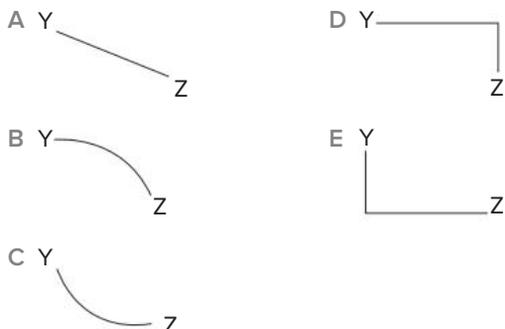
1 Fuvest Em decorrência de fortes chuvas, uma cidade do interior paulista ficou isolada. Um avião sobrevoou a cidade, com velocidade horizontal constante, largando 4 pacotes de alimentos, em intervalos de tempos iguais. No caso ideal, em que a resistência do ar pode ser desprezada, a figura que melhor poderia representar as posições aproximadas do avião e dos pacotes, em um mesmo instante, é:



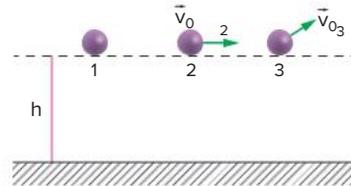
2 UFMG (Adapt.) A figura a seguir representa uma nave espacial que se desloca numa região do espaço onde as forças gravitacionais são desprezíveis. A nave desloca-se de X para Y, em linha reta, com velocidade constante. No ponto Y, um motor lateral da nave é acionado, ficando ela sujeita a uma aceleração constante, perpendicular à sua trajetória inicial. Depois de um certo intervalo de tempo, quando a nave se encontra em Z, o motor é desligado.



O diagrama que melhor representa a trajetória da nave entre os pontos Y e Z é:

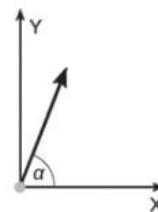


3 Sesp Três partículas iniciam, a partir da mesma altura h acima do solo, seus movimentos em queda livre. A velocidade inicial da partícula 1 é nula e as velocidades iniciais das outras partículas, \vec{v}_{02} e \vec{v}_{03} , estão indicadas na figura a seguir. Qual a ordem de chegada ao solo?

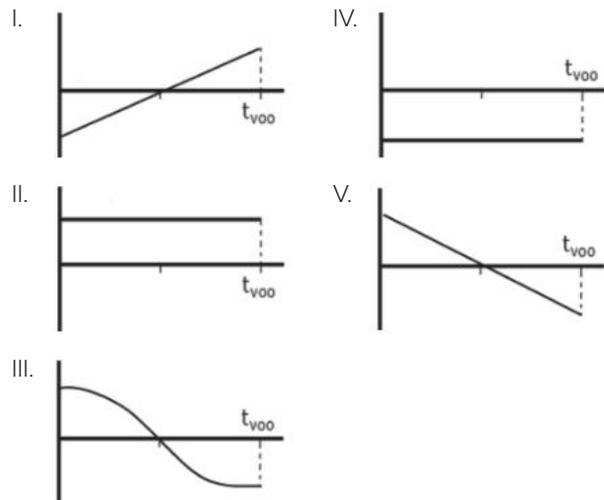


- A 1, 2 e 3.
- B 1 e 2 juntas e, a seguir, 3.
- C 3, 2 e 1.
- D 3 e, a seguir, 1 e 2 juntas.
- E as três chegam juntas.

4 UFRGS 2015 Em uma região onde a aceleração da gravidade tem módulo constante, um projétil é disparado a partir do solo, em uma direção que faz um ângulo α com a direção horizontal, conforme representado na figura abaixo.

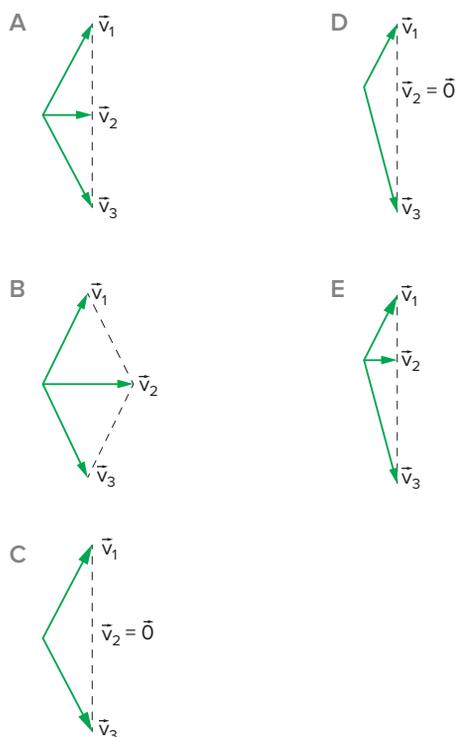
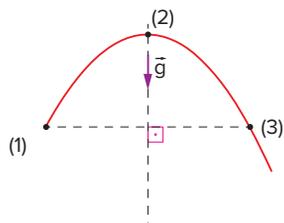


Assinale a opção que, desconsiderando a resistência do ar, indica os gráficos que melhor representam, respectivamente, o comportamento da componente horizontal e o da componente vertical, da velocidade do projétil, em função do tempo.



- A I e V.
- B II e V.
- C II e III.
- D IV e V.
- E V e II.

5 PUC Na figura a seguir, uma partícula é lançada do ponto 1 em um lugar onde a intensidade do campo gravitacional (\vec{g}) é constante e descreve a trajetória mostrada. O atrito é desprezível. Em qual das opções a seguir estão mais bem representadas as velocidades \vec{v}_1 , \vec{v}_2 e \vec{v}_3 dessa partícula quando ela passa, respectivamente, pelos pontos 1, 2 e 3 de sua trajetória? (Nas opções, os vetores velocidade são desenhados sempre a partir do mesmo ponto; a esta representação dá-se o nome de hodógrafo do movimento.)



6 UEM 2017 Considerando movimentos próximos à superfície terrestre, e na ausência de forças dissipativas, é correto dizer que

- 01 na queda vertical, se um corpo de massa m sofre um deslocamento d a partir do repouso, em um intervalo de tempo t , então esse mesmo corpo, partindo novamente do repouso, sofrerá um deslocamento $2d$ em um intervalo de tempo $2t$.
- 02 na queda vertical, se um corpo de massa m adquire uma velocidade v a partir do repouso, em um intervalo de tempo t , então um corpo de massa $2m$, partindo também do repouso, adquirirá uma velocidade $2v$ no mesmo intervalo de tempo t .

- 04 na queda vertical, se um corpo de massa m adquire uma velocidade v a partir do repouso, em um intervalo de tempo t , então esse mesmo corpo, partindo também do repouso, adquirirá uma velocidade $2v$ em um intervalo de tempo $2t$.
- 08 tanto o lançamento horizontal como o lançamento oblíquo podem ser estudados decompondo-os em dois movimentos simultâneos e independentes entre si, sendo um movimento uniforme horizontal e um movimento uniformemente variado vertical.
- 16 se um corpo de massa m for solto na vertical e um outro corpo também de massa m for lançado horizontalmente da mesma altura h no mesmo instante t , então este último atingirá primeiramente o solo, por ter sofrido um impulso inicial que o primeiro não sofreu.

Soma:

7 UFSC Um projétil é lançado do chão com velocidade escalar inicial v_0 e ângulo θ_0 em relação ao plano horizontal. Despreze qualquer forma de atrito. Determine quais das proposições a seguir são corretas.

- 01 O movimento do projétil se dá em um plano.
- 02 Quanto maior o ângulo θ_0 , entre 0° e 90° , maior o alcance do projétil.
- 04 Quanto maior a velocidade escalar inicial v_0 , maior o alcance do projétil.
- 08 O tempo de subida do projétil, até o ponto de altura máxima, é igual ao tempo de descida até o chão.
- 16 Caso houvesse resistência do ar, essa faria com que o alcance do projétil fosse maior do que o da situação sem resistência.
- 32 Caso houvesse resistência do ar, essa faria com que a altura máxima do projétil fosse a mesma da situação sem resistência.

Soma:

8 Unicamp Um menino, andando de skate com velocidade $v = 2,5 \text{ m/s}$ num plano horizontal, lança para cima uma bolinha de gude com velocidade $v_0 = 4,0 \text{ m/s}$ e a apanha de volta.

Dado: Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Determine:

- a) a trajetória descrita pela bolinha em relação à Terra.
- b) a trajetória descrita pela bolinha em relação ao menino.
- c) a altura máxima que a bolinha atinge.
- d) a distância horizontal que a bolinha percorre.
- e) o valor da velocidade da bolinha, em relação ao solo, quando ela atinge a altura máxima.

9 Faap-SP Um projétil lançado para cima, com ângulo de tiro 60° , tem velocidade de 30 m/s no ponto culminante de sua trajetória. Calcule a velocidade do projétil ao retornar ao solo.

- 10 Ufes** Um foguete sobe inclinado, fazendo com a vertical um ângulo de 60° . A uma altura de 1000 m do solo, quando sua velocidade é de 1440 km/h, uma de suas partes se desprende. A aceleração da gravidade ao longo de toda a trajetória é constante e vale 10 m/s^2 . A altura máxima, em relação ao solo, atingida pela parte que se desprende é:
- A 1000 m
B 1440 m
C 2400 m
D 3000 m
E 7000 m

- 11 PUC-Campinas 2018** Um objeto foi lançado obliquamente a partir de uma superfície plana e horizontal de modo que o valor da componente vertical de sua velocidade inicial era $v_{0y} = 30 \text{ m/s}$ e o da componente horizontal era $v_{0x} = 8,0 \text{ m/s}$. Considerando a aceleração gravitacional igual a 10 m/s^2 e desprezando a resistência do ar, o alcance horizontal do objeto foi
- A 12 m.
B 24 m.
C 48 m.
D 78 m.
E 240 m.

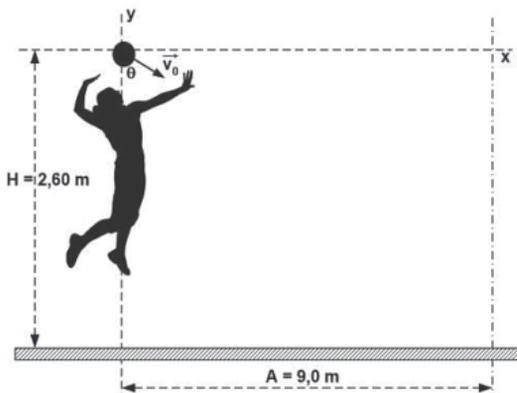
- 12 FEI** Um projétil é lançado do solo numa direção que forma um ângulo θ com a horizontal. Sabe-se que ele atinge uma altura máxima $H_{\text{máx}} = 15 \text{ m}$ e que sua velocidade no ponto de altura máxima é $v = 10 \text{ m/s}$.

▶ **Dado:** Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Determine:

- a) a sua velocidade inicial.
b) o ângulo θ de lançamento.
c) o tempo de permanência no ar.
d) o alcance.

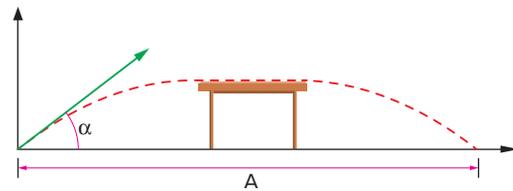
- 13 IFBA 2017** Uma jogadora de vôlei rebate uma bola na linha da rede, a uma altura de 2,60 m, com módulo da velocidade inicial V_0 , formando ângulo θ com a direção vertical, num local onde a gravidade vale $10,0 \text{ m/s}^2$.



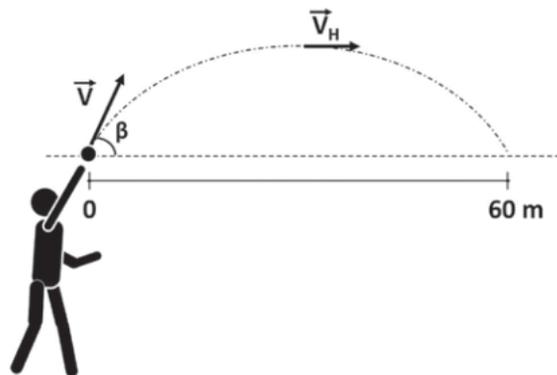
A distância máxima da rede à linha de fundo é de 9,0 m. Considerando que a bola leva 0,2 s para atingir esta marca e que a resistência do ar é desprezível, pode-se afirmar que o módulo das componentes iniciais (v_{0x} e v_{0y}) da velocidade da bola, em m/s, são respectivamente:

- A 45,0 e 12,0
B 0,4 e 0,2
C 2,6 e 2,4
D 9,0 e 3,0
E 10,0 e 5,0

- 14 UFBA** Um projétil, lançado obliquamente com velocidade inicial de 50 m/s, forma com a horizontal um ângulo $\alpha = 37^\circ$. No instante em que ele atinge a altura máxima, encontra um plano horizontal e move-se sobre toda a sua extensão, sem atrito, durante 5 s, quando, então, inicia seu movimento de declínio, conforme a figura. Considerando $\sin 37^\circ = 0,60$, $\cos 37^\circ = 0,80$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine o alcance A.



- 15 Fatec 2017** Em um jogo de futebol, o goleiro, para aproveitar um contra-ataque, arremessa a bola no sentido do campo adversário. Ela percorre, então, uma trajetória parabólica, conforme representado na figura, em 4 segundos.



Desprezando a resistência do ar e com base nas informações apresentadas, podemos concluir que os módulos da velocidade \vec{V} , de lançamento, e da velocidade \vec{V}_H , na altura máxima, são, em metros por segundos, iguais a, respectivamente,

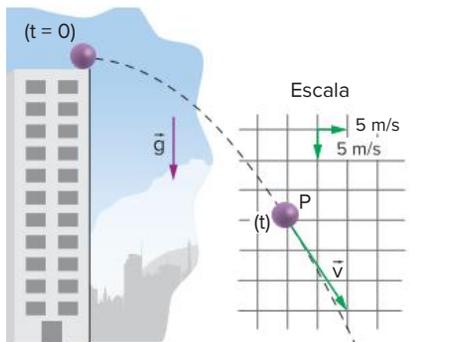
- A 15 e 25.
B 15 e 50.
C 25 e 15.
D 25 e 25.
E 25 e 50.

▶ **Dados:** $\sin \beta = 0,8$; $\cos \beta = 0,6$.

- 16 Vunesp** Um avião de salvamento, voando horizontalmente a uma altura de 125 metros do solo, deve deixar cair um pacote para um grupo de pessoas que ficaram isoladas após um acidente. Para que o pacote atinja o grupo, deve ser abandonado t segundos antes de o avião passar diretamente acima do grupo. Adotando-se $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando-se a resistência oferecida pelo ar, pode-se afirmar que t , em segundos, é igual a:
- A 1,0 B 2,0 C 3,0 D 4,0 E 5,0

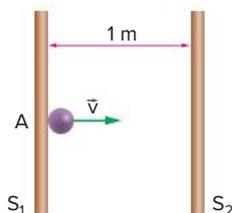
- 17 ITA** Uma bola é lançada horizontalmente do alto de um edifício, tocando o solo decorridos aproximadamente 2 s. Sendo de 2,5 m a altura de cada andar, o número de andares do edifício é:
- A 5
B 6
C 8
D 9
E indeterminado, pois a velocidade horizontal de arremesso da bola não foi fornecida.

- 18 Vunesp** Uma pequena esfera é lançada horizontalmente do alto de um edifício com velocidade \vec{v}_0 . A figura a seguir mostra a velocidade \vec{v} da esfera no ponto P da trajetória, t segundos após o lançamento, e a escala utilizada para representar esse vetor (as linhas verticais do quadriculado são paralelas à direção do vetor aceleração da gravidade \vec{g}).



Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando a resistência oferecida pelo ar, determine, a partir da figura:

- a) o módulo de \vec{v}_0 .
b) o instante t em que a esfera passa pelo ponto P.
- 19 Fuvest (Adapt.)** A figura ilustra dois anteparos paralelos, colocados perpendicularmente com relação ao solo. Uma esfera é lançada do ponto A, com velocidade inicial de 20 m/s , perpendicular a S_1 . A esfera colide sucessivamente com S_1 e S_2 , através de choques elásticos. Calcule:



- a) o tempo que a esfera leva para atingir novamente o anteparo S_1 .
b) a que altura h , relativamente ao ponto inicial A, a esfera se encontra, após 0,5 s do lançamento.

- 20 Fuvest** Dois rifles são disparados com os canos na horizontal, paralelos ao plano do solo e ambos à mesma altura acima do solo. À saída dos canos, a velocidade da bala do rifle A é três vezes maior que a velocidade da bala do rifle B.

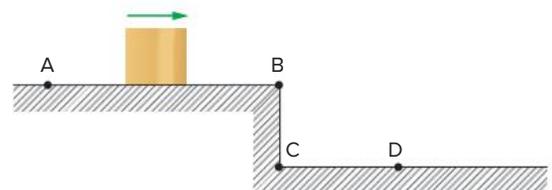
Após intervalos de tempo t_A e t_B , as balas atingem o solo a, respectivamente, distâncias d_A e d_B das saídas dos respectivos canos. Desprezando-se a resistência do ar, pode-se afirmar que:

- A $t_A = t_B, d_A = d_B$
B $t_A = \frac{t_B}{3}, d_A = d_B$
C $t_A = \frac{t_B}{3}, d_A = 3d_B$
D $t_A = t_B, d_A = 3d_B$
E $t_A = 3t_B, d_A = 3d_B$

- 21 FCC** Um avião precisa soltar um saco com mantimentos a um grupo de sobreviventes que está numa balsa. A velocidade horizontal do avião é constante e igual a 100 m/s com relação à balsa e sua altitude é 2000 m . Desprezando os efeitos do ar e supondo $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a) o tempo que o saco leva para alcançar os sobreviventes.
b) a distância horizontal que separa o avião dos sobreviventes.
c) o módulo da velocidade do saco, no momento em que atinge a balsa.

- 22 Udesc** Um bloco parte do repouso no ponto A da figura e percorre o trajeto entre os pontos A e B, sobre um plano horizontal situado a $0,45 \text{ m}$ de altura do solo, obedecendo à equação horária $d = 2t^2$ (d em metros e t em segundos). Depois de passar pelo ponto B, o bloco segue em queda livre, indo atingir o solo no ponto D. Despreze atritos e considere a distância entre os pontos A e B igual a 2 metros.



Determine:

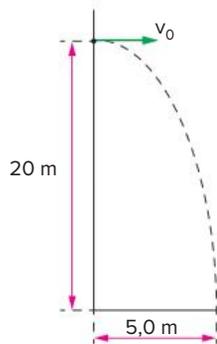
- a) a trajetória descrita pelo bloco no movimento entre B e D.
b) a aceleração constante do bloco no trecho AB.
c) a velocidade do bloco no ponto B.
d) a distância entre os pontos C e D.

23 Mackenzie Um corpo é lançado horizontalmente do alto de uma torre e atinge o solo horizontal com velocidade de 37,5 m/s, formando 53° com a horizontal. A altura da torre é de:
Observação: despreze as resistências ao movimento.

▶ **Dados:** $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\cos 53^\circ = 0,6$ e $\sin 53^\circ = 0,8$.

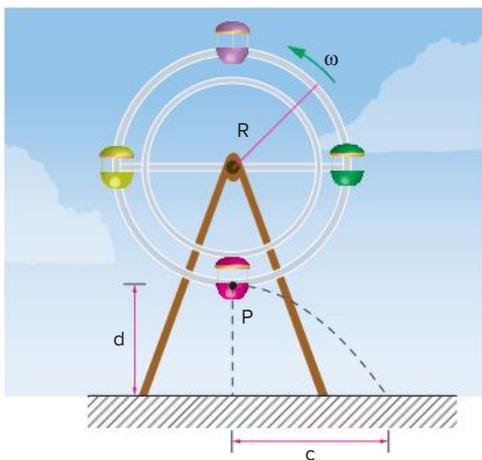
- A 20 m
- B 30 m
- C 40 m
- D 45 m
- E 50 m

24 Ufla Da janela de um prédio, a 20 m do chão, é arremessada uma pedra horizontalmente, de forma a tocar o chão a 5,0 m da base do prédio, conforme esquema a seguir. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule:



- a) o tempo que a pedra demora, desde o seu lançamento, até atingir o chão.
- b) a velocidade inicial da pedra ao ser arremessada.
- c) a velocidade da pedra ao atingir o chão.
- d) a equação da trajetória da pedra: $y = f(x)$.

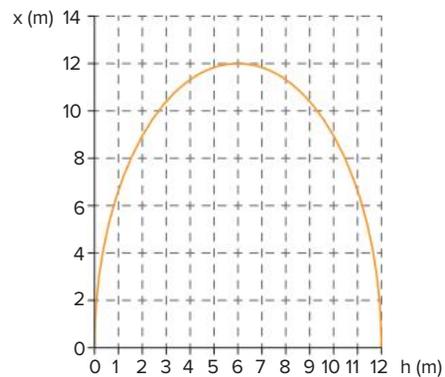
25 UFU Um vestibulando observa, num parque de diversão, uma roda-gigante girando com velocidade angular constante ω . Em um determinado instante, observa que, do ponto P mais baixo da roda-gigante, distante R do eixo, solta-se um parafuso, descrevendo uma trajetória parabólica mostrada na figura.



Desprezando a resistência do ar e considerando $c = 1 \text{ m}$, $d = 5 \text{ m}$, $R = 5 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a) o intervalo de tempo que o parafuso demora para cair a partir do ponto P.
- b) a velocidade escalar do parafuso, no instante em que ele é solto.
- c) a velocidade angular ω da roda-gigante.

26 UFMS O gráfico a seguir representa o deslocamento horizontal (x) de um jato de líquido que se escoou através de um pequeno furo feito a uma profundidade (h) na lateral de um tanque de altura (12 m), que permanece sempre cheio devido a um processo automático de reposição.



Considere as afirmativas.

- I. O valor máximo de (x) ocorre quando o furo é feito na metade da altura do tanque.
- II. O valor máximo de (x) obtido é de 6 m.
- III. Dois furos cuja soma das profundidades é 12 m proporcionam o mesmo alcance (x).
- IV. Dois furos cuja soma das profundidades é 12 m proporcionam a mesma velocidade de escoamento.
- V. Dois furos cuja soma das profundidades é 12 m proporcionam o mesmo tempo de queda.

É correto afirmar que:

- A apenas a afirmativa I é correta.
- B apenas as afirmativas I e III são corretas.
- C todas as afirmativas são corretas.
- D todas as afirmativas são falsas.
- E apenas a afirmativa IV é falsa.

27 FICSAE-SP 2017 Na modalidade esportiva do salto a distância, o esportista, para fazer o melhor salto, deve atingir a velocidade máxima antes de saltar, aliando-a ao melhor ângulo de entrada no momento do salto que, nessa modalidade, é o 45°. Considere uma situação hipotética em que um atleta, no momento do salto, alcance a velocidade de 43,2 km/h, velocidade próxima do recorde mundial dos 100 metros rasos, que é de 43,9 km/h. Despreze o atrito com o ar enquanto ele está em "voo" e considere o saltador como um ponto material situado em seu centro de gravidade.

Nessas condições, qual seria, aproximadamente, a distância alcançada no salto?

Dados: Adote o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 .
 $\text{sen } 45^\circ = \text{cos } 45^\circ = 0,7$



- A 7 m C 12 m
 B 10 m D 14 m

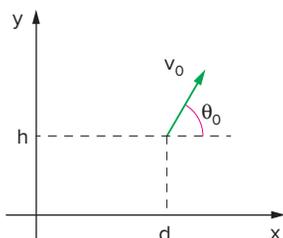
28 Uefs 2016 Em um planeta X, uma pessoa descobre que pode pular uma distância horizontal máxima de 20,0 m se sua velocidade escalar inicial for de 4,0 m/s. Nessas condições, a aceleração de queda livre no planeta X, em 10^{-1} m/s^2 , é igual a

- A 10,0 D 4,0
 B 8,0 E 2,0
 C 6,0

29 PUC-Campinas Um projétil é lançado segundo um ângulo de 30° com a horizontal, com uma velocidade de 200 m/s. Supondo a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 e desprezando a resistência do ar, o intervalo de tempo entre as passagens do projétil pelos pontos de altura 480 m acima do ponto de lançamento, em segundos, é:

- A 2,0
 B 4,0
 C 6,0
 D 8,0
 E 12

30 UFMS A figura a seguir mostra um objeto sendo lançado de um ponto de coordenadas (d, h), no plano xy, com velocidade inicial v_0 , segundo um ângulo θ_0 em relação ao eixo horizontal x. Sabe-se que a maior altura e o alcance horizontal obtidos foram H e L, respectivamente. A aceleração da gravidade é (g) e o objeto será localizado pelas suas coordenadas (x, y).



Desprezando a resistência do ar, pode-se afirmar, corretamente, que:

- 01 se $\theta_0 = 45^\circ$, o alcance horizontal L será máximo.
 02 quando $y = H$, a velocidade do objeto será igual a $v_0 \cdot \text{cos } \theta_0$.
 04 quando o objeto atinge o eixo x, as coordenadas do objeto serão (L, 0).
 08 o tempo de subida e o tempo de descida do objeto serão iguais.
 16 o tempo de descida será maior do que $\frac{v_0 \cdot \text{sen } \theta_0}{g}$.

$$32 \quad H = h + \left(\frac{v_0 \cdot \text{sen } \theta_0}{\sqrt{2g}} \right)^2$$

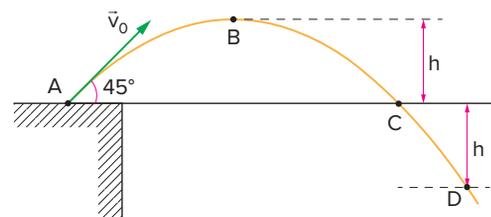
Soma:

31 Do alto de uma torre de 80 m de altura, dispondo de uma "mangueira", um bombeiro lança água para cima, em uma direção que forma um ângulo θ com a horizontal e com uma velocidade de 50 m/s. Admita $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze a resistência do ar. Calcule a que distância do pé da torre a água atinge o plano horizontal da base da torre.

Dados: $\text{sen } \theta = 0,6$.

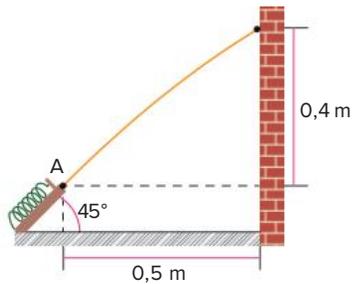
32 PUC-SP Do alto de uma torre são lançados, no mesmo instante, dois corpos, A e B, com velocidades iniciais iguais em módulo e inclinações distintas $\alpha_A = 30^\circ$ e $\alpha_B = 45^\circ$. Observa-se que ambos atingem o solo (suposto horizontal) no mesmo ponto. Desprezando a resistência do ar, qual é a relação entre os tempos de queda $\frac{t_A}{t_B}$, respectivamente, dos corpos A e B?

33 UFPE Uma pedra é lançada do topo de um edifício, com velocidade inicial \vec{v}_0 , formando um ângulo de 45° com a horizontal, conforme a figura a seguir. Despreze a resistência do ar e indique a afirmativa errada.



- A A velocidade da pedra ao passar pelo ponto D é $\sqrt{v_0^2 + 2gh}$.
 B O tempo gasto pela pedra no percurso BC é menor que o tempo gasto no percurso CD.
 C O tempo gasto pela pedra no percurso BCD é $\sqrt{2}$ vezes maior que o tempo gasto no percurso BC.
 D No ponto C, os módulos das componentes vertical e horizontal da velocidade são iguais.
 E Se o tempo gasto pela pedra no percurso ABC é 2 segundos, h é 5 metros.

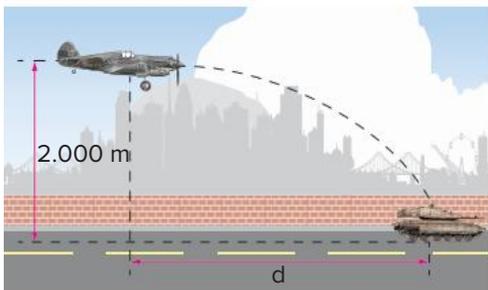
- 34 UFPR** Um jogo consiste em lançar uma bolinha com um dispositivo dotado de mola, cujo objetivo é atingir um ponto predefinido na parede, conforme ilustrado na figura. O ponto A representa a posição da bolinha no momento imediatamente seguinte ao seu lançamento. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Com base nesses dados, a velocidade de lançamento da bolinha deve ser:

- A 5,0 m/s
 B 4,0 m/s
 C 10 m/s
 D 20 m/s
 E 3,0 m/s
- 35 Mackenzie** Um jogador de basquete, parado, lança obliquamente a bola da altura de 1,70 m com velocidade de 10 m/s, formando um ângulo α ($\text{sen } \alpha = 0,8$; $\text{cos } \alpha = 0,6$) acima da horizontal, para outro jogador situado a 9 m dele. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze a resistência do ar. A altura, em relação ao solo, a que esse jogador deve colocar a mão, com o braço na vertical, para apanhar a bola é:
- A 0,75 m
 B 1,70 m
 C 2,25 m
 D 2,45 m
 E 2,65 m

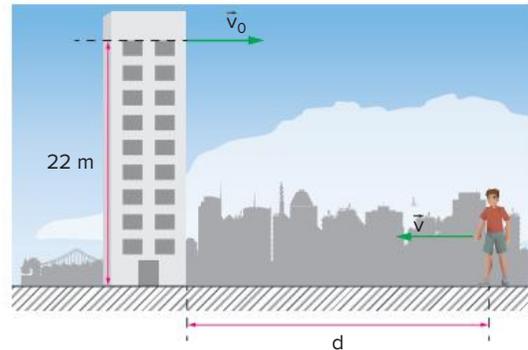
- 36 FEI** Um avião em voo horizontal a 2000 m de altura deve soltar uma bomba sobre um alvo móvel. A velocidade do avião é 432 km/h, a do alvo é 10 m/s, ambas constantes e de mesmo sentido, e $g = 10 \text{ m/s}^2$.



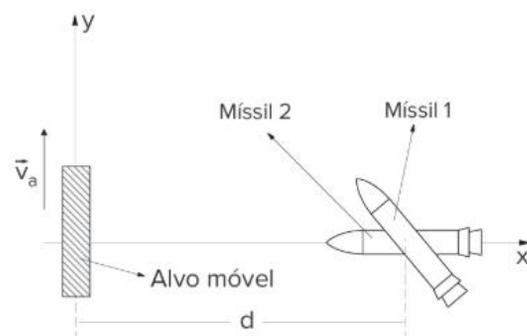
Determine:

- a) a distância d em que o avião deverá soltar a bomba para atingir o alvo.
 b) o ângulo formado pela linha de visada com a horizontal, no momento em que a bomba é solta.

- 37** Uma senhora joga, pela janela de seu apartamento, a chave da porta para seu filho, que aguarda no solo. A chave é lançada com velocidade horizontal \vec{v}_0 , cujo módulo é $v_0 = 3,0 \text{ m/s}$, de um ponto situado 22 m acima do solo (veja a figura). No exato instante em que a chave é lançada, o filho começa a se movimentar com velocidade constante \vec{v} , de módulo $v = 5,0 \text{ m/s}$, em direção ao prédio. Com isso, consegue apanhar a chave em um ponto situado 2,0 m acima do solo. Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando a resistência do ar, determine a distância d entre o filho e o prédio, no momento em que a chave foi lançada.



- 38 ITA 2020** Um sistema de defesa aérea testa separadamente dois mísseis contra alvos móveis que se deslocam com velocidade \vec{v}_a constante ao longo de uma reta distante de d do ponto de lançamento dos mísseis. Para atingir o alvo, o míssil 1 executa uma trajetória retilínea, enquanto o míssil 2, uma trajetória com velocidade sempre orientada para o alvo. A figura ilustra o instante de disparo de cada míssil, com o alvo passando pela origem do sistema de coordenadas xy .



Sendo os módulos das velocidades dos mísseis iguais entre si, maiores que v_a e mantidos constantes, considere as seguintes afirmações:

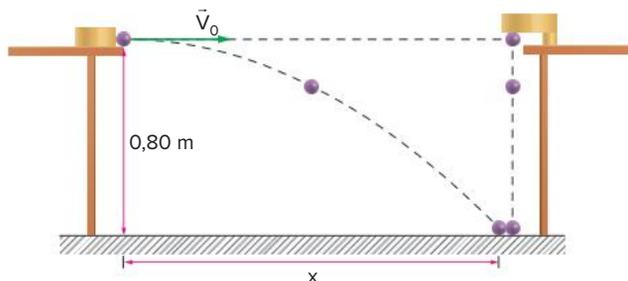
- I. Os intervalos de tempo entre o disparo e a colisão podem ser iguais para ambos os mísseis.
- II. Para que o míssil 1 acerte o alvo é necessário que o módulo da componente y de sua velocidade seja igual a v_0 .
- III. Desde o disparo até a colisão, o míssil 2 executa uma trajetória curva de concavidade positiva com relação ao sistema xy .

Considerando V como verdadeira e F como falsa, as afirmações I, II e III são, respectivamente,

- A V, V e V.
- B F, F e F.
- C V, F e V.
- D F, V e F.
- E F, V e V.

39 UFRJ Duas mesas de 0,80 m de altura estão apoiadas sobre um piso horizontal, como mostra a figura a seguir. Duas pequenas esferas iniciam o seu movimento simultaneamente do topo da mesa: 1) a primeira, da mesa esquerda, é lançada com velocidade \vec{V}_0 na direção horizontal, apontando para a outra esfera, com módulo igual a 4 m/s; 2) a segunda, da mesa da direita, cai em queda livre. Sabendo que elas se chocam no momento em que tocam o chão, determine:

- a) o tempo de queda das esferas.
- b) a distância x horizontal entre os pontos iniciais do movimento.

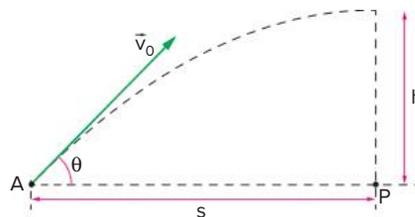


40 Mackenzie 2017 Um míssil AX100 é lançado obliquamente, com velocidade de 800 m/s, formando um ângulo de $30,0^\circ$ com a direção horizontal. No mesmo instante, de um ponto situado a 12,0 km do ponto de lançamento do míssil, no mesmo plano horizontal, é lançado um projétil caça míssil, verticalmente para cima, com o objetivo de interceptar o míssil AX100. A velocidade inicial de lançamento do projétil caça míssil, para ocorrer a interceptação desejada, é de

- A 960 m/s
- B 480 m/s
- C 400 m/s
- D 500 m/s
- E 900 m/s

41 FEI (Adapt.) Num exercício de tiro ao prato, um prato é lançado verticalmente de um ponto P. Simultaneamente, uma arma é disparada de um ponto A, situado na mesma horizontal de P, à distância $s = 24$ m dele. Depois de 2 s, o projétil atinge o prato numa altura $h = 12$ m.

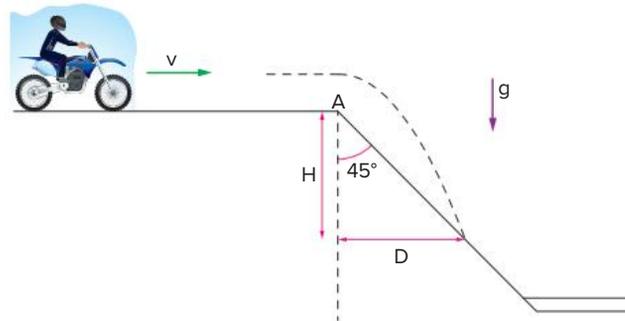
▶ Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Desprezando os efeitos do ar, determine:

- a) o módulo da velocidade inicial (\vec{v}_0) do projétil.
- b) o ângulo θ que o cano da arma deve fazer com a horizontal.

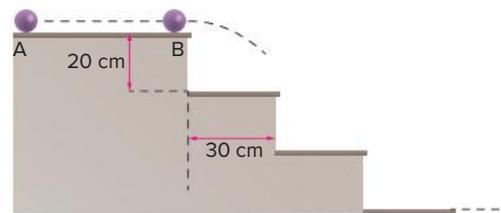
42 Fuvest Um motociclista de motocross move-se com velocidade $v = 10$ m/s, sobre uma superfície plana, até atingir uma rampa (em A), inclinada a 45° com a horizontal, como indicado na figura.



A trajetória do motociclista deverá atingir novamente a rampa a uma distância horizontal D ($D = H$), do ponto A, aproximadamente igual a:

- A 20 m
- B 15 m
- C 10 m
- D 7,5 m
- E 5 m

43 Cesgranrio Na superfície horizontal do patamar superior de uma escada, uma esfera de massa 10 g rola de um ponto A para um ponto B, projetando-se no ar a partir deste ponto para os degraus inferiores. Cada degrau tem altura de 20 cm e largura de 30 cm.



Considerando-se desprezível a resistência do ar e $g = 10 \text{ m/s}^2$, a velocidade mínima que a esfera deve ter ao passar pelo ponto B, para não tocar no primeiro degrau logo abaixo, é, em m/s, igual a:

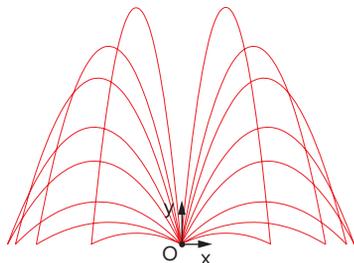
- A 0,6
- B 0,8
- C 1,0
- D 1,2
- E 1,5

Parábola de segurança

Para analisarmos este aspecto muito interessante do lançamento de projéteis, tomemos um corpo que é arremessado com velocidade sempre igual a v_0 a partir do mesmo ponto, variando somente o ângulo de lançamento θ . Podemos tomar como exemplo um canhão que sempre dispara projéteis com a mesma velocidade.

A água utilizada para apagar incêndios também sai da mangueira com a mesma velocidade. Tanto o atirador quanto o bombeiro variam apenas o ângulo para atingir alvos diferentes.

Se tomarmos ângulos diferentes de lançamento a partir da origem do sistema xOy , encontramos uma figura da seguinte forma:



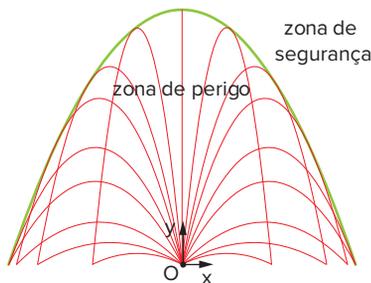
Da figura, podemos observar que existe uma região limite, tal que um alvo fora dessa região jamais será atingido. Pode ser demonstrado que essa região é delimitada por uma parábola, chamada parábola de segurança.

Observação: Não faz parte desse texto a demonstração de que essa região é uma parábola; vamos assumir isso como verdadeiro e deduzir a sua equação.

A região envolvida pela curva é chamada zona de perigo e a região exterior à curva é chamada zona de segurança.

A parábola de segurança tem propriedades muito interessantes:

- se plotarmos todos os lançamentos a partir do ponto O, com uma mesma velocidade v_0 , apenas variando o ângulo de lançamento, verificamos que as trajetórias obtidas (parábolas) tangenciam a parábola de segurança.



- se desejarmos lançar um projétil para atingir um determinado ponto, existem infinitas combinações de v_0 e θ que satisfarão essa necessidade. No entanto, a equação da parábola de segurança determina a menor velocidade de lançamento que possibilita o alvejamento.

A equação geral de uma parábola é dada por:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Para a dedução da equação da parábola de segurança, precisamos conhecer três pontos:

- I. no lançamento a 45° , o alcance é máximo e a trajetória do projétil tangencia a parábola de segurança no ponto $x = A_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g}$ e $y = 0$.
- II. por simetria, também pertence à parábola o ponto $x = -\frac{v_0^2}{g}$ e $y = 0$.

III. no lançamento vertical ($\theta = 90^\circ$), a altura é máxima e a trajetória do projétil tangencia a parábola de segurança no ponto $y = h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{2g}$ e $x = 0$.

Como $y = ax^2 + bx + c$, do ponto $\left(0; \frac{v_0^2}{2g}\right)$, temos:

$$\frac{v_0^2}{2g} = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = \frac{v_0^2}{2g}$$

Pela simetria da parábola em relação ao eixo Oy , temos que $b = 0$.

Logo, do ponto $\left(\frac{v_0^2}{g}; 0\right)$, temos:

$$0 = a \left(\frac{v_0^2}{g}\right)^2 + 0 \left(\frac{v_0^2}{g}\right) + \left(\frac{v_0^2}{2g}\right) \Rightarrow a = -\frac{g}{2v_0^2}$$

Então, a parábola de segurança tem sua equação dada por:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2 + \frac{v_0^2}{2g}$$

Podemos estudar um exemplo de aplicação:

Exercício resolvido

- 5 Um bombeiro deseja apagar um incêndio de um prédio de 15 andares. Devido às proporções do incêndio, o bombeiro não pode se aproximar mais de 10 m da base do prédio. Sabendo que a mangueira lança o jato de água com velocidade não superior a 20 m/s, qual a maior altura que o jato de água atingirá ao longo do prédio?



Desprezando a resistência do ar, a água percorre uma trajetória parabólica.

Resolução:

Sabemos que $v_0 = 20$ m/s e que $g = 10$ m/s².

A maior altura atingida pelo jato de água é aquela pertencente à parábola de segurança para $x = 10$ m.

Da equação $y = -\frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2 + \frac{v_0^2}{2g}$, temos:

$$h = \frac{10}{2 \cdot 20^2} \cdot 10^2 + \frac{20^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow h = 18,75 \quad 20$$

Logo: $h = 18,75$ m

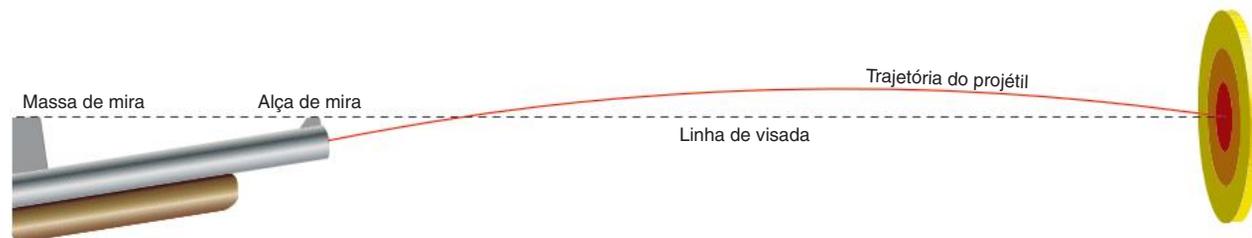
Observação: Vale lembrar que esse problema seria de difícil resolução caso não utilizássemos esta ferramenta poderosa, que é a parábola de segurança.

No entanto, esse conceito não será utilizado em nenhum de nossos exercícios.

A linha de visada é paralela à trajetória do projétil?

Em uma competição de tiro ao alvo, um atirador mira seu alvo através da linha de visada, geralmente sinalizada por uma marca na ponta da arma. O prolongamento dessa linha passa pelo alvo do tiro. Para tiros de longo alcance, devido à ação da aceleração da gravidade por um maior intervalo de tempo, é necessário utilizar o ajuste da alça de mira.

Esse ajuste é realizado a partir do alcance de alça, que é o alcance registrado na alça de mira, presente em armas que efetuam tiros a longas distâncias com precisão, como rifles e fuzis. Esse alcance compensa a ação da gravidade na trajetória do projétil. Assim, apesar de o atirador mirar de modo retilíneo, o cano da arma tem uma pequena inclinação ascendente e realiza um lançamento oblíquo em vez de um lançamento retilíneo.



Resumindo

Estudamos, neste capítulo, o lançamento de um corpo em que a direção de lançamento não é mais vertical, mas forma um ângulo com a direção horizontal (ou vertical). Para o desenvolvimento do estudo, foi necessário considerar desprezível a resistência do ar e assumir um campo gravitacional uniforme, ou seja, o vetor aceleração da gravidade a que ficará sujeito o corpo será sempre constante.

É importante destacar que os conceitos utilizados no presente capítulo já foram objeto de estudo nos capítulos 2 e 3 (movimento uniforme e movimento uniformemente variado). Isso se dá porque o **lançamento oblíquo**, que é bidimensional, nada mais é do que a composição de dois movimentos unidimensionais:

- **MRUV na vertical**, pois, nessa direção, o corpo estará sujeito à aceleração constante da gravidade.
- **MRU na horizontal**, pois, nessa direção, o corpo estará livre de acelerações.

As velocidades iniciais vertical e horizontal são obtidas a partir da decomposição da velocidade inicial do corpo em y e x, respectivamente. Consideramos, ao longo do estudo, um lançamento em que o corpo deixa e atinge pontos situados no mesmo nível.

Desse modo, as equações válidas para o movimento oblíquo são:

- **movimento vertical:**

$$y = v_0 \cdot \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2 \quad v_y = v_0 \cdot \sin \theta - g t \quad a_y = -g \quad v_y^2 = v_0^2 \cdot \sin^2 \theta - 2g \Delta y$$

- **movimento horizontal:**

$$x = v_0 \cdot \cos \theta t \quad v_x = v_0 \cdot \cos \theta \quad a_x = 0$$

Dessas equações, podemos deduzir algumas relações importantes para o lançamento oblíquo:

- **tempo de subida:** $t_s = \frac{v_0 \cdot \sin \theta}{g}$
- **tempo total de movimento:** $T = \frac{2v_0 \cdot \sin \theta}{g}$
- **altura máxima:** $h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2g}$
- **alcance:** $A = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$
- **alcance máximo:** $A_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g}$
- **equação da trajetória:** $y = \tan \theta \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta} \cdot x^2$

Vale observar que o movimento resultante é uma parábola, em que a velocidade vetorial, que é a resultante das velocidades vertical e horizontal, é sempre tangente à trajetória. Além disso, a aceleração vetorial, que é a resultante das acelerações tangencial e centrípeta, é sempre igual ao vetor aceleração da gravidade.



Sites

- Simulação de lançamento oblíquo.
Disponível em: <https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_pt_BR.html>. Acesso em: 08 set. 2020.
- Análise biomecânica do salto em distância. UFABC.
Disponível em: <<http://pesquisa.ufabc.edu.br/bmclab/x/salto/fundamentos.html>>. Acesso em: 08 set. 2020.

Exercícios complementares

Dado: Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1 UFSC Suponha um bombardeiro voando horizontalmente com velocidade vetorial constante. Em certo instante, uma bomba é solta do avião. Desprezando a resistência do ar, podemos afirmar que:

- a bomba cai verticalmente, para um observador na Terra.
- o movimento da bomba pode ser interpretado como sendo composto por dois movimentos: MRUV na vertical e MRU na horizontal.
- a bomba atingirá o solo exatamente abaixo do avião.
- a bomba adquire uma aceleração vertical igual à aceleração da gravidade, g .

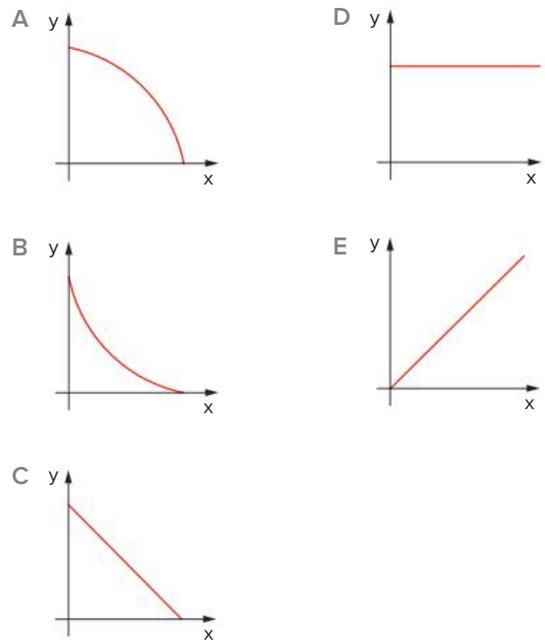
Estão corretas:

- II, III e IV.
- II e IV.
- II e III.
- I, II e IV.
- todas.

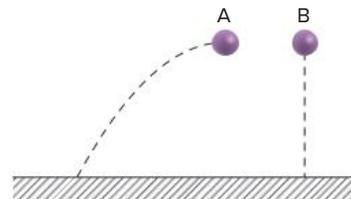
2 UFMG Uma pessoa observa o movimento parabólico de uma pedra lançada horizontalmente com velocidade v_0 . A pessoa poderia ver a pedra cair verticalmente se se deslocasse:

- com velocidade $v' = 2v_0$, paralela a v_0 e no mesmo sentido.
- com velocidade $v' = v_0$, paralela a v_0 e no sentido oposto.
- com velocidade $v' = v_0$, paralela a v_0 e no mesmo sentido.
- com velocidade $v' = 2v_0$, paralela a v_0 e no sentido oposto.
- com velocidade $v' = v_0$, em qualquer direção e em qualquer sentido.

3 UFPB Uma partícula é abandonada de uma altura h em relação ao solo. Durante a queda, além da aceleração da gravidade, essa partícula fica sujeita a uma aceleração horizontal constante devido a uma força horizontal que atua sobre a mesma. Nessas condições, a trajetória da partícula está mais bem representada no gráfico:



4 UFMG Um corpo A é lançado horizontalmente de uma determinada altura. No mesmo instante, um outro corpo B é solto em queda livre, a partir do repouso, dessa mesma altura, como mostra a figura.

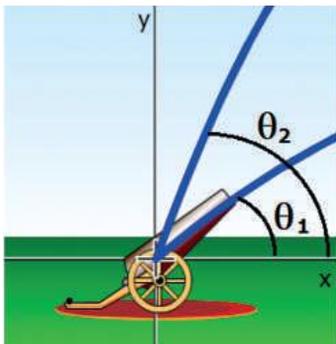


Sejam v_A e v_B os módulos das velocidades dos corpos A e B, respectivamente, imediatamente antes de tocarem o chão e t_A e t_B os tempos despendidos por cada corpo nesse percurso. Despreze os efeitos da resistência do ar.

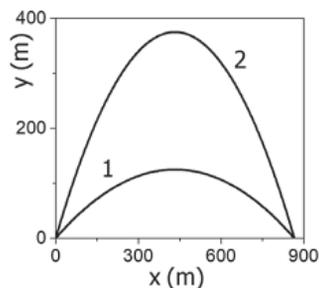
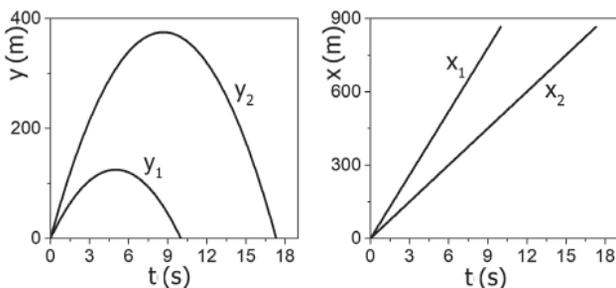
Nessas condições, pode-se afirmar que:

- $v_A = v_B$ e $t_A > t_B$
- $v_A = v_B$ e $t_A = t_B$
- $v_A > v_B$ e $t_A > t_B$
- $v_A > v_B$ e $t_A = t_B$

- 5 UFRGS 2020** Dois projéteis são disparados simultaneamente no vácuo, a partir da mesma posição no solo, com ângulos de lançamento diferentes, $\theta_1 < \theta_2$, conforme representa a figura abaixo.



Os gráficos a seguir mostram, respectivamente, as posições verticais y como função do tempo t , as posições horizontais x como função do tempo t e as posições verticais y como função das posições horizontais x , dos dois projéteis.



Analisando os gráficos, pode-se afirmar que

- I. o valor inicial da componente vertical da velocidade do projétil 2 é maior do que o valor inicial da componente vertical da velocidade do projétil 1.
- II. o valor inicial da componente horizontal da velocidade do projétil 2 é maior do que o valor inicial da componente horizontal da velocidade do projétil 1.
- III. os dois projéteis atingem o solo no mesmo instante.

Quais estão corretas?

- A Apenas I.
- B Apenas II.
- C Apenas I e III.
- D Apenas II e III.
- E I, II e III.

- 6 Mackenzie 2015** Um zagueiro chuta uma bola na direção do atacante de seu time, descrevendo uma trajetória parabólica. Desprezando-se a resistência do ar, um torcedor afirmou que

- I. a aceleração da bola é constante no decorrer de todo movimento.
- II. a velocidade da bola na direção horizontal é constante no decorrer de todo movimento.
- III. a velocidade escalar da bola no ponto de altura máxima é nula.

- A se somente a afirmação I estiver correta.
- B se somente as afirmações I e III estiverem corretas.
- C se somente as afirmações II e III estiverem corretas.
- D se as afirmações I, II e III estiverem corretas.
- E se somente as afirmações I e II estiverem corretas.

- 7 PUC-PR** Um projétil de massa 100 g é lançado obliquamente a partir do solo, para o alto, numa direção que forma 60° com a horizontal, com velocidade de 120 m/s, primeiro na Terra e posteriormente na Lua. Considerando a aceleração da gravidade da Terra o sêxtuplo da gravidade lunar e desprezíveis todos os atritos nos dois experimentos, analise as proposições a seguir.

- I. A altura máxima atingida pelo projétil é maior na Lua que na Terra.
- II. A velocidade do projétil, no ponto mais alto da trajetória, será a mesma na Lua e na Terra.
- III. O alcance horizontal máximo será maior na Lua.
- IV. A velocidade com que o projétil toca o solo é a mesma na Lua e na Terra.

Está(ão) correta(s):

- A apenas III e IV.
- B apenas II.
- C apenas III.
- D todas.
- E nenhuma delas.

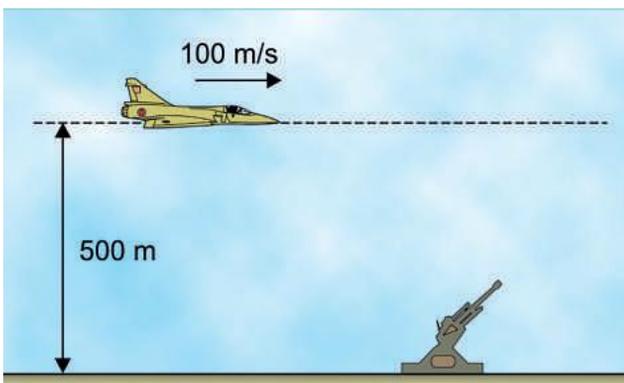
- 8 UFSC** Um vagão hermeticamente fechado e à prova de som encerra em seu interior um homem e trafega em um trecho reto de estrada. O homem lança uma moeda verticalmente para cima (em relação a ele), deixando-a cair em seguida. A partir dessa experiência, considere as sentenças:

- I. O homem não tem condições de descobrir se o trem está parado ou em movimento retilíneo uniforme porque, em ambas as hipóteses, a moeda descreve trajetória retilínea em relação ao vagão.
- II. O sentido do movimento do vagão não pode ser determinado pelo homem, caso o vagão se mova com velocidade constante.
- III. O homem tem condições de descobrir se o trem está acelerado.

Quais são as sentenças verdadeiras?

- 9 UFPE** Numa partida de futebol, uma falta é cobrada de modo que a bola é lançada segundo um ângulo de 30° com o gramado. A bola alcança uma altura máxima de 5,0 m. Qual é o módulo da velocidade inicial da bola em km/h? Despreze a resistência do ar.

- 10 Fuvest** Um gato, de 1 kg, dá um pulo, atingindo uma altura de 1,25 m e caindo a uma distância de 1,5 m do local do pulo.
- Calcule a componente vertical de sua velocidade inicial.
 - Calcule a velocidade horizontal do gato.
- 11 FEI** Uma pessoa na traseira de um caminhão atira uma pedra obliquamente para trás com velocidade de 8,00 m/s, que forma com uma vertical presa ao carro um ângulo de 30°. Para uma pessoa estacionada à beira da estrada, a pedra cai exatamente segundo a vertical. Determine a velocidade do caminhão, em km/h.
- 12 Unifesp 2018** Um avião bombardeiro sobrevoa uma superfície plana e horizontal, mantendo constantes uma altitude de 500 m e uma velocidade de 100 m/s. Fixo no solo, um canhão antiaéreo será disparado com a intenção de acertar o avião. Considere que o avião e o canhão estejam contidos em um mesmo plano vertical, despreze a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- Quantos metros antes da vertical que passa pelo canhão o piloto do avião deve abandonar uma bomba para acertá-lo no solo?
 - Considere que o canhão não tenha sido atingido pela bomba e que, na tentativa de acertar o avião, um artilheiro dispare desse canhão um projétil com velocidade inicial v_0 , exatamente no momento em que o avião passa verticalmente sobre ele. Desprezando as dimensões do avião e considerando que o avião não altere sua velocidade, qual o mínimo valor de v_0 para que o artilheiro tenha sucesso?
- 13 UCPel 2017** No primeiro dia dos jogos olímpicos de 2016, o paulista Felipe Wu, de 24 anos, conquistou medalha de prata na prova de tiro esportivo com carabina de ar comprimido para a distância de 10 metros, conquistando a primeira medalha do Brasil na competição. Uma carabina de ar comprimido lança o projétil com velocidade inicial de aproximadamente 170 m/s. Considere $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ e despreze a resistência do ar. Assinale a alternativa correta abaixo.

- O alcance do projétil é máximo para um ângulo de tiro de 45° com a horizontal, sendo praticamente igual a 1700 m. A altura máxima possível para o projétil é obtida com um ângulo de tiro de 100° com a horizontal e vale aproximadamente 2946 m.
- O alcance do projétil é máximo para um ângulo de tiro de 45° com a horizontal, sendo praticamente igual a 2536 m. A altura máxima possível para o projétil é obtida com um ângulo de tiro de 100° com a horizontal e vale aproximadamente 1700 m.
- O alcance do projétil é máximo para um ângulo de tiro de 55° com a horizontal, sendo praticamente igual a 2946 m. A altura máxima possível para o projétil é obtida com um ângulo de tiro de 90° com a horizontal e vale aproximadamente 1170 m.
- O alcance do projétil é máximo para um ângulo de tiro de 45° com a horizontal, sendo praticamente igual a 2946 m. A altura máxima possível para o projétil é obtida com um ângulo de tiro de 90° com a horizontal e vale aproximadamente 736 m.
- O alcance do projétil é máximo para um ângulo de tiro de 55° com a horizontal, sendo praticamente igual a 2946 m. A altura máxima possível para o projétil é obtida com um ângulo de tiro de 90° com a horizontal e vale aproximadamente 1253 m.

- 14 UEA** Um índio lança uma flecha para atingir uma tartaruga que se encontra na outra margem de um lago. Qual será o ângulo de elevação desse lançamento, sabendo que a tartaruga está a 300 m de distância horizontal do ponto de lançamento e que o tempo total do percurso da flecha é 30 s?

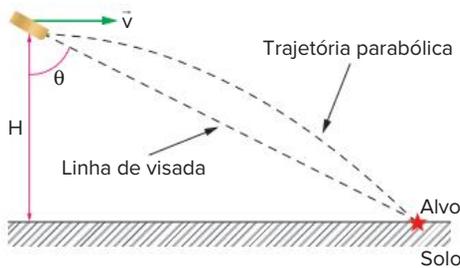
► **Dado:** Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- | | |
|------------------------|------------------------|
| A $\text{tg}^{-1} 15$ | D $\text{sen}^{-1} 30$ |
| B $\text{tg}^{-1} 30$ | E $\text{cos}^{-1} 10$ |
| C $\text{sen}^{-1} 10$ | |

- 15 Unicamp** Até os experimentos de Galileu Galilei, pensava-se que quando um projétil era arremessado, o seu movimento devia-se ao *impetus*, o qual mantinha o projétil em linha reta e com velocidade constante. Quando o *impetus* acabasse, o projétil cairia verticalmente até atingir o chão. Galileu demonstrou que a noção de *impetus* era equivocada. Consideremos que um canhão dispare projéteis com uma velocidade inicial de 100 m/s, fazendo um ângulo de 30° com a horizontal. Dois artilheiros calcularam a trajetória de um projétil: um deles, Simplício, utilizou a noção de *impetus*, o outro, Salviati, as ideias de Galileu. Os dois artilheiros concordavam apenas em uma coisa: o alcance do projétil.
- Qual o alcance do projétil?
 - Qual a altura máxima alcançada pelo projétil, segundo os cálculos de Salviati?
 - Qual a altura máxima calculada por Simplício?

16 UnitaU Um alvo de altura 1,0 m encontra-se a certa distância x do ponto de disparo de uma arma, que está alinhada com o centro daquele. A arma é, então, mirada no centro do alvo e o projétil sai com velocidade horizontal 500 m/s. Supondo nula a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, qual a distância máxima a que se deve localizar a arma do alvo de modo que o projétil o atinja?

17 Um avião de bombardeio voa horizontalmente em linha reta, à altura H , com velocidade \vec{v} . Desprezando influências do ar no movimento da bomba, determine o ângulo θ , no momento da largada da bomba, para que ela atinja o alvo.



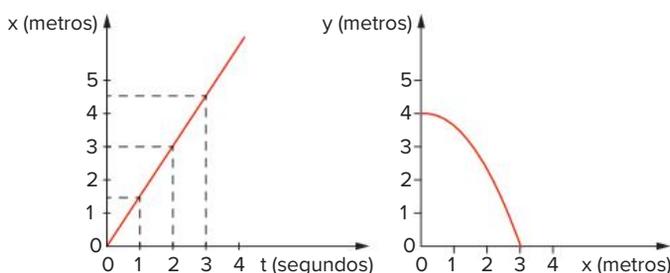
18 UFG Uma esfera rola sobre uma mesa horizontal, abandona essa mesa com uma velocidade horizontal v_0 e toca o solo após 1 s. Sabendo que a distância horizontal percorrida pela bola é igual à altura da mesa, a velocidade v_0 , considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, é de:

- A 1,25 m/s
- B 10,00 m/s
- C 20,00 m/s
- D 5,00 m/s
- E 2,50 m/s

19 Vunesp Em voo horizontal, a 3000 m de altitude, com a velocidade de 540 km/h, um bombardeiro deixa cair uma bomba. Esta explode 15 s antes de atingir o solo. Desprezando a resistência do ar, calcule a velocidade da bomba no momento da explosão.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

20 Unicamp Um habitante do planeta Bongo atirou uma flecha e obteve os gráficos a seguir. Sendo x a distância horizontal e y a vertical:



- a) Qual a velocidade horizontal da flecha?
- b) Qual a velocidade vertical inicial da flecha?
- c) Qual o valor da aceleração da gravidade no planeta Bongo?

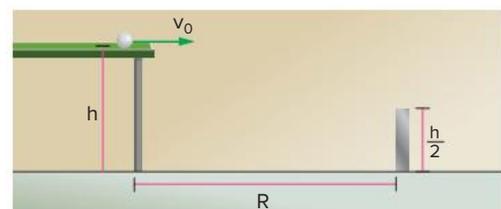
21 EsPCEX 2016 Um projétil é lançado obliquamente, a partir de um solo plano e horizontal, com uma velocidade que forma com a horizontal um ângulo α e atinge a altura máxima de 8,45 m. Sabendo que, no ponto mais alto da trajetória, a velocidade escalar do projétil é 9,0 m/s, pode-se afirmar que o alcance horizontal do lançamento é:

Dados: intensidade da aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$; despreze a resistência do ar.

- A 11,7 m
- B 17,5 m
- C 19,4 m
- D 23,4 m
- E 30,4 m

22 Cesgranrio Para bombardear um alvo, um avião em voo horizontal a uma altitude de 2,0 km solta a bomba quando a sua distância horizontal até o alvo é de 4,0 km. Admite-se que a resistência do ar seja desprezível. Para atingir o mesmo alvo, se o avião voasse com a mesma velocidade, mas, agora, a uma altitude de apenas 0,50 km, ele teria que soltar a bomba a que distância horizontal do alvo?

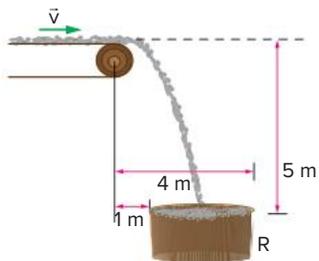
23 UFPB Um jogador de tênis de mesa arremessa uma bola horizontalmente, com velocidade v_0 , de uma mesa com altura h . A uma distância R dessa mesa existe uma chapa metálica fina e rígida com altura $\frac{h}{2}$, conforme representado abaixo:



Nesse contexto, desprezando-se as perdas de energia da bola por atrito com o ar, ou devido a possível impacto com a chapa, identifique as afirmativas corretas.

- I. O menor valor que v_0 pode ter, para que a bola passe por cima da parede, é $R\sqrt{\frac{g}{h}}$.
- II. O tempo que a bola leva para atingir o solo não depende de v_0 .
- III. O tempo para a bola cair a primeira metade da altura é o mesmo para a segunda metade.
- IV. A componente horizontal da velocidade da bola, antes de atingir o solo, é v_0 .
- V. O tempo de queda da bola, em um planeta cuja aceleração da gravidade seja $2g$, será maior que na Terra.

- 24 PUC-SP** O esquema representa uma correia que transporta minério, lançando-o no recipiente R. A velocidade da correia é constante e a aceleração local da gravidade é 10 m/s^2 .



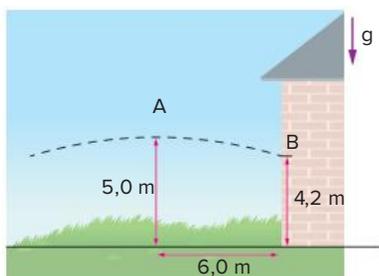
- a) Para que todo o minério caia dentro do recipiente, a velocidade v da correia, dada em m/s , deve satisfazer a desigualdade:

- A $2 < v < 3$
 B $2 < v < 5$
 C $1 < v < 3$
 D $1 < v < 4$
 E $1 < v < 5$

- b) Se for aumentado o desnível entre a correia transportadora e o recipiente R, o intervalo de variação das velocidades-limite para que todo o minério caia em R:

- A permanece o mesmo, assim como os valores das velocidades-limite.
 B permanece o mesmo, mas os valores das velocidades-limite aumentam.
 C permanece o mesmo, mas os valores das velocidades-limite diminuem.
 D aumenta.
 E diminui.

- 25 Fuvest** Durante um jogo de futebol, um chute forte, a partir do chão, lança a bola contra uma parede próxima. Com auxílio de uma câmera digital, foi possível reconstituir a trajetória da bola, desde o ponto em que ela atingiu sua altura máxima (ponto A) até o ponto em que bateu na parede (ponto B). As posições de A e B estão representadas na figura. Após o choque, que é elástico, a bola retorna ao chão e o jogo prossegue.

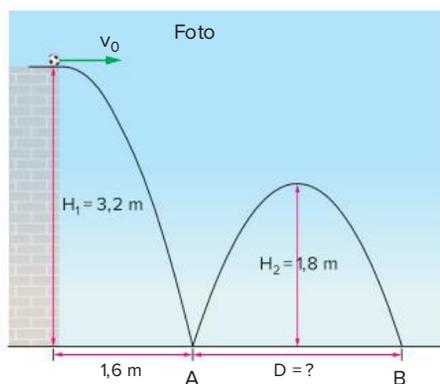


► **Dados:** V_y é positivo quando a bola sobe; V_x é positivo quando a bola se move para a direita.

- a) Estime o intervalo de tempo t_1 , em segundos, que a bola levou para ir do ponto A ao ponto B.

- b) Estime o intervalo de tempo t_2 , em segundos, durante o qual a bola permaneceu no ar, do instante do chute até atingir o chão após o choque.
 c) Represente, no sistema de eixos da folha de resposta, em função do tempo, as velocidades horizontal V_x e vertical V_y da bola em sua trajetória, do instante do chute inicial até o instante em que atinge o chão, identificando por V_x e V_y , respectivamente, cada uma das curvas.

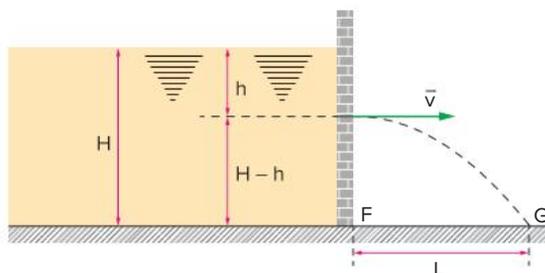
- 26 Fuvest** Uma bola chutada horizontalmente de cima de uma laje, com velocidade V_0 , tem sua trajetória parcialmente registrada em uma foto, representada no desenho abaixo. A bola bate no chão, no ponto A, voltando a atingir o chão em B, em choques parcialmente inelásticos.



► **Note e adote:** Nos choques, a velocidade horizontal da bola não é alterada. Desconsidere a resistência do ar, o atrito e os efeitos de rotação da bola.

- a) Estime o tempo T , em s, que a bola leva até atingir o chão, no ponto A.
 b) Calcule a distância D , em metros, entre os pontos A e B.
 c) Determine o módulo da velocidade vertical da bola V_A , em m/s , logo após seu impacto com o chão no ponto A.

- 27 FCC** Se um pequeno furo horizontal for feito na parede vertical de um reservatório que contenha um líquido ideal (sem viscosidade), um filete de líquido escoará pelo furo, e sua velocidade inicial terá intensidade $v = \sqrt{2gh}$, onde g é o módulo da aceleração da gravidade. Considere o movimento do fluido como o de um projétil lançado no vácuo, a partir do furo, com velocidade \vec{v} .

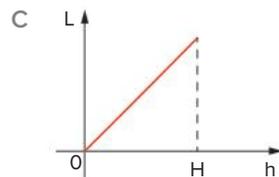
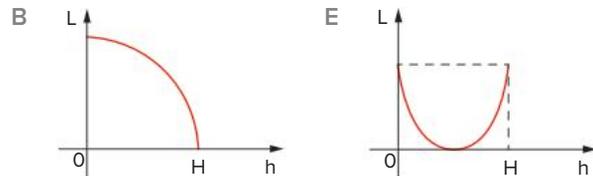
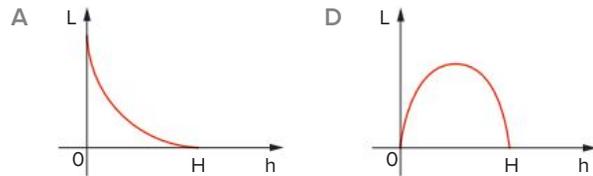


a) Podemos afirmar que o valor de L é:

A $\frac{(H-h)v}{g}$ C $\sqrt{4h^2 - 4Hh}$ E $\frac{4(H-h)}{v}$

B $\sqrt{2vg}$ D $\sqrt{\frac{(H-h)v}{2g}}$

b) O gráfico que melhor representa a distância L em função de h é:



c) Se desejarmos que o filete incida em um ponto G o mais afastado possível de F, o furo deverá ser feito a uma altura tal que:

A $h = \frac{2}{3}H$ C $h = \frac{1}{3}H$ E $h = \frac{3}{4}H$

B $h = \frac{1}{4}H$ D $h = \frac{1}{2}H$

28 Uma pedra é arremessada com velocidade inicial de 80 m/s, formando um ângulo de 30° com a horizontal, para cima. Desprezando-se a resistência do ar, o módulo de sua velocidade, em m/s, 5 segundos após o lançamento, é aproximadamente:

Dado: Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A 120
- B 90
- C 70
- D $40\sqrt{3}$
- E 10

29 Um projétil é lançado no instante $t = 0$ com velocidade inicial igual a 100 m/s, segundo um ângulo de 30° em relação à horizontal.



Desprezando as influências do ar e considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine o instante em que o projétil atinge o prédio P, de 45 m de altura.

30 Mackenzie Um balão (aeróstato) parte do solo plano com movimento vertical, subindo com velocidade constante de 14 m/s. Ao atingir a altura de 25 m, seu piloto lança uma pedra com velocidade de 10 m/s, em relação ao balão e formando 37° acima da horizontal. A distância entre a vertical que passa pelo balão e o ponto de impacto da pedra no solo é:

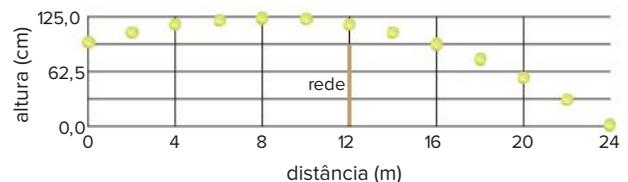
Dados: Adote: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\cos 37^\circ = 0,8$ e $\sin 37^\circ = 0,6$.

- A 30 m C 70 m E 140 m
- B 40 m D 90 m

31 UPF 2016 O goleiro de um time de futebol bate um “tiro de meta” e a bola sai com velocidade inicial de módulo v_0 igual a 20 m/s, formando um ângulo de 45° com a horizontal. O módulo da aceleração gravitacional local é igual a 10 m/s^2 . Desprezando a resistência do ar e considerando que $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\text{tg } 45^\circ = 1$ e $\sqrt{2} = 1,4$, é correto afirmar que:

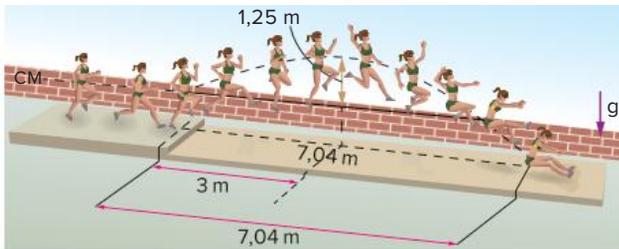
- A a altura máxima atingida pela bola é de 20,0 m.
- B o tempo total em que a bola permanece no ar é de 4 s.
- C a velocidade da bola é nula ao atingir a altura máxima.
- D a bola chega ao solo com velocidade de módulo igual a 10 m/s.
- E a velocidade da bola tem módulo igual a 14 m/s ao atingir a altura máxima.

32 Unicamp (Adapt.) Uma bola de tênis rebatida numa das extremidades da quadra descreve a trajetória representada na figura a seguir, atingindo o chão na outra extremidade da quadra. O comprimento da quadra é de 24 m.



- a) Calcule o tempo de voo da bola, antes de atingir o chão. Desconsidere a resistência do ar nesse caso.
- b) Qual é a velocidade horizontal da bola no caso acima?
- c) Quando a bola é rebatida com efeito, o corpo fica sujeito a uma aceleração resultante igual a 4 g, vertical, de cima para baixo. Quais serão as velocidades iniciais horizontal e vertical da bola, rebatida com efeito para uma trajetória idêntica à da figura?

33 Fuvest O salto que conferiu a medalha de ouro a uma atleta brasileira, na Olimpíada de 2008, está representado no esquema a seguir, reconstruído a partir de fotografias múltiplas. Nessa representação, está indicada, também, em linha tracejada, a trajetória do centro de massa da atleta (CM). Utilizando a escala estabelecida pelo comprimento do salto, de 7,04 m, é possível estimar que o centro de massa da atleta atingiu uma altura máxima de 1,25 m (acima de sua altura inicial), e que isso ocorreu a uma distância de 3,0 m, na horizontal, a partir do início do salto, como indicado na figura.

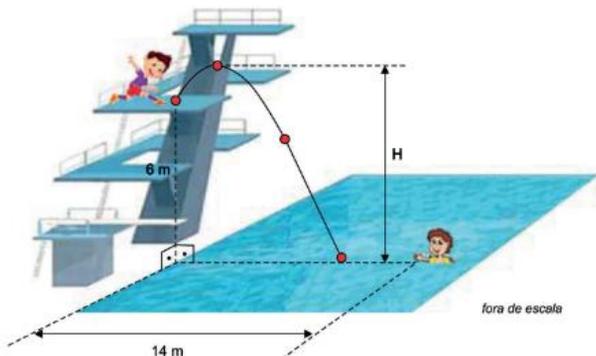


Considerando essas informações, estime:

▶ **Dado:** Desconsidere os efeitos da resistência do ar.

- o intervalo de tempo t_1 , em s, entre o instante do início do salto e o instante em que o centro de massa da atleta atingiu sua altura máxima.
- a velocidade horizontal média, V_H , em m/s, da atleta durante o salto.
- o intervalo de tempo t_2 , em s, entre o instante em que a atleta atingiu sua altura máxima e o instante final do salto.

34 FICSAE-SP 2019 Um garoto, em cima de uma plataforma para saltos ornamentais, a 6 m de altura em relação ao nível da água da piscina, chuta uma bola com velocidade inicial de 8 m/s inclinada em 45° com a horizontal. A intenção do garoto era a de que a bola caísse nas mãos de seu amigo, parado dentro da piscina, mas o chute não foi suficientemente forte, e a bola atingiu a água antes da posição pretendida.



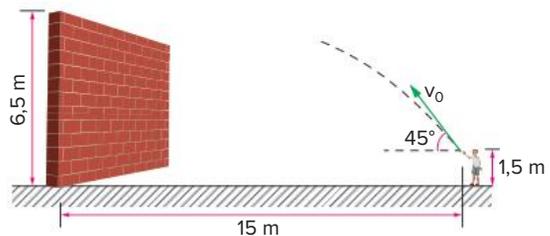
Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e desprezando a resistência do ar, calcule:

- a altura máxima H , em m, em relação ao nível da água, atingida pela bola nesse chute.
- o módulo da velocidade inicial, em m/s, com que a bola deveria ter sido chutada, mantida a inclinação de 45° com a horizontal, para que tivesse caído nas mãos do garoto parado dentro da piscina.

35 ITA Durante as Olimpíadas de 1968, na cidade do México, Bob Beamow bateu o recorde de salto em distância, cobrindo 8,9 m de extensão. Suponha que, durante o salto, o centro de gravidade do atleta teve sua altura variando de 1,0 m do início, chegando ao máximo de 2,0 m e terminando a 0,20 m no fim do salto. Desprezando o atrito com o ar, pode-se afirmar que o componente horizontal da velocidade inicial do salto foi de:

- 8,5 m/s
- 7,5 m/s
- 6,5 m/s
- 5,2 m/s
- 4,5 m/s

36 Sesp Um rapaz de 1,5 m de altura, que está parado, em pé, a uma distância de 15 m frente a um muro de 6,5 m de altura, lança uma pedra com um ângulo de 45° com a horizontal.

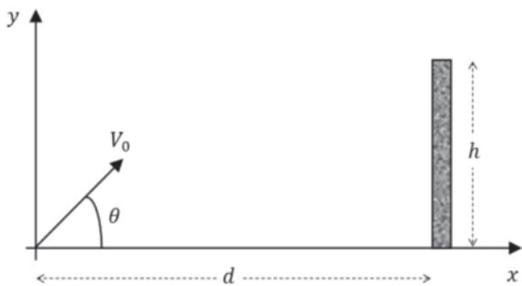


Com que velocidade mínima deve lançar a pedra para que esta passe por cima do muro? Despreze a resistência do ar. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 11 m/s
- 14 m/s
- 15 m/s
- 16 m/s
- 17 m/s

37 Uema 2016 Os professores de História e de Física lançaram um desafio a uma turma de terceiro ano do Ensino Médio, para que compreendessem alguns métodos de combate em larga escala. O professor de História descreveu alguns combates medievais, onde eram feitos cercos a castelos de grandes muralhas. Com o objetivo de causar maior dano aos castelos, e assim levá-los à rendição, os exércitos invasores faziam uso de grandes catapultas, capazes de atirar enormes projéteis para dentro das muralhas dos castelos.

O professor de Física forneceu o seguinte diagrama esquemático:

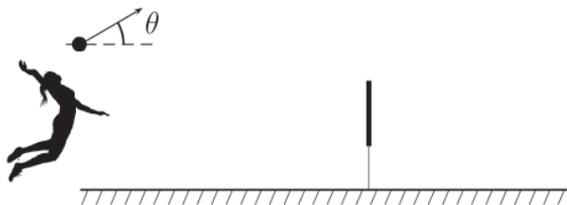


A partir dele, explicou que os projéteis eram lançados com uma velocidade inicial V_0 e um ângulo θ em relação ao plano. Considerando que o projétil parte da origem do sistema de coordenadas, os deslocamentos serão dados em função do tempo (em segundos) por $x(t) = V_0 \cos(\theta)t$ e $y(t) = V_0 \sin(\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$.

www.fisica.ufpb.br/prolicen/Cursos/Curso/mr351p.html

- Esboce o gráfico do deslocamento de y em função do tempo.
- Qual valor mínimo da velocidade inicial V_0 deve ser imposto ao projétil para que, ao ser lançado com ângulo $\theta = 45^\circ$, ultrapasse a muralha de 18 metros de altura com 2 metros de folga? Use $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $\sqrt{2} = 1,41$.
- A que distância da muralha a catapulta se encontra, ou seja, qual o valor de d ?

- 38 ITA 2018** Numa quadra de volei de 18 m de comprimento, com rede de 2,24 m de altura, uma atleta solitária faz um saque com a bola bem em cima da linha de fundo, a 3,0 m de altura, num ângulo θ de 15° com a horizontal, conforme a figura, com trajetória num plano perpendicular à rede. Desprezando o atrito, pode-se dizer que, com 12 m/s de velocidade inicial, a bola



- bate na rede.
- passa tangenciando a rede.
- passa a rede e cai antes da linha de fundo.
- passa a rede e cai na linha de fundo.
- passa a rede e cai fora da quadra.

- 39 UCS 2016** Quando um jogador de futebol é muito veloz, uma forma divertida de se referir a essa qualidade é dizer que ele é capaz de cobrar escanteio para a área adversária e ele mesmo correr e conseguir chutar a bola antes de ela tocar o chão. Suponha um jogador fictício que seja capaz de fazer isso. Se ele cobrar o escanteio para dentro da área fornecendo à bola uma velocidade inicial de 20 m/s, fazendo um ângulo de 60° com a horizontal, qual distância o jogador precisa correr, em

linha reta, saindo praticamente de forma simultânea à cobrança de escanteio, para chutar no gol sem deixar a bola tocar no chão? Para fins de simplificação, considere que a altura do chute ao gol seja desprezível, que $\sin 60^\circ = 0,8$, $\cos 60^\circ = 0,5$, e que a aceleração da gravidade seja 10 m/s^2 .

- | | | |
|--------|--------|--------|
| A 6 m | C 24 m | E 44 m |
| B 12 m | D 32 m | |

- 40 FEI** Um objeto voa em uma trajetória retilínea, com velocidade $v = 200 \text{ m/s}$, a uma altura $H = 1500 \text{ m}$ do solo. Quando o objeto passa exatamente na vertical de uma peça de artilharia, esta dispara um projétil, num ângulo de 60° com a horizontal. O projétil atinge o objeto decorrido o intervalo de tempo Δt . Adotar $g = 10 \text{ m/s}^2$.

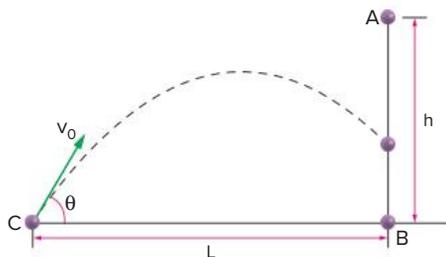
- Calcular a velocidade de lançamento do projétil.
- Calcular o menor intervalo de tempo Δt em que o projétil atinge o objeto. Considere $\sqrt{3} = 1,73$.

- 41 UEM 2018** Duas partículas, A e B, movem-se nas proximidades da superfície da Terra, em um plano vertical xy , em uma região em que o módulo da aceleração gravitacional é constante e igual a g . No instante inicial $t = 0$, ambas as partículas se encontram na origem do sistema de referência. A partícula A é lançada como um projétil, com uma velocidade inicial de módulo v_0 , em uma direção que faz um ângulo $\theta < 90^\circ$ com o sentido positivo do eixo horizontal x e $90^\circ - \theta$ com o sentido positivo do eixo vertical y . O sentido positivo de y é oposto ao sentido da aceleração gravitacional. No mesmo instante em que a partícula A é lançada, a partícula B acelera a partir do repouso ao longo do eixo horizontal x (no sentido positivo do eixo), com aceleração igual a $\frac{g}{2}$ (em módulo). Desconsidere as forças de atrito. Sobre o movimento das partículas A e B, assinale o que for correto.

- As coordenadas relativas à partícula A, x_A e y_A , são funções do tempo e dadas por $x_A = (v_0 \cos \theta)t$ e $y_A = (v_0 \sin \theta)t - \left(\frac{1}{2}\right)gt^2$.
- No instante em que a partícula A alcança sua altura máxima, a distância percorrida pela partícula B é de $x_B = \frac{v_0^2}{4g} \sin^2 \theta$.
- No instante de tempo $t = \frac{4v_0}{3g} \sin \theta$, a altura da partícula A é numericamente igual à distância percorrida pela partícula B.
- No instante de tempo $t = \frac{4v_0}{g} \cos \theta$, as partículas A e B estão verticalmente alinhadas ($x_A = x_B$).
- Para que as duas partículas cheguem juntas (no mesmo instante) no ponto em que a partícula A toca o eixo x ($t > 0$), o ângulo de lançamento da partícula A deve ser tal que $\text{tg } \theta = 2$.

Soma:

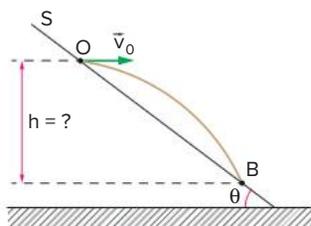
42 IMT De um ponto A, situado à altura h de um plano horizontal, abandona-se um corpo, sem velocidade inicial. Nesse mesmo instante, é disparado um projétil do ponto C, situado no plano, à distância L de B. Desprezam-se as resistências passivas aos movimentos. Determine o ângulo θ (pelo seu seno, cosseno ou tangente) com que o projétil deve ser disparado para atingir o corpo.



43 Faap-SP Uma partícula é lançada obliquamente num plano vertical da origem O de um referencial cartesiano Oxy com a velocidade de módulo 10 m/s, a qual faz com o eixo Ox um ângulo de 60° . No mesmo instante, é lançada verticalmente para cima uma outra partícula do ponto $(100; 40\sqrt{3})$, onde as coordenadas são dadas em metros. Admitindo desprezível a resistência do ar e a curvatura da superfície terrestre, e considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determinar:

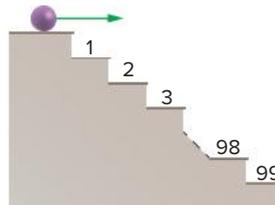
- o tempo decorrido desde o instante dos lançamentos até o instante do encontro.
- o módulo da velocidade da partícula lançada verticalmente para que consiga encontrar a outra.

44 Consideramos uma superfície plana S, cuja inclinação em relação ao solo é θ ($\text{sen } \theta = 0,6$). De um ponto O da superfície S, uma partícula é lançada horizontalmente com velocidade \vec{v}_0 , cujo módulo é $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Seja B o ponto onde a partícula atinge S. Supondo $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando os efeitos do ar, calcule:

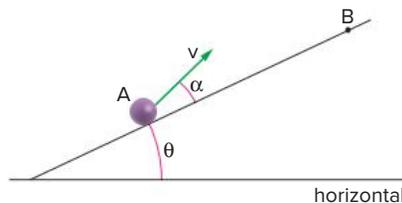


- o desnível h entre O e B.
- o comprimento do segmento \overline{OB} .

45 UFC Uma bola de 1 cm de diâmetro rola do alto de uma escada com 99 degraus, a uma velocidade de 2 m/s, conforme a figura. Os degraus da escada têm 18 cm de altura e 18 cm de largura. Desprezando a resistência do ar e considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine o primeiro degrau atingido pela bola.



46 UFC Uma partícula pontual é lançada de um plano inclinado conforme esquematizado na figura a seguir. O plano tem um ângulo de inclinação θ em relação à horizontal, e a partícula é lançada, com velocidade de módulo v , numa direção que forma um ângulo de inclinação α em relação ao plano inclinado. Despreze qualquer efeito da resistência do ar. Considere que a aceleração da gravidade local é constante (módulo igual a g , direção vertical, sentido para baixo).



- Considerando o eixo x na horizontal, o eixo y na vertical e a origem do sistema de coordenadas cartesianas no ponto de lançamento, determine as equações horárias das coordenadas da partícula, assumindo que o tempo é contado a partir do instante de lançamento.
- Determine a equação da trajetória da partícula no sistema de coordenadas definido no item a.
- Determine a distância, ao longo do plano inclinado, entre o ponto de lançamento (ponto A) e o ponto no qual a partícula toca o plano inclinado (ponto B). Considere $\alpha = \frac{\pi}{12}$ rad e $\theta = \frac{\pi}{4}$ rad.



Visistky (W kined a)

Estátua de Isaac Newton, do artista Louis-François Roubiliac, esculpida em 1775 e encontrada na Capela do Trinity College da Universidade de Cambridge, em Londres.

FRENTE 1

CAPÍTULO

8

Dinâmica

“Se vi mais longe, foi por estar de pé sobre ombros de gigantes.”
Essa frase é de Isaac Newton (1643-1727), físico, matemático e astrônomo inglês que revolucionou a ciência com sua obra *Philosophiae naturalis principia mathematica*, na qual ele explica a mecânica de Galileu e esclarece suas ideias sobre os princípios naturais. Também criou o binômio de Newton, realizou descobertas sobre a natureza das cores e, junto com Leibniz, elaborou o cálculo infinitesimal.

Definições

Na Cinemática, fizemos o estudo geométrico dos movimentos. Na Dinâmica, estudaremos os movimentos, levando em conta as causas que os produzem ou modificam.

Vamos considerar os corpos estudados como pontos materiais, ou seja, com dimensões e estruturas desprezíveis, mas sem desprezar suas massas.

Massa

Considere um corpo A cuja massa se deseja descobrir e um corpo B usado como padrão, de massa conhecida. Cada corpo é colocado em um lado de uma balança de braços iguais, como mostrado a seguir.

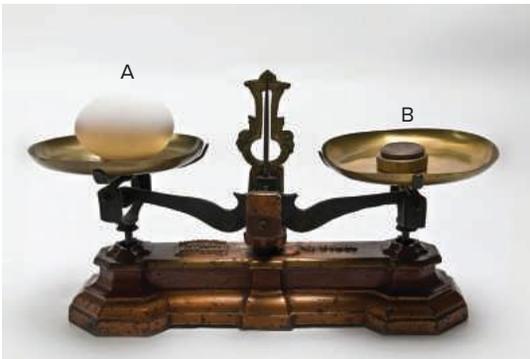


Fig. 1 Balança de braços iguais.

Se a balança estiver em equilíbrio, podemos afirmar que as massas dos corpos A e B são iguais, não importando seus volumes.

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade de massa é o quilograma (kg). O quilograma-padrão é um cilindro de platina (90%) e irídio (10%) mantido no Bureau International de Pesos e Medidas, em Sèvres, próximo a Paris. Por definição, a massa do quilograma-padrão é um quilograma.

São também utilizadas outras unidades de massa:

- grama (g): $1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg} = 10^{-3} \text{ kg}$
- miligrama (mg): $1 \text{ mg} = \frac{1}{1000} \text{ g} = 10^{-6} \text{ kg}$
- tonelada (t): $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg} = 10^3 \text{ kg}$

! Atenção

As sete unidades fundamentais no SI são:

- kg (massa)
- s (tempo)
- m (espaço)
- A (corrente elétrica)
- K (temperatura termodinâmica)
- mol (quantidade de matéria)
- cd (intensidade luminosa)

Força

Dizemos que “fazemos força” quando empurramos, puxamos ou seguramos algum objeto.

A força é a responsável pela aceleração, ou seja, ela provoca a variação de velocidade que, por ser uma grandeza vetorial, pode variar em módulo, direção ou sentido.

No Sistema Internacional de Unidades, a unidade de força é o newton (N).

Se sobre um corpo atuarem muitas forças:

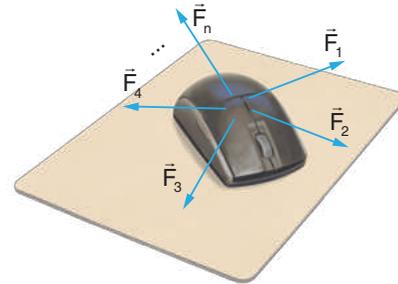


Fig. 2 Corpo submetido a n forças.

dizemos que a resultante dessas forças (\vec{F}_R) é a soma vetorial de todas as forças que agem sobre o corpo:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n \quad \text{ou} \quad \vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Desse modo, a força resultante não é uma força a mais atuando no corpo, mas é a força que, atuando sozinha, produz o mesmo efeito que as demais forças ($\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n$) atuando juntas.

Portanto, quando falarmos que atua uma força resultante sobre um corpo, não significa, necessariamente, que apenas atua uma força, mas que ela substitui todas as outras com o mesmo efeito.

Assim, a resultante pode ser nula, mesmo que atuem forças sobre o corpo.

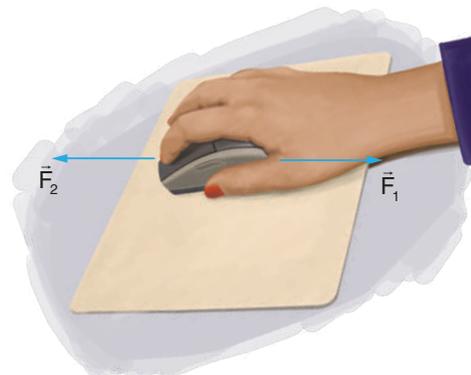


Fig. 3 Corpo submetido a duas forças de mesma direção e sentidos contrários.

Observe, na figura 3, que:

- se $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$: \vec{F}_R é orientada para a direita.
- se $|\vec{F}_1| < |\vec{F}_2|$: \vec{F}_R é orientada para a esquerda.
- se $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$: \vec{F}_R é nula.

Por ser uma grandeza vetorial, a soma de forças é feita como explicado no capítulo 6.

Classes de forças

As forças podem ser de contato ou de ação a distância.

Forças de contato

Só existem quando duas superfícies entram em contato. Para empurrarmos um carro, devemos encostar nele, o que permite a existência da força.



Fig. 4 Força de contato \vec{F} exercida por um homem sobre um carro.

Um corpo pendurado por um fio ao teto exerce força sobre o fio por estar em contato com ele.



Fig. 5 Força de contato \vec{F} exercida por uma luminária em um fio.

Forças de ação a distância

Também chamadas de forças de campo, são forças que existem entre dois corpos mesmo que suas superfícies não estejam em contato.

Um corpo próximo à superfície da Terra é atraído por ela pela força gravitacional, que está presente mesmo que o corpo não encoste na superfície.

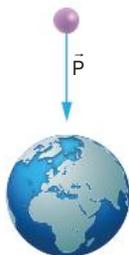


Fig. 6 Força gravitacional \vec{P} , de campo, que a Terra exerce sobre um objeto próximo.

! Atenção

Se o corpo estiver encostado na superfície da Terra, a força de campo não deixará de existir, mas aparecerá também uma força de contato.

Outro exemplo: dois corpos carregados eletricamente podem se repelir mesmo sem haver contato.

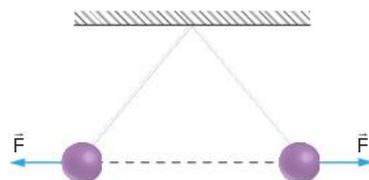


Fig. 7 Força de campo – elétrica.

O campo de forças é a região do espaço onde atuam as forças de campo. Assim, o campo gravitacional é a região onde atua a força gravitacional e o campo magnético é a região onde atua a força magnética.

Forças externas e forças internas

As forças podem ser classificadas em externas ou internas.

Uma força é externa quando um agente externo ao sistema exerce a força sobre uma parte do sistema.

Uma força é interna quando uma parte do sistema exerce a força sobre outra parte do mesmo sistema.

Quando temos uma bola sobre a cadeira, existe uma força (\vec{F}_1) de contato que a bola exerce sobre a cadeira e uma força (\vec{F}_2) de contato que a cadeira exerce sobre a bola.



Fig. 8 Forças de contato que a bola exerce sobre a cadeira (\vec{F}_1) e que a cadeira exerce sobre a bola (\vec{F}_2).

Se o sistema considerado é a bola, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 são forças externas.

Se o sistema considerado é bola + cadeira, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 são forças internas.

Leis de Newton

Primeira lei de Newton

Também chamada de princípio da inércia.

Uma das formas de enunciar essa lei é a seguinte:

Um corpo tende a manter seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme se a resultante das forças que agem sobre ele for nula.

Desse modo, se um corpo estiver em repouso, tenderá a se manter em repouso, a menos que apliquemos sobre ele uma resultante não nula.

Da mesma forma, se um corpo estiver em movimento retilíneo uniforme, que significa ter velocidade vetorial constante, ele tenderá a se manter com velocidade constante e em linha reta, a menos que apliquemos sobre ele uma resultante não nula. Essa resultante alterará a velocidade em módulo, direção ou sentido, produzindo, portanto, aceleração, o que nos conduz ao conceito de que a força é o agente que produz aceleração.

Essa propriedade do corpo de resistir à mudança de sua velocidade é chamada de inércia.

Assim, um corpo em repouso tende, por inércia, a permanecer em repouso, e um corpo em MRU tende, por inércia, a permanecer em MRU.

Se um passageiro estiver em pé em um ônibus parado, quando este arranca, o passageiro tende a se manter parado em relação ao solo e, por isso, ele será projetado para trás em relação ao ônibus. Ao segurar na barra de apoio do ônibus, o passageiro recebe uma força que o acelerará para frente.



Fig. 9 Pessoa em pé no interior de um ônibus, inicialmente parado e que, depois, acelera.

O mesmo acontece com um passageiro em pé em um ônibus que se move com velocidade constante. Quando este freia, o passageiro tende a se manter em MRU em relação ao solo e, por isso, ele será projetado para frente em relação ao ônibus. Ao segurar na barra de apoio, o passageiro recebe uma força que o freará.

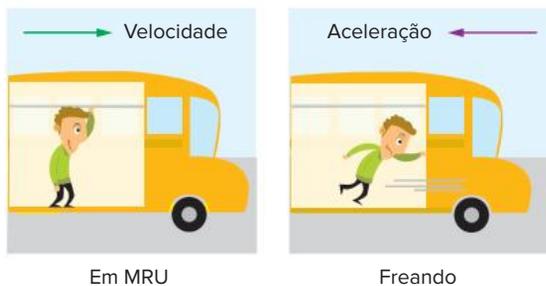


Fig. 10 Inércia em um ônibus que freia.

Suponha um carro de Fórmula 1 percorrendo um circuito com velocidade constante em módulo. É claro que, se há variação na direção da velocidade, então há aceleração e, portanto, existe uma força atuando no carro. Essa força é a força de atrito entre os pneus e o solo. Se estiver chovendo e o carro, ao realizar uma curva, perder o atrito com o solo devido à superfície molhada, a resultante

torna-se nula e o corpo tenderá a se mover em MRU, saindo pela tangente.



Fig. 11 Carro saindo da curva por efeito da inércia.

Segunda lei de Newton

Também chamada de princípio fundamental da Dinâmica.

Seja um corpo de massa m , submetido a uma força resultante \vec{F}_R . Se a aceleração adquirida pelo corpo devido à resultante vale \vec{a} , então, de acordo com a segunda lei de Newton, a resultante é igual ao produto da massa pela aceleração:



Fig. 12 Vetores aceleração e força resultante atuando sobre uma bola.

Como a massa é uma grandeza escalar positiva, então a aceleração \vec{a} adquirida pelo corpo, devido à aplicação da resultante \vec{F}_R , tem a mesma direção e o mesmo sentido de \vec{F}_R , sendo seu módulo dado por:

$$|\vec{F}_R| = m \cdot |\vec{a}| \Rightarrow |\vec{a}| = \frac{|\vec{F}_R|}{m}$$

Se a resultante for nula, a aceleração será nula, o que implica velocidade constante. Assim, chegamos ao enunciado da primeira lei de Newton a partir da segunda lei de Newton e, nesse caso, o corpo tenderá a se manter em repouso ou MRU.

Saiba mais

$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$ é um enunciado simplificado da segunda lei de Newton, sendo válido para o caso de massa constante. Caso isso não ocorra, é válida a segunda lei com o seguinte enunciado:

$$\vec{F}_R = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{Q}}{\Delta t} = \frac{d\vec{Q}}{dt}$$

em que \vec{Q} é a quantidade de movimento do sistema.

No entanto, esse assunto só será tratado no capítulo 11. Por enquanto, só estudaremos casos em que a massa do sistema não varia.

Da segunda lei de Newton, observamos que, aplicando a mesma força para corpos de massas diferentes, as acelerações serão diferentes. Observe:

$$a_1 = \frac{F}{m_1} \text{ e } a_2 = \frac{F}{m_2}$$

Se $m_1 > m_2$, então $a_1 < a_2$.

Portanto, quanto maior a massa, menor a mudança na velocidade provocada pela força.

Isso significa que a massa confere resistência à variação de velocidade, sendo, por isso, a medida da inércia de um corpo.

A partir da segunda lei de Newton, temos:

$$\text{unid}(F) = \text{unid}(m) \cdot \text{unid}(a)$$

No SI: $\text{unid}(F) = \text{N}$; $\text{unid}(m) = \text{kg}$; $\text{unid}(a) = \text{m/s}^2$.

Então: $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2$.

Logo, 1 N é a intensidade da força que, aplicada a um corpo de massa 1 kg, produz nele uma aceleração de intensidade 1 m/s^2 .

Terceira lei de Newton

Também chamada de princípio da ação e reação.

Se um corpo A exerce uma força sobre outro corpo B, então o corpo B exerce sobre o corpo A uma força de mesmo módulo e mesma direção, mas de sentido contrário.



Fig. 13 Aplicação do princípio da ação e reação.

Essas duas forças constituem um par ação-reação, no qual tanto \vec{F}_A como \vec{F}_B podem ser chamadas de ação ou reação, sendo que as forças aparecem simultaneamente sobre os dois corpos.

Outra característica é que as forças do par ação-reação estão aplicadas sobre corpos diferentes e, portanto, não se equilibram. A força \vec{F}_A está aplicada sobre B e a força \vec{F}_B sobre A.

Elas têm a mesma natureza, sendo ambas forças de contato ou de ação a distância. É interessante observar também que, por estarem aplicadas sobre corpos diferentes, de massas diferentes, as forças produzirão acelerações diferentes. Somente se as massas forem iguais é que as acelerações serão iguais.

Principais forças da Mecânica

Força peso

Quando um corpo está situado nas proximidades da Terra, esta exerce sobre o corpo uma força de campo chamada de força gravitacional. Quando estudarmos gravitação, entraremos em mais detalhes sobre essa força. Por enquanto, é suficiente saber que seu módulo varia com a distância do corpo ao centro da Terra, sua direção é a reta

que une o centro do corpo ao centro da Terra e seu sentido é sempre o de atração.

Essa força será chamada aqui de peso.

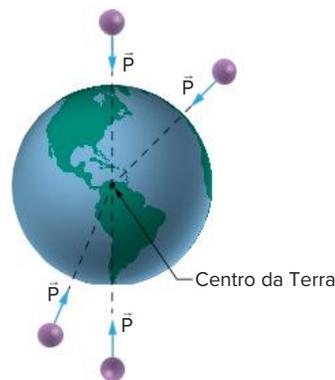


Fig. 14 O módulo da força peso que a Terra exerce sobre um corpo será sempre o mesmo, se este corpo se mantiver sempre à mesma distância do centro do planeta e se sua massa permanecer constante.

Já vimos que o campo gravitacional pode ser considerado uniforme quando o movimento tiver dimensões desprezíveis em relação ao raio da Terra, desconsiderando também a curvatura da Terra. Nesse caso, o vetor aceleração é sempre perpendicular ao plano horizontal, com sentido para baixo e de módulo constante.

Se a única força a atuar sobre o corpo for o peso (\vec{P}), ela será a resultante e a aceleração produzida será a da gravidade:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

em que \vec{g} tem a mesma direção e o mesmo sentido de \vec{P} .

O vetor \vec{g} representa o campo gravitacional gerado pela Terra.

Chamamos de aceleração normal da gravidade ao valor da aceleração ao nível do mar e a uma latitude de 45° , em que:

$$|\vec{g}_n| = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

Para facilitar os cálculos nas resoluções de exercícios, costumamos adotar $g = 10 \text{ m/s}^2$.

! Atenção

Existe uma unidade de força também muito utilizada, que é o quilograma-força (kgf).

O quilograma-força é a intensidade do peso de um corpo de 1 kg, em um local em que a aceleração da gravidade é normal (\vec{g}_n):

$$P = m \cdot g \Rightarrow 1 \text{ kgf} = 1 \text{ kg} \cdot 9,80665 \text{ m/s}^2 \Rightarrow 1 \text{ kgf} = 9,80665 \text{ N ou } 1 \text{ kgf} \approx 9,8 \text{ N}$$

Se um corpo próximo à superfície da Terra é atraído por ela com a força peso (\vec{P}), então, segundo o princípio da ação e reação, o corpo também atrai a Terra com uma força de igual módulo e direção, mas sentido contrário ($-\vec{P}$), igualmente de campo:

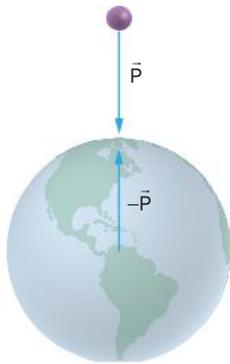


Fig. 15 Princípio da ação e reação aplicado à força gravitacional.

Assim como a força \vec{P} atua no centro de massa do corpo, a força $-\vec{P}$ atua no centro de massa da Terra.

Como a massa do corpo é desprezível se comparada com a massa da Terra, então a aceleração da Terra é desprezível se comparada com a aceleração do corpo.

! Atenção

A massa de um corpo é uma propriedade que ele possui independentemente de onde estiver. Já o peso depende do valor do campo gravitacional, que é variável. Na Lua, o peso de um corpo é um sexto do peso na Terra. À medida que caminhamos, na superfície da Terra, do Equador em direção a um dos polos, o módulo de \vec{g} aumenta e, portanto, a intensidade do peso aumenta.

Força normal

Considere agora que o corpo mencionado anteriormente está apoiado sobre uma mesa. Nessa situação, as forças \vec{P} e $-\vec{P}$ continuam a existir. Por ser atraído pela Terra, o corpo entra em contato com a mesa, comprimindo-a e exercendo sobre ela uma força de contato, que pode ser chamada força normal e representada por $-\vec{F}_N$ (ou simplesmente $-\vec{N}$). A mesa, por sua vez, reage, exercendo sobre o corpo uma força de contato \vec{F}_N (ou apenas \vec{N}) de igual módulo e direção, mas sentido contrário a $-\vec{F}_N$.

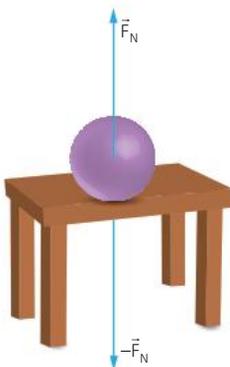


Fig. 16 Princípio da ação e reação aplicado à força normal de um corpo apoiado sobre uma mesa.

Sobre o corpo, atuam então duas forças: \vec{P} e \vec{F}_{NP} , a primeira exercida pela Terra e a segunda pela mesa. Como o corpo está em equilíbrio, então a resultante deve ser nula e, portanto:

$$|\vec{P}| = |\vec{F}_N|$$

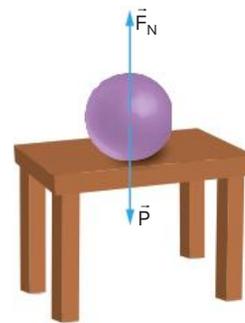


Fig. 17 Forças que agem sobre o corpo apoiado na mesa.

Essas duas forças não constituem um par ação-reação, pois \vec{F}_N é reação a $-\vec{F}_N$ e \vec{P} é reação a $-\vec{P}$.

A força de contato \vec{F}_N é chamada de força normal por ser perpendicular à superfície de contato.

! Atenção

Como uma pessoa faz para andar? Ela empurra o chão para trás com uma força \vec{F} , devido à existência do atrito. O chão, por sua vez, reage, aplicando sobre o pé da pessoa uma força $-\vec{F}$ de igual módulo e direção, mas sentido contrário.



Fig. 18 A força $-\vec{F}$ que impulsiona uma pessoa caminhando é reação à força \vec{F} feita por ela sobre o chão.

Força de tração em fio

Se um corpo estiver pendurado, por um fio, ao teto, nas proximidades da superfície da Terra, atuarão duas forças sobre o corpo: uma força de campo \vec{P} exercida pela Terra e uma força de contato \vec{T}_1 exercida pelo fio. Como já vimos, pelo princípio da ação e reação, o corpo exerce uma força $-\vec{P}$ sobre a Terra.

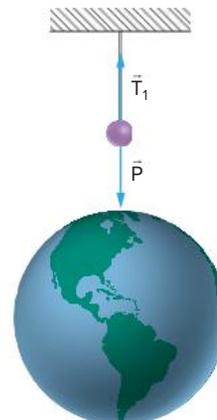


Fig. 19 Forças que agem sobre o corpo suspenso por um fio.

Se o corpo estiver em equilíbrio, então a resultante que age sobre ele é nula:

$$|\vec{P}| = |\vec{T}_1|$$

Analisando agora o fio, observamos que, sobre ele, agem três forças: uma força de campo \vec{P}' , que é o peso do fio exercido pela Terra, uma força de contato \vec{T}_1 exercida pelo corpo, reação a \vec{T}_1 , e uma força de contato \vec{T}_2 exercida pelo teto sobre o fio. Temos aqui, também, pelo princípio da ação e reação, que o fio reage, exercendo uma força \vec{T}_2 sobre o teto.



Fig. 20 Forças que agem em um fio preso ao teto e sustentando um corpo.

Se o fio estiver em equilíbrio, então a resultante será nula:

$$|\vec{T}_2| = |\vec{P}'| + |\vec{T}_1| \text{ ou } T_2 = P' + T_1$$

Em nossos exercícios, vamos considerar, frequentemente os fios como ideais. Um fio ideal tem massa desprezível, é inextensível (não é uma mola) e é flexível.

Portanto, se o fio for ideal:

$$P' = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 = T$$

Chamamos a força no fio de tração. Em um fio ideal, a tração é integralmente transmitida pelo fio, ou seja, todos os pontos do fio recebem e exercem a mesma força. A tração tem sempre a direção do fio naquele ponto e seu sentido é o de tracionar o fio, nunca de comprimi-lo, pois um fio não resiste à compressão, somente à tração.

Mesmo se o fio possuir aceleração, a tração será a mesma por todo o fio. Por exemplo, se o fio da figura tiver aceleração para a direita \vec{a} :

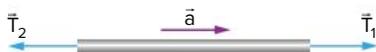


Fig. 21 Fio acelerado.

Utilizando a segunda lei de Newton:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a} \Rightarrow T_1 - T_2 = m \cdot a$$

mas:

$$m = 0 \Rightarrow T_1 - T_2 = 0 \cdot a = 0$$

ou seja, $T_1 = T_2$ mesmo que o fio esteja acelerado, sendo a massa desprezível a única condição para que a tração se propague igualmente por todo o fio.

Saiba mais

Uma barra, ao contrário de um fio, além de resistir à tração, também resiste à compressão.



Fig. 22 Barra sujeita a compressão.

Polias

Em alguns casos, precisamos inverter o sentido de atuação de uma força de tração. Puxar um balde para cima pode ser uma tarefa mais árdua que puxar a corda para baixo. Por isso, há registros do uso de polias desde as mais antigas civilizações. Uma polia, ou roldana, é uma roda pela qual passa uma corda ou cabo.

Continuaremos considerando a corda ou o cabo um fio ideal. A polia também será supostamente ideal, o que significa desconsiderar possíveis deslizamentos no contato entre o fio e a polia e supor que ela gira sem atrito em torno de seu eixo.

Quando a polia tem o centro fixo, ela serve apenas para mudar a direção ou o sentido de aplicação da força. Seu módulo será o mesmo ao longo de todo o fio, com ou sem a presença da polia. Observe a figura 23.

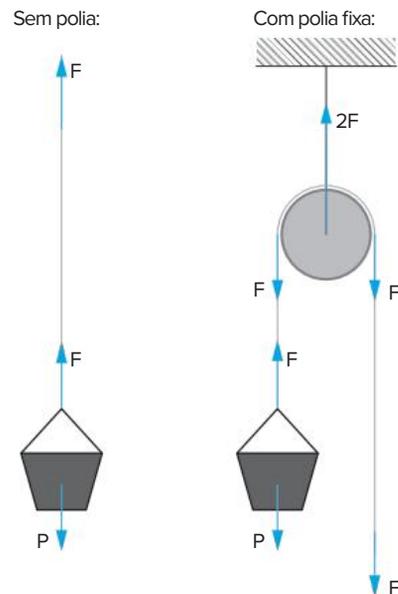


Fig. 23 Uma polia fixa altera o sentido da força a ser aplicada.

No entanto, quando a polia é móvel, confere a quem a manuseia uma vantagem mecânica. Na figura a seguir, a polia móvel pode subir à medida que a corda é puxada. Suponha que o balde tenha 3 kg. Na situação da figura anterior, precisaríamos aplicar pelo menos 30 N na corda para que ele começasse a subir. Na nova situação, ele é sustentado por duas cordas que o puxam para cima: uma que passa pela polia móvel e outra que a liga ao balde; por essa razão, aplicando apenas 15 N, ou seja, metade da força, o balde sobe.

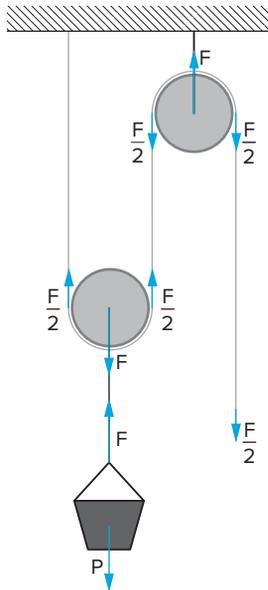


Fig. 24 Uma polia móvel nos dá a vantagem mecânica de diminuir pela metade a força aplicada.

Vale notar que, com essa alteração, é preciso puxar o dobro de corda para que o balde suba a mesma distância: estamos trocando força por deslocamento (veremos isso mais detalhadamente no estudo sobre trabalho de uma força).

Quem soube aproveitar muito bem essa propriedade foi o grego Arquimedes. Algumas histórias contam que ele foi chamado de bruxo em sua época por ser capaz de mover um navio lotado de pessoas e cargas sozinho, usando apenas um mirabolante sistema de polias. A ideia por trás da sua demonstração consiste basicamente nisto: se, no centro de uma polia móvel, for colocada uma corda que passa por outra polia móvel, a força aplicada para levantar algo passa a ser a metade da metade.

Quanto maior o número de polias móveis em um sistema como esse, maior a redução da força de tração. Para n polias móveis, temos:

$$\text{Redução} = 2^n$$

Isso significa que, com 10 polias móveis, faríamos uma força 2^{10} menor para mover um objeto, ou seja, 1024 vezes menor. Com 20 polias móveis, a força seria 2^{20} , menos de 1 milhão de vezes menor!

Força elástica

Tomemos uma mola de massa desprezível e de comprimento L_0 , presa a uma parede por uma de suas extremidades. Dizemos que L_0 é o **comprimento natural** da mola, pois ela não está nem comprimida nem esticada nessa situação.

Se aplicarmos uma força F_1 sobre a mola, seu novo comprimento será L_1 . Chamamos **deformação da mola** a diferença entre seu comprimento final e seu comprimento inicial. Em nosso caso, $L_1 - L_0 = x_1$.

Se aplicarmos outra força F_2 sobre a mola, seu novo comprimento será L_2 , e a deformação $L_2 - L_0 = x_2$.

Repetindo várias vezes essa experiência, podemos observar que existe uma razão constante entre a força e a deformação:

$$\frac{F_1}{x_1} = \frac{F_2}{x_2} = \dots = \frac{F_n}{x_n} = \text{cte.}$$

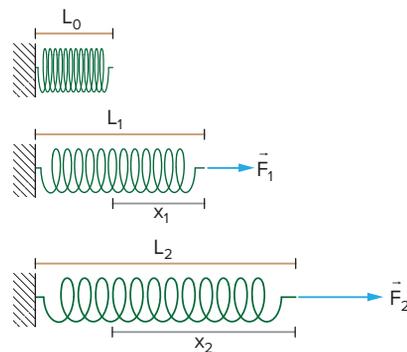


Fig. 25 Mola de comprimento natural L_0 submetida a forças elásticas diferentes.

Essa constante é chamada de **constante elástica da mola**, e a partir de sua definição podemos obter a **lei de Hooke**:

$$F = k \cdot x$$

Sabemos que:

$$\text{unid}(k) = \frac{\text{unid}(F)}{\text{unid}(x)}$$

No SI:

$$\text{unid}(k) = \frac{N}{m}$$

que é a unidade da constante elástica.

Essa constante não depende da força ou da deformação, depende apenas do material da mola e da sua geometria.

Se, após esticarmos ou comprimirmos uma mola, ela for solta e retornar a seu comprimento original, dizemos que a deformação foi elástica. Se ela não retornar ao seu comprimento original, dizemos que a deformação não foi elástica, o que acontece quando as deformações são muito grandes se comparadas com seu comprimento natural L_0 .

A lei de Hooke é válida somente na região elástica de deformação, tanto quando a mola é alongada como quando é comprimida. Graficamente:

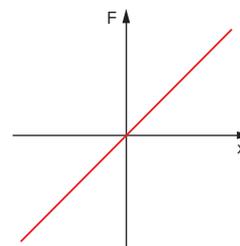


Fig. 26 Força elástica versus elongação para uma deformação elástica.

Pelo princípio da ação e reação, se puxamos a mola com uma força \vec{F} , a mola puxa nossa mão com uma força $-\vec{F}$, de igual módulo e direção, mas sentido contrário.

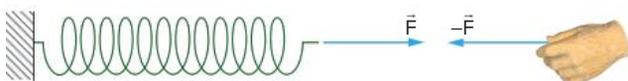


Fig. 27 Princípio da ação e reação em uma mola sendo esticada.

Uma mola ideal é aquela que obedece à lei de Hooke e possui massa desprezível. Como no fio ideal, devido ao fato de não possuir massa, a força aplicada sobre ela se propaga integralmente por todos os pontos da mola. Sobre ela, atuam duas forças de contato, da mão (\vec{F}) e da parede (\vec{F}_1):

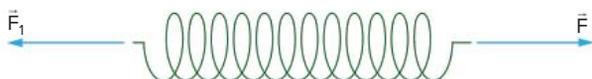


Fig. 28 Forças que agem em uma mola.

Se a mola já tiver sido deformada e estiver em equilíbrio, então $|\vec{F}_1| = |\vec{F}|$. Como vimos no caso dos fios, mesmo acelerada, teremos $|\vec{F}_1| = |\vec{F}|$.

Dinamômetro

Uma grande aplicação para as molas é o dinamômetro, que é um instrumento utilizado para medir forças. Ele consiste de uma mola com um ponteiro e uma escala. Ao aplicarmos uma força sobre a mola, o ponteiro se desloca, indicando na escala o valor da força.

O dinamômetro pode ser utilizado para medir o peso de um corpo.



Fig. 29 Exemplo de aplicação de um dinamômetro.

Ao pendurar o corpo em um dinamômetro vertical, atuarão sobre o corpo a força peso (\vec{P}), aplicada pela Terra, e a força elástica ($-\vec{F}_{el}$), aplicada pela mola. Pelo princípio da ação e reação, o corpo também realiza sobre o dinamômetro uma força de igual módulo e direção, mas sentido contrário ao da força elástica (\vec{F}_{el}).



Fig. 30 Representação das forças em um corpo suspenso por um dinamômetro e da força que o corpo aplica sobre ele.

No equilíbrio, temos, sobre o corpo:

$$F_{el} = P$$

Assim, a mola medirá essa força, que é, em módulo, igual ao peso. Podemos transformar o dinamômetro também em um instrumento para medir a massa, desde que dividamos os valores de força na escala pela gravidade local. Nesse caso, se mudamos de local, devemos também mudar a escala.

Associação de molas em série

Vamos tomar duas molas ideais de constantes elásticas k_1 e k_2 , associadas em série:

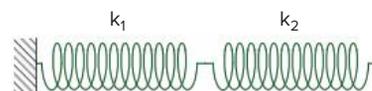


Fig. 31 Molas associadas em série.

Ao aplicarmos uma força \vec{F} sobre o sistema, já sabemos que, por serem as molas ideais, a força se propaga integralmente por elas. As molas 1 e 2 sofrerão, então, deformações, respectivamente, iguais a x_1 e x_2 , de tal modo que o conjunto formado pelas duas molas se deforme de x , onde:

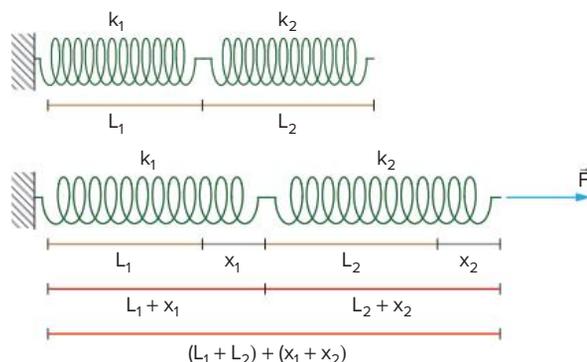


Fig. 32 Molas em série submetidas a uma força de módulo F .

Se a força se propaga integralmente, então:

$$F = k_1 \cdot x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{F}{k_1}$$

$$F = k_2 \cdot x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{F}{k_2}$$

Vamos tomar uma mola equivalente, de tal modo que, recebendo a mesma força \vec{F} , se deforme também de x :

$$F = k_{eq} \cdot x \Rightarrow x = \frac{F}{k_{eq}}$$

Mas:

$$x = x_1 + x_2 \Rightarrow \frac{F}{k_{eq}} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

De um modo geral, para n molas em série, temos:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$$

Associação de molas em paralelo

Vamos tomar duas molas ideais de constantes elásticas k_1 e k_2 , de mesmo comprimento natural L_0 , associadas em paralelo:

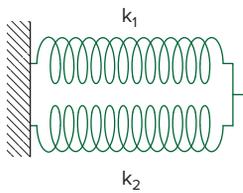


Fig. 33 Molas associadas em paralelo.

Ao aplicarmos uma força \vec{F} sobre o sistema, as deformações, por construção, serão as mesmas. Como as constantes são diferentes, as forças F_1 (mola 1) e F_2 (mola 2) são diferentes, em que:

$$F = F_1 + F_2$$

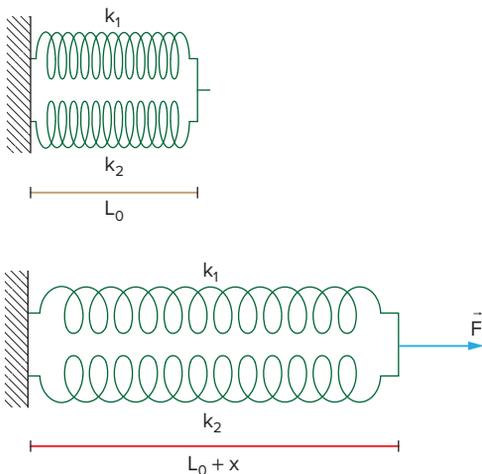


Fig. 34 Molas em paralelo submetidas a uma força de módulo F .

Temos então:

$$F_1 = k_1 \cdot x$$

$$F_2 = k_2 \cdot x$$

Vamos tomar uma mola equivalente, de tal modo que, recebendo a mesma força \vec{F} , se deforme também de x :

$$F = k_{eq} \cdot x$$

Mas:

$$F = F_1 + F_2 \Rightarrow k_{eq} \cdot x = k_1 \cdot x + k_2 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_{eq} = k_1 + k_2$$

De modo geral, para n molas em paralelo, temos:

$$k_{eq} = k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

Equilíbrio de um corpo

Um corpo está em equilíbrio quando a resultante das forças que agem sobre ele é nula. Logo, a velocidade vetorial deve ser constante.

Isso conduz a dois tipos de equilíbrio:

- equilíbrio estático: velocidade vetorial constante e igual a zero. Nesse caso, o corpo está em repouso.
- equilíbrio dinâmico: velocidade vetorial constante e diferente de zero. Nesse caso, o corpo possui movimento retilíneo uniforme.

O equilíbrio estático pode se apresentar de três formas:

- **equilíbrio estável:** se deslocarmos o corpo de sua posição de equilíbrio, ele tende a voltar à sua posição inicial.

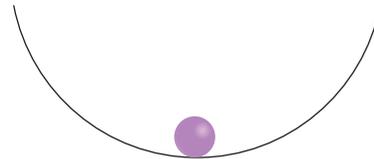


Fig. 35 Equilíbrio estável.

- **equilíbrio instável:** se deslocarmos o corpo de sua posição de equilíbrio, ele tende a se afastar mais ainda de sua posição inicial.

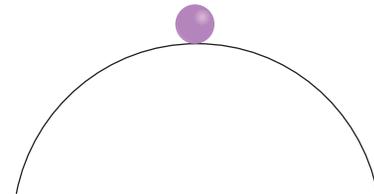


Fig. 36 Equilíbrio instável.

- **equilíbrio indiferente:** se deslocarmos o corpo de sua posição de equilíbrio, ele fica em equilíbrio na nova posição.



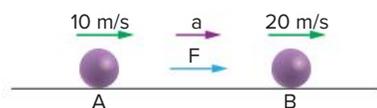
Fig. 37 Equilíbrio indiferente.

Exercícios resolvidos

- 1 Um corpo de massa 8 kg, ao passar por um ponto A de uma trajetória retilínea com velocidade de 10 m/s, passa a sofrer a ação de uma força constante e no mesmo sentido da velocidade. Ao passar pelo ponto B, 2 s após, sua velocidade vale 20 m/s. Determine:

- a intensidade da força.
- o espaço percorrido de A a B.
- a intensidade e o sentido da resultante que passa a agir sobre o corpo a partir de B, de modo que o corpo atinja a velocidade de 16 m/s, 18 m depois do ponto B.

Resolução:



- a) Para a aceleração entre A e B:

$$v_B = v_A + at \Rightarrow 20 = 10 + a \cdot 2 \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

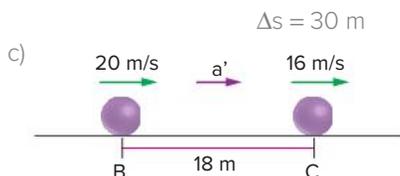
Mas:

$$F = ma \Rightarrow F = 8 \cdot 5 \Rightarrow F = 40 \text{ N}$$

- b) Aplicando a equação de Torricelli entre A e B:

$$v_B^2 = v_A^2 + 2a\Delta s \Rightarrow 20^2 = 10^2 + 2 \cdot 5 \cdot \Delta s$$

Logo:



Aplicando a equação de Torricelli entre B e C:

$$v_C^2 = v_B^2 + 2a'\Delta s \Rightarrow 16^2 = 20^2 + 2a' \cdot 18 \Rightarrow a' = -4 \text{ m/s}^2$$

o que mostra que o corpo está sendo freado.

Para o módulo de F' :

$$F' = m \cdot a' \Rightarrow F' = 8 \cdot 4 \Rightarrow F' = 32 \text{ N}$$

Então, a força terá módulo F' e sentido contrário ao do movimento.

- 2 Um corpo de massa 10 kg é submetido a uma força de intensidade $40 \cdot t$, com t medido em segundos. Se, no instante $t = 0$, o corpo possuía velocidade de 6 m/s no mesmo sentido da resultante, determine a velocidade desse corpo no instante $t = 3$ s.

Resolução:

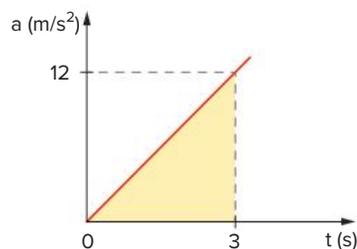
Sabemos que:

$$R = ma$$

Logo:

$$40t = 10a \Rightarrow a = 4t$$

Em um gráfico $a \times t$:



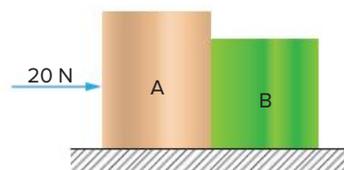
A área colorida representa a variação de velocidade de 0 a 3 s:

$$\Delta v = \frac{3 \cdot 12}{2} \Rightarrow \Delta v = 18 \text{ m/s}$$

Mas:

$$\Delta v = v_F \Rightarrow 18 = v_F - 6 = v_F - 24 \text{ m/s}$$

- 3 Uma força de 20 N atua sobre o bloco A da figura. Os blocos A e B têm massas $m_A = 3 \text{ kg}$ e $m_B = 2 \text{ kg}$.

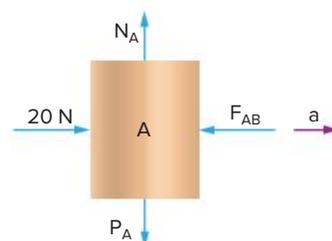


Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desconsiderando quaisquer atritos:

- isole o bloco A e escreva a segunda lei de Newton para ele.
- isole o bloco B e escreva a segunda lei de Newton para ele.
- determine os valores da aceleração do sistema e da força de contato entre os blocos.

Resolução:

- a) Precisamos isolar o corpo A. Isolamos um sistema ao desenhá-lo e representar todas as forças que atuam sobre ele. As forças que atuam sobre o corpo são as forças de contato e as forças de campo. Para representar as forças de campo, é preciso checar quais os corpos que exercem força mesmo sem estarem em contato com o sistema que está sendo isolado; em nosso estudo de Dinâmica, a força de campo mais comum é a força peso. Para representar as forças de contato, basta substituir todos os corpos em contato com o sistema pelas forças que os corpos aplicam sobre ele; além disso, devemos representar as forças sem agente especificado, porém enunciadas ou desenhadas no problema. Isolando o corpo A:



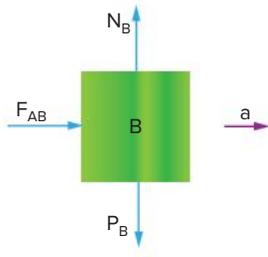
Em y, não há movimento:

$$N_A = P_A = 30 \text{ N}$$

Em x, o corpo A se move com aceleração a :

$$20 - F_{AB} = m_A \cdot a \Rightarrow 20 - F_{AB} = 3a \quad (I)$$

b) Isolando o corpo B:



Em y, não há movimento:

$$N_B = P_B = 20 \text{ N}$$

Em x, o corpo B se move com aceleração a :

$$F_{AB} = m_B \cdot a \Rightarrow F_{AB} = 2a \quad (II)$$

c) De (I) e (II):

$$\frac{20 - F_{AB} = 3a}{F_{AB} = 2a} \Rightarrow \frac{20}{5a} = 4 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

em (II):

$$F_{AB} = 2 \cdot 4 \Rightarrow F_{AB} = 8 \text{ N}$$

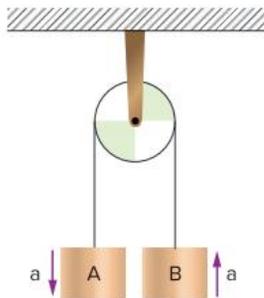
O valor de a também poderia ser obtido diretamente se isolássemos todo o sistema:

$$20 = (m_A + m_B)a \Rightarrow 20 = (3 + 2)a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

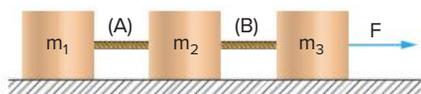
Atenção

Dois ou mais corpos podem ser isolados juntos apenas quando eles tiverem a mesma aceleração vetorial, ou seja, quando a aceleração dos corpos for a mesma em módulo, direção e sentido.

Os corpos A e B da figura não podem ser isolados juntos, pois, apesar de suas acelerações serem iguais em módulo e direção, não possuem o mesmo sentido.



- 4 Uma força $F = 40 \text{ N}$ arrasta três blocos de massas m_1 , m_2 e m_3 , ligados por cordas de massas desprezíveis, sobre uma superfície sem atrito. Sabe-se que a soma das massas vale 8 kg , que $T_A = \frac{F}{4}$ e $T_B = \frac{3F}{4}$. Determine, então, os valores das massas.



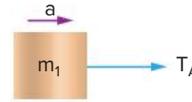
Resolução:

Isolando todo o sistema, temos:

$$F = (m_1 + m_2 + m_3)a \Rightarrow 40 = 8a \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

Se $T_A = \frac{F}{4}$, então $T_A = 10 \text{ N}$.

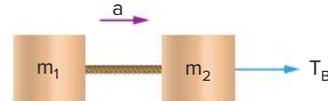
Isolando m_1 e tomando as forças em x:



$$T_A = m_1 \cdot a \Rightarrow 10 = m_1 \cdot 5 \Rightarrow m_1 = 2 \text{ kg}$$

Se $T_B = \frac{3F}{4}$, então $T_B = 30 \text{ N}$.

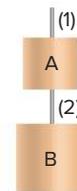
Isolando m_1 e m_2 e tomando as forças em x:



$$T_B = (m_1 + m_2)a \Rightarrow 30 = (m_1 + m_2)5 \Rightarrow m_1 + m_2 = 6 \text{ kg} \Rightarrow m_2 = 4 \text{ kg}$$

Como $m_1 + m_2 + m_3 = 8 \text{ kg}$, então $m_3 = 2 \text{ kg}$

- 5 Dois blocos, A e B, de massas 2 kg e 3 kg , respectivamente, estão suspensos na vertical, conforme a figura a seguir.

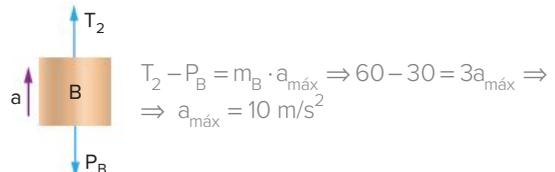


A máxima tração no fio 2 é 60 N . Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

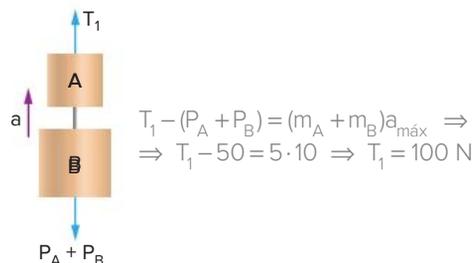
- a máxima aceleração do sistema.
- a máxima tração no fio 1.
- a aceleração do sistema e a tração em 2 quando a tração no fio 1 for 80% da tração máxima.
- a tração no fio 1 para que o sistema fique em equilíbrio.

Resolução:

a) Na situação em que $T_2 = 60 \text{ N}$, temos, para B:



b) Isolando todo o sistema:



c) Se $T_1 = 80\% \cdot 100 \text{ N} = 80 \text{ N}$, teremos, para o sistema:

$$T_1 - (P_A + P_B) = (m_A + m_B)a \Rightarrow 80 - 50 = 5a \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

Para B:

$$T_2 - P_B = m_B \cdot a \Rightarrow T_2 - 30 = 3 \cdot 6 \Rightarrow T_2 = 48 \text{ N}$$

d) Para o equilíbrio, temos $a = 0$. Logo:

$$T_1 - (P_A + P_B) = 0 \Rightarrow T_1 = 50 \text{ N}$$

6 Em um elevador, há uma balança graduada em newtons. Um homem de massa m , sobre a balança, lê 960 N quando o elevador sobe com certa aceleração e 640 N quando ele desce com a mesma aceleração. Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a massa do homem.
- a aceleração do elevador.
- a indicação da balança quando o elevador desce ou sobe com velocidade constante.

Resolução:

a) Isolando o homem:



Quando o homem sobe com aceleração a , temos $N > P$:

$$N - P = ma \Rightarrow 960 - 10m = ma \quad (I)$$

Quando o homem desce com aceleração a , temos $N < P$:

$$P - N = ma \Rightarrow 10m - 640 = ma \quad (II)$$

De (I) e (II):

$$960 - 10m = 10m - 640 \Rightarrow 1600 = 20m \Rightarrow m = 80 \text{ kg}$$

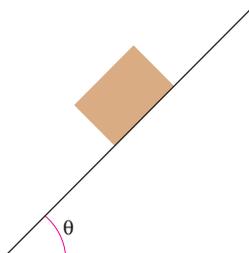
b) Em (I):

$$960 - 10 \cdot 80 = 80a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

c) Se a velocidade for constante, então $a = 0$. Nesse caso:

$$N - P = 0 \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = 800 \text{ N}$$

7 O corpo da figura tem massa igual a 5 kg e o plano inclinado liso forma um ângulo θ com a horizontal, tal que $\cos \theta = 0,6$.



Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

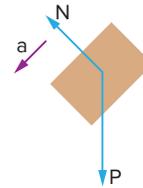
- a aceleração do corpo.

b) a força paralela ao plano necessária para o corpo ficar em repouso.

c) a força paralela ao plano necessária para o corpo subir com aceleração de 2 m/s^2 .

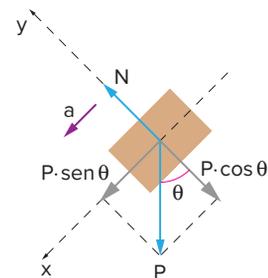
Resolução:

a) Isolando o corpo:



Neste exercício, necessitaremos decompor as forças. Não é regra decompor as forças, mas que a aceleração do corpo e as forças sobre ele aplicadas estejam todas decompostas em duas direções definidas. Usualmente, é mais fácil não decompor a aceleração. Nesses casos, escolhemos a direção da aceleração como uma das duas direções e a direção perpendicular à aceleração como a outra direção. Depois, decomparamos todas as forças nessas duas direções. São raros, mas há casos em que é mais fácil decompor a aceleração do que as forças.

Decompondo as forças na direção do movimento e na direção perpendicular ao movimento:



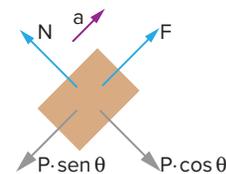
Em x:

$$P \cdot \text{sen } \theta = m \cdot a \Rightarrow mg \cdot \text{sen } \theta = m \cdot a \Rightarrow a = g \cdot \text{sen } \theta = 10 \cdot 0,8 \Rightarrow a = 8 \text{ m/s}^2$$

Em y:

$$N - P \cdot \text{cos } \theta = 0 \Rightarrow N = mg \cdot \text{cos } \theta = 5 \cdot 10 \cdot 0,6 \Rightarrow N = 30 \text{ N}$$

b) e c) Com a aplicação da força F:



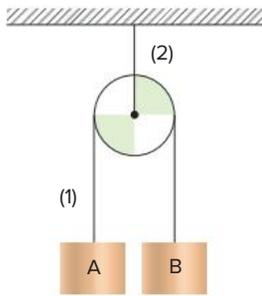
Para o corpo ficar em repouso:

$$F - P \cdot \text{sen } \theta = 0 \Rightarrow F = P \cdot \text{sen } \theta = 50 \cdot 0,8 \Rightarrow F = 40 \text{ N}$$

Para o corpo subir com $a = 2 \text{ m/s}^2$:

$$F - P \cdot \text{sen } \theta = ma \Rightarrow F - 50 \cdot 0,8 = 5 \cdot 2 \Rightarrow F = 50 \text{ N}$$

8 No arranjo da figura, os fios e a polia são ideais.

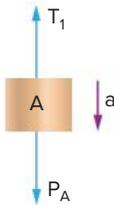


Se as massas de A e B são, respectivamente, iguais a 3 kg e 2 kg, determine, para $g = 10 \text{ m/s}^2$:

- a aceleração das massas.
- a tração no fio 1.
- a tração no fio 2.

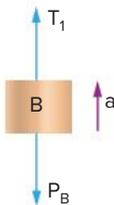
Resolução:

a) Como a massa de A é maior, então A descenderá com aceleração a e B subirá com a mesma aceleração. Isolando o bloco A:



$$P_A - T_1 = m_A \cdot a \Rightarrow 30 - T_1 = 3a \quad (I)$$

Isolando o bloco B:



$$T_1 - P_B = m_B \cdot a \Rightarrow T_1 - 20 = 2a \quad (II)$$

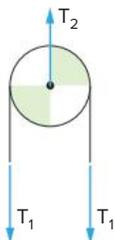
De (I) e (II):

$$\begin{array}{r} 30 - T_1 = 3a \\ T_1 - 20 = 2a \\ \hline 10 = 5a \end{array} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

b) Em (I):

$$30 - T_1 = 3 \cdot 2 \Rightarrow T_1 = 24 \text{ N}$$

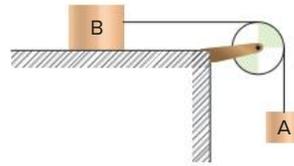
c) Isolando a roldana:



Como a roldana não tem massa e está em repouso:

$$T_2 - 2T_1 = 0 \Rightarrow T_2 = 2T_1 \Rightarrow T_2 = 48 \text{ N}$$

9 Na figura, os fios e a polia são ideais. As massas de A e B valem 6 kg e 4 kg, respectivamente.

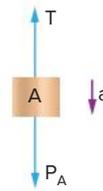


Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a aceleração do sistema.
- a tração no fio.
- a força que deve ser aplicada sobre B para que o sistema fique em equilíbrio.
- a força que deve ser aplicada sobre B para que ele se mova para a esquerda com aceleração igual a 2 m/s^2 .

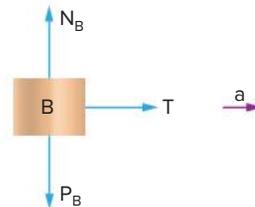
Resolução:

a) Isolando o corpo A:



$$P_A - T = m_A \cdot a \Rightarrow 60 - T = 6a \quad (I)$$

Isolando o corpo B:



Em y:

$$a = 0 \Rightarrow N_B = P_B = 40 \text{ N}$$

Em x:

$$T = m_B \cdot a \Rightarrow T = 4a \quad (II)$$

De (I) e (II):

$$\begin{array}{r} 60 - T = 6a \\ T = 4a \\ \hline 60 = 10a \end{array} \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

b) Em (II):

$$T = 4a \Rightarrow T = 4 \cdot 6 \Rightarrow T = 24 \text{ N}$$

c) Para o equilíbrio de A:

$$T = P_A \Rightarrow T = 60 \text{ N}$$

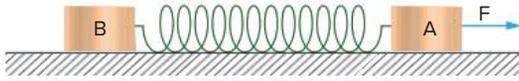
Para o equilíbrio de B:



d) Para que A e B se movam com $a = 2 \text{ m/s}^2$:

$$\begin{cases} F - T = m_B \cdot 2 \\ T - P_A = m_A \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F - T = 4 \cdot 2 \\ T - 60 = 6 \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F - T = 8 \\ T - 60 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} F - T = 8 \\ T - 60 = 12 \\ \hline F - 60 = 20 \end{array} \Rightarrow F = 80 \text{ N}$$

- 10** O sistema da figura repousa sobre uma superfície lisa sem atrito. As massas de A e B valem 4 kg e 2 kg, respectivamente. A constante de mola vale 100 N/m e o comprimento natural da mola é 30 cm.



Ao ser aplicada uma força de 30 N sobre o corpo A, como na figura, determine:

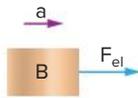
- a aceleração do sistema.
- o novo comprimento da mola.

Resolução:

a) Isolando todo o sistema e tomando as forças em x:

$$F = (m_A + m_B)a \Rightarrow 30 = (4 + 2)a \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

b) Isolando o corpo B e tomando as forças em x:



$$F_{el} = m_B \cdot a = 2 \cdot 5 \Rightarrow F_{el} = 10 \text{ N}$$

Mas:

$$F_{el} = kx \Rightarrow 10 = 100x \Rightarrow x = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Como $l_0 = 30 \text{ cm}$, então:

$$l = l_0 + x = 30 + 10 \Rightarrow l = 40 \text{ cm}$$

- 11** Uma mola de constante k é cortada ao meio e as duas metades são associadas em paralelo. Determine a constante elástica equivalente do sistema em paralelo.

Resolução:

Uma mola de constante elástica k equivale a duas molas de constantes elásticas iguais a k' em série:

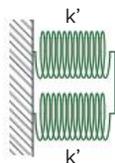


Logo:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k'} + \frac{1}{k'} = \frac{2}{k'} \Rightarrow k' = 2k$$

Assim, quando cortamos uma mola pela metade, a constante elástica de cada metade será o dobro da constante elástica da mola inicial.

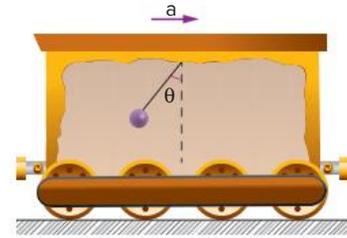
Ao associarmos as duas metades em paralelo:



$$k_{eq} = k' + k' = 2k + 2k \Rightarrow k_{eq} = 4k$$

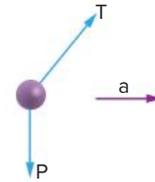
- 12** Em um trem, há um corpo preso ao teto por um fio. Quando o trem possui uma aceleração a para a

direita, o fio forma com a vertical um ângulo θ . Determine a relação entre a , θ e g .

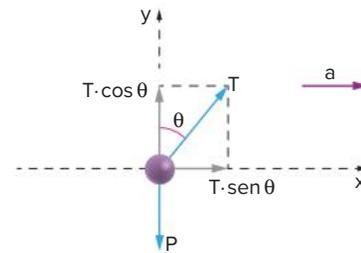


Resolução:

Isolando o corpo:



Decompondo as forças na direção da aceleração (horizontal) e na direção perpendicular à aceleração (vertical):



Em x:

$$T \cdot \text{sen } \theta = ma \quad (I)$$

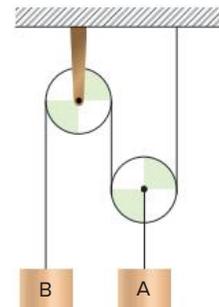
Em y:

$$T \cdot \text{cos } \theta - P = 0 \Rightarrow T \cdot \text{cos } \theta = mg \quad (II)$$

Dividindo (I) por (II):

$$\frac{T \cdot \text{sen } \theta}{T \cdot \text{cos } \theta} = \frac{ma}{mg} \Rightarrow \text{tg } \theta = \frac{a}{g}$$

- 13** Na figura, as massas de A e B são iguais a 3 kg.

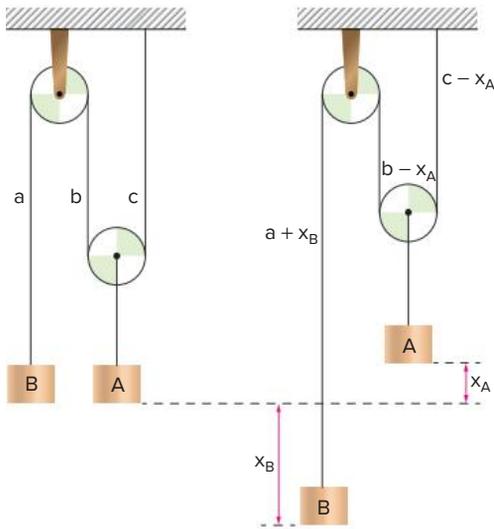


Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a relação entre as acelerações de A e B.
- a aceleração de A.
- a aceleração de B.
- a tração no fio.

Resolução:

- a) Vamos tomar o sistema em duas situações:
- situação inicial
 - após o corpo A ter subido x_A e o corpo B ter descido x_B .



Como o comprimento total do fio se mantém constante:

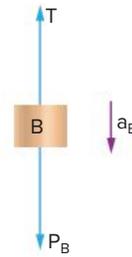
$$a + b + c = (a + x_B) + (b - x_A) + (c - x_A) \Rightarrow x_B = 2x_A$$

Ou seja, o deslocamento de B é sempre o dobro do deslocamento de A. A mesma relação é válida para as velocidades e para as acelerações de A e B:

$$v_B = 2v_A \text{ e } a_B = 2a_A$$

- b) Se estamos supondo, a partir da situação inicial em que os corpos estão em repouso, que o corpo A suba x_A e o corpo B desça x_B , então, por coerência, devemos também supor que a aceleração de A tenha sentido para cima e a aceleração de B tenha sentido para baixo. Normalmente, não é possível, sem fazer as contas, em casos de problemas com vínculo geométrico, saber com antecedência o correto sentido das acelerações. Isso não é motivo de preocupação, pois as acelerações que tiveram seus sentidos “chutados” corretamente terão sinal positivo; as acelerações que tiveram seus sentidos “chutados” erroneamente terão sinal negativo.

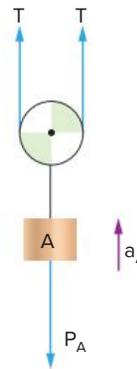
Isolando o corpo B:



$$P_B - T = m_B \cdot a_B \Rightarrow 30 - T = 3a_B \quad (I)$$

Quando um corpo está ligado a uma polia móvel, é possível isolar o corpo juntamente com a polia, pois ambos possuem a mesma aceleração vetorial. Além disso, não há acréscimo de massa, pois a polia em questão é ideal. A vantagem desse processo é “economizar” uma análise, pois, do contrário, teríamos de isolar o corpo e, em seguida, a polia.

Isolando o corpo A junto com a polia:



$$2T - P_A = m_A \cdot a_A \Rightarrow 2T - 30 = 3a_A \quad (II)$$

Mas:

$$a_B = 2a_A \quad (III)$$

De (III) em (I):

$$30 - T = 6a_A \quad (IV)$$

Tomando $2 \cdot (IV)$ e (II):

$$\begin{array}{r} 60 - 2T = 12a_A \\ 2T - 30 = 3a_A \\ \hline 30 = 15a_A \end{array} \Rightarrow a_A = 2 \text{ m/s}^2$$

c) De (III):

$$a_B = 2a_A = 2 \cdot 2 \Rightarrow a_B = 4 \text{ m/s}^2$$

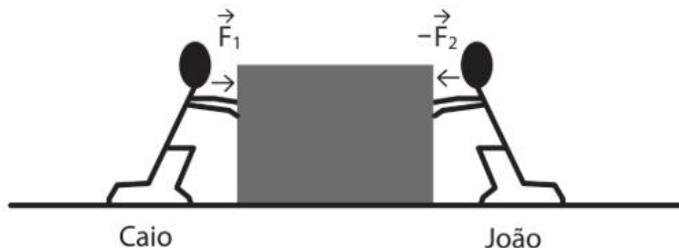
d) De (I):

$$30 - T = 3a_B = 3 \cdot 4 \Rightarrow T = 18 \text{ N}$$

Revisando

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 1 **CPS 2018** Vinícius observa duas crianças, Caio e João, empurrando uma caixa de brinquedos. Relembrando a aula de Ciências que teve pela manhã, ele observa o deslocamento da caixa e faz um desenho representando as forças envolvidas nesse processo, conforme a figura.



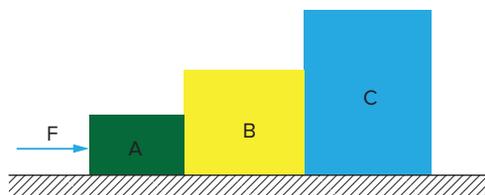
Considerando que a caixa esteja submetida a duas forças horizontais, nos sentidos representados na figura, de intensidades $F_1 = 100 \text{ N}$ e $F_2 = 75 \text{ N}$, ficou pensando em como poderia evitar o deslocamento da caixa, fazendo com que ela ficasse em equilíbrio (parada).

Concluiu, então, que para isso ocorrer, uma outra criança deveria exercer uma força de intensidade igual a

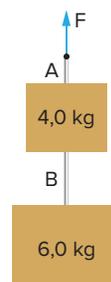
- A 100 N, junto com João.
 - B 100 N, junto com Caio.
 - C 75 N, junto com João.
 - D 25 N, junto com Caio.
 - E 25 N, junto com João.
- 2 Dois corpos, A e B, carregados eletricamente, atraem-se mutuamente sob a ação da força elétrica, completamente isolados da influência de qualquer outra força. Suas massas são $m_A = 2,0 \text{ kg}$ e $m_B = 3 \text{ kg}$. Em determinado instante, a aceleração de A vale 6 m/s^2 , para a direita. Determine, nesse instante:
- a) o módulo, a direção e o sentido da força resultante sobre A.
 - b) o módulo, a direção e o sentido da força resultante sobre B.
 - c) o módulo, a direção e o sentido da força resultante sobre o conjunto.
 - d) o módulo, a direção e o sentido da aceleração de B.

- 3 Um corpo de 5 kg move-se em um plano horizontal liso, sob a ação de uma força horizontal constante, de intensidade 20 N. Sabe-se que o corpo passa por um ponto A com velocidade 10 m/s, no mesmo sentido da força, e, após percorrer 100 m, passa por um ponto B. Determine:
- a velocidade do corpo ao passar por B.
 - o tempo decorrido entre A e B.

- 4 Na figura, os corpos A, B e C, de massas $m_A = 2$ kg, $m_B = 3$ kg e $m_C = 5$ kg, estão apoiados em uma superfície plana, horizontal e lisa. Ao bloco A, é aplicada uma força horizontal de módulo $F = 20$ N. Determine:
- a aceleração do conjunto.
 - a força resultante em A.
 - a força que A exerce em B.
 - a força que B exerce em C.

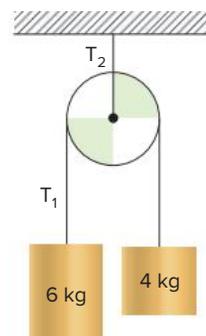


- 5 Dois blocos estão ligados pelo fio B e, sobre o fio A, é aplicada uma força de módulo F , conforme a figura ao lado. Determine as trações em A e B, quando:
- os corpos são mantidos em repouso.
 - os corpos possuem uma aceleração de $2,0$ m/s², vertical e para cima.
 - os corpos possuem uma aceleração de $3,0$ m/s², vertical e para baixo.

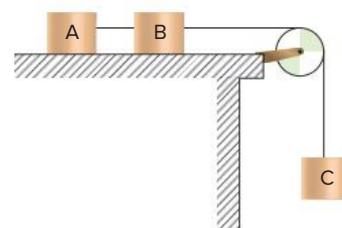


- 6 Um homem de 50 kg está sobre uma balança graduada em newtons, no interior de um elevador. Determine:
- a indicação da balança quando o elevador sobe com aceleração constante de 2 m/s^2 .
 - o módulo e o sentido da aceleração do elevador quando a balança marca 450 N.
- 7 Um corpo de 3 kg é solto do repouso sobre um plano inclinado liso, que forma um ângulo de 30° com a horizontal. Sabendo que o corpo leva 4 s para atingir a base do plano, determine:
- a força que o corpo exerce sobre o plano.
 - a aceleração do corpo.
 - a distância percorrida pelo corpo até atingir a base do plano.

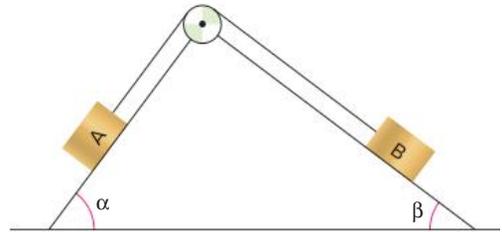
- 8 No arranjo da figura, os fios e a polia têm massas desprezíveis. O fio é inextensível e passa sem atrito pela polia. Determine:
- a aceleração dos corpos.
 - a tração de módulo T_1 .
 - a tração de módulo T_2 .



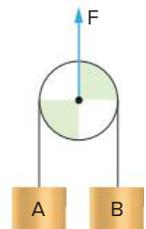
- 9 UEL (Adapt.) Os três corpos, A, B e C, representados na figura ao lado têm massas iguais, $m = 3,0 \text{ kg}$. O plano horizontal, onde se apoiam A e B, não oferece atrito e a roldana tem massa desprezível. Determine:
- a aceleração do conjunto.
 - a tração no fio que une os blocos A e B.
 - a tração no fio que une os blocos B e C.



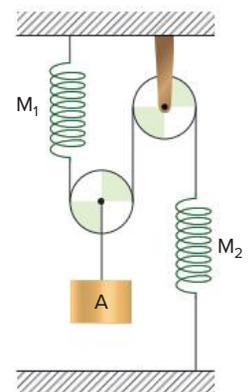
- 10** Na figura, a polia e o fio são ideais e as superfícies são perfeitamente lisas. Sabendo que $m_A = 2,0 \text{ kg}$, $m_B = 1,5 \text{ kg}$ e $\sin \alpha = \cos \beta = 0,8$, determine:
- o módulo e o sentido da aceleração de A.
 - a tração no fio.



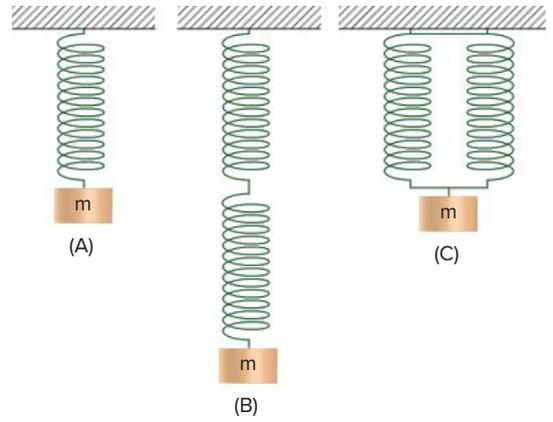
- 11** A polia e os fios da figura são considerados ideais e não há atritos de qualquer espécie. Sabendo que $m_A = 5,0 \text{ kg}$, $m_B = 2,0 \text{ kg}$ e $F = 80 \text{ N}$, determine:
- a tração no fio que une os corpos A e B.
 - o módulo e o sentido da aceleração de A.
 - o módulo e o sentido da aceleração de B.



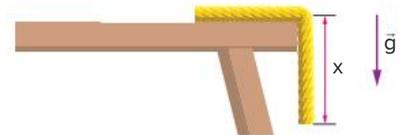
- 12** No sistema da figura, o corpo A tem peso 200 N , as molas M_1 e M_2 possuem comprimentos naturais, respectivamente, iguais a 60 cm e 40 cm e constantes elásticas, respectivamente, iguais a 10^3 N/m e $2 \cdot 10^3 \text{ N/m}$. As molas e as polias são ideais. Determine os comprimentos finais das molas.



- 13 São montados três arranjos, esquematizados nas figuras ao lado. As molas são todas iguais, com $k = 100 \text{ N/m}$. Se $m = 2 \text{ kg}$, determine a deformação total em cada arranjo.



- 14 Uma corda homogênea tem seção transversal constante e comprimento total 5 m . Na figura, quando a corda está com um comprimento x pendente e com um trecho de seu comprimento apoiado em uma mesa horizontal e perfeitamente lisa, a sua aceleração é igual a 4 m/s^2 . Determine o valor de x .



- 15 Fuvest (Adapt.)** Uma pessoa pendurou um fio de prumo no interior de um vagão de trem e percebeu que, quando o trem partiu do repouso, o fio se inclinou em relação à vertical. A massa presa ao fio é igual a 5 kg. Com auxílio de um transferidor, a pessoa determinou que o ângulo máximo de inclinação, na partida do trem, foi de $36,87^\circ$ em relação à vertical. Nessas condições, determine:

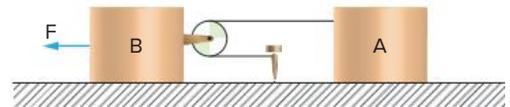
▶ **Dado:** $\text{sen } 36,87^\circ = 0,6$.

- o sentido de movimento do trem.
- a aceleração máxima do trem.
- a tração no fio quando o trem estava em repouso.
- a tração no fio quando o trem estava com aceleração máxima.

- 16** Dois blocos, A e B, com massas, respectivamente, iguais a 4,0 kg e 2,0 kg, estão unidos conforme mostra a figura ao lado. O fio que prende o corpo A tem a outra extremidade presa a um pino fixo no chão. Despreze as massas dos fios e da roldana, considere que não há atritos e que a intensidade da força aplicada em B tem módulo igual a 36 N.

Determine:

- a relação entre as acelerações de A e de B, $\frac{a_A}{a_B}$.
- os módulos de a_A e de a_B .
- o módulo da tração no fio.



Exercícios propostos

Dado: Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 1 Uece 2019** Desde o início de 2019, testemunhamos dois acidentes aéreos fatais para celebridades no Brasil. Para que haja voo em segurança, são necessárias várias condições referentes às forças que atuam em um avião. Por exemplo, em uma situação de voo horizontal, em que a velocidade da aeronave se mantenha constante,
- a soma de todas as forças externas que atuam na aeronave é não nula.
 - a soma de todas as forças externas que atuam na aeronave é nula.
 - a soma de todas as forças externas que atuam na aeronave é maior que seu peso.
 - a força de sustentação é maior que seu peso.
- 2 UFPR** Os princípios básicos da mecânica foram estabelecidos por Newton e publicados em 1686, sob o título *Princípios matemáticos da filosofia natural*. Com base nesses princípios, é correto afirmar que:
- a aceleração de um corpo em queda livre depende da massa desse corpo.
 - as forças de ação e reação são forças de mesmo módulo e estão aplicadas em um mesmo corpo.
 - a massa de um corpo é uma propriedade intrínseca desse corpo.
 - as leis de Newton são válidas somente para referenciais inerciais.
 - quanto maior for a massa de um corpo, maior será a sua inércia.
 - a lei da inércia, que é uma síntese das ideias de Galileu sobre a inércia, afirma que, para manter um corpo em movimento retilíneo uniforme, é necessária a ação de uma força.

- 3 UFRJ** Leia atentamente os quadrinhos a seguir.

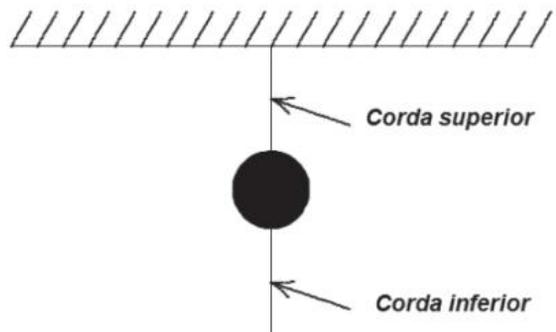


Garfield, Jim Davis © 1994 Paws, Inc. All Rights Reserved /Dist. Universal Uclick.

A solução pensada pelo gato Garfield para atender à ordem recebida de seu dono está fisicamente correta? Justifique sua resposta.

- 4 Udesc 2017** Em uma bola pesada são conectadas duas cordas, como mostra a figura. Considere as duas cordas iguais e as seguintes situações:

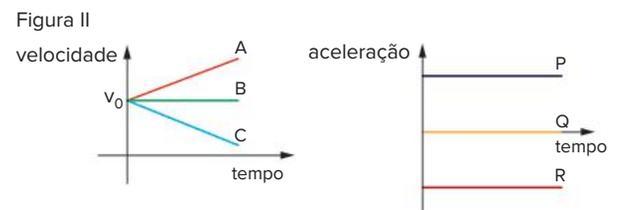
- Um puxão rápido na corda inferior fará com que ela se parta.
- Um puxão lento na corda inferior fará com que a corda superior se parta.



Assinale a alternativa que explica por que ocorre a situação I.

- Terceira lei de Newton.
 - A força é muito pequena para mover a bola.
 - O atrito do ar com a bola a empurra de volta.
 - A bola tem muita energia.
 - A inércia da bola.
- 5 Uece 2019** Suponha que uma esfera de aço desce deslizando, sem atrito, um plano inclinado. Pode-se afirmar corretamente que, em relação ao movimento da esfera, sua aceleração
- aumenta e sua velocidade diminui.
 - é constante e sua velocidade aumenta.
 - e velocidade aumentam.
 - e velocidade permanecem constantes.

- 6 Vunesp** As figuras I e II adiante representam:
- forças atuando sobre uma partícula de massa m , com velocidade inicial $v_0 > 0$, que pode se deslocar ao longo de um eixo x , em três situações diferentes.
 - gráficos de velocidade e aceleração em função do tempo, associados aos movimentos da partícula.



Para cada uma das três situações representadas na figura I, indique o correspondente gráfico de velocidade (A, B ou C) e de aceleração (P, Q ou R) da partícula.

7 UEM 2018 Considere uma partícula O, em repouso, na origem de um plano cartesiano, e suponha que, sobre ela, passam a atuar, simultaneamente, forças \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , \vec{F}_3 em que \vec{F}_1 tem módulo igual a 1 N, direção vertical e sentido para baixo, e \vec{F}_2 tem módulo igual a 1 N, direção horizontal e sentido para a esquerda. Assinale o que for correto.

- 01 Se houver equilíbrio estático, então $|\vec{F}_3| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$.
- 02 É possível determinar \vec{F}_3 com um ângulo positivo diferente de 45° com o eixo das abscissas, de forma que o sistema tenha equilíbrio estático.
- 04 Se $|\vec{F}_3| < |\vec{F}_1|$, então a partícula se moverá para o terceiro quadrante.
- 08 Se $\vec{F}_3 = -3\vec{F}_1 - 3\vec{F}_2$, então a partícula fará um movimento retilíneo uniforme na direção de \vec{F}_3 .
- 16 Seja $\vec{F}_3 = -10\vec{F}_1 - 12\vec{F}_2$, então, se atuarem somente as forças $5\vec{F}_1$, $12\vec{F}_2$ e \vec{F}_3 na partícula, teremos equilíbrio estático.

Soma:

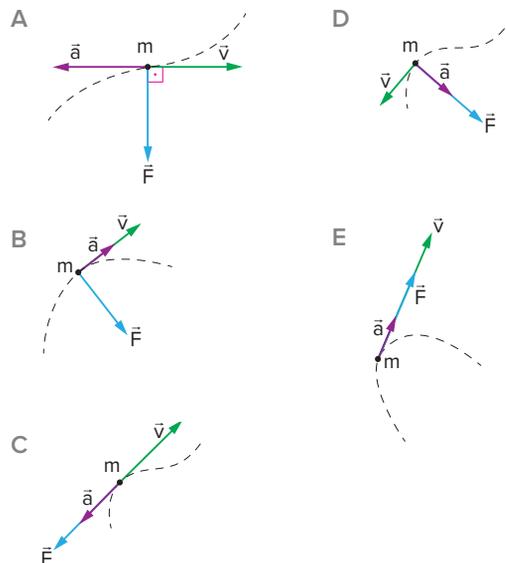
8 UFSC No livro *Viagem ao céu*, Monteiro Lobato afirma que quando jogamos uma laranja para cima, ela sobe enquanto a força que produziu o movimento é maior que a força da gravidade. Quando a força da gravidade se torna maior, a laranja cai.

Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Realmente, na subida, após ser lançada pela mão de alguém, haverá uma força maior do que o peso para cima, de modo a conduzir a laranja até uma altura máxima.
- 02 Quando a laranja atinge sua altura máxima, a velocidade é nula e todas as forças também se anulam.
- 04 Supondo nula a resistência do ar, após a laranja ser lançada para cima, somente a força peso atuará sobre ela.
- 08 Para que a laranja cesse sua subida e inicie sua descida, é necessário que a força da gravidade seja maior que a mencionada força para cima.
- 16 Supondo nula a resistência do ar, a aceleração da laranja independe de sua massa.

Soma:

9 ITA Seja \vec{F} a resultante das forças aplicadas a uma partícula de massa m , velocidade \vec{v} e aceleração \vec{a} . Se a partícula descrever uma trajetória plana, indicada pela curva tracejada em cada um dos esquemas a seguir, segue-se que aquele que relaciona corretamente os vetores coplanares \vec{v} , \vec{a} e \vec{F} é:



10 UFPB Um avião é autorizado a decolar, mas a aeromoça se esquece de travar as rodas do carrinho de alimentos que se encontra no corredor, na parte da frente do avião. Admita que as rodas desse carrinho estão bem polidas, de modo que o atrito entre elas e o piso do avião seja desprezível. Três observadores, localizados nos pontos especificados a seguir, fazem considerações acerca do movimento do carrinho enquanto o avião acelera para decolar.

- O primeiro observador está parado na pista, ao lado do avião.
- O segundo observador está sentado em uma poltrona, no interior do avião, com o cinto de segurança afivelado.
- O terceiro observador está na pista, deslocando-se em linha reta e paralelamente ao avião, com velocidade constante em relação ao primeiro observador.

Nesse contexto, identifique as afirmativas corretas.

- I. O primeiro observador, fundamentado pela lei da inércia, deduz que o carrinho não entra em movimento.
- II. O segundo observador constata que o carrinho adquire um movimento; entretanto, ele não pode aplicar as leis de Newton para explicar esse movimento.
- III. O terceiro observador afirma que esse carrinho está se deslocando com velocidade constante.
- IV. O primeiro observador pode ser considerado como um sistema de referência inercial para descrever o movimento do carrinho.
- V. O segundo e o terceiro observadores não podem ser considerados como sistemas de referência inerciais.

11 Fuvest Um avião, com velocidade constante e horizontal, voando em meio a uma tempestade, repentinamente perde altitude, sendo tragado para baixo e permanecendo

com aceleração constante vertical de módulo $a > g$, em relação ao solo, durante um intervalo de tempo Δt . Pode-se afirmar que, durante esse período, uma bola de futebol que se encontrava solta sobre uma poltrona desocupada:

- A permanecerá sobre a poltrona, sem alteração de sua posição inicial.
- B flutuará no espaço interior do avião, sem aceleração em relação ao mesmo, durante o intervalo de tempo Δt .
- C será acelerada para cima, em relação ao avião, sem poder se chocar com o teto, independentemente do intervalo de tempo Δt .
- D será acelerada para cima, em relação ao avião, podendo se chocar com o teto, dependendo do intervalo de tempo Δt .
- E será pressionada contra a poltrona durante o intervalo de tempo Δt .

- 12 UFF** Um fazendeiro possui dois cavalos igualmente fortes. Ao prender qualquer um dos cavalos com uma corda a um muro (Figura 1), observa que o animal, por mais que se esforce, não consegue arrebatá-la. Ele prende, em seguida, um cavalo ao outro, com a mesma corda. A partir de então, os dois cavalos passam a puxar a corda (Figura 2) tão esforçadamente quanto antes.

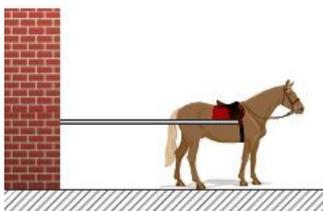


Figura 1

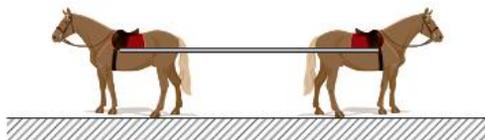


Figura 2

A respeito da situação ilustrada pela figura 2, é correto afirmar que:

- A a corda arrebenta, pois não é tão resistente para segurar dois cavalos.
- B a corda pode arrebentar, pois os dois cavalos podem gerar, nessa corda, tensões até duas vezes maiores que as da situação da figura 1.
- C a corda não arrebenta, pois a resultante das forças exercidas pelos cavalos sobre ela é nula.
- D a corda não arrebenta, pois não está submetida a tensões maiores que na situação da figura 1.
- E não se pode saber se a corda arrebenta ou não, pois nada se disse sobre sua resistência.

- 13 Udesc 2019** A figura mostra um bloco de massa m sobre um plano inclinado em repouso (ângulo θ) sem atrito e uma força horizontal F aplicada sobre este bloco.

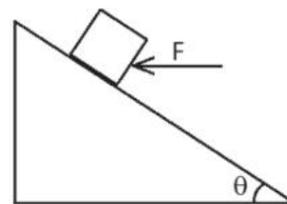
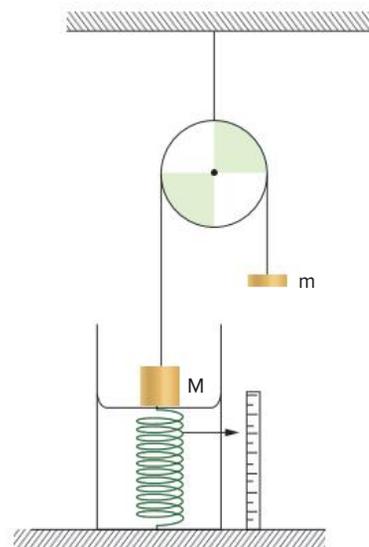


FIGURA 3

Assinale a alternativa que contém o módulo da força F necessária para evitar o deslizamento do bloco.

- A mg
- B $mg \cdot \text{tg } \theta$
- C $mg \cdot \text{sen } \theta$
- D $mg \cdot \text{cos } \theta$
- E $mg/\text{tg } \theta$

- 14 UFPE** Dois objetos de massas M e m são ligados por um fio fino e inextensível, que passa através de uma roldana também ideal. Quando o objeto de massa M repousa sobre uma balança de mola, como mostra a figura seguinte, esta registra uma leitura igual a $0,4 \text{ kgf}$.



Se $M = 0,5 \text{ kg}$, qual o valor da massa m ?

- A $0,1 \text{ kg}$
- B $0,2 \text{ kg}$
- C $0,3 \text{ kg}$
- D $0,4 \text{ kg}$
- E $0,5 \text{ kg}$

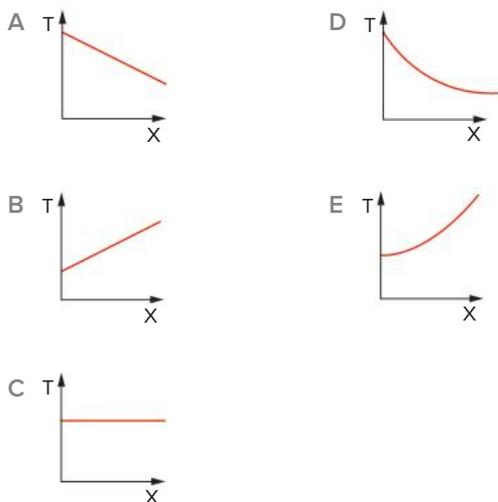
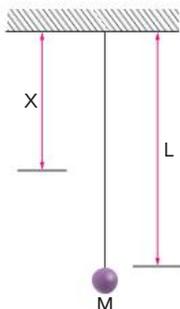
- 15 UFRJ** Uma pessoa idosa, de 68 kg , ao se pesar, o faz apoiada em sua bengala, como mostra a figura.



Com a pessoa em repouso, a leitura da balança é 650 N. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Supondo que a força exercida pela bengala sobre a pessoa seja vertical, calcule o seu módulo e determine o seu sentido.
- Calcule o módulo da força que a balança exerce sobre a pessoa e determine a sua direção e o seu sentido.

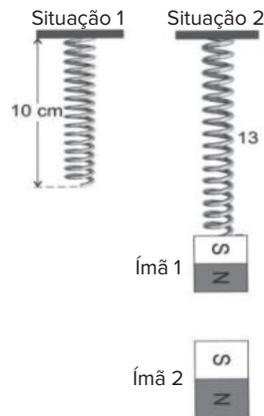
- 16 UFC** Um bloco de massa M encontra-se suspenso e preso ao teto por meio de um fio de aço de comprimento L e densidade uniforme. Indique, dentre as alternativas a seguir, o gráfico que melhor representa a variação da tensão T com a distância X entre o teto e um ponto qualquer do fio.



- 17 Fuvest** Um fio de massa desprezível está preso verticalmente por uma de suas extremidades a um suporte. A tração máxima que o fio suporta, sem se romper, é de 5,80 N. Penduraram-se sucessivamente objetos de 50 g cada, separados uns dos outros por uma distância de 10 cm, até o fio se romper. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Quantos objetos foram pendurados?
- Onde o fio se rompeu?

- 18 Acafe 2018** Em uma mola fixa no teto (situação 1) prende-se o ímã 1 de massa 0,3 kg que sofre a ação da força magnética do ímã 2 (situação 2). A mola possui constante elástica igual a 150 N/m e o sistema se mantém em equilíbrio.



Desprezando-se a massa da mola, adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e considerando a massa do ímã 2 o dobro da massa do ímã 1, a alternativa correta que indica o módulo da força magnética, em newtons, que o ímã 2 exerce sobre o ímã 1 é:

- 4,5
- 3,0
- 2,5
- 1,5

- 19 UFRJ** Um menino de 40 kg de massa corre em movimento retilíneo horizontal em cima de uma prancha de 8,0 kg de massa, que desliza sobre um piso horizontal, conforme indica a figura. Não há qualquer atrito entre a prancha e o piso, embora haja atrito entre o menino e a prancha. O movimento do menino ocorre com aceleração constante de módulo $0,20 \text{ m/s}^2$ e sentido para a esquerda, em relação ao piso.



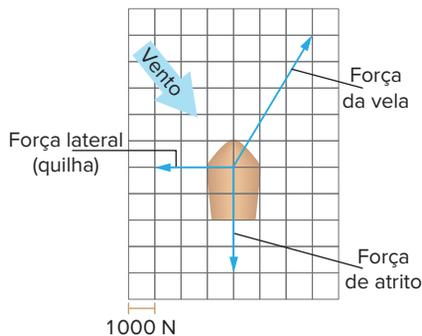
- Indique o sentido da componente horizontal da força que a prancha exerce sobre o menino e calcule seu módulo.
- Indique o sentido da aceleração da prancha relativa ao piso e calcule seu módulo.

- 20 EEAR 2019** Um astronauta de massa m e peso P levado da superfície da Terra para a superfície de um planeta cuja aceleração da gravidade, em módulo, é igual a um terço da aceleração da gravidade registrada na superfície terrestre. No novo planeta, os valores da massa e do peso desse astronauta, em função de suas intensidades na Terra, serão respectivamente:

- $\frac{m}{3}, P$
- m, P
- $m, \frac{P}{3}$
- $\frac{m}{3}, \frac{P}{3}$

21 UFSC Sejam dois corpos com massas desconhecidas, m_1 e m_2 . Uma força imprime à massa m_1 uma aceleração de 5 m/s^2 e à massa m_2 uma aceleração igual a 20 m/s^2 . Se a mesma força atuar, agora, sobre os dois corpos reunidos, qual será a aceleração do conjunto?

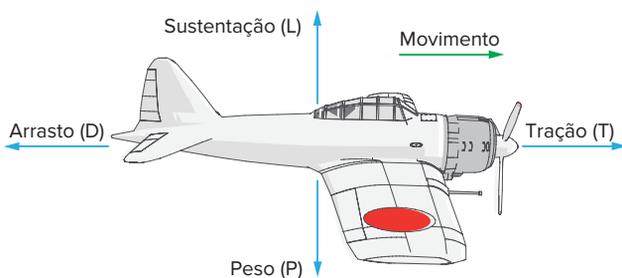
22 Unicamp Na viagem do descobrimento, a frota de Cabral precisou navegar contra o vento uma boa parte do tempo. Isso só foi possível graças à tecnologia de transportes marítimos mais moderna da época: as caravelas. Nelas, o perfil das velas é tal que a direção do movimento pode formar um ângulo agudo com a direção do vento, como indicado pelo diagrama de forças a seguir:



Considere uma caravela com massa de 20000 kg .

- Utilizando a régua, reproduza o diagrama de forças e determine o módulo, a direção e o sentido da força resultante.
- Calcule a aceleração da caravela.

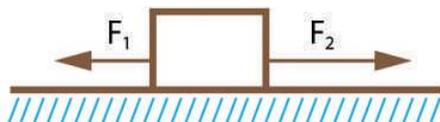
23 A figura a seguir mostra as forças que atuam em um aeromodelo.



Se $P = 8 \text{ N}$, $T = 5 \text{ N}$ e $D = 6 \text{ N}$, determine:

- a sustentação para que o aeromodelo esteja descrevendo uma trajetória horizontal.
- a intensidade, a direção e o sentido da resultante dessas forças.
- se a velocidade do aeromodelo está aumentando, diminuindo ou é constante.

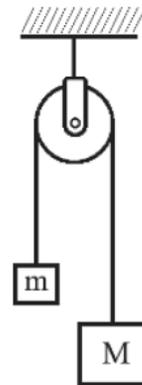
24 Uerj 2018 Considere um bloco sujeito a duas forças, F_1 e F_2 , conforme ilustra o esquema.



O bloco parte do repouso em movimento uniformemente acelerado e percorre uma distância de 20 m sobre o plano horizontal liso em 4 s . O valor da massa do bloco é igual a 3 kg e o da intensidade da força F_2 a 50 N . A intensidade da força F_1 , em newtons, equivale a:

- | | |
|--------|--------|
| A 57,5 | C 26,5 |
| B 42,5 | D 15,5 |

25 Udesc 2019 A figura mostra dois blocos de massa m e M unidos por um fio ideal, suspensos por uma polia ideal. Considere que o fio está o tempo todo tensionado.



Analise as proposições com relação à figura.

- A condição de equilíbrio é dada quando $m = M$, portanto a aceleração do sistema é nula.
- Para $M > m$, a quantidade $M - m$ é inversamente proporcional à aceleração do sistema.
- Para $M > m$ a quantidade $M + m$ é diretamente proporcional à aceleração do sistema.
- Fora da condição de equilíbrio, a aceleração do sistema é diretamente proporcional à aceleração gravitacional.
- Fora do equilíbrio, os módulos das acelerações dos blocos são iguais, no entanto, as acelerações têm sentido opostos.

Assinale a alternativa correta.

- Somente as afirmativas IV e V são verdadeiras.
- Somente as afirmativas I, II e III são verdadeiras.
- Somente as afirmativas I, III e V são verdadeiras.
- Somente as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.
- Somente as afirmativas I, IV e V são verdadeiras.

26 UFRJ Um motorista dirige seu automóvel com velocidade de 90 km/h quando percebe um sinal de trânsito fechado. Neste instante, o automóvel está a 100 m do sinal. O motorista aplica imediatamente os freios, impondo ao carro uma desaceleração constante de $2,5 \text{ m/s}^2$ até que este atinja o repouso.

- O automóvel para antes do sinal ou após ultrapassá-lo? Justifique sua resposta.
- Se a massa do automóvel é igual a 720 kg e a do motorista é igual a 80 kg , calcule o módulo da resultante das forças que atuam sobre o conjunto automóvel-motorista, supondo que o motorista esteja solidário com o automóvel.

- 27 UPF 2019** Um bloco de massa $m = 3 \text{ kg}$, inicialmente em repouso, é puxado sobre uma superfície horizontal sem atrito por uma força de 15 N durante 2 s (conforme desenho). Nessas condições, é possível afirmar que quando o objeto tiver percorrido 50 m , a sua velocidade, em m/s , será de

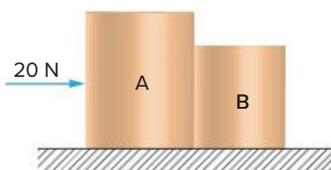


- A 5 C 15 E 10
B 7,5 D 20

- 28 Mackenzie** Um corpo em repouso e de $1,0 \text{ t}$ de massa é submetido a uma resultante de forças, com direção constante, cuja intensidade varia em função do tempo (t) segundo a função $F = 200 \cdot t$, no sistema MKS, a partir do instante zero. A velocidade escalar desse corpo, no instante $t = 10 \text{ s}$, vale:

- A 3,6 km/h
B 7,2 km/h
C 36 km/h
D 72 km/h
E 90 km/h

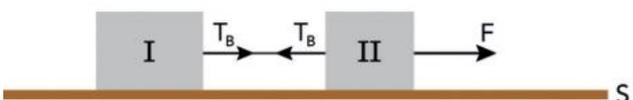
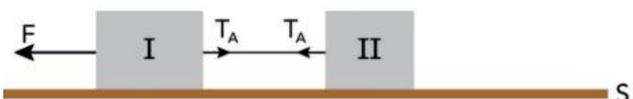
- 29 USC** Uma força de 20 N atua sobre o bloco A. Os blocos A e B têm massas $m_A = 3 \text{ kg}$ e $m_B = 1 \text{ kg}$, como mostra a figura a seguir.



Se a superfície sobre a qual desliza o conjunto é horizontal e sem atrito, determine:

- a) a aceleração do conjunto.
b) a intensidade da força resultante sobre o bloco A.
c) a força resultante sobre B.

- 30 Uerj 2018** Em um experimento, os blocos I e II, de massas iguais a 10 kg e a 6 kg , respectivamente, estão interligados por um fio ideal. Em um primeiro momento, uma força de intensidade F igual a 64 N é aplicada no bloco I, gerando no fio uma tração T_A . Em seguida, uma força de mesma intensidade F é aplicada no bloco II, produzindo a tração T_B . Observe os esquemas:



Desconsiderando os atritos entre os blocos e a superfície S, a razão entre as trações $\frac{T_A}{T_B}$ a:

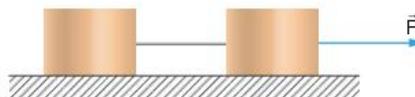
- A $\frac{9}{10}$
B $\frac{4}{7}$
C $\frac{3}{5}$
D $\frac{8}{13}$

- 31 UFRJ** Um sistema é constituído por um barco de 100 kg , uma pessoa de 58 kg e um pacote de $2,0 \text{ kg}$ que ela carrega consigo. O barco é puxado por uma corda, de modo que a força resultante sobre o sistema seja constante, horizontal e de módulo 240 newtons .



Supondo que não haja movimento relativo entre as partes do sistema, calcule o módulo da força horizontal que a pessoa exerce sobre o pacote.

- 32 Vunesp** Dois blocos idênticos, unidos por um fio de massa desprezível, jazem sobre uma mesa lisa e horizontal, conforme mostra a figura a seguir. A força máxima a que esse fio pode resistir é 20 N . Qual o valor máximo da força \vec{F} que se poderá aplicar a um dos blocos, na mesma direção do fio, sem romper o fio?



- 33 Famema 2019** Em um parque temático, um trator traciona dois vagões idênticos, 01 e 02, de massa M cada um. Os eixos das rodas desses vagões são livres de atritos.

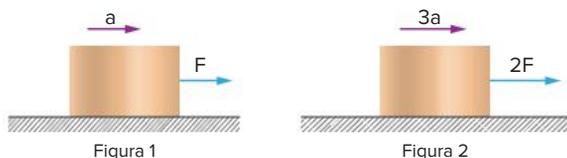


Em uma das viagens, o vagão 01 seguiu completamente vazio enquanto o vagão 02 estava completamente ocupado por turistas que, juntos, somavam uma massa m . No início dessa viagem, o trator imprimiu ao vagão 01 uma força constante F ,

conferindo ao conjunto trator-vagões uma aceleração a . Nessa situação, a intensidade da força de tração T sobre o engate entre os dois vagões era

- A $\frac{(M+m) \cdot F}{M+m}$ C $\frac{M+m}{M \cdot F}$ E $\frac{(M+m) \cdot F}{2M+m}$
 B $\frac{2m \cdot F}{M+m}$ D $\frac{2M}{m \cdot F}$

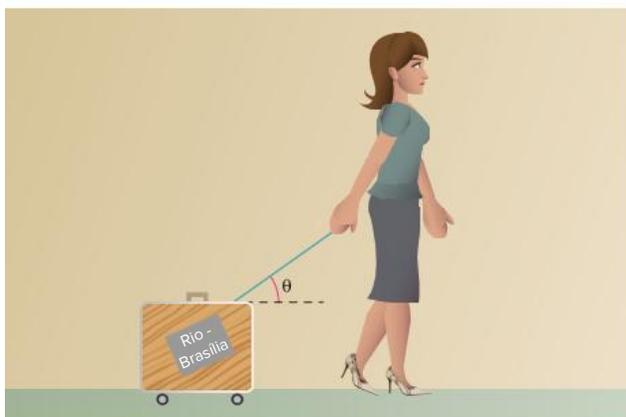
- 34 UFRJ** Uma força horizontal de módulo F puxa um bloco sobre uma mesa horizontal com uma aceleração de módulo a , como indica a figura 1.



Sabe-se que, se o módulo da força for duplicado, a aceleração terá módulo $3a$, como indica a figura 2. Suponha que, em ambos os casos, a única outra força horizontal que age sobre o bloco seja a força de atrito – de módulo invariável f – que a mesa exerce sobre ele.

Calcule a razão $\frac{f}{F}$ entre o módulo f da força de atrito e o módulo F da força horizontal que puxa o bloco.

- 35 UFF** Uma aeromoça, locomovendo-se até o setor de embarque de um aeroporto, transporta sua mala puxando-a por uma alça, que forma um ângulo θ com a horizontal, conforme mostra a figura.



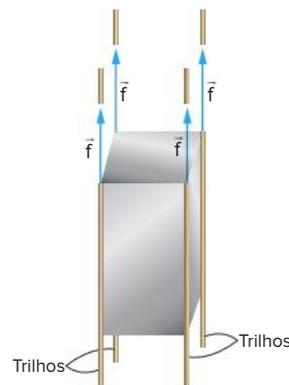
Dados: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 0,50$; $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = 0,87$.

A massa da mala, incluindo a bagagem interna, é de 12 kg e, para puxá-la ao longo do trajeto, mantendo a velocidade constante, a aeromoça exerce na mala, ao longo da alça, uma força de 20 N.

Considerando que a força de atrito total entre as rodinhas da mala e o piso é de 10 N e que a aceleração da gravidade é 10 m/s^2 , determine:

- a) o valor do ângulo θ .
 b) a componente normal da força do piso sobre a mala.

- 36 UFRJ** Quando o cabo de um elevador se quebra, os freios de emergência são acionados contra trilhos laterais, de modo que esses passem a exercer, sobre o elevador, quatro forças verticais constantes e iguais a f , como indicado na figura. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Suponha que, numa situação como essa, a massa total do elevador seja $M = 600 \text{ kg}$ e que o módulo de cada força \vec{f} seja $|\vec{f}| = 1350 \text{ N}$. Calcule o módulo da aceleração com que o elevador desce sob a frenagem dessas forças.

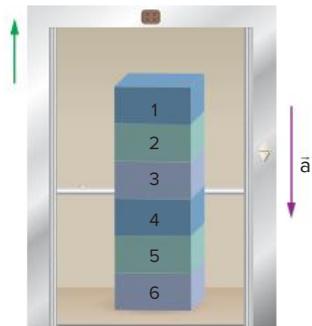
- 37 Esc. Naval 2018** Uma cabine de elevador de massa M é puxada para cima por meio de um cabo quando, de seu teto, se desprende um pequeno parafuso. Sabendo que o módulo da aceleração relativa do parafuso em relação à cabine é de $4/5 g$, onde g é o módulo da aceleração da gravidade, qual a razão entre o módulo da tração T no cabo e o peso P da cabine, T/P ?
- A $1/2$ C $3/4$ E 1
 B $2/3$ D $4/5$

- 38 UFMG** Uma pessoa entra num elevador carregando uma caixa pendurada por um barbante frágil, como mostra a figura. O elevador sai do 6º andar e só para no térreo.



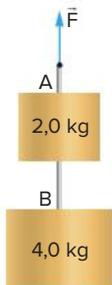
- É correto afirmar que o barbante poderá arrebentar:
- A no momento em que o elevador entrar em movimento, no 6º andar.
 B no momento em que o elevador parar no térreo.
 C quando o elevador estiver em movimento, entre o 5º e o 2º andar.
 D somente numa situação em que o elevador estiver subindo.

- 39 ITA** Uma pilha de seis blocos iguais, de mesma massa m , repousa sobre o piso de um elevador, como mostra a figura a seguir. O elevador está subindo em movimento uniformemente retardado com uma aceleração de módulo a .



O módulo da força que o bloco 3 exerce sobre o bloco 2 é dado por:

- A $3m(g + a)$ C $2m(g + a)$ E $m(2g - a)$
 B $3m(g - a)$ D $2m(g - a)$
- 40 Vunesp** Dois blocos estão suspensos em um campo gravitacional de intensidade g (10 m/s^2) por duas cordas, A e B, de massas desprezíveis, como indica a figura. O bloco superior tem massa igual a $2,0 \text{ kg}$ e o inferior $4,0 \text{ kg}$.



Determine as trações em cada corda nos seguintes casos.

- a) Os corpos são mantidos em repouso.
 b) Os corpos possuem uma aceleração de $2,0 \text{ m/s}^2$, vertical para cima.
 c) Os corpos estão em queda livre.

- 41 Uece** Um homem de peso P encontra-se no interior de um elevador. Considere as seguintes situações.

- O elevador está em repouso, ao nível do solo.
- O elevador sobe com aceleração uniforme durante alguns segundos.
- Após esse tempo, o elevador continua a subir, a uma velocidade constante \bar{v} .

Analise as afirmativas a seguir.

- A força \vec{F} que o soalho do elevador exerce nos pés do homem é igual, em módulo, ao peso P vetorial do homem, nas três situações.
- As situações (1) e (3) são dinamicamente as mesmas: não há aceleração, pois a força resultante é nula.

- Na situação (2), o homem está acelerado para cima, devendo a força \vec{F} que atua nos seus pés ser maior que o peso, em módulo.

Está(ão) correta(s) somente:

- A I. B II. C I e III. D II e III.

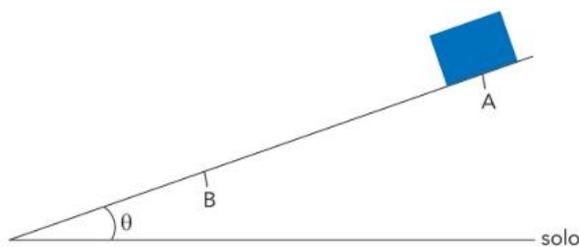
- 42 Uece 2017** Considere uma caixa com tijolos sendo erguida do solo ao último andar de um prédio em construção. A carga é erguida por uma corda vertical acoplada a uma polia no ponto mais alto da construção. Suponha que o módulo da velocidade da caixa aumente linearmente com o tempo dentro de um intervalo de observação. Caso os atritos possam ser desprezados, é correto afirmar que, durante esse intervalo, a tensão na corda é

- A proporcional ao quadrado do tempo.
 B proporcional ao tempo.
 C zero.
 D constante.

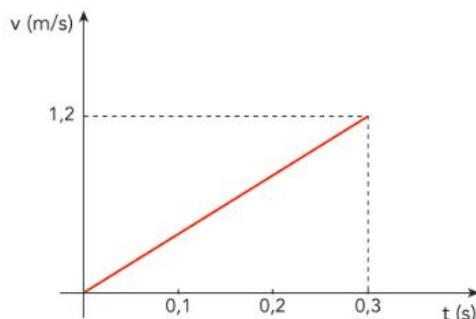
- 43 IMT** Num elevador, há uma balança graduada em newtons. Um homem de 60 kg , sobre ela, lê 720 N quando o elevador sobe com certa aceleração e 456 N quando desce com a mesma aceleração.

- Quais as acelerações da gravidade e do elevador?
- Quanto registrará a balança se o elevador subir ou descer com velocidade constante?
- Que deverá ter ocorrido quando a balança registrar zero?

- 44 Uerj 2020** Em uma fábrica, caixas são colocadas no ponto A de uma rampa e deslizam até o ponto B. A rampa forma um ângulo θ com o solo horizontal, conforme indica o esquema.

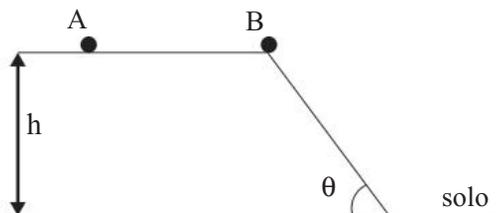


Sabe-se que $0,3 \text{ s}$ após o início do movimento em A, a caixa alcança o ponto B com velocidade de $1,2 \text{ m/s}$. Veja no gráfico a variação da velocidade da caixa em função do tempo.



Considerando a inexistência de atrito entre as superfícies da caixa e da rampa e desprezando a resistência do ar, determine o valor do seno do ângulo θ .

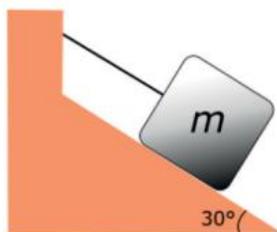
45 Mackenzie 2017



Duas esferas A e B de massas iguais são abandonadas de uma mesma altura h em relação ao solo, a partir do repouso. A esfera A cai verticalmente em queda livre e a esfera B desce por uma rampa inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal, como mostra a figura acima. Desprezando-se os atritos e a resistência do ar, a razão entre as acelerações das esferas A e B $\left(\frac{a_A}{a_B}\right)$ é

- A $\sin \theta$ C $\operatorname{tg} \theta$ E $\frac{1}{\sin \theta}$
 B $\cos \theta$ D $\frac{1}{\cos \theta}$

46 UEG 2019 Sobre um plano inclinado é colocada uma caixa em repouso e fixada a um cabo inextensível de massa desprezível. Não existe atrito entre a caixa e o plano inclinado.

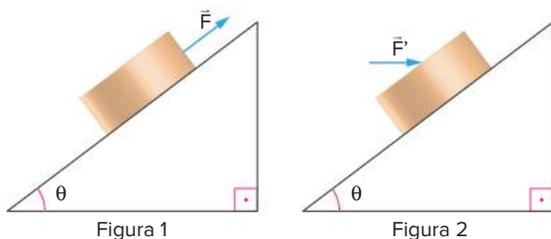


Qual será a aceleração da caixa ao se cortar o cabo?

- A $\frac{g}{2}$ C $\frac{g}{3}$ E $\sqrt{3}\frac{g}{2}$
 B g D $\frac{2g}{3}$

47 Mackenzie As figuras a seguir mostram um corpo de massa 50 kg sobre um plano inclinado sem atrito, que forma um ângulo θ com a horizontal.

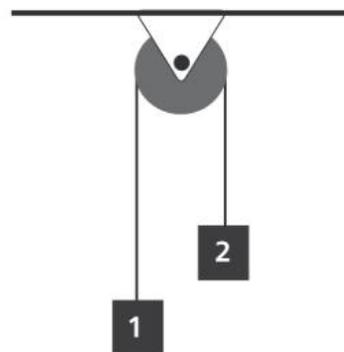
Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\operatorname{sen} \theta = 0,6$.



Determine:

- a) a intensidade da força \vec{F} (figura 1) para o corpo subir o plano com velocidade constante.
 b) a intensidade da força \vec{F} (figura 1) para o corpo subir o plano com aceleração constante de 2 m/s^2 .
 c) a intensidade da força \vec{F} (figura 2) para o corpo descer o plano com velocidade constante.
 d) a intensidade da força \vec{F} (figura 2) para o corpo descer o plano com aceleração constante de 2 m/s^2 .

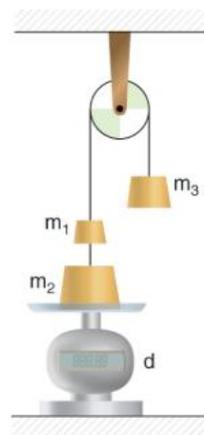
48 Cefet-MG 2018 A figura abaixo ilustra uma máquina de Atwood.



Supondo-se que essa máquina possua uma polia e um cabo de massas insignificantes e que os atritos também são desprezíveis, o módulo da aceleração dos blocos de massas iguais a $m_1 = 1,0 \text{ kg}$ e $m_2 = 3,0 \text{ kg}$, em m/s^2 , é

A 20. B 10. C 5,0. D 2,0.

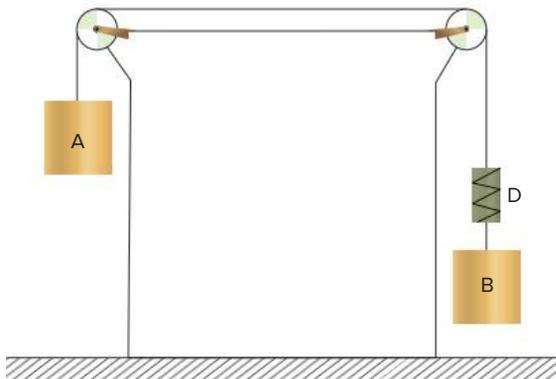
49 UFRGS Três blocos, de massas $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 5 \text{ kg}$ e $m_3 = 3 \text{ kg}$, encontram-se em repouso num arranjo, como o representado na figura. Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 e despreze eventuais forças de atrito.



- a) Qual é a leitura do dinamômetro d ?
- A 20 N C 40 N E 60 N
 B 30 N D 50 N
- b) Se a corda fosse cortada entre as massas m_1 e m_2 , a aceleração do sistema formado pelas massas m_1 e m_3 seria, em m/s^2 :
- A 10 C 6 E 1
 B 7,5 D 5

- 50 Uerj** Os corpos A e B, ligados ao dinamômetro D por fios inextensíveis, deslocam-se em movimento uniformemente acelerado.

Observe a representação desse sistema, posicionado sobre a bancada de um laboratório.



A massa de A é igual a 10 kg e a indicação no dinamômetro é igual a 40 N.

Desprezando qualquer atrito e as massas das roldanas e dos fios, estime a massa de B.

- 51 Famerp 2020** Em um local em que a aceleração gravitacional vale 10 m/s^2 , uma pessoa eleva um objeto de peso 400 N por meio de uma roldana fixa, conforme mostra a figura, utilizando uma corda que suporta, no máximo, uma tração igual a 520 N.

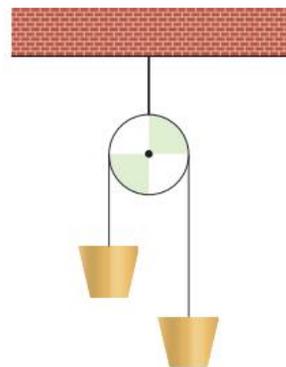


A máxima aceleração que a pessoa pode imprimir ao objeto durante a subida, sem que a corda se rompa, é

- A $6,0 \text{ m/s}^2$.
- B 13 m/s^2 .
- C $8,0 \text{ m/s}^2$.
- D $2,0 \text{ m/s}^2$.
- E $3,0 \text{ m/s}^2$.

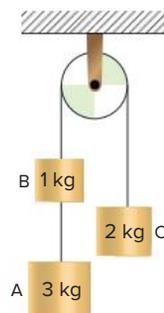
- 52 UFPR** A figura a seguir mostra uma máquina de Atwood formada por dois baldes idênticos e uma polia. Um cabo inextensível acoplado ao teto sustenta o eixo de uma polia, a qual pode girar sem atrito com o eixo. Os dois baldes encontram-se ligados um ao outro por meio de uma corda inextensível que não desliza sobre a polia. Os baldes, a polia, a corda e o cabo têm massas desprezíveis. Considere que

tenhamos 10 kg de areia para distribuir entre os dois baldes e despreze a resistência do ar.



- a) Supondo que a areia tenha sido dividida entre os baldes em porções de massas m_1 e m_2 e usando g para o módulo da aceleração da gravidade local, deduza as fórmulas para a aceleração dos baldes e para a tração na corda.
- b) Mostre que o módulo da força exercida pelo cabo sobre o teto é dado por $F = \left(\frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} \right) g$.
- c) Em qual das seguintes situações a força exercida pelo cabo sobre o teto é menor: 5 kg de areia em cada balde (situação 1) ou 4 kg num deles e 6 kg no outro (situação 2)? Justifique sua resposta utilizando o resultado do item anterior.

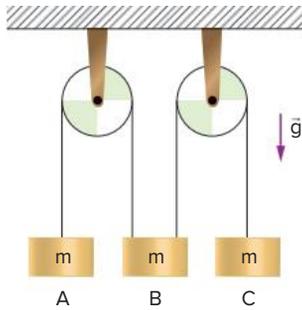
- 53 Mackenzie** No conjunto de fios e polias ideais a seguir, os corpos A, B e C encontram-se inicialmente em repouso. Num dado instante, esse conjunto é abandonado e, após 2,0 s, o corpo A se desprende, ficando apenas os corpos B e C interligados.



O tempo gasto para que o novo conjunto pare, a partir do desprendimento do corpo A, é de:

- A 8,0 s
- B 7,6 s
- C 4,8 s
- D 3,6 s
- E 2,0 s

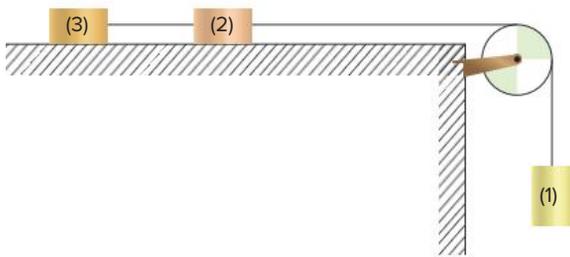
- 54 Fuvest** Um sistema mecânico é formado por duas polias ideais que suportam três corpos, A, B e C, de mesma massa m , suspensos por fios ideais, como representado na figura. O corpo B está suspenso simultaneamente por dois fios, um ligado a A e outro a C.



Podemos afirmar que a aceleração do corpo B será:

- A zero. D $\frac{2g}{3}$ para baixo.
 B $\frac{g}{3}$ para baixo. E $\frac{2g}{3}$ para cima.
 C $\frac{g}{3}$ para cima.

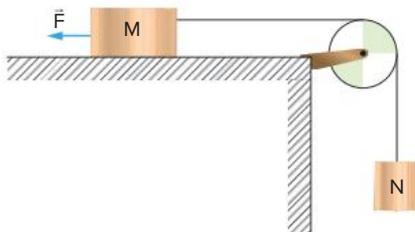
- 55 UFRJ** O sistema representado na figura é abandonado sem velocidade inicial. Os três blocos têm massas iguais. Os fios e a roldana são ideais e são desprezíveis os atritos entre os blocos (2) e (3) e a superfície horizontal na qual estão apoiados.



O sistema parte do repouso e o bloco (1) adquire uma aceleração de módulo igual a a . Após alguns instantes, rompe-se o fio que liga os blocos (2) e (3). A partir de então, a aceleração do bloco (1) passa a ter um módulo igual a a' .

Calcule a razão $\frac{a'}{a}$.

- 56 Unifor** No sistema representado a seguir, o atrito e a resistência do ar são desprezíveis e a polia e o fio podem ser considerados ideais.

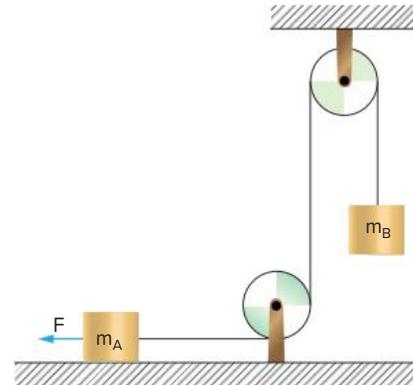


Sabe-se que a intensidade da força \vec{F} vale 60 N, que a massa do corpo M é de 4,0 kg, que a aceleração da gravidade é 10 m/s^2 e que o corpo N está subindo com velocidade escalar constante. Nessas condições, a massa de N, em kg, vale:

- A 2,0 B 3,0 C 4,0 D 5,0 E 6,0

- 57 EsPCEX** No sistema apresentado na figura, não há forças de atrito e o fio tem massa desprezível.

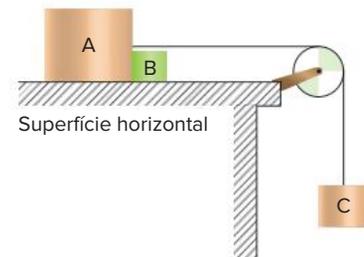
Dados: $F = 500 \text{ N}$, $m_A = 15 \text{ kg}$, $m_B = 10 \text{ kg}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$.



A tração no fio e a aceleração do sistema valem, respectivamente:

- A 200 N; $20,0 \text{ m/s}^2$ D 420 N; $15,0 \text{ m/s}^2$
 B 100 N; $26,7 \text{ m/s}^2$ E 260 N; $16,0 \text{ m/s}^2$
 C 240 N; $18,0 \text{ m/s}^2$

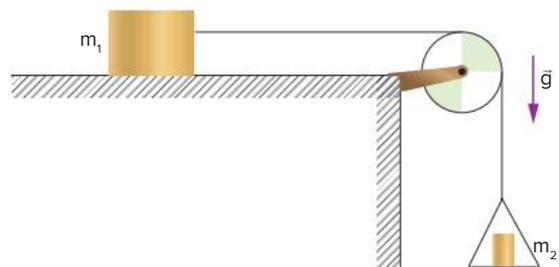
- 58 UEL** Três blocos, A, B e C, de massas $m_A = 5,0 \text{ kg}$, $m_B = 1,0 \text{ kg}$ e $m_C = 4,0 \text{ kg}$ são dispostos conforme o esquema a seguir, num local onde a aceleração da gravidade vale 10 m/s^2 .



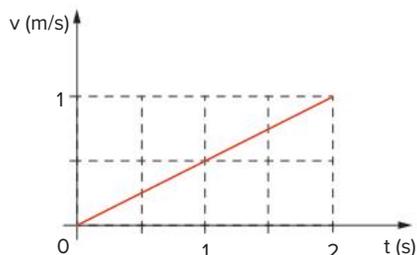
Desprezando os atritos e considerando ideais a polia e o fio, a intensidade da força que A exerce em B vale, em newtons:

- A 10,0 D 4,0
 B 6,0 E 1,0
 C 5,0

- 59 UFG** No arranjo esquematizado na figura a seguir, o corpo de massa m_1 é ligado por um fio inextensível a uma bandeja, passando por uma polia. Sobre a bandeja, há um corpo de massa m_2 .



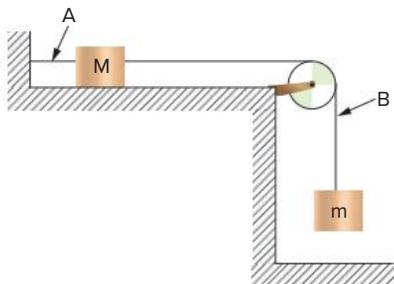
O gráfico da velocidade do corpo de massa m_1 , em função do tempo, é:



Despreze as forças de atrito e as massas da bandeja, fio e polia. Considere $m_1 = 1,0 \text{ kg}$, $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ e determine:

- a massa m_2 .
- a força que a bandeja exerce sobre o corpo de massa m_2 .

60 Vunesp Dois blocos de massas M e m , mantidos em repouso por um fio A preso a uma parede e ligados entre si por um outro fio B, leve e inextensível, que passa por uma roldana de massa desprezível, estão dispostos conforme a figura. O bloco de massa M está apoiado sobre uma superfície plana e horizontal, enquanto o de massa m encontra-se suspenso. A roldana pode girar livremente. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Num dado instante, o fio A é cortado e os blocos passam a se mover com aceleração constante a .

- A condição mínima para que o sistema entre em movimento após o fio ser cortado é dada por:

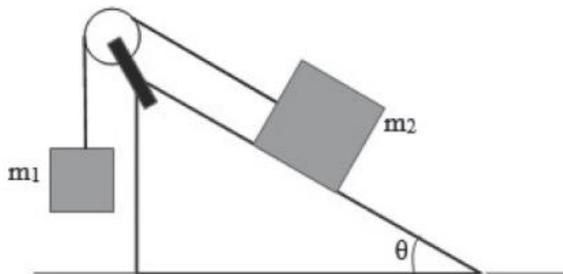
- $m = M$
- $m > M$
- $m < M$
- $m \neq 0$
- $m = M = 0$

Se $m = 0,80 \text{ kg}$, determine:

- a tensão T_0 existente no fio B antes do corte em A ser efetuado.
- a tensão T_1 no fio B durante o período de aceleração para $a = 2,5 \text{ m/s}^2$.
- no caso do item c), a massa M .

61 Udesc 2018 Os blocos de massa m_1 e m_2 estão conectados por um fio ideal, que passa por uma polia ideal, como mostra a figura. Os blocos, que possuem a mesma massa de $4,0 \text{ kg}$, são liberados do repouso com m_1 a meio metro da linha horizontal. O plano possui

inclinação de 30° com a horizontal. Todas as forças de atrito são desprezáveis.



Assinale a alternativa que corresponde ao valor aproximado do tempo para m_1 atingir a linha horizontal.

- $0,32 \text{ s}$
- $0,16 \text{ s}$
- $0,63 \text{ s}$
- $0,95 \text{ s}$
- $0,47 \text{ s}$

62 Uerj Um jovem, utilizando peças de um brinquedo de montar, constrói uma estrutura na qual consegue equilibrar dois corpos, ligados por um fio ideal que passa por uma roldana. Observe o esquema.

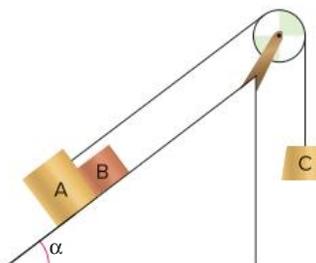


Admita as seguintes informações.

- Os corpos 1 e 2 têm massas, respectivamente, iguais a $0,4 \text{ kg}$ e $0,6 \text{ kg}$.
- A massa do fio e os atritos entre os corpos e as superfícies e entre o fio e a roldana são desprezáveis.

Nessa situação, determine o valor do ângulo β .

63 Mackenzie Num local onde a aceleração gravitacional tem módulo 10 m/s^2 , dispõe-se o conjunto a seguir, no qual o atrito é desprezível, a polia e o fio são ideais.

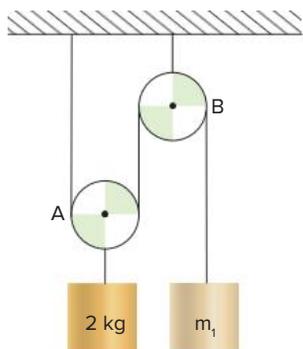


Dados: $m_A = 6,0 \text{ kg}$; $m_B = 4,0 \text{ kg}$; $m_C = 10 \text{ kg}$ e $\cos \alpha = 0,8$.

Nessas condições, a intensidade da força que o bloco A exerce no bloco B é:

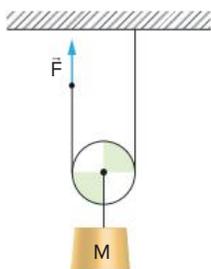
- 20 N
- 32 N
- 36 N
- 72 N
- 80 N

- 64 UFRJ** A figura a seguir mostra um sistema constituído por fios inextensíveis e duas roldanas, todos de massa desprezível.
A roldana A é móvel e a roldana B é fixa.



Calcule o valor da massa m_1 para que o sistema permaneça em equilíbrio estático.

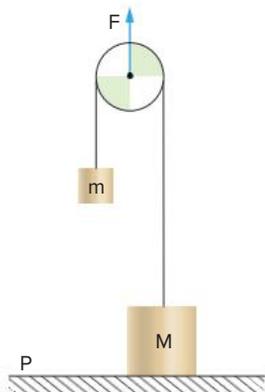
- 65 Unifor** O bloco de massa $m = 10 \text{ kg}$ sobe com aceleração de $2,0 \text{ m/s}^2$ quando se aplica a força \vec{F} na extremidade da corda de massa desprezível, que passa sem atrito pela polia móvel.



Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, o módulo de \vec{F} é:

- A 120 N C 80 N E 50 N
B 100 N D 60 N

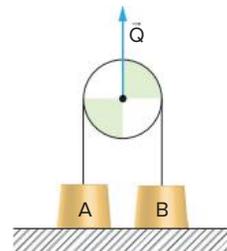
- 66 UFC** A figura a seguir mostra dois blocos de massas $m = 2,5 \text{ kg}$ e $M = 6,5 \text{ kg}$, ligados por um fio que passa sem atrito por uma roldana. Despreze as massas do fio e da roldana e suponha que a aceleração da gravidade valha $g = 10 \text{ m/s}^2$. O bloco de massa M está apoiado sobre a plataforma P e a força F aplicada sobre a roldana é suficiente apenas para manter o bloco de massa m em equilíbrio estático na posição indicada.



Sendo F a intensidade dessa força e R a intensidade da força que a plataforma exerce sobre M, é correto afirmar que:

- A $F = 50 \text{ N}$ e $R = 65 \text{ N}$
B $F = 25 \text{ N}$ e $R = 65 \text{ N}$
C $F = 25 \text{ N}$ e $R = 40 \text{ N}$
D $F = 50 \text{ N}$ e $R = 40 \text{ N}$
E $F = 90 \text{ N}$ e $R = 65 \text{ N}$

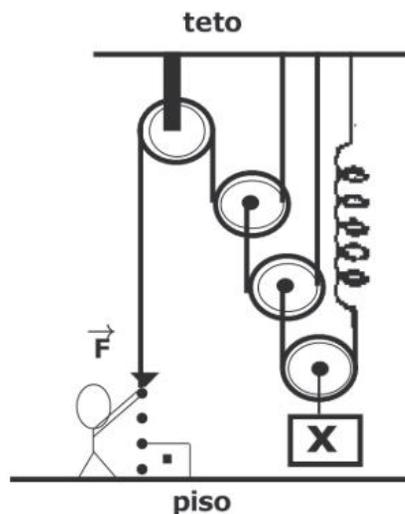
- 67 UFSCar** A polia e os fios da figura são considerados ideais, sem inércia. O fio é perfeitamente flexível e não há atritos a considerar. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$. Dadas as massas $m_A = 40 \text{ kg}$ e $m_B = 24 \text{ kg}$.



Determine as acelerações α (do corpo A) e β (do corpo B) quando:

- a) $Q = 400 \text{ N}$.
b) $Q = 720 \text{ N}$.
c) $Q = 1200 \text{ N}$.

- 68 EsPCEx 2020** O sistema de polias, sendo uma fixa e três móveis, encontra-se em equilíbrio estático, conforme mostra o desenho. A constante elástica da mola, ideal, de peso desprezível, é igual a 50 N/cm e a força \vec{F} na extremidade da corda é de intensidade igual a 100 N . Os fios e as polias, iguais, são ideais.

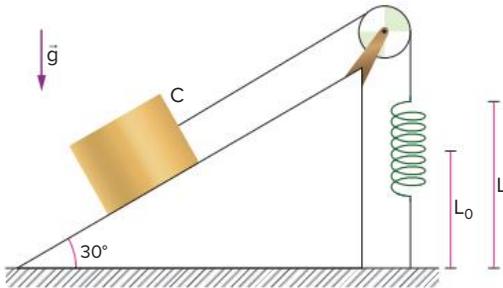


Desenho ilustrativo – Fora de escala

O valor do peso do corpo X e a deformação sofrida pela mola são, respectivamente,

- A 800 N e 16 cm. D 800 N e 8 cm.
B 400 N e 8 cm. E 950 N e 10 cm.
C 600 N e 7 cm.

- 69 Fuvest** Um corpo C de massa igual a 3 kg está em equilíbrio estático sobre um plano inclinado, suspenso por um fio de massa desprezível preso a uma mola fixa ao solo, como mostra a figura a seguir. O comprimento natural da mola (sem carga) é $L_0 = 1,2$ m e, ao sustentar estaticamente o corpo, ela se distende, atingindo o comprimento $L = 1,5$ m. Os possíveis atritos podem ser desprezados.

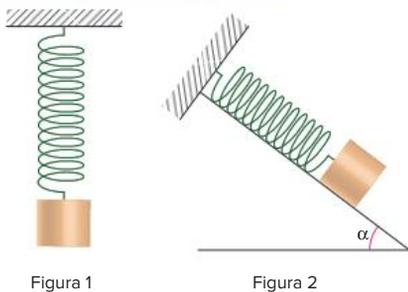


A constante elástica da mola, em N/m, vale, então:

- A 10 C 50 E 100
B 30 D 90

- 70 Fatec** Certa mola, presa a um suporte, sofre alongamento de 8,0 cm quando se prende à sua extremidade um corpo de peso 12 N, como na figura 1. A mesma mola, tendo agora em sua extremidade o peso de 10 N, é fixa ao topo de um plano inclinado de α , sem atrito, como na figura 2.

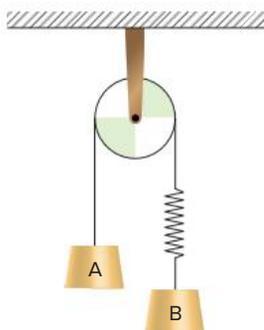
Dado: $\text{sen } \alpha = 0,60$.



Nesse caso, o alongamento da mola é, em cm:

- A 4,0 B 5,0 C 6,0 D 7,0 E 8,0

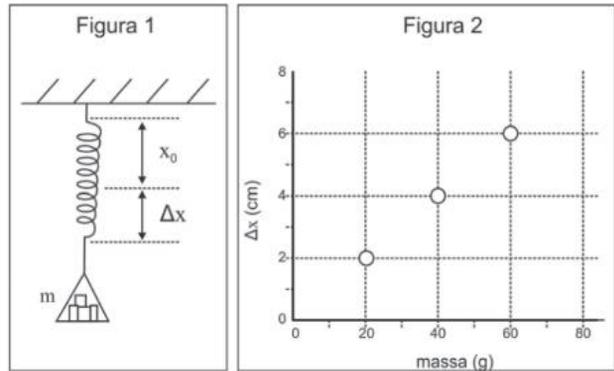
- 71 FEI** O corpo A, de massa $m_A = 1$ kg, sobe com aceleração constante de 2 m/s^2 . Sabe-se que o comprimento inicial da mola é $L_0 = 1$ m e a constante elástica da mola é $k = 20 \text{ N/m}$.



Determine:

- a) o comprimento final da mola.
b) a massa do corpo B.

- 72 UEL 2018** Analise as figuras a seguir.

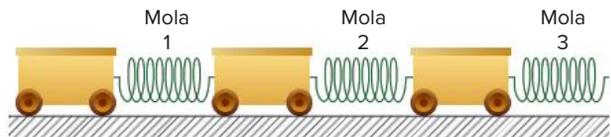


Um astronauta chegou a um planeta desconhecido, e deseja medir a aceleração da gravidade local. Para isso, ele conta com um sistema massa-mola como o da figura 1. Esse sistema foi calibrado na Terra ($g = 10 \text{ m/s}^2$), e a relação entre a distensão da mola e a massa pendurada em sua extremidade é mostrada no gráfico da figura 2. Devido à aceleração da gravidade do planeta, quando o astronauta pendurou uma massa de 10 gramas, a mola distendeu 1,5 cm.

A partir dessas informações, responda aos itens a seguir.

- a) Determine a constante elástica da mola na unidade de N/m. Justifique sua resposta, apresentando os cálculos envolvidos na resolução deste item.
b) Determine a aceleração da gravidade do planeta de destino do astronauta, em m/s^2 . Justifique sua resposta, apresentando os cálculos envolvidos na resolução deste item.

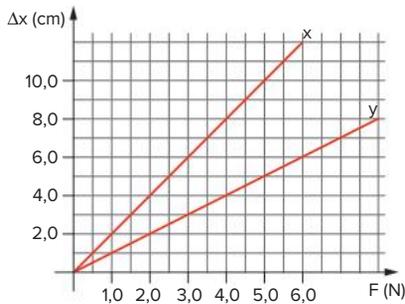
- 73 Cesgranrio** O sistema representando na figura (carinhos de mesma massa ligados a molas idênticas) está inicialmente em repouso, podendo mover-se com atritos desprezíveis sobre trilhos horizontais.



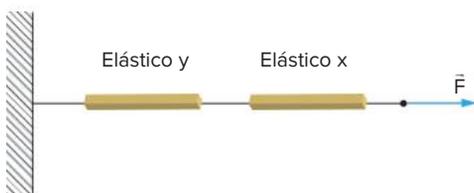
Aplica-se à extremidade livre da mola 3 uma força constante, paralela aos trilhos e dirigida para a direita. Depois de as oscilações iniciais terem sido amortecidas, o conjunto desloca-se em bloco para a direita. Nessa situação, sendo l_1 , l_2 e l_3 os comprimentos respectivos das molas 1, 2 e 3, pode-se afirmar que:

- A $l_1 > l_2 > l_3$
B $l_1 = l_2 = l_3$
C $l_1 < l_2 < l_3$
D $l_1 = l_2 < l_3$
E $l_1 = l_2 > l_3$

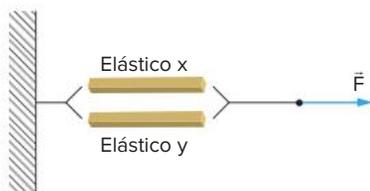
74 UFRN No gráfico seguinte, estão representadas as distensões (Δx) de dois elásticos (x e y) em função do módulo (F) da força de distensão aplicada em cada um deles separadamente:



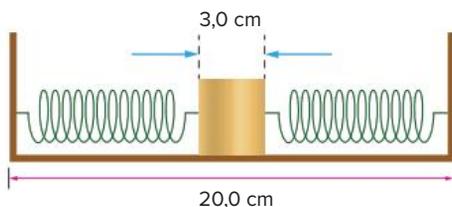
a) Suponha que os elásticos sejam associados em série, como mostra a figura a seguir. Qual é o valor da constante elástica deste sistema, em N/cm?



b) Se os elásticos forem associados em paralelo, como mostra a figura seguinte, qual será o valor da constante elástica do sistema, em N/cm?



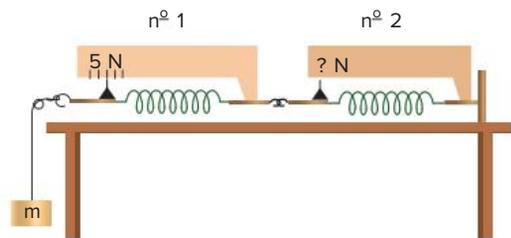
75 Cesesp Duas molas têm o mesmo comprimento de 10,0 cm quando em equilíbrio e constantes elásticas k_1 e k_2 , respectivamente. Elas são usadas para fixar um pequeno cubo de aresta igual a 3,0 cm no fundo de uma caixa de largura igual a 20 cm, conforme indicado na figura.



Se $k_1 = 2k_2$, os comprimentos das molas 1 e 2 após a montagem do sistema são, em centímetros, respectivamente:

- A 9,0 e 8,0
- B 5,7 e 11,3
- C 10,3 e 6,7
- D 6,3 e 10,7
- E 7,3 e 9,7

76 Vunesp Dinamômetros são instrumentos destinados a medir forças. O tipo mais usual é constituído por uma mola cuja deformação varia linearmente com a intensidade da força que a produz (Lei de Hooke). Dois dinamômetros estão montados sobre uma mesa horizontal perfeitamente lisa, conforme mostra a figura a seguir.

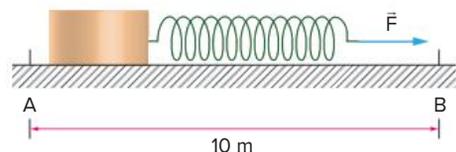


Quando um corpo de massa m é suspenso por um fio de massa desprezível, preso à extremidade do dinamômetro nº 1, a força que este indica é 5 N.

- a) Que força indicará o dinamômetro nº 2?
- b) Qual a massa do corpo suspenso?
- c) Se k_1 e k_2 , constantes elásticas dos dinamômetros 1 e 2, forem iguais a 25 N/m e 20 N/m, respectivamente, qual a deformação total do conjunto?

Dados: Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze qualquer atrito.

77 FEI O bloco da figura, de massa $m = 4,0 \text{ kg}$, desloca-se sob a ação de uma força horizontal constante de intensidade F . A mola ideal, ligada ao bloco, tem comprimento natural (isto é, sem deformação) $\ell_0 = 14 \text{ cm}$ e constante elástica $k = 160 \text{ N/m}$.



Desprezando-se as forças de atrito e sabendo-se que as velocidades escalares do móvel em A e B são, respectivamente, iguais a 4 m/s e 6 m/s, qual é, em cm, o comprimento da mola durante o movimento?

78 Uma corda homogênea tem seção transversal constante e comprimento total L . A corda encontra-se inicialmente em repouso, com um trecho de seu comprimento apoiado em uma mesa horizontal e perfeitamente lisa, conforme indica a figura.



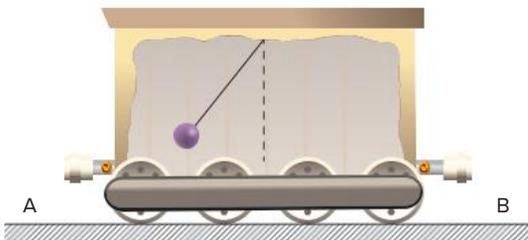
Num determinado instante, a corda é abandonada, adquirindo movimento acelerado. Não considerando a resistência do ar e assumindo para o módulo da aceleração da gravidade o valor g , aponte a alternativa

que apresenta como varia o módulo da aceleração da corda em função do comprimento pendente x :

- A $g \cdot \frac{x}{L}$
- B $g \cdot \frac{x^2}{L^2}$
- C $g \cdot \frac{L}{x}$
- D $g \cdot \frac{x^3}{L^3}$

E Não há elementos para uma conclusão, pois a massa da corda não foi dada.

79 UEL Um observador vê um pêndulo preso ao teto de um vagão e deslocado da vertical, como mostra a figura a seguir.



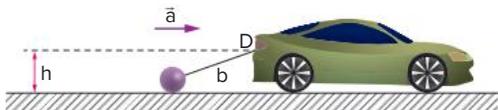
Sabendo que o vagão se desloca em trajetória retilínea, ele pode estar se movendo de:

- A A para B, com velocidade constante.
- B B para A, com velocidade constante.
- C A para B, com sua velocidade diminuindo.
- D B para A, com sua velocidade aumentando.
- E B para A, com sua velocidade diminuindo.

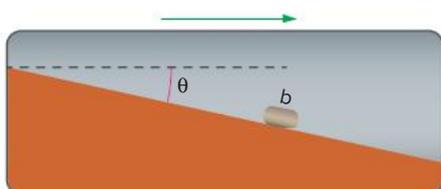
80 Um veículo move-se sobre uma estrada plana horizontal, com movimento acelerado, de aceleração a . De um ponto D de sua traseira, pende um fio ideal de comprimento b , o qual arrasta uma bolinha de massa m .

Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $b = 1,3 \text{ m}$ e $h = 0,50 \text{ m}$.

Calcule o máximo valor de a , de modo que a bolinha não perca o contato com a estrada.



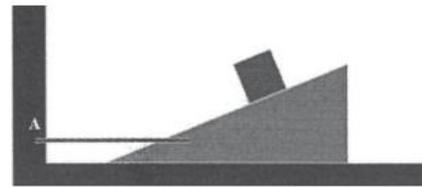
81 Uerj Um caminhão-tanque, transportando gasolina, move-se no sentido indicado com aceleração a . Uma pequena boia b flutua na superfície do líquido, como indica a figura.



A inclinação do líquido no interior do tanque, expressa pela tangente do ângulo θ , é igual a:

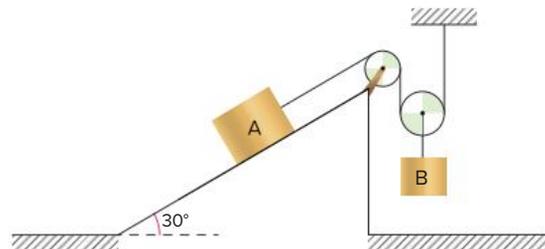
- A $\frac{a}{g}$
- B $2\frac{a}{g}$
- C $3\frac{a}{g}$
- D $4\frac{a}{g}$

82 Eform 2019 A figura que se segue mostra uma plataforma, cuja massa é de 100 kg, com um ângulo de inclinação de 30° em relação à horizontal, sobre a qual um bloco de 5 kg de massa desliza sem atrito. Também não há atrito entre a plataforma e o chão, de modo que poderia haver movimento relativo entre o sistema e o solo. Entretanto, a plataforma é mantida em repouso em relação ao chão por meio de uma corda horizontal que a prende ao ponto A de uma parede fixa. A tração na referida corda possui módulo de:



- A $\frac{25}{2} \text{ N}$
- B 25 N
- C $25\sqrt{3} \text{ N}$
- D $\frac{25}{4} \text{ N}$
- E $\frac{25}{2}\sqrt{3} \text{ N}$

83 UFSC No sistema da figura a seguir, os fios são inextensíveis, as polias sem massa e as superfícies sem atrito. O ângulo que a hipotenusa da superfície de seção triangular faz com a horizontal é de 30° .



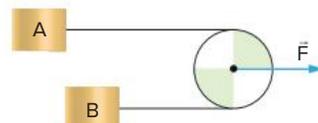
Sabendo que a relação entre as massas dos corpos A e B é $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}$ e considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule:

- a) a relação $\frac{a_A}{a_B}$ entre as acelerações dos corpos A e B.
- b) a aceleração dos corpos A e B.

84 FEI Sobre um plano horizontal sem atrito, repousam, conforme a figura a seguir, dois corpos, A e B.

Dados: Massa de A = 30 kg, massa de B = 5,0 kg, massas do fio e da polia desprezíveis.

Que aceleração escalar se deve imprimir à polia para que a aceleração escalar do corpo A seja de $2,0 \text{ m/s}^2$? Qual a intensidade da força \vec{F} ?

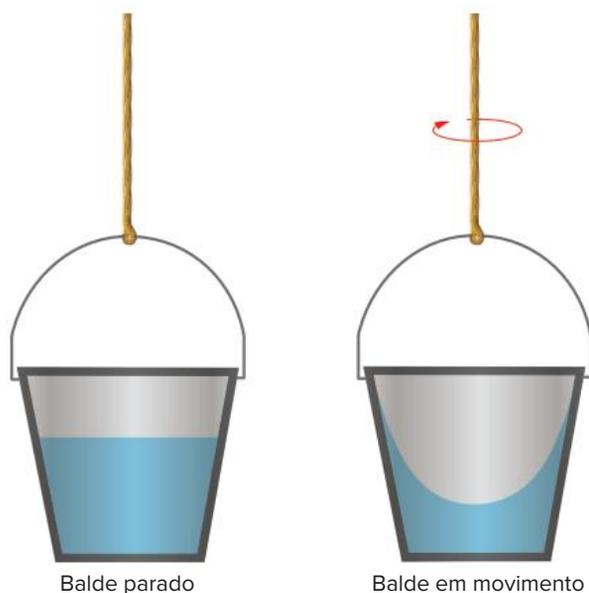


Texto complementar

A experiência do balde de Newton

Considera-se um balde com água em seu interior, o sistema está em repouso em relação à Terra, e verifica-se que a superfície da água apresenta um formato plano. Em seguida, consideram-se a água e o balde girando juntos com uma velocidade angular constante, novamente em relação à Terra. Percebe-se uma alteração na superfície da água, que assume agora um formato côncavo; essa alteração é causada por algo que interage com a água quando o balde está girando.

Analisando essa observação de acordo com as leis de Newton, podemos pensar nessa deformação como resultado da interação entre a água em rotação e o balde, a Terra ou as estrelas fixas.



Newton observou que a água permaneceu em repouso em relação ao balde nos dois casos, balde em repouso e balde em movimento, concluindo que a interação água-balde não é a responsável pela deformação.

A interação entre a água e a Terra também não é a responsável, já que a força exercida pela Terra sobre a água é a mesma, estando a água em repouso ou em movimento em relação à Terra; a força é sempre atrativa e para baixo.

Pensando nas estrelas fixas, Newton afirma, em sua obra, que, como essas estrelas não estão sujeitas a uma paralaxe (diferença de posição aparente de um objeto visto por observadores em locais distintos) perceptível devido ao movimento anual da Terra, visto que as estrelas se encontram a uma grande distância, elas não podem ter nenhuma força para produzir qualquer efeito considerável em nosso sistema.

Newton sabia que, com base na lei da gravitação universal, a força que uma casca esférica exerce sobre um corpo que se encontra em seu interior é igual a zero, independentemente de esse corpo estar em rotação ou em repouso, já que a intensidade da força não depende da velocidade ou da aceleração dos corpos do sistema, mas da distância entre eles. Assim, a relação com as estrelas fixas também não poderia ser a causa da deformação.

Para Newton, a mudança do formato da superfície da água era causada pela rotação dela em relação ao “espaço absoluto”. Com o conceito de espaço absoluto, Newton foi capaz de estabelecer a diferença entre os **referenciais inerciais** (aqueles que estão em repouso ou em movimento retilíneo uniforme em relação ao espaço absoluto) e os **referenciais não inerciais** (aqueles que se encontram acelerados em relação ao espaço absoluto).

Ao estudar o movimento dos corpos, do ponto de vista de um referencial não inercial, Newton percebeu o surgimento de efeitos dinâmicos que passavam a invalidar o princípio fundamental da Dinâmica, pois evidenciavam a presença de outras forças, que, aparentemente, não apresentavam causa, agindo sobre os corpos materiais apenas pelo fato de o referencial em questão estar acelerado em relação ao espaço absoluto.

Assim, para Newton, referencial inercial é qualquer sistema em que não se podem constatar quaisquer efeitos produzidos por forças sem agente causador aparente – chamadas de **forças fictícias** ou **forças inerciais** –, ou seja, qualquer sistema que se encontra em repouso ou em movimento retilíneo uniforme em relação ao espaço absoluto.

Então, podemos afirmar que as três leis de Newton são válidas apenas em referenciais inerciais, por definição, pois nesse caso não é necessário introduzir forças fictícias para explicar qualquer fenômeno, já que todos os efeitos podem ser entendidos através de interações físicas reais. Para estudar o movimento de um corpo utilizando um referencial não inercial, os efeitos causados pelas forças fictícias devem ser levados em consideração. Desse modo, pode-se concluir que a forma côncava assumida pela superfície da água está relacionada ao movimento de rotação dela em relação ao espaço absoluto, com a consequente presença de forças fictícias.

Resumindo

Neste capítulo, estudamos os fundamentos da Dinâmica, assunto que tem importância por si só e para a continuidade de todo o estudo da Mecânica.

A **massa** de um corpo é obtida comparando-o com um corpo padrão.

A **força** é a grandeza vetorial responsável pela aceleração de um corpo. A resultante das forças que atuam em um corpo é a soma vetorial de todas as forças que agem sobre ele:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n \quad \text{ou} \quad \vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

As forças podem ser classificadas em:

- **forças de contato:** só existem quando duas superfícies entram em contato.
- **forças de ação a distância:** existem mesmo que as superfícies dos corpos não estejam em contato.

Para a resolução de problemas, precisamos reconhecer se uma força é externa ou interna:

- **força externa:** quando um agente externo ao sistema exerce a força sobre uma parte do sistema.
- **força interna:** quando uma parte do sistema exerce a força sobre outra parte do mesmo sistema.

As três leis de Newton são a base do estudo da Dinâmica.

A **primeira lei de Newton**, também chamada de princípio da inércia, pode ser enunciada como: “Um corpo tende a manter seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme se a resultante das forças que agem sobre ele for nula.”

A **segunda lei de Newton**, também chamada de princípio fundamental da Dinâmica, pode ser explicada pela fórmula: $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$, em que \vec{F}_R é a resultante das forças que agem sobre o corpo de massa m , que adquire a aceleração \vec{a} .

A **terceira lei de Newton**, também chamada de princípio da ação e reação, pode ser enunciada como: “Se um corpo A exerce uma força sobre outro corpo B, então o corpo B exerce sobre o corpo A uma força de mesmo módulo e mesma direção, mas de sentido contrário.”

Estudamos também as principais forças vistas em Mecânica.

A **força peso** é uma força de ação a distância que a Terra exerce sobre um corpo situado nas suas proximidades; é dada por $\vec{P} = m\vec{g}$, em que \vec{g} representa o campo gravitacional gerado pela Terra.

A **força normal** existe apenas quando há contato entre dois corpos; a direção da normal é perpendicular à superfície de contato entre os corpos e o sentido da força é direcionado do corpo que aplica a força para o corpo que recebe a força.

A **força de tração em fio** existe quando um fio é submetido a uma força no sentido de tracioná-lo, pois fios não suportam compressão; a direção da tração é a própria direção do fio e o sentido é o de tracionar o fio. Em um fio ideal, que possui massa desprezível, é inextensível e flexível, todos os seus pontos recebem e exercem a mesma força de tração.

A **força elástica** é aquela exercida sobre uma mola (e por uma mola). A direção da força elástica é a própria direção da mola e o sentido pode ser de tração ou compressão; o módulo da força é dado pela lei de Hooke, $F = kx$, válida para a região elástica de deformação, em que x é a deformação da mola e k é a constante elástica da mola, que depende apenas do material da mola e de sua geometria.

O **dinamômetro** é um instrumento utilizado para medir a força aplicada em uma mola.

As molas podem ser associadas em série ou em paralelo.

Em uma **associação de molas em série**, com n molas, a constante elástica equivalente é dada por:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$$

Em uma **associação de molas em paralelo**, com n molas, a constante elástica equivalente é dada por:

$$k_{eq} = k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

Vimos também que o equilíbrio, que ocorre quando a resultante das forças que agem sobre um corpo é nula, pode ser classificado em:

- **equilíbrio estático:** quando a velocidade vetorial é constante e igual a zero, que é o caso do repouso.
- **equilíbrio dinâmico:** quando a velocidade vetorial é constante e diferente de zero, que é o caso do movimento retilíneo uniforme.

O equilíbrio estático pode apresentar-se de três formas: **estável**, **instável** e **indiferente**.

Quer saber mais?



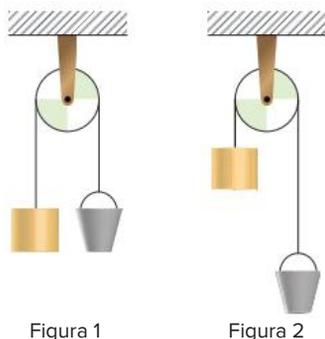
Site

- **DELECAVE, Bruno.** "A vida de Newton". *InVivo*. Fundação Oswaldo Cruz. Disponível em: <<http://www.invivo.fiocruz.br/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?infoid=1061&sid=7>>. Acesso em: 10 set. 2020.

Exercícios complementares

▶ **Dado:** Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 1 Unirio** Um bloco de concreto e um balde com pedras pendem livremente de uma polia, estando ambos à mesma altura do solo e em repouso (Fig. 1). O balde é puxado para baixo e mantido nessa posição (Fig. 2). Considere os fios e a polia ideais.



- Soltando-se o balde, ocorre o seguinte:
- A o balde e o bloco permanecem na mesma posição.
 - B o balde sobe e o bloco desce até o bloco tocar o solo.
 - C o bloco sobe e o balde desce até o balde tocar o solo.
 - D o balde sobe e o bloco desce até voltarem à posição descrita na figura 1.
 - E o bloco e o balde oscilam em torno da posição mostrada na figura 1 até pararem.

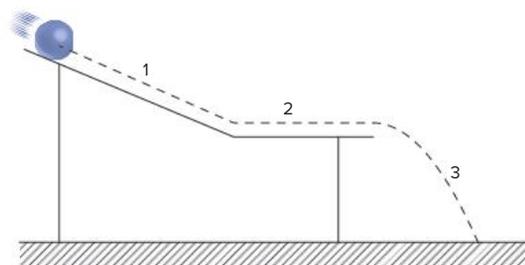
- 2 Uece 2017** Dois carros que transportam areia se deslocam sem atrito na horizontal e sob a ação de duas forças constantes e iguais. Ao longo do deslocamento, há vazamento do material transportado por um furo em um dos carros, reduzindo sua massa total. Considerando que ambos partiram do repouso e percorrem trajetórias paralelas e retas, é correto afirmar que após um intervalo de tempo igual para os dois, a velocidade do carro furado, se comparada à do outro carro,
- A é menor e o carro furado tem maior aceleração.
 - B é maior e o carro furado tem menor aceleração.
 - C é menor e o carro furado tem menor aceleração.
 - D é maior e o carro furado tem maior aceleração.

- 3 UFRGS 2019** Na figura abaixo, duas forças de intensidade $F_A = 20 \text{ N}$ e $F_B = 50 \text{ N}$ são aplicadas, respectivamente, a dois blocos A e B, de mesma massa m , que se encontram sobre uma superfície horizontal sem atrito. A força F_B forma um ângulo θ com a horizontal, sendo $\sin \theta = 0,6$ e $\cos \theta = 0,8$.



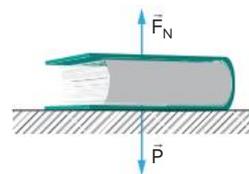
- A razão a_B/a_A entre os módulos das acelerações a_B e a_A , adquiridas pelos respectivos blocos B e A, é igual a
- A 0,25.
 - B 1.
 - C 2.
 - D 2,5.
 - E 4.

- 4 UFMG** Uma bola desliza inicialmente sobre um plano inclinado (trecho 1), depois sobre um plano horizontal (trecho 2) e, finalmente, cai livremente (trecho 3) como mostra a figura. Desconsidere as forças de atrito durante todo o movimento. Considere os módulos das acelerações da bola nos trechos 1, 2 e 3 como sendo a_1 , a_2 e a_3 , respectivamente.



- Sobre os módulos dessas acelerações nos três trechos do movimento da bola, pode-se afirmar que:
- A $a_1 < a_2 < a_3$
 - B $a_1 < a_3$ e $a_2 = 0$
 - C $a_1 = a_2$ e $a_3 = 0$
 - D $a_1 = a_3$ e $a_2 = 0$

- 5** Um livro está em um plano horizontal. Atuam sobre ele as forças peso e normal, como indicado na figura.

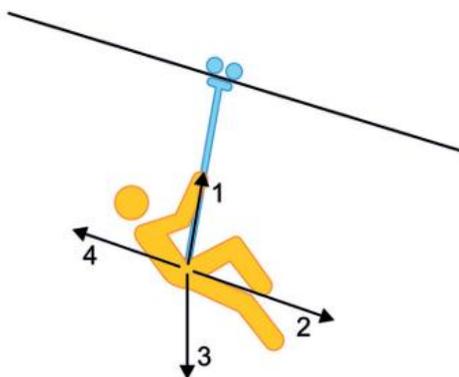


- Analisando-se as afirmações a seguir:
- I. A força de reação à força peso está aplicada no centro da Terra.
 - II. A força de reação à força normal está aplicada sobre o plano horizontal.
 - III. O livro está em repouso e, portanto, normal e peso são forças de mesma intensidade e direção, porém de sentidos contrários.
 - IV. A força normal é reação à força peso.
- pode-se dizer que:
- A todas as afirmações são verdadeiras.
 - B apenas I e II são verdadeiras.
 - C apenas I, II e III são verdadeiras.
 - D apenas II e III são verdadeiras.
 - E apenas III é verdadeira.

6 Uece 2019 Um dos modelos para representar a dinâmica vertical de automóveis é conhecido como “quarto de carro”. Nesse modelo, há as seguintes aproximações: a elasticidade do pneu é representada por uma mola vertical (mola P) com uma das extremidades em contato com o solo; o pneu é representado por uma massa presa a essa mola na outra extremidade; a carroceria é aproximada por uma massa verticalmente acima do pneu e conectada a este por uma segunda mola (mola S) que representa a suspensão do carro. Para simplificar ainda mais, adotaremos um modelo de carro sem amortecedor. Com o carro parado em uma via horizontal, nessa aproximação, as molas P e S permanecem

- A com seus comprimentos oscilando em fase uma com a outra.
- B distendidas.
- C comprimidas.
- D com seus comprimentos oscilando fora de fase uma com a outra.

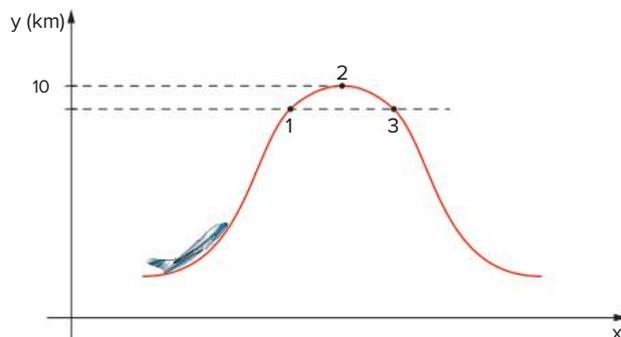
7 Unesp 2018 A tirolesa é uma prática recreativa na qual uma pessoa, presa a um sistema de roldanas que permite o controle da velocidade, desliza por um cabo tensionado. A figura mostra uma pessoa praticando tirolesa e quatro possíveis direções e sentidos da força resultante sobre ela.



Supondo que, em dado instante, a pessoa desce em movimento acelerado, a força resultante sobre ela tem

- A intensidade nula.
- B direção e sentido indicados pela seta 3.
- C direção e sentido indicados pela seta 1.
- D direção e sentido indicados pela seta 4.
- E direção e sentido indicados pela seta 2.

8 UFSC (Adapt.) A figura a seguir mostra o esquema (fora de escala) da trajetória de um avião. O avião sobe com grande inclinação até o ponto 1, a partir do qual tanto a ação das turbinas quanto a do ar cancelam-se totalmente e ele passa a descrever uma trajetória parabólica sob a ação única da força peso. Durante a trajetória parabólica, objetos soltos dentro do avião parecem flutuar. O ponto 2 corresponde à altura máxima de 10 km.

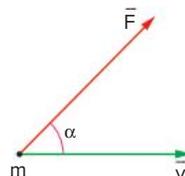


Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Os objetos parecem flutuar porque a força de atração gravitacional da Terra sobre eles é desprezível.
- 02 Para justificar por que os objetos flutuam, a força gravitacional da Terra sobre os objetos não pode ser desprezada entre os pontos 1, 2 e 3.
- 04 A componente horizontal da velocidade é constante entre os pontos 1, 2 e 3.
- 08 A aceleração vertical, em relação ao solo, a 10 km de altura (ponto 2), vale zero.
- 16 A velocidade do avião, em relação ao solo, tem o mesmo valor no ponto 1 e no ponto 3.

Soma:

9 UFSC Um corpo de massa m se desloca ao longo de um plano horizontal. Durante o intervalo de tempo Δt , considere α como o ângulo entre as direções dos vetores velocidade \vec{v} e força resultante \vec{F} de módulo constante, conforme indicado na figura a seguir.



Assinale a(s) proposição(ões) correta(s) a respeito do tipo de movimento do corpo de massa m , durante o intervalo de tempo Δt .

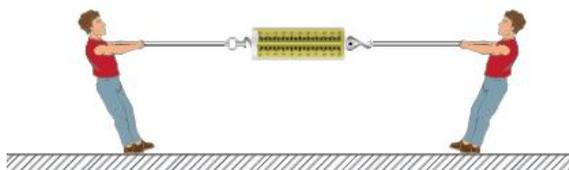
- 01 Retilíneo uniforme se α e \vec{F} forem nulos e \vec{v} não for nula.
- 02 Retilíneo uniforme se α for nulo, \vec{v} e \vec{F} não nulos.
- 04 Retilíneo uniformemente variado se α for nulo, \vec{v} e \vec{F} não nulos.
- 08 Circular uniforme se α for 90° , \vec{v} e \vec{F} não nulos.
- 16 Circular uniforme se α for 60° , \vec{v} e \vec{F} não nulos.
- 32 Retilíneo uniformemente variado se α e \vec{F} forem nulos e \vec{v} não for nula.

Soma:

10 ITA Um físico acha-se encerrado dentro de uma caixa hermeticamente fechada, que é transportada para algum ponto do espaço cósmico, sem que ele saiba. Então, abandonando um objeto dentro da caixa, ele percebe que o mesmo cai com movimento acelerado. Baseado em sua observação, ele pode afirmar com segurança:

- A Estou parado num planeta que exerce força gravitacional sobre os objetos de minha caixa.
- B Estou caindo sobre um planeta e é por isso que vejo o objeto caindo dentro da caixa.
- C Minha caixa está acelerada no sentido contrário ao do movimento do objeto.
- D Não tenho elementos para julgar se o objeto cai porque a caixa sobe com o movimento acelerado ou se o objeto cai porque existe um campo gravitacional externo.
- E Qualquer das afirmações acima que o físico tenha feito está errada.

- 11 FEI Um dinamômetro possui suas duas extremidades presas a duas cordas. Duas pessoas puxam as cordas na mesma direção e sentidos opostos, com força de mesma intensidade $F = 100 \text{ N}$.



Quanto marcará o dinamômetro?

- A 200 N
- B 0
- C 100 N
- D 50 N
- E 400 N

- 12 UFMG Na Terra, um fio de cobre é capaz de suportar, em uma de suas extremidades, massas suspensas de até 60 kg, sem se romper. Considere a aceleração da gravidade na Terra igual a 10 m/s^2 e, na Lua, igual a $1,5 \text{ m/s}^2$.
- a) Qual a intensidade da força máxima que o fio poderia suportar na Lua?
 - b) Qual a maior massa de um corpo suspenso por esse fio, na Lua, sem que ele se rompa?

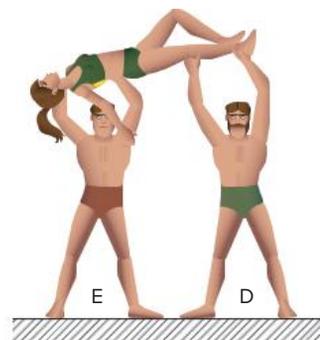
- 13 UFPR Uma corrente composta por cinco elos está presa ao teto por meio de um barbante, conforme mostra a figura a seguir. A massa de cada elo é de 200 g.



- a) Faça um diagrama de forças para o terceiro elo, identificando cada uma das forças que atuam sobre ele.
- b) Calcule o módulo de todas as forças que estão atuando nesse terceiro elo.

- 14 UFRJ A figura mostra três ginastas, dois homens e uma mulher, agrupados em forma de arco, com os homens de pé sobre o piso horizontal sustentando a mulher. O homem da direita pesa 80 kgf e a mulher pesa 70 kgf.

No instante focalizado, todos eles estão em repouso.



O módulo da componente vertical da força que o homem da direita (D) exerce sobre a mulher é igual a 30 kgf.

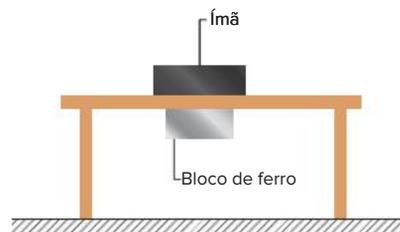
- a) Calcule o módulo da componente vertical da força que o homem da esquerda (E) exerce sobre a mulher.
- b) Calcule o módulo da componente vertical da força que o solo exerce sobre o homem da direita (D).

- 15 EEAR 2019 Uma mola está suspensa verticalmente próxima à superfície terrestre, onde a aceleração da gravidade pode ser adotada como 10 m/s^2 . Na extremidade livre da mola é colocada uma cestinha de massa desprezível, que será preenchida com bolinhas de gude, de 15 g cada. Ao acrescentar bolinhas à cesta, verifica-se que a mola sofre uma elongação proporcional ao peso aplicado. Sabendo-se que a mola tem uma constante elástica $k = 9,0 \text{ N/m}$, quantas bolinhas é preciso acrescentar à cesta para que a mola estique exatamente 5 cm?

- A 1
- B 3
- C 5
- D 10

- 16 Cesgranrio Um bloco de ferro é mantido em repouso sob o tampo de uma mesa, sustentado exclusivamente pela força magnética de um ímã, apoiado sobre o tampo dessa mesa. As forças relevantes que atuam sobre o ímã e sobre o bloco de ferro correspondem, em módulo, a:

- P_1 : peso do ímã.
- F_1 : força magnética sobre o ímã.
- N_1 : compressão normal sobre o ímã.
- P_2 : peso do bloco de ferro.
- F_2 : força magnética sobre o bloco de ferro.
- N_2 : compressão normal sobre o bloco de ferro.



Sendo $P_1 = P_2$, é correto escrever:

- A $N_1 + N_2 = 2F_1$
- B $P_1 = F_2$
- C $P_1 + P_2 = F_1$
- D $P_1 + P_2 = N_1$
- E $F_1 + F_2 + P_1 + P_2 = 0$

17 FMI Um corpo de massa igual a 100 kg é atraído pela Terra, que provoca nele uma aceleração. Esse corpo, por sua vez, também exerce uma força sobre a Terra, comunicando-lhe uma aceleração. Sabendo-se que a massa da Terra tem a ordem de grandeza de 10^{24} kg, calcular o módulo da aceleração que a Terra adquire, como consequência da interação com o referido corpo.

18 PUC-SP Leia o texto a seguir e responda, em seguida, às questões propostas.

Um dos atrativos da vida na Base e na Lua em geral era, sem dúvida alguma, a baixa gravidade, produzindo uma sensação de bem-estar generalizado. Contudo, isso apresentava os seus perigos e era preciso que decorressem algumas semanas até que um emigrante procedente da Terra conseguisse adaptar-se [...]

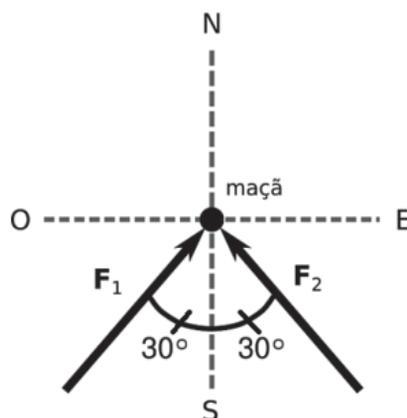
Um homem que pesasse na Terra noventa quilogramas-força poderia descobrir, para grande satisfação sua, que na Lua o seu peso era de apenas quinze quilogramas-força. Enquanto se deslocasse em linha reta e velocidade uniforme, sentiria uma sensação maravilhosa, como se flutuasse. Mas assim que resolvesse alterar o seu curso, virar esquinas, ou deter-se subitamente, então perceberia que sua massa [...] continuava presente [...].

Arthur C. Clarke. 2001: *Uma odisseia no espaço*.

► **Dado:** $g_{Terra} \cong 9,8 \text{ m/s}^2$.

- a) Por que um astronauta só caminha com facilidade, sobre o solo lunar, em linha reta e com velocidade constante? Qual a massa do homem na Lua? E na Terra?
- b) Qual o valor da aceleração da gravidade na Lua?

19 UFJF 2018 Em um campeonato de arco e flecha, dois arqueiros atingem o mesmo alvo ao mesmo tempo. O alvo é uma maçã e as forças que as flechas aplicam na maçã são dadas pela ilustração abaixo.

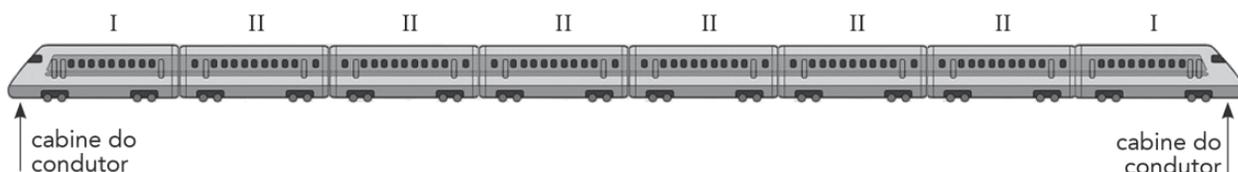


Considere que as flechas aplicam forças \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , que possuem o mesmo módulo F . Marque a alternativa em que o módulo e o sentido da força resultante na maçã estão corretos. Utilize os pontos cardeais como referência (N = norte, S = sul, E = leste, O = oeste).

► **Dados:** Considere $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ e $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- A $\sqrt{3}F$, sul para norte
- B $\frac{\sqrt{3}}{2}F$, sul para norte
- C F , oeste para leste
- D $\sqrt{3}F$, norte para sul
- E $\frac{\sqrt{3}}{2}F$, leste para oeste

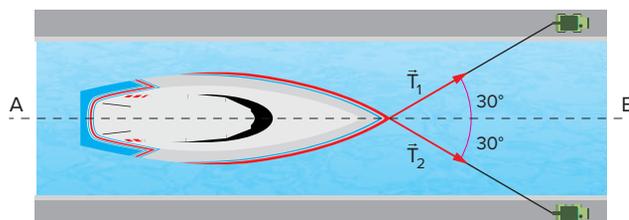
20 Uerj 2019 (Adapt.) Uma composição de metrô, com oito vagões, está ilustrada na imagem abaixo.



Considerando as massas de cada tipo de vagão, e desprezando as forças de atrito, estime, em newtons, a força resultante que atua na composição quando ela se desloca sem passageiros e com aceleração constante.

► **Dados:** Aceleração constante: $1,10 \text{ m/s}^2$; Massa do vagão tipo I: 38 000 kg; Massa do vagão tipo II: 35 000 kg

21 UFRJ Um navio de massa igual a 1000 toneladas deve ser rebocado ao longo de um canal estreito por dois tratores que se movem sobre trilhos retos, conforme é mostrado na figura a seguir.



Os tratores exercem forças \vec{T}_1 e \vec{T}_2 constantes, que têm mesmo módulo, igual a 10000 N, e formam um ângulo de 30 graus com a direção do movimento do navio, representada pela reta AB da figura. Supondo que o navio esteja inicialmente em repouso em relação às margens do canal, calcule:

- o módulo, a direção e o sentido da aceleração inicial. Após um determinado intervalo de tempo, com os tratores ainda exercendo força como no início do movimento, a velocidade do navio passa a ser constante. Nessas condições, calcule:
- o módulo, a direção e o sentido da força que a massa de água exerce sobre o navio.

22 UFRGS 2018 O cabo-de-guerra é uma atividade esportiva na qual duas equipes, A e B, puxam uma corda pelas extremidades opostas, conforme representa a figura abaixo.



Figura adaptada de Thadius856 (SVG conversion) & Parutakupiu (original image) - Obra do próprio, domínio público. Disponível em: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3335188>. Acesso em: 18 set. 2017.

Considere que a corda é puxada pela equipe A com uma força horizontal de módulo 780 N e pela equipe B com uma força horizontal de módulo 720 N. Em dado instante, a corda arrebenta.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem. A força resultante sobre a corda, no instante imediatamente anterior ao rompimento, tem módulo 60 N e aponta para a Os módulos das acelerações das equipes A e B, no instante imediatamente posterior ao rompimento da corda, são, respectivamente,, supondo que cada equipe tem massa de 300 kg.

- esquerda – 2,5 m/s² e 2,5 m/s²
- esquerda – 2,6 m/s² e 2,4 m/s²
- esquerda – 2,4 m/s² e 2,6 m/s²
- direita – 2,6 m/s² e 2,4 m/s²
- direita – 2,4 m/s² e 2,6 m/s²

23 Unicamp Considere um avião a jato, com massa total de 100 toneladas ($1,0 \cdot 10^5$ kg), durante a decolagem numa pista horizontal. Partindo do repouso, o avião necessita de 2000 m de pista para atingir a velocidade de 360 km/h, a partir da qual ele começa a voar.

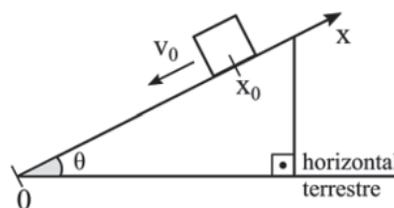
Dado: Adote a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Qual é a força de sustentação, na direção vertical, no momento em que o avião começa a voar?
- Qual é a força média horizontal sobre o avião enquanto ele está em contato com o solo durante o processo de aceleração?

24 EEAR 2018 Assinale a alternativa que representa corretamente a função da posição (x) em relação ao tempo (t) de um bloco lançado para baixo a partir da posição inicial (x_0) com módulo da velocidade inicial (v_0) ao longo do plano inclinado representado a seguir.

Observações:

- desconsiderar qualquer atrito;
- considerar o sistema de referência (x) com a posição zero (0) no ponto mais baixo do plano inclinado;
- admitir a orientação do eixo "x" positiva ao subir a rampa; e
- g é o módulo da aceleração da gravidade.



- $x = -x_0 + v_0 \cdot t + \frac{g \cdot \text{sen}(\theta) \cdot t^2}{2}$
- $x = x_0 - v_0 \cdot t - \frac{g \cdot \text{sen}(\theta) \cdot t^2}{2}$
- $x = x_0 - v_0 \cdot t - \frac{g \cdot \text{cos}(\theta) \cdot t^2}{2}$
- $x = x_0 - v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$

25 Uerj 2018 Em uma academia, a aceleração de uma esteira e a força exercida sobre ela foram medidas ao longo de 10 s. Os resultados estão representados nos gráficos abaixo.

GRÁFICO I

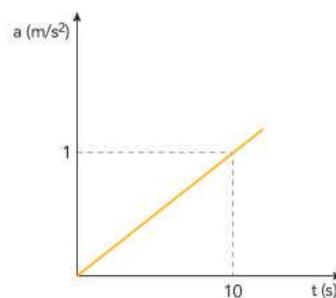
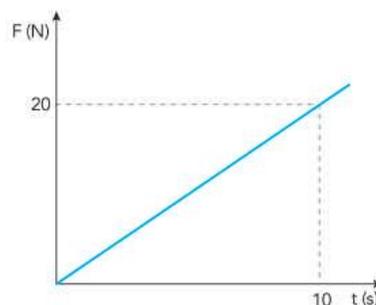


GRÁFICO II

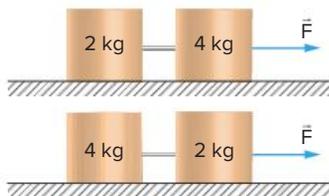


Com base nos gráficos, determine, em quilogramas, a massa da esteira.

26 Unicamp As histórias de super-heróis estão sempre repletas de feitos incríveis. Um desses feitos é o salvamento, no último segundo, da mocinha que cai de uma grande altura. Considere a situação em que a desafortunada caia, a partir do repouso, de uma altura de 81,0 m e que nosso super-herói a intercepte 1,0 m antes de ela chegar ao solo, demorando 0,05 s para detê-la, isto é, para anular sua velocidade vertical. Considere que a massa da mocinha é de 50 kg e despreze a resistência do ar.

- Calcule a força média aplicada pelo super-herói sobre a mocinha, para detê-la.
- Uma aceleração 8 vezes maior que a gravidade (8g) é letal para um ser humano. Determine quantas vezes a aceleração à qual a mocinha foi submetida é maior que a aceleração letal.

27 UFRJ Dois blocos de massas iguais a 4 kg e 2 kg, respectivamente, estão presos entre si por um fio inextensível e de massa desprezível. Deseja-se puxar o conjunto por meio de uma força \vec{F} , cujo módulo é igual a 3 N, sobre uma mesa horizontal e sem atrito. O fio é fraco e corre o risco de romper-se.



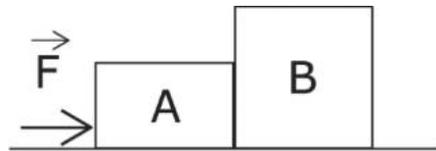
Qual o melhor modo de puxar o conjunto sem que o fio se rompa, pela massa maior ou pela menor? Justifique sua resposta.

28 ITA Fazendo compras num supermercado, um estudante utiliza dois carrinhos. Empurra o primeiro, de massa m , com uma força F , horizontal, o qual, por sua vez, empurra outro de massa M sobre um assoalho plano e horizontal. Se o atrito entre os carrinhos e o assoalho puder ser desprezado, pode-se afirmar que a força que está aplicada sobre o segundo carrinho é:

- F
- $\frac{MF}{m+M}$
- $\frac{F(m+M)}{M}$
- $\frac{F}{2}$
- outra expressão diferente.

29 UEPG 2017 A figura a seguir representa um conjunto sobre o qual é exercido uma força igual a 10 N. Desprezando o atrito entre os blocos e a superfície, assinale o que for correto.

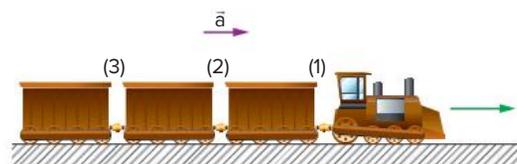
Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $m_A = 2 \text{ kg}$; $m_B = 3 \text{ kg}$.



- A aceleração dos corpos vale 2 m/s^2 .
- A força que B exerce em A vale 6 N.
- A força que A exerce em B vale 4 N.
- Considerando que o conjunto partiu do repouso, a equação que fornece o deslocamento do conjunto será $\Delta x = t^2$.

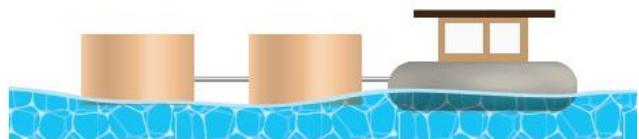
Soma:

30 Cesgranrio A figura representa esquematicamente uma composição ferroviária com uma locomotiva e três vagões idênticos, movendo-se com aceleração constante \vec{a} . Sejam F_1 , F_2 e F_3 os módulos das forças exercidas por cada uma das barras de acoplamento (1), (2) e (3), respectivamente, sobre os vagões. Se as forças de atrito exercidas sobre os vagões forem desprezíveis, podemos afirmar que:



- $\frac{1}{3}F_1 = \frac{1}{2}F_2 = F_3$
- $F_1 = \frac{1}{2}F_2 = \frac{1}{3}F_3$
- $F_1 = F_2 = F_3$
- $F_1 = 2F_2 = 3F_3$
- $3F_1 = 2F_2 = F_3$

31 Um rebocador arrasta dois flutuadores idênticos, de 3,2 t de massa cada, imprimindo-lhes uma aceleração de módulo $0,10 \text{ m/s}^2$, ao longo de uma linha reta. A força de tração no cabo que o une ao primeiro flutuador tem intensidade de 800 N.



A força da resistência aplicada pela água em cada flutuador tem intensidade f , e a força tensora no cabo que une os dois flutuadores tem intensidade T . Assinale a opção correta.

- $f = 80 \text{ N}$; $T = 400 \text{ N}$
- $f = 400 \text{ N}$; $T = 800 \text{ N}$
- $f = 320 \text{ N}$; $T = 400 \text{ N}$
- $f = 400 \text{ N}$; $T = 400 \text{ N}$
- $f = 160 \text{ N}$; $T = 800 \text{ N}$

- 32 UFSC** A figura representa um automóvel A, rebocando um *trailer* B, em uma estrada plana e horizontal. A massa do automóvel e a massa do *trailer* são, respectivamente, iguais a 1500 kg e 500 kg. Inicialmente, o conjunto parte do repouso, atingindo a velocidade de 90 km/h em 20 segundos. Desprezam-se os efeitos da força de resistência do ar sobre o veículo e o reboque.

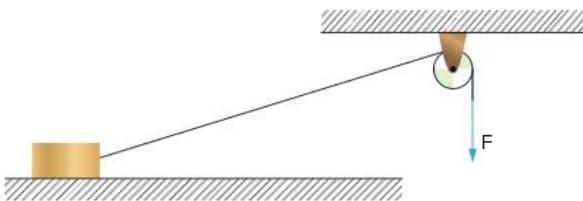


Em relação à situação descrita, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Não havendo nenhuma força que se oponha ao movimento do *trailer*, o automóvel não necessita fazer nenhuma força adicional para acelerá-lo.
 02 Até atingirem a velocidade de 90 km/h, o automóvel e seu reboque terão percorrido 250 m.
 04 O *trailer* exerce uma força de 625 N sobre o automóvel.
 08 A força resultante sobre o conjunto é igual a 2500 N.
 16 A intensidade da força transmitida ao *trailer* é a mesma da força resultante sobre o conjunto.
 32 A aceleração do conjunto é igual a $1,25 \text{ m/s}^2$.
 64 A força que o automóvel faz sobre o *trailer* não pode ter a mesma intensidade da força que o *trailer* faz sobre o automóvel, porque, neste caso, o sistema permaneceria em repouso.

Soma:

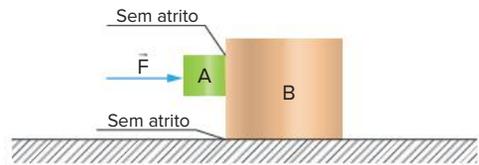
- 33 UFPE** Um pequeno bloco de 0,50 kg desliza sobre um plano horizontal sem atrito, sendo puxado por uma força constante $F = 10,0 \text{ N}$ aplicada a um fio inextensível que passa por uma roldana, conforme a figura a seguir.



Qual a aceleração do bloco, em m/s^2 , na direção paralela ao plano, no instante em que ele perde o contato com o plano? Despreze as massas do fio e da roldana, bem como o atrito no eixo da roldana.

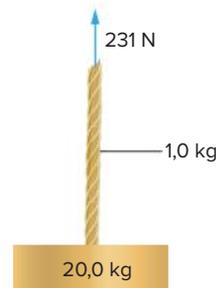
- A 12,4 D 17,3
 B 14,5 E 18,1
 C 15,2

- 34 PUC-Rio** A força \vec{F} , de módulo igual a 150 N, desloca o corpo A, de massa $m_A = 12 \text{ kg}$, junto com o corpo B, de massa $m_B = 8 \text{ kg}$. A aceleração gravitacional local é 10 m/s^2 .



- a) Determine o valor numérico da aceleração do corpo B.
 b) Determine o valor numérico da intensidade da força resultante que atua sobre o corpo B.
 c) Determine o valor numérico da aceleração total do corpo A.

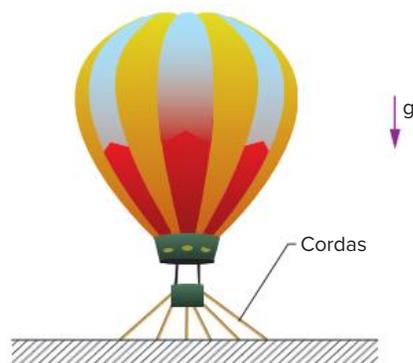
- 35 Vunesp** Uma força de 231 N atua para cima, na extremidade de um pedaço de corda de 1,0 kg, que está amarrado a um bloco de 20,0 kg, como mostra a figura a seguir.



Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e calcule:

- a) a aceleração do conjunto.
 b) a força de tração na extremidade inferior da corda.

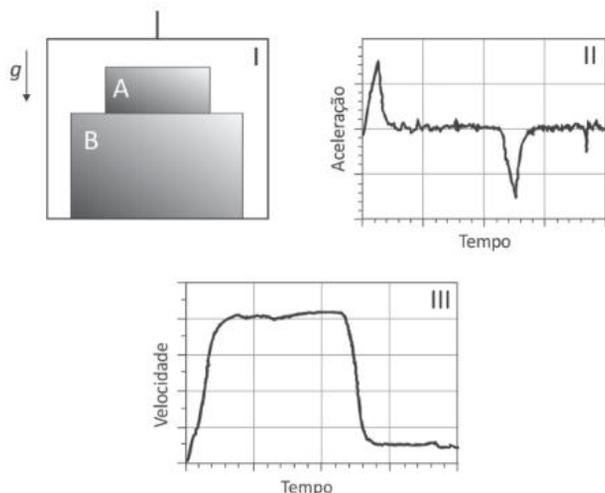
- 36 Fuvest** Um balão de pesquisa, cheio de gás hélio, está sendo preparado para sua decolagem. A massa do balão vazio (sem gás) é M_B e a massa do gás hélio no balão é M . O balão está parado devido às cordas que o prendem ao solo. Se as cordas forem soltas, o balão iniciará um movimento de subida vertical com aceleração de $0,2 \text{ m/s}^2$.



Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, para que o balão permaneça parado, sem a necessidade das cordas, deve-se adicionar a ele um lastro de massa igual a:

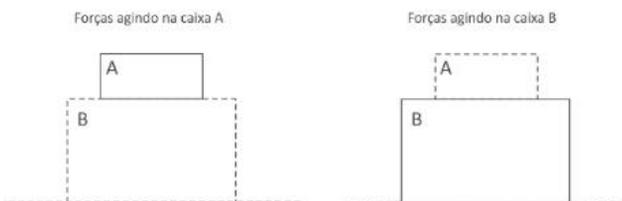
- A $0,2 \cdot M_B$
 B $0,2 \cdot M$
 C $0,02 \cdot M$
 D $0,02 \cdot (M_B + M)$
 E $0,02 \cdot (M_B - M)$

37 Fuvest 2018 (Adapt.) Duas caixas, A e B, de massas m_A e m_B , respectivamente, precisam ser entregues no 40º andar de um edifício. O entregador resolve subir com as duas caixas em uma única viagem de elevador e a figura I ilustra como as caixas foram empilhadas. Um sistema constituído por motor e freios é responsável pela movimentação do elevador; as figuras II e III ilustram o comportamento da aceleração e da velocidade do elevador. O elevador é acelerado ou desacelerado durante curtos intervalos de tempo, após o que ele adquire velocidade constante.



Analise a situação sob o ponto de vista de um observador parado no solo. Os itens a, b e c referem-se ao instante de tempo em que o elevador está subindo com o valor máximo da aceleração, cujo módulo é $a = 1 \text{ m/s}^2$.

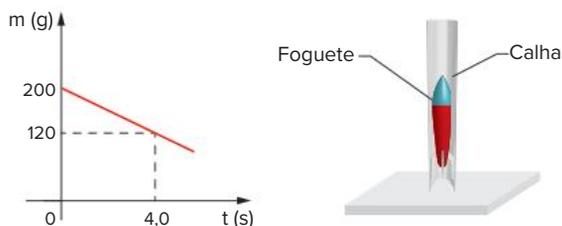
- Obtenha o módulo da força resultante, F_A , que atua sobre a caixa A.
- As figuras a seguir representam esquematicamente as duas caixas e o chão do elevador. Copie-as em seu caderno e faça, nas figuras correspondentes, os diagramas de forças indicando as que agem na caixa A e na caixa B.



- Obtenha o módulo, F_S , da força de contato exercida pela caixa A sobre a caixa B.
- Como o cliente recusou a entrega, o entregador voltou com as caixas. Considere agora um instante em que o elevador está descendo com aceleração para baixo de módulo $a = 1 \text{ m/s}^2$. Obtenha o módulo, F_D , da força de contato exercida pela caixa A sobre a caixa B.

Dado: Aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

38 Cesgranrio Durante as comemorações do “Tetra”, um torcedor montou um dispositivo para soltar um foguete, colocando o foguete em uma calha vertical que lhe serviu de guia durante os instantes iniciais da subida. Inicialmente, a massa de combustível correspondia a 60% da massa total do foguete. Porém, a queima do combustível, que não deixou resíduos e provocou uma força vertical constante de 1,8 N, fez com que a massa total decrescesse, uniformemente, de acordo com o gráfico a seguir.

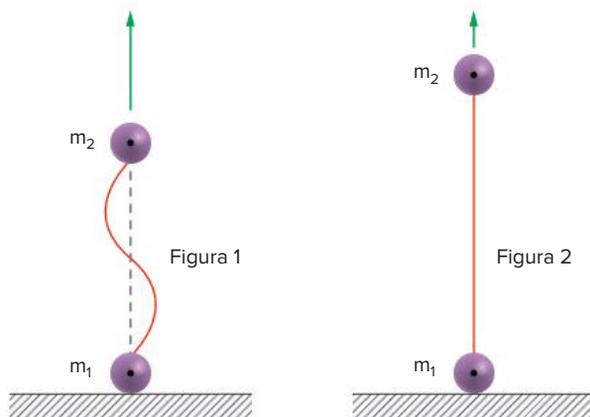


- Considere que, neste dispositivo, os atritos são desprezíveis e que a aceleração da gravidade vale 10 m/s^2 . Considerando $t = 0$ o instante em que o combustível começou a queimar, então o foguete passou a se mover a partir do instante:

A 0	D 4,0 s
B 1,0 s	E 6,0 s
C 2,0 s	
- O foguete deixará de ser impulsionado pela queima do combustível no instante:

A 4,0 s	D 8,0 s
B 5,0 s	E 10 s
C 6,0 s	

39 UFRJ Duas pequenas esferas homogêneas de massas m_1 e m_2 estão unidas por um fio elástico muito fino de massa desprezível. Com a esfera de massa m_1 em repouso e apoiada no chão, a esfera de massa m_2 é lançada para cima ao longo da reta vertical que passa pelos centros das esferas, como indica a figura 1. A esfera lançada sobe, esticando o fio até suspender a outra esfera do chão. A figura 2 ilustra o instante em que a esfera de massa m_1 perde contato com o chão, instante no qual o fio está ao longo da reta que passa pelos centros das esferas.



Considerando como dados m_1 , m_2 e o módulo da aceleração da gravidade g , calcule, no instante em que a esfera de massa m_1 perde o contato com o chão:

- a tensão no fio.
- a aceleração da esfera de massa m_2 .

40 PUC-Minas Uma pessoa está dentro de um elevador em repouso, sobre uma balança que acusa uma leitura igual a P . Se o elevador subir com aceleração igual a duas vezes a aceleração da gravidade, a nova leitura será:

- | | | |
|--------|--------|--------|
| A P | C $3P$ | E $5P$ |
| B $2P$ | D $4P$ | |

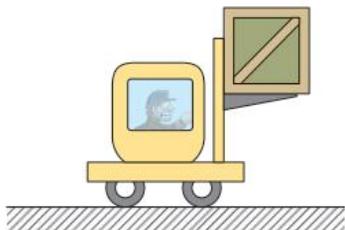
41 Unifei Um corpo está suspenso por um dinamômetro, ligado ao teto de um elevador ($g = 10,0 \text{ N/kg}$).

- Se o elevador possui uma aceleração, na direção vertical e sentido para cima, de $2,0 \text{ m/s}^2$ e se a leitura no dinamômetro for de 960 N , qual é o peso desse corpo quando em repouso na superfície da Terra?
- Se o elevador desce acelerado com uma aceleração $a = 5,0 \text{ m/s}^2$, qual será a leitura no dinamômetro?

42 FCMS Um homem cujo peso é 600 N toma um elevador na metade de um edifício e pisa sobre uma balança. Quando o elevador começa a se mover, ele observa que a balança marca 720 N durante 5 segundos, a seguir marca 600 N durante 10 segundos, e, finalmente, 480 N durante 5 segundos, passados os quais o elevador para numa das extremidades do seu trajeto. Calcule a altura aproximada do edifício.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

43 UFRJ Um operário usa uma empilhadeira de massa total igual a uma tonelada para levantar verticalmente uma caixa de massa igual a meia tonelada, com uma aceleração inicial de $0,5 \text{ m/s}^2$, que se mantém constante durante um curto intervalo de tempo.



Use $g = 10 \text{ m/s}^2$ e calcule, neste curto intervalo de tempo:

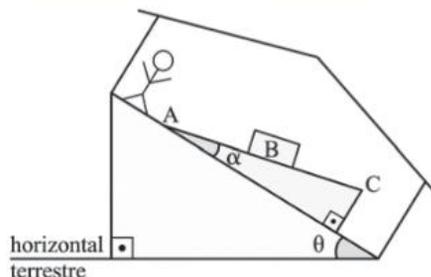
- a força que a empilhadeira exerce sobre a caixa.
- a força que o chão exerce sobre a empilhadeira. (Despreze a massa das partes móveis da empilhadeira).

44 EEAR 2018 Em alguns parques de diversão há um brinquedo em que as pessoas se surpreendem ao ver um bloco aparentemente subir uma rampa que está no piso de uma casa sem a aplicação de uma força. O que as pessoas não percebem é que o piso dessa casa está

sobre um outro plano inclinado que faz com que o bloco, na verdade, esteja descendo a rampa em relação a horizontal terrestre. Na figura a seguir, está representada uma rampa com uma inclinação α em relação ao piso da casa e uma pessoa observando o bloco (B) “subindo” a rampa (desloca-se da posição A para a posição C).

Dados:

- a pessoa, a rampa, o plano inclinado e a casa estão todos em repouso entre si e em relação à horizontal terrestre.
- considere $P =$ peso do bloco.
- desconsidere qualquer atrito.



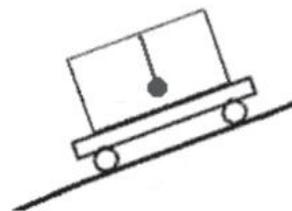
Nessas condições, a expressão da força responsável por mover esse bloco a partir do repouso, para quaisquer valores de θ e α que fazem funcionar corretamente o brinquedo, é dada por

- | | |
|-----------------------------|-------------------|
| A $P \sin(\theta + \alpha)$ | C $P \sin \alpha$ |
| B $P \sin(\theta - \alpha)$ | D $P \sin \theta$ |

45 EBMS 2018 Transportar pessoas doentes em uma ambulância é uma grande responsabilidade, por isso não é qualquer motorista que está pronto para desempenhar esse tipo de atividade. Além de conduzir o veículo, com atenção, o profissional precisa guiar pensando sempre no bem-estar do paciente.

Disponível em: <https://www.guiadecursos.net/curso-de-condutor-de-veiculos-de-emergencia/>. Acesso em: set. 2017.

A figura representa um pêndulo simples que se encontra preso ao teto de uma ambulância que se move ao longo de um plano inclinado, que forma um ângulo de 30° com a superfície horizontal.



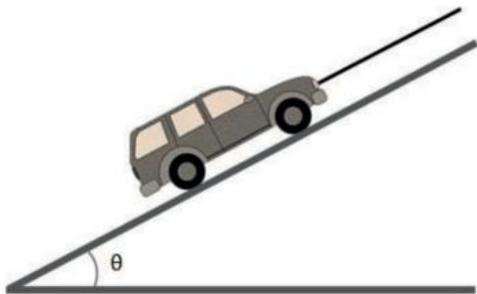
Sabendo que as condições do movimento da ambulância estão reproduzidas na figura e caracterizado pela posição do pêndulo, que o módulo da aceleração da gravidade local é igual a 10 m/s^2 e desprezando as forças dissipativas,

- ⇒ descreva o tipo do movimento realizado pela ambulância nesse instante;
- ⇒ determine o valor da grandeza física que caracteriza o movimento da ambulância.

46 Uerj 2017 Um reboque de 16 toneladas é puxado por um caminhão através de um cabo de aço. Sabe-se que a aceleração do conjunto caminhão-reboque corresponde a 200 cm/s^2 , e que a massa do cabo de aço é desprezível em relação às massas do caminhão e do reboque. Estime, em newtons, a tração no cabo de aço.

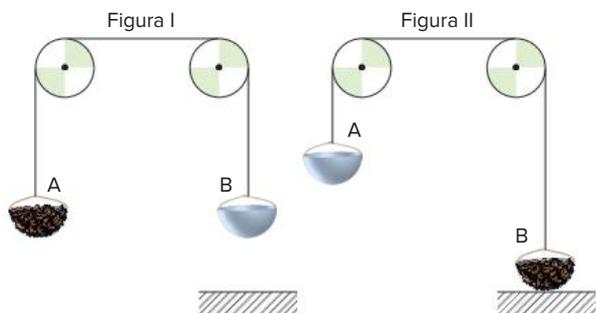
47 Unigranrio 2017 Para manter um carro de massa 1000 kg sobre uma rampa lisa inclinada que forma um ângulo θ com a horizontal, é preso a ele um cabo. Sabendo que o carro, nessas condições, está em repouso sobre a rampa inclinada, marque a opção que indica a intensidade da força de reação normal da rampa sobre o carro e a tração no cabo que sustenta o carro, respectivamente. Despreze o atrito.

Dados: $\sin \theta = 0,6$; $\cos \theta = 0,8$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- | | |
|-------------------|-----------------|
| A 8000 N e 6000 N | D 600 N e 800 N |
| B 6000 N e 8000 N | E 480 N e 200 N |
| C 800 N e 600 N | |

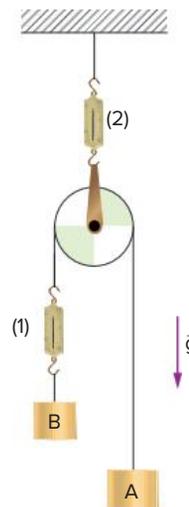
48 Fuvest A figura I, a seguir, indica um sistema composto por duas roldanas leves, capazes de girar sem atrito, e um fio inextensível que possui dois suportes em suas extremidades. O suporte A possui um certo número de formigas idênticas, com 20 miligramas cada. O sistema está em equilíbrio. Todas as formigas migram então para o suporte B e o sistema movimenta-se de tal forma que o suporte B se apoia numa mesa, que exerce uma força de 40 milinewtons sobre ele, conforme ilustra a figura II.



Determine:

- o peso de cada formiga.
- o número total de formigas.

49 Na máquina de Atwood da figura a seguir, o fio (inextensível) e a polia têm pesos desprezíveis, a resistência do ar é insignificante e a aceleração da gravidade tem módulo g . As massas dos blocos A e B são, respectivamente, M e m , com $M > m$.



Se a o módulo da aceleração dos blocos e D_1 e D_2 as indicações dos dinamômetros ideais (1) e (2), analise as proposições seguintes.

- $a < g$
- $D_1 = \frac{2Mm}{M+m}g$
- $D_2 = (M + m)g$
- $mg < D_1 < Mg$

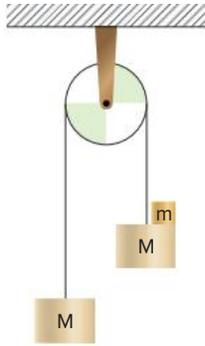
Responda mediante o código.

- Todas as proposições são corretas.
- Todas as proposições são erradas.
- Apenas as proposições I e III são corretas.
- Apenas as proposições I, II e IV são corretas.
- Apenas as proposições I, III e IV são corretas.

50 Mackenzie Uma corda envolve uma roldana fixa sem atrito. Numa das extremidades da corda está um macaco e, na outra, um bloco cúbico de peso igual ao do macaco. Na face do cubo voltada para o macaco, há um espelho plano. O macaco começa a subir pela corda. Podemos então afirmar que:

- o macaco só verá sua imagem no espelho se permanecer em repouso.
- o macaco só verá sua imagem no espelho se a sua velocidade for maior que a do cubo.
- o macaco não verá sua imagem no espelho, porque o cubo sobe com maior velocidade.
- o macaco verá constantemente sua imagem.

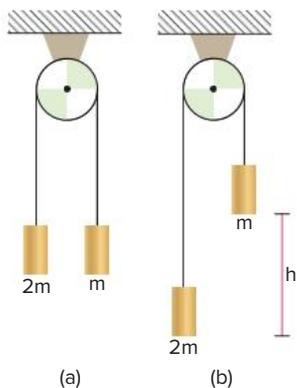
51 ITA Dois blocos de massa M estão unidos por um fio de massa desprezível que passa por uma roldana com um eixo fixo. Um terceiro bloco de massa m é colocado suavemente sobre um dos blocos, como mostra a figura.



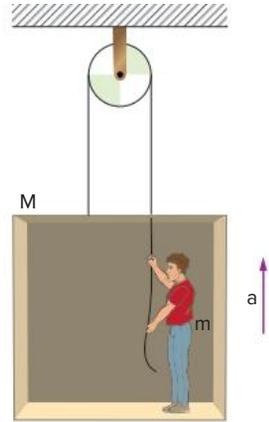
Com que força esse pequeno bloco de massa m pressionará o bloco sobre o qual foi colocado?

- A $\frac{2mMg}{2M+m}$
- B mg
- C $(m - M)g$
- D $\frac{mg}{2M+m}$
- E Outra expressão.

- 52 UFRJ** O sistema ilustrado na figura a seguir é uma máquina de Atwood. A roldana tem massa desprezível e gira livremente em torno de um eixo fixo perpendicular ao plano da figura, passando pelo centro geométrico da roldana. Uma das massas vale m e a outra $2m$. O sistema encontra-se inicialmente na situação ilustrada pela figura *a*, isto é, com as duas massas no mesmo nível. O sistema é então abandonado a partir do repouso e, após um certo intervalo de tempo, a distância vertical entre as massas é h , figura *b*. Calcule o módulo da velocidade de cada uma das massas na situação mostrada na figura *b*.



- 53 UFSC** O sistema esquematizado compõe-se de um elevador de massa M e um homem de massa m . O elevador está suspenso a uma corda que passa por uma polia fixa e vem às mãos do operador; a corda e a roldana são supostas ideais. O operador puxa a corda e sobe com aceleração constante a , juntamente com o elevador. São supostos conhecidos M , m , a e g .



Determine:

- a) a intensidade da tração no fio.
- b) a intensidade da força que a plataforma exerce no operador.

- 54 Vunesp** Nas duas situações mostradas nas figuras adiante, carrinhos, mesas, roldanas e fios são idênticos. Observa-se porém que, puxando o fio (Fig. 2) com uma força \vec{F} igual ao peso \vec{P} do corpo dependurado (Fig. 1), a aceleração do carrinho é maior.

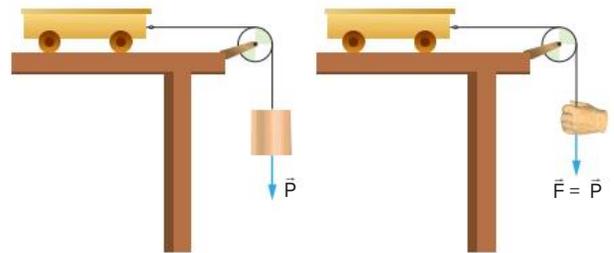
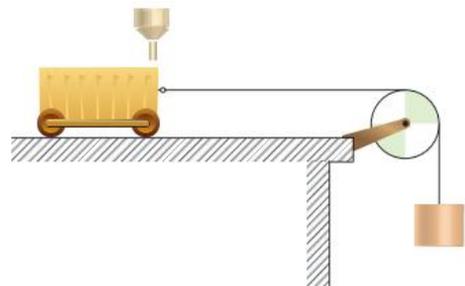


Figura 1

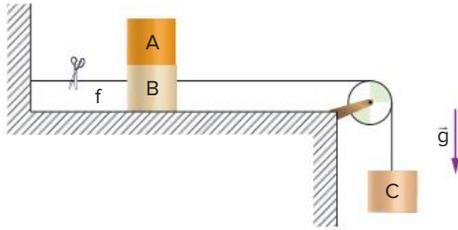
Figura 2

Com base na segunda lei de Newton, justifique o fato observado.

- 55 Faap-SP** Mediante fio e polia ideais, o peso suspenso de massa 100 g solicita horizontalmente o carrinho de comprimento 2 m e massa $3,9\text{ kg}$, que está sobre a mesa. No instante indicado na figura, o carrinho é solto e começa a gotejar líquido dentro dele à taxa de 180 gotas por minuto. Sendo o volume de cada gota igual a $0,1\text{ cm}^3$, calcule o volume máximo de líquido armazenado pelo carrinho. Despreze todos os atritos, assim como a massa das gotas em comparação com a massa do carrinho, e considere $g = 10\text{ m/s}^2$.



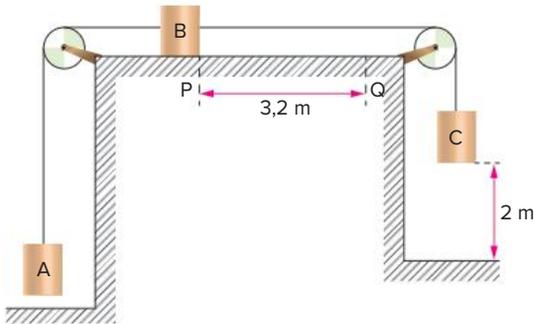
- 56 Fuvest** Os corpos A, B e C têm massas iguais. Um fio inextensível e de massa desprezível une o corpo C ao B, passando por uma roldana de massa desprezível. O corpo A está apoiado sobre B. Despreze qualquer efeito das forças de atrito. O fio f mantém o sistema em repouso.



Logo que o fio f é cortado, as acelerações a_A , a_B e a_C dos corpos A, B e C serão:

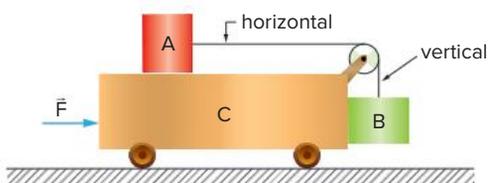
- A $a_A = 0$; $a_B = \frac{g}{2}$; $a_C = \frac{g}{2}$
 B $a_A = \frac{g}{3}$; $a_B = \frac{g}{3}$; $a_C = \frac{g}{3}$
 C $a_A = 0$; $a_B = \frac{g}{3}$; $a_C = \frac{g}{3}$
 D $a_A = 0$; $a_B = g$; $a_C = g$
 E $a_A = \frac{g}{2}$; $a_B = \frac{g}{2}$; $a_C = \frac{g}{2}$

- 57 Mackenzie** O esquema a seguir representa três corpos de massas $m_A = 2$ kg, $m_B = 2$ kg e $m_C = 6$ kg, inicialmente em repouso na posição indicada. Num instante, abandona-se o sistema. Os fios são inextensíveis e de massa desprezível. Desprezando os atritos e considerando $g = 10$ m/s², determine o tempo que B leva para ir de P a Q.



- 58** No sistema esquematizado na figura, C é um carrinho em movimento acelerado, seguindo trilhos retílineos e horizontais. Os blocos A e B, interligados por um fio que passa por uma polia, não se movem em relação a C.

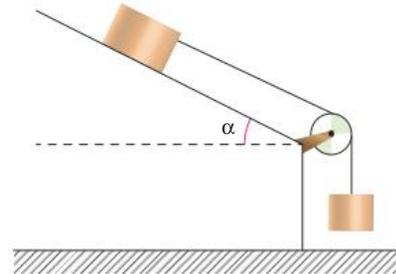
Dados: Massa de A = 2 kg; massa de B = 10 kg; massa de C = 88 kg; $g = 10$ m/s².



Desprezando atritos e influências do ar, e considerando ideais o fio e a polia, calcule a intensidade:

- da força de tração no fio.
- da aceleração do sistema.
- da força que C exerce em B.
- da força \vec{F} que acelera o sistema.

- 59 UFMA** Dois blocos de mesma massa são conectados da maneira indicada na figura a seguir. As massas da corda e da roldana são desprezíveis, assim como qualquer atrito no sistema.

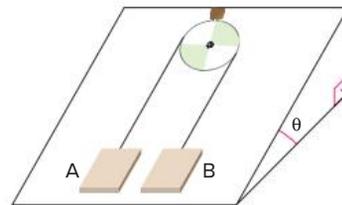


Baseados nessas informações, determine:

- a aceleração dos blocos.
- a tração na corda.

- 60** Um sistema formado por dois blocos, A e B, com um fio ideal e uma polia também ideal, foi montado sobre um plano que tem inclinação θ em relação a um plano horizontal, como mostra a figura. As massas de A e B são, respectivamente, iguais a 5,0 kg e 15 kg.

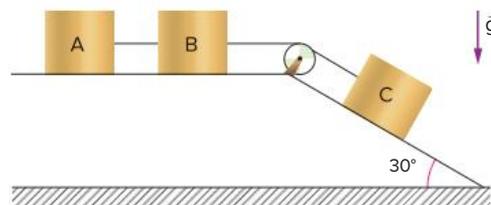
Dados: $g = 10$ m/s² e $\sin\theta = 0,60$.



Desprezando o atrito, calcule:

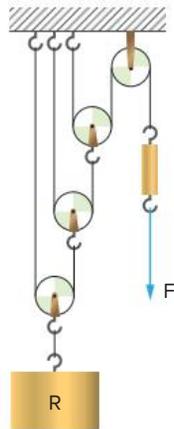
- o módulo da aceleração do bloco B.
- o módulo da tração no fio.

- 61 FMABC** Na figura, considere desprezível o atrito nos planos e na polia. A massa de A é de 4,0 kg, a massa de B é de 0,60 kg, a massa de C é de 0,40 kg e $g = 10$ m/s².



- Qual o módulo da aceleração do conjunto?
- Quais as intensidades das forças que tracionam os fios que ligam os corpos A e B e os corpos B e C?
- Se o sistema for impedido de se mover por uma força aplicada em A, qual o valor dessa força?

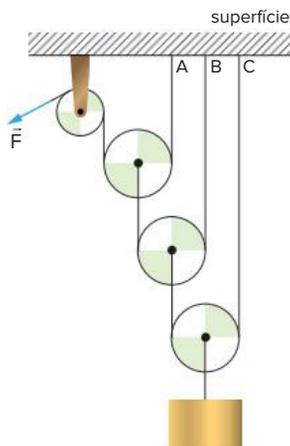
- 62 Uerj** A figura a seguir representa um sistema composto por uma roldana com eixo fixo e três roldanas móveis, no qual um corpo R é mantido em equilíbrio pela aplicação de uma força F, de uma determinada intensidade.



Considere um sistema análogo, com maior número de roldanas móveis e intensidade de F inferior a 0,1% do peso de R. O menor número possível de roldanas móveis para manter esse novo sistema em equilíbrio deverá ser igual a:

- A 8
- B 9
- C 10
- D 11

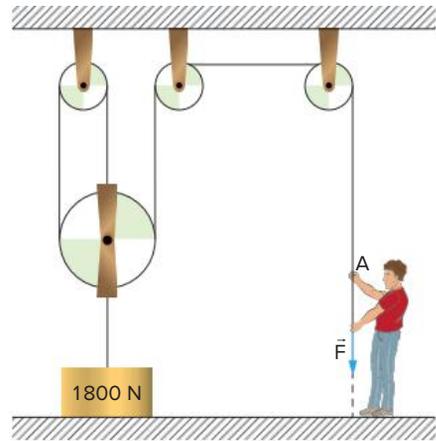
- 63 Cesgranrio** Um corpo de peso P encontra-se em equilíbrio, devido à ação da força \vec{F} , como indica a figura a seguir. Os pontos A, B e C são os pontos de contato entre os fios e a superfície.



Determine a força que a superfície exerce sobre os fios nos pontos A, B e C, respectivamente, nos seguintes casos:

- a) as polias não têm massa.
- b) o peso de cada polia vale P.

- 64 Fuvest** Para erguer um bloco de peso 1800 N, é utilizado um sistema de polias e fios conforme o esquema.



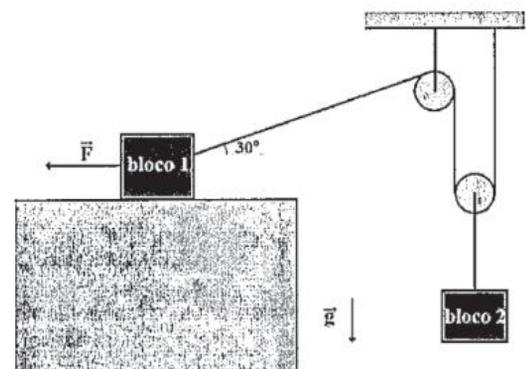
Dado: Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Considerando-se o sistema ideal:

- a) que força mínima F se deve aplicar na extremidade A do fio para que o corpo comece a ser erguido?
- b) seria possível a uma pessoa de peso 500 N erguer o bloco puxando o fio verticalmente pelo ponto A? Explique.

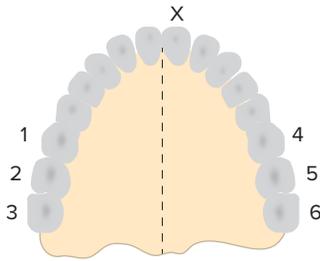
- 65 Col. Naval 2018** Considere um bloco de 2 kg apoiado sobre uma superfície horizontal cujo atrito é desprezível. Do lado esquerdo é aplicada ao bloco uma força F horizontal de 10 N e do lado direito é ligado a ele uma corda ideal, esticada e inclinada de 30° com a horizontal, conforme indicado na figura. A corda após passar por um sistema de roldanas ideal, sendo uma delas móvel, liga-se a outro bloco de 10 kg, porém suspenso pela corda. Marque a opção correta que fornece a intensidade aproximada da tração na corda ideal. Despreze o atrito com o ar e considere os blocos como pontos materiais.

Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 30^\circ = 0,50$ e $\cos 30^\circ = 0,87$.



- A 5 N
- B 10 N
- C 20 N
- D 30 N
- E 40 N

- 66 Uerj** Na figura a seguir, o dente incisivo central X estava deslocado alguns milímetros para frente.



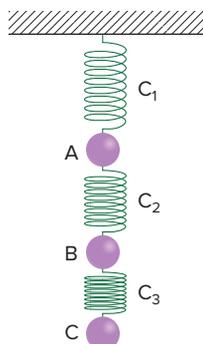
Um ortodontista conseguiu corrigir o problema usando apenas dois elásticos idênticos, ligando o dente X a dois dentes molares indicados na figura pelos números de 1 a 6. A correção mais rápida e eficiente corresponde ao seguinte par de molares:

- A 1 e 4
- B 2 e 5
- C 3 e 4
- D 3 e 6

- 67 Uece 2019** Suponha que duas pessoas muito parecidas (com mesma massa e demais características físicas) estejam sobre um colchão de molas, posicionando-se uma delas de pé e a outra deitada. Supondo que as molas desse colchão sejam todas helicoidais e com o eixo da hélice sempre vertical, do ponto de vista de associação de molas, é correto afirmar que a pessoa que está de pé deforma

- A mais o colchão, em virtude de ser sustentada por um menor número de molas associadas em série, se comparada à pessoa deitada.
- B menos o colchão, em virtude de ser sustentada por um menor número de molas associadas em paralelo, se comparada à pessoa deitada.
- C menos o colchão, em virtude de ser sustentada por um menor número de molas associadas em série, se comparada à pessoa deitada.
- D mais o colchão, em virtude de ser sustentada por um menor número de molas associadas em paralelo, se comparada à pessoa deitada.

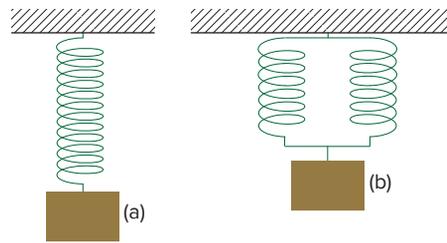
- 68 Mackenzie** Sejam três molas com comprimentos naturais de 10 cm cada uma, sustentando os corpos A, B e C, de acordo com a figura. O sistema está em equilíbrio e cada corpo tem peso igual a 4 kgf.



Sejam as constantes elásticas das molas iguais a 2 kgf/cm e desprezando os pesos das molas, os novos comprimentos C_1 , C_2 e C_3 das molas serão, em centímetros:

- A $C_1 = 16$; $C_2 = 14$; $C_3 = 12$
- B $C_1 = C_2 = C_3 = 16$
- C $C_1 = C_2 = C_3 = 12$
- D $C_1 = 12$; $C_2 = 14$; $C_3 = 16$
- E $C_1 = C_2 = C_3 = 14$

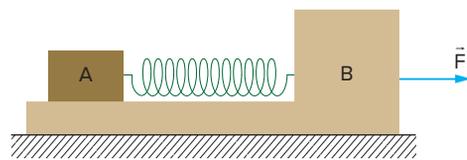
- 69 Cesgranrio** Um corpo suspenso a uma mola ideal alonga-a de 12 cm (Fig. a). Corta-se a mola no meio e suspende-se o mesmo corpo ao conjunto das duas metades (Fig. b).



Cada uma dessas metades se acha alongada de:

- A 3,0 cm
- B 9,5 cm
- C 24 cm
- D 6,0 cm
- E 12 cm

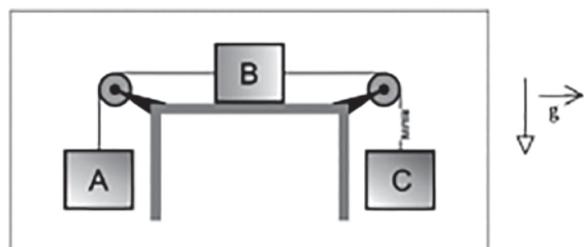
- 70 FEI** Os corpos A e B representados na figura possuem, respectivamente, massas $m_A = 2,0$ kg e $m_B = 4,0$ kg. A mola é ideal e tem constante elástica $k = 50$ N/m. Despreze os atritos. Aplicando-se ao conjunto a força \vec{F} constante e horizontal, verifica-se que a mola experimenta deformação de 20 cm.



Calcule as intensidades:

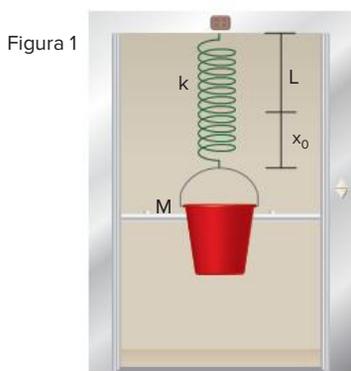
- a) da aceleração do conjunto.
- b) da força \vec{F} .

- 71 IFBA 2018** Na montagem experimental abaixo, os blocos A, B e C têm massas $m_A = 2,0$ kg, $m_B = 3,0$ kg e $m_C = 5,0$ kg. Desprezam-se os atritos e a resistência do ar. Os fios e as polias são ideais e adote $g = 10$ m/s².

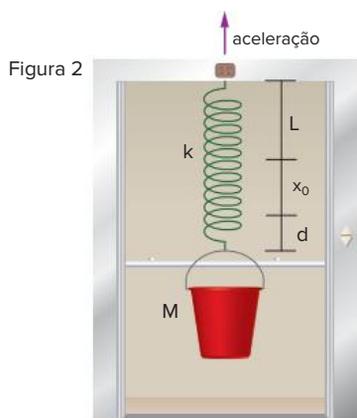


- No fio que liga o bloco B com o bloco C, está intercalada uma mola leve de constante elástica $3,5 \cdot 10^3$ N/m. Com o sistema em movimento, a deformação da mola é
- A 2,0 cm.
 - B 1,0 cm.
 - C 1,5 cm.
 - D 2,8 cm.
 - E 4,2 cm.

- 72 UFRJ** Uma mola de constante elástica k e comprimento natural L está presa, por uma de suas extremidades, ao teto de um elevador e , pela outra extremidade, a um balde vazio de massa M que pende na vertical. Suponha que a mola seja ideal, isto é, que tenha massa desprezível e satisfaça à lei de Hooke.



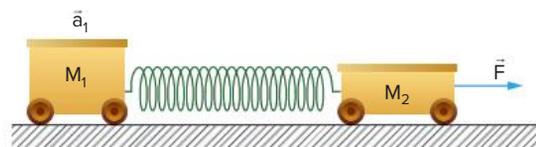
- a) Calcule a elongação x_0 da mola, supondo que tanto o elevador quanto o balde estejam em repouso, situação ilustrada na figura 1, em função de M , k e do módulo g da aceleração da gravidade.
- b) Considere, agora, uma situação na qual o elevador se mova com aceleração constante para cima e o balde esteja em repouso relativamente ao elevador. Calcule o módulo da aceleração do balde em termos de k , M e d .



Dado: Verifica-se que a elongação da mola é maior do que a anterior por um valor d , como ilustra a figura 2.

- 73 Fuvest** Dois vagões de massas M_1 e M_2 estão interligados por uma mola de massa desprezível e o conjunto é puxado ao longo de trilhos retilíneos e horizontais

por uma força que tem a direção dos trilhos. Tanto o módulo da força quanto o comprimento da mola podem variar com o tempo. Num determinado instante, os módulos da força e da aceleração do vagão de massa M_1 valem, respectivamente, F_1 e a_1 , tendo ambas o mesmo sentido.

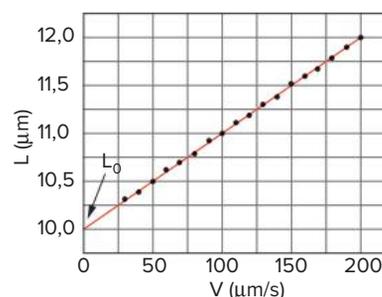


O módulo da aceleração do vagão de massa M_2 , nesse mesmo instante, vale:

- A $\frac{F - M_1 a_1}{M_2}$
- B $\frac{F}{M_1 + M_2}$
- C $\frac{F}{M_2}$
- D $\frac{F}{M_2} - a_1$
- E $\frac{F}{M_2} + a_1$

- 74 Unicamp** A elasticidade das hemácias, muito importante para o fluxo sanguíneo, é determinada arrastando-se a hemácia com velocidade constante V através de um líquido. Ao ser arrastada, a força de atrito causada pelo líquido deforma a hemácia, esticando-a, e o seu comprimento pode ser medido através de um microscópio (vide esquema). O gráfico apresenta o comprimento L de uma hemácia para diversas velocidades de arraste V . O comprimento de repouso desta hemácia é $L_0 = 10$ micra.

- a) A força de atrito é dada por $F_{\text{atrito}} = -bV$, com b sendo uma constante. Qual é a dimensão de b , e quais são as suas unidades no SI?
- b) Sendo $b = 1,0 \cdot 10^{-8}$ em unidades do SI, encontre a força de atrito quando o comprimento da hemácia é de 11 micra.
- c) Supondo que a hemácia seja deformada elasticamente, encontre a constante de mola k , a partir do gráfico.

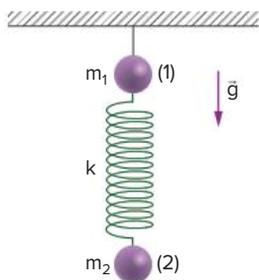


- 75 Fuvest** Uma tira elástica de borracha está presa no teto de uma sala. Um macaco dependurado na tira sobe em direção ao teto com velocidade praticamente constante.



- Podemos afirmar que, à medida que o macaco sobe:
- A a força que a tira exerce no teto aumenta.
 - B a força que a tira exerce no teto diminui.
 - C a distância da extremidade inferior da tira ao chão aumenta.
 - D a distância da extremidade inferior da tira ao chão diminui.
 - E a distância da extremidade inferior da tira ao chão não se altera.

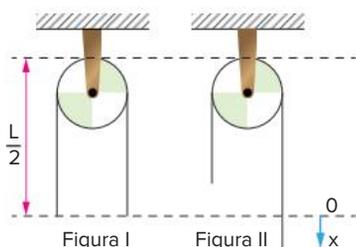
- 76 Fuvest** Um conjunto de duas bolas de massas m_1 e m_2 , ligadas através de uma mola ideal de constante elástica k , está em repouso, preso ao teto, conforme indica a figura. No instante $t = 0$, é cortado o fio que prende a bola (1) ao teto (portanto, a tensão no fio se anula).



Determine:

- a) a aceleração da bola (1) no instante $t = 0$.
- b) a aceleração da bola (2) no instante $t = 0$.

- 77** Na figura I, a corda homogênea de comprimento L repousa apoiada na polia ideal de dimensões desprezíveis. Um pequeno impulso é dado ao ramo direito da corda e esta põe-se em movimento.

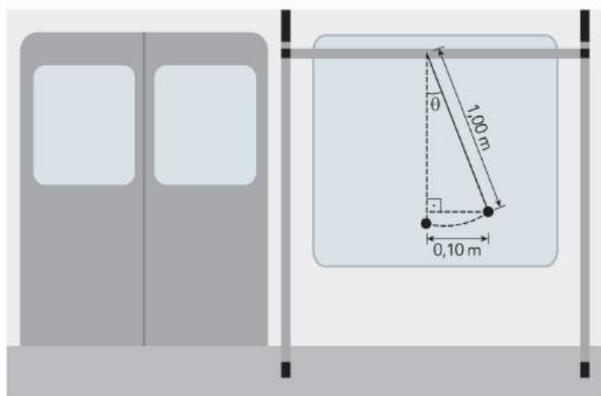


Sendo g o módulo da aceleração da gravidade, aponte a opção que mostra como varia o módulo da aceleração da extremidade direita da corda em função da coordenada x mostrada na figura II.

- A $g \cdot \frac{x}{L}$
- B $g \cdot \frac{2x}{L}$
- C $g \cdot \frac{2x}{3L}$
- D g

E Faltam dados para uma conclusão.

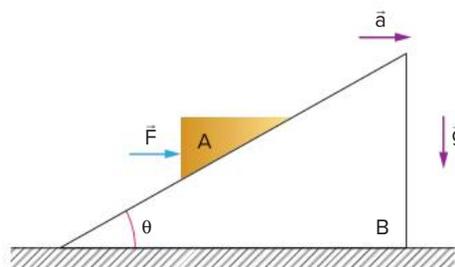
- 78 Uerj 2019 (Adapt.)** Em um dos vagões da composição do metrô, um sistema formado por um objeto com massa de $0,2 \text{ kg}$ e por um fio ideal de $1,00 \text{ m}$ de comprimento está fixado em uma barra de apoio. Enquanto a composição se movimenta com aceleração constante, observa-se que o objeto se desloca $0,10 \text{ m}$ na direção horizontal, formando um ângulo θ em relação à direção vertical, conforme ilustra o esquema.



Determine, em newtons, a tensão no fio.

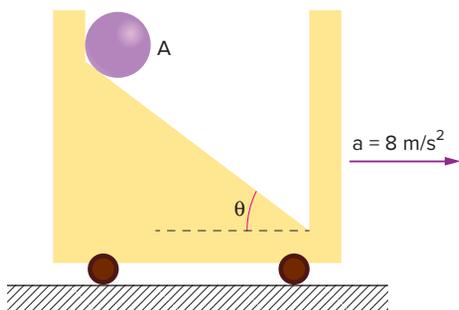
Dado: Aceleração constante: $1,10 \text{ m/s}^2$.

- 79 Fuvest** Duas cunhas, A e B, de massas M_A e M_B , respectivamente, deslocam-se juntas sobre um plano horizontal sem atrito, com aceleração constante \vec{a} , sob a ação de uma força horizontal \vec{F} aplicada à cunha A, como mostra a figura. A cunha A permanece parada em relação à cunha B, apesar de não haver atrito entre elas.



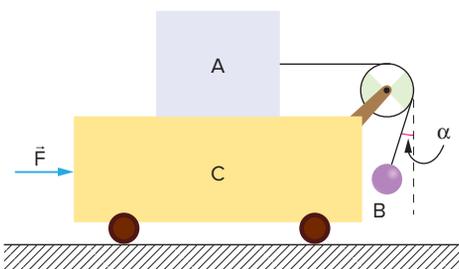
- Determine a intensidade da força \vec{F} aplicada à cunha A.
- Determine a intensidade da força \vec{F}_N que a cunha B aplica à cunha A.
- Sendo θ o ângulo de inclinação da cunha B, determine a tangente de θ .

80 O carrinho da figura desliza no plano horizontal com aceleração 8 m/s^2 . O corpo A possui 4 kg de massa e não há atrito entre o corpo e os planos de apoio.



Dados $\sin \theta = 0,60$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a força horizontal que a parede vertical exerce no corpo, considerando-o em repouso em relação ao carrinho.

81 No esquema da figura a seguir, tem-se o sistema locomovendo-se horizontalmente, sob a ação da resultante externa \vec{F} . A polia tem peso desprezível, o fio que passa pela mesma é ideal e a resistência do ar no local do movimento é irrelevante. Não há contato da esfera B com a parede vertical.



Sendo $m_A = 10,0 \text{ kg}$, $m_B = 6,00 \text{ kg}$, $m_C = 144 \text{ kg}$ e $g = 10,0 \text{ m/s}^2$, determine a intensidade de \vec{F} que faz com que não haja movimento dos dois corpos A e B em relação a C.

82 UEPG 2018 (Adapt.) Um observador encontra-se no interior de um vagão em movimento. Ele percebe que no teto do vagão há uma lâmpada suspensa por um fio, o qual faz um ângulo, constante, de 60° com o teto do vagão. Considerando que a massa total da lâmpada é 100 g e desprezando a massa do fio, assinale o que for correto.

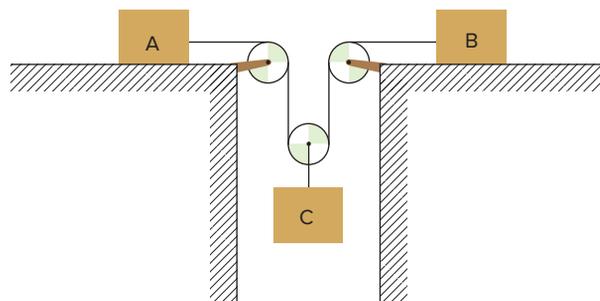
Dado: aceleração da gravidade = 10 m/s^2 .

01 A aceleração do vagão é $\frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ m/s}^2$.

- A inclinação da lâmpada se deve exclusivamente à força peso.
- A tensão no fio é $\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ N}$.
- Para um observador parado numa estação, o fio que suspende a lâmpada estaria numa direção perpendicular ao teto do vagão.
- Podemos afirmar que tanto um referencial situado no vagão quanto um referencial situado na estação são exemplos de referenciais inerciais.

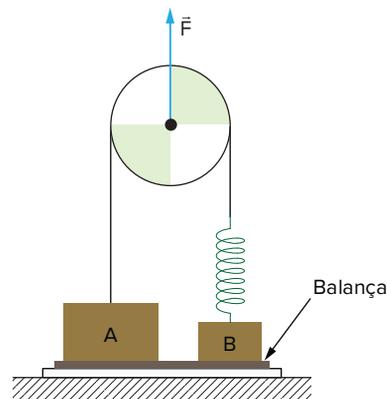
Soma:

83 No sistema representado na figura, os fios e as polias são ideais, não há atrito e as massas dos blocos A, B e C são, respectivamente, iguais a 15 kg , 10 kg e 24 kg . A aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s^2 . Sendo a_A , a_B e a_C os módulos das acelerações dos blocos A, B e C, respectivamente, determine:



- a relação entre a_A , a_B e a_C .
- os valores de a_A , a_B e a_C .
- o módulo da tração no fio que está ligado ao bloco A.

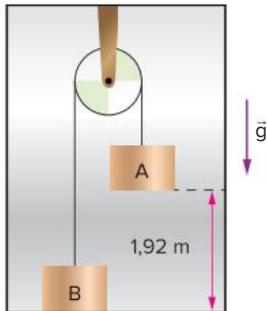
84 Na figura seguinte, os pesos da polia, do fio e da mola são desprezíveis e assume-se $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Sendo as massas de A e B iguais a 40 kg e 24 kg , respectivamente, a deformação da mola igual a 50 cm e a intensidade de \vec{F} igual a 720 N , determine:

- a constante elástica da mola, em N/m .
- o módulo das acelerações de A, de B e do eixo da polia.
- a indicação da balança sobre a qual repousam, inicialmente, os dois blocos.

- 85 A figura representa dois blocos, A e B, de massas respectivamente iguais a 3,00 kg e 1,00 kg, conectados entre si por um fio leve e inextensível, que passa por uma polia ideal, fixa no teto de um elevador. Os blocos estão inicialmente em repouso em relação ao elevador nas posições indicadas.



Admitindo que o elevador tenha aceleração de intensidade $2,0 \text{ m/s}^2$, vertical e orientada para cima, determine o intervalo de tempo necessário para o bloco A atingir o piso do elevador.

▶ **Dado:** Adote nos cálculos $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 86 UEM 2017 A respeito das forças fictícias, é correto afirmar que

- 01 não existem, independentemente do referencial adotado.
- 02 recebem este nome porque, de acordo com a mecânica newtoniana, apesar de produzirem efeitos mensuráveis, não é possível saber o agente causador dessas forças.
- 04 se um recipiente com água em seu interior, suspenso por uma corda, for colocado para girar em torno de seu eixo, a água não tenderá a se afastar do eixo de rotação, visto que as forças envolvidas são fictícias.
- 08 costuma-se utilizar uma máquina centrífuga para agilizar o processo de decantação, pois em referenciais em rotação surgem forças fictícias que auxiliam nesse processo.
- 16 são responsáveis pelo “empurrão” que um motorista sofre ao frear um carro em movimento, quando se adota o carro como referencial.

Soma:

FRENTE 2

CAPÍTULO

5

Resistores

Equipamentos elétricos, como aquecedor elétrico, chuveiro elétrico, ferro de passar roupa e a famosa “chapinha”, que fazem parte do nosso dia a dia, utilizam-se do efeito Joule, ou seja, eles se aquecem quando por eles passa corrente elétrica. Os bipolos elétricos, que convertem energia elétrica exclusivamente em calor, são denominados resistores e são o objeto de estudo deste capítulo.

O entendimento dos resistores e de seus efeitos e associações é fundamental para a resolução de circuitos elétricos, que serão estudados no próximo capítulo.

Resistores

Conforme definido no texto inicial, os resistores podem ser conceituados como bipolos elétricos que convertem energia elétrica exclusivamente em calor. A sua representação em circuitos elétricos é vista na figura a seguir.



Fig. 1 Representação esquemática de um resistor.

Na figura 2, tem-se um resistor utilizado em circuitos eletrônicos, e, na figura 3, uma resistência de chuveiro elétrico.



Fig. 2 Resistor utilizado em circuitos eletrônicos.



Fig. 3 Resistência de chuveiro elétrico.

Resistores ôhmicos e não ôhmicos

Seja um bipolo elétrico que converte energia elétrica exclusivamente em calor, ou seja, um resistor, conforme o que se vê na figura a seguir.



Fig. 4 Resistor.

Ao aplicar-se nos terminais A e B desse bipolo uma diferença de potencial U , tem-se uma corrente i , que se relaciona com a ddp U , por meio da sua resistência R , através da expressão já conhecida:

$$R = \frac{U}{i} \quad (\Omega, \text{ohm})$$

A grandeza resistência elétrica é muito importante, pois é um fator decisivo no desempenho de sistemas elétricos. Em alguns casos, é interessante que ela seja alta, como os isoladores e sistemas de proteção; em outros, é muito importante que ela seja reduzida, como nos sistemas de transmissão de energia elétrica.

Dependendo do comportamento, os resistores podem ser classificados em ôhmicos ou não ôhmicos.

Resistores ôhmicos

Conforme visto no capítulo anterior, os resistores ôhmicos são aqueles que obedecem à primeira lei de Ohm. Essa lei afirma que, para um resistor ser considerado ôhmico, a sua resistência deve ser constante a uma dada temperatura, ou seja, a relação entre tensão elétrica e corrente elétrica, para uma dada temperatura, deve ser constante.

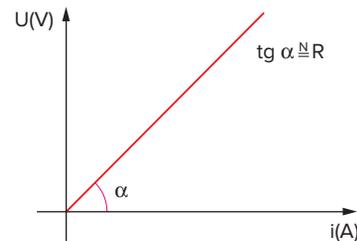


Fig. 5 Gráfico de tensão \times corrente de um resistor ôhmico.

Resistores não ôhmicos

Existem ainda os resistores não ôhmicos. Esses materiais apresentam características peculiares, que são definidas pela tecnologia empregada em sua construção e nas suas estruturas atômico-moleculares. Na figura 6, pode ser observada a curva de tensão aplicada em função da corrente que atravessa um condutor não ôhmico.

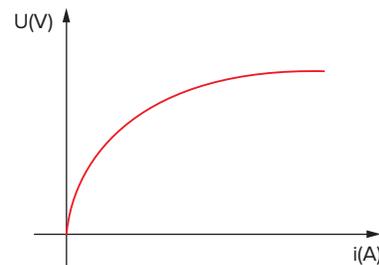


Fig. 6 Resistor não ôhmico.

Para se obter a resistência de qualquer material em um dado instante, basta dividir a tensão aplicada nos seus terminais pela corrente que o atravessa.

Potência dissipada em um resistor por efeito Joule

Conforme estudado no capítulo anterior, o efeito Joule é o aquecimento provocado quando um condutor não ideal é percorrido por corrente elétrica. No caso dos resistores, toda a potência elétrica por ele consumida é convertida em calor pelo efeito Joule.

Ainda utilizando-se do capítulo anterior, sabe-se que um bipolo elétrico, ao ser submetido a uma diferença de potencial U e ao ser percorrido por uma corrente i , consome uma potência elétrica P , dada por:

$$P = Ui$$

Da definição de resistência elétrica, tem-se que:

$$U = Ri \Leftrightarrow i = \frac{U}{R}$$

Combinando as equações de potência, tensão e corrente, pode-se escrever que a potência dissipada em um resistor por efeito Joule é dada por:

$$P_{\text{dissipada}} = \frac{U^2}{R} = Ri^2$$

À primeira vista, essas equações parecem conflitantes, já que em uma delas a resistência elétrica encontra-se no denominador e em outra encontra-se no numerador. Porém, elas expressam a mesma coisa e podem ser utilizadas indistintamente.

Todavia, dependendo da situação, é mais prática a utilização de uma ou outra equação. A seguir, serão exemplificadas as situações nas quais é melhor utilizar-se de uma ou outra equação.

a) Corrente constante – resistores em série

Considere a situação a seguir, na qual temos três resistores em série.

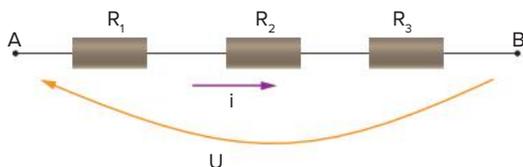


Fig. 7 Resistores em série.

Observa-se nesse caso que os três resistores são percorridos pela mesma corrente. Pergunta-se então: Como determinar o resistor que dissipa mais potência? Basta observar que, como a corrente é a mesma nos três resistores, a expressão para a potência dissipada por efeito Joule adequada para a comparação é:

$$P_{\text{dissipada}} = R \cdot i^2$$

Assim, o maior resistor dissipará a maior potência, e o menor resistor dissipará a menor potência.

b) Tensão constante – resistores em paralelo

Na situação da figura a seguir, temos três resistores em paralelo.

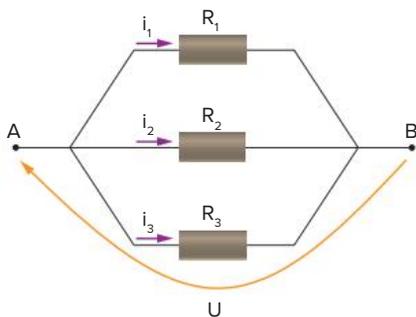


Fig. 8 Resistores em paralelo.

Na figura 8, vemos que os três resistores estão submetidos à mesma ddp U . Nessa situação, é feita a mesma pergunta: Como determinar o resistor que dissipa mais potência? Nesse caso, basta notar que, como a ddp é igual

nos três resistores, a melhor expressão para a comparação das potências dissipadas por efeito Joule é:

$$P_{\text{dissipada}} = \frac{U^2}{R}$$

Dessa forma, conclui-se que o menor resistor dissipará a maior potência e que o maior resistor dissipará a menor potência.

Um exemplo interessante desse segundo caso pode ser observado nas residências, onde a tensão é constante. Ao se desejar que um chuveiro elétrico aqueça mais, mudando a posição do controle de temperatura, deve-se diminuir a resistência do chuveiro, a fim de que haja maior dissipação de potência, já que a tensão é constante. O oposto ocorre quando se deseja que a temperatura do chuveiro diminua, aumentando-se a resistência.



Fig. 9 Chuveiro elétrico.

Exercício resolvido

1 Fuvest Ganhei um chuveiro elétrico de 6 050 W – 220 V. Para que esse chuveiro forneça a mesma potência na minha instalação, de 110 V, devo mudar a sua resistência para o seguinte valor, em ohms:

- A 0,5 B 1,0 C 2,0 D 4,0 E 8,0

Resolução:

Deseja-se que a potência em 110 V seja igual à potência em 220 V, ou seja:

$$P_{220} = P_{110} \\ \frac{(220)^2}{R_{220}} = \frac{110^2}{R_{110}} \Rightarrow R_{110} = \frac{R_{220}}{4}$$

Em seguida, utilizando-se a potência fornecida do chuveiro em 220 V, calcula-se a resistência elétrica do chuveiro em 220 V, tal que:

$$R_{220} = \frac{220^2}{P_{220}} \Rightarrow R_{220} = \frac{220 \cdot 220}{6\,050} = 8 \, \Omega$$

Assim, a resistência em 110 V deve ser igual a 2 Ω .

Resposta: Alternativa C.

Aplicação da dissipação por efeito Joule – lâmpadas incandescentes

As lâmpadas incandescentes, apesar do seu uso cada vez menor, devido à melhor eficiência das lâmpadas fluorescentes e LEDs (Light Emitting Diode – Diodos Emissores de Luz), continuam a ser uma importante fonte de iluminação nas residências e nos locais de trabalho. Uma lâmpada incandescente consiste em um filamento, que é uma resistência. Ao ser percorrido por corrente elétrica, essa resistência aquece-se a uma temperatura na qual emite luz. Esse filamento encontra-se no interior de um bulbo selado, no qual se tem um gás inerte que serve para se contrapor à pressão atmosférica externa. As lâmpadas incandescentes são identificadas por duas grandezas físicas: a potência elétrica de consumo nominal (W) e a sua tensão nominal (V), conforme se observa na figura a seguir, na qual se tem uma lâmpada de 100 W e 127 V:



Fig. 10 Lâmpada incandescente.

A representação esquemática de lâmpadas em circuitos elétricos é feita conforme mostra a figura 11.



Fig. 11 Representação esquemática de lâmpadas elétricas.

As lâmpadas são tratadas em circuitos elétricos como resistores cuja resistência é calculada com base em seus dados nominais. Por exemplo, uma lâmpada cujas especificações são 100 W – 110 V é tratada, na condição de estar ligada, como uma resistência elétrica dada por:

$$R_{\text{lâmpada}} = \frac{U_{\text{nominal}}^2}{P_{\text{nominal}}} \Rightarrow R_{\text{lâmpada}} = \frac{110^2}{100} = 121 \Omega$$

Observação: É importante ressaltar que a resistência calculada anteriormente é a resistência com a lâmpada em pleno funcionamento, já que, à temperatura ambiente, a resistência pode ser até 7 vezes menor do que a resistência calculada com base nos dados nominais. Esse efeito será estudado adiante neste capítulo.

Também com base nos dados nominais da lâmpada (potência de consumo e tensão nominal), pode-se determinar a corrente nominal, ou seja, a corrente consumida pela lâmpada se ela for ligada na sua tensão nominal. Para a lâmpada do exemplo, tem-se que:

$$i_{\text{nominal}} = \frac{P_{\text{nominal}}}{U_{\text{nominal}}} = \frac{100}{110} \approx 0,9 \text{ A}$$

Observação: Vale a pena ressaltar que a potência elétrica de consumo ou potência nominal não é a potência de brilho da lâmpada. Para o caso de lâmpadas incandescentes, a eficiência, ou seja, a relação entre a potência luminosa e a potência elétrica consumida, é baixa, o que vem favorecendo a maior utilização de lâmpadas fluorescentes.

Dependência da potência dissipada por efeito Joule com a diferença de potencial aplicada

Uma pergunta interessante que pode ser feita, principalmente no Brasil, onde há cidades nas quais as residências são alimentadas com 220 V e outras nas quais a ddp nas tomadas é 110 V, é a seguinte: O que ocorre se ligarmos uma lâmpada de 220 V em 110 V e vice-versa? A resposta é simples. Supondo que não haja variação da resistência elétrica com a ddp, tem-se que:

$$P_{220} = \frac{220^2}{R} \quad P_{110} = \frac{110^2}{R}$$

Dividindo uma expressão pela outra, tem-se que:

$$\frac{P_{220}}{P_{110}} = 4$$

Dessa forma, uma lâmpada de 110 V ligada em 220 V vai consumir 4 vezes mais potência elétrica e, conseqüentemente, brilhará mais, porém vai queimar. Por outro lado, ao ligarmos uma lâmpada de 220 V em 110 V, ela vai consumir quatro vezes menos potência, brilhando menos.

Generalizando, tem-se que, para duas tensões U e U_0 , a relação entre as potências dissipadas, respectivamente iguais a P e P_0 , é dada por:

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{U}{U_0} \right)^2$$

A expressão acima mostra que, para a resistência ser considerada constante, a relação entre as potências é igual ao quadrado da relação entre as tensões.

Exercício resolvido

- 2 PUC-SP** No lustre da sala de uma residência, cuja tensão de entrada é de 110 V, estão colocadas duas lâmpadas “queimadas” de potência nominal igual a 200 W cada, fabricadas para funcionarem ligadas à rede de 220 V. Para substituir as “queimadas” por uma única, que ilumine o ambiente da mesma forma que as duas lâmpadas anteriores iluminavam, será preciso
- A** 400 W – 110 V **D** 100 W – 110 V
B 200 W – 110 V **E** 100 W – 220 V
C 200 W – 220 V

Resolução:

Pelo exposto anteriormente, lâmpadas de 220 V ligadas em 110 V iluminam 4 vezes menos, ou seja, funcionam como uma lâmpada de 50 W. Assim, deve-se ligar uma lâmpada de 100 W – 110 V.

Resposta: Alternativa D.

Segunda lei de Ohm

A segunda lei de Ohm trata de relacionar a resistência de um resistor ôhmico com a sua geometria (comprimento e área de seção) e o material de que é feito. Observando a figura 12, é intuitivo pensar que, quanto maior a área de seção de um dado condutor, menor será a sua resistência.

Para compreender o que foi dito, basta fazer uma analogia com um cano de água. A água passa mais livremente através do cano com maior área de seção.

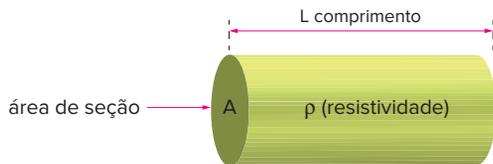


Fig. 12 Condutor e suas grandezas.

O comprimento do condutor também afeta a resistência; basta imaginar que, quanto maior a distância percorrida pelos portadores de carga no interior de um resistor ôhmico, maior a resistência por eles sofrida.

Por fim, é sabido que existem materiais melhores condutores do que outros. Por exemplo, o cobre conduz melhor do que o níquel, enquanto o ouro conduz melhor do que a prata. A grandeza que expressa o fato de um material ser melhor condutor que outro é a resistividade, indicada pela letra grega ρ . Essa grandeza é expressa no sistema internacional em $(\Omega \cdot \text{m})$ e cotidianamente em $\left(\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}\right)$.

Uma outra grandeza importante que caracteriza o aspecto condutor de um material é a sua condutividade, indicada pela letra grega σ . Essa grandeza é definida simplesmente como o inverso da resistividade, ou seja, $\sigma = \frac{1}{\rho}$,

cuja unidade no sistema internacional é S/m (Siemens por metro). Assim, quanto maior a condutividade de um condutor, menor a sua resistividade, e vice-versa.

Se expressarmos matematicamente a dependência da resistência com a área de seção do condutor (A), com o seu comprimento (ℓ) e com a sua resistividade (ρ) ou sua condutividade (σ), teremos que:

$$R = \frac{\rho \cdot \ell}{A} = \frac{\ell}{\sigma A}$$

Exercício resolvido

3 Unifesp Você constrói três resistências elétricas, R_A , R_B e R_C , com fios de mesmo comprimento e com as seguintes características:

- I. o fio de R_A tem resistividade $1,0 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ e diâmetro de 0,50 mm;
- II. o fio de R_B tem resistividade $1,2 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ e diâmetro de 0,50 mm;

- III. o fio de R_C tem resistividade $1,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ e diâmetro de 0,40 mm.

Pode-se afirmar que:

- A $R_A > R_B > R_C$
- B $R_B > R_A > R_C$
- C $R_B > R_C > R_A$
- D $R_C > R_A > R_B$
- E $R_C > R_B > R_A$

Resolução:

Pela segunda lei de Ohm, tem-se que:

$$R = \frac{\rho \cdot \ell}{A}$$

- I. Para o fio de resistência R_A :

$$R_A = \frac{1,0 \cdot 10^{-6} \cdot \ell}{\pi(0,25)^2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-5} \cdot \ell}{\pi}$$

- II. Para o fio de resistência R_B :

$$R_B = \frac{1,2 \cdot 10^{-6} \cdot \ell}{\pi(0,25)^2} = \frac{1,9 \cdot 10^{-5} \cdot \ell}{\pi}$$

- III. Para o fio de resistência R_C :

$$R_C = \frac{1,5 \cdot 10^{-6} \cdot \ell}{\pi(0,20)^2} = \frac{3,7 \cdot 10^{-5} \cdot \ell}{\pi}$$

Ou seja:

$$R_C > R_B > R_A$$

Resposta: Alternativa E.

Vale notar que o exercício poderia ser resolvido por simples inspeção, ou seja, já que os resistores A e B têm o mesmo comprimento e diâmetro e o resistor B tem resistividade maior do que a de A, conclui-se que $R_B > R_A$. Já o resistor R_C tem maior resistividade e é mais fino que o resistor B. Portanto, $R_C > R_B$.

Influência da temperatura na resistência de resistores ôhmicos

Quando foi definida a primeira lei de Ohm, ficou claro que havia uma relação entre a resistência e a temperatura, pois a primeira lei afirma que os resistores ôhmicos têm uma resistência constante a uma dada temperatura. Assim sendo, é válido perguntar qual é a dependência da resistência com a temperatura em resistores ôhmicos.

Essa resposta não é muito simples até que se afirme que o parâmetro mais sensível à variação da temperatura é a resistividade. Para a grande maioria dos materiais, um aumento de temperatura causa um aumento da resistividade. A variação da resistividade com a temperatura é, geralmente, bem maior do que a do comprimento e a da área de seção do condutor. Assim, para a maioria dos materiais, o fator que realmente define como vai variar a resistência com a temperatura é a resistividade do material. Essa relação pode ser escrita na forma:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$$

Na expressão anterior, ρ_0 é a resistividade do material a uma temperatura θ_0 , ρ é a resistividade do material a uma temperatura θ , $\Delta\theta$ é a variação de temperatura sofrida pelo material, e α é o coeficiente de temperatura da resistividade do material.

Observação: O coeficiente de temperatura da resistividade (α) é uma grandeza que representa o efeito final de dois fenômenos que acontecem no interior do condutor quando se varia a temperatura: um deles é a vibração das moléculas, que é diretamente proporcional à variação da temperatura, e o outro é o número de elétrons livres, que aumenta com a temperatura. Valores positivos de α indicam que o aumento de vibração se sobrepõe ao aumento de elétrons livres. Valores negativos de α indicam que o aumento do número de elétrons livres se sobrepõe ao aumento da vibração das moléculas, e valores próximos a zero de α indicam que os efeitos praticamente se anulam.

Material	ρ 20 °C $\left(\Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}\right)$	α (°C ⁻¹)
Prata	0,0159	0,0040
Cobre	0,0170	0,0040
Alumínio	0,270	0,0036
Ferro	0,0970	0,0050
Platina	0,0980	0,0039
Chumbo	0,2100	0,0042
Tungstênio	0,0550	0,0048
Mercúrio	0,9500	0,0009
Constantan	0,49	menor que 10^{-5}
Manganina	0,48	menor que 10^{-5}
Nicromo	1,12	0,00017
Grafite	0,4 a 0,7	$-2 \cdot 10^{-4}$ a $-8 \cdot 10^{-4}$

Tab. 1 Resistividade e coeficientes de temperatura.

Atenção

É comum confundir o coeficiente de temperatura com o coeficiente de dilatação do material, dado o fato de as equações de dilatação linear e a equação anteriormente apresentada serem muito parecidas, porém com coeficientes distintos.

Portanto, se um condutor possui uma resistência R_0 a uma temperatura θ_0 , ao variarmos a temperatura para θ , sua resistência será dada por:

$$R = R_0[1 + \alpha \cdot (\theta - \theta_0)]$$

Exercício resolvido

- 4 Um fio de alumínio tem 120 m de comprimento e $2,0 \text{ mm}^2$ de área na sua seção transversal. A resistividade do alumínio a 20 °C é $2,7 \cdot 10^{-2} \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ e

seu coeficiente de temperatura é $3,6 \cdot 10^{-3} \text{ °C}^{-1}$. Desprezam-se as variações nas dimensões do fio com a temperatura. Determine a resistência elétrica desse fio a 20 °C e a 100 °C.

Resolução:

A 20 °C, a resistência elétrica do fio é dada por $R_0 = \rho_0 \frac{\ell}{A}$,

sendo $\rho_0 = 2,7 \cdot 10^{-2} \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$, $\ell = 120 \text{ m}$ e $A = 2,0 \text{ mm}^2$.

Assim:

$$R_0 = 2,7 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{120}{2,0}$$

$$R_0 = 1,62 \Omega$$

Variando a temperatura de $\Delta\theta = 100 \text{ °C} - 20 \text{ °C} = 80 \text{ °C}$, e sendo $\alpha = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ °C}^{-1}$, a nova resistência R do fio será dada por:

$$R = R_0 (1 + \alpha\Delta\theta)$$

$$R = 1,62 (1 + 3,6 \cdot 10^{-3} \cdot 80)$$

$$R \approx 2,09 \Omega$$

Associação de resistores

Na tabela a seguir, observa-se os valores de resistências que são produzidos comercialmente no país:

Resistores comerciais			
1,0 ohm	1,1 ohm	1,2 ohm	1,3 ohm
1,5 ohm	1,6 ohm	1,8 ohm	2,0 ohm
2,2 ohm	2,4 ohm	2,7 ohm	3,0 ohm
3,3 ohm	3,6 ohm	3,9 ohm	4,3 ohm
4,7 ohm	5,1 ohm	5,6 ohm	6,2 ohm
6,8 ohm	7,5 ohm	8,2 ohm	9,1 ohm

Tab. 2 Valores comerciais de resistência.

Para obter os demais valores, basta multiplicar por 10, 10^2 , 10^3 , 10^4 , 10^5 , 10^6 ...

Observa-se na tabela 2 que nem todos os valores de resistência estão disponíveis para compra. Assim, se for necessária a obtenção de valores de resistência elétrica diferentes dos vendidos comercialmente, precisaremos associar os resistores a fim de obter valores convenientes de resistência elétrica.

Dessa forma, pode-se dizer que os resistores são associados para a obtenção de valores convenientes de resistência elétrica. O resistor equivalente (R_{eq}) aos resistores associados é, em seus efeitos físicos (dissipação de calor, corrente elétrica e ddp), idêntico a eles, ou seja, fisicamente é indiferente termos vários resistores associados ou substituí-los pelo seu valor equivalente.

Em princípio, os resistores podem ser associados em série e em paralelo. Essas associações serão discutidas a seguir.

Associação em série

Observe a figura a seguir.

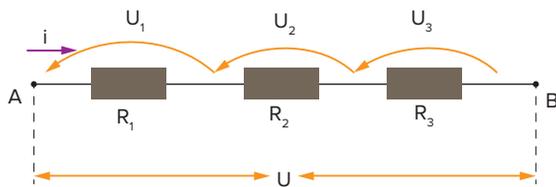


Fig. 13 Associação de resistores em série.

Pode-se ver na figura 13 que, se uma corrente i entrar pelo resistor R_1 , ela obrigatoriamente vai percorrer os resistores R_2 e R_3 , ou seja, a corrente que percorre os três resistores é a mesma. Nesse caso, dizemos que os resistores estão em série.

O que se quer agora é calcular uma resistência R equivalente que tenha os mesmos efeitos físicos que as resistências R_1 , R_2 e R_3 . Assim, se substituirmos as resistências pela resistência equivalente, não haverá nenhuma mudança no circuito.

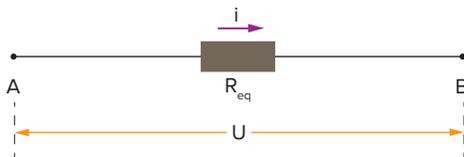


Fig. 14 Resistência equivalente entre A e B.

Para que a corrente i flua através da associação dos três resistores é necessário que haja uma diferença de potencial (ddp) U aplicada nos pontos A e B, de tal forma que a diferença de potencial total seja a soma das diferenças de potencial em cada um dos resistores, isto é:

$$U_{\text{total}} = U_1 + U_2 + U_3$$

em que U_1 , U_2 e U_3 são as tensões nos resistores R_1 , R_2 e R_3 , respectivamente, e U é a tensão total aplicada nos terminais A e B da associação.

A primeira lei de Ohm nos permite escrever que:

$$U_1 = R_1 \cdot i; U_2 = R_2 \cdot i; U_3 = R_3 \cdot i$$

Como queremos substituir os três resistores por um equivalente, vamos escrever que a tensão total U é igual ao produto da corrente i que atravessa os quatro resistores pela resistência equivalente, isto é:

$$U = R_{\text{equivalente}} \cdot i$$

Igualando as expressões anteriores, temos que:

$$U = R_{\text{equivalente}} \cdot i = \underbrace{R_1 \cdot i}_{U_1} + \underbrace{R_2 \cdot i}_{U_2} + \underbrace{R_3 \cdot i}_{U_3}$$

Finalmente, a resistência equivalente é dada por:

$$R_{\text{equivalente}} = R_1 + R_2 + R_3$$

Para generalizarmos o resultado, se houver n resistores em série, a resistência equivalente em série será simplesmente o somatório de todas as resistências, ou seja:

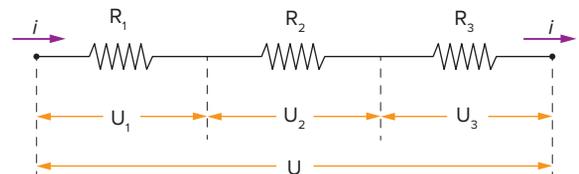
$$R_{\text{equivalente}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

Exercício resolvido

5 Têm-se três resistores de resistências elétricas $R_1 = 6,0 \, \Omega$; $R_2 = 10 \, \Omega$ e $R_3 = 20 \, \Omega$. Esses resistores são associados em série, e a associação é submetida à ddp $U = 180 \, \text{V}$. Determine:

- a resistência elétrica do resistor equivalente à associação.
- a intensidade de corrente que atravessa a associação.
- a ddp em cada um dos resistores associados.

Resolução:



- A resistência elétrica do resistor equivalente é dada por:

$$\begin{aligned} R_S &= R_1 + R_2 + R_3 \\ R_S &= 6,0 + 10 + 20 \\ R_S &= 36 \, \Omega \end{aligned}$$

- A intensidade da corrente que atravessa a associação é igual à da que atravessa o resistor equivalente quando submetido à mesma ddp.

Aplicando a primeira lei de Ohm:

$$\begin{aligned} U &= R_S \cdot i \\ i &= \frac{U}{R_S} = \frac{180}{36} \\ i &= 5,0 \, \text{A} \end{aligned}$$

- Aplicando novamente a primeira lei de Ohm a cada resistor associado, obtemos as respectivas diferenças de potencial:

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 \cdot i \\ U_1 &= 6,0 \cdot 5,0 \\ U_1 &= 30 \, \text{V} \\ U_2 &= R_2 \cdot i \\ U_2 &= 10 \cdot 5,0 \\ U_2 &= 50 \, \text{V} \\ U_3 &= R_3 \cdot i \\ U_3 &= 20 \cdot 5,0 \\ U_3 &= 100 \, \text{V} \end{aligned}$$

Atenção

- Se houver n resistores R iguais em série, a resistência equivalente será:

$$R_{\text{equivalente}} = n \cdot R$$

- A resistência equivalente em série é sempre maior do que a maior das resistências da associação.
- O cálculo da resistência equivalente é sempre realizado entre dois pontos do circuito. A escolha desses pontos afeta o cálculo da resistência equivalente. Essa observação também é válida para o cálculo de resistências em paralelo.

Associação em paralelo

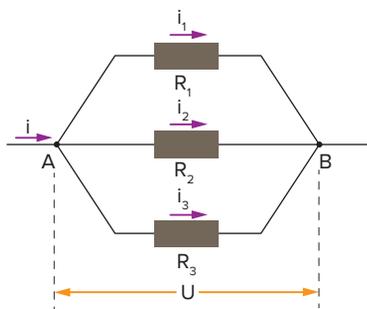


Fig. 15 Associação de resistores em paralelo.

Observa-se, pela figura acima, que os resistores R_1 , R_2 e R_3 estão conectados nos mesmos nós A e B, portanto a ddp nos resistores é igual. Quando associados dessa forma, dizemos que os resistores estão em paralelo (indicado por //).

Passemos agora ao cálculo da resistência equivalente entre os três resistores R_1 , R_2 e R_3 em paralelo. Para tal, basta observar, na figura 15, que a corrente i que entra na associação é igual à soma das correntes i_1 , i_2 e i_3 que percorrem os resistores.

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

A diferença de potencial sobre cada resistor em paralelo é a mesma, como afirmado anteriormente. Portanto, podemos escrever, com base na primeira lei de Ohm, que:

$$i_1 = \frac{U}{R_1}; i_2 = \frac{U}{R_2} \text{ e } i_3 = \frac{U}{R_3}$$

A corrente total i é a que atravessa a associação, ou seja, ela é equivalente ao quociente da ddp U pela resistência equivalente:

$$i = \frac{U}{R_{eq}}$$

Utilizando as três equações anteriores, tem-se que:

$$i = \frac{U}{R_{eq}} = \underbrace{\frac{U}{R_1}}_{i_1} + \underbrace{\frac{U}{R_2}}_{i_2} + \underbrace{\frac{U}{R_3}}_{i_3}$$

Portanto, podemos escrever que:

$$\frac{1}{R_{equivalente}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

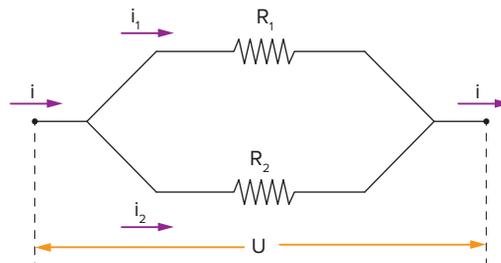
Para generalizarmos o resultado, se houver n resistores em paralelo, o inverso da resistência equivalente em paralelo será simplesmente o somatório de todas as resistências, ou seja:

$$\frac{1}{R_{equivalente}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Exercício resolvido

- 6 São associados em paralelo dois resistores de resistências elétricas $R_1 = 6,0 \, \Omega$ e $R_2 = 12 \, \Omega$. A associação é submetida à ddp $U = 48 \, \text{V}$. Determine:

- a resistência elétrica do resistor equivalente à associação.
- a intensidade da corrente que percorre o resistor equivalente.
- a intensidade da corrente que percorre cada um dos resistores associados.



Resolução:

- a) Como são dois resistores associados em paralelo, a resistência equivalente pode ser calculada pela razão entre o produto e a soma das resistências dos resistores associados:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_p = \frac{6,0 \cdot 12}{6,0 + 12} = \frac{72}{18}$$

$$R_p = 4,0 \, \Omega$$

- b) Aplicando a primeira lei de Ohm para o resistor equivalente, sendo $U = 48 \, \text{V}$, temos:

$$U = R_p \cdot i$$

$$i = \frac{U}{R_p}$$

$$i = \frac{48}{4,0}$$

$$i = 12 \, \text{A}$$

- c) A aplicação da primeira lei de Ohm a cada um dos resistores associados fornece:

$$i_1 = \frac{U}{R_1} \Rightarrow i_1 = \frac{48}{6,0} \Rightarrow i_1 = 8,0 \, \text{A}$$

$$i_2 = \frac{U}{R_2} \Rightarrow i_2 = \frac{48}{12} \Rightarrow i_2 = 4,0 \, \text{A}$$

Atenção

- Se houver n resistores R iguais em paralelo, a resistência equivalente será:

$$R_{equivalente} = \frac{R}{n}$$

- A resistência equivalente em paralelo é sempre menor do que a menor das resistências da associação.
- Uma fórmula bastante utilizada é a do cálculo da resistência entre dois resistores em paralelo. Se dois resistores R_1 e R_2 estão em paralelo, a resistência equivalente é dada por:

$$R_{equivalente} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\text{produto de } R_1 \text{ e } R_2}{\text{soma de } R_1 \text{ e } R_2}$$

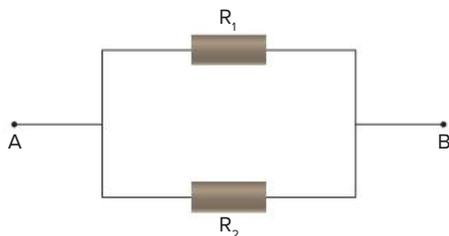


Fig. 16 Associação de dois resistores em paralelo.

Curto-circuito

O entendimento do termo “curto-circuito”, ou simplesmente curto, é crucial para a resolução e, principalmente, para o entendimento dos circuitos elétricos. De forma geral, tem-se a ideia de que a única forma de fazer com que ocorra curto entre dois pontos de um circuito elétrico é conectá-los através de um condutor ideal. Conforme será visto neste tópico, esta é uma das formas na qual é possível que dois pontos estejam em curto, porém há outras possibilidades.

Considere a figura a seguir, na qual podemos observar três resistores R_1 , R_2 e R_3 conectados entre os pontos A e C.

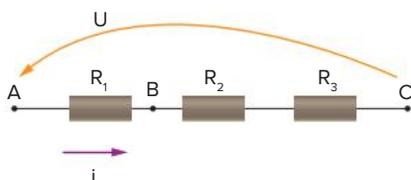


Fig. 17 Resistores em série.

Estando os três resistores em série, a corrente i é facilmente calculada como:

$$i = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Dessa forma, a ddp entre os pontos B e C é dada por:

$$U_{BC} = R_{BC} \cdot i = (R_2 + R_3) \cdot \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3}$$

A seguir, é colocado entre os pontos B e C um fio ideal, considerado com resistência elétrica nula, como se observa a seguir.

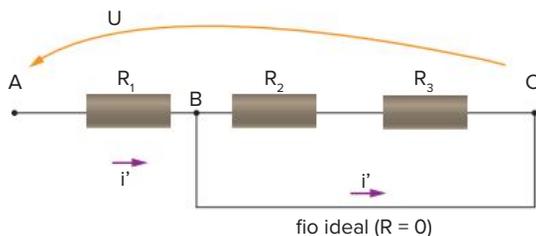


Fig. 18 Resistores R_2 e R_3 curto-circuitados.

A colocação do fio ideal altera a resistência entre os pontos A e C, tal que:

$$R_{AC} = R_1 + \underbrace{(R_2 + R_3)}_{R'_{BC}} // 0 = R_1$$

Consequentemente, a corrente também será alterada para um valor i' dado por:

$$i' = \frac{U}{R_{AC}} = \frac{U}{R_1}$$

Finalmente, a ddp entre os pontos B e C pode ser calculada como:

$$U'_{BC} = R'_{BC} \cdot i' = 0 \cdot i' = 0$$

Conclui-se que B e C estão em um mesmo potencial. Portanto, não há corrente circulando pelos resistores R_2 e R_3 , razão pela qual podem ser retirados do circuito. Alternativamente, se os pontos B e C se encontram em um mesmo potencial, eles podem ser unidos. Dessa forma, fica claro, conforme se vê na figura a seguir, que os resistores R_2 e R_3 podem ser retirados do circuito sem nenhuma alteração do seu funcionamento.

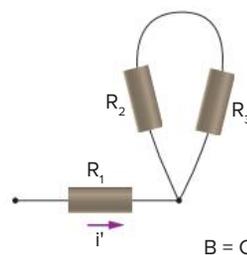


Fig. 19 Resistores R_2 e R_3 em curto.

Da análise feita anteriormente, pode-se concluir que dois pontos de um circuito estão em curto quando se encontram em um mesmo potencial elétrico. Isso pode ocorrer, como se verá a seguir na ponte de Wheatstone, mesmo que os pontos não estejam ligados por fios ideais. Também conclui-se que a resistência equivalente entre dois pontos de um circuito que estão em curto é nula.

Fusíveis e disjuntores

São dispositivos de segurança de circuitos que limitam a quantidade de corrente que pode passar naquele ramo do circuito onde eles estão ligados. Os fusíveis se abrem quando a corrente que os atravessa passa do limite estipulado.

Os disjuntores têm a mesma função, porém podem ser rearmados quando a corrente que o atravessa excede o limite estipulado.

Elemento	Figura	Símbolo
Disjuntor	 <small>Maknadsa/delningen Højer/Wikimedia Commons</small>	 30 A
Fusível	 <small>© James Hoenstine Dreamstime.com</small>	 20 A

Tab. 3 Imagens e símbolos de um disjuntor e de um fusível.

Reostatos

São resistores cuja resistência é variável. A sua representação no circuito é dada por onde os valores apresentados indicam a mínima e a máxima resistência do reostato.

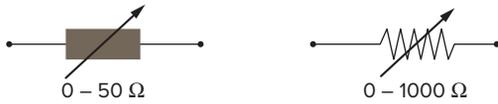


Fig. 20 Representação circuital dos reostatos.

Na figura a seguir, tem-se um reostato utilizado em laboratórios de física.

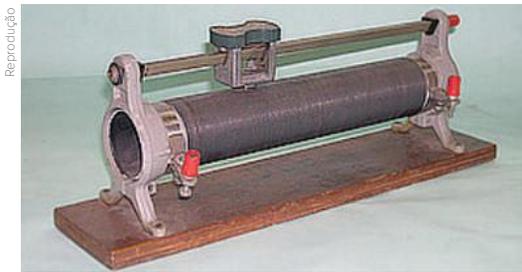


Fig. 21 Reostato.

É muito importante que o aluno entenda o funcionamento do reostato. Assim, será utilizada a ideia de curto-circuito. Na figura a seguir, é representado o esquema geral de funcionamento de um reostato.



Fig. 22 Esquema de funcionamento do reostato.

Na figura anterior, C é um cursor móvel que liga o fio ideal de resistência nula ao potencial A. Observa-se que, quando o cursor é movimentado na direção de B, o trecho da resistência AB em curto aumenta, o que faz com que a resistência diminua. Ao se movimentar o cursor na direção de A, tem-se que o trecho do resistor AB em curto diminui, o que faz com que a resistência aumente.

Resolução de circuitos elétricos simples envolvendo resistores

Inicialmente, é proposto o circuito da figura 23.

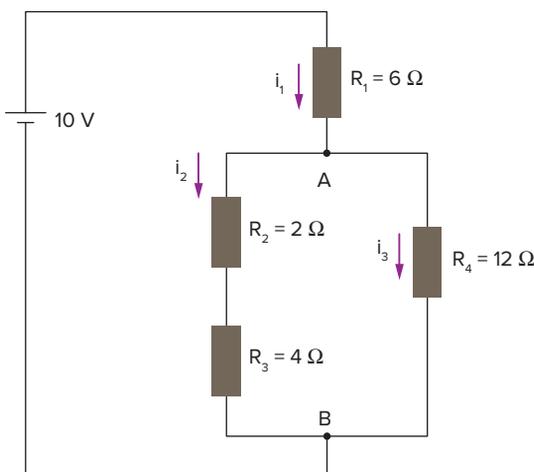


Fig. 23 Circuito em análise, forma original.

O que se deseja é resolver este circuito elétrico, o que significa ser capaz de determinar todas as tensões, correntes e potências nele envolvidas. Em circuitos puramente resistivos, a primeira coisa a fazer para a sua resolução é a determinação da resistência equivalente. Assim, as seguintes questões podem ser feitas:

- Qual é a corrente fornecida pela bateria?
- Qual é a tensão no resistor R_1 ?
- Qual é a corrente no resistor R_3 ?
- Qual é a potência dissipada no resistor R_4 ?

Para responder a essas perguntas, deve-se inicialmente realizar o cálculo da resistência equivalente.

Observa-se, inicialmente, que os resistores R_2 e R_3 estão em série, portanto podemos escrever que a resistência equivalente entre R_2 e R_3 vale:

$$R_{eq\left(\frac{2}{3}\right)} = 2 + 4 = 6 \Omega$$

E o circuito pode ser redesenhado da seguinte forma:

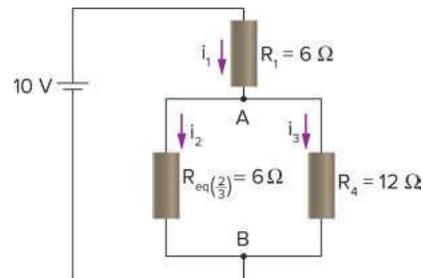


Fig. 24 Circuito com a primeira equivalência.

Observa-se que o resistor equivalente entre R_2 e R_3 está ligado nos mesmos nós que o resistor R_4 (nós A e B). Assim, $R_{eq\left(\frac{2}{3}\right)}$ e R_4 estão em paralelo e a resistência equivalente pode ser calculada por meio da expressão para o cálculo de duas resistências em paralelo. Logo, a resistência equivalente entre os pontos A e B será:

$$R_{eq\left(\frac{A}{B}\right)} = R_{eq\left(\frac{2}{3}\right)} // R_4 = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 4 \Omega$$

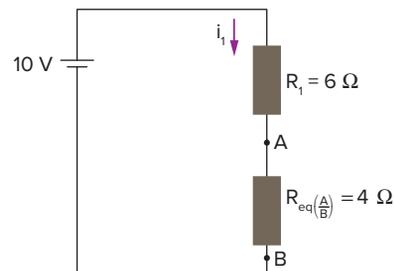


Fig. 25 Circuito com a segunda equivalência.

Finalmente, observa-se que a resistência R_1 está em série com a $R_{eq\left(\frac{A}{B}\right)}$, de tal forma que a resistência equivalente do circuito será:

$$R_{eq} = R_1 + R_{eq\left(\frac{A}{B}\right)} = 6 + 4 = 10 \Omega$$

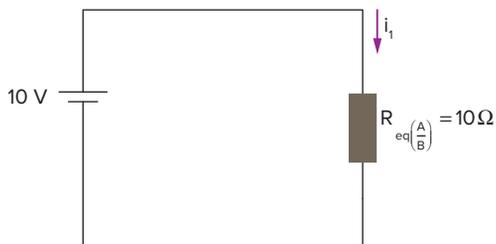


Fig. 26 Circuito equivalente final.

Assim sendo, já é possível responder à primeira pergunta: Qual é a corrente fornecida pela bateria?

A bateria “enxerga” 10Ω e, portanto, pela primeira lei de Ohm, tem-se que:

$$i_1 = \frac{U}{R_{eq}} = \frac{10}{10} = 1 \text{ A}$$

Para a determinação das correntes i_2 e i_3 , façamos inicialmente uma analogia. Imaginando-se a corrente como um escoamento em um cano, ao encontrar uma bifurcação, sendo uma mais fina e a outra mais grossa, é intuitivo que o escoamento no cano mais grosso seja maior, certo?

De fato, a corrente i_1 , ao chegar ao nó A, terá diante de si dois caminhos a percorrer: um deles com resistência 6Ω e o outro com resistência 12Ω . A analogia, então, é perfeita, pois o caminho de maior resistência assemelha-se ao cano mais estreito e o caminho com menor resistência assemelha-se ao cano mais grosso. Dessa forma, passará mais corrente no ramo de 6Ω e menos no de 12Ω .

Observando a figura 25, percebemos que a corrente i passa pelos resistores R_1 e $R_{eq(A/B)}$, de tal forma que a ddp entre os pontos A e B pode ser calculada como:

$$U_{AB} = i_1 \cdot R_{eq(A/B)} \Rightarrow U_{AB} = 1 \cdot 4 = 4 \text{ V}$$

Portanto, acabamos de determinar a diferença de potencial que está sobre os resistores $R_{eq(2/3)}$ e R_4 mostrados na figura 24.

Novamente pela primeira lei de Ohm:

$$U_{AB} = R_{eq(2/3)} \cdot i_2 \Rightarrow 4 = 6 \cdot i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{2}{3} \text{ A}$$

Da mesma forma:

$$U_{AB} = R_4 \cdot i_3 \Rightarrow 4 = 12 \cdot i_3 \Rightarrow i_3 = \frac{1}{3} \text{ A}$$

Com esses valores, fica relativamente fácil determinar, por exemplo, a potência dissipada no resistor R_4 .

$$P_4 = R_4 \cdot i_3^2 \Rightarrow P_4 = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow P_4 = \frac{4}{3} \text{ W}$$

Outra técnica interessante para se determinar as correntes i_2 e i_3 será apresentada agora.

Técnica para a determinação das correntes que passam em ramos em paralelo

Inicialmente, vamos para um caso em que há três resistores em paralelo para em seguida retornarmos ao nosso problema.

Observe a figura a seguir.

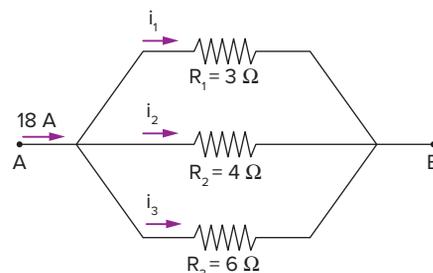


Fig. 27 Associação de resistores em paralelo.

O que se deseja saber é o valor de i_1 , i_2 e i_3 . Para tal, utilizaremos de uma técnica muito prática. Apresentaremos agora os passos a serem seguidos.

P₁ Determina-se o mmc (mínimo múltiplo comum) dos resistores em paralelo. Se em um ramo houver resistores em série, determina-se primeiro a resistência daquele ramo e, após, calcula-se o mmc. No nosso problema, o $\text{mmc}(3, 4, 6) = 12$.

P₂ Divide-se o mmc obtido pelo valor de cada resistência de cada ramo, conforme mostra a figura 28. Esse número é proporcional à corrente que passará por cada ramo.

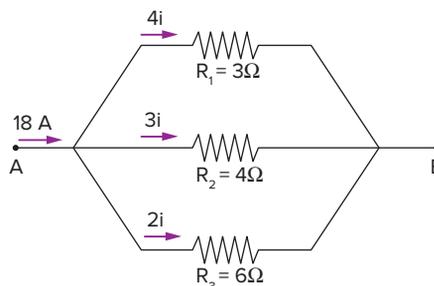


Fig. 28 Associação em paralelo com correntes proporcionais.

No nosso caso, pelo resistor de 3Ω passará uma corrente $4 \cdot i$; pelo resistor de 4Ω passará uma corrente $3 \cdot i$; e, pelo resistor de 6Ω , passará uma corrente $2 \cdot i$.

Com certeza, você deve estar se perguntando o porquê desse procedimento. Observe que, como os resistores estão em paralelo, a tensão em todos eles deve ser a mesma. Quando o mmc é calculado e dividido por cada resistência, o produto da corrente pela tensão fica constante, observe:

- no resistor de 3Ω , a corrente é $4 \cdot i$, ou seja:

$$U = R \cdot i = 3 \cdot 4 \cdot i = 12 \cdot i$$
- no resistor de 4Ω , a corrente é $3 \cdot i$, ou seja:

$$U = R \cdot i = 4 \cdot 3 \cdot i = 12 \cdot i$$
- no resistor de 6Ω , a corrente é $2 \cdot i$, ou seja:

$$U = R \cdot i = 6 \cdot 2 \cdot i = 12 \cdot i$$

Atenção

Com essa técnica fica fácil observar que no resistor de menor resistência passa a maior corrente e no de maior resistência, a menor corrente.

P₃ Cálculo da corrente: como a corrente de entrada é 18 A, o somatório da corrente que passa em cada um dos ramos deve ser igual a 18 A. Assim:

$$3 \cdot i + 4 \cdot i + 2 \cdot i = 18 \text{ A}$$

$$i = 2 \text{ A}$$

Como a corrente i_1 que passa no resistor de 3Ω é $4 \cdot i$, por esse resistor passará uma corrente i_1 , tal que:

$$i_1 = 4 \cdot i = 4 \cdot 2 = 8 \text{ A}$$

Similarmente, a corrente i_2 que passa pelo resistor de 4Ω é igual a $3 \cdot i$, tal que:

$$i_2 = 3 \cdot i = 3 \cdot 2 = 6 \text{ A}$$

Finalmente, a corrente i_3 que passa pelo resistor de 6Ω é igual a $2 \cdot i$, tal que:

$$i_3 = 2 \cdot i = 2 \cdot 2 = 4 \text{ A}$$

Vamos então terminar de responder às perguntas formuladas em relação ao circuito da figura 23, utilizando a técnica apresentada. Se você está lembrado, calculamos a resistência equivalente $R_{\text{equivalente}} = 10 \Omega$ e a corrente i_1 que a bateria fornece $i_1 = 1 \text{ A}$.

Tratemos, então, de responder às demais perguntas:

- Qual é a tensão no resistor R_1 ?
- Qual é a corrente no resistor R_3 ?
- Qual é a potência dissipada no resistor R_4 ?

Conforme se observa na figura a seguir, a corrente i_1 é a que passa pelo resistor R_1 . A partir daí, ela se divide no nó A pelos dois ramos nas correntes i_2 e i_3 . Assim sendo, a tensão no resistor R_1 é calculada aplicando-se diretamente a primeira lei de Ohm.

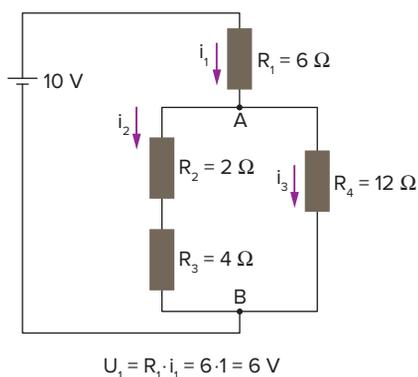


Fig. 29 Aplicação da primeira lei de Ohm.

Respondida a primeira pergunta, passemos à segunda: Qual é a corrente que passa no resistor R_3 ? Para responder

a essa pergunta, basta observar que a corrente que passa em R_3 é a corrente i_2 . Para calculá-la, basta aplicar a técnica ensinada anteriormente.

A corrente de chegada no nó é 1 A. Dessa forma, apliquemos os passos da técnica.

P₁ Cálculo do mmc: observamos que no ramo por onde passa i_2 há duas resistências; inicialmente, devemos calcular a resistência equivalente do ramo. Isso é muito simples, pois as duas estão em série, portanto basta somar as resistências. Assim sendo, devemos calcular o mmc entre 6Ω (resistência equivalente do ramo por onde passa i_2) e 12Ω (resistência equivalente do ramo por onde passa i_3).

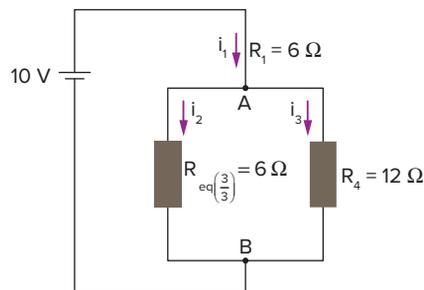


Fig. 30 Circuito com a primeira equivalência.

$$\text{mmc}(6,12) = 12$$

P₂ Divide-se o mmc por cada resistência dos ramos: assim sendo, temos que:

$$i_2 = \left(\frac{12}{6}\right) \cdot i = 2 \cdot i; i_3 = \left(\frac{12}{12}\right) \cdot i = i$$

P₃ Cálculo da corrente: como o somatório das correntes que passam pelos dois ramos deve ser igual a 1 A, podemos escrever que:

$$2 \cdot i + i = 1 \text{ A}; i = \frac{1}{3} \text{ A}$$

$$i_2 = 2 \cdot i = \frac{2}{3} \text{ A}; i_3 = i = \frac{1}{3} \text{ A}$$

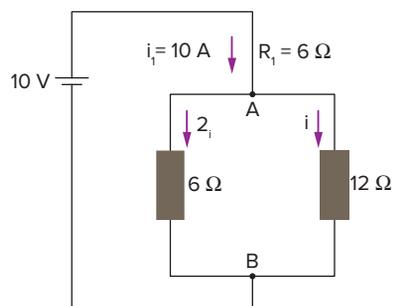


Fig. 31 Circuito com as correntes proporcionais.

Ao se determinar os valores de i_2 e i_3 , fica muito fácil responder à última pergunta: Qual é a potência dissipada no resistor R_4 ? Basta retornarmos ao início do capítulo e relembarmos que:

$$P_4 = R_4 \cdot i_3^2 \Rightarrow P_4 = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow P_4 = \frac{4}{3} \text{ W}$$

Pela resolução desse exemplo, pode ser observado que a resolução de circuitos é algo que deve ser feito com método, ou seja, existe uma sequência de passos que devem ser executados:

1. determinação da resistência equivalente;
2. determinação das correntes em cada um dos ramos;
3. determinação das tensões;
4. determinação das potências.

Podemos observar que por meio dos dois métodos encontramos valores iguais, portanto ambos são válidos na hora de resolver qualquer exercício.

Nem sempre um exercício vai pedir todas essas grandezas em todos os pontos do circuito. Porém, a sua determinação é fácil, desde que seja seguida uma ordem correta na obtenção daquelas grandezas.

A ponte de Wheatstone

A ponte de Wheatstone é uma associação especial de resistores que tem a sua utilidade prática na situação em que se encontra equilibrada e é apresentada na figura a seguir.

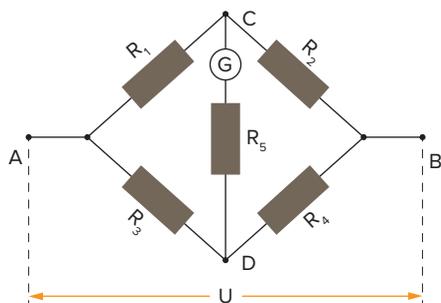


Fig. 32 Circuito de uma ponte de Wheatstone.

A ponte de Wheatstone encontra-se equilibrada na situação em que não há passagem de corrente elétrica pelo galvanômetro G, ou seja, os pontos C e D estão em curto, tal que:

$$U_{CD} = 0$$

Consequentemente, os resistores R_1 e R_2 ficam em série, da mesma forma que os resistores R_3 e R_4 , tal como se observa na figura 33.

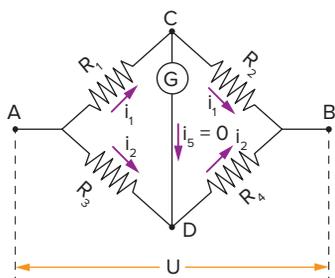


Fig. 33 Ponte de Wheatstone equilibrada.

Da figura tem-se que:

$$i_1 = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

$$i_2 = \frac{U}{R_3 + R_4}$$

Adotando-se o potencial nulo no ponto A e aplicando-se a condição de equilíbrio da ponte de Wheatstone, tem-se que os potenciais em C e D são, respectivamente, iguais a:

$$V_C = -R_1 \cdot i_1 = -R_1 \cdot \frac{U}{R_1 + R_2}$$

$$V_D = -R_3 \cdot i_2 = \frac{U}{-R_3 \cdot R_3 + R_4}$$

Igualando-se os potenciais em C e D, tem-se que:

$$V_C = V_D$$

$$-R_1 \cdot \frac{U}{R_1 + R_2} = -R_3 \cdot \frac{U}{R_3 + R_4}$$

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

A equação anterior é a condição de equilíbrio na ponte de Wheatstone.

Além da representação clássica da ponte de Wheatstone em circuitos elétricos, ela pode aparecer também indicada de outras formas. Por isso, é importante que o estudante seja capaz de identificá-la se ela for apresentada de maneira diferente, dado que o cálculo da resistência equivalente fica extremamente facilitado no caso em que haja o equilíbrio da ponte. A figura a seguir mostra outras topologias para a ponte de Wheatstone.

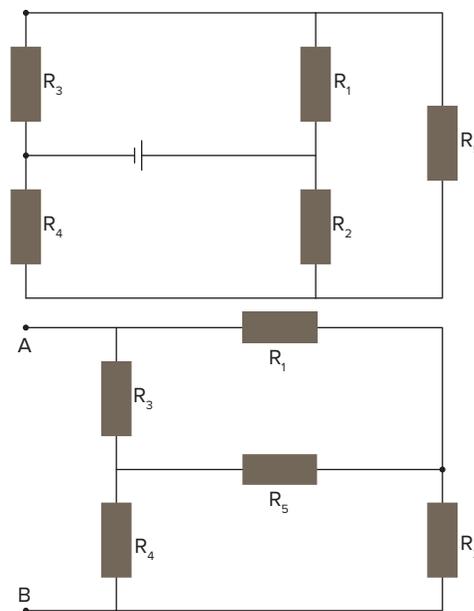
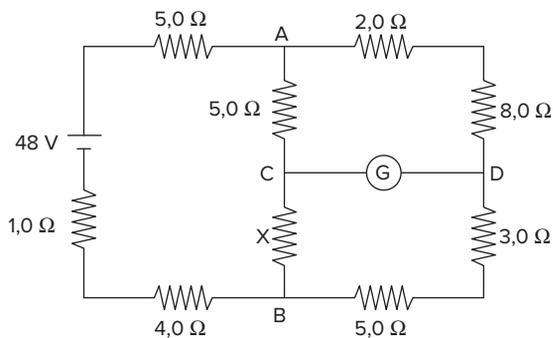


Fig. 34 Representações de pontes de Wheatstone.

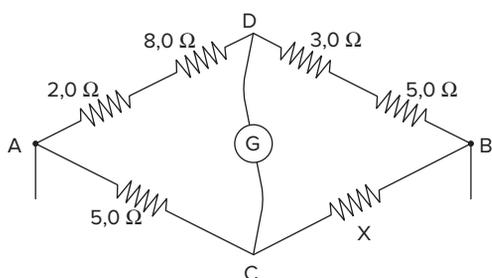
Exercício resolvido

- 7 No circuito esquematizado, o galvanômetro inserido não acusa passagem de corrente. Determine a resistência do resistor.



Resolução:

O trecho em que está o galvanômetro é uma ponte de Wheatstone em equilíbrio. Redesenhando esse trecho, teremos o esquema da figura.



Aplicando a propriedade de equilíbrio da ponte:

$$(2,0 + 8,0) \cdot R_X = (3,0 + 5,0) \cdot 5,0$$

$$10 R_X = 8,0 \cdot 5,0$$

$$R_X = \frac{40}{10}$$

$$R_X = 4,0 \Omega$$

Ponte de fio

Uma variação da montagem da ponte de Wheatstone é a ponte de fio. Essa montagem apresenta elevada precisão na medida de resistências desconhecidas.

Na montagem, R_X é uma resistência que se deseja determinar, enquanto R_P é uma resistência padrão, cujo valor é conhecido com elevada precisão.

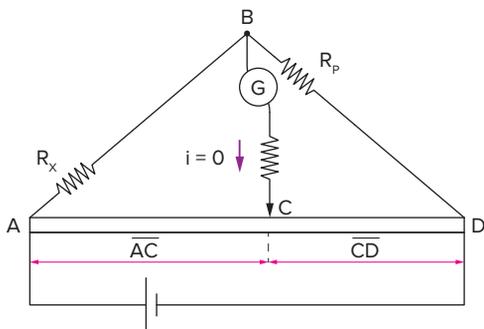


Fig. 35 Ilustração esquemática da ponte de fio.

Na figura 35, tem-se um fio AD homogêneo e de seção reta constante. C é um cursor móvel que pode deslizar sobre o fio AD. A posição do cursor é ajustada até que a corrente que passa pelo galvanômetro seja nula. Nessa condição, a ponte de fio, que na verdade é uma ponte, está equilibrada e, portanto, pode-se escrever que:

$$R_X R_{CD} = R_P R_{AC}$$

A segunda lei de Ohm permite escrever que:

$$R_X \cdot \frac{\rho \cdot \overline{CD}}{A} = R_P \cdot \frac{\rho \cdot \overline{AC}}{A}$$

$$R_X = \frac{R_P \cdot \overline{AC}}{\overline{CD}}$$

Método de cálculo da resistência equivalente envolvendo várias resistências

Muitas vezes nos deparamos com associações de resistores que, por possuírem vários resistores, dificultam o cálculo da resistência equivalente por não conseguirmos identificar as associações de resistores em série e em paralelo.

Nesses casos, uma técnica muito útil é a de numerarmos os nós da associação, de forma a podermos redesenhar o circuito de maneira que seja possível observar claramente quais resistores estão em série e quais estão em paralelo.

Na associação de resistores mostrada abaixo, deseja-se calcular a resistência equivalente entre os pontos A e F.

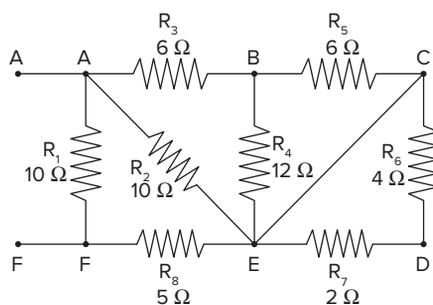


Fig. 36 Circuito com associações em série e em paralelo.

Vamos agora numerar os nós de A a F. Como se deseja calcular a resistência entre os pontos A e F, devemos partir de A e chegar a F de acordo com as seguintes regras:

- a cada nó é atribuída uma numeração. Ao passar de um nó a outro, mudamos a identificação;
- caso os nós estejam curto-circuitados, estes devem receber a mesma numeração. Assim sendo, podemos "juntar" os nós em um só, já que a resistência entre os dois nós curto-circuitados é nula;

- redesenhamos o circuito respeitando a numeração colocada em cada nó e realizamos o cálculo da resistência equivalente;
- os pontos entre os quais se deseja calcular a resistência equivalente recebem os números extremos.

Utilizando as regras anteriores, vamos então calcular a resistência equivalente entre os pontos A e F do circuito proposto inicialmente.

Partindo de A, atribuímos a esse ponto o número 1.

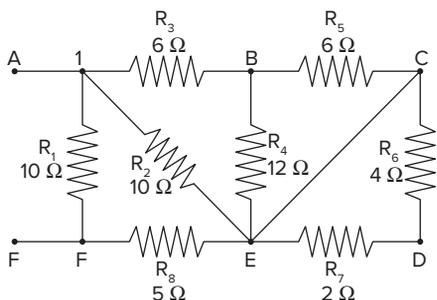


Fig. 37 Circuito com classificação primária dos nós.

Ao ir do nó A para o B, devemos mudar a numeração, de acordo com a regra 1. Então, atribuímos ao ponto B o número 2.

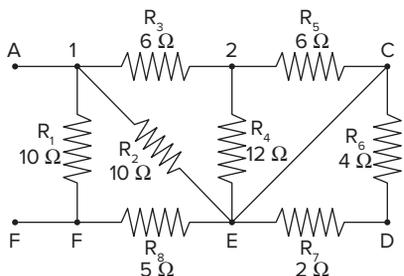


Fig. 38 Circuito com classificação dos nós.

Na sequência, ao ir do ponto B para o C, atribuímos ao ponto C o número 3. Como os pontos C e E estão curto-circuitados, o ponto E também deve receber o número 3, e, conseqüentemente, podemos “juntar” os pontos C e E, pois os resistores R6 e R7 estão curto-circuitados.

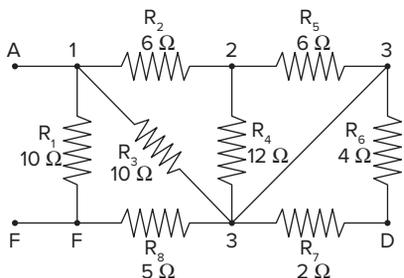


Fig. 39 Circuito com análise do curto-circuito.

Finalmente, ao ir do ponto E para o ponto F, atribuímos ao ponto F o número 4.

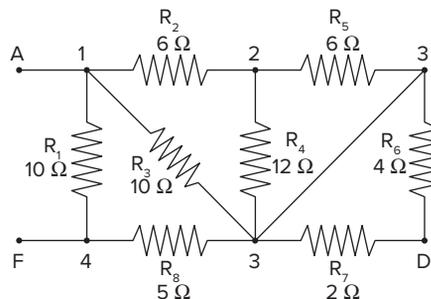


Fig. 40 Circuito com a classificação completa.

Agora, a tarefa fica muito mais simples. Basta redesenhar o circuito, de forma linear, de acordo com a numeração realizada.

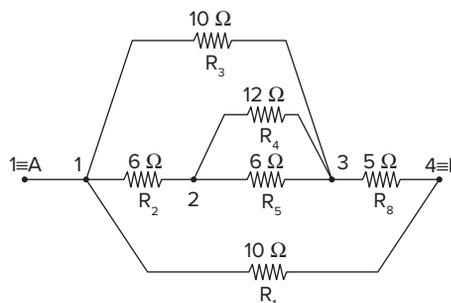


Fig. 41 Circuito final.

Na figura anterior, observa-se o circuito redesenhado. Compare com a penúltima figura.

- Do ponto 1, vai-se ao 2 através de R2.
- Do ponto 1, vai-se ao 3 através de R3.
- Do ponto 1, vai-se ao 4 através de R1.
- Do ponto 2, vai-se ao 3 através de R5.
- Do ponto 2, vai-se ao 3 através de R4.
- Do ponto 3, vai-se ao 4 através de R8.
- R6 e R7 estão curto-circuitados.

Observe que o circuito da figura 41 é o mesmo do início, com a diferença de que é muito mais fácil a visualização dos resistores em série e em paralelo.

Portanto, a resistência equivalente entre A e F é dada por:

$$R_{AF} = \{[R_3 // (R_2 + (R_4 // R_5)) + R_8] // R_1$$

$$R_{AF} = \{[10 // (6 + (12 // 6)) + 5] // 10\}$$

$$R_{AF} = \{[10 // (6 + 4) + 5] // 10\}$$

$$R_{AF} = \{[10 // 10] + 5\} // 10$$

$$R_{AF} = (5 + 5) // 10$$

$$R_{AF} = 10 // 10$$

$$R_{AF} = 5 \Omega$$

Revisando

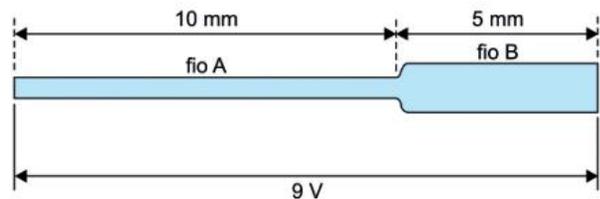
1 Unicamp Uma lâmpada incandescente (100 W, 120 V) tem um filamento de tungstênio de comprimento igual a 31,4 cm e diâmetro $4,0 \cdot 10^{-2}$ mm. A resistividade do tungstênio à temperatura ambiente é de $5,6 \cdot 10^{-8}$ ohm·m.

a) Qual a resistência do filamento quando ele está à temperatura ambiente?

b) Qual a resistência do filamento com a lâmpada acesa?

qual o valor da relação S_1/S_2 , sendo S_1 e S_2 as áreas das secções transversais desse revestimento quando o fio A mede 5 mm e 10 mm, respectivamente?

b) Em seguida, o fio A esticado e com 10 mm de comprimento foi associado em série com o fio B, com seu comprimento original de 5 mm. Essa associação foi submetida a uma diferença de potencial constante de 9 V, conforme a figura.



Calcule a potência dissipada, em watts, por essa associação.

2 Unifesp 2019 Algumas espécies de aranha tecem teias com fios de seda seca revestidos com uma solução que os deixa higroscópicos, ou seja, capazes de absorver a umidade do ar, tornando-os bons condutores elétricos. Para estudar as propriedades elétricas desses fios, um pesquisador tinha disponíveis dois deles (fio A e fio B), idênticos, e ambos originalmente com 5 mm de comprimento. Um desses fios (fio A) foi lentamente esticado até que dobrasse de comprimento, tendo sua espessura diminuída. A resistência elétrica desses dois fios, em função de seu comprimento, está registrada na tabela.

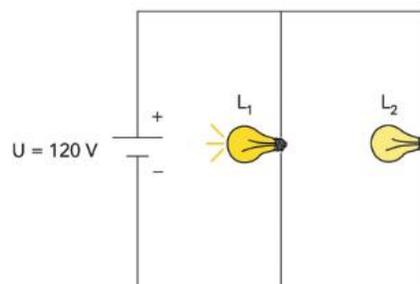
Resistência dos fios ($10^9 \Omega$)	9	19	41	63
Comprimento dos fios (mm)	5	7	9	10

a) Considerando que a condutividade desses fios se deva apenas ao revestimento aquoso de espessura uniforme ao longo de seus comprimentos e que a resistividade desses revestimentos seja constante,

3 Uerj 2020 Observe na tabela as características de fábrica das lâmpadas L_1 e L_2 :

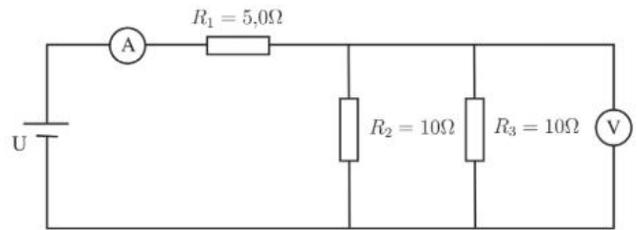
LÂMPADA	TENSÃO (V)	POTÊNCIA (W)
L1	120	120
L2	240	144

L_1 e L_2 foram associadas em paralelo a uma tensão $U = 120$ V, conforme representado na figura:



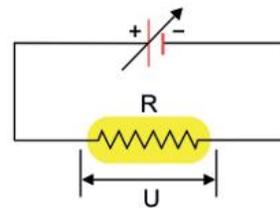
Nessas condições, calcule a resistência equivalente do circuito, em ohms, e o valor da potência dissipada pela lâmpada L_2 , em watts.

4 ITA 2018 No circuito abaixo os medidores de corrente e de tensão elétrica possuem resistência interna. Sabendo-se que a fonte fornece a ddp U , o voltímetro mede $4,0\text{ V}$, o amperímetro mede $1,0\text{ A}$ e que os valores das resistências R_1 , R_2 e R_3 estão indicadas na figura, calcule o valor da resistência interna do voltímetro.

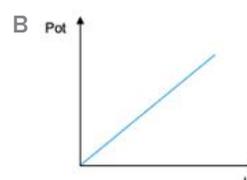
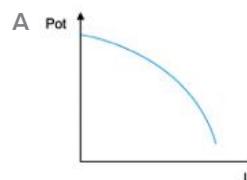


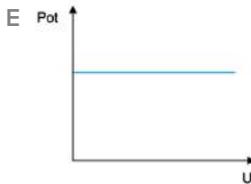
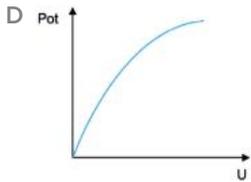
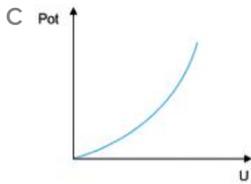
Exercícios propostos

- 1 Uece 2016** O rádio de um carro é conectado por dois fios à bateria (12 V) através de um interruptor. Considerando a resistência elétrica do interruptor desprezível e que a corrente elétrica fornecida ao rádio é 2 A , é correto afirmar que a potência dissipada no interruptor é
- A 12 W .
 B 24 W .
 C 2 W .
 D zero.
- 2 UCS 2016** Em dias muito úmidos, é comum os vidros dos carros embaçarem. O vidro traseiro geralmente tem um circuito elétrico desembaçador. Se tal circuito, submetido a uma diferença de potencial de 12 V , precisa consumir uma potência de 4 W para eliminar a umidade sobre ele, qual o valor de resistência elétrica que ele necessita possuir?
- A $4\ \Omega$
 B $24\ \Omega$
 C $28\ \Omega$
 D $31\ \Omega$
 E $36\ \Omega$
- 3 Unesp 2017** Um resistor ôhmico foi ligado a uma fonte de tensão variável, como mostra a figura.



Suponha que a temperatura do resistor não se altere significativamente com a potência dissipada, de modo que sua resistência não varie. Ao se construir o gráfico da potência dissipada pelo resistor em função da diferença de potencial U aplicada a seus terminais, obteve-se a curva representada em:





4 **Esc. Naval 2017** Um chuveiro elétrico opera em uma rede elétrica de 220 volts dissipando 7600 J/s de calor em sua resistência. Se esse mesmo chuveiro for conectado a uma rede de 110 volts, a potência dissipada, em J/s, passará a ser de

- A 5700
- B 3800
- C 2533
- D 1900
- E zero

5 **Udesc** Uma pessoa resolve tomar banho e liga um chuveiro elétrico de 220 V, o qual dissipa uma potência de 2,4 kW. Após o banho, utiliza um secador de cabelo, cuja potência elétrica é 1 kW, deixando-o ligado meia hora, para secagem dos cabelos.

Descreva detalhadamente todos os procedimentos e raciocínios utilizados, para responder aos itens a seguir.

- a) Qual a energia gasta pelo secador, nesse intervalo de tempo?
- b) Se 1 kW (um quilowatt-hora) custa R\$ 6,00, quanto custará a secagem dos cabelos?
- c) Desejando duplicar a variação de temperatura da água, mantendo constante sua vazão, qual deve ser a nova resistência do chuveiro?

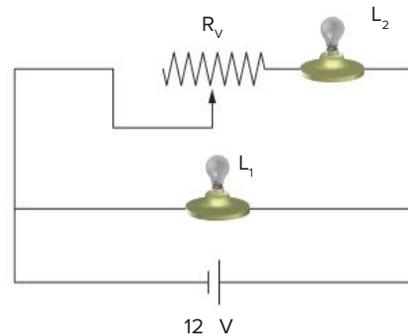
6 **Unicamp** Um fusível é um interruptor elétrico de proteção que queima, desligando o circuito, quando a corrente ultrapassa certo valor. A rede elétrica de 110 V de uma casa é protegida por fusível de 15 A. Dispõe-se dos seguintes equipamentos: um aquecedor de água de 2200 W, um ferro de passar de 770 W e lâmpadas de 100 W.

- a) Quais desses equipamentos podem ser ligados na rede elétrica, um de cada vez, sem queimar o fusível?

- b) Se apenas lâmpadas de 100 W são ligadas na rede elétrica, qual o número máximo dessas lâmpadas que podem ser ligadas simultaneamente sem queimar o fusível de 15 A?

7 **UFG** Duas lâmpadas, L_1 e L_2 , quando ligadas isoladamente em 12 V, exibem, respectivamente, potências de 4 W e 9 W.

Uma resistência variável R_V é ligada em série a L_2 e o conjunto é ligado em paralelo à lâmpada L_1 e a uma fonte 12 V, como mostra a figura a seguir. Qual deve ser o valor de R_V para que o brilho de L_2 seja idêntico ao de L_1 ?



8 **Cesgranrio** Um aquecedor elétrico de imersão é constituído por um resistor de 15 ohms e funciona sob tensão de 120 volts. Esse aparelho é utilizado para aquecer 900 g de água inicialmente a 20 °C. Considerando que todo o calor gerado é absorvido pela água e que o calor específico da água seja $4,0 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, então, em quantos minutos a água começará a ferver?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 5

9 **Enem** Lâmpadas incandescentes são normalmente projetadas para trabalhar com a tensão da rede elétrica em que serão ligadas. Em 1997, contudo, lâmpadas projetadas para funcionar com 127 V foram retiradas do mercado e, em seu lugar, colocaram-se lâmpadas concebidas para uma tensão de 120 V.

Segundo dados recentes, essa substituição representou uma mudança significativa no consumo de energia elétrica para cerca de 80 milhões de brasileiros que residem nas regiões em que a tensão da rede é de 127 V. A tabela abaixo apresenta algumas características de duas lâmpadas de 60 W, projetadas, respectivamente, para 127 V (antiga) e 120 V (nova), quando ambas encontram-se ligadas numa rede de 127 V.

Lâmpada (projeto original)	60 W–127 V	60 W–120 V
Tensão da rede elétrica	127 V	127 V
Potência medida (Watt)	60	65
Luminosidade (lúmens)	750	920
Vida útil média (horas)	1.000	452

Acender uma lâmpada de 60 W e 120 V em um local onde a tensão na tomada é de 127 V, comparativamente a uma lâmpada de 60 W e 127 V no mesmo local tem como resultado:

- A mesma potência, maior intensidade de luz e maior durabilidade.
- B mesma potência, maior intensidade de luz e menor durabilidade.
- C maior potência, maior intensidade de luz e maior durabilidade.
- D maior potência, maior intensidade de luz e menor durabilidade.
- E menor potência, menor intensidade de luz e menor durabilidade.

10 Faap Calcule o trabalho realizado pela corrente elétrica na lâmpada de uma lanterna durante 5 minutos, se a tensão na lâmpada for 3,5 volts e a intensidade de corrente 0,25 amperes.

- A Aproximadamente 4,4 joules.
- B Aproximadamente 263 joules.
- C Aproximadamente 26,3 joules.
- D Aproximadamente 44,0 joules.
- E Aproximadamente 2.630 joules.

11 FEI Um chuveiro de 4000 W e 220 V teve sua resistência danificada. Para consertar, sua resistência foi cortada ao meio, e aproveitou-se apenas a metade. Qual é a nova potência do chuveiro?

- A 2000 W
- B 4000 W
- C 3000 W
- D 6000 W
- E 8000 W

12 Fatec Uma massa de 100 g de água a 5 °C é aquecida por meio de um resistor de 100 Ω ligado a uma fonte de tensão de 100 V.

Dados: 1 cal = 4,2 J; calor específico da água: 1 cal/g·°C.

Supondo-se que todo calor fornecido pelo resistor seja absorvido pela água, após 42 segundos, a temperatura da água, em °C, será:

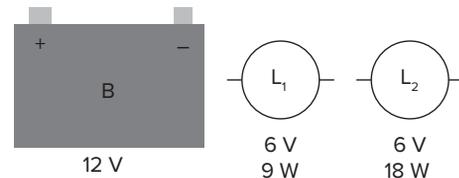
- A 15
- B 25
- C 35
- D 45
- E 55

13 Fuvest O circuito elétrico do enfeite de uma árvore de Natal é constituído de 60 lâmpadas idênticas (cada uma com 6 V de tensão de resistência de 30 ohms) e uma fonte de tensão de 6 V com potência de 18 watts que liga um conjunto de lâmpadas de cada vez, para produzir o efeito pisca-pisca.

Considerando-se que as lâmpadas e a fonte funcionam de acordo com as especificações fornecidas, calcule:

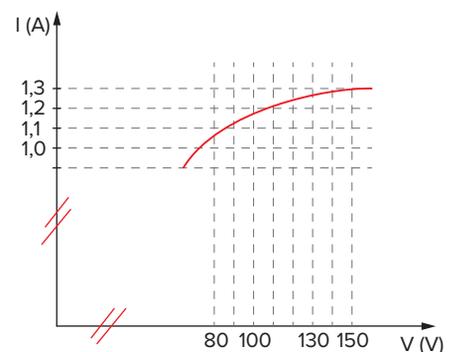
- a) a corrente que circula através de cada lâmpada quando acesa.
- b) o número máximo de lâmpadas que podem ser acesas simultaneamente.

14 Fuvest Você dispõe dos elementos: uma bateria para automóvel B e inúmeras lâmpadas incandescentes dos tipos L₁ e L₂ caracterizadas na figura a seguir. Em suas respostas, use apenas esses elementos e represente com linhas contínuas os fios de ligação. Identifique claramente os elementos utilizados.



- a) Esquematize uma montagem utilizando 6 lâmpadas, sendo pelo menos uma de cada tipo, que fiquem acesas em suas condições nominais (indicadas na figura) e determine a corrente fornecida pela bateria.
- b) Esquematize, se possível, uma montagem utilizando apenas 3 lâmpadas que fiquem acesas em suas condições nominais e determine a corrente fornecida pela bateria. Caso seja impossível, escreva "impossível" e justifique.

15 Fuvest Um certo tipo de lâmpada incandescente comum, de potência nominal 170 W e tensão nominal 130 V, apresenta a relação da corrente (I), em função da tensão (V), indicada no gráfico a seguir:



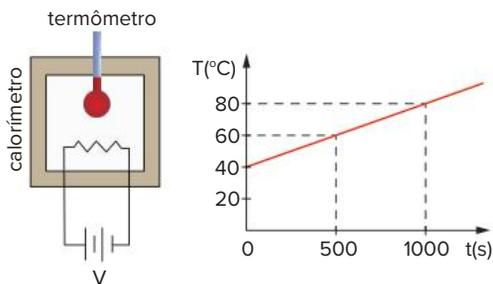
Suponha que duas lâmpadas (A e B), desse mesmo tipo, foram utilizadas, cada uma, durante 1 hora, sendo:

- A – em uma rede elétrica de 130 V
- B – em uma rede elétrica de 100 V

Ao final desse tempo, a diferença entre o consumo de energia elétrica das duas lâmpadas, em watt · hora (Wh), foi aproximadamente de:

- A 0 Wh
- B 10 Wh
- C 40 Wh
- D 50 Wh
- E 70 Wh

16 Fuvest Um calorímetro, constituído por um recipiente isolante térmico ao qual estão acoplados um termômetro e um resistor elétrico, está completamente preenchido por 0,400 kg de uma substância cujo calor específico deseja-se determinar. Num experimento em que a potência dissipada pelo resistor era de 80 W, a leitura do termômetro permitiu a construção do gráfico da temperatura T em função do tempo t , mostrado na figura adiante. O tempo t é medido a partir do instante em que a fonte que alimenta o resistor é ligada.



- Qual o calor específico da substância em joules/ $(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})$?
- Refaça o gráfico da temperatura em função do tempo, no caso da tensão V da fonte que alimenta o resistor ser reduzida à metade.

17 UFSC Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- Para a maioria dos metais a resistividade diminui quando há um aumento na temperatura.
- A dissipação de energia por efeito Joule num resistor depende do sentido da corrente e independe da tensão aplicada sobre ele.
- Para dois condutores de mesmo material e mesmo comprimento, sendo que um tem o dobro da área de seção do outro, teremos uma mesma intensidade de corrente se aplicarmos a mesma tensão sobre ambos.
- Para um condutor ôhmico um aumento de tensão corresponde a um aumento proporcional de corrente elétrica.
- Ao se estabelecer uma corrente elétrica num fio metálico submetido a uma certa tensão contínua, teremos prótons se movendo do polo positivo ao negativo.
- Os metais geralmente são bons condutores de eletricidade e de calor.

Soma:

18 Efofm 2019 Dona Marize, numa noite fria de inverno, resolveu fazer café. Entretanto, percebeu que não havia água para fazer o café. Dona Marize teve uma ideia, pegou cubos de gelo do congelador de massa total 1,5 Kg a -8°C e com o calor fornecido por um ebulidor, transformou-os em água a 90°C , num intervalo de tempo de 700 s. O ebulidor foi ligado a uma fonte de tensão contínua de 150 V. Determine o valor da resistência elétrica do ebulidor em ohms, supondo que 60% da potência elétrica dissipada no resistor seja aproveitada para a realização do café.

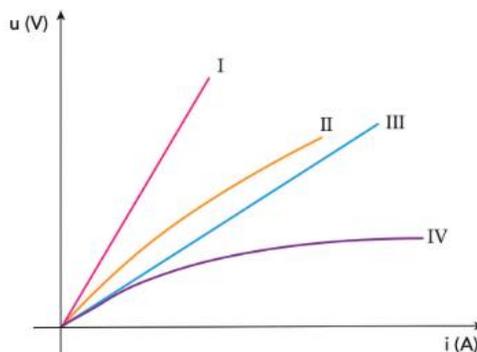
- A 2,26 C 6,63 E 10,40
 B 4,45 D 8,62

Dados:

$1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$.

Calor específico da água = $1 \text{ cal/g}\cdot\text{K}$. Calor específico do gelo = $0,5 \text{ cal/g}\cdot\text{K}$. Calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g .

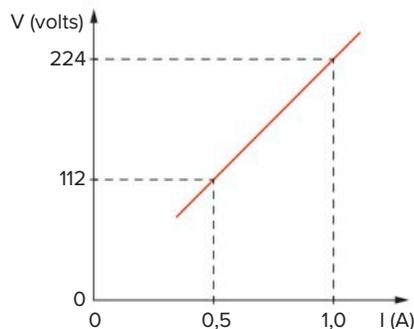
19 Uerj 2020 Em um experimento, quatro condutores, I, II, III e IV, constituídos por metais diferentes e com mesmo comprimento e espessura, estão submetidos à tensão elétrica. O gráfico abaixo apresenta a variação da tensão u em cada resistor em função da corrente elétrica i .



O condutor que apresenta a maior resistividade elétrica é:

- A I B II C III D IV

20 UFPE Um fio de diâmetro igual a 2 mm é usado para a construção de um equipamento médico. O gráfico da diferença de potencial nas extremidades do fio em função da corrente é indicado na figura a seguir. Qual o valor em ohms da resistência de um outro fio, do mesmo material que o primeiro, de igual comprimento e com o diâmetro duas vezes maior?



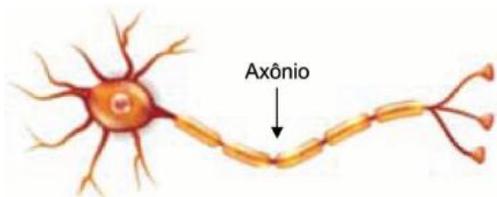
21 Unicamp Uma cidade consome $1,0 \cdot 10^8 \text{ W}$ de potência e é alimentada por uma linha de transmissão de 1000 km de extensão, cuja voltagem, na entrada da cidade, é 100000 volts. Essa linha é constituída de cabos de alumínio cuja área da seção reta total vale $A = 5,26 \cdot 10^3 \text{ m}^2$. A resistividade do alumínio é $\rho = 2,63 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$.

- Qual a resistência dessa linha de transmissão?
- Qual a corrente total que passa pela linha de transmissão?
- Que potência é dissipada na linha?

- 22 Cesgranrio** Um fio cilíndrico de comprimento ℓ e raio de seção reta r apresenta resistência R . Um outro fio, cuja resistividade é o dobro da primeira, o comprimento é o triplo, e o raio $\frac{r}{3}$, terá resistência igual a:

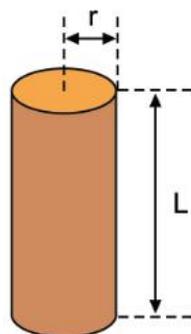
A $\frac{R}{54}$ B $2R$ C $6R$ D $18R$ E $54R$

- 23 Fac. Albert Einstein 2019** O axônio é a parte da célula nervosa responsável pela condução do impulso nervoso, que transmite informações para outras células.



Várias propriedades elétricas dos axônios são regidas por canais iônicos, que são moléculas de proteínas que se estendem ao longo de sua membrana celular. Quando aberto, um canal iônico possui um poro preenchido por um fluido de baixa resistividade. Pode-se modelar cada canal iônico como um cilindro de comprimento $L = 12 \text{ nm}$ com raio da base medindo $r = 0,3 \text{ nm}$.

Modelo de um canal iônico

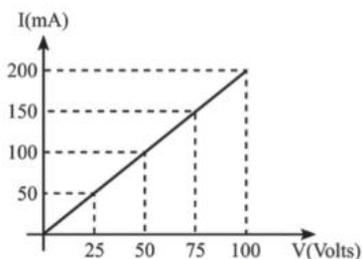


Fora de escala

Adotando $\pi = 3$, sabendo que $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ e que a resistência elétrica de um canal iônico típico é $10^{11} \Omega$, a resistividade do fluido que o preenche é

A $2,25 \Omega \cdot \text{m}$. C $4,50 \Omega \cdot \text{m}$. E $1,12 \Omega \cdot \text{m}$.
 B $0,56 \Omega \cdot \text{m}$. D $9,00 \Omega \cdot \text{m}$.

- 24 EEAR 2019** O gráfico a seguir corresponde ao comportamento da corrente elétrica que percorre um condutor, em função da diferença de potencial a ele aplicada.



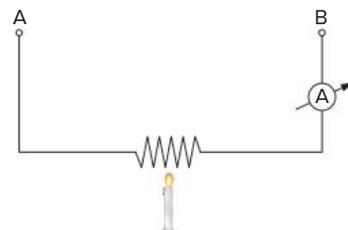
Sabendo-se que este condutor é constituído de um fio de 2 m de comprimento e de um material cuja resistividade, a 20°C , vale $1,75 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$, determine a área da seção transversal do fio e o valor da resistência elétrica desse condutor na referida temperatura.

A $0,7 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ e $0,5 \Omega$
 B $0,7 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ e 500Ω
 C $0,83 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ e $12,5 \Omega$
 D $0,83 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ e 500 W

- 25 FEI** Um condutor de comprimento L e diâmetro D possui resistência R_1 . Qual é a resistência R_2 de um outro condutor de mesmo material, mesmo comprimento e com dobro de diâmetro do condutor 1?

A $R_2 = 2R_1$
 B $R_2 = \frac{R_1}{2}$
 C $R_2 = \frac{R_1}{4}$
 D $R_2 = 4R_1$
 E $R_2 = R_1$

- 26 FEI** Mantendo-se a ddp constante entre A e B, ao se colocar uma fonte de calor para aquecer a resistência, podemos afirmar que:



A a corrente não sofrerá alteração.
 B a resistência não sofrerá alteração.
 C a corrente irá aumentar.
 D a resistência irá diminuir.
 E a corrente irá diminuir.

- 27 ITA** Considere as seguintes afirmações sobre a condução elétrica num condutor homogêneo e isotrópico.

- I. Energia potencial elétrica é transformada em calor ao conectar-se o condutor aos terminais de uma bateria.
- II. Energia potencial elétrica é transformada em energia radiante ao conectar-se o condutor aos terminais de uma bateria.
- III. A resistividade elétrica é uma propriedade intensiva da substância que compõe o condutor, isto é, não depende da geometria do condutor.
- IV. A resistência de um condutor depende da sua geometria.

Das afirmativas mencionadas:

A apenas I é falsa.
 B apenas II é falsa.
 C apenas III é falsa.
 D apenas IV é falsa.
 E são todas corretas.

28 Uerj Dois fusíveis, F_1 e F_2 , são utilizados para proteger circuitos diferentes da parte elétrica de um automóvel. F_1 é um fusível de 1,0 A, F_2 é um fusível de 2,0 A, e funcionam ambos sob a mesma voltagem. Esses fusíveis, feitos do mesmo material, têm comprimentos iguais e a mesma forma cilíndrica de seções transversais de áreas S_1 e S_2 . A razão $\frac{S_1}{S_2}$ é igual a:

- A 4 B $\frac{3}{2}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{4}$

29 UEL Deseja-se construir uma resistência elétrica de $1,0 \Omega$ com um fio de constantan de 1,0 mm de diâmetro. A resistividade do material é $4,8 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot m$, e π pode ser adotado 3,1. O comprimento do fio utilizado deve ser, em metros:

- A 0,40 C 1,6 E 3,2
B 0,80 D 2,4

30 UFPR Dois fios condutores retos A e B, de mesmo material, têm o mesmo comprimento, mas a resistência elétrica de A é a metade da resistência de B. Sobre tais fios, é correto afirmar que:

- a área da secção transversal de A é quatro vezes menor que a área da secção transversal de B.
- quando percorridos por corrente elétrica de igual intensidade, a potência dissipada por B é maior que a dissipada por A.
- quando submetidos à mesma tensão elétrica, a potência dissipada por A é maior que a dissipada por B.
- quando ligados em série, a tensão elétrica em B é maior que a tensão elétrica em A.
- quando ligados em paralelo, a corrente elétrica que passa por A é igual à corrente elétrica que passa por B.

31 Uece 2019 Considere um resistor em forma de cilindro, cujas extremidades planas são conectadas eletricamente a uma bateria. Suponha que seja construído um novo resistor com o mesmo material do primeiro, o dobro do comprimento e o triplo da área da base cilíndrica. Assim, a razão entre a nova resistência e a primeira é

- A $\frac{3}{2}$ B 2 C $\frac{2}{3}$ D 3

32 Mackenzie Um cabo de cobre, utilizado para o transporte de energia elétrica, tem a cada quilômetro de comprimento resistência elétrica de $0,34 \Omega$. A massa de um quilômetro desse cabo é igual a:
Dados do cobre: Densidade = 9000 kg/m^3 ; resistividade = $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$.

- A 540 kg C 500 kg E 250 kg
B 520 kg D 450 kg

33 Unifesp Você constrói três resistências elétricas, R_A , R_B e R_C , com fios de mesmo comprimento e com as seguintes características.

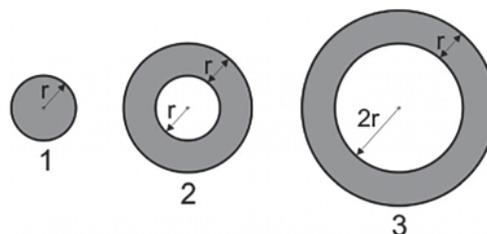
- I. O fio de R_A tem resistividade $1,0 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ e diâmetro de 0,50 mm.
- II. O fio de R_B tem resistividade $1,2 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ e diâmetro de 0,50 mm.
- III. O fio de R_C tem resistividade $1,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ e diâmetro de 0,40 mm.

Pode-se afirmar que:

- A $R_A > R_B > R_C$
B $R_B > R_A > R_C$
C $R_B > R_C > R_A$
D $R_C > R_A > R_B$
E $R_C > R_B > R_A$

34 Unesp A resistência elétrica de certos metais varia com a temperatura e esse fenômeno muitas vezes é utilizado em termômetros. Considere um resistor de platina alimentado por uma tensão constante. Quando o resistor é colocado em um meio a 0°C , a corrente que passa por ele é 0,8 mA. Quando o resistor é colocado em um outro meio cuja temperatura deseja-se conhecer, a corrente registrada é 0,5 mA. A relação entre a resistência elétrica da platina e a temperatura é especificada através da relação $R = \beta (1 + \alpha T)$, onde $\alpha = 4 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ \text{C}^{-1}$.
Calcule a temperatura desse meio.

35 AFA 2019 Três condutores cilíndricos 1, 2 e 3, de mesmo material e mesmo comprimento, sendo os condutores 2 e 3 ocos, têm suas seções retas apresentadas na figura a seguir.



A respeito das resistências elétricas R_1 , R_2 e R_3 , dos condutores 1, 2 e 3, respectivamente, pode-se afirmar que

- A $R_3 = R_2 = R_1$
B $R_3 < R_2 < R_1$
C $R_3 = R_2 < R_1$
D $R_3 > R_2 > R_1$

36 Unioeste 2019 Para construção de um circuito simples, dispõe-se de dois resistores, rotulados como resistor 1 e resistor 2, cujos valores de resistência são, respectivamente, R_1 e R_2 . O valor da resistência R_1 é duas vezes maior que o valor da resistência R_2 . Os resistores são associados em série e o conjunto é submetido a uma diferença de potencial V.

Considere as seguintes assertivas sobre o funcionamento desse circuito:

- I. A queda de tensão no resistor 1 é duas vezes maior que a queda de tensão no resistor 2.
- II. A queda de tensão no resistor 1 é duas vezes menor que a queda de tensão no resistor 2.

- III. A dissipação de calor no resistor 1 é duas vezes maior que a dissipação de calor no resistor 2.
- IV. A intensidade da corrente elétrica no resistor 1 é duas vezes maior que a intensidade da corrente elétrica no resistor 2.

Sobre essas assertivas, é CORRETO afirmar.

- A Apenas a assertiva III é correta.
 B Apenas a assertiva I é correta.
 C As assertivas III e IV são corretas.
 D As assertivas II e IV são corretas.
 E As assertivas I e III são corretas.

37 UEL 2017 Leia a charge a seguir e responda à questão

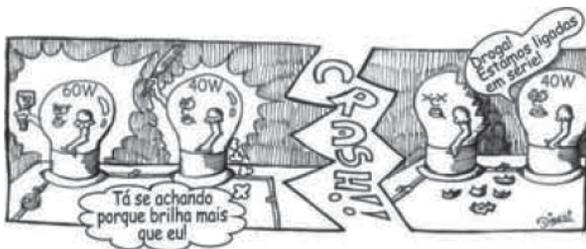


Figura 1

(Disponível em: <<http://tirinhasdefisica.blogspot.com.br/>>. Acesso em: 27 abr. 2016.)

Com base na charge e nos conhecimentos sobre eletromagnetismo, é correto afirmar que a lâmpada de 40 W tem intensidade luminosa menor que a lâmpada de 60 W, pois a

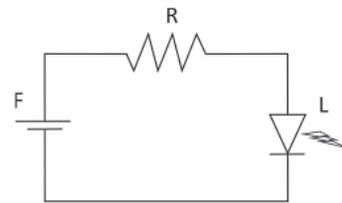
- A corrente elétrica que passa por ela é menor que a corrente que passa pela de 60 W.
 B diferença de potencial (ddp) aferida na de 40 W é menor que na de 60 W.
 C resistência à passagem de corrente elétrica é maior na de 60 W.
 D resistência à passagem de corrente elétrica é maior na de 40 W.
 E resistência e a corrente elétrica que passa por ela são menores que na de 60 W.

38 Udesc 2019 Um resistor de resistência $R_1 = 10 \Omega$ é ligado em série com um resistor de resistência $R_2 = 35 \Omega$. Uma fonte de tensão de 9 V é ligada a esta associação.

Assinale a alternativa que corresponder à corrente elétrica no resistor R_1 e a diferença de potencial elétrico entre as extremidades do resistor R_2 , respectivamente.

- A 0,2 A e 1,4 V
 B 1,2 A e 4,2 V
 C 0,5 A e 1,8 V
 D 0,2 A e 7,0 V
 E 1,2 A e 1,4 V

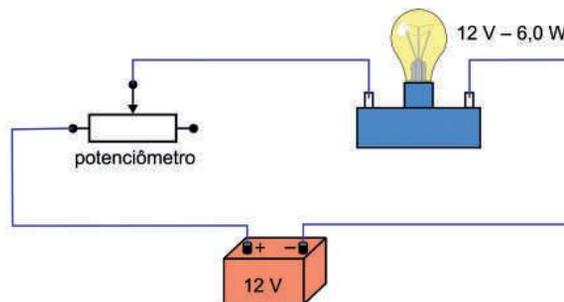
39 Fuvest 2018 Atualmente são usados LEDs (*Light Emitting Diode*) na iluminação doméstica. LEDs são dispositivos semicondutores que conduzem a corrente elétrica apenas em um sentido. Na figura, há um circuito de alimentação de um LED (L) de 8 W, que opera com 4 V, sendo alimentado por uma fonte (F) de 6 V.



O valor da resistência do resistor (R), em Ω , necessário para que o LED opere com seus valores nominais é, aproximadamente,

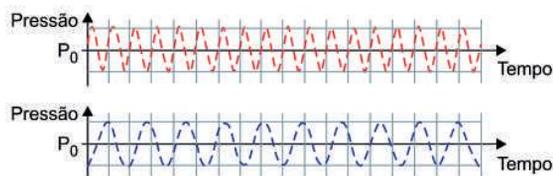
- A 1,0. C 3,0. E 5,0.
 B 2,0. D 4,0.

40 Famerp 2018 A figura mostra um circuito constituído de um resistor de resistência variável, chamado potenciômetro, associado em série a uma lâmpada de especificações 12 V – 6,0 W, ligados a uma fonte de 12 V. Os fios de ligação têm resistência nula e a fonte é ideal.



- a) Para a situação na qual a resistência elétrica do potenciômetro for nula, calcule a intensidade da corrente elétrica, em ampères, que se estabelece no circuito. Determine a energia elétrica, em joules, consumida pela lâmpada em 5,0 segundos.
- b) Considerando que a resistência elétrica da lâmpada seja constante, qualquer que seja a diferença de potencial entre seus terminais e a temperatura em que se encontra, determine a resistência elétrica do potenciômetro, em ohms, quando a intensidade da corrente elétrica na lâmpada for igual a 0,20 A.

41 Famerp 2019 A fotografia mostra um lustre que funciona com 21 lâmpadas idênticas, de valores nominais 40 W – 120 V, associadas em paralelo.



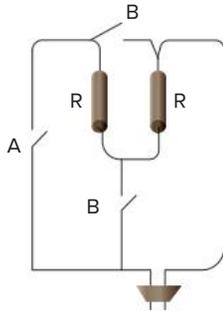
(www.mundodasluminarias.com.br)

Ao ser ligado a uma diferença de potencial de 120 V e com suas 21 lâmpadas acesas, esse lustre é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade

- A 7,0 A. C 63 A. E 14 A.
 B 3,0 A. D 21 A.

- 42 Udesc 2019** Um resistor com resistência de 10Ω é ligado em paralelo com um resistor de resistência de 40Ω . Uma fonte de tensão de 12 V é aplicada à associação. Assinale a alternativa que corresponde à corrente elétrica total no circuito e à potência dissipada no resistor de 40Ω , respectivamente.
- A $3,6 \text{ A}$ e $1,5 \text{ W}$ D $0,3 \text{ A}$ e $3,6 \text{ W}$
 B $0,24 \text{ A}$ e $2,3 \text{ W}$ E $1,5 \text{ A}$ e $2,3 \text{ W}$
 C $1,5 \text{ A}$ e $3,6 \text{ W}$

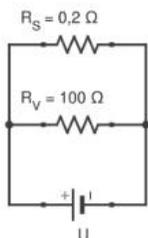
- 43 Fuvest** Um aquecedor elétrico é formado por duas resistências elétricas R iguais. Nesse aparelho, é possível escolher entre operar em redes de 110 V (Chaves B fechadas e chave A aberta) ou redes de 220 V (Chave A fechada e chaves B abertas).



Chamando as potências dissipadas por esse aquecedor de $P(220)$ e $P(110)$, quando operando, respectivamente, em 220 V e 110 V , verifica-se que as potências dissipadas, são tais que:

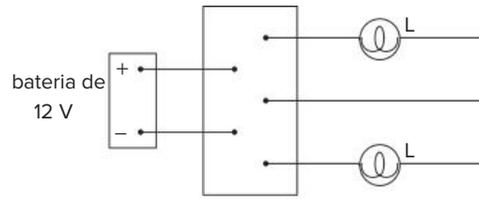
- A $P(220) = \frac{1}{2} P(110)$ D $P(220) = 2 P(110)$
 B $P(220) = P(110)$ E $P(220) = 4 P(110)$
 C $P(220) = \frac{3}{2} P(110)$

- 44 Unicamp 2018** Nos últimos anos, materiais exóticos conhecidos como isolantes topológicos se tornaram objeto de intensa investigação científica em todo o mundo. De forma simplificada, esses materiais se caracterizam por serem isolantes elétricos no seu interior, mas condutores na sua superfície. Desta forma, se um isolante topológico for submetido a uma diferença de potencial U , teremos uma resistência efetiva na superfície diferente da resistência do seu volume, como mostra o circuito equivalente da figura abaixo. Nessa situação, a razão $F = i_s/i_v$ entre a corrente i_s que atravessa a porção condutora na superfície e a corrente i_v que atravessa a porção isolante no interior do material vale

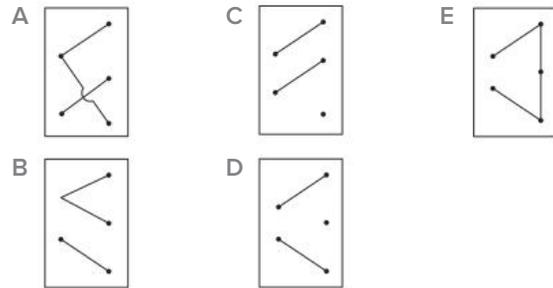


- A $0,002$. C $100,2$.
 B $0,2$. D 500 .

- 45 Fuvest** As duas lâmpadas L, mostradas na figura, funcionam normalmente sob tensão de 12 V .



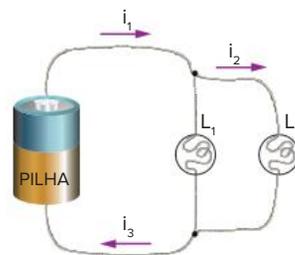
Qual é a maneira correta de ligar os terminais do quadro de ligação para que as duas lâmpadas funcionem em condições normais de operação?



- 46 PUC-SP** São ligados em paralelo, numa mesma tomada, um ferro elétrico de resistência R_1 e uma lâmpada de resistência R_2 . Sabe-se que $R_1 < R_2$. A resistência R equivalente à associação é tal que:

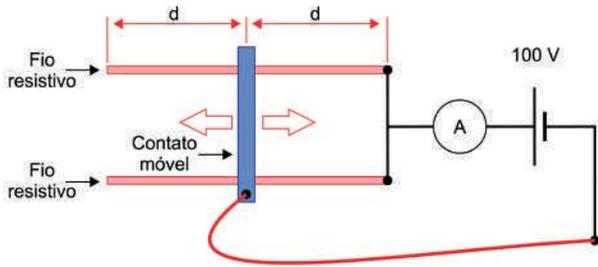
- A $R > R_2$ D $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{2}$
 B $R < R_1$ E $R = R_1 + R_2$
 C $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$

- 47 Cesgranrio** As duas lâmpadas L_1 e L_2 são idênticas e ambas estão acesas. Assinale a opção correta para os valores relativos das intensidades de corrente i_1 , i_2 e i_3 .



- A $i_1 = i_3$; $i_2 = \frac{1}{2} i_1$ D $i_1 > i_2 > i_3$
 B $i_1 = i_2 = i_3$ E $i_1 > i_3$; $i_2 = i_1$
 C $i_1 > i_3$; $i_2 = \frac{1}{2} i_1$

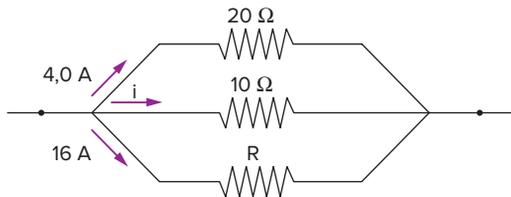
- 48 Famema 2020** Um potenciômetro foi construído utilizando-se dois fios resistivos ôhmicos, paralelos, de mesmo comprimento e mesma resistência elétrica. Os fios são tocados por um contato móvel, de resistência desprezível, que desliza perpendicularmente aos fios, tornando todo o conjunto um potenciômetro. Este potenciômetro está ligado a um gerador de 100 V e a um amperímetro, ambos ideais.



Quando o contato móvel do potenciômetro se encontra na posição indicada na figura, o amperímetro indica a passagem de uma corrente elétrica de 5 A. Individualmente, cada um dos fios resistivos que constituem o potenciômetro apresenta, entre seus extremos, a resistência elétrica de

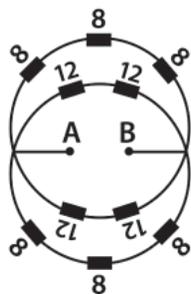
- A 80 Ω . C 20 Ω . E 60 Ω .
 B 40 Ω . D 100 Ω .

49 Fuvest Na associação de resistores da figura, os valores de i e de R são, respectivamente:



- A 8,0 A e 5,0 Ω D 2,5 A e 2,0 Ω
 B 5,0 A e 8,0 Ω E 80 A e 160 Ω
 C 1,6 A e 5,0 Ω

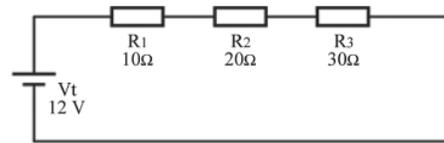
50 Fatec 2019 Um circuito eletrônico utilizado pelos alunos da FATEC possui resistores, medidos em ohm, e uma ddp de 12 V entre os pontos A–B, conforme a figura.



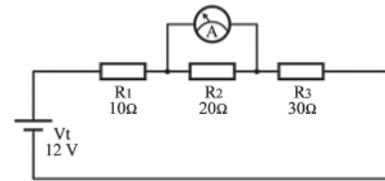
O valor da corrente elétrica da associação de resistores no circuito apresentado na figura, em ampère, é

A 6 B 5 C 4 D 3 E 2

51 EEAR 2018 Em uma aula de laboratório o professor montou um circuito com 3 resistores ôhmicos R_1 , R_2 e R_3 associados a uma fonte de alimentação ideal (V_t) conforme o circuito abaixo. E solicitou ao aluno que, usando um amperímetro ideal, medisse o valor da intensidade de corrente elétrica que flui através de R_2 .

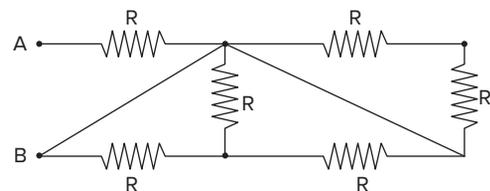


O aluno, porém fez a ligação do amperímetro (A) da maneira indicada na figura a seguir. Com base nisso, assinale a alternativa que representa o valor indicado, em amperes, no amperímetro.



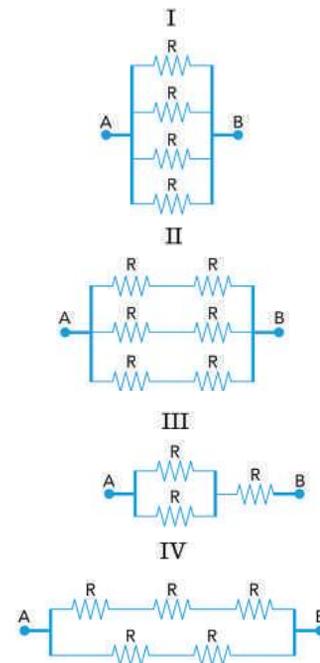
- A 0,0 B 0,2 C 0,3 D 0,4

52 PUC-PR Na figura, a resistência total entre os pontos A e B vale:



- A $\frac{R}{2}$ C $\sqrt{3}R$ E outro valor.
 B R D $\frac{3}{2}R$

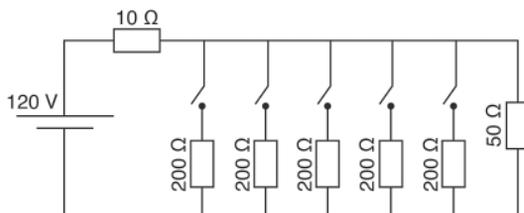
53 Uerj 2019 Resistores ôhmicos idênticos foram associados em quatro circuitos distintos e submetidos à mesma tensão $U_{A,B}$. Observe os esquemas:



Nessas condições, a corrente elétrica de menor intensidade se estabelece no seguinte circuito:

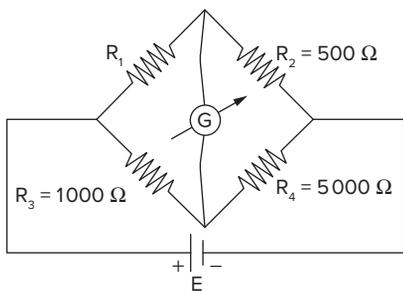
- A I B II C III D IV

- 54 Enem 2019** Uma casa tem um cabo elétrico mal dimensionado, de resistência igual a 10Ω , que a conecta à rede elétrica de 120 V . Nessa casa, cinco lâmpadas, de resistência igual a 200Ω , estão conectadas ao mesmo circuito que uma televisão de resistência igual a 50Ω , conforme ilustrado no esquema. A televisão funciona apenas com tensão entre 90 V e 130 V .



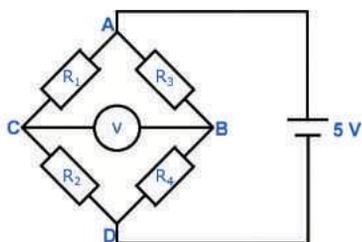
- O número máximo de lâmpadas que podem ser ligadas sem que a televisão pare de funcionar é:
- A 1. B 2. C 3. D 4. E 5.

- 55 UFPA** O esquema a seguir representa uma ponte de Wheatstone em equilíbrio. O resistor R_2 admite corrente máxima de 10 miliampères. A bateria tem resistência interna desprezível. A resistência R_1 e a máxima força eletromotriz E admissíveis são:



- A $R_1 = 500 \text{ ohms}$, $E = 5,0 \text{ V}$ D $R_1 = 100 \text{ ohms}$, $E = 5,0 \text{ V}$
 B $R_1 = 100 \text{ ohms}$, $E = 6,0 \text{ V}$ E $R_1 = 50 \text{ ohms}$, $E = 6,0 \text{ V}$
 C $R_1 = 10 \text{ ohms}$, $E = 5,0 \text{ V}$

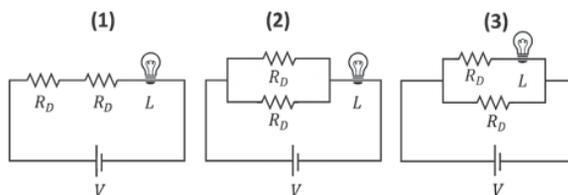
- 56 UEPG 2018** A ponte de Wheatstone é utilizada para determinações precisas de valores de resistência elétrica. Uma ponte de Wheatstone é conectada a uma bateria ideal que fornece ao circuito elétrico uma diferença de potencial (d.d.p.) de 5 V , conforme figura abaixo. Os valores dos resistores R_1 e R_3 são, respectivamente, 3Ω e 6Ω . Quando o valor do potenciômetro R_2 é igual a 2Ω , a d.d.p. entre os pontos C e B é nula. Em função do enunciado e da figura abaixo, assinale o que for correto.



- 01 Na situação na qual o potenciômetro R_2 é ajustado para 2Ω e a d.d.p. entre os pontos C e B é nula, o valor de R_4 é 4Ω .

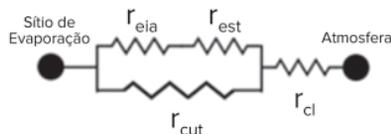
- 02 A resistência equivalente do circuito para a situação em questão é $10/3 \Omega$.
 04 A corrente elétrica através do resistor R_1 é $0,5 \text{ A}$.
 08 A potência elétrica dissipada no circuito é $5/3 \text{ W}$.
 16 A d.d.p. entre os pontos C e D é $2,5 \text{ V}$.
 Soma:

- 57 Fuvest 2020** Um fabricante projetou resistores para utilizar em uma lâmpada de resistência L . Cada um deles deveria ter resistência R . Após a fabricação, ele notou que alguns deles foram projetados erroneamente, de forma que cada um deles possui uma resistência $R_D = R/2$. Tendo em vista que a lâmpada queimar-se-á se for percorrida por uma corrente elétrica superior a $V/(R + L)$, em qual(is) dos circuitos a lâmpada queimar-se-á?



- A 1, apenas. D 2 e 3, apenas.
 B 2, apenas. E 1, 2 e 3.
 C 1 e 3, apenas.

- 58 Unicamp 2020** Em analogia com um circuito elétrico, a transpiração foliar é regulada pelo conjunto de resistências (medidas em segundos/metro) existentes na rota do vapor d'água entre os sítios de evaporação próximos à parede celular no interior da folha e a atmosfera. Simplificadamente, há as resistências dos espaços intercelulares de ar (r_{eia}), as induzidas pela presença dos estômatos (r_{est}) e da cutícula (r_{cut}) e a promovida pela massa de ar próxima à superfície das folhas (r_{cl}). O esquema abaixo representa as resistências mencionadas.



A tabela a seguir apresenta os valores das resistências de duas espécies de plantas (espécie 1 e espécie 2).

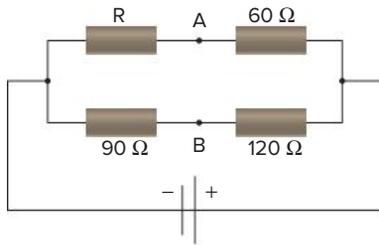
Resistências (segundos/metro)	Espécie 1	Espécie 2
r_{eia}	10	30
r_{est}	30	10
r_{cut}	120	280
r_{cl}	50	15

Tendo em vista os dados apresentados e considerando que a condutância é o inverso da resistência, assinale a alternativa que indica a espécie com menor transpiração

e sua respectiva condutância total à difusão do vapor d'água entre os sítios de evaporação e a atmosfera.

- A espécie 1; 48×10^{-4} m/s.
- B espécie 1; 125×10^{-4} m/s.
- C espécie 2; 30×10^{-4} m/s.
- D espécie 2; 200×10^{-4} m/s.

59 Uniesp Um circuito contendo quatro resistores é alimentado por uma fonte, conforme a figura a seguir.



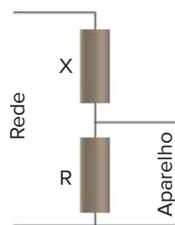
Calcule o valor da resistência R, sabendo-se que o potencial eletrostático em A é igual ao potencial em B.

60 UEPG 2019 Um circuito elétrico é formado por duas lâmpadas incandescentes ligadas em série, sendo que cada uma possui uma resistência elétrica de 1Ω . Conectada em paralelo com elas, há uma terceira lâmpada, cuja resistência elétrica é 2Ω . O circuito é alimentado por uma bateria ideal de 5 V. Considerando que os fios de conexão são ideais, assinale o que for correto.

- 01 Os valores da corrente elétrica que circula por cada uma das três lâmpadas são iguais.
- 02 Se qualquer uma das lâmpadas queimar, a corrente elétrica em qualquer ramo do circuito é 2,5 A.
- 04 A resistência equivalente do circuito é 1Ω .
- 08 A potência elétrica total dissipada no circuito, devido ao efeito Joule, é 18,75 W.
- 16 A diferença de potencial em qualquer uma das lâmpadas é 2,5 V.

Soma:

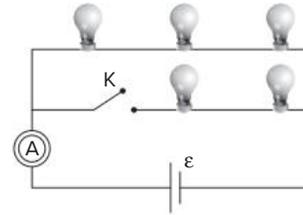
61 Unesp Um estudante adquiriu um aparelho cuja especificação para o potencial de funcionamento é pouco usual. Assim, para ligar o aparelho, ele foi obrigado a construir e utilizar o circuito constituído de dois resistores, com resistências X e R, como apresentado na figura.



Considere que a corrente que passa pelo aparelho seja muito pequena e possa ser descartada na solução do problema. Se a tensão especificada no aparelho é a décima parte da tensão da rede, então a resistência X deve ser:

- A 6 R
- B 8 R
- C 9 R
- D 11 R
- E 12 R

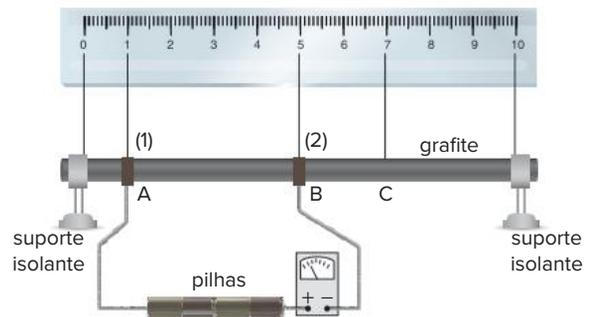
62 Mackenzie No circuito a seguir, tem-se uma associação de lâmpadas idênticas, um amperímetro e um gerador elétrico, ambos considerados ideais.



Quando a chave K está aberta, o amperímetro indica uma intensidade de corrente elétrica i . Se fecharmos a chave K, o amperímetro indicará uma intensidade de corrente elétrica:

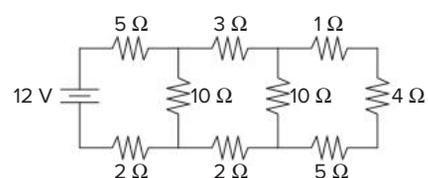
- A 0,4 i
- B 0,6 i
- C 1,2 i
- D 2,5 i
- E 5,0 i

63 UFABC O esquema a seguir mostra um equipamento utilizado num laboratório didático para verificar a dependência da resistência elétrica com o comprimento de um condutor de espessura constante. Trata-se de um reostato (resistor de resistência variável) de grafite apoiado em suportes isolantes. Utilizam-se, para o experimento, duas pilhas, um amperímetro, fios de ligação e duas garras, 1 e 2, todos ideais, e uma régua graduada em cm. A garra 1 é fixa no ponto A e a garra 2 pode ser colocada em qualquer posição ao longo do condutor de grafite.



Quando a garra 2 é colocada na posição B, o amperímetro indica i_B ; e, quando ela é colocada em C, o amperímetro indica i_C . Determine a relação $\frac{i_B}{i_C}$.

64 Unifei Para o circuito elétrico mostrado na figura a seguir, pode-se dizer que a resistência equivalente e a corrente que passa pelo resistor de 4Ω valem:



- A 10Ω e 0,75 A
- B 12Ω e 0,25 A
- C 5Ω e 1,00 A
- D 10Ω e 1,25 A

O divisor de corrente e o divisor de tensão

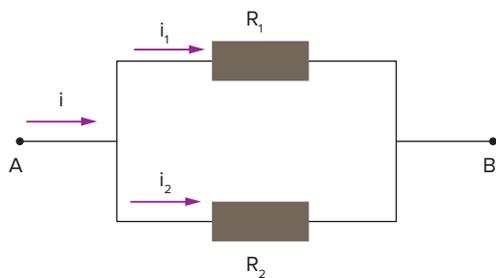
Algumas técnicas úteis para a resolução de circuitos são a utilização do divisor de corrente e do divisor de tensão. Estes são utilizados quando se quer determinar a corrente ou a tensão em um resistor em específico.

Divisor de corrente

É utilizado quando se quer determinar a corrente que passa em uma associação de dois resistores em paralelo, sabendo-se a resistência de cada um deles e a corrente total que chega na associação.

Para tal, calculemos a resistência equivalente entre os pontos A e B.

$$R_{AB} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



Resistores em paralelo.

Portanto, a tensão entre os pontos A e B é dada por:

$$U_{AB} = R_{AB} \cdot i = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot i$$

Assim sendo, a corrente i_1 pode ser facilmente determinada dividindo-se a tensão entre A e B pelo valor de R_1 , ou seja:

$$i_1 = \frac{U_{AB}}{R_1} = \frac{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot i}{R_1} = \frac{R_2 \cdot i}{R_1 + R_2}$$

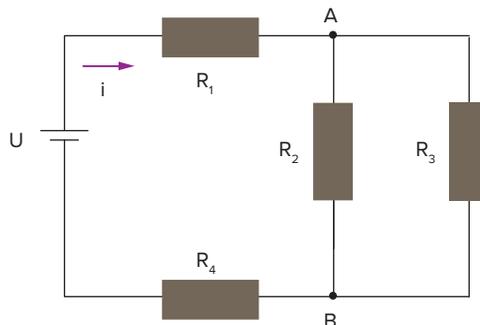
Similarmente:

$$i_2 = \frac{U_{AB}}{R_2} = \frac{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot i}{R_2} = \frac{R_1 \cdot i}{R_1 + R_2}$$

Das equações acima, podemos observar que a corrente que passa em um dos resistores é igual à corrente total, multiplicada pelo outro resistor da associação, dividido pela soma das duas resistências. A utilização do divisor de corrente é muito prática, pois evita a necessidade de se calcular a resistência equivalente, quando o que se quer é simplesmente calcular a corrente em cada ramo da associação.

Divisor de tensão

A utilização do divisor de tensão é útil quando se deseja determinar a tensão em um determinado resistor de uma associação de resistores. Tomemos como exemplo o circuito da figura a seguir.



Associação de resistores em série e paralelo.

O que se deseja calcular é a tensão entre os pontos A e B da forma mais prática possível. Chamemos a resistência entre os pontos A e B de R_{AB} , em que R_{AB} é dada por:

$$R_{AB} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

Assim sendo, a resistência equivalente do circuito é dada por:

$$R_{equivalente} = R_1 + R_{AB} + R_4$$

Consequentemente, a corrente que circula pelo circuito é:

$$i = \frac{U}{R_1 + R_{AB} + R_4}$$

Portanto, a tensão entre os pontos A e B (U_{AB}) é dada por:

$$U_{AB} = R_{AB} \cdot i = R_{AB} \cdot \frac{U}{R_1 + R_{AB} + R_4}$$

Se quiséssemos calcular a tensão sobre o resistor R_1 , bastaria multiplicarmos o resistor R_1 pela corrente, ou seja:

$$U_{R_1} = R_1 \cdot \frac{U}{R_1 + R_{AB} + R_4}$$

Similarmente, a tensão sobre o resistor R_4 seria calculada por:

$$U_{R_4} = R_4 \cdot \frac{U}{R_1 + R_{AB} + R_4}$$

De forma geral, a tensão em um dado resistor em uma associação em série de resistores é diretamente proporcional ao valor daquele resistor. Dessa forma, se quisermos calcular a tensão sobre um resistor, basta multiplicarmos esta resistência pela tensão U e dividir pela soma de todos os resistores que estão em série.

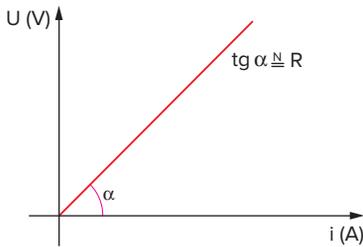
Quando da resolução de circuitos, essas duas técnicas se mostrarão muito úteis, agilizando o cálculo das correntes e das tensões.

Resumindo

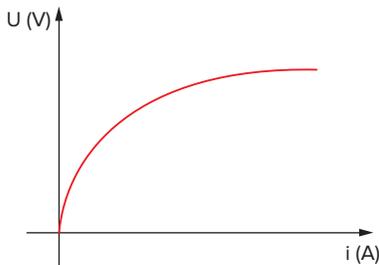
Resistores podem ser definidos como bipolos elétricos que convertem energia elétrica em calor, representados pela resistência elétrica R .

$$R = \frac{U}{i}$$

Resistores que obedecem à primeira lei de Ohm são denominados resistores ôhmicos, aqueles cuja resistência é constante a uma dada temperatura.



Alguns resistores apresentam características peculiares e suas grandezas características (U e i) não variam proporcionalmente, são os chamados resistores não ôhmicos.



A potência dissipada em um resistor por efeito Joule é dada por meio da fórmula a seguir.

$$P_{\text{dissipada}} = \frac{U^2}{R} = R \cdot i^2$$

- Corrente constante – resistores em série
- Tensão constante – resistores em paralelo

A geometria e o material constituinte de um resistor ôhmico podem ser relacionados a sua resistência pela segunda lei de Ohm:

$$R = \frac{\rho \ell}{A} = \frac{\ell}{\sigma A}, \quad \sigma = \frac{1}{\rho}$$

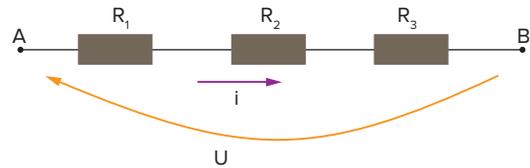
em que ρ é a resistividade do condutor e σ é sua condutividade, características dos diferentes materiais.

A resistividade é a grandeza mais sensível a variações de temperatura em resistores ôhmicos. Para a maioria dos materiais, o fator que realmente define a variação da resistência com a temperatura é a resistividade.

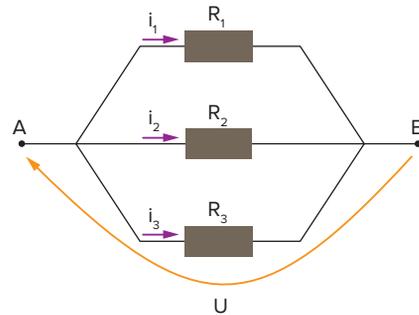
$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta\theta)$$

$$R = R_0 [1 + \alpha (\theta - \theta_0)]$$

Resistores podem ser associados em série e em paralelo para a obtenção de valores convenientes.



Resistores em série.



Resistores em paralelo.

Dois pontos de um circuito estão em curto quando se encontram em um mesmo potencial elétrico.

A resistência equivalente entre dois pontos que estão em curto em um circuito é nula.

Para a resolução de problemas relacionados a circuitos elétricos, devemos ser capazes de determinar todas as tensões, correntes e potências envolvidas no circuito.

Em circuitos, como as pontes de Wheatstone, pode-se determinar a resistência elétrica pela seguinte relação:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_x$$

Quer saber mais?



Sites

- Lei de Ohm
Disponível em: <http://phet.colorado.edu/sims/ohms-law/ohms-law_en.html>. Acesso em: 26 set. 2020.
- Resistência em um fio
Disponível em: <http://phet.colorado.edu/sims/resistance-in-a-wire/resistance-in-a-wire_en.html>. Acesso em: 26 set. 2020.

Exercícios complementares

1 Fuvest Um material condutor especial se torna luminoso quando é percorrido por uma corrente elétrica. Com esse material foram escritas palavras e nos terminais 1 e 2 foram ligadas fontes de tensão, numa sala escura. A palavra legível é:

A 

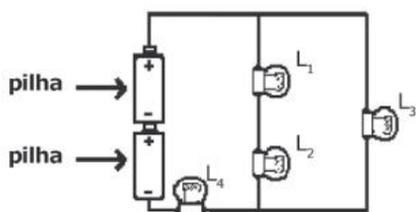
B 

C 

D 

E 

2 EsPCEx 2020 O circuito de um certo dispositivo elétrico é formado por duas pilhas ideais, possuindo cada uma tensão "V", quatro lâmpadas incandescentes, que possuem resistências elétricas constantes e de mesmo valor, L_1 , L_2 , L_3 e L_4 , e fios condutores de resistências desprezíveis, conforme o desenho abaixo.



Desenho Ilustrativo - Fora de Escala

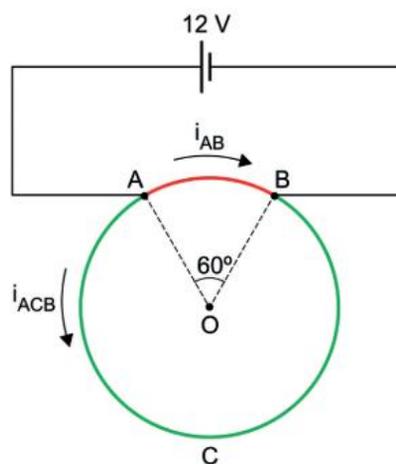
Considerando que as lâmpadas não se queimam, pode-se afirmar que

- A a lâmpada L_1 brilha mais que a L_2 .
- B todas as lâmpadas têm o mesmo brilho.
- C as lâmpadas L_1 , L_2 e L_3 têm o mesmo brilho.
- D a lâmpada L_3 brilha mais que L_2 .
- E nenhuma das lâmpadas tem brilho igual.

3 Fuvest É dada uma pilha comum, de força eletromotriz $\varepsilon = 1,5 \text{ V}$ e resistência interna igual a $1,0 \Omega$. Ela é ligada durante $1,0 \text{ s}$ a um resistor R de resistência igual a $0,5 \Omega$. Nesse processo, a energia química armazenada na pilha decresce de um valor E_P , enquanto o resistor externo R dissipa uma energia E_R . Pode-se afirmar que E_P e E_R valem, respectivamente:

- A 1,5 J e 0,5 J
- B 1,0 J e 0,5 J
- C 1,5 J e 1,5 J
- D 2,5 J e 1,5 J
- E 0,5 J e 0,5 J

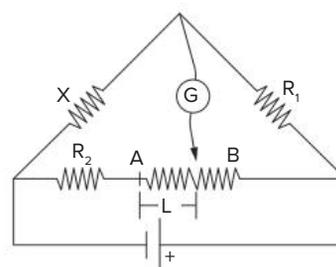
4 Unifesp 2018 Uma espira metálica circular homogênea e de espessura constante é ligada com fios ideais, pelos pontos A e B, a um gerador ideal que mantém uma ddp constante de 12 V entre esses pontos. Nessas condições, o trecho AB da espira é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade $i_{AB} = 6 \text{ A}$ e o trecho ACB é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade i_{ACB} , conforme a figura.



Calcule:

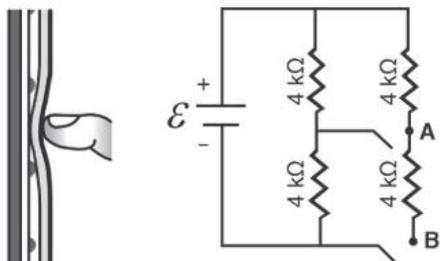
- a) as resistências elétricas R_{AB} e R_{ACB} , em ohms, dos trechos AB e ACB da espira.
- b) a potência elétrica, em W, dissipada pela espira.

5 Osec No circuito esquematizado, $R_1 = 210 \text{ ohms}$ e $R_2 = 30 \text{ ohms}$, AB é um fio homogêneo de seção constante e resistência 50 ohms e comprimento 500 mm . Obteve-se o equilíbrio do galvanômetro para $L = 150 \text{ mm}$, medido a partir do ponto A. O valor de X é, em ohms:



- A 120
- B 257
- C 393
- D 180
- E 270

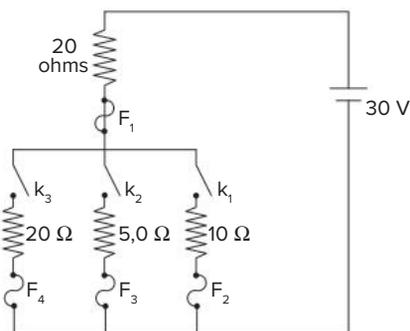
- 6 Enem 2018** Muitos *smartphones* e *tablets* de telas, uma vez que todos os comandos podem ser essa tecnologia foi proporcionada por meio das telas resistentes, formadas basicamente por duas camadas de do circuito de acordo com o ponto onde ocorre o toque. placas, em que **A** e **B** representam pontos onde o circuito pode ser fechado por meio do toque.



Qual é a resistência equivalente no circuito provocada por um toque que fecha o circuito no ponto **A**?

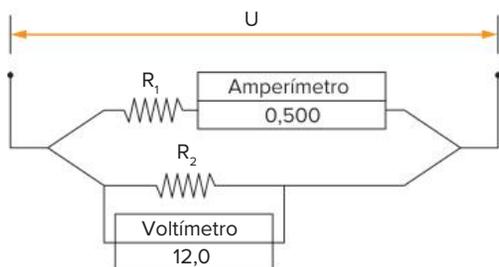
- A 1,3 kΩ C 6,0 kΩ E 12,0 kΩ
B 4,0 kΩ D 6,7 kΩ

- 7 Mackenzie** No circuito indicado na figura a seguir, os fusíveis F_1 , F_2 , F_3 e F_4 suportam, no máximo, correntes de intensidades 1,2 A, 0,50 A, 2,0 A e 5,0 A, respectivamente. Se fechamos as chaves k_1 , k_2 e k_3 nessa ordem e não simultaneamente, os fusíveis queimados serão:



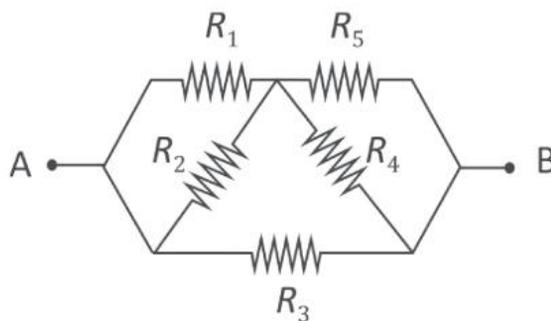
- A F_1 e F_2 C F_2 e F_3 E F_3 e F_4
B F_1 e F_3 D F_2 e F_4

- 8 UFRGS** O amperímetro e o voltmetro ideais, ligados no circuito esquematizado, acusam as leituras indicadas da corrente elétrica (em A) e da diferença de potencial (em V). Os resistores R_1 e R_2 têm a mesma resistência elétrica. Qual é a resistência equivalente que substitui a associação dos resistores R_1 e R_2 ?



- A 6,0 Ω C 24 Ω E 96 Ω
B 12 Ω D 48 Ω

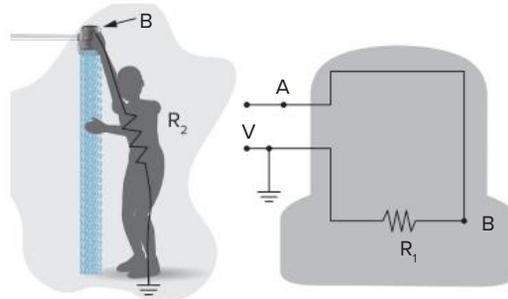
- 9 Fuvest 2019** Considere o circuito mostrado na figura, onde todos os resistores têm resistência $R = 200 \Omega$. A diferença de potencial V_{AB} , entre os pontos A e B, é 120 V.



Determine

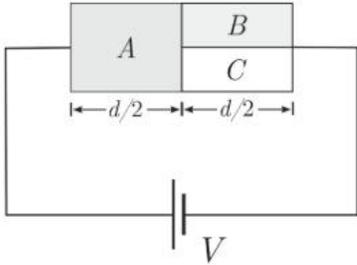
- a resistência R_{eq} equivalente deste circuito;
- a corrente total i no circuito e a corrente no resistor R_4 ;
- a potência total P dissipada no circuito e a potência P_3 dissipada no resistor R_3 .

- 10 Unicamp** O chuveiro elétrico é amplamente utilizado em todo o país e é o responsável por grande parte do consumo elétrico residencial. A figura abaixo representa um chuveiro metálico em funcionamento e seu circuito elétrico equivalente. A tensão fornecida ao chuveiro vale $V = 200 \text{ V}$ e sua resistência é $R_1 = 10 \Omega$.

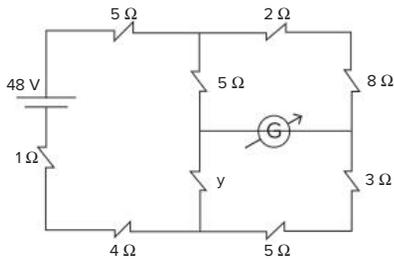


- Suponha um chuveiro em funcionamento, pelo qual fluem 3,0 litros de água por minuto, e considere que toda a energia dissipada na resistência do chuveiro seja transferida para a água. O calor absorvido pela água, nesse caso, é dado por $Q = mc\Delta\theta$ onde $c = 4 \cdot 10^3 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$ é o calor específico da água, m é a sua massa e $\Delta\theta$ é a variação de sua temperatura. Sendo a densidade da água igual a 1000 kg/m^3 , calcule a temperatura de saída da água quando a temperatura de entrada for igual a 20°C .
- Considere agora que o chuveiro esteja defeituoso e que o ponto B do circuito entre em contato com a carcaça metálica. Qual a corrente total no ramo AB do circuito se uma pessoa tocar o chuveiro como mostra a figura? A resistência do corpo humano nessa situação vale $R_2 = 1000 \Omega$.

11 ITA 2019 A figura mostra um circuito simples em que um gerador ideal fornece uma d.d.p. V aos blocos retangulares A, B e C, sendo os dois últimos de mesmas dimensões. Esses três são constituídos por materiais distintos de respectivas condutividades elétricas σ_A , σ_B e σ_C , tais que $\sigma_A = 3\sigma_C$ e $\sigma_B = 2\sigma_C$. Considerando que a área da seção transversal à passagem de corrente do bloco A é o dobro da de B, e sendo P_A , P_B e P_C as respectivas potências dissipadas nos blocos, determine as razões P_B/P_A e P_C/P_A .

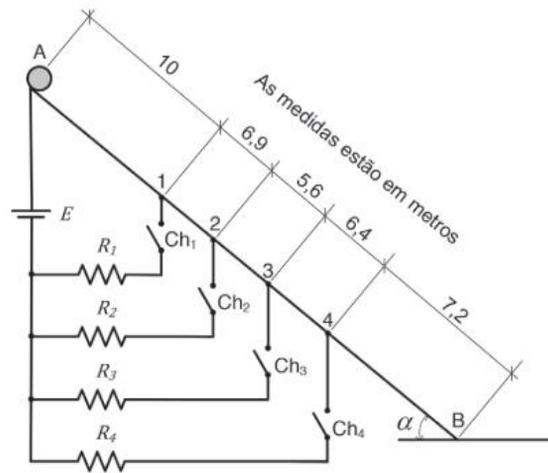


12 Efofm 2019 No circuito a seguir, o galvanômetro não acusa passagem de corrente. Determine o valor da corrente elétrica i no circuito.



- A 4,8 A
- B 4,2 A
- C 3,6 A
- D 3,0 A
- E 2,0 A

13 IME 2019

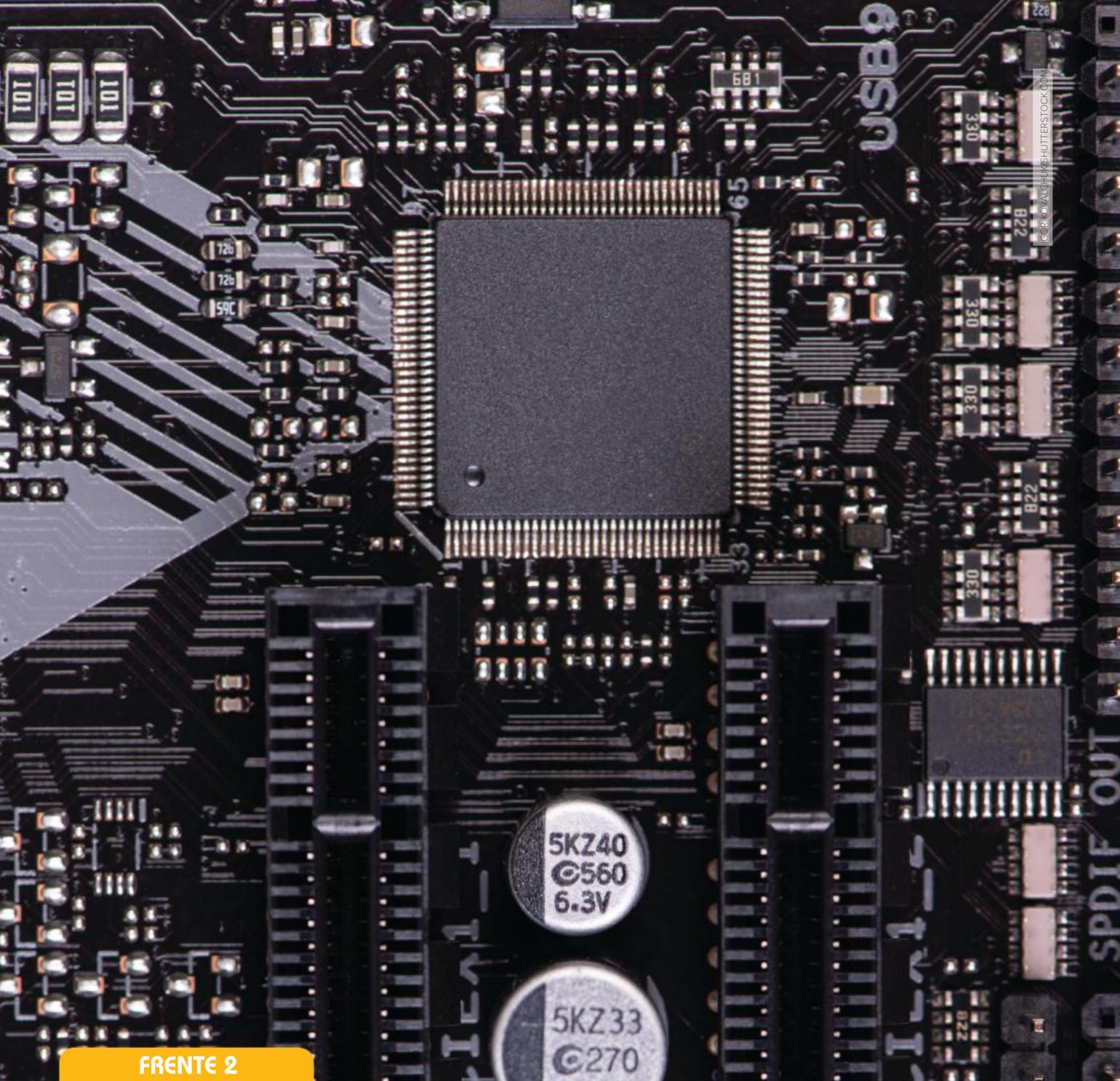


A figura mostra um circuito montado sob um plano inclinado feito de material condutor ideal, sem atrito de ângulo α com a horizontal. Um corpo é liberado do ponto A e, à medida que passa pelos sensores localizados nos pontos 1, 2, 3 e 4, as chaves Ch_1 , Ch_2 , Ch_3 e Ch_4 são fechadas instantaneamente. Diante do exposto, a energia elétrica dissipada durante a descida do corpo até o ponto B, em joules, é:

► **Dados:**

- $R_1 = 10 \Omega$;
- $R_2 = 10 \Omega$;
- $R_3 = 5 \Omega$;
- $R_4 = 2,5 \Omega$;
- $E = 10 V$;
- $\alpha = 30^\circ$; e
- $g = 10 m/s^2$.

- A 6
- B 16
- C 32
- D 62
- E 120



FRENTE 2

CAPÍTULO

6

Circuitos elétricos

A placa-mãe de um computador possui circuitos elétricos capazes de realizar operações matemáticas com uma velocidade muito grande e de lidar com vários periféricos simultaneamente, tais como impressoras, monitores de vídeo etc. Computadores, aparelhos de TV e DVD são exemplos de equipamentos cujo funcionamento depende de circuitos que conectam componentes elétricos, como resistores e capacitores.

Introdução

No capítulo anterior, você aprendeu a calcular resistências equivalentes e assim tornou-se capaz de calcular todas as grandezas importantes de um circuito, quais sejam: corrente, tensão e potência dissipada em todos os seus pontos.

Mas para que calcular essas grandezas? Na verdade, um circuito é um caminho fechado por onde a corrente elétrica pode passar e que possui uma finalidade. Por exemplo, você pode querer ligar um rádio e transformar a energia que está nas pilhas em energia sonora, ou você pode querer ligar um ventilador ou simplesmente utilizar o seu chuveiro.

Em todos esses casos, existe uma fonte de energia elétrica, um gerador e um dispositivo que converte energia elétrica em outra fonte de energia, resistores ou receptores.

Portanto, geradores são dispositivos que convertem qualquer forma de energia em energia elétrica. Como exemplo, podemos citar geradores hidrelétricos e geradores nucleares. Os primeiros convertem energia mecânica em energia elétrica e os últimos convertem energia nuclear em energia elétrica. A seguir a representação esquemática de um gerador.

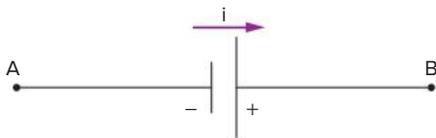


Fig. 1 Representação de um gerador.

Os receptores são dispositivos que convertem energia elétrica em outra forma de energia que não seja exclusivamente térmica. No caso do nosso exemplo, podemos citar o rádio, que converte energia elétrica em sonora, e o ventilador, que converte energia elétrica em mecânica. Observe, a seguir, a representação de um receptor.

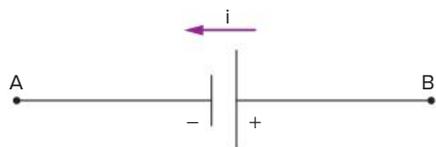


Fig. 2 Representação de um receptor.

Os resistores são dispositivos que convertem energia elétrica exclusivamente em energia térmica. No nosso exemplo, temos a resistência do chuveiro, que tem por objetivo converter a energia elétrica em energia térmica.

Neste capítulo, faremos um estudo dos geradores e dos receptores. Abordaremos também os instrumentos de medidas elétricas. Você aprenderá a calcular correntes e tensões em circuitos com mais de uma malha por meio das Leis de Kirchhoff (*não se assuste com o nome!!!*).

Geradores elétricos

Como citado anteriormente, os geradores elétricos são dispositivos que convertem qualquer forma de energia em energia elétrica, portanto, são dispositivos ativos.

Caso o gerador seja uma pilha, a energia consumida é de origem química.

Como exemplo de geradores do nosso dia a dia, temos as pilhas e as baterias. Esses dispositivos têm como objetivo manter uma diferença de potencial (ddp), designada pela letra U (medida em volts), constante nos terminais do circuito a fim de garantir uma corrente elétrica que alimente os elementos do circuito para que eles possam cumprir as suas finalidades.

No circuito externo, supondo que a corrente elétrica se deva ao movimento das cargas positivas, o movimento dessas cargas se dá do polo positivo para o polo negativo do gerador. Ao chegar ao polo negativo, há a necessidade de ela retornar ao polo positivo a fim de que a corrente não cesse.

Portanto, dentro do gerador, a carga realiza um movimento contra o campo elétrico, com gasto de energia. É por esse motivo que há o consumo de uma forma de energia qualquer para a realização deste trabalho, daí o nome força eletromotriz (fem) para a tensão \mathcal{E} entre as placas do gerador. Portanto, no interior do gerador, a corrente elétrica é do polo negativo para o positivo.

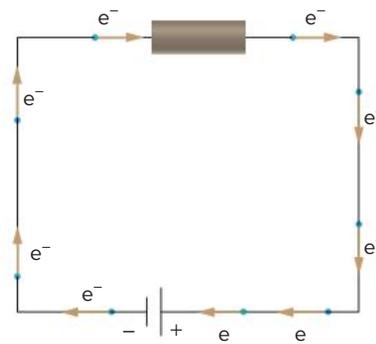


Fig. 3 Movimento dos elétrons.

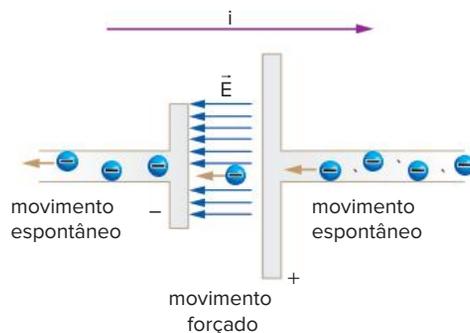


Fig. 4 Representação detalhada de um gerador.

No caso dos geradores reais, tais como as pilhas, parte da energia elétrica obtida é dissipada no próprio gerador, pois a pilha, sendo atravessada por corrente, dissipa parte da energia por efeito Joule. Dizemos então que o gerador real possui uma resistência interna r .

Caso o gerador fosse ideal e sua resistência interna r fosse igual a zero, não haveria dissipação de potência no seu interior e a tensão disponível U nos seus terminais seria igual a sua força eletromotriz \mathcal{E} .

$$U = \mathcal{E}$$

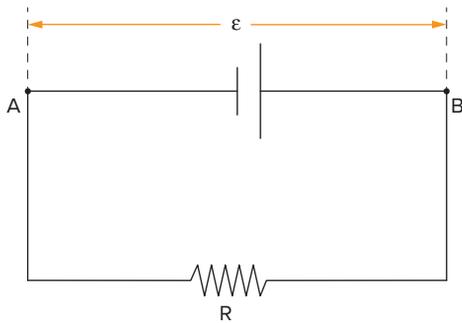


Fig. 5 Circuito com gerador ideal.

Porém, como na prática há uma resistência interna, ela causa uma queda de potencial ainda dentro do gerador, de tal forma que a tensão disponível para o circuito (U) é menor do que a sua força eletromotriz ϵ . Assim, podemos escrever que:

$$U = \epsilon - r \cdot i$$

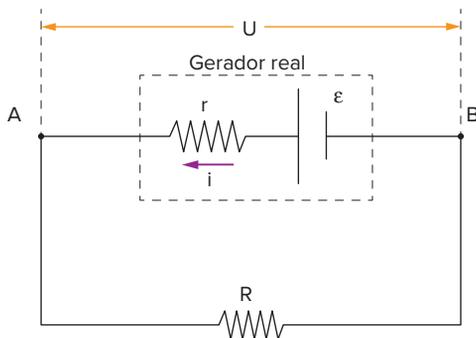


Fig. 6 Circuito com gerador real.

A equação anterior é conhecida como a equação característica do gerador elétrico. O seu estudo nos permitirá chegar a importantes conclusões.

Essa equação nos diz que a tensão disponível U nos terminais do circuito é igual à força eletromotriz ϵ do gerador menos a queda de tensão na resistência interna r do gerador. Essa equação pode ser melhor visualizada pelo gráfico de U em função de i .

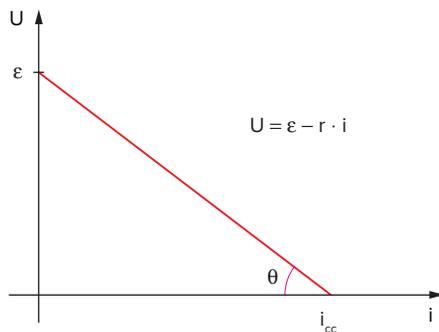


Fig. 7 Retra característica do gerador real.

Pelo gráfico, podemos observar que quando a corrente é zero, a ddp U nos terminais é igual à força eletromotriz ϵ do gerador.

Para um determinado valor de corrente, a ddp U nos terminais do gerador é igual a zero. Esse valor de corrente

é denominado corrente de curto-circuito (i_{cc}). Substituindo U por zero na equação do gerador, obtém-se o valor da corrente de curto-circuito, que é dada por:

$$i_{cc} = \frac{\epsilon}{r}$$

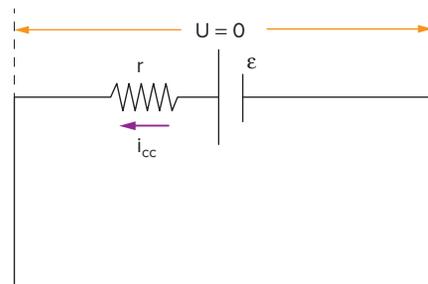


Fig. 8 Circuito com corrente de curto-circuito (i_{cc}).

Finalmente, o coeficiente angular da reta que representa a equação do gerador é a resistência interna do gerador.

$$\text{tg} \theta = r$$

Em resumo, a força eletromotriz ϵ do gerador é a máxima tensão elétrica (volts) que o gerador pode fornecer. Essa tensão só é obtida com o gerador em aberto, ou seja:

$$U = \epsilon \Rightarrow i = 0$$

Existe um valor de corrente no qual a ddp nos terminais do circuito é nula, essa corrente é chamada corrente de curto-circuito, tal que:

$$U = 0 \Rightarrow i = i_{cc} = \frac{\epsilon}{r}$$

! Atenção

A equação do gerador nos mostra que $U < \epsilon$ em qualquer ponto de funcionamento do circuito.

Lei de Pouillet: circuito gerador-resistor

Caso haja uma resistência acoplada ao gerador, calcula-se a corrente elétrica que passa através do gerador por meio da Lei de Pouillet.

Essa lei nada mais é do que realizar o cálculo já feito no capítulo anterior. Observando o circuito a seguir, verifica-se que a resistência interna r está em série com a resistência R .

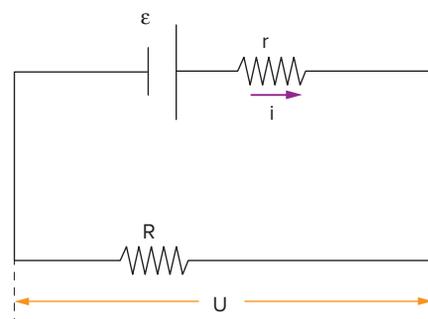


Fig. 9 Circuito gerador-resistor.

Portanto, a resistência equivalente do circuito e a corrente são:

$$R_{eq} = r + R$$

$$i = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

Energia e potência elétrica do gerador

Passando agora a pensar no gerador como um fornecedor de energia elétrica, iremos aplicar o conceito de potência elétrica visto nos capítulos anteriores. A potência elétrica nos terminais de um dipolo é dada por: $P = U \cdot i$.

Quando um gerador é percorrido por uma corrente i , existe uma potência elétrica total (P_t) que o gerador pode fornecer, dada por:

$$P_t = \varepsilon \cdot i$$

Na resistência interna do gerador, parte da potência é dissipada (P_d), tal que:

$$P_d = r \cdot i^2$$

O que resta é a potência útil ou disponível (P_u) relacionada com a ddp U nos terminais do circuito, ou seja:

$$P_u = U \cdot i$$

Pelo princípio da conservação de energia, a potência útil é a potência total menos a potência dissipada nos terminais do circuito:

$$P_u = P_t - P_d$$

$$P_u = \varepsilon \cdot i - r \cdot i^2$$

Se observarmos a expressão acima, podemos notar que a potência útil P_u é uma função quadrática da corrente, conforme se observa no gráfico a seguir, em que foi traçada a curva da potência em função da corrente.

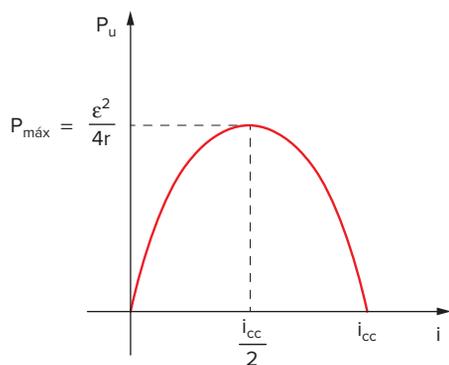


Fig. 10 Potência útil versus corrente.

Conforme dito anteriormente, o gráfico da potência em função da corrente é uma parábola com concavidade voltada para baixo. A potência máxima é obtida quando a corrente que atravessa o gerador é a metade da corrente de curto-circuito:

$$\frac{i_{cc}}{2} = \frac{\varepsilon}{2r}$$

Substituindo na expressão da potência útil, obtém-se o seguinte valor de potência máxima:

$$P_u = \varepsilon \cdot i - r \cdot i^2$$

$$P_{máx.} = \varepsilon \cdot \frac{i_{cc}}{2} - r \cdot \left(\frac{i_{cc}}{2}\right)^2 = \varepsilon \cdot \frac{\varepsilon}{2r} - r \cdot \frac{\varepsilon^2}{4r^2} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

E a tensão elétrica é dada por:

$$U = \varepsilon - r \cdot i = \varepsilon - r \cdot \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{2}$$

Atenção

Para que se atinja o ponto de potência máxima, a corrente que atravessa o circuito deve ser a metade da corrente de curto-circuito.

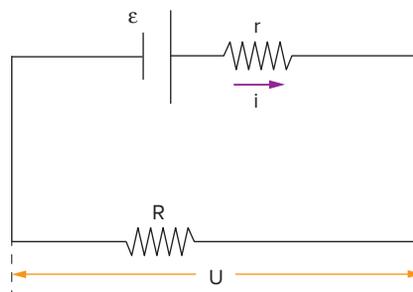


Fig. 11 Circuito gerador-resistor.

Qual deve ser o valor de R que se deve ligar ao gerador para que a potência seja máxima?

Pela Lei de Pouillet, tem-se que: $i = \frac{\varepsilon}{r + R}$

Para que a corrente i seja a metade da corrente de curto-circuito, podemos escrever que:

$$i = \frac{i_{cc}}{2} = \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

E, portanto: $r = R$

Atenção

Vemos, portanto, que a condição de máxima transferência de potência em um circuito puramente resistivo é aquela em que a resistência interna r é igual à resistência equivalente do circuito R .

Rendimento de um gerador

Um conceito muito importante para um gerador é o rendimento. Esse conceito é muito simples de ser entendido.

Se, por exemplo, a potência total que um gerador pode fornecer é de 100 W, porém 30 W são dissipados na resistência interna, somente 70 W de potência útil são fornecidos ao circuito. Portanto, o rendimento é de 70%. Podemos escrever o rendimento matematicamente como:

$$\eta = \frac{P_u}{P_t} = \frac{U \cdot i}{\varepsilon \cdot i} = \frac{U}{\varepsilon}$$

Atenção

Para o caso em que a potência fornecida é a máxima, o rendimento pode ser facilmente calculado. Nessa situação, a ddp U , conforme calculada anteriormente, vale $\frac{\varepsilon}{2}$ e, portanto, o rendimento vale:

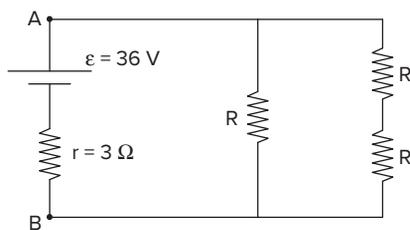
$$\eta = \frac{P_u}{P_t} = \frac{U \cdot i}{\varepsilon \cdot i} = \frac{\frac{\varepsilon}{2}}{\varepsilon} = 0,5$$

Observação: Observemos que a máxima transferência de potência ocorre com um rendimento apenas razoável. Por isso, a condição de máxima transferência de potência raramente é imposta a sistemas de grande potência, pois as perdas são muito grandes: perde-se uma quantidade igual à que é transferida.

Exercício resolvido

1 Para o circuito esquematizado na figura, o gerador AB está fornecendo a máxima potência. Determine:

- o valor da resistência R de cada resistor.
- a potência máxima fornecida.



Resolução:

- Nas condições de potência máxima fornecida, a resistência equivalente entre os pontos A e B deve ser igual à resistência interna do gerador. Assim, calculando-se a resistência equivalente entre A e B, tem-se:

$$R_{AB} = \frac{2R \cdot R}{2R + R} = \frac{2R}{3}$$

Assim sendo, a resistência interna deve ser igual a $\frac{2R}{3}$ ou seja: $\frac{2R}{3} = 3 \Rightarrow R = \frac{9}{2} \Omega$

- A potência máxima fornecida é dada por:

$$P_{\text{máx}} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{36^2}{12} = 108 \text{ W}$$

Associação de geradores

É muito comum em aparelhos elétricos, principalmente aqueles que se utilizam de pilhas, ter-se a necessidade de se colocar mais de uma pilha. Essa necessidade se deve ao fato de que as pilhas comuns fornecem 1,5 V e a tensão requerida por esses dispositivos é de 3 V ou valores múltiplos de 1,5 V.

Nesses casos, utiliza-se a associação de geradores para elevar a tensão, ou mesmo para reduzir o desgaste em cada uma das pilhas, aumentando a sua durabilidade.

Os geradores, similarmente aos resistores, podem ser associados em série ou em paralelo. Dessa forma, os geradores da associação podem ser substituídos por um gerador equivalente, com uma força eletromotriz equivalente (ε_{eq}) e uma resistência interna equivalente (r_{eq}).

Associação de geradores em série

Os geradores estão associados em série quando os polos dos elementos da associação estão ligados aos polos opostos dos elementos que o antecedem e o sucedem, conforme se vê na figura.



Fig. 12 Pilhas em série.

Observação: Se os n geradores associados forem idênticos, cada um com fem igual a ε e resistência interna igual a r , teremos: $\varepsilon_{\text{eq}} = n \cdot \varepsilon$ e $r_{\text{eq}} = n \cdot r$.

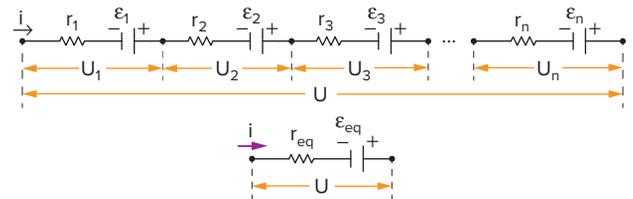


Fig. 13 Representação de geradores em série.

O gerador equivalente à associação é aquele que apresenta, entre seus terminais, a mesma ddp U dos terminais da associação, quando percorrido pela mesma corrente, qualquer que seja ela.

Assim, para os n geradores da associação, temos:

$$\begin{aligned} U_1 &= \varepsilon_1 - r_1 \cdot i \\ U_2 &= \varepsilon_2 - r_2 \cdot i \\ U_3 &= \varepsilon_3 - r_3 \cdot i \\ &\vdots \\ U_n &= \varepsilon_n - r_n \cdot i \end{aligned}$$

Somando todas essas igualdades membro a membro, obtemos:

$$\begin{aligned} U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n &= \\ &= (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \dots + \varepsilon_n) - (r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n) \cdot i \end{aligned}$$

$$U = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \dots + \varepsilon_n) - (r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n) \cdot i \quad (I)$$

Para o gerador equivalente, temos:

$$U = \varepsilon_{\text{eq}} - r_{\text{eq}} \cdot i \quad (II)$$

Comparando as expressões (I) e (II), obtemos:

$$\varepsilon_{\text{eq}} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \dots + \varepsilon_n$$

$$r_{\text{eq}} = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n$$

! Atenção

O objetivo de uma associação em série é aumentar a potência fornecida ao circuito através do aumento da fem do sistema.

Na associação de geradores em série, a grande vantagem está no fato de a força eletromotriz equivalente ser a soma das forças eletromotrizes de todos os geradores. Em contrapartida, a resistência interna equivalente também é a soma das resistências internas de todos eles.

Associação em paralelo

Analisaremos apenas o caso em que os geradores associados são iguais, por ser esta a única situação de real interesse e a única conveniente, pois neste caso os geradores são desgastados por igual.

Observação: Na associação de geradores iguais em paralelo, uma das vantagens está no fato de a corrente que passa em cada um deles ser apenas uma fração da corrente total, o que prolonga sua vida útil. Outra vantagem é a redução da resistência interna, o que proporciona maior estabilidade na tensão de operação. Em contrapartida, a fem equivalente é a mesma de cada gerador.

Dizemos que dois ou mais geradores estão associados em paralelo quando seus polos positivos estão ligados juntos, o mesmo ocorrendo com os polos negativos. Nessa situação, a ddp entre os terminais é a mesma para todos os geradores.

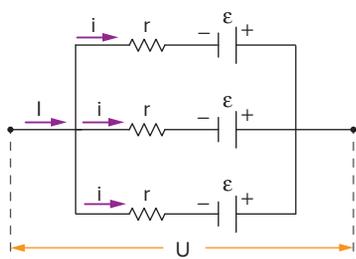


Fig. 14 Representação de geradores em paralelo.

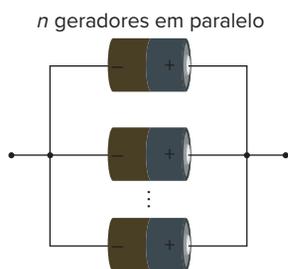


Fig. 15 Pilhas em paralelo.

O gerador equivalente à associação é aquele que, percorrido pela mesma corrente total da associação, apresenta a mesma tensão entre os seus terminais, qualquer que seja essa corrente.

! Atenção

O objetivo de uma associação em paralelo é aumentar a potência fornecida ao sistema, porém, através do aumento da corrente que circula pelo mesmo.

Para cada um dos n geradores da associação, temos:

$$U = \varepsilon - r \cdot i \quad (I)$$

Para o gerador equivalente, temos:

$$U = \varepsilon_{eq} - r_{eq} \cdot I$$

E como $I = n \cdot i$, temos:

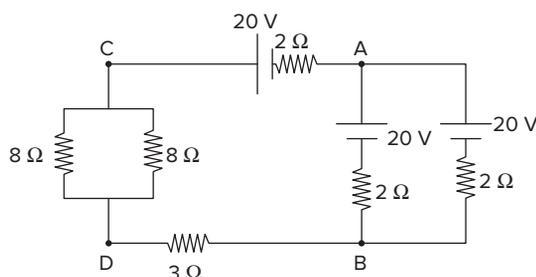
$$U = \varepsilon_{eq} - r_{eq} n \cdot i \quad (II)$$

Comparando as expressões (I) e (II), obtemos:

$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon \quad \text{e} \quad r_{eq} n = r \Rightarrow r_{eq} = \frac{r}{n}$$

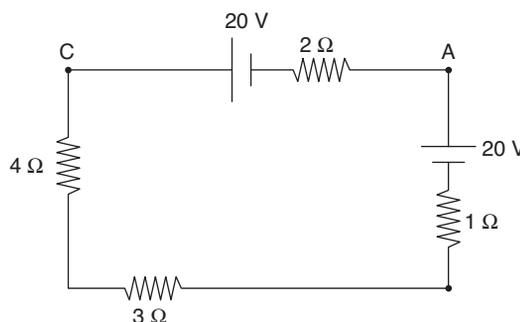
Exercício resolvido

- 2 Três geradores, cada um de fem $\varepsilon = 20 \text{ V}$ e resistência interna $r = 2 \Omega$, são associados como indica a figura. Nessas condições, determine:
- A intensidade da corrente que atravessa cada gerador.
 - A ddp entre os pontos A e B.



Resolução:

- a) Inicialmente, observamos que os dois geradores conectados em paralelo entre os pontos A e B são idênticos. Assim, podemos substituir esses geradores por um único de força eletromotriz $\varepsilon = 20 \text{ V}$ e resistência interna $r_{eq} = 1 \Omega$. Da mesma forma, podemos substituir os dois resistores idênticos de 8 W em paralelo pelo seu equivalente de 4 W . Redesenhando, temos:



Agora, observamos que os dois geradores estão em série. Portanto, sua força eletromotriz é a soma das fem's individuais, ou seja:

$$\varepsilon = 20 + 20 = 40 \text{ V}$$

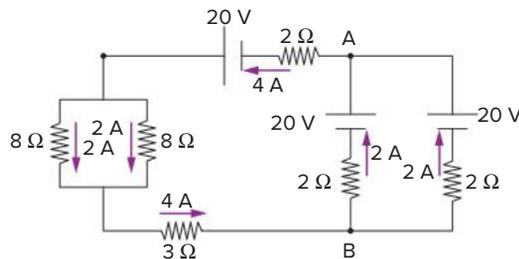
A resistência equivalente do circuito é a soma de todas as resistências, pois elas estão em série, tal que:

$$r_{eq} = 1 + 2 + 4 + 3 = 10 \, \Omega$$

Portanto, a corrente que atravessa o circuito é dada por:

$$i = \frac{40}{10} = 4 \, \text{A}$$

- b) Como os dois geradores que estão em paralelo são iguais, cada um deles será atravessado por 2 A, como mostra a figura:



Portanto, a diferença de potencial entre os pontos A e B é igual a 16 V.

O receptor elétrico

É o elemento passivo do circuito que tem por finalidade transformar energia elétrica em outra forma qualquer de energia que não seja exclusivamente térmica.

Um motor elétrico é um bom exemplo de receptor. Ele converte energia elétrica em trabalho útil, conforme se observa na figura a seguir.

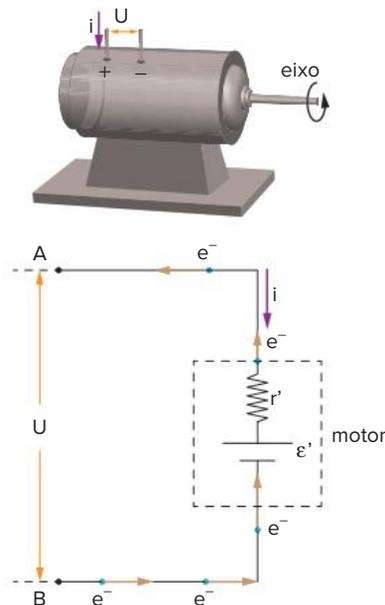


Fig. 16 Receptor elétrico.

No caso dos receptores, o movimento das cargas no circuito externo não é espontâneo. Isso se entende pelo fato de que é necessário que se force a passagem dos elétrons pelo interior do receptor a fim de que ele possa

realizar a conversão de energia elétrica em energia mecânica (no caso do motor). É por esse motivo que a tensão ϵ' nos terminais do receptor é chamada força contraeletromotriz (fcm).

Já no interior do receptor, o movimento das cargas é a favor do campo, ou seja, a força elétrica realiza um trabalho positivo sobre as cargas e, nesse trajeto, a energia elétrica é convertida em outra forma de energia. A corrente em um receptor é do polo positivo para o negativo.

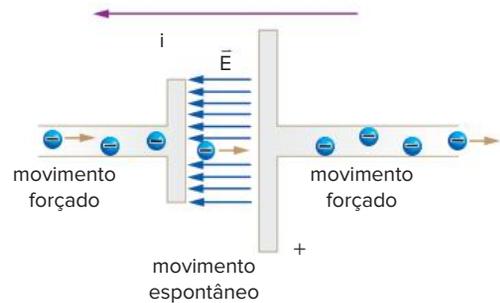


Fig. 17 Representação detalhada de um receptor.

Assim, para um receptor ideal conectado a um gerador que mantém uma tensão U nos terminais do circuito, podemos escrever que: $U = \epsilon'$.

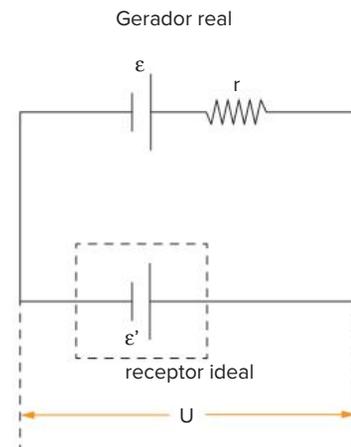


Fig. 18 Circuito com receptor ideal.

Nos receptores reais, há uma resistência interna r' responsável pela dissipação, por efeito Joule, de parte da energia que é entregue ao receptor. A existência dessa resistência pode ser explicada pelo fato de que a corrente, ao atravessar o gerador, encontra uma resistência não nula. Nesse caso, podemos escrever que:

$$U = \epsilon' + r' \cdot i$$

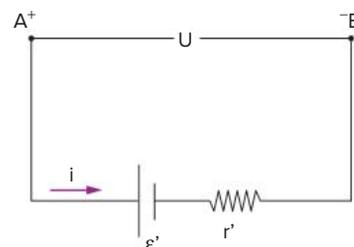


Fig. 19 Circuito com receptor real.

Essa equação é chamada equação característica do receptor elétrico e nos diz que a tensão U , mantida nos terminais do receptor, é igual à sua força contraeletromotriz \mathcal{E}' mais a queda de tensão na resistência interna $r' \cdot i$. Essa equação pode ser melhor entendida se traçarmos o gráfico de U em função de i .

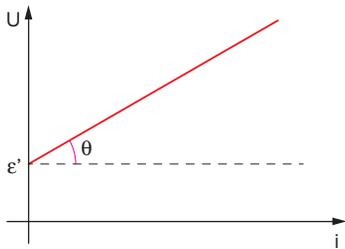


Fig. 20 Reta característica do receptor real.

Pela análise do gráfico, podemos identificar que se a corrente é nula, então $U = \mathcal{E}'$.

O coeficiente angular da reta é o próprio valor da resistência interna r' do receptor: $\text{tg } \theta = r'$.

! Atenção

A equação do receptor nos mostra que $U > \mathcal{E}'$ em qualquer ponto de funcionamento do circuito.

Lei de Pouillet: circuito gerador-resistor-receptor

Para que se possa ter uma melhor ideia do todo do circuito, vamos aplicar a Lei de Pouillet em um circuito no qual temos um gerador e receptores reais e uma resistência R .

Nesta montagem, a tensão U nos terminais do circuito é igual à tensão sobre o receptor somada à tensão na resistência.

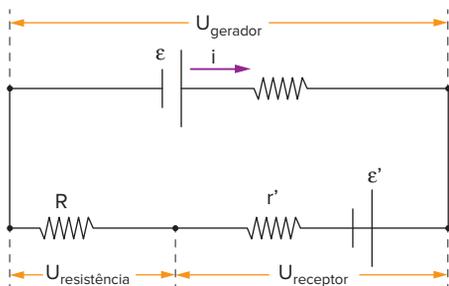


Fig. 21 Circuito gerador-resistor-receptor.

Podemos escrever que: $U_{\text{gerador}} = U_{\text{receptor}} + U_{\text{resistor}}$

Como a corrente que atravessa todos os elementos é a mesma, substituindo as equações do gerador e do receptor, temos que:

$$\mathcal{E} - r \cdot i = \mathcal{E}' + r' \cdot i + R \cdot i \text{ ou } i = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}'}{r + r' + R}$$

Observação: Essa é uma das razões pelas quais não se deve associar pilhas velhas com pilhas novas em paralelo; a pilha gasta, tendo menor tensão, poderá funcionar como um receptor, drenando energia da pilha nova, que além de alimentar o circuito terá que "alimentar" a pilha gasta.

Essa lei bem poderia ser chamada "princípio do cabo de guerra". Imagine que a tensão total do circuito é um cabo de guerra no qual o elemento de maior tensão é o gerador e o de menor é o receptor. Sendo assim, a tensão total é a diferença entre a força eletromotriz e a força contraeletromotriz.

Energia e potência elétrica do receptor

Similarmente ao que foi feito com os geradores, passemos a pensar no receptor como um consumidor de energia elétrica.

O circuito, através do gerador, entrega ao receptor uma potência recebida (P_r), parte dessa potência é transformada em potência útil (P_u) e a outra parte é dissipada na resistência interna do receptor (r'). Pelo princípio da conservação da energia, podemos escrever que: $P_r = P_u + P_d$

Essa equação pode ser obtida multiplicando-se os dois lados da equação característica do receptor elétrico pela corrente (i), tal que: $U \cdot i = \mathcal{E}' \cdot i + r' \cdot i^2$

Portanto:

$$\begin{aligned} P_r &= U \cdot i \\ P_u &= \mathcal{E}' \cdot i \\ P_d &= r' \cdot i^2 \end{aligned}$$

Podemos também definir um rendimento do receptor elétrico como sendo a razão entre a potência útil gerada pelo receptor pela potência recebida.

$$\eta_{\text{receptor}} = \frac{P_u}{P_r} = \frac{\mathcal{E}' \cdot i}{U \cdot i} = \frac{\mathcal{E}'}{U}$$

Exercício resolvido

3 Um motor elétrico sob tensão de 110 V é atravessado por uma corrente de intensidade de 10 A. A potência elétrica útil do motor é de 1000 W. Calcule:

- a força contraeletromotriz (f_{cem}) do motor, \mathcal{E}' , e a sua resistência interna r' .
- o rendimento elétrico do motor.
- A corrente que circula pelo motor se ele for travado.

Resolução:

a) A potência elétrica útil do motor é dada por:

$$\begin{aligned} P_u &= \mathcal{E}' \cdot i \\ \therefore \mathcal{E}' &= \frac{1.000}{10} = 100 \text{ V} \end{aligned}$$

A equação característica do receptor é:

$$U = \mathcal{E}' + r' \cdot i \Rightarrow 110 = 100 + r' \cdot 10 \Rightarrow r' = 1 \Omega$$

b) O rendimento do motor é a relação entre a sua f_{cem} e a tensão aplicada nos seus terminais, ou seja:

$$\eta_{\text{motor}} = \frac{\mathcal{E}'}{U} = \frac{100}{110} \approx 0,91 \text{ ou } 91\%$$

c) Com o motor travado, a força contraeletromotriz \mathcal{E}' se anula, já que ela representa a conversão de energia elétrica em mecânica no motor. Neste caso, a corrente é limitada exclusivamente pela resistência interna do motor, tal que:

$$i = \frac{U}{r} = \frac{110}{1} = 110 \text{ A}$$

(Observe que o valor da corrente é bem maior do que o valor obtido com o motor funcionando.)

Em geral, podemos entender o processo da seguinte forma: o gerador possui uma potência total (P_t) a entregar para o circuito. Parte dessa potência é dissipada na sua resistência interna (P_d) e parte é entregue ao circuito na forma de uma potência (P_u).

O gerador, ao receber essa potência, transforma parte dela em potência útil (P_u) e dissipa parte dela em sua resistência interna (P_d). Esse processo é melhor ilustrado na figura a seguir, onde se considera que o gerador alimenta o receptor por meio de fios ideais.

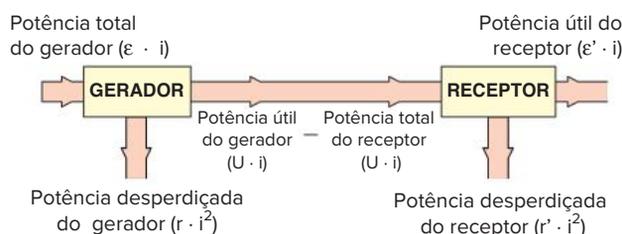


Fig. 22 Distribuição de potência em um circuito.

Capacitores

Como último elemento de um circuito elétrico a ser analisado neste capítulo, temos o capacitor ou condensador.

Os capacitores são elementos que têm, no circuito, a função de armazenar energia potencial elétrica por meio do armazenamento de cargas elétricas.

Todo par de condutores separados por um dielétrico e carregados com carga de mesmo módulo, porém de sinais opostos, constitui um capacitor ou condensador elétrico. A armadura que recebe as cargas do gerador é chamada armadura coletora e a que sofre a indução é chamada armadura condensadora.

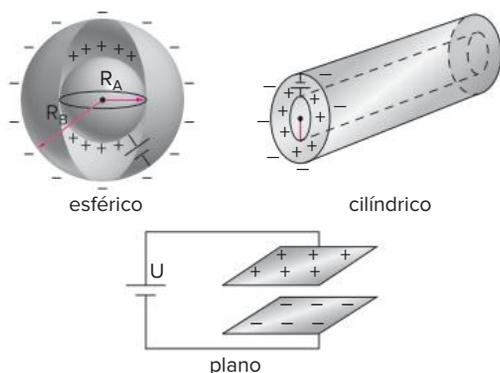


Fig. 23 Capacitores: esférico, cilíndrico e plano.

Observe que nas três situações (capacitores esféricos, cilíndricos ou planos) a indução é praticamente total. Todo o capacitor é constituído, portanto, de armaduras metálicas em que as cargas ficam armazenadas e de um meio dielétrico que separa as duas armaduras. Nosso estudo

será concentrado no capacitor de armaduras planas, devido ao fato de o campo elétrico entre as armaduras ser praticamente uniforme.

O símbolo do capacitor é o indicado na figura a seguir.



Fig. 24 Representação de um capacitor.

Os capacitores são utilizados em diversas aplicações na eletrônica, como na redução de variação de tensão em circuitos elétricos, para sintonia em circuitos de rádio e TV e em circuitos de controle de sistemas mecânicos.

Definição de capacitância

Inicialmente, iremos definir a capacitância eletrostática de um condutor esférico isolado para depois estendermos o conceito para os capacitores planos.

Considere uma esfera condutora de raio R , carregada com uma carga Q , em um meio cuja constante eletrostática é K , e em equilíbrio eletrostático. Essa situação é descrita na figura a seguir.

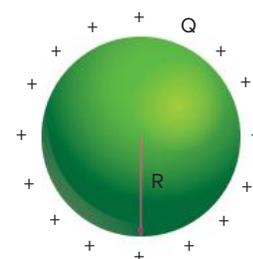


Fig. 25 Esfera condutora carregada e em equilíbrio eletrostático.

Conforme estudado no capítulo 3, o potencial dessa esfera em relação ao infinito é dado por:

$$V = \frac{KQ}{R}$$

Ou ainda, podemos escrever a relação entre a carga Q e o potencial V da seguinte forma:

$$Q = \frac{R}{K} \cdot V$$

Observe que a relação entre a carga Q e o potencial V é uma relação de proporção direta, pois o termo $\frac{R}{K}$ é uma constante que depende somente da geometria e do meio em que se encontra a esfera. Assim, podemos escrever que:

$$Q = CV$$

Ou ainda: $C = \frac{Q}{V}$

A esta relação entre a carga elétrica da esfera condutora e o potencial elétrico que ela adquire é dado o nome de capacitância ou capacidade eletrostática do condutor isolado, sendo a sua unidade no sistema internacional o farad, indicado pela letra F , tal que:

$$1F = \frac{1C}{1V}$$

Os capacitores, como definido anteriormente, possuem duas armaduras metálicas. O nosso estudo será focado nos capacitores de armaduras planas, conhecido como capacitor plano.

Ao se aplicar nos terminais de um capacitor uma diferença de potencial U , aparecem, nas suas armaduras, cargas de módulos iguais, porém de sinais opostos, conforme se observa na figura a seguir.

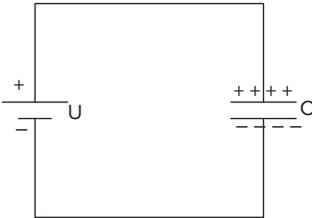


Fig. 26 Circuito com capacitor.

Define-se a capacitância (C) do capacitor como sendo a razão entre a quantidade de carga armazenada (Q) e a tensão aplicada entre os seus terminais (U), ou seja:

$$C = \frac{Q}{U}$$

É importante frisar que a capacitância C de um capacitor é uma grandeza que depende somente da geometria do capacitor e do dielétrico que preenche o capacitor. No

capacitor plano, a capacitância é dada por:

$$C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}$$

Nessa expressão, k é a constante dielétrica do meio que indica a relação entre a permissividade elétrica do dielétrico que preenche o capacitor (ϵ) e a permissividade do vácuo (ϵ_0); A é a área em m^2 das armaduras; e d é a distância em m entre elas.

Essa expressão nos permite concluir que, ao inserirmos um dielétrico entre as placas do capacitor, inicialmente no vácuo, teremos um aumento da capacitância.

Energia potencial elétrica armazenada

Ao ligarmos um capacitor nos terminais de uma bateria, conseguimos armazenar cargas elétricas nas armaduras do capacitor. Essas cargas estão sujeitas a uma diferença de potencial U e, portanto, temos energia potencial elétrica neste sistema.

Supondo a capacitância constante, se traçarmos o gráfico de carga armazenada Q em função da tensão aplicada U , teremos a figura a seguir.

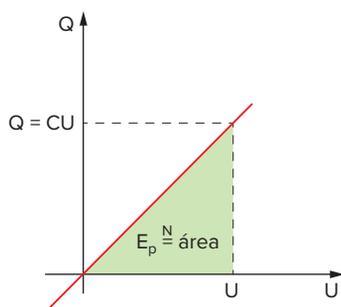


Fig. 27 Quantidade de carga versus diferença de potencial.

Se lembrarmos que a energia potencial elétrica de uma carga colocada em um potencial V é dada por: $E_p = qV$, iremos observar que a energia potencial elétrica armazenada pelo capacitor é numericamente igual à área sob a reta Q versus U . Portanto, a energia potencial elétrica é dada por: $E = \frac{QU}{2}$

Utilizando-se da relação $Q = C \cdot U$ ou $U = \frac{Q}{C}$, podemos expressar a energia potencial elétrica nas formas:

$$E = \frac{QU}{2} = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Associação de capacitores

Da mesma forma que os resistores podem ser associados em um circuito elétrico em série ou em paralelo, os capacitores também podem se associar.

O objetivo deste tópico é a determinação da capacitância equivalente em cada um dos casos.

Associação de capacitores em série

Observe a associação dos capacitores a seguir.

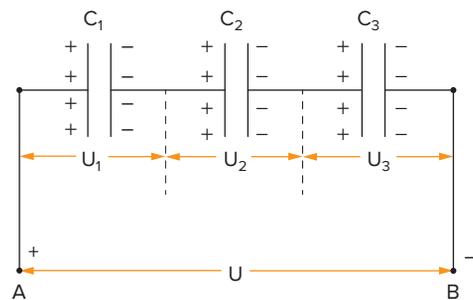


Fig. 28 Representação de capacitores em série.

É fácil observar que somente uma armadura do capacitor C_1 e uma do capacitor C_3 estão ligadas à bateria. Portanto, a carga que aparecer na armadura ligada à bateria do capacitor C_1 é a mesma em módulo que aparecerá na outra armadura do capacitor C_1 , e assim por diante em todos os capacitores da associação.

Atenção

Em uma associação de capacitores em série, todos os capacitores possuem a mesma carga Q , que é igual à carga total da associação.

A tensão total aplicada nos terminais da associação U é igual ao somatório das tensões sobre os capacitores C_1 , C_2 e C_3 , tal que:

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

Mas

$$U = \frac{Q}{C_{eq}}$$

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2}$$

$$U_3 = \frac{Q}{C_3}$$

Substituindo na equação anterior, tem-se que:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Ou seja, o inverso da capacitância equivalente em série é igual à soma dos inversos da capacitância de cada um dos elementos da associação.

! Atenção

- Observe que o cálculo da capacitância equivalente em série é idêntico ao do cálculo da resistência equivalente em paralelo.
- A capacitância equivalente em série é sempre menor do que a menor das capacitâncias da associação.
- Se houver n capacitores iguais a C associados em série, a capacitância equivalente é calculada por: $C_{eq} = \frac{C}{n}$
- Se houver dois capacitores C_1 e C_2 associados em série, uma expressão muito útil para o cálculo da capacitância equivalente é dada por: $C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$
- A energia potencial elétrica armazenada da associação é dada por: $E_p = \frac{Q^2}{2C_{eq}}$

Associação de capacitores em paralelo

Observe a associação de capacitores a seguir.

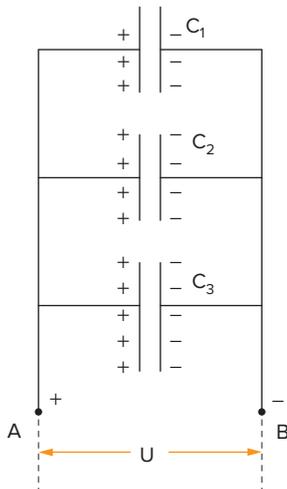


Fig. 29 Representação de capacitores em paralelo.

Como no caso dos resistores, os capacitores em paralelo estão ligados à mesma tensão; portanto, a ddp nos terminais de todos os capacitores é a mesma.

Observação: Em uma associação de capacitores em paralelo, a tensão é a mesma em todos os capacitores.

A carga total Q armazenada pela associação é o somatório das cargas armazenadas pelos capacitores C_1 , C_2 e C_3 , tal que:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Mas

$$Q = C_{eq} \cdot U$$

$$Q_1 = C_1 \cdot U$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U$$

$$Q_3 = C_3 \cdot U$$

Substituindo na equação anterior, tem-se que:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 \Rightarrow \text{paralelo}$$

Ou seja, a capacitância equivalente em paralelo é igual à soma dos capacitores existentes na associação.

! Atenção

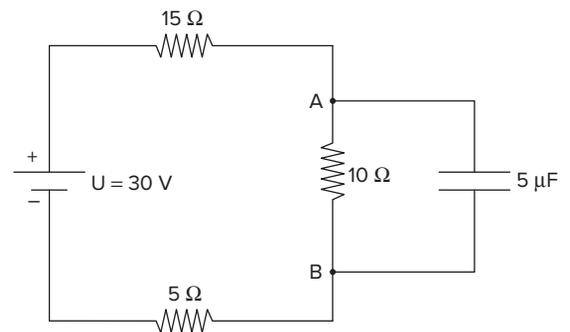
- Observe que o cálculo da capacitância equivalente em paralelo é idêntico ao do cálculo da resistência equivalente em série.
- A capacitância equivalente em paralelo é sempre maior do que a maior das capacitâncias da associação.
- Se houver n capacitores iguais a C associados em paralelo, a capacitância equivalente é calculada por: $C_{eq} = n \cdot C$
- A energia potencial elétrica armazenada da associação é dada por: $E_p = \frac{C_{eq} \cdot U^2}{2}$

Os capacitores no circuito elétrico

Quando se tem um capacitor em um circuito elétrico alimentado por uma tensão constante U , ele deve ser visto, em regime permanente, como um aberto, ou seja, a corrente que o atravessa é igual a zero. Nesse caso, a tensão sobre o capacitor é igual à tensão sobre o elemento em paralelo com o capacitor.

Exercício resolvido

4 Considere o circuito elétrico da figura abaixo:



Determine:

- a intensidade de corrente no gerador.
- a ddp entre A e B.
- a carga adquirida pelo capacitor.
- a energia potencial elétrica adquirida pelo capacitor.

Resolução:

- a) Em regime estacionário, o capacitor é visto como um aberto, dessa forma, a corrente só atravessa os resistores. A resistência equivalente é facilmente calculada como:

$$R_{\text{equivalente}} = 15 + 10 + 5 = 30 \, \Omega$$

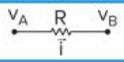
$$\text{Portanto, a corrente } i \text{ é dada por: } i = \frac{30 \, \text{V}}{30 \, \Omega} = 1 \, \text{A}$$

- b) A ddp entre A e B é a própria ddp sobre o resistor de $10 \, \Omega$, tal que: $U_{AB} = 10 \cdot 1 = 10 \, \text{V}$
- c) A tensão sobre o capacitor é a própria tensão U_{AB} , tal que: $Q = C \cdot U_{AB} = (10 \cdot 5) \cdot 10^{-6} = 50 \, \mu\text{C}$
- d) A energia potencial elétrica pode ser calculada pela expressão:

$$E_p = \frac{C \cdot U^2}{2} = 50 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 250 \, \mu\text{J}$$

Variação de potencial entre os terminais de elementos de um circuito

Para a resolução dos circuitos elétricos, é interessante que possamos entender o que acontece com a tensão nos terminais de um dipolo quando por ele passa uma corrente elétrica i . O quadro a seguir ilustra os principais dispositivos encontrados nos circuitos elétricos, tanto para resistores como para elementos com placas, como é o caso dos geradores, receptores e capacitores.

Elemento	no mesmo sentido da corrente, o potencial	V_A	V_B	ΔV
	diminui	x	$x - R \cdot i$	$R \cdot i$
Elemento	da placa – passa para a placa +	V_A	V_B	ΔV
 Gerador receptor	aumenta	x	$x + \varepsilon$	ε
 Capacitor C	aumenta	x	$x + \frac{Q}{C}$	$\frac{Q}{C}$

Tab. 1 Quedas de tensão em diferentes elementos do circuito.

Este quadro nos mostra com clareza que, ao atravessarmos um resistor R no sentido da corrente elétrica, temos uma queda de potencial igual a $R \cdot i$.

É muito importante compreendermos bem esse quadro, pois ele será muito útil ao resolvermos circuitos, que será o nosso próximo assunto.

As leis de Kirchhoff

As leis de Kirchhoff são importantes ferramentas para o cálculo de correntes e tensões em circuitos elétricos. Elas se devem ao físico alemão Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887).

Observe o circuito a seguir.

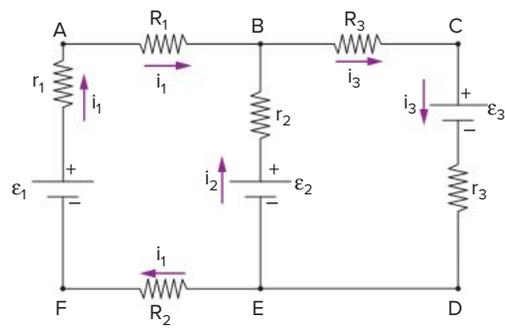


Fig. 30 Circuito elétrico com duas malhas.

Nesta rede elétrica formada pelos geradores (ε_1, r_1) e (ε_2, r_2), pelo receptor (ε_3, r_3) e pelos resistores R_1, R_2 e R_3 , podemos identificar os nós B e E. Nós são pontos do circuito onde a corrente se divide.

Ramos são trechos do circuito entre os nós.

Nesse caso, podemos identificar três ramos: EFAB, EB e EDCB.

Finalmente, malhas são definidas como quaisquer conjuntos de ramos que formam um percurso fechado. Nesse caso, as malhas são três: EFABE, EBCDE e ABCDEFA.

Definidos esses termos, podemos enunciar as duas leis de Kirchhoff, que são de fácil entendimento:

- Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) ou lei dos nós – O somatório das correntes que chegam a um nó é igual ao somatório das correntes que saem deste nó.
- Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) ou lei das malhas – Ao se percorrer uma malha, o somatório algébrico das ddp é nulo.

Resolução de circuitos elétricos

Circuitos com uma única malha

I. Primeiro método

Os circuitos com uma única malha são muito simples de se resolver, bastando aplicar a Lei de Pouillet no seu caso mais geral, ou o "princípio do cabo de guerra".

Observemos o circuito da figura a seguir.

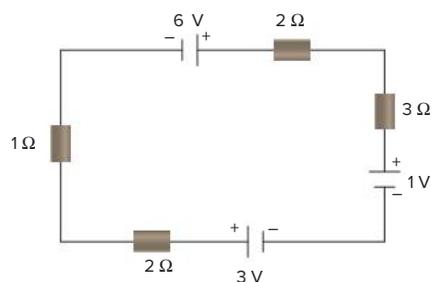


Fig. 31 Circuito de uma única malha.

Inicialmente, não sabemos quais elementos de tensão funcionarão como geradores e quais como receptores.

Verificamos, por uma simples inspeção, que as forças eletromotrizes dos elementos de tensão de 3 V e 6 V se somam, ao passo que o elemento de tensão de 1 V se "opõe" aos dois primeiros.

Atenção

O que foi dito anteriormente pode ser facilmente verificado observando-se que os elementos de tensão de 3 V e 6 V fazem com que a corrente circule no sentido horário, ao passo que o elemento de tensão de 1 V faz com que a corrente circule no sentido anti-horário.

Dessa forma, verificamos que os elementos de tensão de 3 V e 6 V funcionam como geradores e o elemento de tensão de 1 V funciona como receptor.

A resistência equivalente do circuito é a soma de todas as resistências, já que todas estão em série.

Assim, pela Lei de Pouillet, temos que:

$$i = \frac{6 + 3 - 1}{1 + 2 + 3 + 2} = 1 \text{ A, sentido horário.}$$

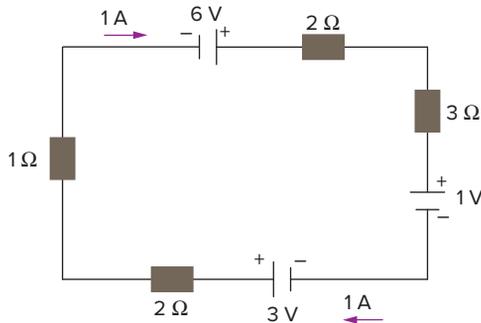


Fig. 32 Representação da corrente no circuito.

Ao observarmos o circuito, constatamos que os elementos de tensão de 3 V e 6 V são percorridos por corrente do polo negativo para o positivo, o que caracteriza geradores elétricos, ao passo que o elemento de tensão de 1 V é percorrido por corrente do polo positivo para o negativo, o que caracteriza os receptores elétricos.

II. Segundo método

Aplicando a Lei de Kirchhoff de Tensões (LKT), teremos uma outra forma de resolver o problema.

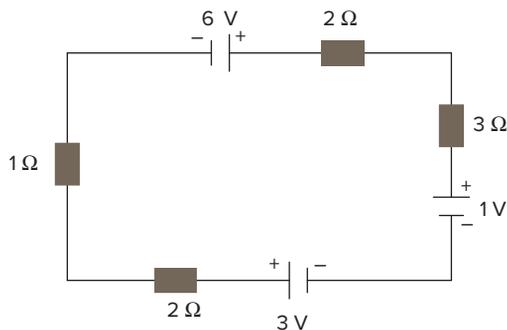


Fig. 33 Circuito de uma única malha.

Para aplicarmos as leis de Kirchhoff, partimos do pressuposto de que não conhecemos o real sentido da corrente elétrica; portanto, atribuímos arbitrariamente um sentido de corrente, por exemplo, no sentido anti-horário. Assim, o circuito, com a corrente neste sentido, pode ser visto na figura a seguir.

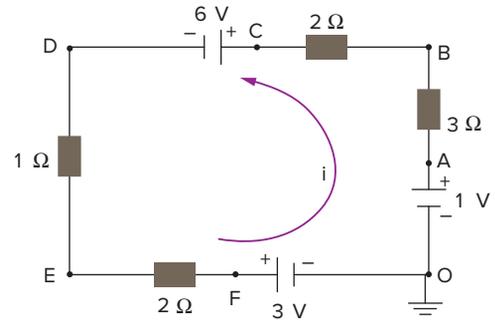


Fig. 34 Representação da corrente no circuito.

Em seguida, aplicamos a lei de malhas, obedecendo ao quadro de variação do potencial em um dipolo.

De forma resumida, tem-se que:

- ao passar por um resistor R no sentido da corrente, tem-se uma queda de potencial igual a $R \cdot i$; se passarmos contra o sentido da corrente, teremos um acréscimo de potencial igual a $R \cdot i$.
- ao atravessarmos um elemento de tensão do polo positivo para o negativo, tem-se um decréscimo de tensão igual ao valor de sua fem ou fcm; caso contrário, teremos um acréscimo de tensão.

Partindo do ponto indicado como tensão nula (terra) e no sentido da corrente, tem-se que:

$$+1 - 3 \cdot i - 2 \cdot i - 6 - 1 \cdot i - 2 \cdot i - 3 = 0$$

A operação acima é a aplicação da lei das malhas ao circuito da figura, obedecendo aos sinais das ddps descritos acima.

A resolução dessa equação nos leva a um valor de corrente igual a: $i = -1 \text{ A}$

O sinal negativo encontrado nos indica que o sentido da corrente escolhido a princípio não é correto e que a corrente elétrica flui, na verdade, no sentido horário. Esse resultado coincide com o inicialmente encontrado utilizando-se a Lei de Pouillet.

Circuitos com mais de uma malha

A real utilidade das leis de Kirchhoff se revela quando resolvemos circuitos com mais de uma malha, como o do exemplo a seguir.

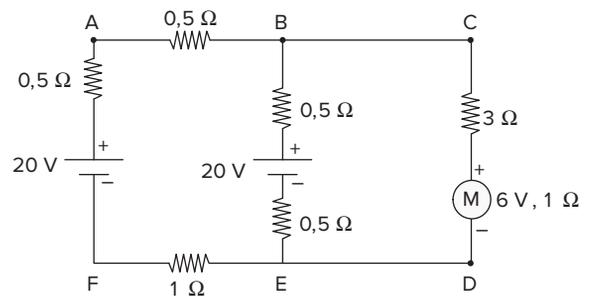


Fig. 35 Circuito com duas malhas.

O primeiro passo é atribuir arbitrariamente as correntes nos ramos do circuito EFAB (i_1), EB (i_2) e BCDE (i_3). É importante frisar que esta escolha é totalmente arbitrária. Os sinais das correntes ao final da resolução do circuito nos dirão se os sentidos foram escolhidos corretamente ou não.

Essas correntes foram escolhidas conforme a figura a seguir:

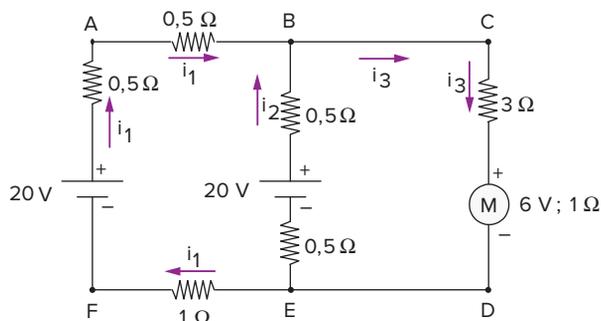


Fig. 36 Representação das correntes no circuito.

Verificamos que temos três incógnitas: as correntes i_1 , i_2 e i_3 . Para resolvermos essas incógnitas, precisaremos de três equações. Essas equações serão obtidas pelas leis de Kirchhoff.

Da Lei de Kirchhoff dos nós, aplicada ao nó B, temos: $i_1 + i_2 = i_3$.

O somatório das correntes que chegam ao nó B (i_1 e i_2) deve ser igual ao somatório das correntes que saem deste nó (i_3).

Faltam ainda duas equações. A primeira delas sairá da aplicação da lei das malhas à malha EFABE e a segunda equação, da aplicação da lei das malhas à malha EBCDE. Observe que na malha EBCDE, o motor M é um receptor de fcm 6 V e resistência interna $1\ \Omega$.

- Para a malha EFABE, tem-se que, partindo do nó E e percorrendo a malha no sentido de i_1 :
 $-i_1 + 20 - 0,5 \cdot i_1 - 0,5 \cdot i_1 + 0,5 \cdot i_2 - 20 + 0,5 \cdot i_2 = 0$
Rearranjando: $2 \cdot i_1 - i_2 = 0$.
- Para a malha EBCDE, tem-se que, partindo do nó E, no sentido de i_2 :
 $-0,5 \cdot i_2 + 20 - 0,5 \cdot i_2 - 3 \cdot i_3 - 6 - 1 \cdot i_3 = 0$
Rearranjando: $4 \cdot i_3 + i_2 = 14$.

Observe que temos agora três equações para três incógnitas. A resolução desse sistema nos leva a:

$$i_1 = 1\ \text{A}; \quad i_2 = 2\ \text{A} \quad \text{e} \quad i_3 = 3\ \text{A}.$$

Ou seja, os sentidos das correntes foram adequadamente escolhidos devido ao fato de que os sinais foram todos positivos.

! Atenção

A Lei de Kirchhoff, conforme apresentada aqui, foi feita com a convenção de sinais oposta ao que é normalmente utilizado. A convenção utilizada neste livro é mais intuitiva e em nada prejudica o conceito físico ou os resultados atingidos.

Medidas elétricas

Na prática, é muito importante medir os parâmetros básicos de um circuito, tais como corrente e tensão. O aparelho básico para essas medições é o galvanômetro.

O seu princípio de funcionamento se baseia nos efeitos sobre um condutor percorrido por corrente elétrica quando colocado em um campo magnético. Esse efeito será estudado posteriormente.

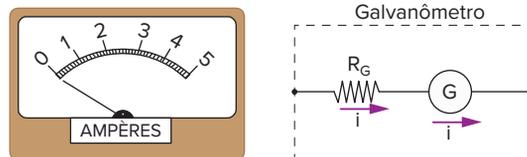


Fig. 37 Representação de um galvanômetro.

Os galvanômetros são aparelhos de resistência interna muito baixa e, portanto, capazes de detectar correntes muito baixas (na faixa de microampère). Correntes na ordem de miliampères já danificam mesmo os menos sensíveis.

Portanto, para a sua utilização, como medidores de corrente ou medidores de tensão, é necessário que se acople ao galvanômetro resistências de valores adequados a fim de não danificá-lo.

Por outro lado, ao se medir um parâmetro do circuito tal como corrente ou tensão, é indesejável que, ao se ligar o instrumento de medida no circuito, este altere significativamente os valores iniciais de corrente, ou seja, a corrente e a tensão lidas no instrumento de medida devem ser o mais próximo possível da corrente e tensão, antes de se fazer a medida.

Medida de corrente – o amperímetro

Ao se ligar um galvanômetro em série a um circuito elétrico, estamos interessados em medir a corrente elétrica que passa por esse circuito.

Tendo em vista o que foi explicado inicialmente, através do galvanômetro, agora utilizado como amperímetro, temos que respeitar o limite de corrente que pode atravessá-lo e, ao mesmo tempo, temos que garantir que o amperímetro cause a mínima perturbação no circuito. Para tal, **o amperímetro ideal é aquele que possui resistência interna nula**.

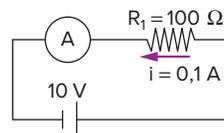


Fig. 38 Amperímetro em um circuito.

No circuito acima, temos que o amperímetro, ligado em série com o resistor R_1 , vai medir a corrente que passa por esse resistor.

Corrente máxima no galvanômetro

Suponhamos que, no problema anterior, o galvanômetro utilizado como amperímetro suporte, no máximo, uma corrente de 1 mA. Como se pode observar, a corrente através de R_1 é de 0,1 A, ou seja, 100 vezes maior.

Se ligássemos o galvanômetro diretamente nesse circuito, certamente o danificaríamos.

Para contornar esse problema e permitir que o amperímetro tenha um fundo de escala (máximo valor permitido para leitura) variável, colocamos em paralelo com a resistência interna R_G do galvanômetro outras resistências de menor valor, denominadas resistências *shunt* R_S , de tal forma que o excesso de corrente que passaria pelo galvanômetro seja desviada para essas resistências de *shunt*. Conforme se observa na figura 39.

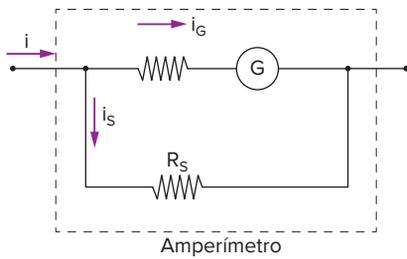


Fig. 39 Circuito com resistência de *shunt* = amperímetro.

Nesta figura, o máximo de corrente (fundo de escala) do galvanômetro é i_G . Porém, é possível ler valores maiores de corrente, colocando-se em paralelo as resistências de *shunt*, tal que o excesso de corrente i_S , que danificaria o galvanômetro, passe pela resistência R_S e não pelo galvanômetro.

É possível calcular qual deve ser a resistência de *shunt*, conhecendo-se qual é o fundo de escala do galvanômetro i_G , a sua resistência interna R_G e qual o fundo de escala que se deseja i .

Da figura anterior, tem-se que:

$$i = i_G + i_S$$

A equação acima nos diz que a corrente total que entra no amperímetro é igual à corrente que passa pelo galvanômetro i_G mais a corrente que passa pelo *shunt* i_S . Mas, pelo fato de R_G e R_S estarem em paralelo, a tensão nos seus terminais é a mesma, ou seja:

$$R_G i_G = R_S i_S$$

Portanto: $i_S = \frac{R_G i_G}{R_S}$

Substituindo na equação anterior e rearranjando, temos que:

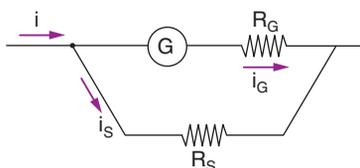
$$\frac{i}{i_G} = 1 + \frac{R_G}{R_S}$$

Pela equação acima, podemos facilmente determinar qual deve ser a resistência de *shunt* a ser colocada em paralelo para se modificar o fundo de escala de um galvanômetro.

Exercício resolvido

- 5 Um galvanômetro de resistência 1Ω pode acusar, sem se danificar, correntes de intensidade até 5 mA. Qual o valor de *shunt* que deve ser associado a ele para que se torne um miliamperímetro de fundo de escala 50 mA? Qual a resistência elétrica interna do miliamperímetro?

Resolução:



Para a resolução desse problema, basta identificar os parâmetros e aplicar a equação achada anteriormente.

No nosso caso, o fundo de escala i_G vale 5 mA, a resistência interna R_G do galvanômetro é 1Ω e o fundo de escala i que se deseja é 50 mA. Pela aplicação da equação, tem-se que:

$$\frac{i}{i_G} = 1 + \frac{R_G}{R_S}; \frac{50}{5} = 1 + \frac{1}{R_S} \quad R_S = \frac{1}{9} \Omega$$

Para que se consiga aumentar o fundo de escala para 50 mA sem danificar o galvanômetro, devemos associar em paralelo à sua resistência R_G de 1Ω uma resistência de *shunt*:

$$R_S = \frac{1}{9} \Omega$$

A resistência do miliamperímetro é calculada fazendo R_G em paralelo com R_S :

$$R_{\text{equivalente}} = \frac{R_G \cdot R_S}{R_G + R_S} = \frac{1 \cdot \frac{1}{9}}{1 + \frac{1}{9}} = 0,1 \Omega$$

Com a colocação da resistência de *shunt*, conseguimos ao mesmo tempo elevar o fundo de escala e diminuir a resistência equivalente, aproximando o amperímetro real do amperímetro ideal.

Resumo

O amperímetro é um instrumento de medida de corrente. Ele deve ser ligado em série com o ramo que se deseja medir, como mostra a figura abaixo.

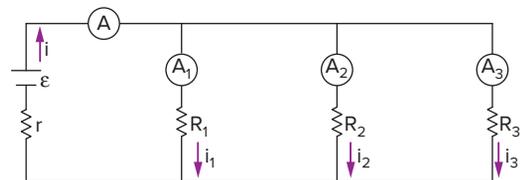


Fig. 40 Circuito contendo vários amperímetros.

No caso anterior, o amperímetro A mede a corrente total do circuito i , enquanto os amperímetros A_1 , A_2 e A_3 medem as correntes i_1 , i_2 e i_3 , que passam pelos resistores R_1 , R_2 e R_3 .

A medida de corrente realizada por um amperímetro será tanto melhor quanto menor for a sua resistência interna. Portanto, o amperímetro ideal é aquele que possui resistência interna **nula**.

Para se alterar fundos de escala dos amperímetros para valores maiores do que aqueles suportados pelos galvanômetros, associa-se em paralelo com os galvanômetros resistências de pequeno valor denominadas resistências de *shunt*.

Medida de tensão – o voltímetro

Um voltímetro é um instrumento utilizado para se medir a tensão entre dois pontos de um circuito. Para tal, devemos fazer a ligação do voltímetro em paralelo com os dois pontos entre os quais se deseja medir a tensão.

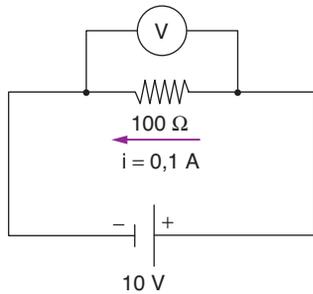


Fig. 41 Voltímetro em um circuito.

A fim de que o voltímetro cause a mínima perturbação no circuito, a corrente que passa por ele deve ser mínima. Portanto, a resistência interna do voltímetro deve ser a máxima possível. No voltímetro ideal, a sua resistência interna é infinita.

O voltímetro é obtido por meio da associação do galvanômetro com uma resistência de valor muito grande R_M , denominada multiplicador, que tem duas finalidades:

- garantir que o galvanômetro não se danifique, não permitindo que correntes acima da máxima permitida o atravessem.
- aumentar o valor máximo de tensão que o voltímetro pode ler sem se danificar.

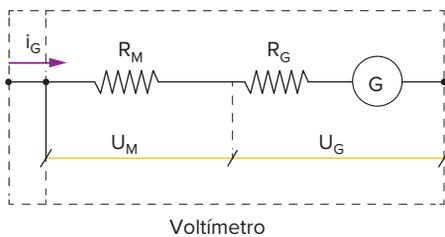


Fig. 42 Circuito interno de um voltímetro.

Na montagem anterior, observa-se que como a resistência R_G e a resistência R_M são percorridas pela mesma corrente i_G ,

$$i_G = \frac{U_M}{R_M} = \frac{U_G}{R_G},$$

logo:

$$U_M = U_G \left(\frac{R_M}{R_G} \right)$$

A tensão total lida pelo voltímetro é a soma da tensão sobre a resistência R_M e sobre a resistência R_G . Dessa forma:
 $U = U_M + U_G$

Substituindo os valores anteriormente encontrados, tem-se que:

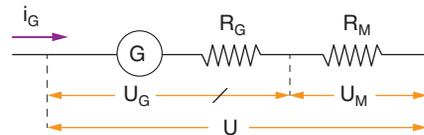
$$\frac{U}{U_G} = 1 + \frac{R_M}{R_G}$$

A equação acima nos diz que é possível aumentar a tensão máxima de leitura de um galvanômetro, colocando-se em série à resistência do galvanômetro R_G , uma resistência R_M , denominada multiplicador.

Exercício resolvido

- 6 Quer-se construir um voltímetro, com fundo de escala 200 V, a partir de um galvanômetro de resistência interna 10Ω , que pode acusar, sem se danificar, correntes com intensidade de 0,25 A. Determine como o galvanômetro pode ser modificado e qual a resistência interna do voltímetro assim construído.

Resolução:



Seja de 10Ω a resistência R_G do galvanômetro e 0,25 A a máxima corrente que o pode atravessar sem danificá-lo. A máxima tensão U_G que o galvanômetro pode ler é dada por: $U_G = R_G i_G = 10 \cdot 0,25 = 2,5 \text{ V}$.

O que se deseja é que o novo valor de tensão a ser lido U seja igual a 200 V. Portanto, aplicando-se a equação derivada anteriormente, tem-se que:

$$\frac{U}{U_G} = 1 + \frac{R_M}{R_G}; \frac{200}{2,5} = 1 + \frac{R_M}{10}; R_M = 790 \Omega$$

A resistência que deve ser adicionada em série à resistência do galvanômetro R_G para que se consiga ler valores de tensão de 200 V é uma resistência R_M de 790Ω .

A resistência total do voltímetro é a soma de R_G e R_M , já que elas se encontram em série:

$$R_V = R_G + R_M = 10 + 790 = 800 \Omega$$

Resumo

O voltímetro é um aparelho de medida de tensão e deve ser ligado em paralelo com os pontos entre os quais se deseja medir a tensão, como mostra a figura a seguir.

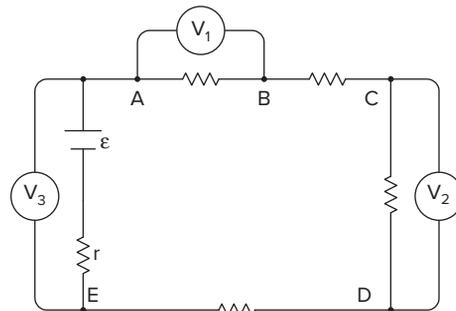


Fig. 43 Circuito contendo vários voltímetros.

O voltímetro V_3 mede a tensão sobre o gerador de fem ε e resistência interna r , o voltímetro V_1 mede a tensão entre os pontos A e B e o voltímetro V_2 mede a tensão entre os pontos C e D.

A medida de tensão realizada por um voltímetro será tanto melhor quanto maior for a sua resistência interna. Portanto, o voltímetro ideal é aquele que possui resistência interna infinita.

Para se alterar fundos de escala dos voltímetros para valores maiores do que aqueles suportados pelos galvanômetros, associam-se em série com os galvanômetros resistências de alto valor, denominadas multiplicadores.

Medidas de resistências – ponte de Wheatstone

Para a medida de resistências, utiliza-se a ponte de Wheatstone, conforme visto no capítulo anterior.

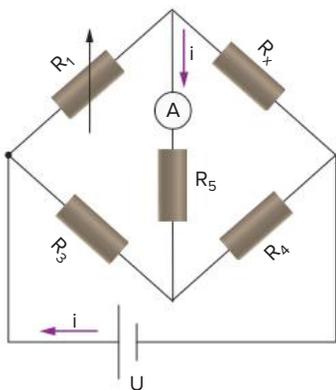


Fig. 44 Ponte de Wheatstone.

Querendo-se medir o valor da resistência R_x , varia-se o valor da resistência R_1 até obter-se leitura nula no amperímetro (A). Nessa situação, a ponte estará equilibrada e, portanto:

$$R_x \cdot R_3 = R_1 \cdot R_4 \Rightarrow R_x = R_1 \cdot \frac{R_4}{R_3}$$

Determina-se facilmente o valor da resistência R_x . O mesmo processo pode ser tranquilamente adaptado para a ponte de fio.

Medidas de força eletromotriz – o potenciômetro de Poggendorf

Observe o circuito a seguir.

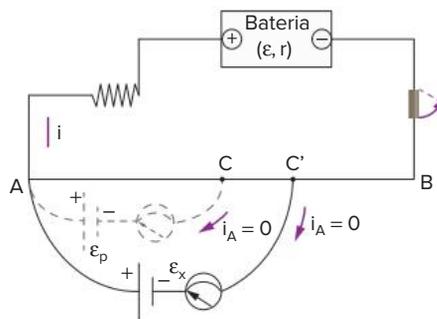


Fig. 45 Potenciômetro de Poggendorf.

A bateria de força eletromotriz ϵ e resistência interna r alimenta o circuito.

Coloca-se em paralelo a um trecho AC de um fio retilíneo e homogêneo uma pilha padrão de força eletromotriz conhecida ϵ_p , tal que o ponto C coincida com a posição em que a corrente que atravessa a pilha seja nula, assim, sendo i a corrente gerada pela bateria, tem-se que: $\epsilon_p = R_{AC} \cdot i$

Em seguida, coloca-se o gerador de força eletromotriz que se deseja medir ϵ_x , até que se obtenha uma posição C' , tal que a corrente que atravessa o gerador seja também zero, assim: $\epsilon_x = R_{AC'} \cdot i$

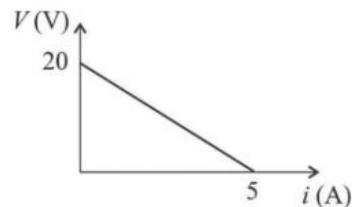
Dividindo as duas expressões, tem-se:

$$\frac{\epsilon_p}{\epsilon_x} = \frac{R_{AC}}{R_{AC'}}$$

Como o fio é homogêneo, as resistências são proporcionais aos comprimentos, portanto: $\frac{\epsilon_p}{\epsilon_x} = \frac{AC}{AC'}$

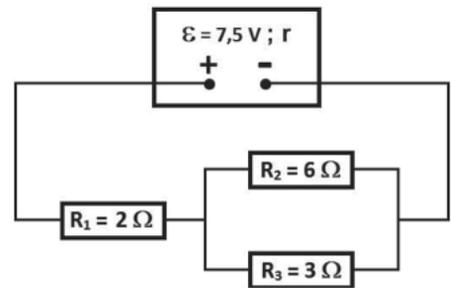
Revisando

- 1 **UFPR 2019** Um dado gerador elétrico real fornece uma tensão V entre seus terminais quando percorrido por uma corrente i . O gráfico ao lado apresenta a curva $V \times i$ para esse gerador.
 - a) Determine a resistência interna r desse gerador.
 - b) Um resistor de resistência $R_0 = 6 \Omega$ é ligado aos terminais desse gerador, formando um circuito fechado em que gerador e resistor estão ligados em série. Determine o rendimento do gerador quando funcionando nessa configuração.



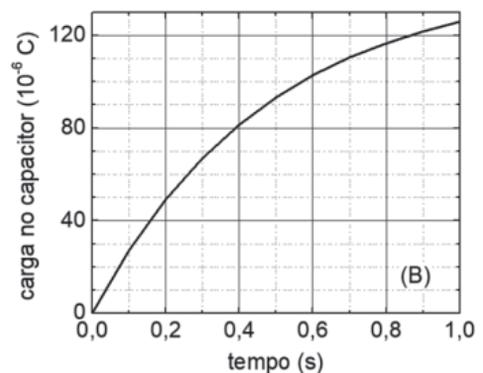
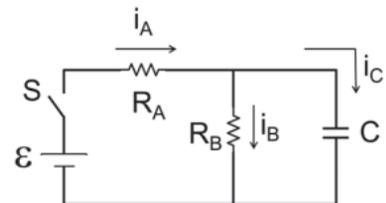
2 UFPR 2017 Foi feito um estudo com uma associação de resistores (de acordo com a figura ao lado), a qual foi conectada a uma fonte de tensão com força eletromotriz de 7,5 V e resistência interna “r”. Os valores dos resistores da associação estão indicados na figura ao lado. Todos os fios condutores são ideais e os resistores são ôhmicos. Verificou-se uma intensidade de corrente elétrica no resistor R_2 de 0,5 A. Assim, determine:

- O resistor equivalente da associação.
- A tensão elétrica nos extremos da associação de resistores.
- A resistência interna do gerador.



3 Unicamp 2019 Capacitores são componentes de circuitos elétricos que têm a função de armazenar carga. O tempo necessário para carregar ou descarregar um capacitor depende da sua capacitância C , bem como das características dos outros componentes a que ele está ligado no circuito. É a relativa demora na descarga dos capacitores que faz com que o desligamento de certos eletrodomésticos não seja instantâneo. O circuito da figura A apresenta um capacitor de capacitância $C = 20 \mu\text{C/V} = 20 \mu\text{F}$ ligado a dois resistores de resistências $R_A = 40 \text{ k}\Omega$ e $R_B = 60 \text{ k}\Omega$, e a uma bateria de força eletromotriz $\epsilon = 12 \text{ V}$. A chave S é ligada no instante $t = 0$ e o gráfico da figura B mostra a carga $q(t)$ no capacitor em função do tempo.

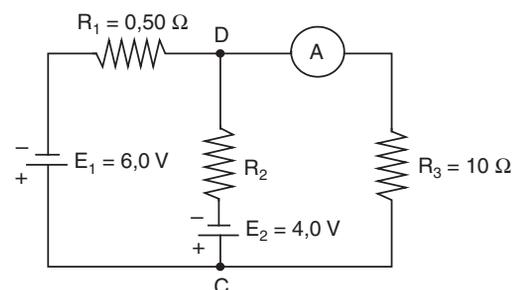
- Qual é a diferença de potencial no capacitor em $t = 0,2 \text{ s}$?
- Num outro instante, a corrente no capacitor é $i_C = 150 \mu\text{A}$. Quanto vale a corrente i_B no resistor R_B nesse instante?



4 Fuvest Considere o circuito representado esquematicamente na figura. O amperímetro ideal A indica a passagem de uma corrente de 0,50 A. Os valores das resistências dos resistores R_1 e R_3 e das forças eletromotrizes E_1 e E_2 dos geradores ideais estão indicados na figura. O valor do resistor R_2 não é conhecido.

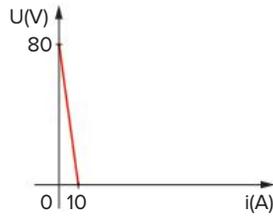
Determine:

- o valor da diferença de potencial entre os pontos C e D .
- a potência fornecida pelo gerador E_1 .



Exercícios propostos

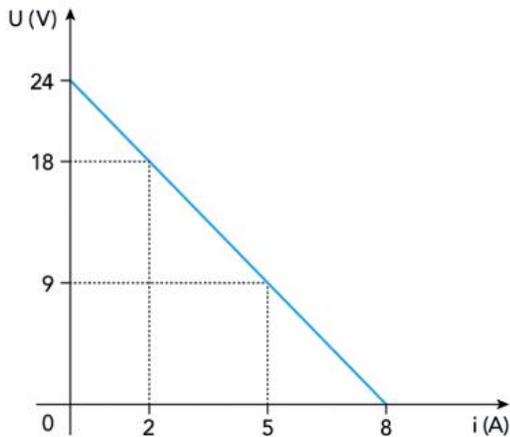
- 1 **UFRRJ** O gráfico a seguir representa a curva característica de um gerador.



Analisando as informações do gráfico, determine:

- a resistência interna do gerador.
- a corrente de curto-circuito do gerador.

- 2 **Uerj 2018** Observe o gráfico, que representa a curva característica de operação de um gerador:



Com base nos dados, a resistência interna do gerador, em ohm, é igual a:

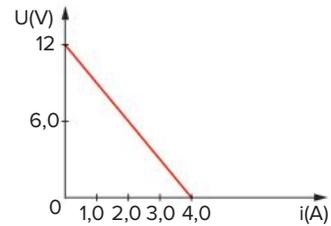
- 1,0
- 3,0
- 4,0
- 6,0

- 3 **Enem 2017** Em algumas residências, cercas eletrificadas são utilizadas com o objetivo de afastar possíveis invasores. Uma cerca eletrificada funciona com uma diferença de potencial elétrico de aproximadamente 10000 V. Para que não seja letal, a corrente que pode ser transmitida através de uma pessoa não deve ser maior do que 0,01 A. Já a resistência elétrica corporal entre as mãos e os pés de uma pessoa é da ordem de 1000 Ω .

Para que a corrente não seja letal a uma pessoa que toca a cerca eletrificada, o gerador de tensão deve possuir uma resistência interna que, em relação à do corpo humano, é

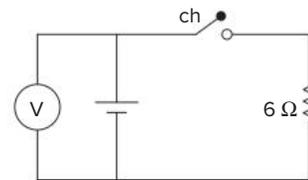
- praticamente nula.
- aproximadamente igual.
- milhares de vezes maior.
- da ordem de 10 vezes maior.
- da ordem de 10 vezes menor.

- 4 **UCMG** Uma bateria de automóvel apresenta esta curva característica. A resistência interna da bateria vale, em ohms:



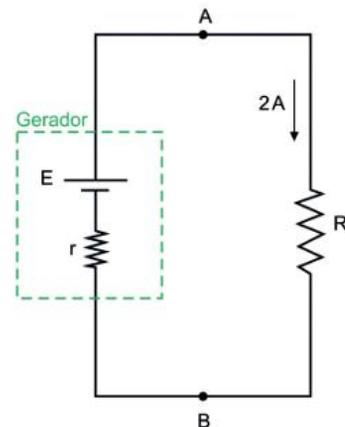
- 0,25
- 0,50
- 1,0
- 3,0
- 4,0

- 5 **Mackenzie** No laboratório de Física, um aluno observou que ao fechar a chave ch do circuito abaixo, o valor fornecido pelo voltímetro ideal passa a ser 3 vezes menor. Analisando esse fato, o aluno determinou que a resistência interna do gerador vale



- 4 Ω
- 6 Ω
- 8 Ω
- 10 Ω
- 12 Ω

- 6 **Uefs 2018** Um circuito elétrico é constituído por um gerador de força eletromotriz E e resistência interna $r = 2 \Omega$ e por um resistor ôhmico de resistência R . Se por esse circuito circular uma corrente elétrica de intensidade $i = 2 \text{ A}$, a diferença de potencial entre os pontos A e B será 16 V.



Considerando desprezíveis as resistências dos fios e das conexões utilizados na montagem desse circuito, os valores de E e de R são

- 20 V e 8 Ω .
- 10 V e 8 Ω .
- 32 V e 8 Ω .
- 32 V e 10 Ω .
- 20 V e 10 Ω .

7 UEPG 2016 Um gerador, de fem E e resistência interna r , fornece uma potência de 120 W para uma lâmpada incandescente. Sabendo que a potência dissipada internamente no gerador é 24 W e a corrente no circuito é 2 A , assinale o que for correto.

- 01 A potência total do gerador é 144 W .
 02 A resistência interna do gerador é $6\ \Omega$.
 04 A fem do gerador é 60 V .
 08 O rendimento do gerador vale, aproximadamente, 60% .

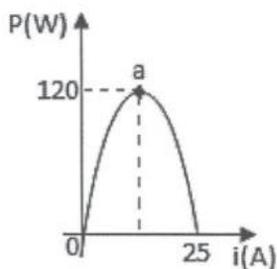
Soma:

8 UEM 2017 Em uma indústria do setor de baterias, um novo projeto está em fase de testes. Para testar uma nova bateria, um funcionário mede a diferença de potencial (U em volts) entre seus terminais em função da intensidade da corrente (i em ampères) que a atravessa. Como resultado, ele obtém $U = 12\text{ V}$ para $i = 2\text{ A}$ e $U = 9\text{ V}$ para $i = 4\text{ A}$. Supondo que U varie linearmente com i , assinale o que for correto sobre essa bateria.

- 01 A potência elétrica máxima fornecida pela bateria, ou potência útil, vale $37,5\text{ W}$.
 02 A corrente elétrica de curto-circuito vale 12 A .
 04 A força eletromotriz (ou tensão para $i = 0$) da bateria corresponde a $10,5\text{ V}$.
 08 A resistência elétrica interna da bateria vale $3\ \Omega$.
 16 Se essa bateria for ligada a um resistor de resistência elétrica $R = 98,5\ \Omega$, então a corrente no circuito será 150 mA .

Soma:

9 Efofm 2019 Beto, um advogado interessado em eletricidade, num sábado ensolarado, resolveu montar um circuito elétrico para sua guitarra. Ele associou um gerador de FEM ϵ e resistência interna r em série com um resistor R variável. A potência dissipada no resistor R , em função da corrente i , é dada pelo gráfico mostrado na figura abaixo, onde o ponto a é o vértice da parábola. Os valores da resistência interna r e da força eletromotriz (FEM) do gerador são, respectivamente



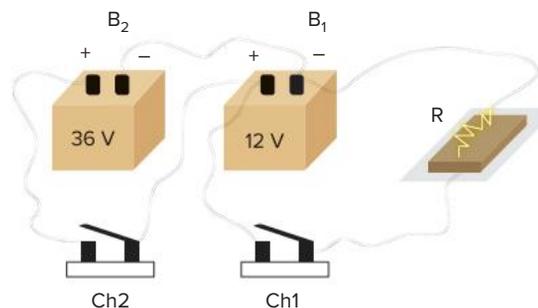
- A $4,40 \cdot 10^{-1}\ \Omega$ e $0,85 \cdot 10^1\text{ V}$
 B $7,68 \cdot 10^{-1}\ \Omega$ e $1,92 \cdot 10^1\text{ V}$
 C $3,98 \cdot 10^{-1}\ \Omega$ e $2,46 \cdot 10^1\text{ V}$
 D $8,80 \cdot 10^{-2}\ \Omega$ e $2,20 \cdot 10^0\text{ V}$
 E $4,84 \cdot 10^{-2}\ \Omega$ e $3,42 \cdot 10^2\text{ V}$

10 Uece 2017 Considere duas pilhas alcalinas de $1,5\text{ V}$ ligadas em paralelo, com polos de mesmo sinal ligados entre si. Nessa configuração, a tensão entre os terminais da associação é, em volts,

- A $0,5$.
 B $7,5$.
 C $1,5$.
 D $3,0$.

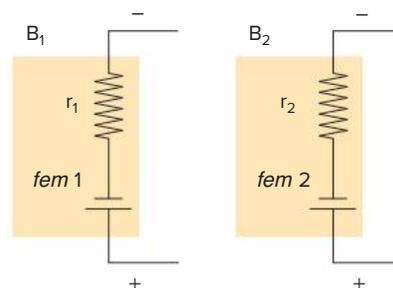
11 Fuvest Um sistema de alimentação de energia de um resistor $R = 20\ \Omega$ é formado por duas baterias, B_1 e B_2 , interligadas através de fios, com as chaves Ch1 e Ch2, como representado na figura. A bateria B_1 fornece energia ao resistor, enquanto a bateria B_2 tem a função de recarregar a bateria B_1 . Inicialmente, com a chave Ch1 fechada (e Ch2 aberta), a bateria B_1 fornece corrente ao resistor durante 100 s . Em seguida, para repor toda a energia química que a bateria B_1 perdeu, a chave Ch2 fica fechada (e Ch1 aberta), durante um intervalo de tempo T . Em relação a essa operação, determine:

- a) o valor da corrente I_1 , em ampères, que percorre o resistor R , durante o tempo em que a chave Ch1 permanece fechada.
 b) a carga Q , em C, fornecida pela bateria B_1 , durante o tempo em que a chave Ch1 permanece fechada.
 c) o intervalo de tempo T , em s, em que a chave Ch2 permanece fechada.

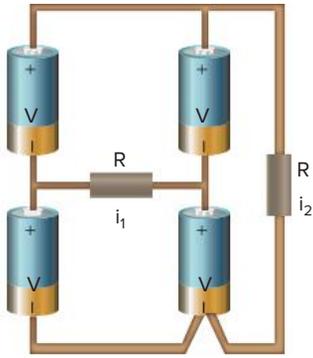


Dados:

As baterias podem ser representadas pelos modelos a seguir, com: $fem\ 1 = 12\text{ V}$ e $r_1 = 2\ \Omega$ e $fem\ 2 = 36\text{ V}$ e $r_2 = 4\ \Omega$

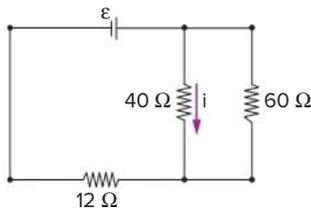


12 Fuvest O circuito da figura é formado por 4 pilhas ideais de tensão V e dois resistores idênticos de resistência R . Podemos afirmar que as correntes i_1 e i_2 , indicadas na figura, valem:



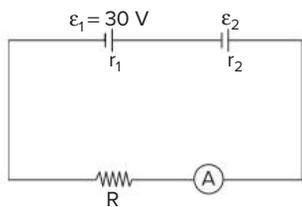
- A $i_1 = 2 \frac{V}{R}$ e $i_2 = 4 \frac{V}{R}$ D $i_1 = \text{zero}$ e $i_2 = 4 \frac{V}{R}$
 B $i_1 = \text{zero}$ e $i_2 = 2 \frac{V}{R}$ E $i_1 = 2 \frac{V}{R}$ e $i_2 = \text{zero}$
 C $i_1 = 2 \frac{V}{R}$ e $i_2 = 2 \frac{V}{R}$

- 13 **Fuvest** No circuito esquematizado a seguir, onde $i = 0,6 \text{ A}$, a força eletromotriz \mathcal{E} vale:



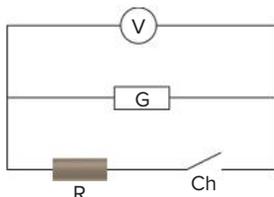
- A 48 V C 24 V E 60 V
 B 36 V D 12 V

- 14 **Mackenzie** No circuito a seguir, a corrente que passa pelo amperímetro ideal tem intensidade 2 A. Invertendo a polaridade do gerador de fem \mathcal{E}_2 , a corrente do amperímetro mantém o seu sentido e passa a ter intensidade 1 A. A fem \mathcal{E}_2 vale:



- A 10 V D 4 V
 B 8 V E 2 V
 C 6 V

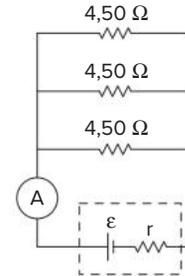
- 15 **UEL** O circuito esquematizado é constituído por um gerador de fem \mathcal{G} e resistência interna r , um resistor de resistência $R = 10 \Omega$, um voltímetro ideal V e uma chave interruptora Ch .



Com a chave aberta, o voltímetro indica 6,0 V. Fechando a chave, o voltímetro indica 5,0 V. Nessas condições, a resistência interna r do gerador, em ohms, vale:

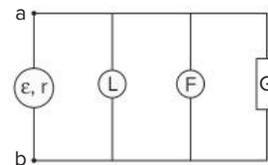
- A 2,0 B 4,0 C 5,0 D 6,0 E 10

- 16 **Mackenzie** No circuito elétrico ilustrado abaixo, o amperímetro A é considerado ideal e o gerador, de força eletromotriz \mathcal{E} , possui resistência interna $r = 0,500 \Omega$. Sabendo-se que a intensidade de corrente elétrica medida pelo amperímetro é 3,00 A, a energia elétrica consumida pelo gerador no intervalo de 1,00 minuto é:



- A 480 J C 1,08 kJ E 4,80 kJ
 B 810 J D 1,62 kJ

- 17 **UFC** No circuito a seguir, um gerador de fem $\mathcal{E} = 68 \text{ V}$ e resistência interna $r = 0,5 \Omega$ está alimentando a associação em paralelo, a qual é constituída por uma lâmpada L , que dissipa uma potência $P(L) = 126 \text{ W}$, um ferro de solda F , consumindo uma potência $P(F) = 189 \text{ W}$, e um refrigerador G , que consome a potência $P(G) = 315 \text{ W}$. A potência total fornecida pelo gerador é $P = 680 \text{ W}$. Determine o valor, em ampères, da maior corrente dentre as que circulam pelos aparelhos anteriores mencionados.



- 18 **Mackenzie** Um circuito elétrico é constituído de um gerador de força eletromotriz \mathcal{E} e resistência interna r , e de um resistor de resistência R variável (figura 1). A potência dissipada no resistor em função da corrente i é dada pelo gráfico mostrado na figura 2. Os valores da força eletromotriz \mathcal{E} e da resistência interna r do gerador são, respectivamente:

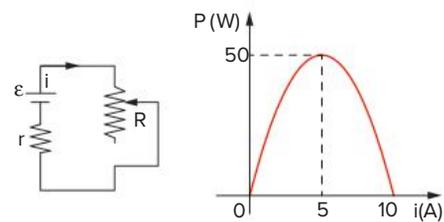


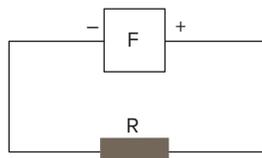
Figura 1

Figura 2

- A 50 V e 4 Ω C 20 V e 1 Ω E 15 V e 0,5 Ω
 B 20 V e 2 Ω D 25 V e 0,5 Ω

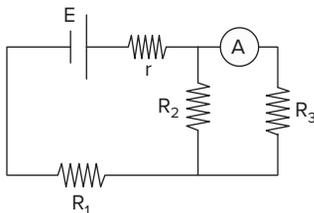
- 19 Fatec** Uma pilha elétrica tem força eletromotriz $E = 6,0$ volts e resistência interna $r = 0,20$ ohm.
- A A corrente de curto-circuito é $i_{cc} = 1,2$ A.
 B Em circuito aberto, a tensão entre os terminais é nula.
 C Se a corrente for $i = 10$ A, a tensão entre os terminais é $U = 2,0$ V.
 D Se a tensão entre os terminais for $U = 5,0$ V, a corrente é $i = 5,0$ A.
 E Nenhuma das anteriores.

- 20 PUC-Campinas** Uma fonte de tensão ideal F , cuja força eletromotriz é 12 volts, fornece uma corrente elétrica de 0,50 amperes para um resistor R , conforme indica o esquema a seguir. Se essa fonte de tensão F for substituída por outra, também de 12 volts, a corrente elétrica em R será de 0,40 amperes. A resistência interna da nova fonte de tensão é, em ohms, igual a:



- A 0,10
 B 0,60
 C 1,2
 D 3,0
 E 6,0

- 21 FMABC** No circuito, tem-se um gerador de força eletromotriz $E = 21$ V e resistência interna $r = 1,0 \Omega$, associado aos resistores $R_1 = 2,0 \Omega$, $R_2 = 12 \Omega$ e $R_3 = 6,0 \Omega$. A leitura fornecida pelo amperímetro ideal A é igual a:



- A 3,0 A
 B 1,5 A
 C 2,0 A
 D 1,0 A
 E 12 A

- 22 Unesp 2020** Na maioria dos peixes elétricos as descargas são produzidas por órgãos elétricos constituídos por células, chamadas eletroplacas, empilhadas em colunas. Suponha que cada eletroplaca se comporte como um gerador ideal.

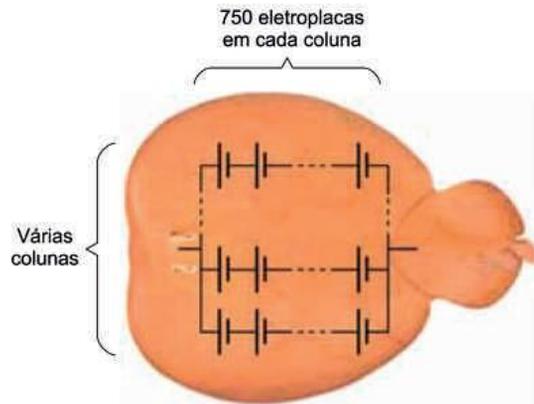


Suponha que o sistema elétrico de um poraquê, peixe elétrico de água doce, seja constituído de uma coluna com 5000 eletroplacas associadas em série, produzindo uma força eletromotriz total de 600 V.



(https://hypescience.com. Adaptado.)

Considere que uma raia-torpedo, que vive na água do mar, possua um sistema elétrico formado por uma associação em paralelo de várias colunas, cada uma com 750 eletroplacas iguais às do poraquê, ligadas em série, constituindo mais da metade da massa corporal desse peixe.

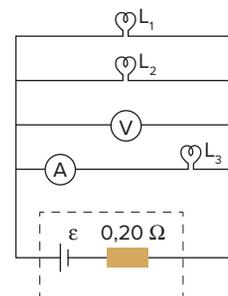


(www.megatimes.com.br. Adaptado.)

Desconsiderando perdas internas, se em uma descarga a raia-torpedo conseguir produzir uma corrente elétrica total de 50 A durante um curto intervalo de tempo, a potência elétrica gerada por ela, nesse intervalo de tempo, será de

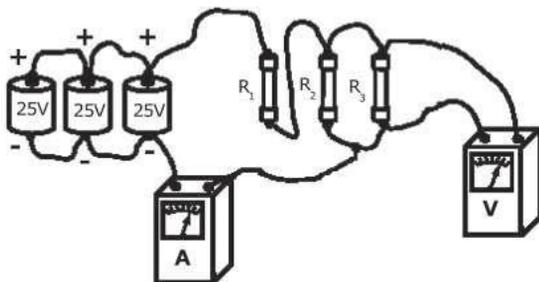
- A 3500 W. C 2500 W. E 4000 W.
 B 3000 W. D 4500 W.

- 23 Mackenzie** Quando as lâmpadas L_1 , L_2 e L_3 estão ligadas ao gerador de f.e.m. ϵ , conforme mostra a figura abaixo, dissipam, respectivamente, as potências 1,00 W, 2,00 W e 2,00 W, por efeito Joule. Nessas condições, se o amperímetro A , considerado ideal, indica a medida 500 mA, a força eletromotriz do gerador é de:



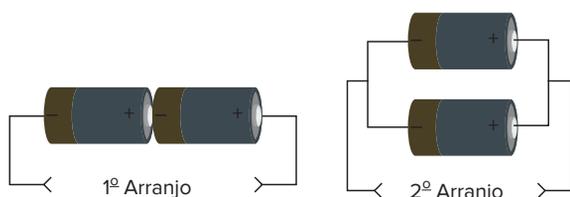
- A 2,22 V D 4,00 V
 B 3,50 V E 4,25 V
 C 3,75 V

- 24 EsPCEX 2019** No circuito desenhado abaixo, temos três pilhas ideais ligadas em paralelo que fornecem uma ddp igual a 25 V cada uma. Elas alimentam três resistores ôhmicos: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = R_3 = 20 \Omega$. O amperímetro, o voltímetro e os fios condutores inseridos no circuito são todos ideais. As leituras indicadas no amperímetro (A) e no voltímetro (V) são, respectivamente,



Desenho Ilustrativo Fora de Escala

- A 5,00 A e 25,00 V. D 1,25 A e 12,50 V.
 B 0,50 A e 20,00 V. E 3,75 A e 37,50 V.
 C 2,50 A e 16,66 V.
- 25 PUC-SP** Cinco geradores, cada um de fem 4,5 V e intensidade de corrente de curto-circuito igual a 0,50 A, são associados em paralelo. A fem e a resistência interna do gerador equivalente têm valores, respectivamente, iguais a:
- A 4,5 V e 9,0 Ω D 0,90 V e 9,0 Ω
 B 22,5 V e 9,0 Ω E 0,90 V e 1,8 Ω
 C 4,5 V e 1,8 Ω
- 26 Fuvest** As figuras ilustram pilhas ideais associadas em série (1º arranjo) e em paralelo (2º arranjo). Supondo as pilhas idênticas, assinale a alternativa correta.

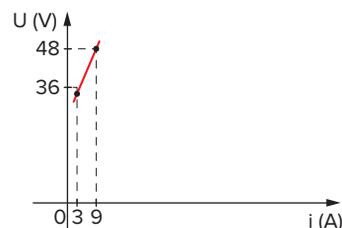


- A Ambos os arranjos fornecem a mesma tensão.
 B O primeiro arranjo fornece uma tensão maior que o segundo.
 C Se ligarmos um voltímetro nos terminais do segundo arranjo, ele indicará uma diferença de potencial nula.
 D Ambos os arranjos, quando ligados a um mesmo resistor, fornecem a mesma corrente.
 E Se ligarmos um voltímetro nos terminais do primeiro arranjo, ele indicará uma diferença de potencial nula.
- 27 Vunesp** Uma bateria de 50 pilhas, cada uma das quais de fem 2,3 V e resistência interna 0,10 ohm, deve ser carregada numa fonte de corrente contínua de 210 V e resistência interna desprezível. A corrente máxima

que pode circular pelo sistema é 6,0 A. Qual é a resistência extra que deve ser inserida no circuito?

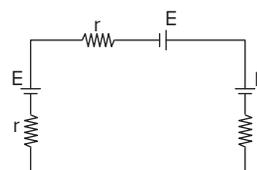
- A 10,8 ohms C 20,9 ohms E 35 ohms
 B 30 ohms D 15,9 ohms

- 28** A tensão elétrica nos terminais de um receptor varia com a intensidade da corrente de acordo com o gráfico a seguir.



Determine:

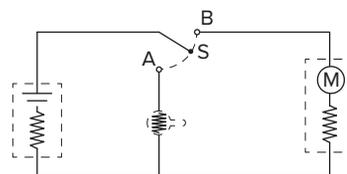
- a) a fcm e a resistência interna do receptor.
 b) a energia elétrica que o receptor consome em 2 h quando sob tensão de 36 V. Dê a resposta em kWh.
- 29 Fatec** Três pilhas de fem $E = 1,5 \text{ V}$ e resistência interna $r = 1,0 \Omega$ são ligadas como na figura a seguir.



A corrente que circula pelas pilhas é de:

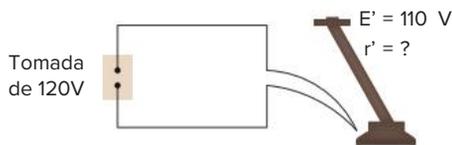
- A 0,50 A, no sentido horário.
 B 0,50 A, no sentido anti-horário.
 C 1,5 A, no sentido horário.
 D 2,0 A, no sentido anti-horário.
 E 2,0 A, no sentido horário.
- 30 Covest** O motor elétrico de uma bomba d'água é ligado a uma rede elétrica que fornece uma diferença de potencial de 220 V. Em quantos segundos o motor da bomba consome uma energia de 35,2 kJ, se por ele circula uma corrente elétrica de 2 A?

- 31 UFU** Uma bateria de fem 220 V e resistência interna de 10 Ω está acoplada, conforme o circuito a seguir, ou a uma lâmpada de 100 Ω de resistência ou a um motor de fem 205 V com resistência interna de 5 Ω , dependendo da conexão da chave S estar em A ou B. Pede-se:



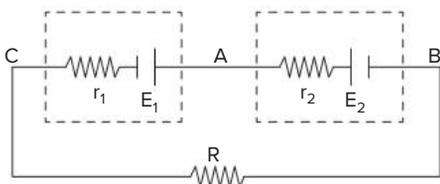
- a) a potência consumida pela lâmpada.
 b) a potência útil do motor.
 c) a potência dissipada por efeito Joule no motor.

- 32 PUC-SP** A figura esquematiza o circuito elétrico de uma enceradeira em funcionamento. A potência elétrica dissipada por ela é de 20 W e sua fcm é 110 V. Assim, sua resistência interna é de:



- A 5,0 Ω D 115 Ω
 B 55 Ω E -5,0 Ω
 C 2,0 Ω

- 33 UFPA** No circuito a seguir, $E_1 = 2,0$ volts, $E_2 = 4,0$ volts, $r_1 = 1,0$ ohm, $r_2 = 2,0$ ohms e $R = 5,0$ ohms. O valor da intensidade de corrente no circuito é:



- A 0,25 A D 0,85 A
 B 0,50 A E 1,0 A
 C 0,75 A

- 34 EEM** Um gerador de força eletromotriz $E_1 = 12$ V e resistência interna $r_1 = 0,48 \Omega$ é ligado a um receptor de fcm $E_2 = 6,0$ V e resistência interna $r_2 = 0,12 \Omega$. Calcule a intensidade da corrente que circula pelo gerador, indicando qual é o elemento que está fornecendo e qual é o que esta absorvendo energia.

- 35 UFBA** Uma bateria de 60 V e resistência de 1,0 Ω deve ser carregada à taxa de 5,0 A por uma fonte de 110 V. A resistência que deve ser ligada em série com a bateria é de:

- A 21 Ω D 9,0 Ω
 B 18 Ω E 6,0 Ω
 C 15 Ω

- 36 ITA 2019** Uma bateria composta por 50 células voltaicas em série é carregada por uma fonte de corrente contínua ideal de 220 V. Cada célula tem uma força eletromotriz de 2,30 V e resistência interna de 0,100 Ω . Sendo a corrente de carregamento de 6,00 A, indique o valor da resistência extra que deve ser inserida em série com a fonte.

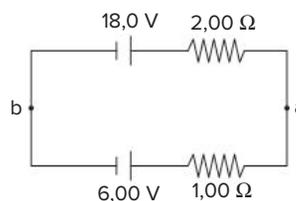
- A 23,0 Ω D 5,00 Ω
 B 36,6 Ω E 19,2 Ω
 C 12,5 Ω

- 37 Vunesp** Duas baterias de forças eletromotrizes iguais a 6,0 V e 9,0 V têm resistência interna de 0,5 Ω e 1,0 Ω , respectivamente. Ligando essas baterias em paralelo, pergunta-se:

- Qual a corrente i que vai percorrer o circuito fechado?
- Qual a energia E que é dissipada sob a forma de calor durante um intervalo de tempo igual a 10 s?

	i(A)	E(J)
A	2,0	60
B	10	150
C	2,0	30
D	3,0	135
E	3,0	90

- 38 ITA** As duas baterias da figura estão ligadas em oposição. Suas fcm e resistências internas são, respectivamente: 18,0 V e 2,00 Ω ; 6,00 V e 1,00 Ω , sendo i a corrente no circuito, V_{ab} a tensão $V_a - V_b$ e P_d a potência total dissipada, podemos afirmar que:



- A $i = 9,00$ A; $V_{ab} = -10,0$ V; $P_d = 12,0$ W
 B $i = 6,00$ A; $V_{ab} = 10,0$ V; $P_d = 96,0$ W
 C $i = 4,00$ A; $V_{ab} = -10,0$ V; $P_d = 16,0$ W
 D $i = 4,00$ A; $V_{ab} = 10,0$ V; $P_d = 48,0$ W
 E $i = 4,00$ A; $V_{ab} = 24,0$ V; $P_d = 32,0$ W

- 39 IFSul 2017** Capacitores são componentes eletrônicos que têm por função básica armazenar cargas elétricas e, conseqüentemente, energia potencial elétrica. Em circuitos elétricos compostos apenas por capacitores, eles podem ser associados em série, em paralelo ou de forma mista.

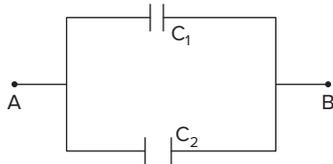
Em relação às características desses tipos de associação, quando associados em série,

- A os capacitores armazenam cargas iguais.
 B os capacitores submetem-se sempre à mesma diferença de potencial.
 C a carga total estabelecida na associação é igual à soma das cargas de cada capacitor.
 D a capacitância equivalente da associação é igual à soma das capacitâncias individuais.

- 40 Uece 2017** Considere dois capacitores com diferentes capacitâncias, ligados em paralelo e conectados a uma bateria. É correto afirmar que, após carregados,

- A a tensão entre os terminais do de maior capacitância é menor.
 B a tensão entre os terminais dos dois capacitores é a mesma.
 C a corrente fornecida pela bateria é sempre maior que zero.
 D a corrente fornecida pela bateria é sempre menor que zero.

- 41 Fuvest** Dois capacitores planos, C_1 e C_2 , com placas de mesma área e com afastamentos d e $2d$, respectivamente, são ligados aos terminais A e B, entre os quais existe uma diferença de potencial. Representando por Q_1 e Q_2 as cargas respectivas dos capacitores, e por V_1 e V_2 as diferenças de potencial respectivas entre os terminais desses capacitores, temos:



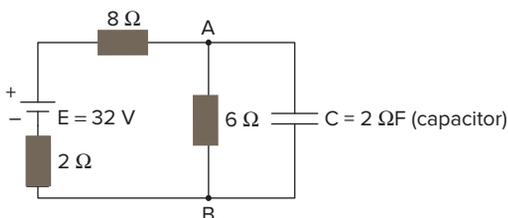
- A $Q_1 = \frac{1}{2}Q_2; V_1 = V_2$ D $Q_1 = 2Q_2; V_1 = V_2$
 B $Q_1 = 2Q_2; V_1 = 2V_2$ E $Q_1 = \frac{1}{2}Q_2; V_1 = 2V_2$
 C $Q_1 = \frac{1}{2}Q_2; V_1 = \frac{1}{2}V_2$

- 42 Uece 2017** Considere um capacitor de placas paralelas com separação d e carregado com carga Q . Sobre a energia no capacitor, é correto afirmar que
- A está armazenada nas cargas elétricas das placas.
 B é nula, pois a soma das cargas das placas é zero.
 C é nula, pois a soma das cargas das placas é diferente de zero.
 D está armazenada no campo elétrico gerado pelas cargas das placas.

- 43 IFSul 2020** Capacitores são componentes eletrônicos que têm por função básica armazenar cargas elétricas e, conseqüentemente, energia potencial elétrica. Um eletricista necessitava testar dois capacitores de capacitâncias desconhecidas. Para tanto, ligou-os sucessivamente a um mesmo gerador e verificou que a carga armazenada em um dos capacitores era duas vezes maior que a carga armazenada no outro capacitor. Esse teste permitiu ao eletricista identificar que o(s)
- A dois capacitores possuem a mesma capacitância.
 B capacitor de maior carga armazenada possui capacitância quatro vezes maior.
 C capacitor de maior carga armazenada possui capacitância duas vezes menor.
 D capacitor de maior carga armazenada possui capacitância duas vezes maior.

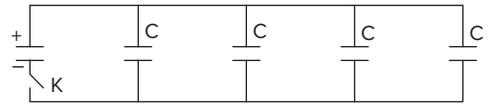
- 44 Unimar** No circuito elétrico a seguir, os valores da corrente do circuito, ddp entre A e B e a carga elétrica armazenada no capacitor, respectivamente, são:

► **Dados:** $U = R \cdot I$; $U = E - r \cdot i$ (gerador); $Q = C \cdot U$ (capacitor)



- A 3,2 A; 19,2 V; 38,4 μ C
 B 2 A; 12 V; 24 μ C
 C 1,6 A; 9,6 V; 19,2 μ C
 D 0,8 A; 4,8 V; 19,2 μ C
 E 1,6 A; 4,8 V; 19,2 μ C

- 45 PUC-SP** Um capacitor de capacidade de $1,0 \mu$ F eletrizado com 100μ C poder ser ligado em paralelo a 4 capacitores iguais a ele ao ser fechada a chave K. Supondo efetuada a ligação, a energia dissipada tem valor:



- A $5,0 \cdot 10^{-3}$ J
 B $4,0 \cdot 10^{-3}$ J
 C $3,0 \cdot 10^{-3}$ J
 D $2,0 \cdot 10^{-3}$ J
 E zero

- 46 UFPR 2018** Na área de Eletrodinâmica, em circuitos elétricos, são comuns associações entre capacitores e entre resistores. A respeito do assunto, considere as seguintes afirmativas:

1. Numa associação de resistores em série, o resistor equivalente sempre tem resistência maior que qualquer uma das resistências dos resistores que formam a associação.
2. Numa associação de capacitores em paralelo, a tensão aplicada ao capacitor equivalente é dada pela soma das tensões em cada capacitor que forma a associação.
3. Numa associação de capacitores em série, a carga em cada capacitor é a mesma, e o capacitor equivalente tem uma carga igual à de cada capacitor da associação.

Assinale a alternativa correta.

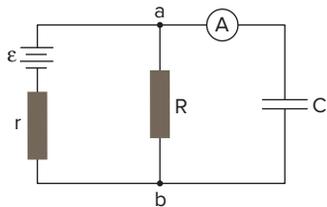
- A Somente a afirmativa 1 é verdadeira.
 B Somente a afirmativa 2 é verdadeira.
 C Somente a afirmativa 3 é verdadeira.
 D Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
 E Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.

- 47 Uema 2016** Uma das aplicações dos capacitores é no circuito eletrônico de um flash de máquina fotográfica. O capacitor acumula carga elétrica por um determinado tempo (alguns segundos) e, quando o botão para tirar a foto é acionado, toda carga acumulada é “despejada” sobre a lâmpada do flash, daí o seu brilho intenso, porém de curta duração.

Se nesse circuito houver um capacitor de dados nominais 315 V e 100μ F, corresponderá a uma carga, em coulomb, máxima, acumulada de

- A 3,1500.
 B 0,3175.
 C 0,3150.
 D 0,0315.
 E 3,1750.

- 48 ITA** No circuito mostrado na figura a seguir, a força eletromotriz da bateria é $\varepsilon = 10 \text{ V}$ e a sua resistência interna é $r = 1,0 \, \Omega$. Sabendo que $R = 4,0 \, \Omega$ e $C = 2,0 \, \mu\text{F}$, e que o capacitor já se encontra totalmente carregado, considere as seguintes afirmações:

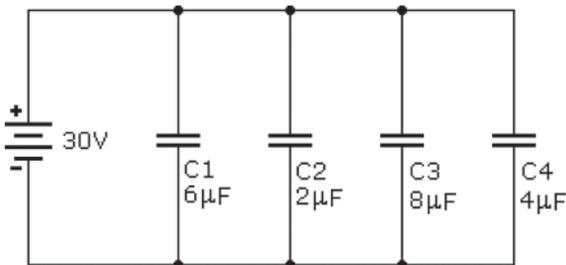


- I. A indicação no amperímetro é de 0 A.
- II. A carga armazenada no capacitor é $16 \, \mu\text{C}$.
- III. A tensão entre os pontos a e b é $2,0 \text{ V}$.
- IV. A corrente na resistência R é $2,5 \text{ A}$.

Das afirmativas mencionadas, é (são) correta(s):

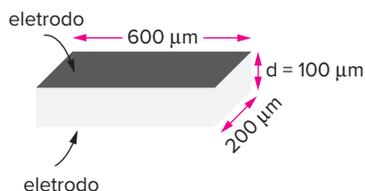
- A Apenas I.
- B I e II.
- C I e IV.
- D II e III.
- E II e IV.

- 49 Mackenzie 2019** Um estagiário do curso de Engenharia Elétrica da UPM – Universidade Presbiteriana Mackenzie – montou um circuito com o objetivo de acumular energia da ordem de mJ (milijoule). Após algumas tentativas, ele vibrou com a montagem do circuito abaixo, cuja energia potencial elétrica acumulada vale, em mJ,



- A 2
- B 3
- C 4
- D 6
- E 9

- 50 Unicamp** Numa tela de televisão de plasma, pequenas células contendo uma mistura de gases emitem luz quando submetidas a descargas elétricas. A figura a seguir mostra uma célula com dois eletrodos, nos quais uma diferença de potencial é aplicada para produzir a descarga. Considere que os eletrodos formam um capacitor de placas paralelas cuja capacidade é dada por $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$, onde $\varepsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$. A é a área de cada eletrodo e d é a distância entre os eletrodos.

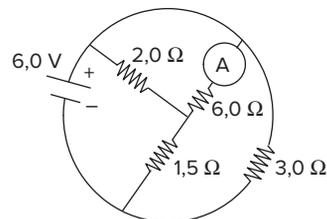


- a) Calcule a capacitância da célula.
- b) A carga armazenada em um capacitor é proporcional à diferença de potencial aplicada, sendo que a constante de proporcionalidade é a capacitância. Se uma diferença de potencial igual a 100 V for aplicada nos eletrodos da célula, qual é a carga que será armazenada?
- c) Se a carga encontrada no item b atravessar o gás em $1 \, \mu\text{s}$ (tempo de descarga), qual será a corrente média?

- 51 Efofm 2020** A professora Ana Clara, com intuito de determinar a capacitância de um capacitor que estava com suas especificações ilegíveis, realizou o seguinte procedimento: carregou um segundo capacitor de 150 pF com uma tensão de 100 V , utilizando uma fonte de alimentação. Em seguida, desligou o capacitor da fonte e o conectou em paralelo com o capacitor de valor desconhecido. Nessas condições, ela observou que os capacitores apresentavam uma tensão de 60 V . Com esse procedimento, a professora pôde calcular o valor do capacitor desconhecido, que é de
- A 45 pF
 - B 70 pF
 - C 100 pF
 - D 150 pF
 - E 180 pF

- 52 UFJF 2020** Um determinado trecho de um circuito eletrônico tem capacitância equivalente de $100 \, \mu\text{F}$, mas que deve ser reduzido para $20 \, \mu\text{F}$ para que o circuito funcione adequadamente. Um técnico em eletrônica se confundiu e colocou, de forma permanente, um capacitor de $20 \, \mu\text{F}$ em paralelo a este trecho. Para corrigir o erro, podemos colocar outro capacitor, em série com o trecho modificado pelo técnico, com o seguinte valor em microfarads:
- A 26
 - B 20
 - C 24
 - D 14
 - E 12

- 53 Mackenzie** No circuito esquematizado a seguir, a indicação do amperímetro ideal A é:



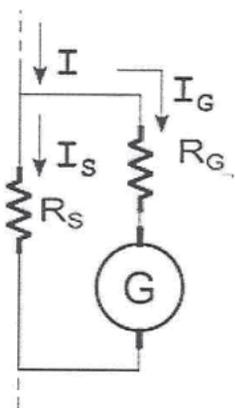
- A $4,0 \text{ A}$
- B $3,0 \text{ A}$
- C $2,0 \text{ A}$
- D $1,0 \text{ A}$
- E $0,50 \text{ A}$

54 UEM 2017 Em um laboratório, um elemento (resistor de resistência elétrica R) do circuito de um equipamento precisa ser testado para que se certifique de que ele está funcionando conforme as especificações do fabricante. Um técnico tem à sua disposição um amperímetro, um voltímetro e um ohmímetro. Sobre as características desses aparelhos e o modo de conectá-los ao circuito para fazer medidas, assinale o que for **correto**.

- 01 Para medir a corrente elétrica, deve-se ligar o amperímetro em série com o elemento.
- 02 Para que a introdução do amperímetro não modifique de modo significativo o valor da corrente que se quer medir, sua resistência R_A deve ser desprezível quando comparada com a resistência R do elemento.
- 04 Para medir a diferença de potencial (ddp) entre as extremidades do elemento, deve-se ligar o voltímetro em série com o elemento.
- 08 Para que a introdução do voltímetro não modifique de modo significativo a ddp que se quer medir, sua resistência R_V deve ser muito maior do que a resistência R do elemento.
- 16 Supondo que o restante do circuito não interfira na medida, pode-se medir a resistência R do elemento ligando o ohmímetro em paralelo com o elemento.

Soma:

55 Esc. Naval 2018 Analise a figura abaixo.



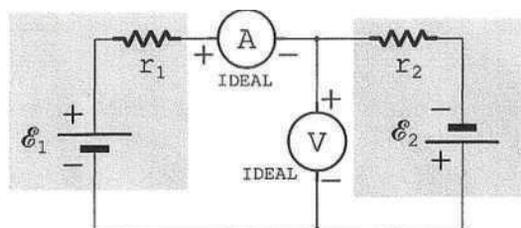
Para que um galvanômetro ideal G (resistência nula), o qual suporta uma corrente máxima I_{GM} , seja utilizado em um simples amperímetro capaz de indicar qualquer valor de corrente, são utilizadas as resistências R_S (shunt, em paralelo com G e R_G (em série com G), como mostram os circuitos da figura acima. Considere que, medindo uma corrente $I = 50,5$ A utilizando esse amperímetro, o galvanômetro apresenta sua deflexão máxima indicando 50,0 A, com $I_G = I_{GM} = 500$ mA. Sendo assim, a razão R_G/R_S utilizada nessa medida vale:

- A 15,0
- B 30,0
- C 75,0
- D 100
- E 150

56 Efoimm 2019 No laboratório de Física da EFOMM existe um galvanômetro de resistência interna $0,80 \Omega$, que pode medir, sem se danificar, correntes de intensidade de até 20 mA. Tenente Rocha, professor de física da EFOMM, resolveu associar ao galvanômetro um resistor denominado shunt, para que ele se tome um miliamperímetro de fundo de escala 200 mA. Qual deverá ser o valor do shunt associado e o valor da resistência do miliamperímetro, respectivamente?

- A $0,2/2,25 \Omega$ e $0,08 \Omega$.
- B $0,8/10 \Omega$ e $0,04 \Omega$.
- C $0,3/5 \Omega$ e $0,4 \Omega$.
- D 5Ω e $0,01 \Omega$.
- E $8/2 \Omega$ e $0,6 \Omega$.

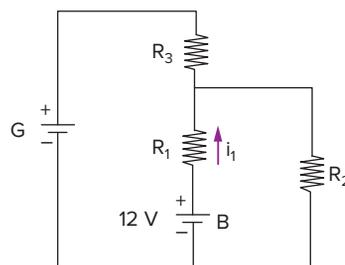
57 Esc. Naval 2016 Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra um circuito contendo dois geradores idênticos, sendo que cada um deles possui força eletromotriz de 10 V e resistência interna de $2,0 \Omega$. A corrente I , em amperes, medida pelo amperímetro ideal e a ddp, em volts, medida pelo voltímetro ideal, valem, respectivamente:

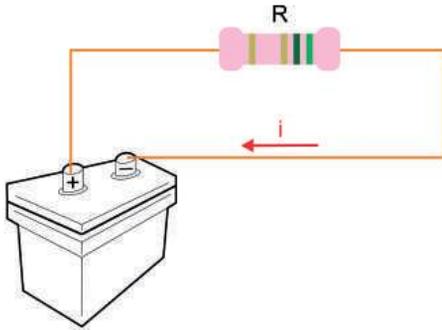
- A zero e 2,5
- B zero e 5,0
- C 2,5 e zero
- D 5,0 e zero
- E zero e zero

58 Fuvest No circuito mostrado na figura a seguir, os três resistores têm valores $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$ e $R_3 = 5 \Omega$. A bateria B tem tensão constante de 12 V. A corrente i_1 é considerada positiva no sentido indicado. Entre os instantes $t = 0$ s e $t = 100$ s, o gerador G fornece uma tensão variável $V = 0,5 t$ (V em volt e t em segundo).



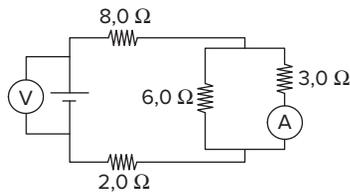
- a) Determine o valor da corrente i_1 para $t = 0$ s.
- b) Determine o instante t em que a corrente i_1 é nula.
- c) Trace a curva que representa a corrente i_1 em função do tempo t , no intervalo de 0 a 100 s. Indique claramente a escala da corrente, em ampère (A).
- d) Determine o valor da potência P recebida ou fornecida pela bateria B no instante $t = 90$ s.

- 59 Famerp 2018** Quando um gerador de força eletromotriz 12 V é ligado a um resistor R de resistência $5,8 \Omega$, uma corrente elétrica i de intensidade 2,0 A circula pelo circuito.



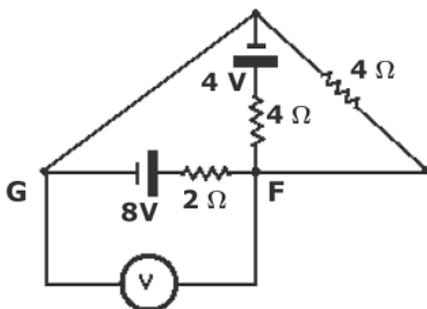
A resistência interna desse gerador é igual a

- A $0,40 \Omega$.
 - B $0,20 \Omega$.
 - C $0,10 \Omega$.
 - D $0,30 \Omega$.
 - E $0,50 \Omega$.
- 60 UFRJ** No circuito esquematizado na figura, o voltímetro e o amperímetro são ideais. O amperímetro indica 2,0 A.



Calcule a indicação do voltímetro.

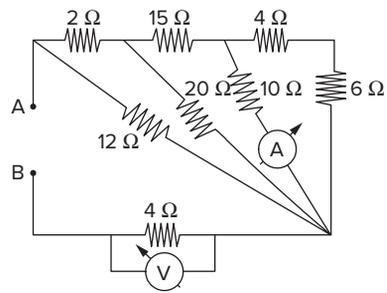
- 61 EsPCEx 2018** O desenho abaixo representa um circuito elétrico composto por gerador, receptor, condutores, um voltímetro (V), todos ideais, e resistores ôhmicos. O valor da diferença de potencial (ddp), entre os pontos F e G do circuito, medida pelo voltímetro, é igual a



Desenho Ilustrativo Fora de Escala

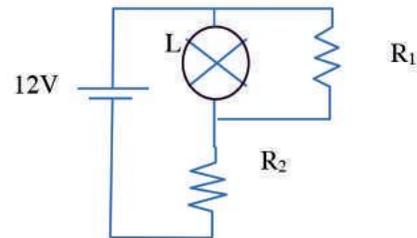
- A 1,0
- B 3,0
- C 4,0
- D 5,0
- E 8,0

- 62 Fatec** Na figura, a resistência de cada resistor está expressa em ohms.



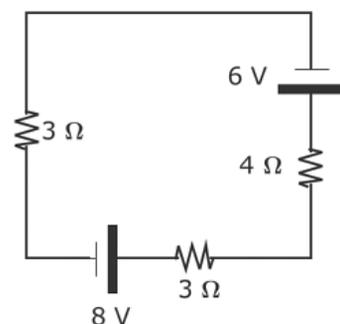
Sabendo que $U_{AB} = 100 \text{ V}$, então as leituras do voltímetro e do amperímetro, considerados ideais, serão dadas respectivamente por:

- A 40 V e 1,25 A
 - B 40 V e 2,50 A
 - C 40 V e 5,00 A
 - D 20 V e 1,25 A
 - E 20 V e 2,50 A
- 63 Udesc 2018 (Adapt.)** O circuito, apresentado na figura a seguir, mostra uma pequena lâmpada (L) que deve operar sob tensão de 3,0 V e com uma corrente elétrica de 0,50 A. Para isto, devem-se ligar dois resistores, R_1 e R_2 , com o mesmo valor de resistência, conforme a figura.



Assinale a alternativa que corresponde ao valor desta resistência.

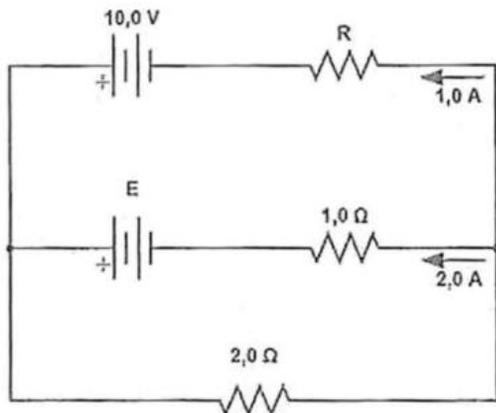
- A 4,0 W
 - B 6,0 W
 - C 12 W
 - D 10 W
 - E $8,0 \Omega$
- 64 EsPCEx 2017** O desenho abaixo representa um circuito elétrico composto por resistores ôhmicos, um gerador ideal e um receptor ideal.



A potência elétrica dissipada no resistor de 4Ω do circuito é:

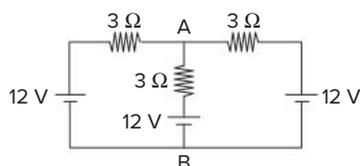
- A 0,16 W
- B 0,20 W
- C 0,40 W
- D 0,72 W
- E 0,80 W

65 Efoimm 2020 O valor da força eletromotriz E e da resistência R no circuito da figura apresentado abaixo, são, respectivamente,



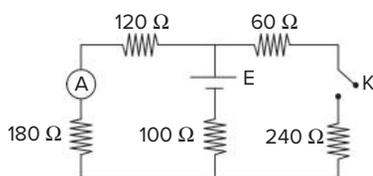
- A $E = 4,0 \text{ V}$ e $R = 4,0 \Omega$
- B $E = 4,0 \text{ V}$ e $R = 16,0 \Omega$
- C $E = 8,0 \text{ V}$ e $R = 4,0 \Omega$
- D $E = 8,0 \text{ V}$ e $R = 12,0 \Omega$
- E $E = 8,0 \text{ V}$ e $R = 16,0 \Omega$

66 Mackenzie No circuito abaixo, os geradores são ideais. A ddp entre os pontos A e B é:



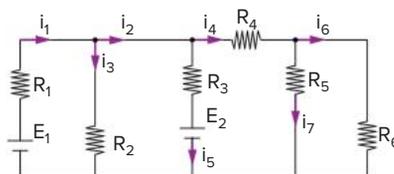
- A zero
- B 6,0 V
- C 12 V
- D 18 V
- E 36 V

67 Fuvest No circuito esquematizado a seguir, o amperímetro acusa uma corrente de 30 mA.



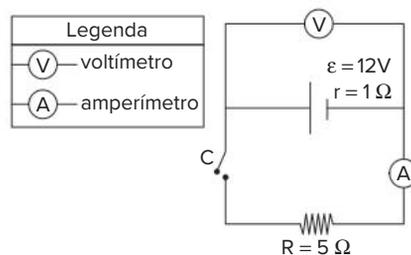
- a) Qual o valor da força eletromotriz fornecida pela fonte E?
- b) Qual o valor da corrente que o amperímetro passa a registrar quando a chave K é fechada?

68 UFRJ Na figura a seguir, observa-se um circuito elétrico com dois geradores (E_1 e E_2) e alguns resistores. Utilizando a 1ª Lei de Kirchoff ou lei dos nós, pode-se afirmar que:



- A $i_1 = i_2 - i_3$
- B $i_2 + i_4 = i_5$
- C $i_4 + i_7 = i_6$
- D $i_2 + i_3 = i_1$
- E $i_1 + i_4 + i_6 = 0$

69 UFRJ No circuito esquematizado na figura, o amperímetro e o voltmetro são ideais.



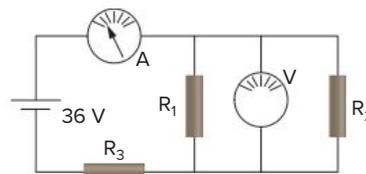
Calcule as indicações do amperímetro e do voltmetro:

- a) com a chave C aberta.
- b) com a chave C fechada.

70 UnitaU Um galvanômetro tem resistência interna de 200Ω e admite passagem de corrente de até 5,0 mA.

- a) Poderia o galvanômetro, sem resistência adicional, ser usado como medidor de tensão? Em que valores?
- b) Qual o "shunt" que deve ser associado ao galvanômetro para medir correntes de até 1,0 A?
- c) Qual a resistência que deve ser associada ao galvanômetro para ele medir tensão de até $1,0 \cdot 10^2 \text{ V}$.

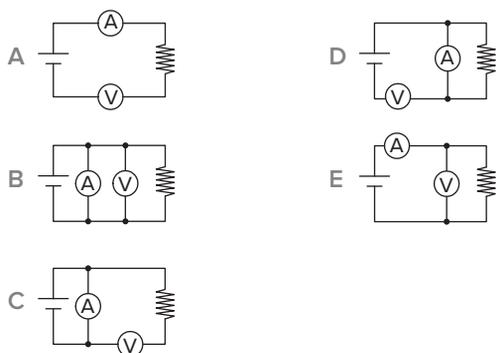
71 PUC-Campinas No circuito representado no esquema a seguir, os resistores R_1 , R_2 e R_3 têm valores iguais a 12 ohms.



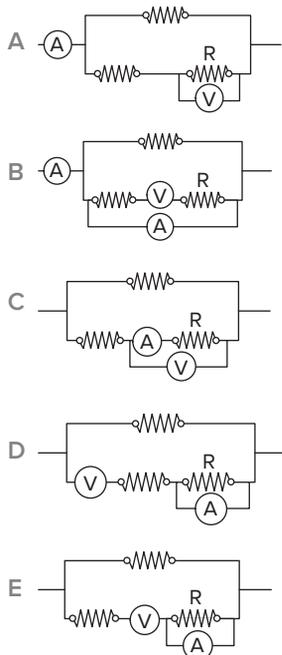
De acordo com o esquema, a leitura do amperímetro A, em amperes, e a leitura do voltmetro V, em volts, são, respectivamente:

- A 1 e 12
- B 1 e 36
- C 2 e 12
- D 2 e 24
- E 4 e 12

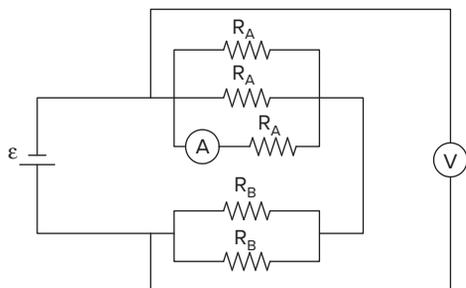
72 Cesgranrio Qual das opções a seguir mostra a ligação adequada de um amperímetro A e de um voltímetro V, ambos ideais, de modo a permitir uma correta medida da corrente e da queda de tensão no resistor?



73 Cesgranrio Um voltímetro representado pela letra V e um amperímetro representado pela letra A, ambos ideais, são utilizados para medir a ddp e a intensidade de corrente elétrica de um resistor R. Assinale a opção que indica uma maneira correta de usar esses instrumentos.



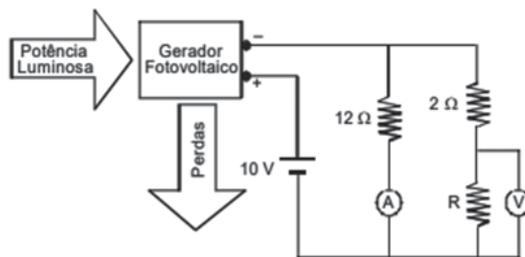
74 UFU É dado um circuito elétrico contendo cinco resistores de dois tipos diferentes R_A e R_B . O circuito é alimentado por uma fonte com uma fem (\mathcal{E}) igual a 24 V. Um amperímetro A e um voltímetro V encontram-se ligados ao circuito, conforme esquema a seguir.



Se $R_A = 12 \Omega$ e $R_B = 8 \Omega$, determine:

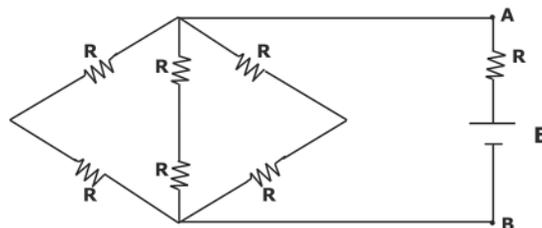
- a leitura no voltímetro.
- a leitura no amperímetro.
- a potência dissipada em cada um dos resistores.

75 Efofm 2018 O sistema abaixo se constitui em um gerador fotovoltaico alimentando um circuito elétrico com 18 V. Determine o rendimento do gerador na situação em que a razão dos valores numéricos da tensão e da corrente medidos, respectivamente, pelo voltímetro V (em volts) e pelo amperímetro A (em ampères) seja igual a 2. Sabe-se que a potência luminosa solicitada na entrada do gerador é de 80 W.



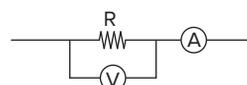
- | | | |
|-------|-------|--------|
| A 60% | C 80% | E 100% |
| B 70% | D 90% | |

76 EsPCEX 2016 No circuito elétrico desenhado abaixo, todos os resistores ôhmicos são iguais e têm resistência $R = 1,0 \Omega$. Ele é alimentado por uma fonte ideal de tensão contínua de $E = 5,0 \text{ V}$. A diferença de potencial entre os pontos A e B é de:



- | | | |
|---------|---------|---------|
| A 1,0 V | C 2,5 V | E 3,3 V |
| B 2,0 V | D 3,0 V | |

77 Unesp Um estudante utiliza-se das medidas de um voltímetro V e de um amperímetro A para calcular a resistência elétrica de um resistor e a potência dissipada nele. As medidas de corrente e voltagem foram realizadas utilizando o circuito da figura.



O amperímetro indicou 3 mA e o voltímetro 10 V. Cuidadoso, ele lembrou-se de que o voltímetro não é ideal e que é preciso considerar o valor da resistência interna do medidor para se calcular o valor da resistência R. Se a especificação para a resistência interna do aparelho é $10 \text{ k}\Omega$, calcule:

- o valor da resistência R obtida pelo estudante.
- a potência dissipada no resistor.

Os dielétricos e os capacitores

Influência do dielétrico na capacitância de um capacitor plano de placas paralelas

Ao introduzirmos um material dielétrico entre as placas de um capacitor ligado a uma fonte de tensão U constante, observamos um aumento da quantidade de cargas induzidas nas placas e consequentemente um aumento da energia potencial elétrica armazenada. Se fizermos o mesmo procedimento com o capacitor carregado, porém desligado da bateria, acontece exatamente o oposto, ou seja, diminuição da energia potencial elétrica armazenada. A pergunta é: por quê?

Dielétricos sob a ação de campos elétricos

Se quisermos responder a essa pergunta, teremos que recorrer à teoria atômico-molecular e analisar um bloco de um material dielétrico polar em forma de um paralelepípedo, conforme mostra a figura a seguir:

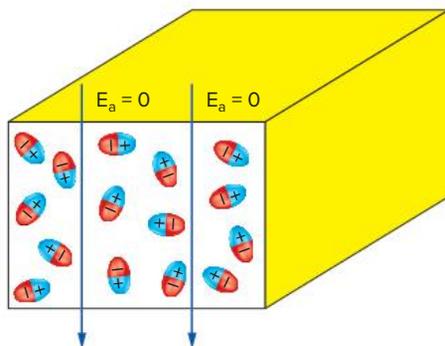


Fig. 46 Dielétrico polar sem a aplicação de campo elétrico externo.

Este material, como pode ser observado, apresenta vários dipolos elétricos na sua estrutura molecular, cada um deles gerando um campo elétrico E . Como esses dipolos estão orientados de forma aleatória, o campo elétrico resultante em seu interior é nulo, pois o somatório vetorial dos campos E de cada dipolo é nulo.

Se então aplicarmos um campo elétrico externo E_a , esses dipolos tendem a se alinhar com o campo elétrico externo, conforme mostra a figura a seguir:

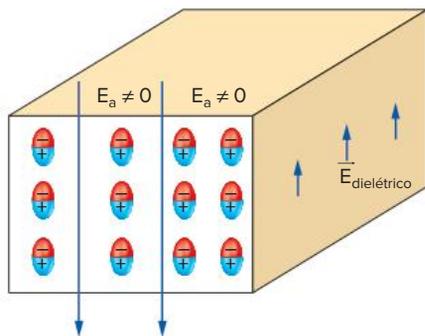


Fig. 47 Dielétrico sob a ação do campo elétrico externo.

O efeito final sobre o campo elétrico resultante é tal que o campo elétrico externo e o gerado pelo dielétrico têm mesma direção, porém sentidos opostos, tal que: $E_{\text{resultante}} = E_a - E_{\text{dielétrico}}$

Introdução de um dielétrico em um capacitor plano ligado a uma fonte de tensão

Tomemos um capacitor de placas paralelas e quadradas de lado L , no vácuo, ligado a uma fonte de tensão U .

Como pode ser observado, as cargas que aparecem nas placas superior e inferior do capacitor criam um campo elétrico E , tal que: $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

Em que σ é a densidade superficial de cargas elétricas induzidas nas placas do capacitor e ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo. O campo elétrico no interior do capacitor, considerado uniforme, nos leva a escrever que:

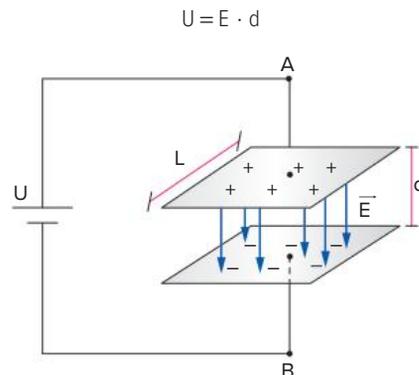


Fig. 48 Capacitor plano.

Em que U é a tensão mantida pela bateria, suposta constante, e d é a distância entre as placas, também mantida constante. Assim sendo, o campo elétrico resultante no interior das placas deve-se manter constante. Ao se inserir o dielétrico, há uma tendência de diminuição do campo elétrico resultante devido ao aparecimento de um campo elétrico contrário induzido no dielétrico, o que pode ser observado na figura a seguir:

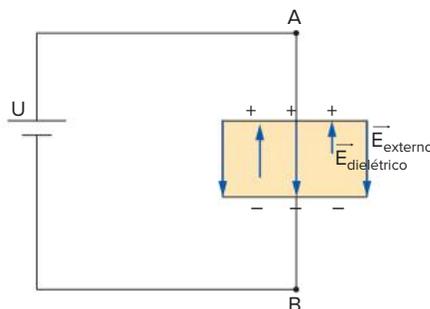


Fig. 49 Capacitor com dielétrico introduzido entre as suas placas.

Porém, como a tensão é constante, é necessário que o campo elétrico se mantenha também constante. Isto é conseguido por meio de um aumento da carga elétrica armazenada pelo capacitor, onde a nova carga Q' se relaciona com a carga inicial Q pela expressão: $Q' = k \cdot Q$. Em que k é a constante dielétrica do meio que é a razão entre a permissividade elétrica do meio e a permissividade do vácuo, ou seja: $k = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$

Com o aumento da carga armazenada, mantendo-se a mesma diferença de potencial, tem-se um aumento da energia potencial elétrica armazenada, pois:

$$\text{Energia} = \frac{Q \cdot U}{2}$$

Em resumo, ao introduzir um dielétrico entre as placas de um capacitor plano ligado a uma fonte de tensão constante, tem-se:

- manutenção da diferença de potencial elétrico.
- aumento da carga elétrica armazenada.
- aumento da energia potencial elétrica armazenada.

Toda essa análise pode ser facilmente realizada utilizando-se das expressões para a capacitância do capacitor plano, da carga armazenada e da energia potencial elétrica armazenada. Observe:

$$C = \frac{k \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d}$$

$$Q = C \cdot U$$

$$\text{Energia} = \frac{C \cdot U^2}{2}$$

Ao introduzirmos um dielétrico (aumentarmos o k), temos um aumento de capacitância, que leva a um aumento da carga elétrica armazenada e da energia potencial elétrica armazenada.

Introdução de um dielétrico em um capacitor plano carregado, desligado da fonte de tensão

Tomemos um capacitor de capacitância C , carregado com uma carga Q e desligado da fonte de tensão. Nesse caso, a carga do capacitor é a grandeza invariável.

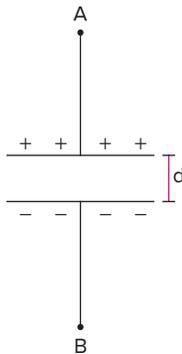


Fig. 50 Capacitor carregado desligado da fonte de tensão.

Aqui, o campo elétrico também pode ser considerado uniforme, permitindo-nos escrever: $U = E \cdot d$.

Porém, diferentemente da situação anterior, a tensão não é mais constante, já que o capacitor não mais se encontra ligado na bateria. Assim sendo, ao introduzirmos o dielétrico, há uma redução do campo elétrico resultante, devido ao aparecimento do campo elétrico gerado pelo dielétrico. Dessa forma, ao inserirmos o dielétrico, temos uma diminuição da diferença do campo elétrico entre as placas do capacitor, tal que: $E = \frac{E_0}{k}$.

Em que E_0 representa o campo elétrico entre as placas do capacitor antes da inserção do dielétrico e E representa o campo elétrico após a inserção.

Conseqüentemente, a tensão U entre as placas do capacitor

será decrescida do mesmo fator, ou seja: $U = \frac{U_0}{k}$.

Em que U_0 e U são as tensões entre as placas antes e depois da inserção do dielétrico.

Essa situação está ilustrada na figura a seguir:

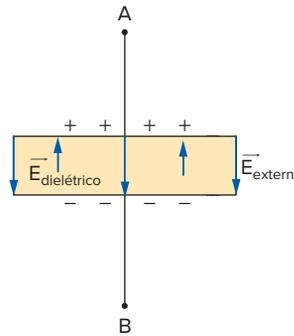


Fig. 51 Capacitor carregado, desligado da fonte de tensão com dielétrico entre as suas placas.

Assim sendo, a energia potencial elétrica armazenada diminui ao inserirmos o dielétrico, pois:

$$\text{Energia} = \frac{Q \cdot U}{2}$$

Em resumo, ao introduzir um dielétrico entre as placas de um capacitor plano carregado e desligado da fonte de tensão, tem-se:

- manutenção da carga armazenada.
- queda da diferença de potencial entre as placas do capacitor.
- diminuição da energia potencial elétrica armazenada.

Da mesma forma, a análise pode ser facilmente realizada utilizando-se das expressões para a capacitância do capacitor plano, da carga armazenada e da energia potencial elétrica armazenada.

Observe:

$$C = \frac{k \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d}$$

$$Q = C \cdot U$$

$$\text{Energia} = \frac{Q^2}{2C}$$

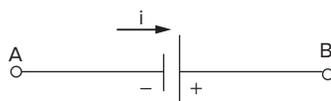
Ao introduzirmos um dielétrico (aumentarmos o k), temos um aumento de capacitância, que leva a uma queda da diferença de potencial e da energia potencial elétrica armazenada.

A mesma análise pode ser feita ao se variar a distância entre as placas, com o capacitor ligado e desligado da fonte de tensão. Fica como exercício esta análise.

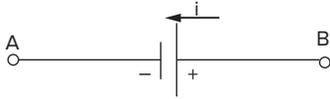
Resumindo

Um **circuito elétrico** é um caminho fechado, formado por (ou composto de) elementos elétricos, como resistores, geradores, lâmpadas, etc., por onde a corrente elétrica passa.

Geradores são dispositivos que convertem qualquer forma de energia em energia elétrica e têm como objetivo manter a diferença de potencial (U) constante nos terminais do circuito. Em um circuito elétrico, o gerador pode ser representado como:



Dispositivos que convertem energia elétrica em outra forma de energia, como aparelhos de som e ventiladores, são chamados **receptores**. Em um circuito elétrico, o receptor pode ser representado como:

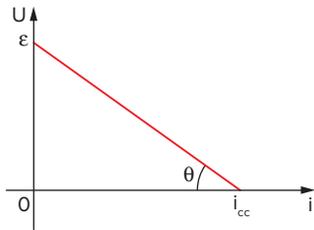


O sentido da **corrente elétrica** em um circuito é, por convenção, definido pelo fluxo dos portadores de cargas positivas, do polo positivo para o negativo do gerador. No interior do gerador a corrente elétrica vai do polo negativo para o positivo, realizando um movimento contra o campo elétrico, com gasto de energia. A tensão \mathcal{E} entre as placas do gerador é denominada **força eletromotriz**.

Para um **gerador ideal** $U = \mathcal{E}$.

Geradores reais dissipam energia, e pode-se dizer que possuem resistência interna r . Dessa forma, a tensão (U) disponível para o circuito é menor do que sua força eletromotriz (\mathcal{E}).

$$U = \mathcal{E} - R \cdot i$$



Para um determinado valor de corrente, a ddp entre os terminais do gerador é zero. Esse valor de corrente é denominado corrente de curto-circuito (i_{cc}), dada por:

$$i_{cc} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

Havendo uma resistência acoplada ao gerador, a corrente elétrica pode ser calculada pela **Lei de Pouillet**.

$$i = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$$

O gerador pode fornecer uma **potência elétrica total** $P_t = \mathcal{E} \cdot i$. Parte dessa potência é dissipada na resistência interna do gerador:

$$P_d = r \cdot i^2$$

O que resta é a **potência útil** ou disponível, relacionada com a ddp nos terminais do circuito:

$$P_u = U \cdot i$$

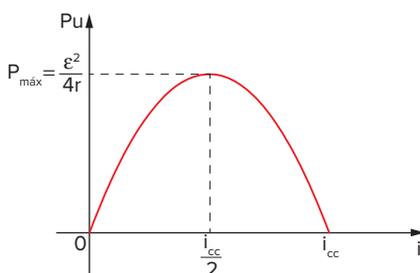
Do **Princípio da conservação da energia**,

$$P_u = P_t - P_d$$

$$P_d = \mathcal{E} \cdot i - r \cdot i^2$$

A potência máxima é obtida quando a corrente que atravessa o gerador é a metade da corrente de curto-circuito.

$$P_{\text{máx}} = \frac{\mathcal{E}^2}{4 \cdot r}$$

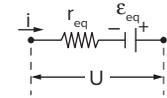
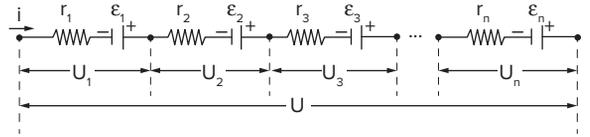


O **rendimento** (η) de um gerador é definido pela relação:

$$\eta = \frac{P_u}{P_t} = \frac{U \cdot i}{\mathcal{E} \cdot i} = \frac{U}{\mathcal{E}}$$

Geradores, assim como os resistores, podem ser associados em série e em paralelo.

Uma **associação em série** tem como objetivo aumentar a potência fornecida ao circuito com o aumento da fem.

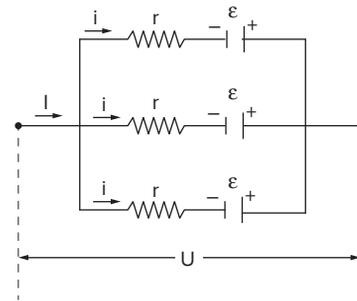


$$U = \mathcal{E}_{eq} - r_{eq} \cdot i$$

$$\mathcal{E}_{eq} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \dots + \mathcal{E}_n$$

$$r_{eq} = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n$$

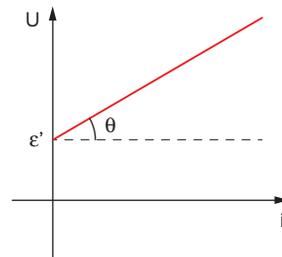
Associações em paralelo provocam o aumento da potência fornecida ao sistema, nesse caso, com o aumento da corrente que circula pelo circuito.



Receptores elétricos

Para um receptor real:

$$U = \mathcal{E}' + r' \cdot i$$



O **rendimento** (η) de um receptor é dado pela relação:

$$\eta_{\text{receptor}} = \frac{P_u}{P_r} = \frac{\mathcal{E}' \cdot i}{U \cdot i} = \frac{\mathcal{E}'}{U}$$

Em um circuito podem ser adicionados elementos com a função de armazenar energia potencial elétrica, com o armazenamento de cargas elétricas, são os **capacitores**.

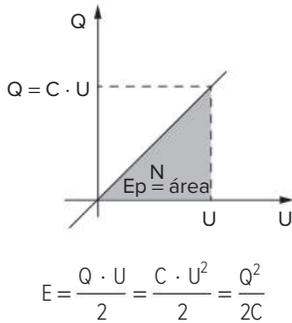
A razão entre a quantidade de carga armazenada (Q) e a tensão aplicada entre os terminais (U) define a **capacitância** (C) de um capacitor.

$$C = \frac{Q}{U}$$

A capacitância também pode ser calculada se a geometria dos condutores e as propriedades do meio entre eles forem conhecidas. Para um capacitor de placas paralelas

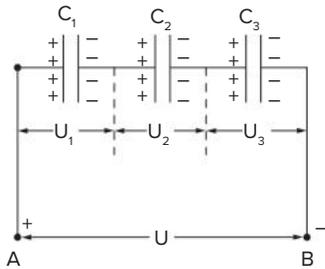
$$C = \frac{k \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d},$$

k é a constante dielétrica do meio, ϵ é a permissividade elétrica do vácuo, A é a área das placas e d é a distância entre elas.



Assim como os resistores e geradores, capacitores podem ser associados em série e paralelo em um circuito elétrico.

Em uma associação de **capacitores em série**, todos os capacitores possuem a mesma carga Q .

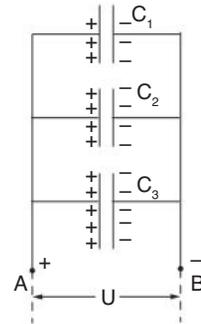


$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

$$E_p = \frac{Q^2}{2C_{eq}}$$

Capacitores associados em **paralelo** apresentam a mesma tensão.



$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

$$E_p = \frac{C_{eq} \cdot U^2}{2}$$

Em um circuito elétrico alimentado por uma tensão constante U , a corrente que atravessa um capacitor é igual a zero.

Para o cálculo de correntes e tensões em circuitos elétricos, usam-se as **Leis de Kirchhoff**:

Lei dos nós ou **lei das correntes**: o somatório das correntes que chegam a um nó é igual ao somatório das correntes que saem deste nó.

Lei das malhas ou **lei das tensões**: ao se percorrer uma malha, o somatório algébrico das ddps é nulo.

Quer saber mais?



Site

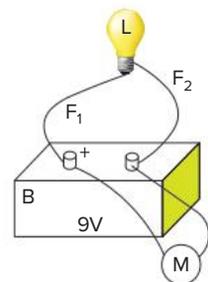
- Circuitos elétricos
Disponível em: <www.if.usp.br/gref/eletro/eletro2.pdf>. Acesso em: 26 set. 2020.

Exercícios complementares

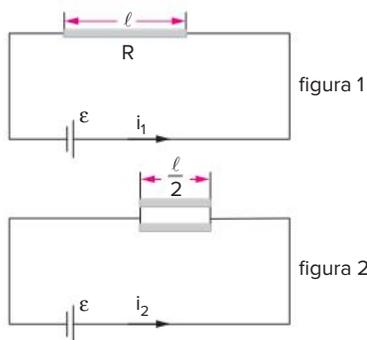
1 Fuvest Uma lâmpada L está ligada a uma bateria B por 2 fios, F_1 e F_2 , de mesmo material, de comprimentos iguais e de diâmetros d e $3d$, respectivamente. Ligado aos terminais da bateria, há um voltímetro ideal M (com resistência interna muito grande), como mostra a figura. Nessas condições, a lâmpada está acesa, tem resistência $R_L = 2,0 \Omega$ e dissipa uma potência igual a $8,0 \text{ W}$. A força eletromotriz da bateria é $\epsilon = 9,0 \text{ V}$ e a resistência do fio F_1 é $R_1 = 1,8 \Omega$.

Determine o valor da:

- corrente I , em ampères, que percorre o fio F_1 .
- potência P_2 , em watts, dissipada no fio F_2 .
- diferença de potencial V_M , em volts, indicada pelo voltímetro M .

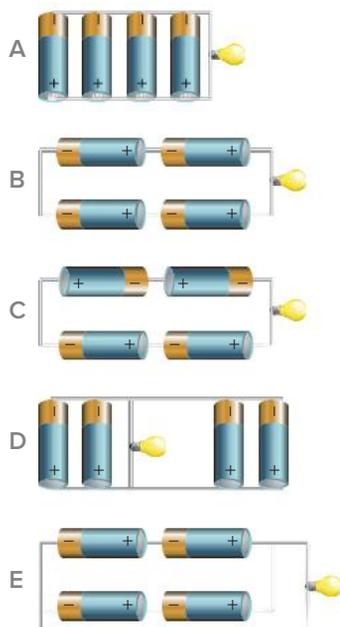


- 2 Por uma bateria de fem (ϵ) e resistência interna desprezível, quando ligada a um pedaço de fio de comprimento λ e resistência R , passa a corrente i_1 (figura 1). Quando o pedaço de fio é cortado ao meio e suas metades ligadas à bateria, a corrente que passa por ela é i_2 (figura 2).



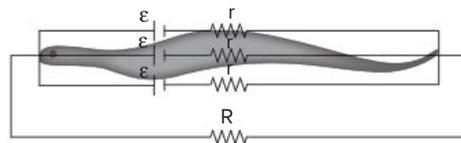
Nessas condições, e desprezando a resistência dos fios de ligação, determine:

- a resistência equivalente à associação dos dois pedaços de fio, na figura 2, e
 - a razão $\frac{i_2}{i_1}$.
- 3 **Fuvest** Com 4 pilhas ideais de 1,5 V, uma lâmpada de 6,0 V e fios de ligação, podem-se montar os circuitos esquematizados abaixo. Em qual deles a lâmpada brilhará mais intensamente?



- 4 **UFBA** O peixe-elétrico que habita os rios da região Amazônica pode matar pequenas presas com pulsos de corrente elétrica. Nesses peixes, que possuem corpo cilíndrico de comprimento L e diâmetro D , a corrente elétrica é gerada a partir de células musculares denominadas eletroplacas, que podem ser organizadas como uma associação de três geradores ligados em paralelo, conforme a figura.

Nesse circuito, cada gerador tem força eletromotriz ϵ e resistência interna r , e a resistência oferecida pela água é R .



De acordo com essas informações, é correto afirmar que:

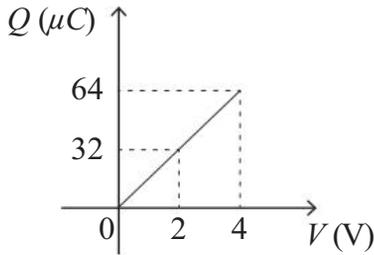
- a resistividade elétrica do peixe é igual a $\frac{\pi D^2 r}{12L}$.
- a resistência interna do gerador equivalente à associação é igual a r .
- a força eletromotriz do gerador equivalente à associação é igual a ϵ .
- a diferença de potencial produzida pelo peixe é igual a $\frac{\epsilon \cdot r}{R}$.
- a corrente elétrica flui, de acordo com o sentido convencional, da cabeça para a cauda e daí para a água, na vizinhança do corpo do peixe.
- a potência elétrica dissipada internamente pelo peixe durante uma descarga elétrica é igual a $3r \left(\frac{\epsilon}{3R + r} \right)^2$.

Soma:

- 5 **FEI** Com uma bateria de fem $E_1 = 21$ V e resistência interna $r_1 = 3,0 \Omega$, deseja-se acionar um pequeno motor de corrente de fem $E_2 = 5,0$ V e resistência interna $r_2 = 2,0 \Omega$. Despreze a resistência dos fios de ligação e calcule a resistência que deve ser associada em paralelo com o motor para que a corrente nele seja de 2,0 A.
- 6 **ITA** A diferença de potencial entre os terminais de uma bateria é de 8,5 V, quando há uma corrente que a percorre, internamente, do terminal negativo para o positivo, de 3,0 A. Por outro lado, quando a corrente que a percorre internamente for de 2,0 A, indo do terminal positivo para o negativo, a diferença de potencial entre seus terminais é de 11 V. Nessas condições, a resistência interna da bateria, expressa em ohms, e a sua força eletromotriz, expressa em volts, são, respectivamente:
- | | |
|-------------|------------|
| A 2,0 e 100 | D 1,5 e 10 |
| B 0,50 e 10 | E 5,0 e 10 |
| C 0,50 e 12 | |
- 7 **FEI** O gerador S indicado fornece a máxima potência e a corrente no circuito vale $i = 2$ A. Calcule os valores de ϵ e r .



- 8 UFPR 2019** Um dado capacitor apresenta uma certa quantidade de carga Q em suas placas quando submetido a uma tensão V . O gráfico a seguir apresenta o comportamento da carga Q (em microcoulombs) desse capacitor para algumas tensões V aplicadas (em volts).



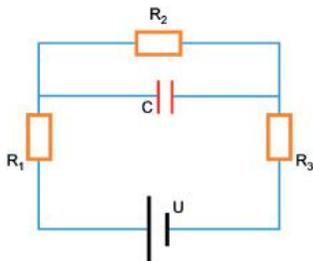
Com base no gráfico, assinale a alternativa que expressa corretamente a energia U armazenada nesse capacitor quando submetido a uma tensão de 3 V.

- A $U = 24$ μJ .
 B $U = 36$ μJ .
 C $U = 72$ μJ .
 D $U = 96$ μJ .
 E $U = 144$ μJ .

- 9 ITA** Dois condensadores, um de capacidade C_1 carregado com carga Q e outro de capacidade C_2 descarregado, são conectados em paralelo. Quando o equilíbrio for estabelecido, as cargas dos condensadores serão:

- A $Q_1 = \frac{C_1 + C_2}{C_1} Q$ e $Q_2 = \frac{C_1 + C_2}{C_2} Q$
 B $Q_1 = \frac{C_1 - C_2}{C_1} Q$ e $Q_2 = \frac{C_1 - C_2}{C_2} Q$
 C $Q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} Q$ e $Q_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} Q$
 D $Q_1 = \frac{C_1}{C_1 - C_2} Q$ e $Q_2 = \frac{C_2}{C_1 - C_2} Q$
 E $Q_1 = Q_2 = \frac{C_1}{C_2} Q$

- 10 Inspere 2019** No circuito ideal esquematizado na figura, o gerador fornece uma tensão contínua de 200 V. As resistências dos resistores ôhmicos são $R_1 = R_3 = 20$ Ω , $R_2 = 60$ Ω e a capacitância do capacitor é $C = 2,0 \cdot 10^{-6}$ F.



Nessas condições, a quantidade de carga acumulada no capacitor será, em C, igual a

- A $2,4 \cdot 10^{-3}$
 B $2,4 \cdot 10^{-4}$
 C $1,2 \cdot 10^{-3}$
 D $1,2 \cdot 10^{-4}$
 E $2,0 \cdot 10^{-3}$

- 11 IFSul 2016** Analise as seguintes afirmativas, referentes a um capacitor de placas planas e paralelas:

- A capacitância do capacitor depende da carga armazenada em cada uma de suas placas em determinado instante.
- A diferença de potencial elétrico entre as placas do capacitor depende da capacitância e da carga de cada placa.
- Quando as placas do capacitor se aproximam, sem que outros fatores sejam alterados, a sua capacitância aumenta.

Está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s)

- A I e III apenas.
 B III apenas.
 C II e III apenas.
 D I, II e III.

- 12 UEPG 2018** Dois capacitores de capacitâncias 3 μF e 5 μF são ligados em paralelo aos terminais de uma fonte de tensão 15 V. Sobre o assunto, assinale o que for correto.

- 01 A energia potencial elétrica armazenada pela associação é 0,9 mJ.
 02 A carga elétrica da associação é 120 μC .
 04 A capacitância equivalente da associação é $15/8$ μF .
 08 A carga elétrica armazenada no capacitor de 3 μF é 75 μC .
 16 A ddp no capacitor de 5 μF é 3V.

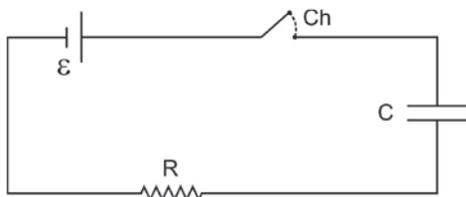
Soma:

- 13 Enem 2016** Um cosmonauta russo estava a bordo da estação espacial MIR quando um de seus rádios de comunicação quebrou. Ele constatou que dois capacitores do rádio de 3 μF e 7 μF ligados em série estavam queimados. Em função da disponibilidade, foi preciso substituir os capacitores defeituosos por um único capacitor que cumpria a mesma função.

Qual foi a capacitância, medida em μF , do capacitor utilizado pelo cosmonauta?

- A 0,10
 B 0,50
 C 2,1
 D 10
 E 21

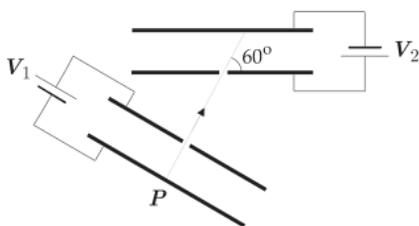
- 14 AFA 2020** O circuito elétrico esquematizado a seguir é constituído de uma bateria de resistência interna desprezível e fem \mathcal{E} , de um resistor de resistência elétrica R , de um capacitor de capacitância C , inicialmente descarregado, e de uma chave Ch , inicialmente aberta.



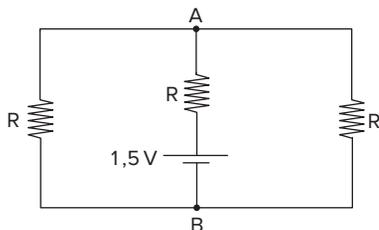
Fecha-se a chave Ch e aguarda-se o capacitor carregar. Quando ele estiver completamente carregado, pode-se afirmar que a razão entre a energia dissipada no resistor (E_R) e a energia acumulada no capacitor (E_C), E_R/E_C , é

- A maior que 1, desde que $R/C > 1$
- B menor que 1, desde que $R/C > 1$
- C igual a 1, somente se $R/C = 1$
- D igual a 1, independentemente da razão R/C

- 15 ITA 2020** Um capacitor 1 de placas paralelas está submetido a uma d.d.p. $V_1 = 12 \text{ V}$, e um capacitor 2, idêntico ao primeiro, a uma d.d.p. V_2 . Um elétron em repouso parte do ponto P, atravessa um orifício no primeiro capacitor e adentra o segundo através de outro orifício, a 60° em relação à placa, conforme indica a figura. Desconsiderando a ação da gravidade, determine a d.d.p. V_2 para que o elétron tangencie a placa superior do capacitor 2.

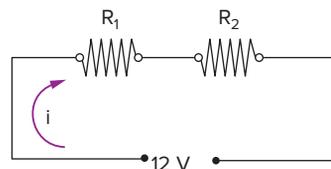
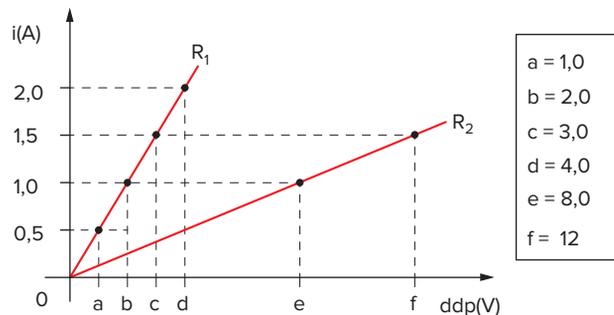


- 16 Vunesp** Três resistores idênticos, cada um com resistência R , e uma pilha de $1,5 \text{ V}$ e resistência interna desprezível são ligados como mostra a figura.



- a) Determine a diferença de potencial entre A e B.
- b) Supondo $R = 100 \Omega$, determine a intensidade da corrente elétrica que passa pela pilha.

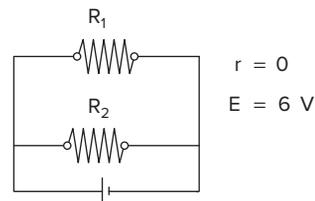
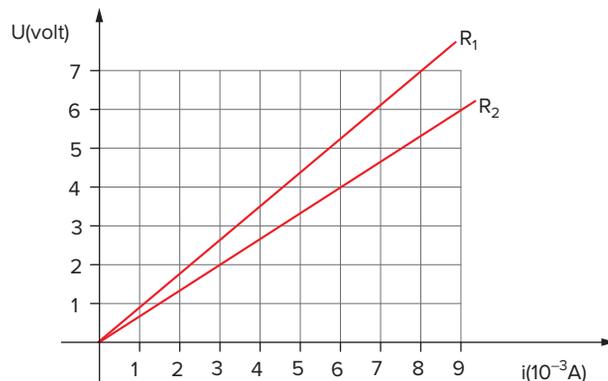
- 17 Cesgranrio** O gráfico a seguir representa as intensidades das correntes elétricas que percorrem dois resistores ôhmicos R_1 e R_2 , em função da ddp aplicada em cada um deles. Abaixo do gráfico, há o esquema de um circuito no qual R_1 e R_2 estão ligados em série a uma fonte ideal de 12 V .



Neste circuito, a intensidade da corrente elétrica que percorre R_1 e R_2 vale:

- A 0,8 A
- B 1,0 A
- C 1,2 A
- D 1,5 A
- E 1,8 A

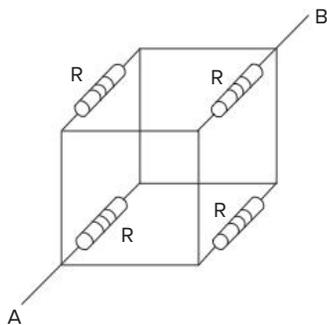
- 18 Cesgranrio** O gráfico a seguir mostra as curvas características de dois resistores R_1 e R_2 . A figura a seguir do gráfico mostra um circuito montado com esses resistores e um gerador ideal de $6,0 \text{ V}$.



A intensidade da corrente elétrica fornecida pelo gerador a esse circuito vale, em mA:

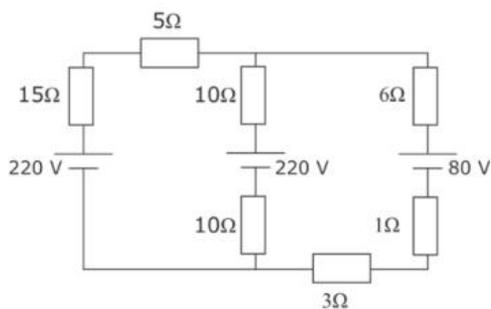
- A 0,016
- B 0,8
- C 3,9
- D 8,0
- E 16

19 Fuvest Considere um circuito formado por 4 resistores iguais, interligados por fios perfeitamente condutores. Cada resistor tem resistência R e ocupa uma das arestas de um cubo, como mostra a figura a seguir. Aplicando entre os pontos A e B uma diferença de potencial V , a corrente que circulará entre A e B valerá:



- A $\frac{4V}{R}$ D $\frac{V}{2R}$
 B $\frac{2V}{R}$ E $\frac{V}{4R}$
 C $\frac{V}{R}$

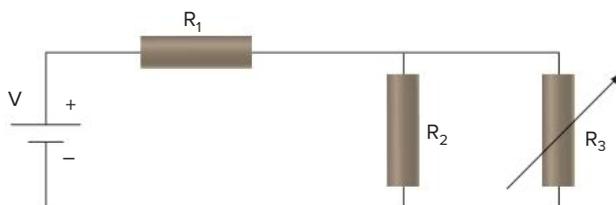
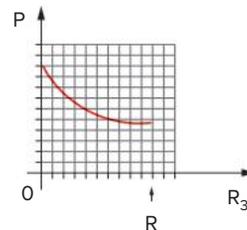
20 UEPG 2017 As ramificações presentes nas redes elétricas transformam-nas em um circuito complexo. Como existem vários caminhos fechados para que a corrente elétrica percorra com geradores, receptores e resistores, uma possibilidade para a compreensão do que ocorre no circuito é empregar as Leis de Kirchhoff. Com base na figura abaixo, na qual os geradores e receptores são considerados ideais, assinale o que for correto.



- 01 A 1ª Lei de Kirchhoff decorre do princípio da conservação da carga elétrica e a 2ª Lei de Kirchhoff decorre do princípio da conservação da energia.
 02 Os três geradores presentes no circuito apresentam ddp de: $E_1 = 220\text{ V}$, $E_2 = 220\text{ V}$ e $E_3 = 80\text{ V}$.
 04 O módulo da diferença de potencial (ddp) no ramo central vale 150 V.
 08 Receptor elétrico é qualquer dispositivo que transforma a energia elétrica recebida da fonte (gerador) para uma outra modalidade de energia, que não seja exclusivamente térmica.
 16 As intensidades de corrente nos ramos valem: 5,5 A, 5,5 A e 3,5 A.

Soma:

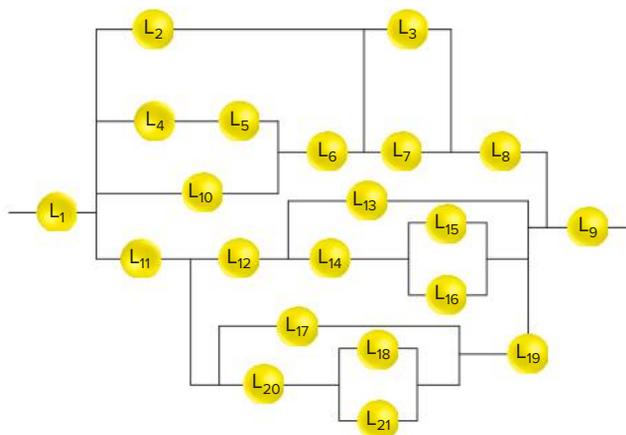
21 Fuvest No circuito a seguir, os resistores R_1 e R_2 têm resistência R e a bateria tem tensão V . O resistor R_3 tem resistência variável entre os valores 0 e R .



O gráfico mostra qualitativamente a variação da potência P , dissipada em um dos elementos do circuito, em função do valor da resistência de R_3 . A curva desse gráfico só pode representar a:

- A potência dissipada no resistor R_1 .
 B potência dissipada no resistor R_2 .
 C potência dissipada no resistor R_3 .
 D diferença entre potências dissipadas em R_2 e R_3 .
 E soma das potências dissipadas em R_2 e R_3 .

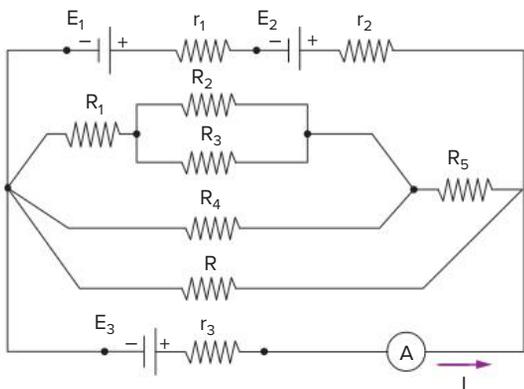
22 UFU Considere um circuito elétrico, formado por 21 lâmpadas submetidas a uma diferença de potencial entre L_1 e L_9 , conforme esquema a seguir.



Assim sendo, é correto afirmar que:

- A se as lâmpadas L_3 e L_6 se queimarem, as lâmpadas L_4 , L_5 e L_{10} irão se apagar, enquanto as lâmpadas L_7 e L_8 permanecerão acesas.
 B se as lâmpadas L_{15} e L_{16} se queimarem, as lâmpadas L_{11} , L_{12} e L_{14} não irão acender.
 C se a lâmpada L_{12} se queimar, a lâmpada L_{19} vai se apagar.
 D se a lâmpada L_{14} se queimar, as lâmpadas L_{15} , L_{16} e L_{19} irão se apagar.

23 IME No circuito representado a seguir, o amperímetro A, ideal, indica $I = 2 \text{ A}$.



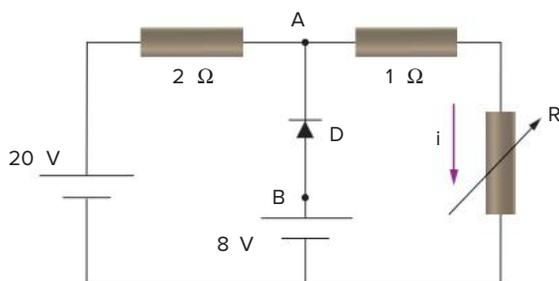
Dados:

Bateria 1: fem $E_1 = 9 \text{ V}$; resistência interna $r_1 = 1,5 \Omega$
 Bateria 2: fem $E_2 = 3 \text{ V}$; resistência interna $r_2 = 0,5 \Omega$
 Bateria 3: fem $E_3 = 12 \text{ V}$; resistência interna $r_3 = 2 \Omega$;
 $R_1 = 2 \Omega$; $R_2 = R_3 = 4 \Omega$; $R_4 = 12 \Omega$; $R_5 = 1 \Omega$

Determine:

- o valor da resistência R.
- a quantidade de calor desenvolvida em R_5 , num intervalo de tempo igual a 10 minutos.

24 Fuvest No circuito da figura a seguir, o componente D, ligado entre os pontos A e B, é um diodo. Esse dispositivo se comporta, idealmente, como uma chave controlada pela diferença de potencial entre seus terminais. Sejam V_A e V_B as tensões dos pontos A e B, respectivamente. Se $V_B < V_A$, o diodo se comporta como uma chave aberta, não deixando fluir nenhuma corrente através dele, e se $V_B \geq V_A$, o diodo se comporta como uma chave fechada, de resistência tão pequena que pode ser desprezada, ligando o ponto B ao ponto A. O resistor R tem uma resistência variável de 0 a 2Ω .

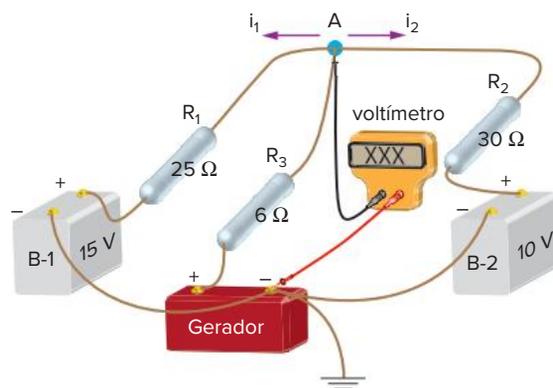


Nesse circuito, determine o valor da:

- corrente i através do resistor R, quando a sua resistência é 2Ω .
- corrente i_0 através do resistor R, quando a sua resistência é zero.
- resistência R para a qual o diodo passa do estado de condução para o de não condução e vice-versa.

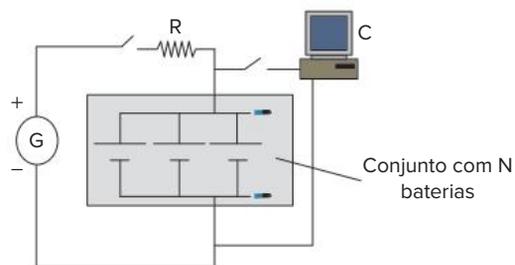
25 Fuvest Utilizando-se um gerador, que produz uma tensão V_0 , deseja-se carregar duas baterias, B-1 e B-2, que geram respectivamente 15 V e 10 V , de tal forma que

as correntes que alimentam as duas baterias durante o processo de carga mantenham-se iguais ($i_1 = i_2 = i$). Para isso, é utilizada a montagem do circuito elétrico representada ao lado, que inclui três resistores R_1 , R_2 e R_3 , com respectivamente 25Ω , 30Ω e 6Ω , nas posições indicadas. Um voltmímetro é inserido no circuito para medir a tensão no ponto A.



- Determine a intensidade da corrente i , em ampères, com que cada bateria é alimentada.
- Determine a tensão V_A , em volts, indicada pelo voltmímetro, quando o sistema opera da forma desejada.
- Determine a tensão V_0 , em volts, do gerador, para que o sistema opere da forma desejada.

26 Fuvest Em uma ilha distante, um equipamento eletrônico de monitoramento ambiental, que opera em 12 V e consome 240 W , é mantido ligado 20 h por dia. A energia é fornecida por um conjunto de N baterias ideais de 12 V . Essas baterias são carregadas por um gerador a diesel, G, através de uma resistência R de $0,2 \Omega$. Para evitar interferência no monitoramento, o gerador é ligado durante 4 h por dia, no período em que o equipamento permanece desligado. Determine:

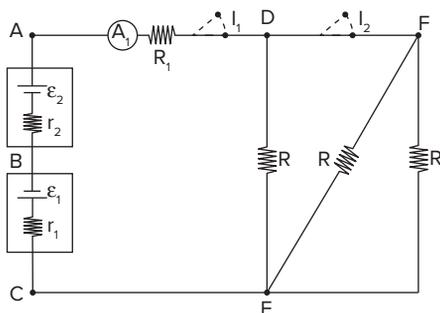


- a corrente I , em ampères, que alimenta o equipamento eletrônico C.
- o número mínimo N , de baterias, necessário para manter o sistema, supondo que as baterias armazenem carga de $50 \text{ A} \cdot \text{h}$ cada uma.
- a tensão V , em volts, que deve ser fornecida pelo gerador, para carregar as baterias em 4 h .

Dados: ($1 \text{ ampere} \times 1 \text{ segundo} = 1 \text{ coulomb}$)

O parâmetro usado para caracterizar a carga de uma bateria, produto da corrente pelo tempo, é o ampere-hora ($\text{A} \cdot \text{h}$). Suponha que a tensão da bateria permaneça constante até o final de sua carga.

- 27 Unesp** Células fotovoltaicas foram idealizadas e desenvolvidas para coletar a energia solar, uma forma de energia abundante, e convertê-la em energia elétrica. Esses dispositivos são confeccionados com materiais semicondutores que, quando iluminados, dão origem a uma corrente elétrica que passa a alimentar um circuito elétrico. Considere uma célula de 100 cm^2 que, ao ser iluminada, possa converter 12% da energia solar incidente em energia elétrica. Quando um resistor é acoplado à célula, verifica-se que a tensão entre os terminais do resistor é $1,6 \text{ V}$. Considerando que, num dia ensolarado, a célula recebe uma potência de 1 kW por metro quadrado, calcule a corrente que passa pelo resistor.
- 28 UFSC** No circuito mostrado na figura a seguir, A_1 é um amperímetro e I_1 e I_2 são interruptores do circuito. Suponha que os interruptores estejam fechados e que $\varepsilon_1 = 2 \text{ V}$, $\varepsilon_2 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 3 \Omega$, $R = 9 \Omega$, $r_1 = 2 \Omega$, $r_2 = 1 \Omega$.



Assinale a(s) proposiçã(o)es correta(s).

- 01 A diferença de potencial entre C e B é maior que o valor da força eletromotriz ε_1 .
 02 A diferença de potencial entre A e B é maior que o valor da força eletromotriz ε_2 .
 04 A diferença de potencial entre D e E é igual à diferença de potencial entre F e E.
 08 O amperímetro A_1 registra a mesma corrente, esteja com o interruptor I_2 aberto ou fechado.
 16 Abrindo-se o interruptor I_1 , a diferença de potencial entre A e B é igual ao valor da força eletromotriz ε_2 .

Soma:



Suíça
França

LHC 27 km

FRENTE 2

CAPÍTULO

7

Interação entre cargas elétricas e campo magnético

O CERN (Conselho Europeu para a Pesquisa Nuclear) abriga um dos maiores experimentos para a pesquisa de partículas fundamentais da matéria e as forças que agem entre elas, o acelerador de partículas LHC (*Large Hadron Collider*). Nesse acelerador, de circunferência de 27 km, um campo elétrico é responsável pela aceleração da carga que tem sua trajetória curvada por conta de um campo magnético, permitindo que a carga transite a cerca de 11000 rotações por segundo. Este capítulo trata exatamente da força magnética que surge quando uma carga elétrica se movimenta no interior de um campo magnético. Porém, antes de tratar desse assunto, é necessário apresentar a própria noção de campo magnético e de vetor indução magnética \vec{B} .

Fenômenos magnéticos

Desde a Pré-história, o homem tem observado a existência de materiais que naturalmente atraem pedaços de ferro. Esses materiais são denominados **ímãs naturais**.

Corpos de materiais como cobalto, níquel, ferro e outras ligas metálicas, após passarem por processos artificiais, denominados processos de **imantação**, podem tornar-se **ímãs artificiais**.

Alguns fenômenos magnéticos merecem destaque:

- I. Quando colocamos um ímã em forma de barra, em contato com limalha de ferro, observamos que a limalha adere principalmente nas suas extremidades, denominadas **polos do ímã**.

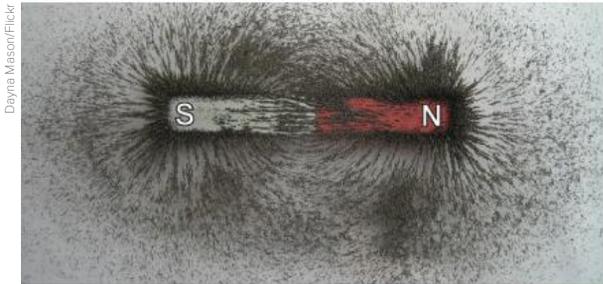


Fig. 1 Polos de um ímã.

- II. Quando suspendemos um ímã pelo seu centro de gravidade, ele tende a se alinhar com o campo magnético da Terra, que coincide com aproximadamente a direção norte-sul geográfica. A extremidade do ímã que aponta para o norte geográfico recebe o nome de **polo norte (N)** e a extremidade que aponta para o sul geográfico recebe o nome de **polo sul (S)**.

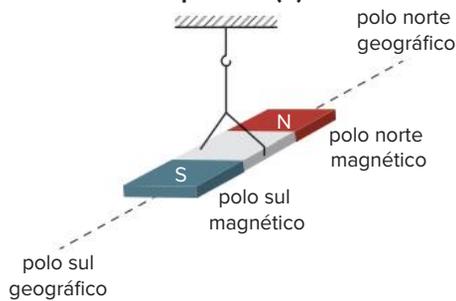


Fig. 2 Polo norte e polo sul.

- III. Polos magnéticos de mesmo nome se repelem enquanto polos de nomes diferentes se atraem. Aqui há de se notar que essa atração ou repulsão se dá similarmente à lei de Coulomb, ou seja, a força é inversamente proporcional ao quadrado da distância de separação entre os dois polos.

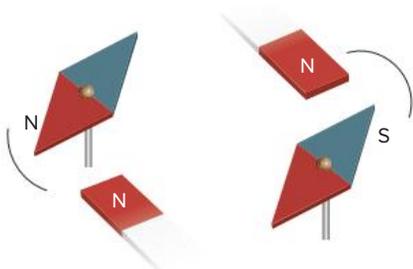


Fig. 3 Atração e repulsão dos polos.

Observação: Devido ao fato de que polos magnéticos de nomes diferentes se atraem e polos de nomes iguais se repelem, como o polo norte da bússola é atraído para o norte geográfico da Terra, conclui-se que o polo sul magnético da Terra encontra-se no seu norte geográfico e o polo norte magnético da Terra encontra-se no seu polo sul geográfico.

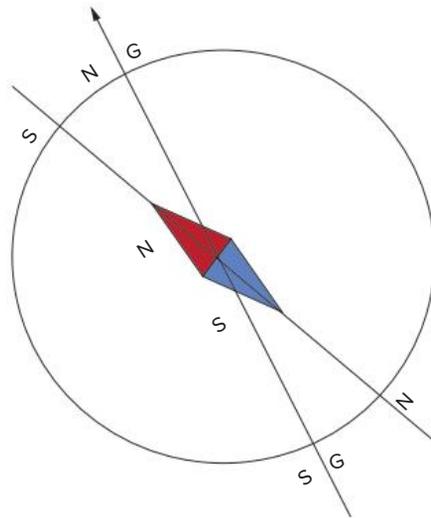


Fig. 4 O campo magnético terrestre.

- IV. Experimentos mostram que não é possível separar os polos magnéticos de um ímã. Portanto, ao tentar separá-los, surgem dois novos ímãs, com seus polos norte e sul. E assim sucessivamente, se tentarmos com os dois ímãs obtidos separar os seus polos magnéticos. Isso acontece até em escalas microscópicas ou até mesmo subatômicas. A figura 5 mostra o fenômeno.

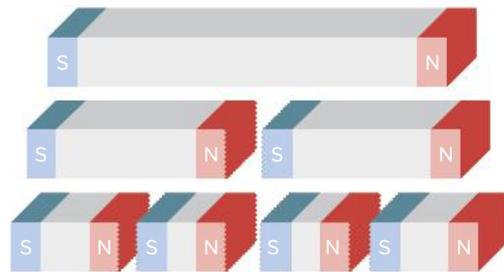


Fig. 5 Inseparabilidade dos polos.

! Atenção

A inseparabilidade dos polos é uma importante diferença entre cargas elétricas e ímãs. Enquanto é possível obter cargas positivas separadas de cargas negativas, não é possível obter um polo norte magnético separado de um polo sul magnético, e, assim, pode-se dizer que o monopolo magnético não existe.

O campo magnético

Nas proximidades de um ímã, onde verifica-se sua ação, podemos afirmar que existe um campo magnético. Esse campo magnético é descrito por um vetor indução magnética, cuja unidade no SI é dada em tesla (T).



Fig. 6 Nikola Tesla (1856-1943).

Foi físico, inventor e engenheiro elétrico de raro talento. Tesla desenvolveu o motor de indução e o sistema a longa distância de transmissão de corrente alternada. Seus trabalhos teóricos e patentes ainda formam a base do sistema de potência elétrica em corrente alternada. Desenvolveu também os princípios dos dispositivos sem fio, tais como controle remoto e telecomunicações.

Orientação do vetor indução magnética (\vec{B})

Observa-se que as linhas de indução magnética se orientam do polo norte magnético para o polo sul magnético. O **vetor indução magnética** (\vec{B}) é tangente às linhas de indução magnética, similarmente ao **campo elétrico** (\vec{E}) em relação às linhas de campo elétrico. A figura 7 representa graficamente as linhas de indução magnética e o vetor campo magnético.

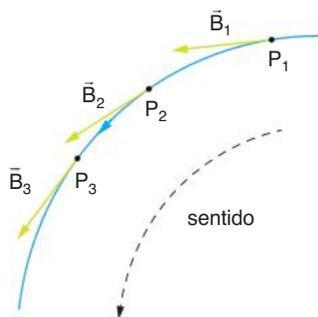


Fig. 7 Linha de indução magnética.

É importante salientar que todo ímã, na presença de um campo magnético, tende a se alinhar com o vetor indução magnética naquele ponto. Tal que o seu polo norte magnético aponta no mesmo sentido do vetor indução magnética.

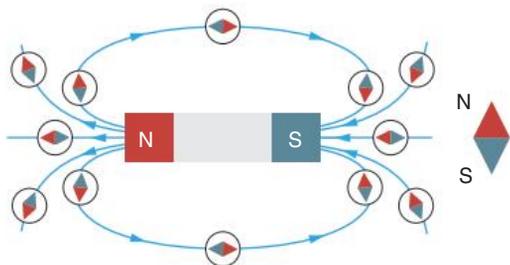


Fig. 8 Alinhamento de um ímã.

! Atenção

No caso da figura 8, é importante ressaltar que o campo magnético terrestre foi considerado desprezível, pois, sendo a indução magnética de natureza vetorial, teríamos que obter o vetor indução magnética resultante. Assim, como o campo magnético gerado pelo ímã é muito mais intenso em suas proximidades do que o campo da Terra, podemos considerá-lo desprezível.

O campo magnético uniforme

O campo magnético uniforme é definido de forma similar ao campo elétrico uniforme, ou seja, é o campo em que a sua intensidade, direção e sentido são iguais em todos os pontos, e as linhas de indução magnética são retas paralelas entre si, igualmente orientadas.

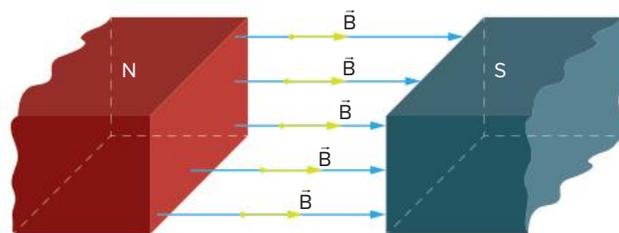


Fig. 9 Campo magnético uniforme.

É importante que se convençione o vetor indução magnética, já que agora iremos trabalhar com três dimensões, e nos interessa o que se passa fora do plano do papel. Imaginando que o vetor indução seja uma flecha (\Rightarrow), quando ele “sai” do plano do papel, vemos somente um ponto, conforme a figura 10.



Fig. 10 Campo magnético “saindo” do plano do papel.

Caso o vetor indução “entre” no plano do papel, veremos o rabo da flecha, indicado por pequenas cruzes.



Fig. 11 Campo magnético “entrando” no plano do papel.

Veremos agora a ação do campo magnético sobre cargas elétricas.

Interação entre o campo magnético e as cargas elétricas

A primeira consideração a esse respeito, que **o campo magnético não age sobre cargas em repouso**, é experimental.

A segunda consideração, tão importante quanto a primeira, é: **o campo magnético não age sobre cargas que se movimentam na mesma direção do campo**.

No caso de uma carga que se move em uma direção que não é a mesma do campo, observa-se experimentalmente que ela fica sujeita a uma força de origem magnética, que depende da carga elétrica, da sua velocidade, da intensidade do campo e do ângulo que a velocidade faz com o vetor indução.

Inicialmente, consideremos o caso em que a velocidade é perpendicular ao vetor indução magnética.

Carga com vetor velocidade perpendicular ao vetor indução

Observa-se, experimentalmente, que a força magnética que surge quando a carga se desloca perpendicularmente ao vetor \vec{B} é perpendicular ao plano formado pelos vetores \vec{v} e \vec{B} , ou seja, a força magnética é, simultaneamente, perpendicular aos vetores \vec{v} e \vec{B} .

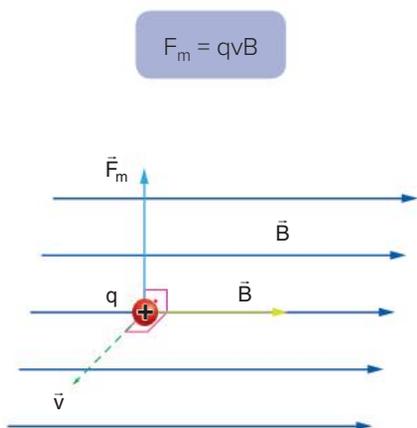


Fig. 12 Orientação da força magnética.

Carga com vetor velocidade em uma direção qualquer não paralela a \vec{B}

Nesse caso, quando a carga se desloca em uma direção que forma um ângulo θ com o vetor indução \vec{B} , observa-se que somente a componente da velocidade perpendicular a \vec{B} influencia na intensidade da força magnética. Pela figura 13, podemos verificar que essa componente é igual a $v \cdot \sin \theta$.

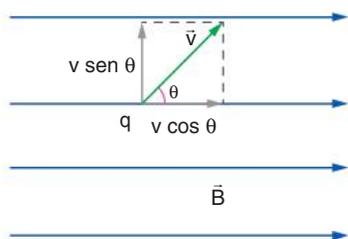


Fig. 13 Decomposição do vetor velocidade.

Portanto, temos: $F_m = B \cdot q \cdot v \cdot \sin \theta$

Partindo da expressão anterior, pode-se determinar o módulo da força magnética que age sobre uma carga que se move dentro de um campo magnético.

Mas como determinar sua direção e sentido?

Para isso, podemos utilizar a regra da mão direita.

Direção e sentido da força magnética: A regra da mão direita

A regra da mão direita é de utilização bastante prática. Com a mão direita espalmada, colocam-se os dedos apontando na direção de \vec{B} e o polegar na direção da velocidade \vec{v} . A força magnética é então perpendicular à palma da mão se a carga for positiva, ou perpendicular às costas da mão se a carga for negativa, ou seja, de sentido oposto à força que age sobre a carga positiva. A figura 14 nos mostra a utilização da regra da mão direita.

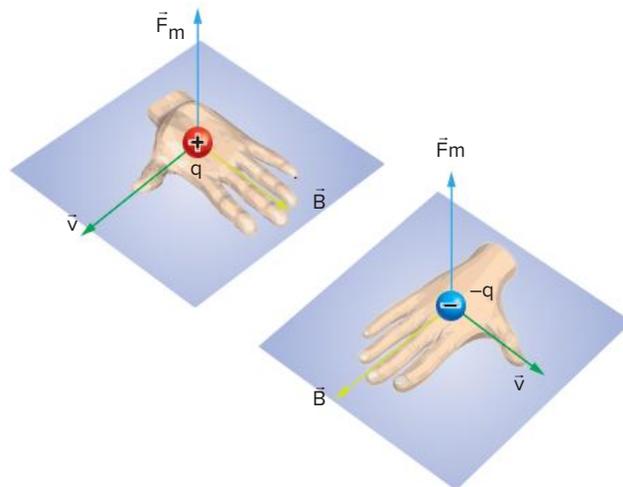


Fig. 14 Regra da mão direita.

Observação: É muito importante observar que, como a força magnética que age sobre uma carga puntiforme é perpendicular ao plano formado pelos vetores velocidade (\vec{v}) e indução magnética (\vec{B}), ela é sempre perpendicular ao deslocamento da carga no interior do campo. Dessa forma, o trabalho realizado pela força magnética sobre a carga puntiforme é nulo. Finalmente, conclui-se, com ajuda do teorema da energia cinética, que a força magnética é incapaz de alterar o módulo da velocidade da carga puntiforme sujeita a um campo magnético. Pode-se dizer que a força magnética altera a direção e o sentido da velocidade da carga puntiforme sujeita ao campo, mas não o módulo de sua velocidade.

Um caso importante de estudo é quando a carga se movimenta em um campo magnético uniforme.

Carga deslocando-se em um campo magnético uniforme

Para os casos em que a carga se movimenta paralelamente ao campo, vimos que a força magnética que age sobre a carga é nula, pois $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$.

Caso o ângulo θ seja igual a 90° , ou seja, o vetor velocidade e o vetor indução são perpendiculares, a carga elétrica executará um movimento circular uniforme.

Dessa forma, a força magnética nunca altera a energia cinética da carga.

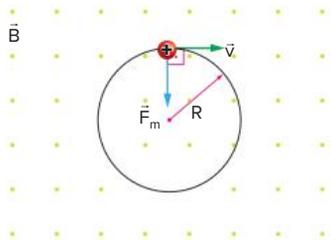


Fig. 15 Movimento de uma carga em um campo magnético.

Podemos observar que a força magnética exerce o papel de força centrípeta; assim, podemos escrever:

$$F_m = F_{cp} \Rightarrow B \cdot q \cdot v \cdot \sin 90^\circ = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{B \cdot q}$$

Caso a velocidade não seja exatamente perpendicular ao campo, podemos decompô-la em uma componente perpendicular \vec{v}_2 ($v \sin \theta$) e uma componente na mesma direção do campo \vec{v}_1 ($v \cos \theta$). O movimento resultante é do tipo helicoidal e uniforme (MHU).

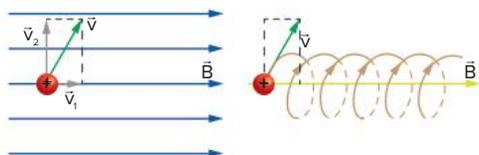


Fig. 16 Decomposição do vetor velocidade.

O raio da parte circular do movimento é dado por:

$$R = \frac{m \cdot v \cdot \sin \theta}{B \cdot q}$$

Para o movimento circular e uniforme, pode-se calcular a velocidade angular (ω), o período (T) e a frequência (f).

$$\omega = \frac{v \cdot \sin \theta}{R} = \frac{v \cdot \sin \theta}{\frac{m \cdot v \cdot \sin \theta}{B \cdot q}} = \frac{B \cdot q}{m}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{B \cdot q}{m}} = \frac{2\pi \cdot m}{B \cdot q}$$

E, finalmente, a frequência pode ser facilmente calculada:

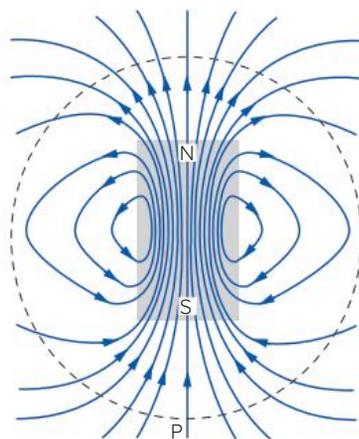
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{2\pi \cdot m}{B \cdot q}} = \frac{B \cdot q}{2\pi \cdot m}$$

! Atenção

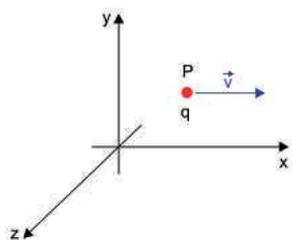
Podemos observar que a velocidade angular, o período e a frequência não dependem da velocidade escalar, dependem somente da intensidade do vetor indução magnética \vec{B} e da relação carga-massa do corpo (q/m).

Revisando

- Fuvest (Adapt.)** Sobre uma mesa plana e horizontal, é colocado um ímã em forma de barra, representado na figura, visto de cima, juntamente com algumas linhas de seu campo magnético. Uma pequena bússola é deslocada, lentamente, sobre a mesa, a partir do ponto P, realizando uma volta circular completa em torno do ímã. Ao final desse movimento, desconsiderando o campo magnético da terra, quantas voltas a agulha da bússola terá completado em torno de seu próprio eixo?



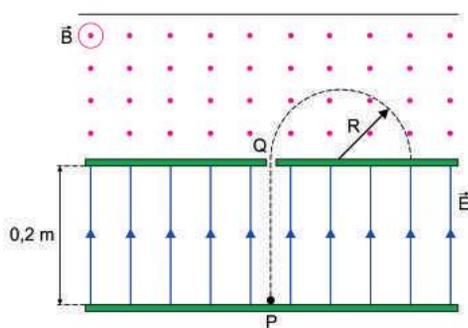
- 2 **Famerp 2020** A figura mostra uma partícula q , com carga elétrica positiva de $3,2 \cdot 10^{-19}$ C, no instante em que passa pelo ponto P, deslocando-se em movimento retilíneo e uniforme, paralelamente ao eixo x , com velocidade $5,0 \cdot 10^4$ m/s. Nessa região, existe um campo elétrico e um campo magnético, ambos uniformes e perpendiculares entre si.



No ponto P, a força que atua sobre a partícula, em função da ação do campo elétrico, tem intensidade $1,6 \cdot 10^{-14}$ N, na direção e no sentido positivo do eixo y . Despreze a ação do campo gravitacional e de possíveis forças de resistência.

- Com base no referencial da figura, determine a direção, o sentido e a intensidade, em newtons por Coulomb, do vetor \vec{E} , que representa o campo elétrico no ponto P.
- Com base no referencial da figura, determine a direção, o sentido e a intensidade, em teslas, do vetor \vec{B} , que representa o campo magnético no ponto P.

- 3 **Unesp 2019** Em um equipamento utilizado para separar partículas eletrizadas atuam dois campos independentes, um elétrico, \vec{E} , e um magnético, \vec{B} , perpendiculares entre si. Uma partícula de massa $m = 4 \cdot 10^{-15}$ kg e carga $q = 8 \cdot 10^{-6}$ C parte do repouso no ponto P, é acelerada pelo campo elétrico e penetra, pelo ponto Q, na região onde atua o campo magnético, passando a descrever uma trajetória circular de raio R, conforme a figura.



Sabendo que entre os pontos P e Q existe uma diferença de potencial de 40 V, que a intensidade do campo magnético é $B = 10^{-3}$ T e desprezando ações gravitacionais sobre a partícula eletrizada, calcule:

- a intensidade do campo elétrico \vec{E} , em N/C.
- o raio R, em m, da trajetória circular percorrida pela partícula na região em que atua o campo \vec{B} .

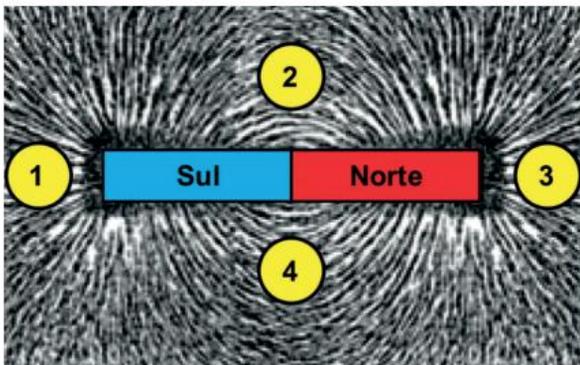
Exercícios propostos

- 1 IFSP 2016** Dispõe-se de três ímãs em formato de barra, conforme mostra a figura a seguir:



Sabe-se que o polo A atrai o polo C e repele o polo E. Se o polo F é sul, pode-se dizer que:

- A A é polo sul e B polo Sul.
 B A é polo sul e C é polo norte.
 C B é polo norte e D é polo norte.
 D A é polo norte e C é polo sul.
 E A é polo norte e E é polo sul.
- 2 Unesp 2016** Um ímã em forma de barra, com seus polos Norte e Sul, é colocado sob uma superfície coberta com partículas de limalha de ferro, fazendo com que elas se alinhem segundo seu campo magnético. Se quatro pequenas bússolas, 1, 2, 3 e 4, forem colocadas em repouso nas posições indicadas na figura, no mesmo plano que contém a limalha, suas agulhas magnéticas orientam-se segundo as linhas do campo magnético criado pelo ímã.



(www.grupoescolar.com.Adaptado)

Desconsiderando o campo magnético terrestre e considerando que a agulha magnética de cada bússola seja representada por uma seta que se orienta na mesma direção e no mesmo sentido do vetor campo magnético associado ao ponto em que ela foi colocada, assinale a alternativa que indica, correta e respectivamente, as configurações das agulhas das bússolas 1, 2, 3 e 4 na situação descrita.

- A
- B
- C
- D
- E

- 3 Mackenzie** As linhas de indução de um campo magnético são:

- A o lugar geométrico dos pontos, onde a intensidade do campo magnético é constante.
 B as trajetórias descritas por cargas elétricas num campo magnético.
 C aquelas que em cada ponto tangenciam o vetor indução magnética, orientadas no seu sentido.
 D aquelas que partem do polo norte de um ímã e vão até o infinito.
 E nenhuma das anteriores é correta.

- 4 Acafe 2020** Um mágico utiliza três caixas idênticas (figura abaixo) para realizar um truque em que adivinha em qual das caixas está uma bola de ferro comum. Para isso, coloca a mão sobre as caixas e, depois de toda encenação, adivinha a caixa certa. O truque é simples. Ele tem escondido na sua luva um ímã que atrai a bola de metal ao se aproximar dela. Com a sensação da força de atração em sua mão, ele adivinha a caixa em que a bola está.

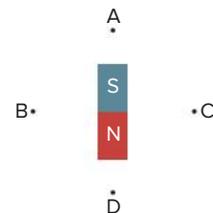


Com base no exposto, assinale a alternativa que completa, corretamente, as lacunas da frase a seguir.

A força entre o ímã e a bola de metal, sentida pelo mágico, é de origem _____ e a sua intensidade depende, dentre outras coisas, da _____. Se invertermos os polos do ímã que está na mão do mágico, a força entre o ímã e a bola de metal _____.

- A elétrica - da força normal - não se altera.
 B magnética - distância entre eles - não se altera.
 C elétrica - distância entre eles - diminui.
 D magnética - da força normal - diminui.

- 5 UFRGS** Uma pequena bússola é colocada próxima de um ímã permanente. Em quais posições assinaladas na figura a extremidade norte da agulha apontará para o alto da página?

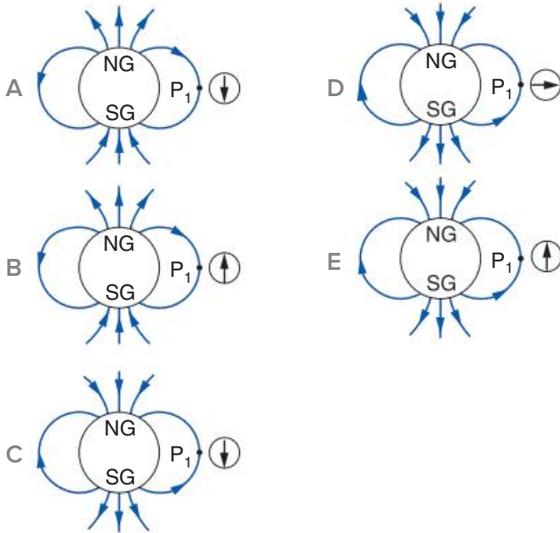


- A Somente em A ou D.
 B Somente em B ou C.
 C Somente em A, B ou D.
 D Somente em B, C ou D.
 E Em A, B, C ou D.

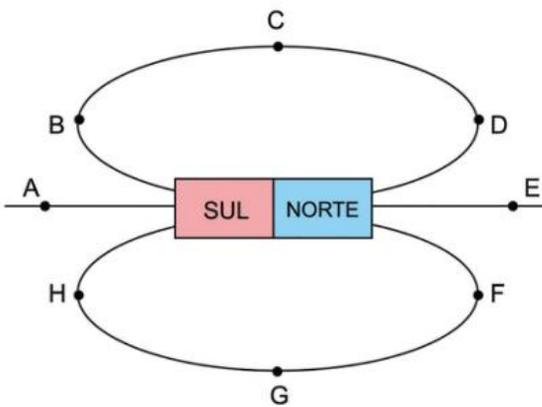
6 Cesgranrio As linhas de força do campo magnético terrestre (desprezando-se a inclinação do eixo magnético) e a indicação da agulha de uma bússola colocada em P_1 , sobre a linha de força, são mais bem representados por:

NG = polo norte geográfico

SG = polo sul geográfico



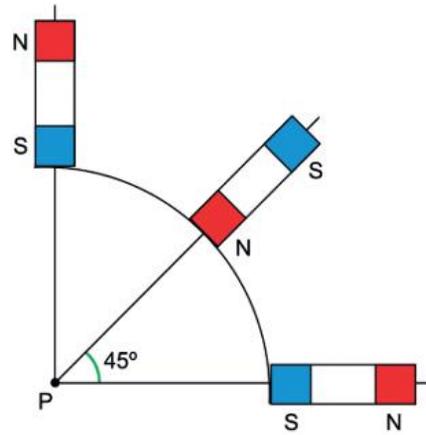
7 Uefs 2018 A figura representa um ímã em forma de barra, seus dois polos magnéticos Norte e Sul e algumas linhas de indução, contidas no plano da figura, do campo magnético criado pelo ímã. Sobre essas linhas estão assinalados os pontos de A até H.



Desprezando a ação de quaisquer outros campos magnéticos, o vetor campo magnético criado por esse ímã tem a mesma direção e o mesmo sentido em

- A B e H.
- B B e D.
- C E e G.
- D A e C.
- E D e H.

8 Famerp 2019 Três ímãs idênticos, em forma de barra, estão dispostos com uma de suas extremidades equidistantes de um ponto P, como mostra a figura.



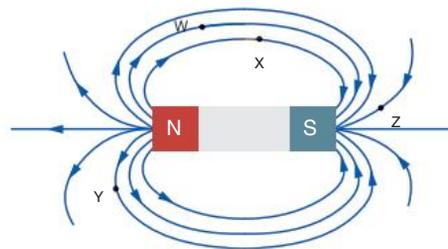
O campo de indução magnética resultante da ação dos três ímãs no ponto P é representado pelo vetor

- A ↑
- B →
- C ↙
- D ↗
- E nulo

9 UnB Três chaves de fenda, que podem estar com as pontas imantadas e cujos polos são X, Y e Z, são aproximadas do polo K de um ímã. Observamos que os polos X e Y são atraídos e Z é repelido. Se a chave X é um polo sul, podemos afirmar que:

- A Y é um polo norte.
- B Z e K são polos norte.
- C Y não está imantada e K é um polo sul.
- D n.d.a.

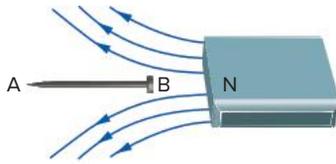
10 FCC A figura a seguir representa as linhas de força do campo magnético de um ímã. X, Y, Z e W são pontos desse campo.



Determine em qual desses pontos a agulha de uma bússola ficaria, em relação ao ímã, na seguinte posição:



- 11 FCC** O prego de ferro AB, inicialmente não imantado, é aproximado do polo norte N de um ímã, como mostra a figura a seguir.



A respeito dessa situação, são feitas três afirmações:

- I. o campo magnético do ímã magnetiza o prego.
- II. em A, forma-se um polo norte e em B, um polo sul.
- III. o ímã atrai o prego.

Quais são as afirmações corretas?

- 12 Unesp 2019** A configuração do campo magnético terrestre causa um efeito chamado inclinação magnética. Devido a esse fato, a agulha magnética de uma bússola próxima à superfície terrestre, se estiver livre, não se mantém na horizontal, mas geralmente inclinada em relação à horizontal (ângulo α , na figura 2). A inclinação magnética é mais acentuada em regiões de maiores latitudes. Assim, no Equador terrestre a inclinação magnética fica em torno de 0° , nos polos magnéticos é de 90° , em São Paulo é de cerca de 20° , com o polo norte da bússola apontado para cima, e em Londres é de cerca de 70° , com o polo norte da bússola apontado para baixo.

FIGURA 1
O campo magnético terrestre

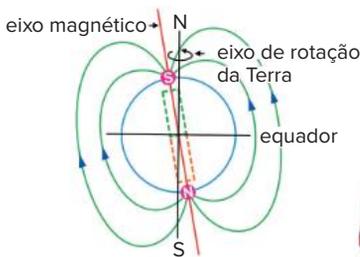
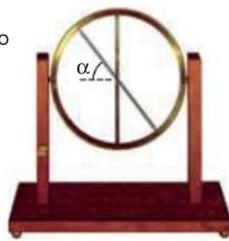


FIGURA 2
Bússola para medição da inclinação magnética

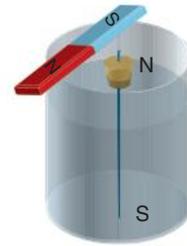


(<http://museu.fis.uc.pt>. Adaptado.)

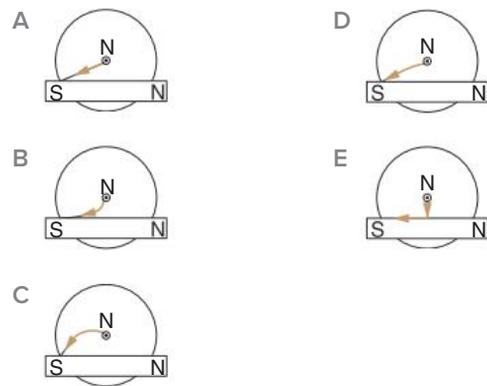
Esse efeito deve-se ao fato de a agulha magnética da bússola alinhar-se sempre na direção

- A perpendicular às linhas de indução do campo magnético da Terra e ao fato de o polo norte magnético terrestre estar próximo ao polo sul geográfico da Terra.
- B tangente à Linha do Equador e ao fato de o eixo de rotação da Terra coincidir com o eixo magnético que atravessa a Terra.
- C tangente às linhas de indução do campo magnético da Terra e ao fato de o polo norte magnético terrestre estar próximo ao polo norte geográfico da Terra.
- D tangente às linhas de indução do campo magnético da Terra e ao fato de o polo norte magnético terrestre estar próximo ao polo sul geográfico da Terra.
- E paralela ao eixo magnético terrestre e ao fato de o polo sul magnético terrestre estar próximo ao polo norte geográfico da Terra.

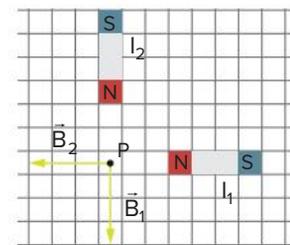
- 13 Cesgranrio** Uma barra imantada repousa sobre a beira de um copo contendo água. Um flutuador, feito com rolha de cortiça e atravessado por uma agulha imantada, é mantido no centro do copo (equidistante dos dois polos da barra). O sistema todo está em repouso.



A figura mostra as polaridades da barra e da agulha. Abandona-se o flutuador. Qual das figuras a seguir melhor representa a trajetória seguida pelo flutuador na superfície da água?

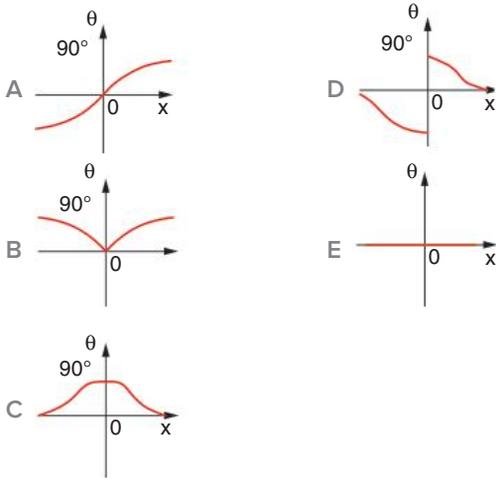
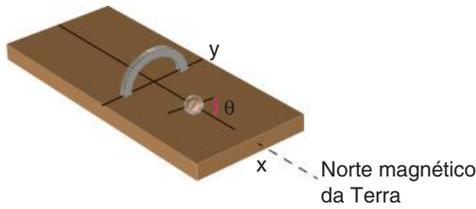


- 14 UEL** Cada um dos ímãs I_1 e I_2 , representados no esquema a seguir, gera, no ponto P, os vetores indução magnética \vec{B}_1 e \vec{B}_2 , cujos módulos são iguais a 0,20 tesla.

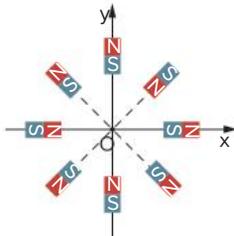


Qual o módulo do vetor indução magnética resultante no ponto P?

- 15 Cesgranrio** Numa superfície horizontal, são traçados dois eixos coordenados ortogonais Ox e Oy, com o eixo Ox apontando para o polo norte magnético da Terra. Coloca-se um ímã em formato de ferradura, apoiado sobre suas extremidades, de modo que estas estejam sobre o eixo Oy e simetricamente dispostas em relação à origem O dos eixos. Desloca-se uma pequena bússola ao longo de Ox, sendo θ o ângulo que a agulha da bússola forma com este eixo. A variação do ângulo θ ao longo de Ox é mais bem representada na figura:



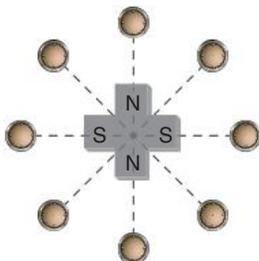
- 16 UFG** Oito ímãs idênticos estão dispostos sobre uma mesa à mesma distância de um ponto O, tomado como origem, e orientados como mostra a figura.



Desprezando o efeito do campo magnético da Terra, o campo magnético resultante, em O, formará com o eixo x, no sentido anti-horário, um ângulo de:

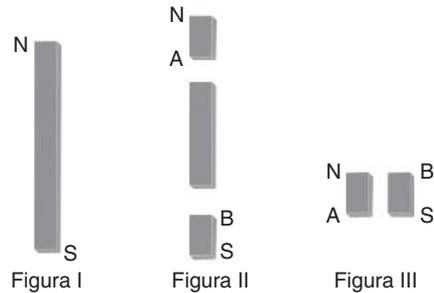
- A 0° C 135° E 45°
 B 315° D 225°

- 17 Fuvest** A figura esquematiza um ímã permanente, em forma de cruz de pequena espessura, e oito pequenas bússolas, colocadas sobre uma mesa. As letras N e S representam, respectivamente, polos norte e sul do ímã e os círculos representam as bússolas nas quais você irá representar as agulhas magnéticas. O ímã é simétrico em relação às retas NN e SS. Despreze os efeitos do campo magnético terrestre.



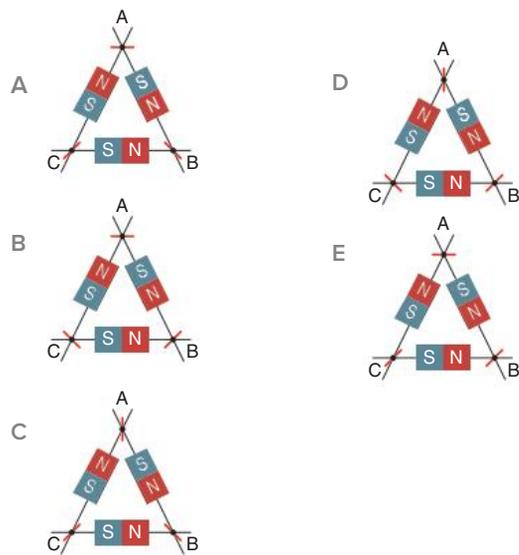
- a) Desenhe na própria figura algumas linhas de força que permitam caracterizar a forma do campo magnético criado pelo ímã, no plano da figura.
 b) Desenhe nos oito círculos da figura a orientação da agulha da bússola em sua posição de equilíbrio. A agulha deve ser representada por uma flecha (\rightarrow) cuja ponta indica o seu polo norte.

- 18 Fuvest** A figura I a seguir representa um ímã permanente em forma de barra, onde N e S indicam, respectivamente, polos norte e sul. Suponha que a barra seja dividida em três pedaços, como mostra a figura II.

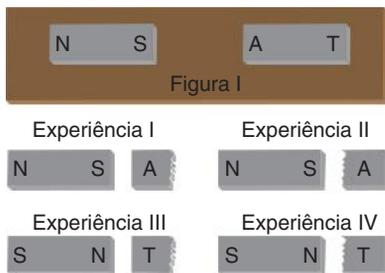


- Colocando lado a lado os dois pedaços extremos, como indicado na figura III, é correto afirmar que eles:
- A se atrairão, pois A é polo norte e B é polo sul.
 B se atrairão, pois A é polo sul e B é polo norte.
 C não serão atraídos nem repelidos.
 D se repelirão, pois A é polo norte e B é polo sul.
 E se repelirão, pois A é polo sul e B é polo norte.

- 19 Fuvest** Três ímãs iguais em forma de barra, de pequena espessura, estão sobre um plano. Três pequenas agulhas magnéticas podem girar nesse plano e seus eixos de rotação estão localizados nos pontos A, B e C. Despreze o campo magnético da Terra. A direção assumida pelas agulhas, representadas pela figura I, é melhor descrita pelo esquema a seguir:



- 20 Fuvest** Um ímã, em forma de barra, de polaridade N (norte) e S (sul), é fixado numa mesa horizontal. Um outro ímã semelhante, de polaridade desconhecida, indicada por A e T, quando colocado na posição mostrada na figura 1, é repelido para a direita. Quebra-se esse ímã ao meio e, utilizando as duas metades, fazem-se quatro experiências, representadas nas figuras I, II, III e IV, em que as metades são colocadas, uma de cada vez, nas proximidades do ímã fixo.



Indicando por “nada” a ausência de atração ou expulsão da parte testada, os resultados das quatro experiências são, respectivamente:

- A I – repulsão; II – atração; III – repulsão; IV – atração.
 B I – repulsão; II – repulsão; III – repulsão; IV – repulsão.
 C I – repulsão; II – repulsão; III – atração; IV – atração.
 D I – repulsão; II – nada; III – nada; IV – atração.
 E I – atração; II – nada; III – nada; IV – repulsão.

- 21 UFSC 2019** O eletromagnetismo é um ramo da Física que ajudou a aprimorar a prática do diagnóstico médico com a ressonância magnética. A utilização do ferrofluido pode ser fundamental para o tratamento de doenças como, por exemplo, o câncer. O ferrofluido é um composto formado por partículas de metal ferromagnético (cobalto, magnetita e ferro, por exemplo), da ordem de 10 nanômetros, e certos fluidos, tais como água e óleo. Quando exposto a um campo magnético, o ferrofluido apresenta as propriedades dos metais ferromagnéticos, porém sem ficar sólido, assim é possível direcioná-lo dentro do corpo para onde for necessário.



Disponível em: <https://www.tecmundo.com.br/ciencia/15579-ferrofluido-o-primo-malvado-do-aerogel.htm>. [Adaptado]. Acesso em: 28 mar. 2019.

Sobre o assunto abordado e com base no exposto acima, é correto afirmar que:

- 01 quando o ferrofluido está próximo de um ímã, sofre a ação de uma força magnética de atração.

- 02 as partículas de metal que compõem o ferrofluido, quando expostas a campos magnéticos, transformam-se em ímãs provisórios.
 04 o polo magnético do ímã que estiver mais próximo do ferrofluido define se a força magnética sobre este último será de atração ou de repulsão.
 08 o ferrofluido próximo de um condutor percorrido por uma corrente contínua não sofrerá a ação de uma força magnética.
 16 as partículas de metal que compõem o ferrofluido não sofrem a ação de forças magnéticas quando submetidas a campos elétricos uniformes e constantes.

Soma:

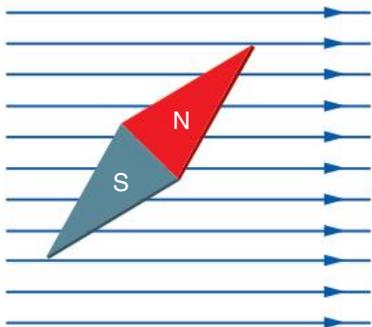
- 22 Enem 2016** A magnetohipertermia é um procedimento terapêutico que se baseia na elevação da temperatura das células por um tumor. Nesse tipo de tratamento, nanopartículas magnéticas são fagocitadas pelas células tumorais, e um campo magnético alternado externo é utilizado para promover a agitação das nanopartículas e consequente aquecimento da célula.

- A elevação de temperatura descrita ocorre porque
 A o campo magnético gerado pela oscilação das nanopartículas é absorvido pelo tumor.
 B o campo magnético alternado faz as nanopartículas girarem, transferindo calor por atrito.
 C as nanopartículas interagem magneticamente com as células do corpo, transferindo calor.
 D o campo magnético alternado fornece calor para as nanopartículas que o transfere às células do corpo.
 E as nanopartículas são aceleradas em um único sentido em razão da interação com o campo magnético, fazendo-as colidir com as células e transferir calor.

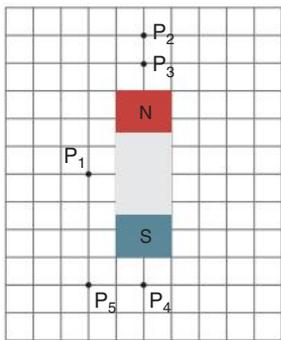
- 23 Uefs 2017** Magnetismo é o fenômeno de atração ou repulsão observado entre determinados corpos, chamados ímãs, entre ímãs e certas substâncias magnéticas, tais como ferro, cobalto ou níquel, e também entre ímãs e condutores que estejam conduzindo correntes elétricas. Com base nos conhecimentos sobre Eletromagnetismo, é correto afirmar:

- A A força magnética é uma interação de contato entre um fio longo condutor e uma carga elétrica em movimento.
 B Quando um ímã é aquecido, suas propriedades magnéticas são aumentadas significativamente.
 C Uma bússola sempre tende a orientar-se perpendicularmente ao campo magnético aplicado sobre ela, com o polo sul da bússola apontando no sentido do campo.
 D Sempre que uma carga se movimenta na mesma direção do campo magnético, sendo no seu sentido ou contrário, ocorre o aparecimento de uma força eletromagnética que atua sobre ela.
 E Todo ímã apresenta duas regiões distintas, em que a influência magnética se manifesta com maior intensidade, e essas regiões são chamadas de polos do ímã.

24 UEL A agulha de uma bússola assume a posição indicada na figura a seguir quando colocada numa região onde existe, além do campo magnético terrestre, um campo magnético uniforme e horizontal. Considerando a posição das linhas de campo uniforme, desenhadas na figura, o vetor campo magnético terrestre na região pode ser indicado pelo vetor:

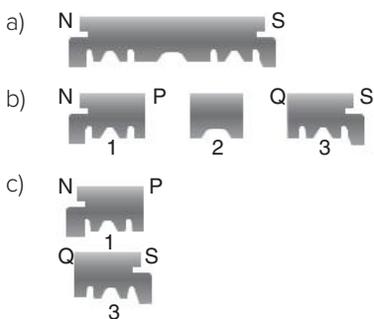


25 UEL Considere o campo magnético nos pontos P_1 , P_2 , P_3 , P_4 e P_5 às proximidades de um ímã em barra, conforme representado na figura a seguir.



A intensidade do campo magnético é menor no ponto:
 A P_1 C P_3 E P_5
 B P_2 D P_4

26 UFRGS A figura (a) representa uma metade magnetizada de uma lâmina de barbear, com os polos norte e sul indicados, respectivamente, pelas letras N e S. Primeiramente, esta metade de lâmina é dividida em três pedaços, como indica a figura (b). A seguir, os pedaços 1 e 3 são colocados lado a lado, como indica a figura (c).



Nessas condições, podemos afirmar que os pedaços 1 e 3 se _____, pois P assinala um polo _____ e Q um polo _____.

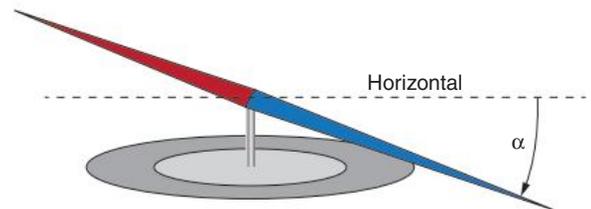
A alternativa que preenche corretamente as lacunas na afirmativa anterior é:
 A atração – norte – sul D repelirão – sul – norte
 B atração – sul – norte E atração – sul – sul
 C repelirão – norte – sul

27 Unirio Dois ímãs estão dispostos em cima de uma mesa de madeira, conforme a figura abaixo.

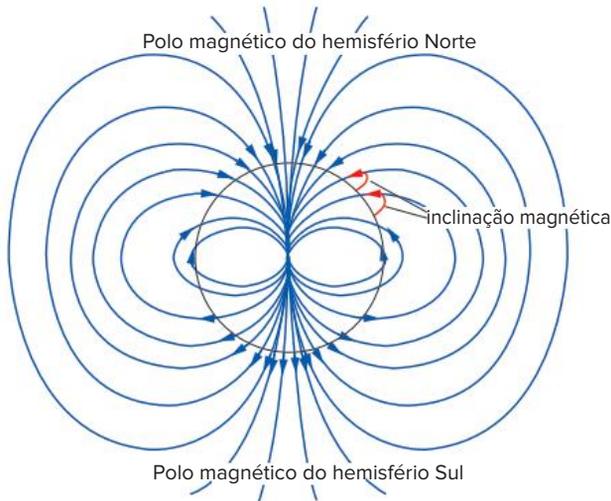


\vec{F}_1 é a força que o ímã II exerce sobre o ímã I, enquanto que este exerce uma força \vec{F}_2 sobre o ímã II. Considerando que F_1 e F_2 representam os módulos dessas duas forças, podemos afirmar que:
 A $F_1 = F_2 \neq 0$.
 B $F_1 = F_2 = 0$.
 C $F_2 < F_1$, pois o polo norte atrai o polo sul.
 D $F_2 > F_1$, pois o polo sul atrai o polo norte.
 E as forças são diferentes, embora não se possa afirmar qual é a maior.

28 Unifesp A figura mostra uma bússola que, além de indicar a direção dos polos magnéticos da Terra, indica também a inclinação α das linhas de campo no local onde ela está.



Bússolas, como essa, se inclinam α_E em regiões próximas ao Equador, α_T em regiões próximas aos trópicos e α_P em regiões próximas aos círculos polares. Conhecendo a configuração do campo magnético terrestre (veja a figura).



Pode-se afirmar que:

- A $\alpha_P > \alpha_T > \alpha_E$
- B $\alpha_T > \alpha_P > \alpha_E$
- C $\alpha_P > \alpha_E > \alpha_T$
- D $\alpha_T > \alpha_E > \alpha_P$
- E $\alpha_E > \alpha_T > \alpha_P$

29 IFSul 2018 Elétrons, prótons e outros portadores de carga elétrica, por possuírem essa propriedade física, podem interagir com campos magnéticos, submetendo-se a uma força magnética.

Se essas partículas eletrizadas submetem-se a ação de um campo magnético estacionário, ou seja, a ação de um campo magnético em que o vetor indução magnética é, em cada ponto, invariável com o tempo, esse campo

- A não atua em portadores de carga elétrica que estejam em repouso.
- B atua em portadores de carga elétrica que se movam na mesma direção desse campo.
- C não atua em portadores de carga elétrica que se movam em uma direção diferente da do campo.
- D atua quando a carga elétrica dessas partículas é nula.

30 UPF 2017 Um elétron experimenta a ação de uma força magnética quando se encontra numa região do espaço onde há um campo magnético uniforme. Em relação ao comportamento do elétron, é correto afirmar que

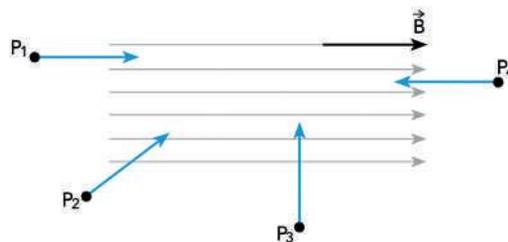
- A o elétron não pode estar em repouso.
- B o elétron se movimenta numa direção paralela à direção do campo magnético.
- C pela ação da força magnética, o elétron experimenta uma desaceleração na direção paralela ao campo magnético.
- D a força magnética independe da carga do elétron.
- E como o campo magnético é uniforme, a força magnética atuante sobre o elétron é constante e independente da sua velocidade.

31 Uerj 2017 A força magnética que atua em uma partícula elétrica é expressa pela seguinte fórmula:

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$$

q – carga elétrica da partícula
 v – velocidade da partícula
 B – campo magnético
 θ – ângulo entre a velocidade da partícula e o campo magnético

Admita quatro partículas elétricas idênticas, P_1 , P_2 , P_3 e P_4 , penetrando com velocidades de mesmo módulo em um campo magnético uniforme \vec{B} , conforme ilustra o esquema.

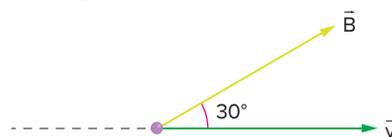


Nesse caso, a partícula em que a força magnética atua com maior intensidade é:

- A P_1
- B P_2
- C P_3
- D P_4

O texto a seguir refere-se às questões de **32 a 34**.

Em um campo magnético de intensidade 10^2 T, uma partícula com carga $2,0 \cdot 10^{-14}$ C é lançada com velocidade $2,0 \cdot 10^5$ m/s, em uma direção que forma um ângulo de 30° com a direção do campo magnético, conforme a figura.



32 UFBA Sobre a partícula lançada atua uma força que tem:

- A a mesma direção e o mesmo sentido de \vec{B} .
- B a mesma direção e o mesmo sentido de \vec{v} .
- C a mesma direção, mas o sentido contrário ao de \vec{v} .
- D direção perpendicular ao plano de \vec{B} e \vec{v} e sentido para cima.
- E direção perpendicular ao plano de \vec{B} e \vec{v} e sentido para baixo.

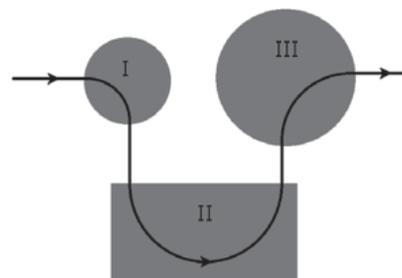
33 UFBA A intensidade da força que atua sobre a partícula é:

- A $4,0 \cdot 10^{-11}$ N
- B $5,0 \cdot 10^{-8}$ N
- C $2,0 \cdot 10^{-7}$ N
- D $1,4 \cdot 10^{-7}$ N
- E $6,0 \cdot 10^{-6}$ N

34 UFBA A força magnética terá máxima intensidade se o ângulo formado entre \vec{B} e \vec{v} for igual a:

- A zero.
- B 30°
- C 60°
- D 90°
- E 180°

35 UFRGS 2018 Na figura abaixo, está representada a trajetória de uma partícula de carga negativa que atravessa três regiões onde existem campos magnéticos uniformes e perpendiculares à trajetória da partícula.



Nas regiões I e III, as trajetórias são quartos de circunferências e, na região II, a trajetória é uma semicircunferência. A partir da trajetória representada, pode-se afirmar corretamente que os campos magnéticos nas regiões I, II e III, em relação à página, estão, respectivamente,

- A entrando, saindo e entrando.
- B entrando, saindo e saindo.
- C saindo, saindo e entrando.
- D entrando, entrando e entrando.
- E saindo, entrando e saindo.

36 UFPA Uma partícula de massa m , carga $q > 0$ é lançada em uma região do espaço onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} . A partícula tem uma velocidade que forma com a direção de \vec{B} um ângulo θ . Nessas condições, podemos afirmar corretamente que:

- A a trajetória da partícula é uma circunferência quando $\theta = 0$.
- B a trajetória da partícula é uma circunferência quando $\theta = \pi$.
- C a partícula descreve uma trajetória helicoidal se $\theta = \frac{\pi}{2}$.
- D a trajetória da partícula é helicoidal com eixo paralelo a \vec{B} se $\theta = \frac{\pi}{4}$.
- E para $\theta = \frac{\pi}{2}$, a partícula descreve uma trajetória retilínea paralela a \vec{B} .

37 EEAR 2019 Uma partícula com carga elétrica igual a $3,2 \mu\text{C}$ e velocidade de 2104 m/s é lançada perpendicularmente a um campo magnético uniforme e sofre a ação de uma força magnética de intensidade igual a $1,6 \cdot 10^2 \text{ N}$. Determine a intensidade do campo magnético (em Tesla) no qual a partícula foi lançada.

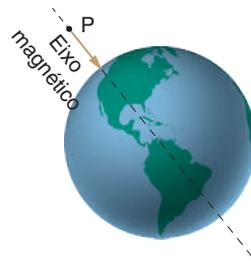
- A $0,25 \cdot 10^3$
- B $2,5 \cdot 10^3$
- C $2,5 \cdot 10^4$
- D $0,25 \cdot 10^6$

38 ITA Consideremos uma carga elétrica q entrando com velocidade \vec{v} num campo magnético \vec{B} . Para que a trajetória de q seja uma circunferência, é necessário e suficiente que:

- A \vec{v} seja perpendicular a \vec{B} e que \vec{B} seja uniforme e constante.
- B \vec{v} seja paralela a \vec{B} .
- C \vec{v} seja perpendicular a \vec{B} .
- D \vec{v} seja perpendicular a \vec{B} e que tenha simetria circular.
- E nada se pode afirmar, pois não é dado o sinal de q .

39 Fuvest Raios cósmicos são partículas de grande velocidade, provenientes do espaço, que atingem a Terra de todas as direções. Sua origem é, atualmente, objeto de estudos. A Terra possui um campo

magnético semelhante ao criado por um ímã em forma de barra cilíndrica, cujo eixo coincide com o eixo magnético da Terra. Uma partícula cósmica P com carga elétrica positiva, quando ainda longe da Terra, aproxima-se percorrendo uma reta que coincide com o eixo magnético da Terra, como mostra a figura. Desprezando a atração gravitacional, podemos afirmar que a partícula, ao se aproximar da Terra:



- A aumenta a velocidade e não se desvia de sua trajetória retilínea.
- B diminui sua velocidade e não se desvia de sua trajetória retilínea.
- C tem sua trajetória desviada para leste.
- D tem sua trajetória desviada para oeste.
- E não altera sua velocidade nem se desvia de sua trajetória retilínea.

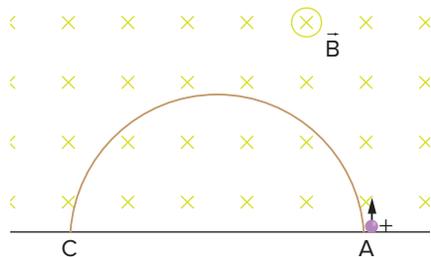
40 UEM 2018 Uma partícula de massa m e carga positiva q é lançada em uma região (no vácuo) em que existe um campo magnético uniforme e constante \vec{B} . A velocidade \vec{v} da partícula, cujo módulo é muito menor que a velocidade da luz, forma com a direção de \vec{B} um ângulo θ . Considere que a massa da partícula é suficientemente pequena de tal modo que podemos desconsiderar o efeito de forças gravitacionais. Sobre a atuação de uma força magnética e seus efeitos sobre o movimento da partícula na presença do campo, assinale o que for **correto**.

- 01 Para $\theta = 0$, a partícula se move em linha reta com aceleração nula.
- 02 Para $\theta = \pi$, o módulo da velocidade da partícula diminui com o tempo.
- 04 Para $\theta = \pi/4$, a trajetória da partícula é parabólica visto que a aceleração é constante.
- 08 Para $\theta = \pi/2$, a trajetória da partícula é circular com raio inversamente proporcional à razão q/m .
- 16 Para $\theta = \pi/2$, a trajetória da partícula é circular (com raio r), e o trabalho realizado pela força magnética sobre a partícula, durante um período, tem módulo $2\pi r q v B$, em que v e B são os módulos da velocidade e do campo magnético, respectivamente.

Soma:

41 Mackenzie Um íon de massa $8,0 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ e carga $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ "entra" na câmara de um espectrômetro de massa com uma energia cinética de $1,6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$, após ter sido acelerado por uma ddp. Após descrever a trajetória ilustrada na figura a seguir, o íon atinge o

ponto C de uma chapa fotográfica, distante de A:
Dado: $B = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ T}$

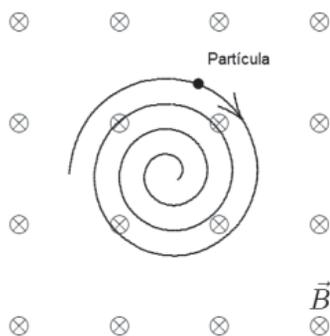


- A 0,10 cm
- B 1,0 cm
- C 2,0 cm
- D 10 cm
- E 20 cm

42 ITA Uma partícula de carga q e massa m desloca-se com movimento circular sob a ação exclusiva de um campo de indução magnética uniforme de intensidade $|\vec{B}|$. Nessas condições, pode-se afirmar que:

- A esse movimento é uniformemente acelerado.
- B o trabalho realizado pela força magnética num período é positivo.
- C o trabalho realizado pela força magnética num período é negativo.
- D o movimento é circular e uniforme com velocidade angular diretamente proporcional a q/m .
- E o movimento é circular e uniforme com velocidade angular independente de $|\vec{B}|$.

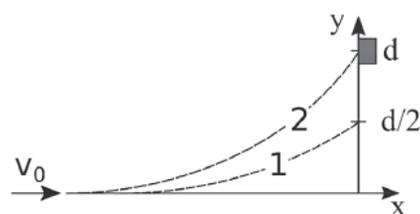
43 Udesc 2017 Um campo magnético uniforme está entrando no plano da página. Uma partícula carregada move-se neste plano em uma trajetória em espiral, no sentido horário e com raio decrescente, como mostra a Figura.



Assinale a alternativa correta para o comportamento observado na trajetória da partícula.

- A A carga é negativa e sua velocidade está diminuindo.
- B A carga é positiva e sua velocidade está diminuindo.
- C A carga é positiva e sua velocidade está aumentando.
- D A carga é negativa e sua velocidade está aumentando.
- E A carga é neutra e sua velocidade é constante.

44 UFJF 2020 A figura abaixo mostra um equipamento para detectar elétrons ejetados de átomos, através da mudança de trajetória dos elétrons sob ação de um campo magnético. Os elétrons podem ser acelerados até a velocidade inicial v_0 , ao longo do eixo x . O detector é colocado a uma distância d ao longo do eixo vertical y . Um campo magnético uniforme é aplicado sobre os elétrons, em toda a região abrangida pela figura. Observou-se que os elétrons chegaram numa posição vertical $d/2$, abaixo do detector, seguindo a trajetória 1 mostrada na figura. Pode-se modificar a velocidade v_0 dos elétrons, o módulo do campo magnético e a sua direção de aplicação. Devido à alta velocidade dos elétrons, pode-se ignorar o efeito da gravidade. Assinale a alternativa que descreve o que pode ser modificado no experimento para que os elétrons alcancem o detector, ou seja, para que eles se desloquem com a trajetória 2 mostrada.



- A Pode-se diminuir a velocidade inicial v_0 dos elétrons.
- B Pode-se diminuir o módulo do campo magnético.
- C Pode-se aplicar o campo magnético na direção da velocidade inicial v_0 .
- D Pode-se aumentar a velocidade inicial v_0 dos elétrons.
- E Pode-se aplicar o campo magnético na direção do eixo y .

45 UEM 2018 Um feixe de partículas idênticas eletrizadas está descrevendo uma trajetória circular (no vácuo) em um campo magnético constante e uniforme de módulo $B = 7 \cdot 10^{-2} \text{ T}$. Considerando que a carga de cada partícula é $q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ e que essas partículas se movem com velocidade (em módulo) $v = 2 \cdot 10^2 \text{ m/s}$, assinale o que for **correto**.

- 01 O ângulo entre o vetor velocidade das partículas e o vetor que representa o campo magnético deve mudar a cada instante, visto que o movimento é circular.
- 02 O módulo da força magnética que atua em cada partícula é $F = 5,6 \cdot 10^{-5} \text{ N}$.
- 04 Para cada partícula, a força magnética corresponde à força resultante centrípeta.
- 08 O módulo da quantidade de movimento e a energia cinética de cada partícula são constantes.
- 16 Medindo-se o raio da trajetória circular, podemos calcular a massa de cada partícula.

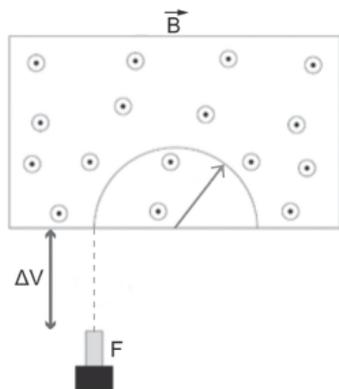
Soma:

46 Fuvest Um feixe de elétrons, todos com mesma velocidade, penetra em uma região do espaço onde há um campo elétrico uniforme entre duas placas condutoras, planas e paralelas, uma delas carregada positivamente e a outra, negativamente. Durante todo o percurso, na região entre as placas, os elétrons têm trajetória retilínea, perpendicular ao campo elétrico. Ignorando efeitos gravitacionais, esse movimento é possível se entre as placas houver, além do campo elétrico, também um campo magnético, com intensidade adequada e:

- A perpendicular ao campo elétrico e à trajetória dos elétrons.
- B paralelo e de sentido oposto ao do campo elétrico.
- C paralelo e de mesmo sentido que o do campo elétrico.
- D paralelo e de sentido oposto ao da velocidade dos elétrons.
- E paralelo e de mesmo sentido que o da velocidade dos elétrons.

47 EBMSP 2018 A espectrometria de massas é uma poderosa ferramenta física que caracteriza as moléculas pela medida da relação massa/carga de seus íons. Ela foi usada, inicialmente, na determinação de massas atômicas e vem sendo empregada na busca de informações sobre a estrutura de compostos orgânicos, na análise de misturas orgânicas complexas, na análise elementar e na determinação da composição isotópica dos elementos. A espectrometria de massas acoplada, MS/MS, é uma técnica analítica poderosa, usada para identificar compostos desconhecidos, quantificar compostos conhecidos e auxiliar na elucidação estrutural de moléculas. A MS/MS apresenta uma vasta gama de aplicações, como por exemplo: na ecologia, na toxicologia, na geologia, na biotecnologia, e na descoberta e desenvolvimento de fármacos.

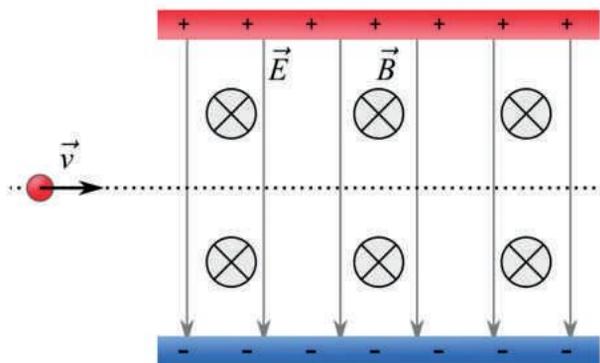
Disponível em: <http://www.ufrgs.br/uniprote_ms/Content/02PrincipiosDeAnalise/espectrometria.html>. Acesso em: set. 2017.



Considere a figura que representa, na forma de um esquema simplificado, um espectrômetro de massa, sendo F a fonte de íons, que são acelerados pela diferença de potencial ΔV , entram na região onde existe o campo magnético \vec{B} e descrevem uma trajetória semicircular.

Sabendo que os íons são compostos de partículas idênticas, cada uma eletrizada com a carga igual a $1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ e com massa, $1,0 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$, que penetram, perpendicularmente, na região do campo magnético uniforme com velocidade de módulo 10^6 m/s e descrevem trajetória semicircular de raio $1,0 \text{ mm}$, determine a intensidade do campo magnético.

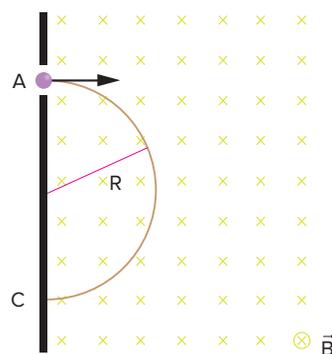
48 UEG 2018 A figura a seguir descreve uma região do espaço que contém um vetor campo elétrico \vec{E} e um vetor campo magnético \vec{B} .



Mediante um ajuste, percebe-se que, quando os campos elétricos e magnéticos assumem valores de $1,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ e $2,0 \cdot 10^2 \text{ T}$, respectivamente, um íon positivo, de massa desprezível, atravessa os campos em linha reta. A velocidade desse íon, em m/s, foi de

- A $5,0 \cdot 10^4$
- B $1,0 \cdot 10^5$
- C $2,0 \cdot 10^3$
- D $3,0 \cdot 10^3$
- E $1,0 \cdot 10^4$

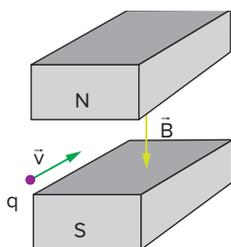
49 Fuvest Ao penetrar numa região com um campo magnético uniforme \vec{B} perpendicular ao plano do papel, uma partícula de massa m e carga elétrica q descreve uma trajetória circular de raio R, conforme indica a figura.



- a) Qual o trabalho realizado pela força magnética que age sobre a partícula no trecho AC trajetória circular?
- b) Calcule a velocidade da partícula em função de B, R, m e q.

- 50 Efofm 2020** Uma partícula de massa $m = 1,0 \cdot 10^{-26}$ kg e carga $q = 1,0$ nC, com energia cinética de 1,25 KeV, movendo-se na direção positiva do eixo x, penetra em uma região do espaço onde existe um campo elétrico uniforme de módulo 1,0 KV/m orientado no sentido positivo do eixo y. Para que não ocorra nenhum desvio da partícula nessa região, é necessária a existência de um campo magnético de intensidade
- Dado: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- A 1,0 mT
 B 2,0 mT
 C 3,0 mT
 D 4,0 mT
 E 5,0 mT

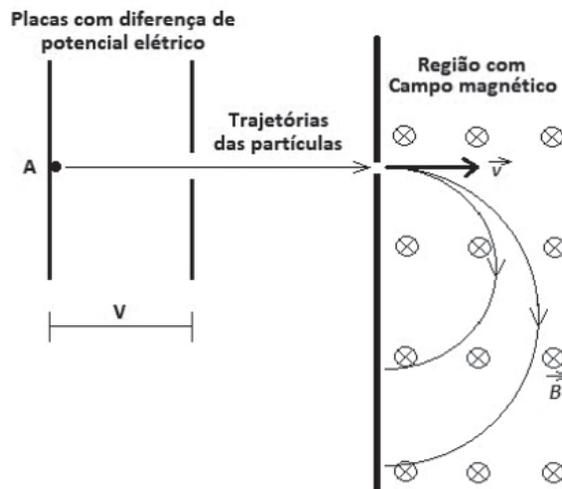
- 51 Fuvest** Uma partícula dotada de carga positiva q é lançada com velocidade \vec{v} numa região entre as peças polares de um ímã conforme a figura a seguir.



O vetor indução magnética \vec{B} é uniforme e normal à direção inicial de movimento da partícula. Quanto à alteração do estado de movimento da partícula podemos afirmar que:

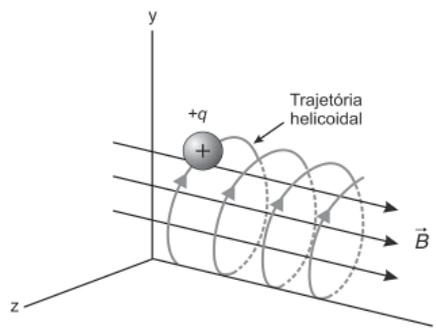
- A a partícula aumentará sua velocidade ao penetrar no campo magnético.
 B a partícula diminuirá sua velocidade ao penetrar no campo magnético.
 C a partícula se desviará aproximando-se do polo norte.
 D a partícula se desviará aproximando-se do polo sul.
 E a partícula se desviará no plano normal a \vec{B} e o módulo de sua velocidade não sofrerá variações.

- 52 UFU 2018** Uma forma de separar diferentes partículas carregadas é acelerá-las, utilizando placas que possuem diferença de potencial elétrico (V), de modo que adquiram movimento retilíneo para, em seguida, lançá-las em uma região onde atua campo magnético (\vec{B}). Se o campo magnético atuar em direção perpendicular à velocidade (\vec{v}) das partículas, elas passam a descrever trajetórias circulares e, dependendo de suas características, com raios de curvaturas diferentes. A figura ilustra o esquema de um possível equipamento que possui funcionamento similar ao descrito. Nesse esquema, dois tipos diferentes de partículas são aceleradas a partir do repouso do ponto A, descrevem inicialmente uma trajetória retilínea comum e, em seguida, na região do campo magnético, trajetórias circulares distintas.



Considerando-se a situação descrita e representada na figura, é correto afirmar que

- A ambas as partículas gastam o mesmo tempo para descrever a trajetória circular.
 B ambas as partículas possuem carga elétrica negativa.
 C a partícula que possui maior carga possui trajetória com maior raio de curvatura.
 D a partícula que possui maior relação massa/carga possui menor raio de curvatura.
- 53 Enem 2019** O espectrômetro de massa de tempo de voo é um dispositivo utilizado para medir a massa de íons. Nele, um íon de carga elétrica q é lançado em uma região de campo magnético constante \vec{B} descrevendo uma trajetória helicoidal, conforme a figura. Essa trajetória é formada pela composição de um movimento circular uniforme no plano yz e uma translação ao longo do eixo x. A vantagem desse dispositivo é que a velocidade angular do movimento helicoidal do íon é independente de sua velocidade inicial. O dispositivo então mede o tempo t de voo para N voltas do íon. Logo, com base nos valores q , B , N e t , pode-se determinar a massa do íon.



A massa do íon medida por esse dispositivo será

- A $\frac{qBt}{2\pi N}$
 B $\frac{qBt}{\pi N}$
 C $\frac{2qBt}{\pi N}$
 D $\frac{qBt}{N}$
 E $\frac{2qBt}{N}$

54 ITA 2019 Seja uma partícula de massa m e carga positiva q , imersa em um campo magnético uniforme \vec{B} com velocidade inicial \vec{v} no instante de tempo $t = 0$. Sabe-se que θ é o ângulo entre \vec{v} e \vec{B} , cujos respectivos módulos são v e B . Pode-se afirmar que a distância mínima percorrida pela partícula até que sua velocidade readquirir a mesma direção e sentido iniciais é dada por

A $\pi \frac{mv}{qB} \cos\theta$.

B $2\pi \frac{mv}{qB} \cos\theta$.

C $2\pi \frac{mv}{qB} \sin\theta$.

D $\pi \frac{mv}{qB}$.

E $2\pi \frac{mv}{qB}$.

55 ITA 2018 Uma massa m de carga q gira em órbita circular de raio R e período T no plano equatorial de um ímã. Nesse plano, a uma distância r do ímã, a intensidade do campo magnético é $B(r) = \mu/r^3$, em que μ é uma constante. Se fosse de $4R$ o raio dessa órbita, o período seria de

A $T/2$.

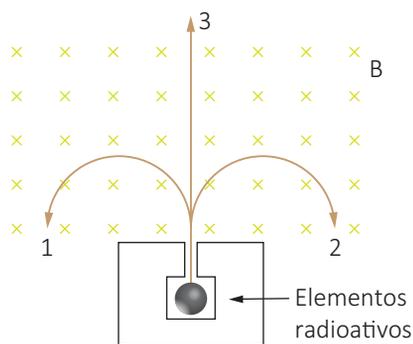
B $2T$.

C $8T$.

D $32T$.

E $64T$.

56 Unesp Uma mistura de substâncias radiativas encontra-se confinada em um recipiente de chumbo, com uma pequena abertura por onde pode sair um feixe paralelo de partículas emitidas. Ao saírem, três tipos de partícula, 1, 2 e 3, adentram uma região de campo magnético uniforme B com velocidades perpendiculares às linhas de campo magnético e descrevem trajetórias conforme ilustradas na figura.



Considerando a ação de forças magnéticas sobre cargas elétricas em movimento uniforme, e as trajetórias de cada partícula ilustradas na figura, pode-se concluir com certeza que:

A as partículas 1 e 2, independentemente de suas massas e velocidades, possuem necessariamente cargas com sinais contrários e a partícula 3 é eletricamente neutra (carga zero).

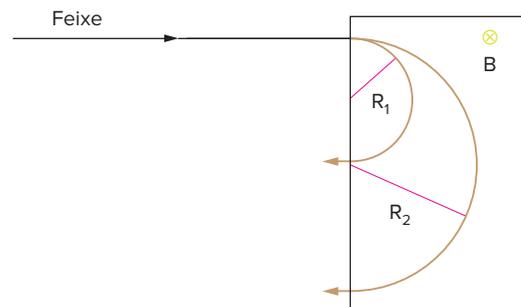
B as partículas 1 e 2, independentemente de suas massas e velocidades, possuem necessariamente cargas com sinais contrários e a partícula 3 tem a massa zero.

C as partículas 1 e 2, independentemente de suas massas e velocidades, possuem necessariamente cargas de mesmo sinal e a partícula 3 tem carga e massa zero.

D as partículas 1 e 2 saíram do recipiente com a mesma velocidade.

E as partículas 1 e 2 possuem massas iguais, e a partícula 3 não possui massa.

57 Unesp Um feixe é constituído de dois tipos de partículas com cargas elétricas iguais, mas massas m_1 e m_2 ($m_1 \neq m_2$). Ao adentrarem, com velocidades iguais, uma região onde existe um campo magnético uniforme, as partículas de massa m_1 e m_2 descrevem, num mesmo plano, trajetórias semicirculares diferentes, com raios R_1 e R_2 , respectivamente, como ilustradas na figura.



Expresse a razão entre as massas m_1 e m_2 , em termos R_1 e R_2 .

58 UEPG 2017 Uma partícula de carga q e massa m está se movendo, em linha reta, com uma velocidade constante v , numa região onde existem campos elétrico e magnético uniformes. O campo elétrico \vec{E} e o vetor indução magnética \vec{B} perpendiculares entre si e cada um deles é perpendicular ao vetor velocidade da partícula. Analise a situação e assinale o que for correto.

01 Na presente situação, o módulo da velocidade da partícula é E/B .

02 Se o campo elétrico for desligado, a trajetória da partícula será uma espiral com raio $r = qv_0/mB$.

04 Na situação descrita no enunciado, a força elétrica não realiza trabalho sobre a partícula.

08 A trajetória da partícula não depende da direção do vetor velocidade, mas apenas de seu módulo.

16 Se a partícula estivesse em repouso, a força resultante sobre ela seria nula.

Soma:

Auroras boreais e austrais

A aurora boreal (luzes do norte) e a aurora austral (luzes do sul) sempre fascinaram a humanidade. Algumas pessoas chegam a viajar milhares de quilômetros apenas para observar o espetáculo de luzes brilhantes na atmosfera terrestre. As auroras que circundam o polo magnético norte (boreal) e o polo magnético sul (austral) ocorrem quando elétrons de carga elevada provenientes do vento solar interagem com elementos da atmosfera terrestre. Os ventos solares fluem escapando do Sol com velocidades de cerca de 1,6 milhões de quilômetros por hora. Quando alcançam a Terra, cerca de 40 horas depois de deixarem o Sol, seguem linhas de força magnética geradas pelo núcleo da Terra, fluindo através da magnetosfera por uma área com formato de lágrima constituída de campos magnéticos e elétricos de alta carga.

Os elétrons, quando penetram na atmosfera terrestre superior, encontram átomos de oxigênio e de nitrogênio em altitudes de 32 a 320 quilômetros acima da superfície terrestre. A cor da aurora depende do átomo que colide com o elétron e da altitude em que se dá essa colisão.

Verde – oxigênio, até 240 quilômetros de altitude

Vermelha – oxigênio, acima de 240 quilômetros de altitude

Azul – nitrogênio, até 96 quilômetros de altitude

Púrpura/violeta – nitrogênio, acima de 96 quilômetros de altitude

Todas as forças elétricas e magnéticas reagem entre si, em combinações constantemente mutáveis. Essas mudanças e fluxos se apresentam como a "dança" das auroras, movendo-se ao longo de correntes atmosféricas e podendo alcançar 20 000 000 ampères a 50 000 volts (como comparação, os disjuntores de uma residência são desconectados quando a corrente ultrapassa 15-30 ampères a 120 volts).

As auroras geralmente ocorrem ao longo da "oval das auroras" que tem centro nos polos magnéticos e não nos polos geográficos. De uma forma aproximada, correspondem aos círculos ártico e antártico. Em certas ocasiões, entretanto, as luzes ficam ao Sul, mais distantes, geralmente quando ocorrem muitas manchas solares. A atividade das manchas solares segue um ciclo de 11 anos. O próximo pico ocorrerá em 2012 e 2013, com boa probabilidade de ocorrência de auroras fora da faixa usual.

[...]

Como funciona a aurora boreal?. (Adapt.).

howstuffworks
comotudofunciona
Disponível em: <www.hsw.com.br>

Resumindo

A ação de um campo magnético, descrito pelo vetor indução magnética \vec{B} , pode ser facilmente observada nas extremidades de um ímã, denominadas polos.

A extremidade que aponta para o norte geográfico recebe o nome de polo norte e a extremidade que aponta para o sul geográfico recebe o nome de polo sul. Polos iguais se repelem e polos diferentes se atraem.

Polos magnéticos não podem ser separados, ou seja, não existem monopolos magnéticos, ao contrário do que ocorre com as cargas elétricas.

O vetor indução magnética é tangente às linhas de indução, que se orientam do polo norte para o polo sul magnético.

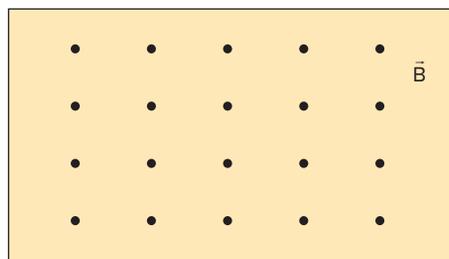
Em um campo magnético uniforme, as linhas de indução são paralelas e sua intensidade, direção e sentido são iguais em todos os pontos.

Veja ao lado como o sentido do vetor indução pode ser representado no plano do papel.

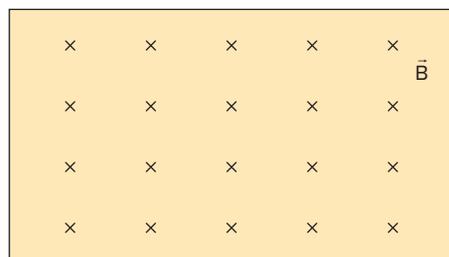
O campo magnético não age sobre cargas em repouso ou que se movimentam na mesma direção desse campo.

Cargas em movimento estão sujeitas a uma força de origem magnética, que depende de sua velocidade, intensidade do campo e direção dos vetores.

$$F_m = q\vec{v} \cdot \vec{B}$$



Campo magnético "saindo do papel".



Campo magnético "entrando no papel".

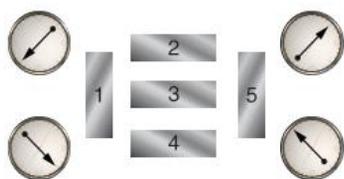


Sites

- A bússola e o campo magnético terrestre
Disponível em: <www.invivo.fiocruz.br/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?infol=798&sid=7>. Acesso em: 26 set. 2020.
- FARINA, Marcos. O magnetismo das moscas. *Revista Ciência Hoje*. 01 set. 2008.
Disponível em: <https://cienciahoje.org.br/artigo/o-magnetismo-das-moscas/>. Acesso em: 26 set. 2020.
- Osciloscópio
Disponível em: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/electronic/oscope.html#c1>. Acesso em: 26 set. 2020.

Exercícios complementares

1 Cesgranrio Quatro bússolas estão colocadas no tampo de uma mesa de madeira nas posições ilustradas na figura a seguir. Elas se orientam conforme é mostrado, sob a ação do forte campo magnético de uma barra imantada colocada em uma das cinco posições numeradas. O campo magnético terrestre é desprezível. A partir da orientação das bússolas, pode-se concluir, que o ímã está na posição:



- A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

2 Suponhamos que uma pessoa esteja em uma sala onde não existe nenhum utensílio. Ela recebe duas barras de ferro, neutras e de mesmas dimensões.

- Como poderá descobrir se pelo menos uma delas está imantada?
- Como poderá descobrir se as duas barras estão imantadas, ou apenas uma?
- Como poderá determinar qual é a barra imantada, se a outra não estiver?

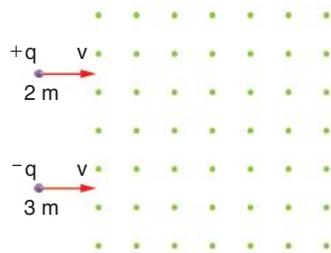
3 ITA Numa experiência inédita, um pesquisador dirigiu um feixe de partículas desconhecidas para dentro de uma região em que existe um campo magnético uniforme \vec{B} . Ele observou que todas as partículas descreveram trajetórias circulares de diferentes raios (R), mas todas com mesmo período. Poderá ele afirmar com certeza que o feixe é constituído:

- de partículas iguais e com mesma velocidade inicial, pois todas as partículas descrevem órbitas circulares de mesmo período.
- de partículas diferentes, mas todas com mesma velocidade inicial, pois todas as partículas descrevem órbitas circulares de mesmo período.
- de partículas que apresentam o mesmo quociente entre o módulo da carga elétrica (q) e massa (m), independentemente de sua velocidade inicial.

D de partículas que apresentam o mesmo quociente entre carga elétrica (q) e massa (m) e mesma velocidade inicial, pois todas as partículas descrevem órbitas circulares de mesmo período.

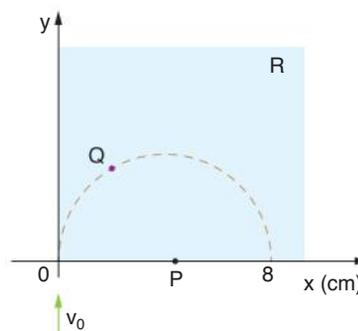
E nenhuma das afirmações acima está correta.

4 Fuvest A figura representa um feixe contendo partículas com carga $+q$ e massa $2m$ e partículas com carga $-q$ e massa $3m$. Todas penetram com velocidade v numa região onde existe um campo magnético uniforme \vec{B} , perpendicular ao plano do papel, saindo para a vista do leitor.



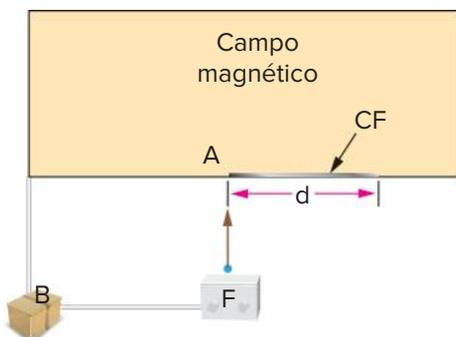
- Esboce a trajetória de uma partícula positiva e de uma negativa sob a ação do campo magnético.
- Qual a razão entre a aceleração das partículas positivas e a aceleração das negativas?

5 Fuvest Uma partícula carregada é lançada com velocidade $v_0 = 6 \cdot 10^5$ m/s paralelamente ao eixo y , em uma região R onde existe um campo magnético \vec{B} . Penetrando nessa região na origem dos eixos coordenados, descreve em seu interior a trajetória circular mostrada na figura.



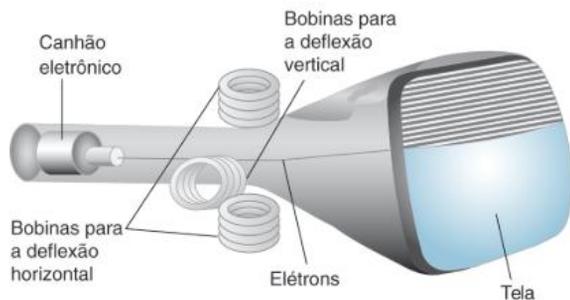
- a) Qual deveria ser a velocidade de lançamento para que a partícula atingisse o ponto P de abscissa $x = 4 \text{ cm}$?
- b) Represente graficamente a força que age sobre a partícula quando ela passa pelo ponto Q.

6 Mackenzie A figura a seguir mostra um dispositivo usado para a medida da massa de elétrons. Um elétron com carga e (em valor absoluto) é liberado, a partir do repouso, por uma fonte F. Ele é acelerado pela bateria B de fem E , de modo a penetrar através da pequena abertura A, num campo magnético \vec{B} , cujas linhas de indução são perpendiculares ao plano da figura. A partir daí, move-se no campo magnético, indo incidir numa chapa fotográfica CF, a uma distância d da abertura A.



- a) Qual a polaridade da bateria?
- b) Qual o sentido das linhas de indução?
- c) Desprezando as ações gravitacionais, calcular a massa m do elétron.

7 Enem A figura mostra o tubo de imagens dos aparelhos de televisão usado para produzir as imagens sobre a tela. Os elétrons do feixe emitido pelo canhão eletrônico são acelerados por uma tensão de milhares de volts e passam por um espaço entre bobinas onde são defletidos por campos magnéticos variáveis, de forma a fazerem a varredura da tela.



Nos manuais que acompanham os televisores, é comum encontrar, entre outras, as seguintes recomendações:

- I. nunca abra o gabinete ou toque as peças no interior do televisor.
- II. não coloque seu televisor próximo de aparelhos domésticos com motores elétricos ou ímãs.

Essas recomendações estão associadas, respectivamente, aos aspectos de:

- A** riscos pessoais por alta tensão/perturbação ou deformação de imagens por campos externos.
- B** proteção dos circuitos contra manipulação indevida/perturbação ou deformação de imagens por campos externos.
- C** riscos pessoais por alta tensão/sobrecarga dos circuitos internos por ações externas.
- D** proteção dos circuitos contra a manipulação indevida/sobrecarga da rede por fuga de corrente.
- E** proteção dos circuitos contra manipulação indevida/sobrecarga dos circuitos internos por ação externa.

8 UEPG 2018 Uma carga elétrica puntiforme, de carga Q e massa m , com uma velocidade inicial v_0 , paralela ao eixo x e na direção positiva, atinge uma região do espaço onde existem um campo elétrico e um campo magnético uniforme. O campo elétrico é paralelo ao eixo y e aponta no sentido negativo e o campo magnético é paralelo ao eixo z e aponta no sentido negativo. Considerando que o meio onde a partícula se movimenta é o vácuo e desprezando a força peso, assinale o que for correto.

- 01 Uma das condições para que a carga não seja acelerada é que a razão entre os campos elétrico e magnético seja igual à v_0 .
- 02 Se a direção da velocidade inicial da partícula for ao longo do eixo z , a única força atuante será a elétrica.
- 04 O vetor força magnética atuando sobre a partícula depende apenas do valor da carga e dos módulos da velocidade e do campo magnético.
- 08 Se a carga da partícula for nula, a única força atuando nela é a força magnética.
- 16 Se a velocidade inicial da partícula for nula, neste instante, a força elétrica é a única força atuante.

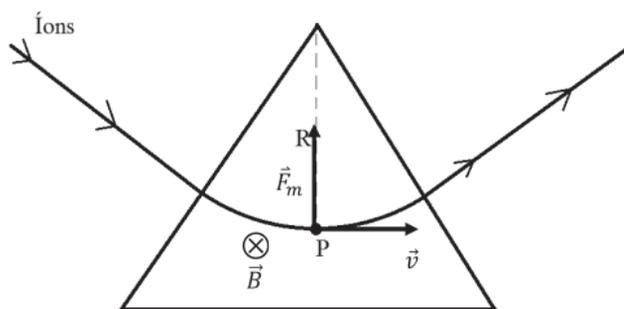
Soma:

9 Efoimm 2017 Uma partícula com carga elétrica de $5,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ é acelerada entre duas placas planas e paralelas, entre as quais existe uma diferença de potencial de 100 V . Por um orifício na placa, a partícula escapa e penetra em um campo magnético de indução magnética uniforme de valor igual a $2,0 \cdot 10^{-2} \text{ T}$, descrevendo uma trajetória circular de raio igual a 20 cm . Admitindo que a partícula parte do repouso de uma das placas e que a força gravitacional seja desprezível, qual é a massa da partícula?

- A** $1,4 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$
- B** $2,0 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$
- C** $4,0 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$
- D** $2,0 \cdot 10^{-13} \text{ kg}$
- E** $4,0 \cdot 10^{-13} \text{ kg}$

10 UFJF 2018 A espectrometria de massas tem sido utilizada para uma enorme variedade de aplicações, como a datação de rochas, a elucidação de estrutura de compostos químicos, e até o monitoramento da qualidade de processos químicos industriais. Para analisar a composição de um gás, primeiramente é necessário submetê-lo a uma descarga elétrica para produzir íons daquele gás. Os íons produzidos são acelerados por uma diferença de potencial U , e adquirem uma energia cinética $E = qU$, onde q é a carga do íon. Os íons são então direcionados para uma região com um campo magnético uniforme, representada pela área triangular da figura do item (b). Na região do campo magnético, os íons percorrem uma trajetória circular de raio R . Vamos supor que o espectrômetro opere com uma tensão de aceleração dos íons $U = 960$ Volts, e que o raio da trajetória circular seja $R = 20$ cm. O módulo da carga do elétron vale $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Deseja-se analisar íons de Ne^+ , sendo que a massa m do íon vale aproximadamente 20 g/mol, e um mol equivale a $6,0 \cdot 10^{23}$ átomos. Com base nessas informações, faça o que se pede:

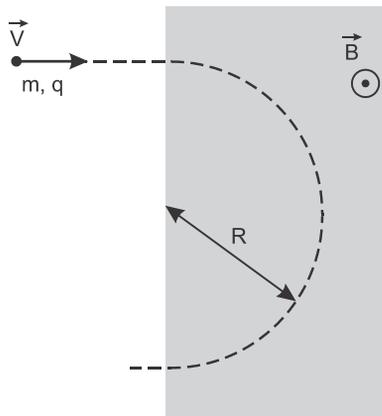
- Escreva uma expressão para a velocidade dos íons em função de q , m e U . Não é necessário levar em conta efeitos relativísticos.
- Considerando o ponto P da figura, desenhe o vetor velocidade do íon (\vec{v}), o vetor campo magnético (\vec{B}) e o vetor força magnética (\vec{F}_m) de tal forma que a trajetória seja circular naquele ponto. Para vetores entrando ou saindo do plano da página, use a seguinte notação: \otimes entrando no plano da página, e \odot saindo do plano da página.



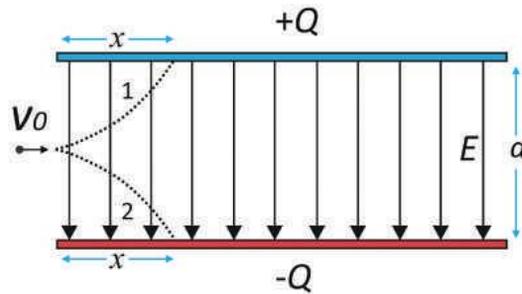
- Calcule o valor do módulo do campo magnético no ponto P para que a trajetória dos íons seja circular.

11 Unicamp 2020 Julho de 2019 marcou o cinquentenário da chegada do homem à Lua com a missão Apollo 11. As caminhadas dos astronautas em solo lunar, com seus demorados saltos, são imagens emblemáticas dessa aventura humana.

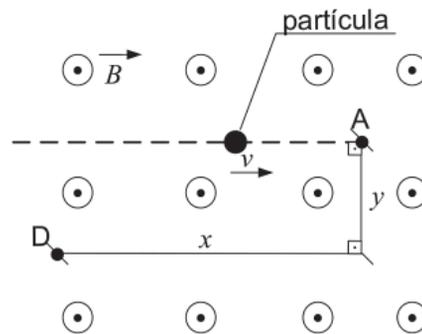
- A aceleração da gravidade na superfície da Lua é $g_L = 1,6$ m/s². Calcule o tempo de queda de um corpo solto a partir do repouso de uma altura de $1,8$ m com relação à superfície lunar.
- A espectrometria de massas é uma técnica que pode ser usada na identificação de moléculas da atmosfera e do solo lunar. A figura a seguir mostra a trajetória (no plano do papel) de uma determinada molécula ionizada (carga $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) que entra na região de campo magnético do espectrômetro, sombreada na figura, com velocidade de módulo $V = 3,2 \cdot 10^5$ m/s. O campo magnético é uniforme e perpendicular ao plano do papel, dirigido de baixo para cima, e tem módulo $B = 0,4$ T. Como ilustra a figura, na região de campo magnético a trajetória é circular de raio $R = 36$ cm, e a força centrípeta é dada pela força magnética de Lorentz, cujo módulo vale $F = qVB$. Qual é a massa m da molécula?



- 12 Fuvest 2020** Em um ambiente do qual se retirou praticamente todo o ar, as placas de um capacitor estão arranjadas paralelamente e carregadas com cargas de mesma magnitude Q e sinais contrários, produzindo, na região entre as placas, um campo elétrico que pode ser considerado uniforme, com módulo igual a 10^6 V/m. Uma partícula **carregada negativamente**, com carga de módulo igual a 10^{-9} C, é lançada com velocidade de módulo V_0 igual a 100 m/s ao longo da linha que passa exatamente pelo centro da região entre as placas, como mostrado na figura. A distância d entre as placas é igual a 1 mm. Despreze os efeitos gravitacionais.

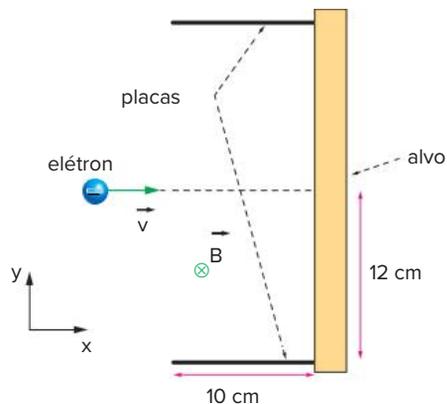


- Aponte, entre as trajetórias 1 e 2 mostradas na figura, aquela que mais se aproxima do movimento da partícula na região entre as placas.
 - Sabendo que a massa da partícula é igual a $10 \mu\text{g}$, determine a que distância horizontal x a partícula atingirá uma das placas, supondo que elas sejam suficientemente longas.
 - Quais seriam o sentido e o módulo de um eventual campo magnético a ser aplicado na região entre as placas, perpendicularmente ao plano da página, para que a partícula, em vez de seguir uma trajetória curva, permaneça movendo-se na mesma direção e no mesmo sentido com que foi lançada?
- 13 IME 2020** Uma partícula de massa m e carga elétrica $+q$ percorre a trajetória tracejada na figura em velocidade constante v . No instante em que a partícula alcança o ponto A, surge um campo magnético uniforme com intensidade constante B , emergindo do plano do papel. A intensidade do campo magnético B para que a partícula alcance o ponto D na continuação de sua trajetória é:



- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| A $\frac{(x^2 + y^2)mv}{2xq}$ | C $\frac{2xmv}{(x^2 + y^2)q}$ | E $\frac{(x^2 + y^2)mv}{2yq}$ |
| B $\frac{2ymv}{(x^2 + y^2)q}$ | D $\frac{2xq}{(x^2 + y^2)mv}$ | |

- 14 Unicamp** A utilização de campos elétrico e magnético cruzados é importante para viabilizar o uso da técnica híbrida de tomografia de ressonância magnética e de raios X. A figura a seguir mostra parte de um tubo de raios X, onde um elétron, movendo-se com velocidade $v = 5,0 \cdot 10^5$ m/s ao longo da direção x , penetra na região entre as placas onde há um campo magnético uniforme \vec{B} , dirigido perpendicularmente para dentro do plano do papel. A massa do elétron é $m = 9 \cdot 10^{-31}$ kg e a sua carga elétrica é $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C. O módulo da força magnética que age sobre o elétron é dado por $F = qvB \cdot \text{sen}\theta$, onde θ é o ângulo entre a velocidade e o campo magnético.



- a) Sendo o módulo do campo magnético $B = 0,010 \text{ T}$, qual é o módulo do campo elétrico que deve ser aplicado na região entre as placas para que o elétron se mantenha em movimento retilíneo uniforme?
- b) Numa outra situação, na ausência de campo elétrico, qual é o máximo valor de B para que o elétron ainda atinja o alvo? O comprimento das placas é de 10 cm .

15 Efofm 2018 Uma partícula com carga elétrica penetra, ortogonalmente, num campo magnético uniforme com velocidade v no ponto cujas coordenadas (x, y) são $(0, 0)$ e sai do campo no ponto $(0, 3R)$. Durante a permanência no campo magnético, a componente x da velocidade da partícula, no instante t , é dada por:

A $v \cdot \sin\left(\frac{\pi vt}{R}\right)$

C $v \cdot \sin\left(\frac{vt}{3R}\right)$

E $v \cdot \cos\left(\frac{3vt}{1,5R}\right)$

B $v \cdot \cos\left(\frac{vt}{3R}\right)$

D $v \cdot \cos\left(\frac{vt}{1,5R}\right)$



FRENTE 2

CAPÍTULO

8

Fontes de campo magnético

Equipamentos para a realização de exames de ressonância magnética utilizam-se de um campo magnético estático, altamente potente, que alinha os momentos angulares dos átomos de hidrogênio do corpo. Em seguida, um pulso de radiofrequência (RF) é aplicado na frequência de ressonância desses átomos para um tecido específico, chamada frequência de Larmor. Ao retornarem para o estado normal, após o pulso ser desligado, esses átomos emitem energia. Através de um contraste, que é injetado na corrente sanguínea, cria-se uma pequena alteração no campo magnético local de forma que tecidos “sadios” e “doentes” não reagem da mesma maneira.

Os elevados campos magnéticos necessários à realização desse exame podem ser obtidos por fios percorridos por corrente elétrica. A primeira observação de que a corrente elétrica poderia gerar campos magnéticos foi feita pelo físico dinamarquês Hans Christian Oersted, ainda no século XIX. Este capítulo irá estudar exatamente esse fenômeno: a corrente elétrica como fonte de campo magnético.

A experiência de Oersted

Até o início do século passado, supunha-se que os fenômenos elétricos e magnéticos eram independentes, pois campos magnéticos eram gerados somente por ímãs e nada tinham a ver com correntes elétricas, porém, em 1820, o físico dinamarquês Oersted descobriu que uma agulha imantada era desviada quando aproximada de um fio percorrido por uma corrente elétrica, como mostra a figura 1. Estava, então, provada a relação entre eletricidade e magnetismo.

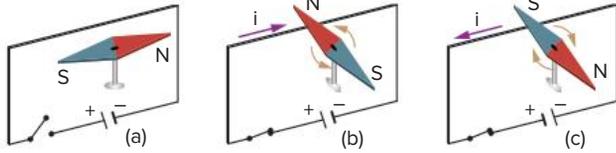


Fig. 1 Experiência de Oersted.

Na figura 1, temos:

- estando a chave aberta, não passa corrente pelo condutor e a agulha não sofre desvio.
- ao fecharmos a chave, a agulha sofrerá desvio tendendo a se dispor ortogonalmente ao condutor.
- invertendo-se o sentido da corrente, a agulha desvia em sentido contrário.

Atenção

Corrente elétrica cria um campo magnético na região próxima à circulação dessa corrente.

Passaremos agora a descrever qualitativamente e quantitativamente (quando a geometria assim o permitir) a relação entre corrente elétrica e campo magnético.

Corrente retilínea como fonte de campo magnético

Consideremos um fio muito longo, retilíneo, percorrido por uma corrente elétrica de intensidade i .

Se aproximarmos uma agulha imantada desse fio, perceberemos que ela sofre um desvio, indicando a presença de um campo magnético gerado por essa corrente.

O que precisamos, então, é caracterizar o vetor indução magnética \vec{B} , ponto a ponto do campo, no que diz respeito a módulo, direção e sentido.

Experimentalmente, se colocarmos limalhas de ferro próximas ao fio, verificaremos que as linhas de indução, do campo magnético, são circunferências concêntricas ao fio retilíneo, sendo os planos que as contém perpendiculares ao fio, conforme pode ser visto na figura 2.

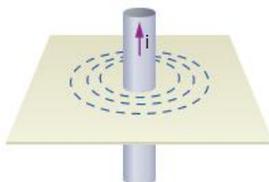


Fig. 2 Linhas de indução magnética.

Dessa forma, conclui-se que o campo magnético em torno do fio é representado por linhas de indução que formam circunferências concêntricas com o fio, conforme indicado na figura a seguir.

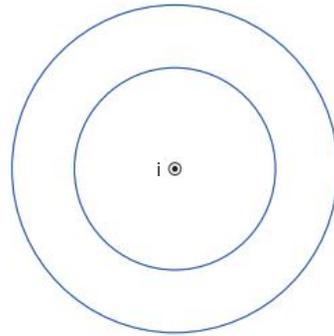


Fig. 3 Linhas de indução circulares em torno do fio.

Observa-se na figura 3 a falta de uma informação importante, que é exatamente o sentido das linhas de indução, que nesse caso pode ser horário ou anti-horário. A determinação do sentido dessas linhas de indução pode ser feita utilizando-se uma agulha imantada na qual se sabem as polaridades norte e sul magnético.

Ao se colocar uma agulha imantada nas proximidades do ímã, ela indicará o sentido do campo magnético, conforme visto na figura 4.

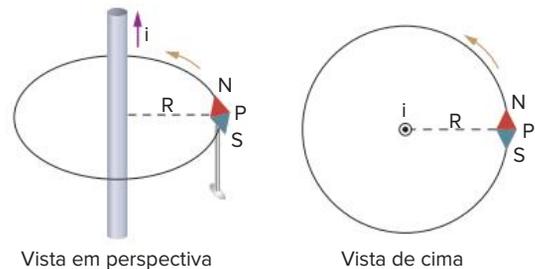


Fig. 4 Alinhamento de um ímã com o vetor \vec{B} .

Dessa forma, conclui-se que o sentido das linhas de indução é anti-horário, conforme se observa na figura 5.

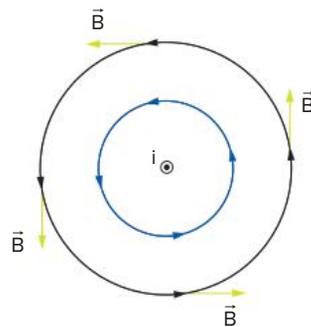


Fig. 5 Orientação das linhas de indução e do vetor \vec{B} para um fio retilíneo percorrido por corrente.

Assim, verificamos que o vetor indução magnética \vec{B} pode ser assim caracterizado:

- direção:** tangente à linha de indução que passa por P e que como foi visto anteriormente é uma circunferência concêntrica ao fio de raio R.

- **sentido:** determinado pela regra da mão direita envolvente. Para se aplicar essa regra, envolve-se o fio com a mão direita e com o polegar apontando no sentido convencional da corrente, os demais dedos irão apontar o sentido das linhas de indução, conforme pode ser visto na figura 6.

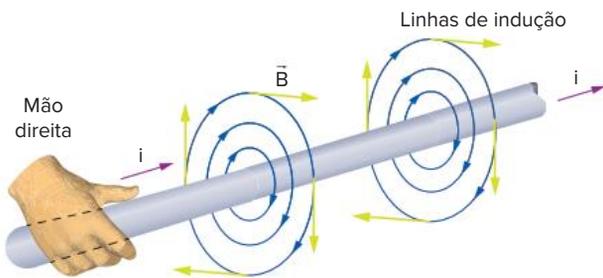


Fig. 6 Aplicação da regra da mão direita envolvente.

Atenção

Essa regra é de utilização geral para determinação do sentido das linhas de indução do campo gerado por um condutor percorrido por corrente elétrica.

- **módulo:** o módulo do vetor indução magnética \vec{B} no ponto P depende da intensidade da corrente elétrica i que percorre o fio, da distância R até o ponto em questão e de uma grandeza física que caracteriza o meio em termos magnéticos, que é a sua permeabilidade magnética (μ), semelhante à permissividade elétrica (ϵ) na eletricidade.

Dessa forma, podemos escrever: $B = \frac{\mu i}{2\pi R}$

No caso do vácuo, indicamos a permeabilidade magnética por μ_0 , que, em unidades SI, vale:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$$

Atenção

1 No caso de fio retilíneo semi-infinito percorrido por corrente elétrica, o campo magnético em um ponto situado sobre a sua extremidade é exatamente a metade do campo gerado pelo fio infinito. A figura a seguir mostra a situação.



Fig. 7 Campo magnético gerado na extremidade de fio retilíneo semi-infinito.

2 O campo magnético gerado no prolongamento de um trecho retilíneo de fio percorrido por corrente é nulo.



Fig. 8 Campo magnético gerado no prolongamento de fio retilíneo.

Corrente circular (em uma espira) como fonte de campo magnético

Consideremos agora uma espira circular de raio R , percorrida por uma corrente de intensidade i .

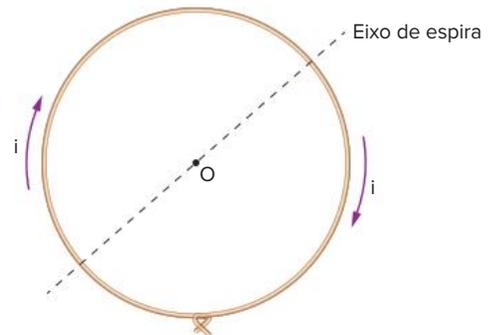


Fig. 9 Espira circular.

Pela regra da mão direita envolvente, podemos determinar o sentido e a direção do vetor indução magnética, conforme verifica-se na figura 10.

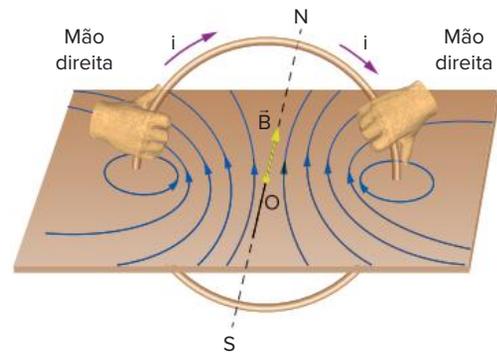


Fig. 10 Regra da mão direita para magnetismo.

Assim, da mesma forma que na corrente retilínea, podemos caracterizar o vetor indução magnética \vec{B} no centro da espira da seguinte forma:

- **direção:** perpendicular ao plano da espira.
- **sentido:** determinado pela regra da mão direita envolvente.
- **módulo:** o módulo do campo magnético gerado no centro da espira depende da intensidade da corrente i que percorre a espira, do raio R da espira e da permeabilidade magnética μ do meio, tal que:

$$B = \frac{\mu i}{2R}$$

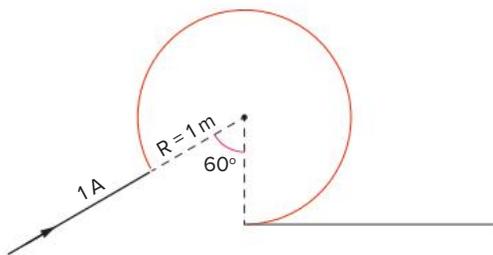
Para o caso de um trecho circular de ângulo θ (em radianos), conforme mostrado na figura 11, percorrido por uma corrente i , tem-se que o módulo do vetor indução magnética por ela gerado é dado por:



Fig. 11 Campo magnético gerado por trecho circular percorrido por corrente.

Exercício resolvido

- 1 Considere um fio infinito e disposto no plano do papel, segundo a figura a seguir.

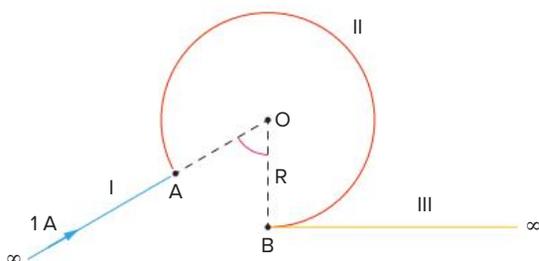


Nessas condições, assinale a alternativa que corresponde ao módulo de \vec{B} no centro da espira.

- A $\left(\frac{10\pi - 6}{3}\right) \cdot 10^{-7} \text{ T}$
 B $\left(\frac{10\pi - 12}{3}\right) \cdot 10^{-7} \text{ T}$
 C $\left(\frac{5\pi - 3}{3}\right) \cdot 10^{-7} \text{ T}$
 D $(2\pi - 2) \cdot 10^{-7} \text{ T}$
 E impossível calcular.

Resolução:

Deseja-se determinar o campo magnético no centro do arco de circunferência. Para tal, pode-se dividir o fio infinito em três trechos, conforme a figura a seguir.



Trecho I – Fio retilíneo cujo prolongamento coincide com o centro da circunferência. Pela observação, item 2, o campo gerado por esse trecho é nulo.

$$B_I = 0$$

Trecho II – Pela regra da mão direita, o campo gerado por esse trecho é perpendicular ao plano do papel e apontando para dentro. Como o ângulo compreendido pelo arco é de 300° , ou $\frac{5\pi}{3}$ rad, tem-se que o campo devido a esse trecho é dado por:

$$B_{II} = \frac{5\pi}{3} \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{5}{6} \cdot \frac{\mu_0 I}{2 \cdot R} \Rightarrow B_{II} = \frac{5}{6} \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{5\pi}{3} \cdot 10^{-7} \text{ T},$$

apontando para dentro do plano do papel.

Trecho III – corresponde a um fio semi-infinito. O ponto O encontra-se sobre a extremidade do fio. De acordo com a observação, item 1, feita para fios retilíneos infinitos, e utilizando-se a regra da mão direita tem-se que:

$$B_{III} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \Rightarrow B_{III} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2\pi \cdot 1} = 10^{-7} \text{ T},$$

apontando para fora do plano do papel.

O módulo do campo resultante no ponto O é dado então por:

$$B_O = |B_{II} - B_{III}| = 10^{-7} \left(\frac{5\pi}{3} - 1 \right) \Rightarrow B_O = 10^{-7} \left(\frac{5\pi - 3}{3} \right) \text{ T}$$

Portanto: alternativa C

Atenção

Um caso particular de corrente circular é quando temos n espiras justapostas, chamado bobina chata, nesse caso, podemos escrever que:

$$B = n \cdot \frac{\mu_0 I}{2R}$$

A expressão acima é válida quando o comprimento da bobina é muito menor que o seu diâmetro.

Até agora, falamos de polos magnéticos somente quando falamos de barras imantadas, todavia podemos associar a uma espira circular polos magnéticos que são definidos conforme o sentido da corrente.

Polos magnéticos associados à espira percorrida por corrente elétrica

Na figura 12, podemos observar as linhas de indução de um campo magnético criado por uma corrente i que percorre uma espira.

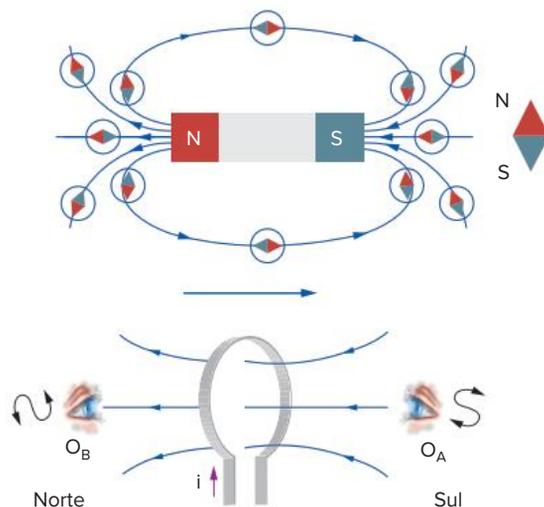


Fig. 12 Linhas de indução magnética.

O observador colocado à direita da espira (O_A) observa a corrente no sentido horário e as linhas de indução “vão” em sentido contrário ao seu, ou seja, entram no

plano da espira. Já o observador colocado à esquerda da espira (O_B) observa a corrente no sentido anti-horário e as linhas de indução “vão” na sua direção, ou seja, saem do plano da espira. Isso pode ser melhor visto na figura 13.

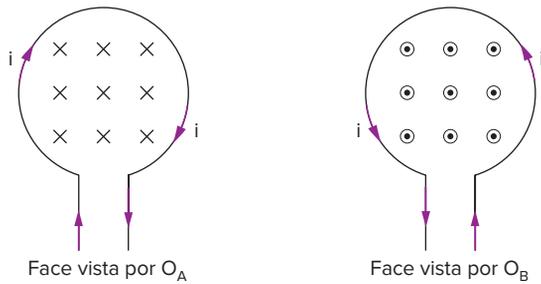


Fig. 13 Visão das linhas de indução magnética.

Observação: X – Representa as linhas que estão entrando no plano do papel.

o – Representa as linhas que estão saindo do plano do papel.

Recordando que, em uma barra imantada, as linhas de indução vão do polo norte para o polo sul, podemos atribuir à cada face da espira um polo magnético:

- **polo sul magnético:** face da espira por onde as linhas de indução entram. No caso, o observador O_A olha para um polo sul, pois para ele as linhas de indução penetram no plano da espira.
- **polo norte magnético:** face da espira por onde as linhas de indução saem. No caso, o observador O_B olha para um polo norte, pois para ele as linhas de indução saem do plano da espira.

Uma alternativa de se verificar o polo é por meio do sentido da corrente elétrica. Se estamos do lado da espira em que o sentido da corrente é horário, estamos observando um polo sul (S), se o sentido da corrente é anti-horário, estamos observando um polo norte (N).

Podemos comprovar a existência de polos em uma espira por meio de uma experiência bem simples. Se aproximamos um ímã em forma de barra de uma espira, observamos que um dos polos do ímã atrai uma das faces e o outro polo repele a mesma face, isso pode ser observado na figura 14.

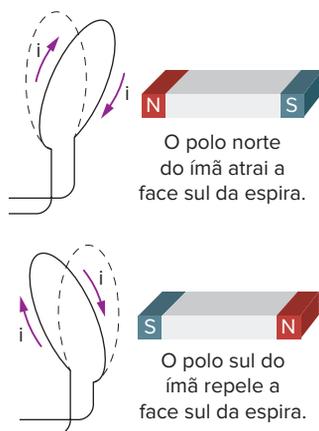


Fig. 14 Ação de um ímã em uma espira.

Campo magnético gerado por um solenoide percorrido por corrente elétrica

Podemos definir um solenoide como um fio condutor enrolado em forma de hélice cilíndrica. Na figura 15, podemos ver a configuração das linhas de indução magnética do solenoide percorrido por uma corrente i . A corrente entra pelo lado esquerdo e sai pelo direito.

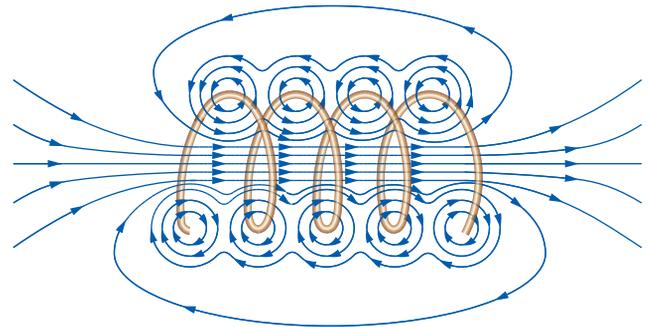


Fig. 15 Solenoide.

A primeira observação que podemos fazer é que, no interior do solenoide, para pontos não muito próximos aos fios condutores, as linhas de indução são praticamente paralelas, caracterizando assim um campo magnético uniforme. Essa uniformidade é tão mais acentuada quanto maior for o comprimento do solenoide e mais juntas as suas espiras.

Na região externa, o solenoide comporta-se praticamente como uma barra imantada, orientando-se do polo norte para o polo sul.

Para o nosso estudo, consideraremos o solenoide como sendo ideal, ou seja, o campo externo é nulo e o interno é uniforme. O solenoide real se aproxima tanto mais do ideal quanto maior o seu comprimento e mais justapostas as suas espiras.

Dessa forma, o vetor indução magnética \vec{B} fica assim caracterizado:

- **direção:** o vetor indução magnética \vec{B} no interior do solenoide tem a mesma direção do eixo do solenoide.
- **sentido:** determinado pela regra da mão direita envoltente.
- **módulo:** o módulo do campo magnético no interior de um solenoide ideal é proporcional à intensidade da corrente i que percorre o solenoide, ao número de espiras (n) por unidade de comprimento (ℓ) e à permeabilidade magnética do meio μ . Tal que podemos escrever:

$$B = \frac{\mu \cdot n \cdot i}{\ell}$$

Da mesma forma que em espiras podemos associar polos magnéticos, podemos aplicar o mesmo procedimento para os solenoides.

Polos magnéticos associados a um solenoide percorrido por corrente elétrica

Podemos ver os mesmos observadores O_A e O_B , respectivamente, à direita e à esquerda de um solenoide percorrido por uma corrente i que entra no solenoide pelo lado direito.

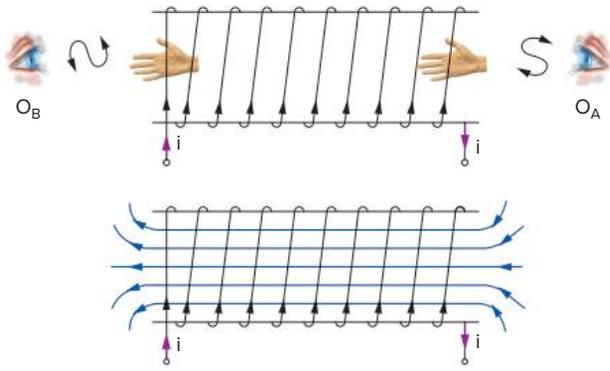


Fig. 16 Linhas de indução magnéticas em um solenoide.

Assim, pela regra da mão direita envolvente, verificamos que, para o observador O_A , as linhas de indução entram no plano da face do solenoide voltada para ele,

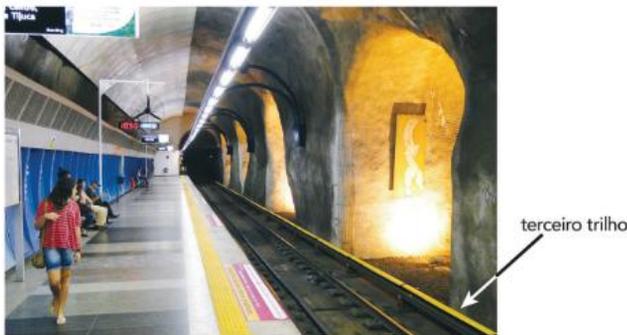
sendo um polo sul magnético. Para o observador O_B , as linhas de indução saem no plano da face do solenoide voltada para ele, sendo um polo norte magnético. Poderíamos concluir o mesmo se verificássemos que, para o observador O_A , o sentido da corrente é horário (polo sul magnético) e para o observador O_B o sentido da corrente é anti-horário (polo norte magnético).

Atenção

Os cálculos dos módulos dos campos magnéticos nas diversas configurações são feitos utilizando-se a lei circuital de Ampère e a lei de Biot-Savart, que levam em consideração a geometria do problema. A formalização matemática da segunda lei citada foge ao escopo do nosso curso.

Revisando

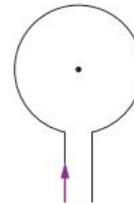
- 1 **Uerj 2019** Nas linhas de metrô, o dispositivo conhecido como terceiro trilho fornece energia elétrica para alimentar os motores das composições, produzindo um campo magnético em seu entorno, cuja intensidade varia em função da distância. Observe, abaixo, a imagem da plataforma de uma estação. Nela, uma passageira está de pé, a 5,0 m de distância do terceiro trilho.



pt.wikipedia.org

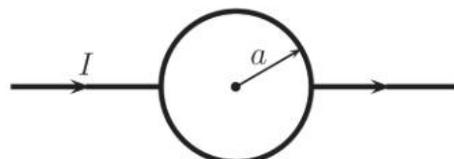
Admita que uma corrente contínua de 5000 ampères atravesse o terceiro trilho da linha metroviária. Determine, em teslas, a intensidade do campo magnético produzido sobre a passageira na plataforma. Dado: permeabilidade magnética no vácuo é igual a $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}/\text{A}$

- 2 **Unisa (Adapt.)** Uma espira circular de 4π cm de diâmetro é percorrida por uma corrente de 8,0 amperes (veja figura). Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$.



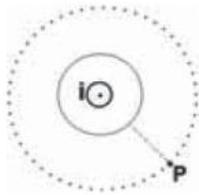
Defina a orientação e a intensidade do vetor campo magnético no centro da espira.

- 3 **ITA 2018** A figura mostra um fio por onde passa uma corrente I conectado a uma espira circular de raio a . A semicircunferência superior tem resistência igual a $2R$ e a inferior, igual a R . Encontre a expressão para o campo magnético no centro da espira em termos da corrente I .

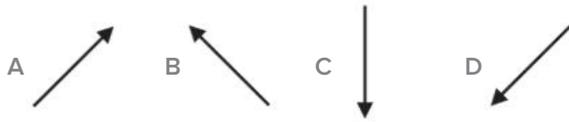


Exercícios propostos

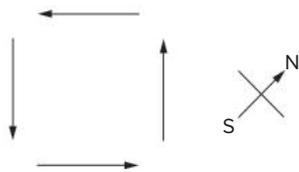
- 1 EEAR 2017** Um fio condutor é percorrido por uma corrente i como mostra a figura.



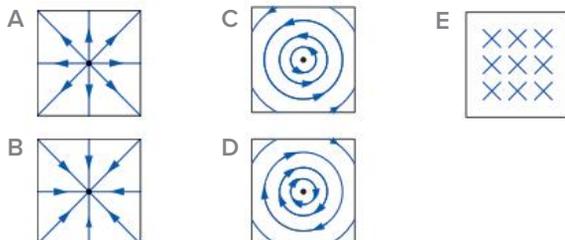
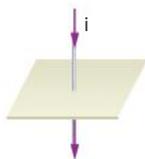
Próximo ao condutor existe um ponto P, também representado na figura. A opção que melhor representa o vetor campo magnético no ponto P é:



- 2 Fuvest** A figura indica quatro bússolas que se encontram próximas a um fio condutor, percorrido por uma intensa corrente elétrica.



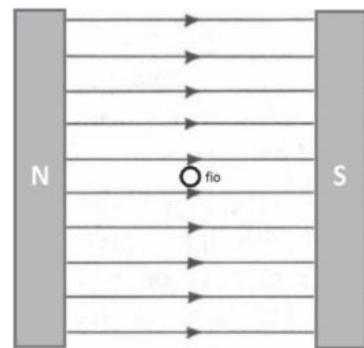
- a) Represente, na figura, a posição do condutor e o sentido da corrente.
 b) Caso a corrente cesse de fluir, qual será a configuração das bússolas? Faça a figura correspondente.
- 3 UFMG** Observe a figura. Um fio condutor, transportando uma corrente contínua de grande intensidade, passa pelo centro de um cartão. A corrente tem o sentido indicado na figura. Indique a alternativa que melhor representa as linhas de indução do campo magnético criado pela corrente i no plano do cartão.



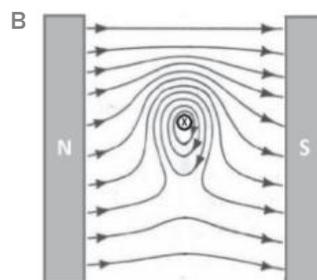
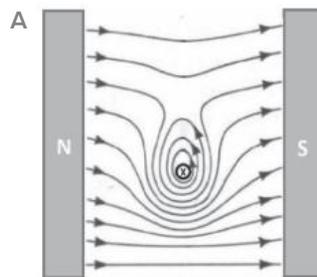
- 4 Uece 2019** Se um fio metálico retilíneo estiver conduzindo corrente elétrica e for aproximado à parte superior de uma bússola,

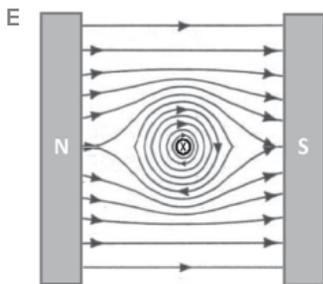
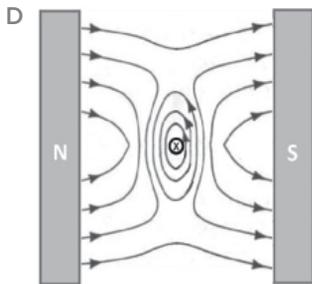
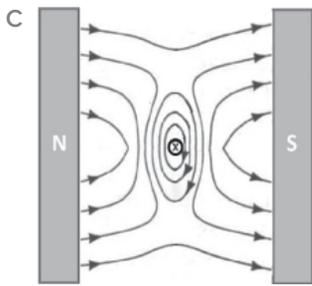
- A o ponteiro da bússola se alinha em paralelo ao fio.
 B o ponteiro da bússola se alinha com a perpendicular do fio.
 C o ponteiro da bússola se alinha em uma posição intermediária entre as direções paralela e perpendicular ao fio.
 D a bússola não é afetada pela corrente elétrica.

- 5 UFRGS 2019** Um fio condutor está fixamente colocado na região entre os polos de um ímã. A figura abaixo representa um corte da região interior, que mostra o campo magnético uniforme (desprezando os efeitos de borda) e o fio entrando perpendicularmente no plano da página.



Em dado instante, uma corrente elétrica começa a fluir pelo fio, com sentido “para dentro da página”. A alternativa que melhor representa a configuração final das linhas de campo magnético é





6 Uniube-MG Um fio retilíneo muito longo é percorrido por uma corrente elétrica constante I e o vetor indução magnética, num ponto P perto do fio, tem módulo B . Se o mesmo fio for percorrido por uma corrente elétrica constante $2I$, o valor do módulo de vetor indução magnética no mesmo ponto P é:

- A $\frac{B}{4}$ B $\frac{B}{2}$ C B D $2B$ E $4B$

7 UMC Faz-se passar uma corrente elétrica de intensidade constante por um fio retilíneo longo. Nessas condições, a intensidade do vetor indução magnética num ponto situado a 10 cm do eixo do condutor é B . Se considerarmos outro ponto, situado a 20 cm do eixo do mesmo condutor, a intensidade do vetor indução será:

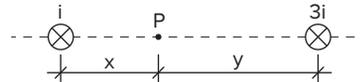
- A $\frac{B}{2}$ B $\frac{B}{4}$ C $\frac{B}{8}$ D $4B$ E $2B$

8 Unisa Um fio metálico reto e extenso é percorrido por uma corrente de intensidade 4,5 ampères. A intensidade do vetor indução magnética a 30,0 cm do fio é de:

Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.

- A $3,0 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ D $1,2 \cdot 10^{-6} \text{ T}$
 B $9,0 \cdot 10^{-7} \text{ T}$ E n.d.a.
 C $3,0 \cdot 10^{-7} \text{ T}$

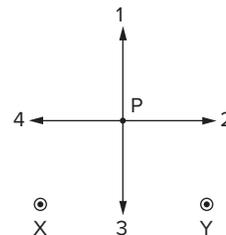
9 Fatec Dois fios metálicos retos, paralelos e longos são percorridos por correntes i e $3i$ de sentidos iguais (entrando no papel, no esquema). O ambiente é vácuo.



O campo magnético resultante produzido por essas correntes é nulo num ponto P , tal que:

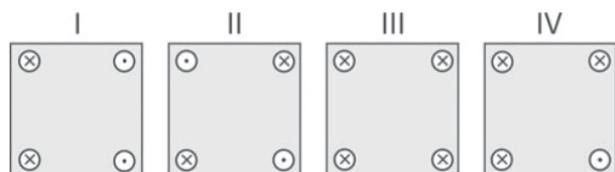
- A $\frac{y}{x} = 3$ C $\frac{y}{x} = 9$ E n.d.a.
 B $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$ D $\frac{y}{x} = \frac{1}{9}$

10 UFRGS A figura mostra dois condutores longos, X e Y , perpendiculares ao plano da página, percorridos por correntes elétricas contínuas de iguais intensidades e sentido para fora da página. No ponto P , equidistante dos fios, o sentido do vetor indução magnética resultante produzido pelas duas correntes está corretamente indicado pela seta:



- A 1
 B 2
 C 3
 D 4
 E perpendicular à página e para dentro da página.

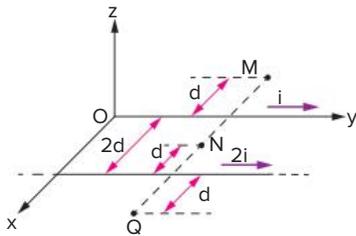
11 Fuvest 2017 As figuras representam arranjos de fios longos, retilíneos, paralelos e percorridos por correntes elétricas de mesma intensidade. Os fios estão orientados perpendicularmente ao plano desta página e dispostos segundo os vértices de um quadrado. A única diferença entre os arranjos está no sentido das correntes: os fios são percorridos por correntes que entram \otimes ou saem \odot do plano da página.



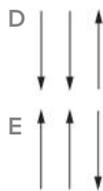
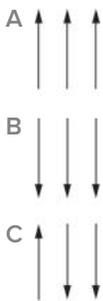
O campo magnético total é nulo no centro do quadrado apenas em

- A I.
 B II.
 C I e II.
 D II e III.
 E III e IV.

18 PUC-SP Dois condutores retilíneos, paralelos, muito longos, percorridos por correntes de intensidades respectivamente iguais a i e $2i$ estão situados no plano Oxy e separados por uma distância $2d$. O campo de indução magnética \vec{B} , criado nos pontos M, N e Q do plano Oxy , é representado por vetores paralelos ao eixo Oz .

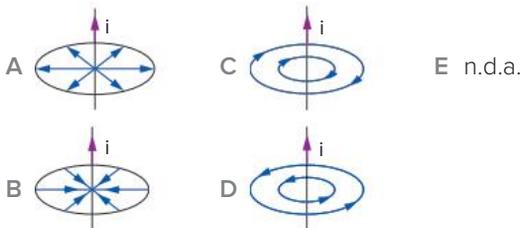


Assinale a alternativa que representa os sentidos do vetor \vec{B} nos pontos M, N e Q, respectivamente:

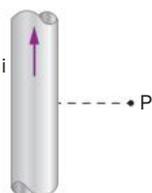


19 Unisa Quem mostrou pela primeira vez, experimentalmente, que as correntes elétricas geravam campos magnéticos foi:
 A Einstein. B Newton. C Oersted.
 D Arquimedes. E Ampère.

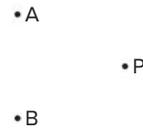
20 Fatec Um condutor reto e longo é percorrido por corrente elétrica invariável i . As linhas de indução de seu campo magnético seguem o esquema:



21 PUC-Minas O condutor reto da figura transporta a corrente i . O campo magnético do ponto P, próximo ao fio, é representado pelo vetor:

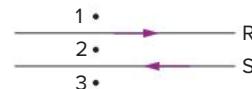


22 UFRGS Os pontos A, B e P da figura estão no plano da página. Qual das alternativas abaixo melhor descreve uma situação em que é produzido um campo magnético perpendicular à página e para fora da página no ponto P?



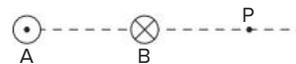
- A Elétrons movimentando-se de B para A.
- B Uma carga positiva em A e uma negativa em B, ambas em repouso.
- C Um ímã permanente com o polo norte em A e o sul em B.
- D Um ímã permanente com o polo norte em B e o sul em A.
- E O polo norte da Terra em A e o sul em B.

23 UFRGS A figura a seguir mostra dois fios condutores, R e S, retilíneos, paralelos e contidos no plano da página. As setas indicam os sentidos opostos de duas correntes elétricas convencionais de mesma intensidade, que percorrem os fios. Indique se o sentido do campo magnético resultante, produzido pelas correntes elétricas, é para dentro ou para fora da página em cada um dos pontos 1, 2 e 3, respectivamente:



- A dentro, fora, dentro.
- B dentro, dentro, dentro.
- C fora, fora, dentro.
- D dentro, fora, fora.
- E fora, dentro, fora.

24 Ufes (Adapt.) Dois fios retilíneos e paralelos, perpendiculares ao plano do papel, são percorridos por correntes da mesma intensidade e sentidos contrários, conforme indica a figura. No fio A, a corrente tem o sentido de aproximação do leitor. O vetor que melhor representa a indução magnética no ponto P sobre a perpendicular aos fios será:



- A ↑
- B →
- C ↓
- D ←
- E ↗

25 FCC Uma corrente elétrica i flui num condutor vertical, de diâmetro desprezível e comprimento praticamente infinito. Essa corrente elétrica gera um campo magnético de intensidade \vec{B} , num ponto situado à distância r do condutor. Pode-se afirmar corretamente que a:
 A direção do campo magnético \vec{B} é vertical.
 B intensidade do campo magnético \vec{B} é inversamente proporcional a r^2 .

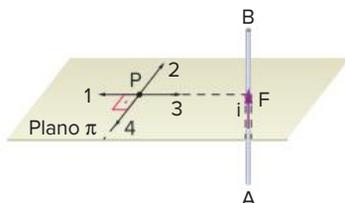
- C intensidade do campo magnético \vec{B} é diretamente proporcional a r .
- D intensidade do campo magnético \vec{B} é diretamente proporcional a i .
- E intensidade do campo magnético \vec{B} é inversamente proporcional a i .

- 26 Um elétron, a princípio, se desloca paralelamente e à pequena distância de um fio, onde circula corrente elétrica do mesmo sentido que o deslocamento do elétron. Nessas condições:
- A o elétron acabará por se chocar com o fio.
 - B o elétron se afastará do fio.
 - C o elétron se manterá paralelo ao fio.
 - D o elétron descreverá um movimento hiperbólico em torno do fio.
 - E nada se pode dizer em relação ao movimento do elétron, pois os dados são insuficientes.

- 27 FEI Uma partícula de carga $q = 4,0 \mu\text{C}$ se movimenta, com velocidade constante $v = 10 \text{ m/s}$, paralelamente a um condutor retilíneo, muito longo, percorrido pela corrente $i = 40 \text{ A}$. Sendo a distância da partícula do condutor $d = 20 \text{ cm}$, qual a intensidade da força magnética nela exercida?

▶ Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.

- 28 FCC Na figura abaixo, está representado um fio F, condutor de eletricidade, perpendicular ao plano π . No ponto P, estão representados os vetores 1, 2, 3 e 4. Pelo condutor, passa uma corrente elétrica contínua, no sentido de A para B.



Qual dos vetores representados pode corresponder ao vetor indução magnética no ponto P, devido à corrente que passa pelo fio?

- 29 FCC Um próton encontra-se em movimento, com velocidade constante \vec{v} , paralela a um fio condutor. Num dado instante, faz-se passar pelo fio uma corrente I , no sentido indicado na figura.

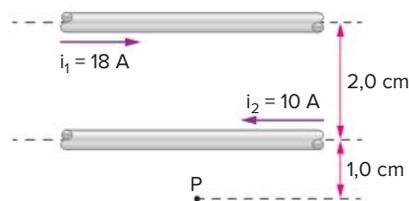


Nessas condições, o próton:

- A será atraído, aproximando-se do fio.
- B será desviado, afastando-se do fio.
- C continuará na mesma direção em que vinha, com a mesma velocidade.
- D continuará na mesma direção, porém com velocidade de módulo maior.

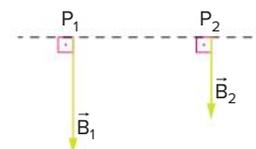
- E continuará na mesma direção, porém com velocidade de módulo menor.

- 30 Na figura, temos trechos de dois fios paralelos muito longos, situados no vácuo, percorridos por correntes elétricas de módulos e sentidos indicados:



Determine o módulo do vetor indução magnética no ponto P, situado no mesmo plano dos fios.

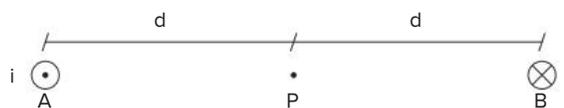
- 31 FEI Na figura, estão representados em escala os campos de indução magnética criados nos pontos P_1 e P_2 por um condutor reto, muito longo, perpendicular ao plano de representação.



O ponto O, onde o condutor fura este plano, encontra-se:

- A à esquerda de P_1 , com a corrente entrando no plano.
- B à direita de P_2 , com a corrente entrando no plano.
- C à esquerda de P_1 , com a corrente saindo do plano.
- D à direita de P_2 , com a corrente saindo do plano.
- E entre P_1 e P_2 , com a corrente entrando no plano.

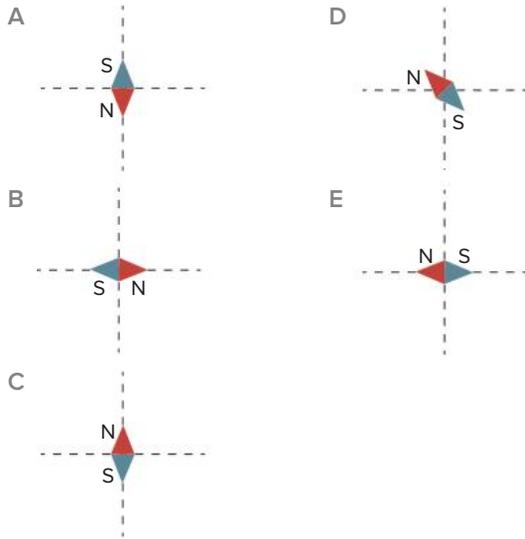
- 32 PUC-SP O Eletromagnetismo estuda os fenômenos que surgem da interação entre campo elétrico e campo magnético. Hans Christian Oersted, em 1820, realizou uma experiência fundamental para o desenvolvimento do eletromagnetismo, na qual constatou que a agulha de uma bússola era defletida sob a ação de uma corrente elétrica percorrendo um fio condutor próximo à bússola. A figura a seguir representa as seções transversais de dois fios condutores A e B, retos, extensos e paralelos. Esses condutores são percorridos por uma corrente elétrica i cujo sentido está indicado na figura.



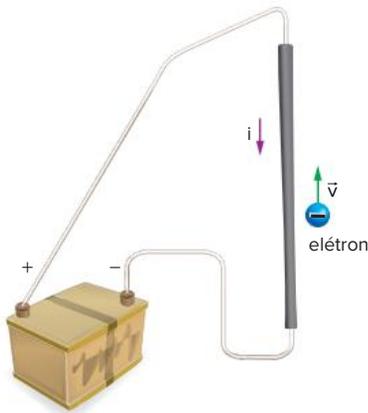
Legenda:

- ⊗ Corrente elétrica entrando ortogonalmente ao plano do papel
- ⊙ Corrente elétrica saindo ortogonalmente ao plano do papel

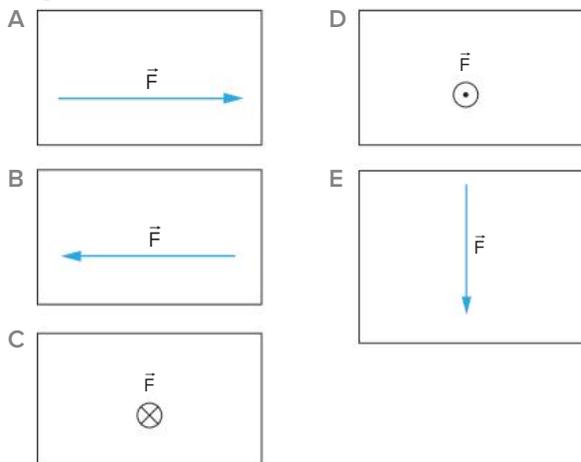
Uma pequena bússola é colocada no ponto P equidistante dos fios condutores. Desprezando os efeitos do campo magnético terrestre e considerando a indicação N para polo norte e S para polo sul, a alternativa que apresenta a melhor orientação da agulha da bússola é:



33 PUC-SP Lança-se um elétron nas proximidades de um fio comprido percorrido por uma corrente elétrica i e ligado a uma bateria. O vetor velocidade \vec{v} do elétron tem direção paralela ao fio e sentido indicado na figura.



Sobre o elétron, atuará uma força magnética \vec{F} , cuja direção e sentido serão mais bem representados pelo diagrama:



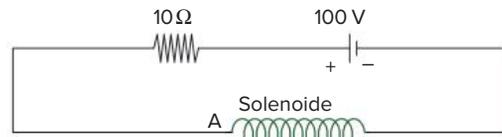
34 Uece 2016 Em um experimento A, sobre eletromagnetismo, um fio condutor muito fino é disposto em linha reta sobre uma mesa isolante horizontal. Pelo fio passa uma corrente elétrica constante. Em um segundo experimento, B, o mesmo fio é disposto na forma de uma circunferência também sobre a mesa. Em ambas as situações o fio está contido no plano da mesa. É correto afirmar que, no plano da mesa, os campos magnéticos produzidos pela corrente elétrica nos dois experimentos são

- A verticais.
- B horizontais.
- C vertical e horizontal, respectivamente.
- D horizontal e vertical, respectivamente.

35 Fuvest O campo magnético, produzido no centro de uma espira circular de raio R por uma corrente elétrica de intensidade I , é diretamente proporcional a:

- A $I \cdot R$
- B $\frac{I}{R}$
- C $\frac{R}{I}$
- D $\frac{1}{R \cdot I}$
- E $\sqrt{\frac{I}{R}}$

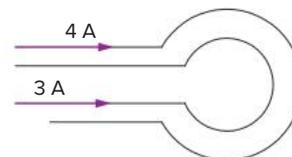
36 Na figura a seguir, a resistência elétrica do solenoide, que tem 1000 espiras por metro, é igual a 10Ω .



Supondo vácuo no interior do solenoide, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$, determine:

- a) o módulo do campo de indução magnética em seu interior.
- b) a polaridade magnética da extremidade A.

37 Unisa Duas espiras circulares, concêntricas e coplanares, de raios $3\pi \text{ m}$ e $5\pi \text{ m}$ são percorridas por correntes de 3 A e 4 A , como mostra a figura. Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.

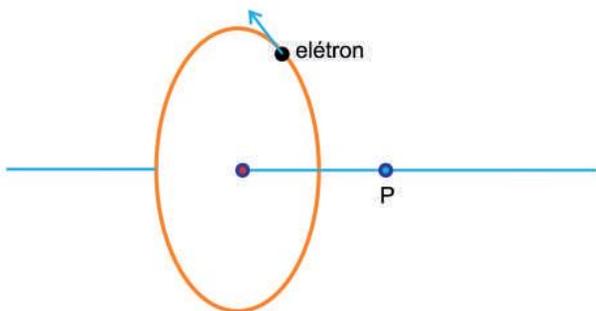


O módulo do vetor campo magnético no centro das espiras é:

- A $0,1 \cdot 10^{-7} \text{ T}$
- B $0,2 \cdot 10^{-7} \text{ T}$
- C $0,3 \cdot 10^{-7} \text{ T}$
- D $0,4 \cdot 10^{-7} \text{ T}$
- E $3,6 \cdot 10^{-7} \text{ T}$

38 Fuvest Uma espira condutora circular, de raio R , é percorrida por uma corrente de intensidade i , no sentido horário. Uma outra espira circular de raio $\frac{R}{2}$ é concêntrica com a precedente e situada no mesmo plano que ela. Qual deve ser o sentido e qual o valor da intensidade de uma corrente que, percorrendo essa segunda espira, anula o campo magnético resultante no centro O ? Justifique.

39 Insper 2018 Imagine um elétron do átomo de hidrogênio girando em órbita estável ao redor do núcleo desse átomo. A frequência com que ele gira é altíssima.



A figura destaca o eixo perpendicular ao plano da trajetória do elétron e que contém o centro da trajetória e um ponto P do eixo, próximo ao núcleo do átomo.

O movimento desse elétron produz, no ponto P , um campo elétrico

- A de intensidade constante, mas de direção variável, e um campo magnético variável.
- B e um campo magnético, ambos de intensidades variáveis, mas de direções constantes.
- C variável e um campo magnético de intensidade constante, mas de direção variável.
- D e um campo magnético, ambos de intensidades constantes, mas de direções variáveis.
- E de intensidade constante, mas de direção variável, e um campo magnético constante.

40 Unisa Uma bobina chata é formada de 50 espiras circulares de raio $0,1$ m. Sabendo que as espiras são percorridas por uma corrente de 3 A, a intensidade do vetor campo magnético no seu centro será de:

Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.

- A $3\pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$
- B $60\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}$
- C $15\pi \cdot 10^{-8} \text{ T}$
- D $19\pi \cdot 10^{-6} \text{ T}$
- E n.d.a.

41 EEAR 2018 Uma espira circular com 10π cm de diâmetro, ao ser percorrida por uma corrente elétrica de 500 mA de intensidade, produz no seu centro um vetor campo magnético de intensidade igual a $\dots \cdot 10^{-6} \text{ T}$.

Obs: Utilize $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$

- A 1
- B 2
- C 4
- D 5

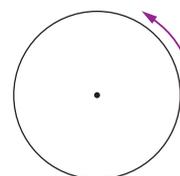
42 PUC-Minas No centro de uma espira circular de raio R percorrida por uma corrente de intensidade i , o vetor indução magnética:

- I. tem módulo independente do meio que envolve a espira.
- II. é perpendicular ao plano da espira.
- III. tem módulo diretamente proporcional à razão $\frac{i}{R}$.

Com relação às afirmações I, II e III, é correto afirmar que:

- A só I e III são corretas.
- B só II e III são corretas.
- C só II é correta.
- D todas são corretas.
- E todas são falsas.

43 Unisa Uma espira circular de raio π cm é percorrida por uma corrente de intensidade $2,0$ ampères, no sentido anti-horário, como mostra a figura.



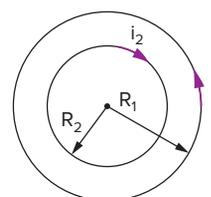
O vetor indução magnética no centro da espira é perpendicular ao plano da figura e de intensidade:

Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.

- A $4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$, orientado para fora.
- B $4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$, orientado para dentro.
- C $2 \cdot 10^{-4} \text{ T}$, orientado para fora.
- D $2 \cdot 10^{-4} \text{ T}$, orientado para dentro.
- E $4 \cdot 10^{-4} \text{ T}$, orientado para fora.

44 UMC São dadas duas espiras circulares concêntricas de raios R_1 e R_2 , conforme a figura, percorridas por correntes de intensidades i_1 e i_2 , respectivamente.

A condição para que o vetor indução magnética resultante no centro das espiras seja nulo é:



- A $\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_1}{R_2}$
- B $\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1}$
- C $\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2}$
- D $\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 - R_2}$
- E $\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

- 45 PUC-SP** Nos pontos internos de um longo solenoide percorrido por corrente elétrica contínua, as linhas de indução do campo magnético são:
- A radiais com origem no eixo do solenoide.
 - B circunferências concêntricas.
 - C retas paralelas ao eixo do solenoide.
 - D hélices cilíndricas.
 - E não há linhas de indução, pois o campo magnético é nulo no interior do solenoide.

- 46 Fuvest 2020** Um solenoide muito longo é percorrido por uma corrente elétrica I , conforme mostra a figura 1.

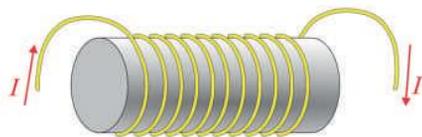


Figura 1

Em um determinado instante, uma partícula de carga q positiva desloca-se com velocidade instantânea v perpendicular ao eixo do solenoide, na presença de um campo elétrico na direção do eixo do solenoide. A figura 2 ilustra essa situação, em uma seção reta definida por um plano que contém o eixo do solenoide.

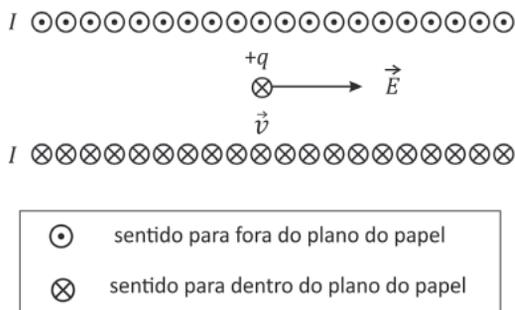
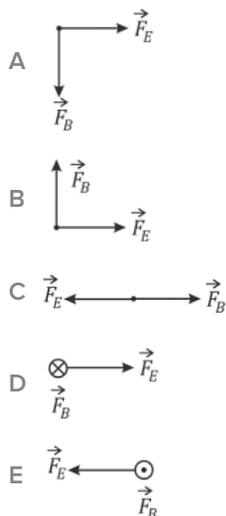


Figura 2

O diagrama que representa corretamente as forças elétrica \vec{F}_E e magnética \vec{F}_B atuando sobre a partícula é:

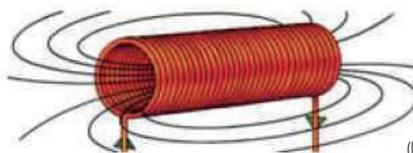
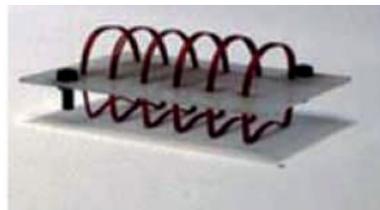


- 47 Unisa** Um solenoide possui 20000 espiras por metro. A intensidade do vetor indução magnética originado na região central do solenoide devido à passagem de uma corrente de intensidade 0,5 A é de:

Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.

- A $4\pi \cdot 10^{-3} \text{ T}$
- B $5\pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$
- C $6\pi \cdot 10^{-2} \text{ T}$
- D $4 \cdot 10^{-3} \text{ T}$
- E n.d.a.

- 48 FGV 2017** As figuras representam dois exemplos de solenoides, dispositivos que consistem em um fio condutor enrolado. Tal enrolamento pode se dar em torno de um núcleo feito de algum material ou, simplesmente, no ar. Cada volta de fio é denominada espira.



(labdemo.if.usp.br)

A passagem de uma corrente elétrica através desse fio cria, no interior do solenoide, um campo magnético cuja intensidade

- A é diretamente proporcional ao quadrado da intensidade da corrente elétrica e ao comprimento do solenoide.
- B é diretamente proporcional à densidade das espiras, ou seja, ao número de espiras por unidade de comprimento.
- C é diretamente proporcional ao número total de espiras do solenoide e ao seu comprimento.
- D independe da distância entre as espiras, mas depende do material de que é feito o núcleo.
- E é a maior possível quando o material componente do núcleo é diamagnético ou paramagnético.

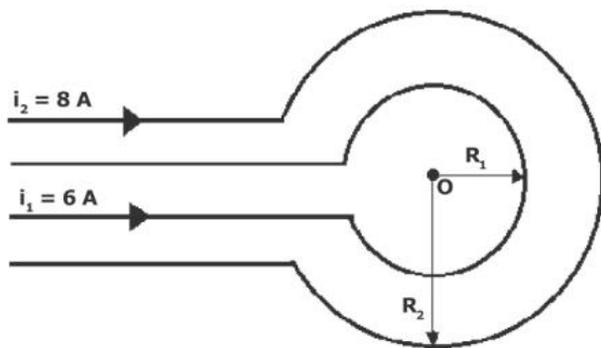
- 49 Enem Libras 2017** Um guindaste eletromagnético de um ferro-velho é capaz de levantar toneladas de sucata, dependendo da intensidade da indução em seu eletroímã. O eletroímã é um dispositivo que utiliza corrente elétrica para gerar um campo magnético, sendo geralmente construído enrolando-se um fio condutor ao redor de um núcleo de material ferromagnético (ferro, aço, níquel, cobalto).

- Para aumentar a capacidade de carga do guindaste, qual característica do eletroímã pode ser reduzida?
- A Diâmetro do fio condutor.
 - B Distância entre as espiras.
 - C Densidade linear de espiras.
 - D Corrente que circula pelo fio.
 - E Permeabilidade relativa do núcleo.

50 UEG 2016 Duas espiras circulares, concêntricas e coplanares, de raios R_1 e R_2 , onde $R_2 = 5R_1$, são percorridas pelas correntes de intensidades i_1 e i_2 , respectivamente. O campo magnético resultante no centro das espiras é nulo. Qual é a razão entre as intensidades de correntes i_2 e i_1 ?

- A 0,2
- B 0,8
- C 1,0
- D 5,0
- E 10

51 EsPCEX 2020 Duas espiras circulares, concêntricas e coplanares de raios $R_1 = 2\pi$ m e $R_2 = 4\pi$ m são percorridas, respectivamente, por correntes de intensidades $i_1 = 6$ A e $i_2 = 8$ A, conforme mostra o desenho.



Desenho Ilustrativo - Fora de Escala

A intensidade (módulo) do vetor indução magnética no centro das espiras "O" é

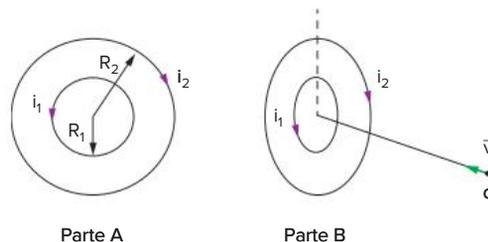
▶ **Dado:** o meio é o vácuo e a permeabilidade magnética do vácuo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A.

- A $2 \cdot 10^{-7}$ T.
- B $3 \cdot 10^{-7}$ T.
- C $6 \cdot 10^{-7}$ T.
- D $8 \cdot 10^{-7}$ T.
- E $9 \cdot 10^{-7}$ T.

52 Unisa Uma bobina chata é formada de 40 espiras circulares de 8,0 cm de raio. Qual a intensidade da corrente que percorre a bobina, quando a intensidade do campo magnético em seu centro é de $6,0 \cdot 10^{-4}$ tesla?

▶ **Dado:** $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m·A⁻¹.

53 Unifei A parte A da figura mostra duas espiras condutoras concêntricas de raios $R_2 = 2R_1$ colocadas no vácuo.



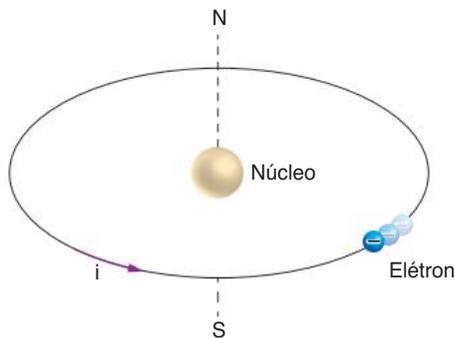
- a) Se a corrente $i_2 = 4i_1$, calcule o vetor indução magnética resultante no centro da espira.
- b) Suponha que uma partícula de carga q incida sobre as espiras conforme indicado na parte B da figura. Qual é a força que irá agir sobre a partícula ao atingir o centro das duas espiras? Desconsidere a força gravitacional.

Texto complementar

Magnetismo do ponto de vista atômico

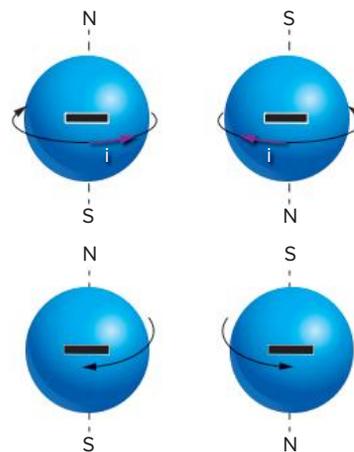
De acordo com a teoria atômica clássica, temos os átomos constituídos de elétrons (cargas negativas), girando em torno dos núcleos constituídos de prótons (cargas positivas).

Cada elétron em sua camada, em movimento circular, comporta-se como se fosse uma espira, pois sendo uma carga em movimento, ele pode ser visto como uma "corrente". Dessa forma, esse movimento circular dos elétrons em suas órbitas gera um campo magnético.



Órbita do elétron.

Além disso, os elétrons apresentam um movimento de rotação em torno de seu próprio eixo, cujo sentido de rotação é denominado *spin*. Esse movimento de rotação também faz aparecer no próprio elétron polos magnéticos.



Elétron: rotação em seu próprio eixo-*spin*.

Conforme visto no seu curso de atomística, dois elétrons emparelhados no mesmo orbital têm *spins* contrários, e, portanto, se dois elétrons estão emparelhados, o efeito magnético destes é nulo.

Porém, se temos elétrons não emparelhados em orbitais, estes farão um efeito magnético não nulo ao átomo.

Dessa forma, podemos dizer que o campo magnético de um átomo surge devido a duas causas:

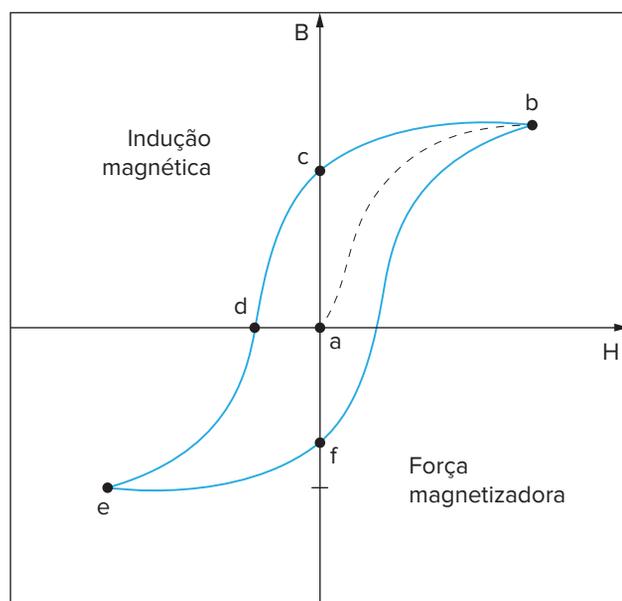
- o movimento dos elétrons em torno dos núcleos, comportando-se como espiras.
- o movimento de rotação *spin* dos elétrons de orbitais não completos.

Esses campos magnéticos gerados pelos movimentos de cargas elétricas no interior do átomo podem orientar-se ao acaso, gerando um campo magnético resultante nulo ou um campo magnético residual. Esses campos magnéticos gerados por esses movimentos de cargas são denominados dipolos magnéticos.

Os materiais, quanto às suas propriedades magnéticas, podem ser classificados em paramagnéticos, ferromagnéticos ou diamagnéticos.

Os materiais paramagnéticos são aqueles que possuem na sua estrutura interior uma magnetização residual permanente, mas distribuída ao acaso. Quando submetidos a um campo externo, alguns dipolos magnéticos alinham-se com o campo magnético externo dando uma pequena contribuição de campo na mesma direção do campo externo aplicado. A contribuição de campo pelos dipolos magnéticos é maior se a temperatura for baixa, diminuindo assim o grau de agitação interna no átomo, ou se o campo magnético externo for muito alto. São exemplos de materiais paramagnéticos: o alumínio, o magnésio e o tungstênio.

Os materiais ferromagnéticos são aqueles que possuem elétrons desemparelhados, apresentando pequenas regiões, denominadas domínios magnéticos, nas quais os dipolos magnéticos estão alinhados, porém, na ausência de um campo externo, a direção de um domínio não depende da direção de outro domínio. Mas, quando um campo magnético externo é aplicado, esses domínios se alinham de tal forma que a contribuição de campo do material ao campo magnético externo é muito grande, de maneira que a magnetização persiste mesmo após o campo magnético externo ser retirado. Esse fenômeno recebe o nome de histerese magnética. Como exemplos de materiais ferromagnéticos, podemos citar o ferro, o cobalto e o níquel puros e as ligas desses elementos entre si.



Curva de histerese magnética.

Na figura anterior, o ponto **a** representa a situação em que o material ferromagnético encontra-se desmagnetizado (representado pelo eixo vertical indução magnética nulo). A partir do momento em que se aplica um campo externo (representado pelo eixo horizontal força magnetizadora), passa a existir uma indução magnética no material, sendo que há um limite a partir do qual há uma saturação, ou seja, a indução magnética não aumenta mais, independente da força magnetizadora, o que pode ser verificado no ponto **b**. Se reduzirmos a força magnetizadora para zero, haverá uma magnetização residual, representada pelo ponto **c**, e a partir daí o processo se repete se invertermos o sentido do campo magnético externo, representado pelos pontos **d**, **e** e **f**.

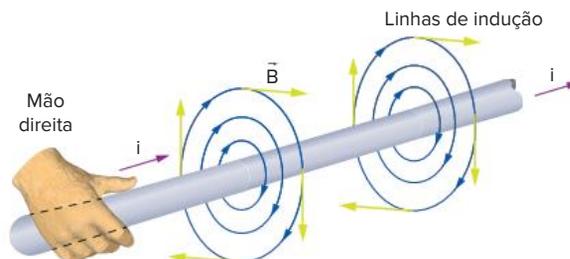
Para os materiais ferromagnéticos, existe uma temperatura acima da qual os materiais perdem a sua imantação. Essa temperatura é chamada **Ponto de Curie**, que para o ferro é de 770 °C.

Os materiais diamagnéticos são aqueles que não possuem elétrons desemparelhados, portanto, sua magnetização residual é sempre nula, pois os dipolos magnéticos se cancelam mutuamente. Assim, na ausência de campo magnético externo, sua magnetização é nula. Ao aplicarmos um campo magnético externo, surge um fraco campo magnético contrário ao campo externo aplicado, que independe da temperatura. Esse efeito pode ser entendido pela lei de Lenz e Faraday que serão estudadas posteriormente. Como exemplos de materiais diamagnéticos, temos os supercondutores, o bismuto e o ouro.

O **vetor indução magnética** pode ser caracterizado por sua direção, sentido e módulo.

Em um campo magnético gerado por **cargas em movimento em um fio retilíneo**, a direção do vetor indução magnética é tangente à linha de indução, concêntrica ao fio.

O sentido de um campo magnético pode ser determinado pela **regra da mão direita**. Nessa regra, o fio é envolvido com a mão direita, com o polegar apontando no sentido convencional da corrente. Os demais dedos apontam o sentido das linhas de indução.



Aplicação da regra da mão direita envolvente.

O módulo do vetor indução magnética depende da intensidade da corrente elétrica i que percorre o fio e da distância entre o fio e o ponto em que o campo é calculado (R). Em um fio retilíneo percorrido por corrente elétrica, o campo magnético pode ser definido como:

$$B = \frac{\mu i}{2\pi R}$$

Em que μ é a permeabilidade magnética, uma grandeza que caracteriza o meio com relação a propriedades magnéticas.

A permeabilidade magnética no vácuo é indicada por μ_0 , definido, no SI, como $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.

Em uma **espira circular**, percorrida por uma corrente circular de intensidade i , o vetor indução magnética tem direção perpendicular ao plano da espira; seu sentido é determinado pela regra da mão direita e o módulo do campo magnético é dado por:

$$B = \frac{\mu i}{2R}$$

A configuração de n espiras justapostas, chamada bobina chata, tem:

$$B = n \cdot \frac{\mu i}{2R}$$

Polos magnéticos podem ser associados a uma espira circular, com polaridade definida conforme o sentido da corrente. Quando a espira é percorrida por uma **corrente no sentido horário**, pela regra da mão direita, as linhas de indução parecem entrar na face da espira, definindo o **polo sul** magnético. Se a corrente que percorre a espira estiver no **sentido anti-horário**, as linhas parecem sair do plano da face, definindo o **polo norte** magnético.

O campo magnético no interior de um solenoide percorrido por corrente i , para pontos não muito próximos aos fios, pode ser considerado uniforme, com linhas de indução praticamente paralelas, na direção do eixo do solenoide. O módulo do campo magnético no interior de um solenoide é proporcional ao número de espiras (n) por unidade de comprimento ℓ .

$$B = \frac{\mu i \cdot n}{\ell}$$

Quer saber mais?



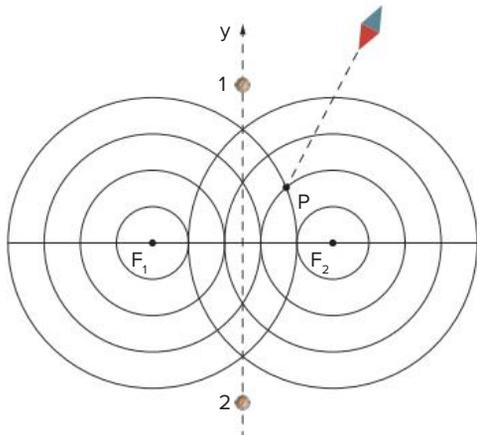
Site

- Lei de Faraday

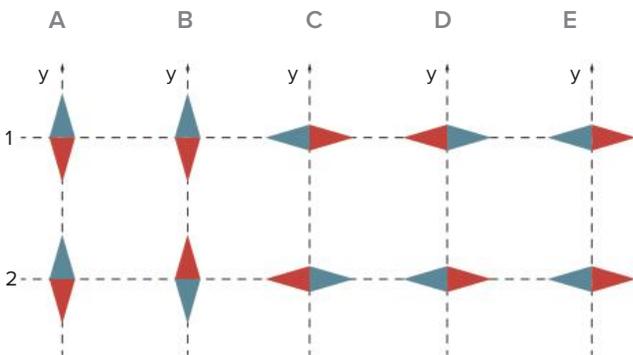
Disponível em: <<https://phet.colorado.edu/pt/simulation/faradays-law>>. Acesso em: 26 set. 2020.

Exercícios complementares

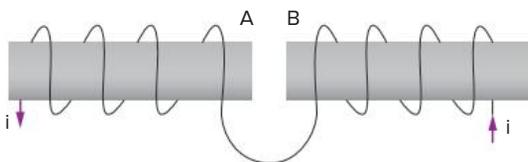
- 1 Fuvest** Uma bússola é colocada sobre uma mesa horizontal, próxima a dois fios compridos, F_1 e F_2 , percorridos por correntes de mesma intensidade. Os fios estão dispostos perpendicularmente à mesa e a atravessam. Quando a bússola é colocada em P, sua agulha aponta na direção indicada. Em seguida, a bússola é colocada na posição 1 e depois na posição 2, ambas equidistantes dos fios.



Nessas posições, a agulha da bússola indicará, respectivamente, as direções:



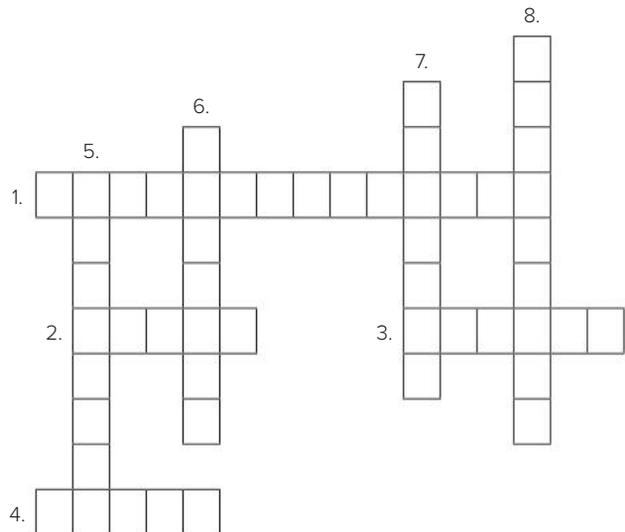
- 2 Unifei 2007** Considere dois solenoides A e B percorridos por uma corrente elétrica cujo sentido é indicado na figura.



Qual é a afirmação verdadeira?

- A A e B se atraem.
- B A extremidade de B mais próxima de A corresponde ao polo norte do solenoide B.
- C A extremidade de A mais próxima de B corresponde ao polo norte do solenoide A.
- D A e B se repelem.

- 3 UFABC** Considere a cruzadinha para responder à questão. Nessa cruzadinha, por erro do desenhista, a figura ficou inadequada para a resolução correta de um de seus itens, identificados de 1 a 8.



1. _____ magnética do meio. Constante física que está presente nas expressões que calculam a intensidade do campo magnético.
2. Unidade do Sistema Internacional atribuída para indicar a intensidade de campo magnético.
3. Processo de eletrização que ocorre ao se pentear o cabelo.
4. Nome do polo ao qual se atribui a condição de fonte de linhas de campo magnético.
5. Campo que, além do gravitacional, é capaz de colocar em movimento uma carga elétrica em repouso.
6. Fenômeno que ocorre quando os polos norte de dois ímãs são aproximados um do outro.
7. Processo que permite carregar eletricamente um corpo, por aproximação de outro previamente eletrizado, sem que haja contato entre eles.
8. Condutor em forma helicoidal capaz de gerar campo magnético, quando percorrido por corrente elétrica, semelhante ao de um ímã em forma de cilindro com os polos em suas bases circulares.

De fato, para a resolução correta da cruzadinha, pedimos aos nossos leitores a gentileza de:

- A acrescentar um quadro na linha 2.
- B acrescentar um quadro na coluna 6.
- C acrescentar três quadros na coluna 7.
- D desconsiderar dois quadros na linha 3.
- E desconsiderar três quadros na coluna 8.

- 4 UEL 2020** No Museu de História Natural de Nova York existe uma exposição sobre a Origem do Sistema Solar, que apresenta planetas e estrelas, os quais exibem características elétricas e magnéticas comuns aos equipamentos eletrônicos de uso cotidiano.



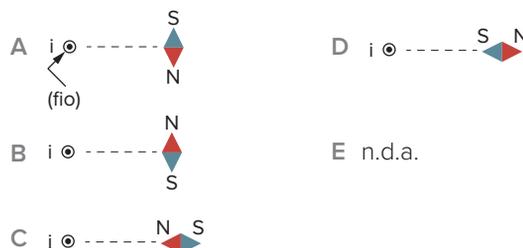
Sobre propriedades elétricas e magnéticas da matéria, atribua (V) verdadeiro ou (F) falso às afirmativas a seguir.

- A Terra se comporta como um grande ímã, onde o polo norte magnético de uma bússola coincide com o polo sul geográfico da Terra.
- Uma carga em movimento cria em torno de si um campo magnético que pode interagir com outra carga, exercendo, nesta última, uma força magnética.
- Se há uma corrente passando por um fio condutor de área A e comprimento L , imerso em um campo magnético \vec{B} (constante), uma força \vec{F} perpendicular ao campo, atuará neste fio fazendo com que as cargas experimentem a força $B \cdot i \cdot L \cdot \sin(\alpha)$.
- As linhas de indução do campo \vec{B} criado por uma corrente i em um fio condutor retilíneo são elipses centradas sobre o condutor.
- Numa espira circular, onde circula uma corrente i , $\|\vec{B}\|$ é diretamente proporcional a $2i$ e inversamente proporcional a r^2 .

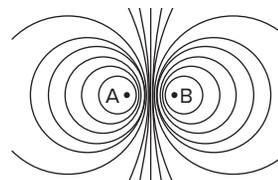
Assinale a alternativa que contém, de cima para baixo, a sequência correta.

- A V, V, V, F, F. D F, V, V, F, F.
 B V, V, F, F, V. E F, F, F, V, V.
 C V, F, V, V, F.

- 5 FEI** Um condutor retilíneo é colocado no plano vertical que contém uma agulha magnética e paralelo a esta. Fazendo-se passar uma corrente pelo condutor do sul para o norte, a agulha sofre um desvio para leste. O condutor foi colocado acima ou abaixo do plano horizontal de suspensão da agulha? Justifique.
- 6 ITA** Coloca-se uma bússola nas proximidades de um fio retilíneo, vertical, muito longo, percorrido por uma corrente elétrica contínua i . A bússola é disposta horizontalmente e assim a agulha imantada pode girar livremente em torno de seu eixo. Nas figuras abaixo, o fio é perpendicular ao plano do papel, com a corrente no sentido indicado (saindo). Assinale a posição de equilíbrio estável da agulha imantada, desprezando o campo magnético terrestre:

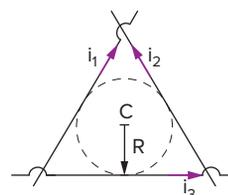


- 7 FCC** A figura dada representa as linhas de indução de um campo magnético, resultante das correntes elétricas que circulam em dois condutores, A e B, retilíneos, paralelos e perpendiculares à página.

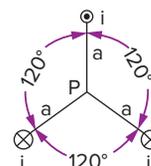


- Qual a alternativa correta?
- A As correntes elétricas têm sentidos opostos.
 B Os condutores se atraem.
 C O campo magnético na região entre os fios é menos intenso do que fora dessa região.
 D Na metade da distância entre os dois fios, o campo magnético é nulo.
 E O campo magnético entre os fios é uniforme.

- 8** Três condutores retos e longos formam o triângulo equilátero da figura sem se tocarem. O círculo no triângulo tem centro C e raio $R = 10$ cm. As correntes nos condutores têm os sentidos indicados e suas intensidades valem $i_1 = i_2 = 10$ A e $i_3 = 5$ A. Determine o vetor indução magnética \vec{B} resultante em C . Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.



- 9 Vunesp** Três fios condutores elétricos paralelos e muito longos são perpendiculares ao papel. A figura mostra um corte transversal do arranjo em que \otimes e \odot indicam, respectivamente, a corrente que entra e que sai em relação à página. A corrente $i = 10$ A é igual para todos os condutores. Sendo $a = 2,0$ cm, calcule o módulo do campo magnético de indução \vec{B} no ponto P e indique seu sentido. Dado: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.



10 O valor da indução magnética no interior de uma bobina em forma de tubo cilíndrico é dado, aproximadamente, por $B = \mu \cdot n \cdot i$, onde μ é a permeabilidade do meio, n o número de espiras por unidade de comprimento e i é a corrente elétrica. Uma bobina deste tipo é construída com um fio fino metálico de raio r , resistividade ρ e comprimento L . O fio é enrolado em torno de uma forma de raio R obtendo-se assim uma bobina cilíndrica de uma única camada, com espiras uma ao lado da outra. A bobina é ligada aos terminais de uma bateria ideal de força eletromotriz igual a V . Nesse caso, pode-se afirmar que o valor de B dentro da bobina é:

- A $\frac{\mu \cdot \pi \cdot r \cdot V}{2 \cdot \rho \cdot L}$
 B $\frac{\mu \cdot \pi \cdot R \cdot V}{2 \cdot \rho \cdot L}$
 C $\frac{\mu \cdot \pi \cdot r^2 \cdot V \cdot L}{2 \cdot \rho}$
 D $\frac{\mu \cdot \pi \cdot r \cdot V}{2 \cdot R^2 \cdot L}$
 E $\frac{\mu \cdot r^2 \cdot V}{2 \cdot R^2 \cdot L}$

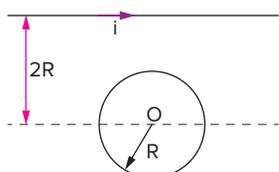
11 UEPG 2019 Considere uma bobina longa, produzida pelo enrolamento de um fio condutor ideal. O comprimento da bobina é L e ela possui N espiras idênticas, igualmente espaçadas. A bobina é conectada a uma bateria ideal, fazendo com que nela circule uma corrente I . Desprezando-se os efeitos de borda, assinale o que for correto.

- 01 O campo magnético no interior da bobina é diretamente proporcional ao seu comprimento.
 02 O fluxo do campo magnético no interior da bobina é inversamente proporcional ao seu número de espiras.
 04 No interior da bobina, o campo magnético pode ser considerado uniforme.
 08 O campo magnético no interior da bobina é paralelo ao eixo geométrico da bobina.
 16 Uma carga elétrica no interior da bobina sempre irá sofrer o efeito de uma força magnética.

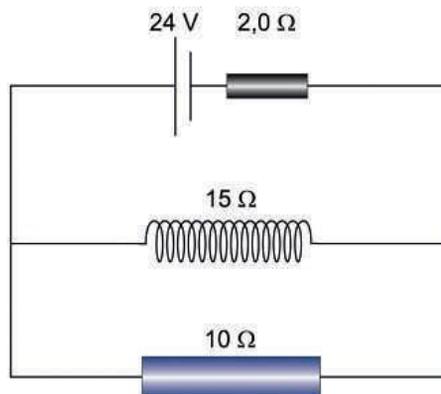
Soma:

12 Fuvest O condutor retilíneo muito longo indicado na figura é percorrido pela corrente i . Determine:

- a) o sentido da corrente i' na espira circular de raio R , a fim de que seja nulo o campo de indução magnética resultante no centro O da mesma.
 b) a relação $\frac{i'}{i}$ nas condições do item anterior.



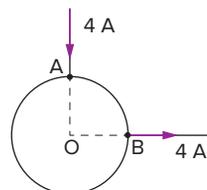
13 FGV 2018 A figura representa um circuito em que consta um gerador de corrente contínua de força eletromotriz 24 V e resistência interna de $2,0 \Omega$. O gerador alimenta uma associação em paralelo de um resistor ôhmico de 10Ω e um solenoide com certos comprimento e número de espiras, com resistência ôhmica de 15Ω .



Se o solenoide for substituído por outro, de comprimento duas vezes maior e com o dobro do número de espiras, mas apresentando a mesma resistência elétrica, o campo magnético no interior do novo solenoide, gerado pela corrente elétrica, terá sua intensidade, em relação ao valor inicial,

- A quadruplicada.
 B duplicada.
 C mantida.
 D reduzida à metade.
 E reduzida à quarta parte.

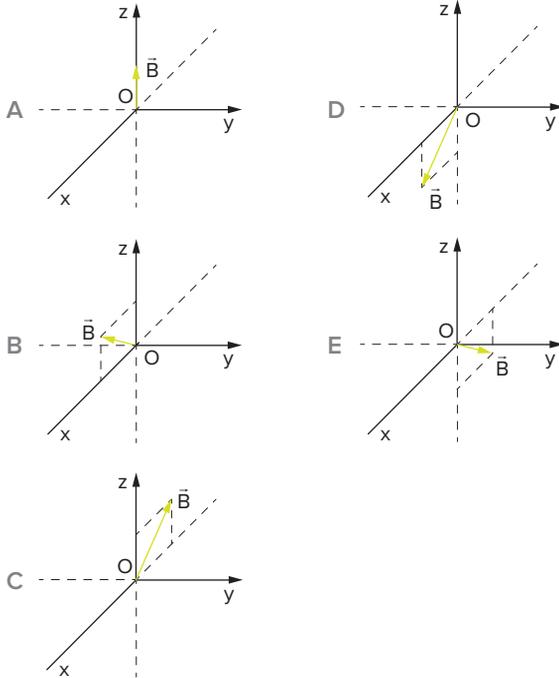
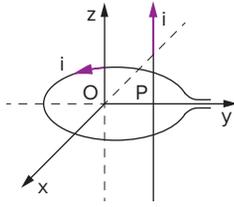
14 Unicamp Um condutor homogêneo de resistência 8Ω tem a forma de uma circunferência. Uma corrente $I = 4A$ chega por um fio retilíneo ao ponto A e sai pelo ponto B por outro fio retilíneo perpendicular, conforme a figura. As resistências dos fios retilíneos podem ser consideradas desprezíveis.



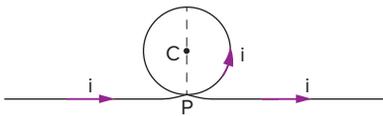
- a) Calcule a intensidade das correntes nos dois arcos de circunferência compreendidos entre A e B.
 b) Calcule o valor da intensidade do campo magnético B no centro O da circunferência.

15 Vunesp A figura representa uma espira condutora por onde circula uma corrente $i = \text{constante}$, no sentido indicado. O plano da espira coincide com o plano xy e o seu centro está na origem de referencial cartesiano. Um fio condutor, retilíneo e muito longo, por onde passa também uma corrente $i = \text{constante}$, é paralelo ao eixo z , furando o plano da espira no ponto P.

Escolha a seguir a opção que melhor representa o vetor indução magnética resultante no ponto O.



- 16 ITA** Um fio condutor é dobrado na forma de uma circunferência de raio R , de modo que não haja contato elétrico no ponto P . O fio encontra-se num meio de permeabilidade magnética μ_0 e através dele circula uma corrente i .

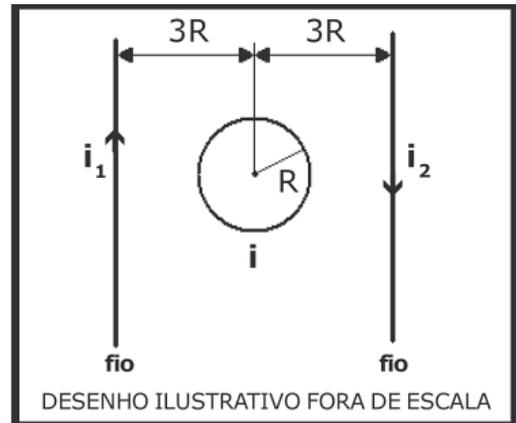


Nessas condições, pode-se afirmar que:

- A o campo de indução magnética no centro C da espira é nulo.
 B o fio retilíneo cria no ponto C um campo entrando na folha de papel cuja intensidade vale: $\frac{\mu_0 i}{2R}$.
 C o campo resultante no ponto C vale $\frac{\mu_0 i}{2R} \cdot \left(1 - \frac{1}{\pi}\right)$ e é perpendicular ao plano da espira.
 D o campo resultante no ponto C vale $\frac{\mu_0 i}{2R} \cdot \left(\frac{1}{\pi} - 1\right)$ e é perpendicular ao plano da espira.
 E o campo magnético resultante no ponto C é a soma dos módulos dos campos de indução magnética devidos ao fio retilíneo e à espira percorridos pela corrente i e vale $\frac{\mu_0 i}{2R} \cdot \left(\frac{1}{\pi} + 1\right)$.

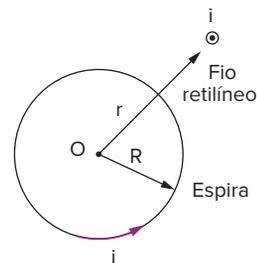
- 17 EsPCEX 2017** Dois fios condutores retilíneos, muito longos e paralelos entre si, são percorridos por correntes elétricas de intensidade distintas, i_1 e i_2 , de sentidos opostos.

Uma espira circular condutora de raio R é colocada entre os dois fios e é percorrida por uma corrente elétrica i . A espira e os fios estão no mesmo plano. O centro da espira dista de $3R$ de cada fio, conforme o desenho abaixo.



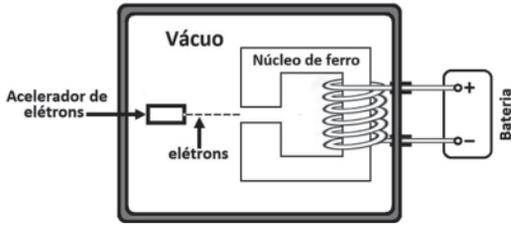
Para que o vetor campo magnético resultante, no centro da espira, seja nulo, a intensidade da corrente elétrica i e seu sentido, tomando como referência o desenho, são respectivamente:

- A $(i_1 + i_2)/3$ e horário
 B $(i_1 - i_2)/3\pi$ e anti-horário
 C $(i_1 - i_2)/3\pi$ e horário
 D $(i_1 + i_2)/3\pi$ e horário
 E $(i_1 + i_2)/3\pi$ e anti-horário
- 18** Consideremos uma espira circular de raio R no plano desta página, e um fio retilíneo e extenso disposto perpendicularmente a esse plano, a uma distância r do centro da espira. Ambos são percorridos por correntes de mesma intensidade i , cujos sentidos estão indicados na figura. A permeabilidade absoluta do meio é μ_0 . Determine, em função de r , R , i , μ_0 e π , o módulo do vetor indução magnética no centro O da espira.



- 19 UFPR 2017** Em uma câmara com vácuo, um acelerador de elétrons emite elétrons, os quais saem do acelerador em movimento retilíneo uniforme com trajetória horizontal. Um dispositivo composto por um núcleo de ferro, um solenoide e uma bateria, conforme mostrada na figura, produz um campo magnético uniforme

de 0,03 T no entreferro do núcleo de ferro. O sistema tem dimensionamento tal que o campo magnético é significativo apenas no entreferro.

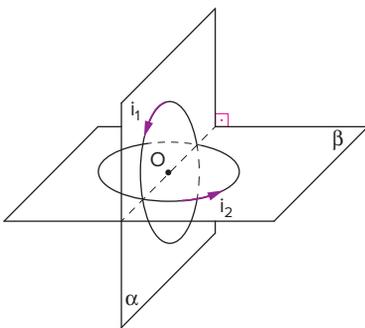


- Represente, no entreferro do núcleo de ferro da figura, as linhas de campo magnético. Justifique a sua resposta.
- Qual o comportamento da trajetória a ser descrita pelos elétrons ao penetrarem no entreferro do núcleo de ferro, inclusive com a indicação do sentido do movimento a ser executado, no início do movimento no entreferro, por ação do campo magnético? Justifique a sua resposta.
- Considerando os valores aproximados, por conveniência de cálculo, para algumas das grandezas físicas mostradas abaixo, determine a aceleração de cada elétron que penetra no entreferro do núcleo de ferro se a velocidade deles, ao iniciar o movimento no entreferro, for de 400 m/s:

$$m_{\text{elétron}} = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$q_{\text{elétron}} = 1,5 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

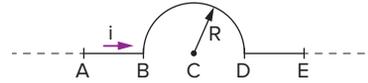
- 20** Duas espiras circulares de mesmo raio, igual a 10 cm, e centros coincidentes são dispostas em planos perpendiculares. Elas são percorridas por correntes elétricas de intensidade $i_1 = 3,0 \text{ A}$ e $i_2 = 4,0 \text{ A}$ e situam-se num meio de permeabilidade absoluta $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$. Determine o módulo do vetor indução magnética no centro O das espiras.



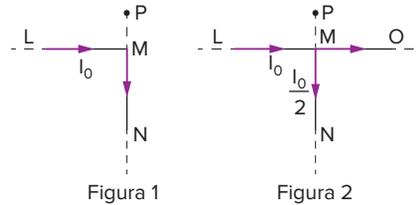
- 21** Uma bobina chata foi construída com n espiras circulares. Entretanto, na construção, foram dadas $\frac{n}{2}$ voltas em um sentido, sendo outras $\frac{n}{2}$ voltas dadas dobrando-se o fio e enrolando-o em sentido contrário. Determine a indução magnética que a bobina cria em seu centro, quando percorrida por uma corrente de intensidade i .

- 22 UFSC** A figura representa um fio infinito, percorrido por uma corrente de 15 A. Sabendo que ambos os

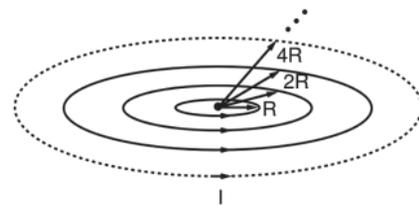
segmentos AB e DE têm comprimento de 0,1 m e que o raio da semicircunferência BD é de $0,05\pi \text{ m}$, determine o valor do campo magnético no ponto C.



- 23 Unicamp** Uma corrente constante I_0 percorre um fio muito longo, LMN, dobrado em ângulo reto (figura 1). Essa corrente produz no ponto P um campo de indução magnética de módulo B_1 . Solda-se em M um outro fio, também muito longo, de modo que LMO seja retilíneo (figura 2). Agora, as correntes constantes que percorrem LM e MN são, respectivamente, I_0 e $\frac{I_0}{2}$ e o campo de indução magnética produzido em P tem módulo B_2 . Obtenha a razão $\frac{B_1}{B_2}$ entre os módulos do campo de indução magnética em P.

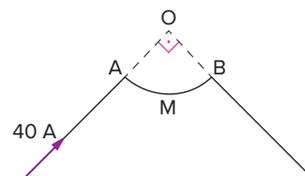


- 24 UPE 2018** Um sistema de espiras circulares concêntricas está disposto em um plano horizontal. Cada espira conduz uma corrente I , que gira no sentido anti-horário, conforme ilustra a figura. O sistema foi montado de forma que os raios das espiras dobram a cada espira colocada. Considerando a permeabilidade magnética do vácuo como igual a μ_0 , determine o campo magnético produzido no centro dessa estrutura quando o número de espiras tende ao infinito.



- A $\mu_0 I/R$ C $\mu_0 I/4R$ E $\mu_0 I/16R$
 B $\mu_0 I/2R$ D $\mu_0 I/8R$

- 25 UFPA** O esquema da figura representa um condutor, no qual o segmento AMB é circular, com centro em O, que transporta uma corrente de 40 A. Tem-se $AO = 2,0 \text{ cm}$ e a permeabilidade do vácuo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$. Qual o valor do campo produzido pela corrente em O?



FRENTE 3**CAPÍTULO****7****Introdução à óptica geométrica**

Quando um corpo se coloca entre uma fonte extensa de luz e um outro corpo, sua sombra é projetada nesse outro corpo, em regiões com ausência de luz e regiões parcialmente iluminadas (penumbra). Quando a Lua intercepta o cone de sombra da Terra, em uma situação em que o Sol, a Terra e a Lua estão exatamente alinhados, ela é parcialmente obscurecida, em regiões de sombra e penumbra, fenômeno conhecido como eclipse lunar. Durante a trajetória da Lua pelo cone de sombra da Terra, em sua órbita ao redor do planeta, pode-se observar o obscurecimento progressivo do astro.

Introdução

Para o estudo da óptica geométrica, que é o estudo macroscópico da luz, deve-se conhecer os conceitos geométricos básicos que se relacionam com a propagação, a reflexão e a refração da luz em superfícies ópticas. Além do estudo da natureza da luz.

Ondas eletromagnéticas

Inicialmente, é necessário que se compreenda o conceito de energia. Como você já estudou em capítulos anteriores, a energia pode apresentar-se sob diferentes formas: energia mecânica, energia térmica, energia elétrica, energia química, energia radiante etc.

O transporte de energia entre dois pontos de um sistema se dá por meio de ondas longitudinais e transversais. Assim, por exemplo, a energia mecânica de uma pedra que atinge a água de um lago é transmitida por toda a superfície desse lago pelas ondas.

No estudo da óptica geométrica, o que nos interessa é um tipo específico de transporte de energia, aquele feito pelas chamadas ondas eletromagnéticas, cujos exemplos mais conhecidos são: ondas de rádio, micro-ondas, raios X, radiações infravermelha, visível e ultravioleta.

Espectro eletromagnético

A diferença entre as ondas eletromagnéticas está nas diferentes frequências (f) com que essas ondas vibram. Assim, ao conjunto de todas as frequências das ondas eletromagnéticas damos o nome de espectro eletromagnético.

Região do espectro	Frequência (Hz)	Comprimento de onda (cm)
Rádio	$< 3 \cdot 10^9$	> 10
Micro-ondas	$3 \cdot 10^9 - 3 \cdot 10^{12}$	$10 - 0,01$
Infravermelho	$3 \cdot 10^{12} - 4,3 \cdot 10^{14}$	$0,01 - 7 \cdot 10^{-5}$
Visível	$4,3 \cdot 10^{14} - 7,5 \cdot 10^{14}$	$7 \cdot 10^{-5} - 4 \cdot 10^{-5}$
Ultravioleta	$7,5 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{17}$	$4 \cdot 10^{-5} - 10^{-7}$
Raios X	$3 \cdot 10^{17} - 3 \cdot 10^{19}$	$10^{-7} - 10^{-9}$
Raios gama	$> 3 \cdot 10^{19}$	$< 10^{-9}$

Tab. 1 Espectro de radiação eletromagnética.

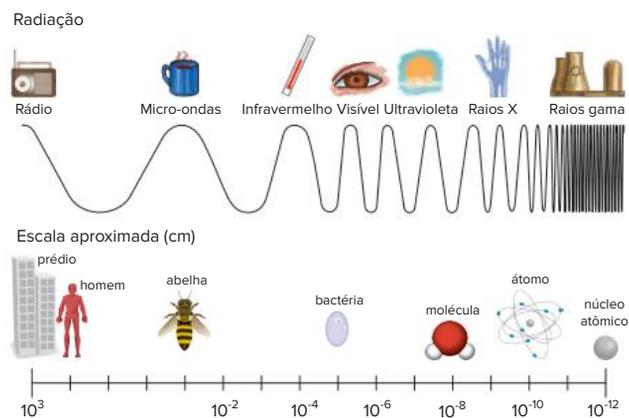


Fig. 1 Espectro eletromagnético.

Passaremos a estudar agora um tipo especial de onda eletromagnética: a luz.

Luz

É a energia que se propaga através de ondas eletromagnéticas cujas frequências sensibilizam nossos olhos.

As frequências dentro da faixa visível do espectro eletromagnético correspondem às diferentes cores com que observamos a luz. Observe, na figura 2, as diferentes cores dentro do espectro visível.

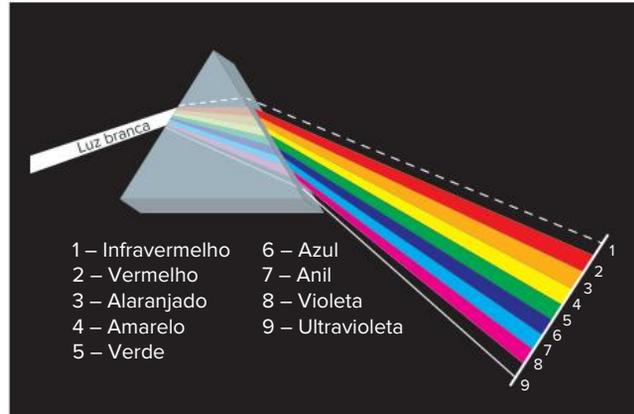


Fig. 2 Decomposição da luz branca e o espectro visível.

A luz de cor violeta corresponde à maior frequência, e a luz de cor vermelha corresponde à menor frequência.

Cor	Frequência média (Hz)	Comprimento de onda médio (nm)
Violeta	$7,4 \cdot 10^{14}$	405
Anil	$6,7 \cdot 10^{14}$	450
Azul	$6,2 \cdot 10^{14}$	485
Verde	$5,7 \cdot 10^{14}$	530
Amarelo	$5,2 \cdot 10^{14}$	580
Alaranjado	$4,8 \cdot 10^{14}$	620
Vermelho	$4,4 \cdot 10^{14}$	745

Tab. 2 Espectro visível.

À luz de uma única frequência dá-se o nome de luz monocromática. Entretanto, podemos obter luzes de outras cores, combinando luzes de diferentes frequências; a essa combinação damos o nome de luz policromática.

Saiba mais

Uma experiência clássica que comprova que a luz branca é policromática é o "Disco de Newton". Para reproduzir a experiência, recorte um disco de papelão e cole sobre ele um disco de papel com setores pintados com as cores do espectro visível. Faça esse disco girar sob uma forte luz branca, inserindo em seu centro um palito ou lápis. Se a proporção das cores estiver correta, o disco ficará branco ao girar; na maioria das vezes, o disco ficará cinza. Será necessário experimentar vários conjuntos de setores coloridos até chegar ao branco. Conjuntos de setores com menos cores podem resultar em branco ou em outras cores. Faça vários discos com pares ou trios de cores diferentes e observe a cor resultante ao girá-lo rapidamente sob luz branca.

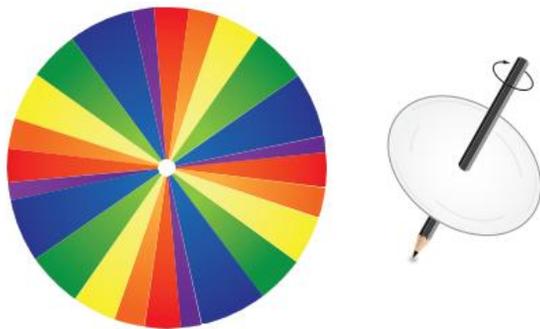


Fig. 3 Disco de Newton.

Velocidade da luz

Antigamente, pensava-se que a luz tinha velocidade infinita, isto é, que ela podia percorrer qualquer distância, por maior que fosse, sem gastar nenhum tempo para isso. Talvez o primeiro a tentar medir a velocidade da luz tenha sido Galileu. Tentou, mas com os meios que dispunha, não conseguiu, porque a luz é rápida demais. No tempo em que você leva para piscar os olhos, ela já foi de Manaus a Porto Alegre. Hoje todo mundo sabe que a velocidade da luz é de, aproximadamente, 300 000 km/s. Como usual, vamos representá-la pela letra **c**.

Atualmente, o valor mais preciso, medido pelo Bureau de Padrões americano, é $c = 299\,792,4586$ km/s.

! Atenção

Ano-luz: é uma unidade de medida de distância. Um ano-luz é a distância percorrida pela luz durante um ano, no vácuo.

Como se sabe: $v = \Delta s / \Delta t$

Logo: $\Delta s = v \cdot \Delta t$

Portanto: $1 \text{ ano-luz} = 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$

Todas as ondas eletromagnéticas possuem a mesma velocidade quando estão se propagando no vácuo. Essa velocidade corresponde à máxima velocidade admitida. Consideramos seu valor igual a:

$$c = 300\,000\,000 \text{ m/s} \Rightarrow c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

ou

$$c = 1080\,000\,000 \text{ km/h} \Rightarrow c = 10,8 \cdot 10^8 \text{ km/h}$$

Nos meios materiais (sólidos, líquidos ou gasosos), a velocidade v das ondas eletromagnéticas é sempre menor do que c e terá valores diferentes para as diferentes frequências. Logo, nos meios materiais:

$$v < c$$

Óptica geométrica

Para iniciarmos o estudo de óptica geométrica, que é a parte da Física que estuda os fenômenos luminosos em sistemas ópticos, tais como associações de espelhos, lentes, prismas, lâminas etc., passaremos a apresentar os conceitos de fonte de luz, raio de luz, pincel de luz e meio de propagação.

Fonte de luz

Para enxergarmos um objeto qualquer, é necessário que a luz proveniente dele atinja nossos olhos. Esse objeto é uma fonte de luz.

Fonte primária de luz

É aquela que produz a luz que emite.

As estrelas e, em particular, o Sol, são exemplos de fonte primária, pois a luz emitida é produzida por reações nucleares que ocorrem em seu interior.

Outros exemplos são:

- ferro incandescente.
- vela acesa.
- lâmpada ligada.

Fonte secundária de luz

É aquela que não produz a luz que emite, mas a retransmite.

A Lua é um exemplo de fonte secundária, pois ela apenas reflete a luz solar.

Outros exemplos são:

- quadro-negro.
- páginas de livro.

Raio de luz

É uma linha orientada que tem origem na fonte de luz e é perpendicular às frentes de luz, superfícies limite entre a região já atingida por uma onda luminosa e a região ainda não atingida.

Os raios de luz representam a direção e o sentido da propagação da luz.

Os raios de luz provenientes de um mesmo ponto com uma pequena abertura constituem um pincel de luz, que pode ser:

- divergente
- convergente
- cilíndrico ou paralelo

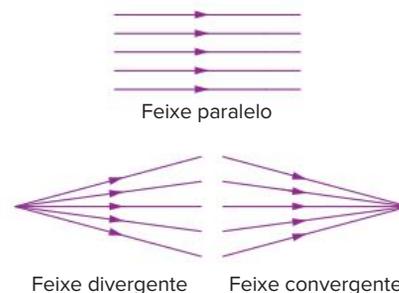


Fig. 4 Feixes de luz.

Meios de propagação

Quanto à propagação da luz, os meios são classificados em:

- **Transparente:** permite, através de si, a visualização nítida dos objetos, pois neles a luz se propaga em trajetórias definidas e praticamente sem perda de intensidade. Exemplos: vácuo, ar, vidro liso comum, fina camada de água etc.

- **Translúcido:** permite a visualização dos objetos, mas não nitidamente. Nesse meio, as trajetórias da luz não são definidas, assumindo formas imprevisíveis, e há considerável perda de intensidade luminosa. Exemplos: vidro fosco, papel vegetal, neblina etc.
- **Opaco:** não permite a propagação da luz. Exemplos: madeira, metal, tijolo, papelão grosso etc.

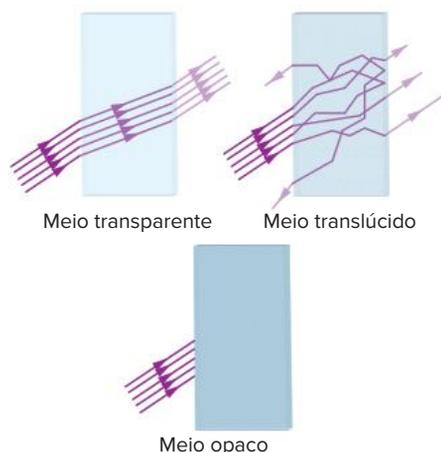


Fig. 5 Meios de propagação.

Princípios da óptica geométrica

A óptica geométrica, como toda a Física, é baseada em princípios. São eles:

Princípio da propagação retilínea da luz

Nos meios transparentes e homogêneos, a luz se propaga em linha reta.

Observação: Um meio é homogêneo quando todas as porções dele possuem as mesmas propriedades, tais como composição química, densidade, temperatura etc.

Constatamos a validade desse princípio observando, por exemplo, a trajetória retilínea da luz que penetra em uma sala através de uma fresta da janela. Nesse caso, o ar contido na sala é transparente e homogêneo.

Princípio da independência dos raios de luz

As trajetórias dos raios de luz são independentes entre si.

Assim, se dois raios de luz, A e B, interceptam-se, eles prosseguirão em suas próprias trajetórias.

Podemos verificar o princípio da independência quando observamos pessoas iluminadas individualmente por holofotes.

Princípio da reversibilidade dos raios de luz

A trajetória de um raio de luz independe de seu sentido.

Se um raio de luz parte de um ponto A para atingir um ponto B, seguindo uma determinada trajetória, então, para partir de B e atingir A, deverá seguir a mesma trajetória.

Com base nesse princípio, podemos afirmar que, se estamos enxergando os olhos de uma pessoa através de

um espelho, essa pessoa tem a mesma possibilidade de nos enxergar através dele.

Aplicações dos princípios da óptica

Sombra

Em óptica, denomina-se sombra uma região desprovida de raios de luz, produzida pela interposição de um corpo opaco entre uma fonte de luz e um anteparo. A sombra é consequência da propagação retilínea da luz. A figura a seguir representa uma fonte puntiforme de luz F_P , um corpo opaco O e um anteparo A.

Observação: Fonte puntiforme é uma fonte que possui dimensões desprezíveis em relação às demais dimensões envolvidas no estudo, como a distância percorrida pela luz no experimento ou as dimensões do corpo opaco.

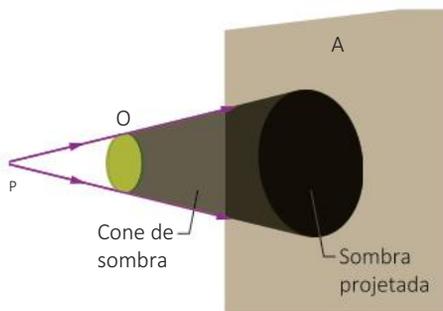


Fig. 6 Sombra projetada.

Observe a formação da sombra do corpo opaco O no anteparo A. A sombra é uma região com ausência de raios de luz.

O princípio da propagação retilínea da luz é comprovado pelo fato de a sombra projetada ter a mesma forma do corpo opaco. Assim, se o corpo opaco O é circular, a sua sombra projetada no anteparo A também será circular.

Para obtermos geometricamente a sombra projetada, basta traçarmos raios de luz que tangenciem a periferia do corpo opaco O, partindo da fonte de luz F_P até o anteparo A.

Sombra e penumbra

Para uma fonte não pontual, ou extensa, além da sombra do corpo opaco, observa-se uma região de contorno parcialmente atingida por raios de luz. Na figura a seguir, em vez da fonte puntiforme de luz F_P , considere uma fonte extensa de luz F_E .

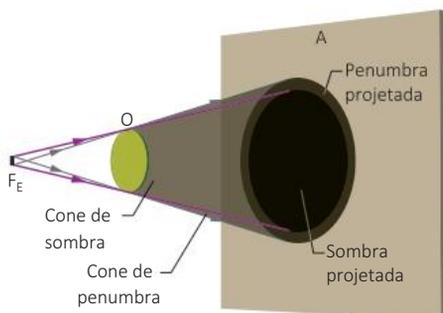


Fig. 7 Penumbra e sombra projetadas.

Observação: Uma fonte de luz é considerada extensa quando o seu tamanho não é desprezível em relação às outras dimensões envolvidas.

Veja que, além da sombra projetada no anteparo, obtemos também a formação de penumbra, que corresponde a uma região parcialmente iluminada. É importante salientar que a penumbra projetada, representada na figura 7, tem intensidade luminosa que cresce à medida que essa penumbra se afasta da sombra e se aproxima da região iluminada.

Para obtermos geometricamente a sombra e a penumbra projetadas no anteparo A, traçamos raios de luz, a partir das extremidades da fonte extensa de luz F_E , que tangenciam o limite do corpo opaco O.

Eclipse

Os princípios da óptica geométrica podem ser observados em fenômenos como eclipses. O eclipse é o desaparecimento ou interceptação total ou parcial de um astro pela colocação de outro entre ele e o observador ou entre o astro iluminante e o iluminado. Esse astro pode ser chamado de objeto celeste, ou seja, qualquer objeto, de qualquer tamanho, que esteja fora da atmosfera terrestre.

Como no nosso sistema a única estrela é o Sol, apenas ele é uma fonte primária de luz, conseqüentemente, todos os planetas e satélites formam um cone de sombra.

Quando a Lua penetra, total ou parcialmente, no cone de sombra da Terra, temos um eclipse total ou parcial da Lua.

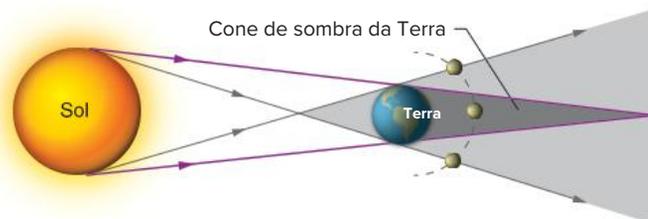


Fig. 8 Eclipse da Lua – esquema simplificado.

Quando a Terra intercepta o cone de sombra da Lua, temos um eclipse total ou parcial do Sol, dependendo da região do observador na Terra.

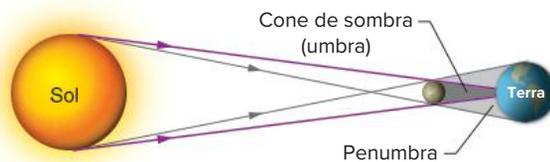


Fig. 9 Eclipse do Sol – esquema simplificado.

Observe, na figura a seguir, a percepção de um eclipse do Sol em diferentes regiões do planeta.

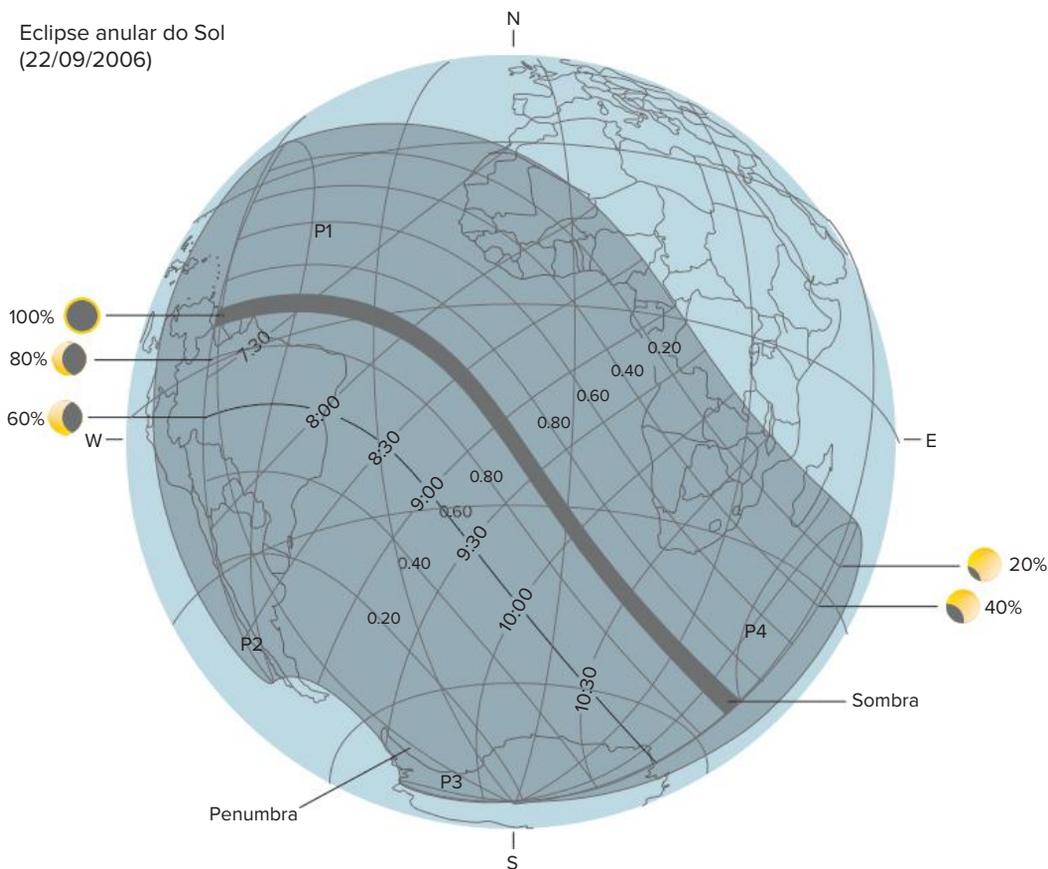


Fig. 10 Visibilidade de um eclipse solar.

Câmara escura de orifício

A câmara escura de orifício evidencia o princípio da propagação retilínea da luz e constitui a base de funcionamento das máquinas fotográficas.

Coloquemos um objeto luminoso, de extremidades A e B, diante de uma câmara de paredes opacas dotada de um pequeno orifício O. Raios de luz emitidos pelo objeto atravessarão o orifício O e se projetarão no fundo da câmara, produzindo uma figura de extremidades A'B', semelhante ao objeto AB, conforme a figura 11.

A figura A'B' é chamada de **imagem** e está em uma posição invertida em relação ao objeto AB.

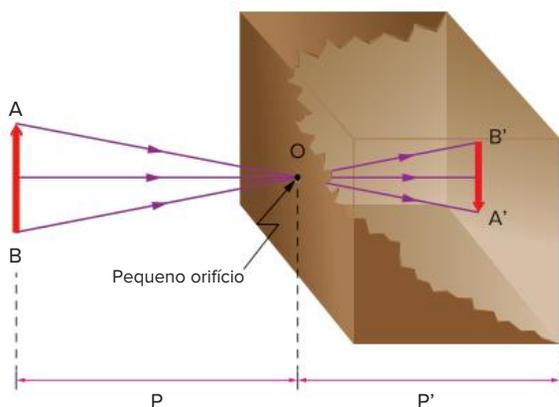


Fig. 11 Câmara escura de orifício.

Da figura 11, obtemos $\Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{P}{P'}$

Saiba mais

Ângulo visual

O ângulo visual, pelo qual se observa um objeto, é delimitado pelos raios de luz provenientes das extremidades do objeto e que atingem os olhos do observador.

Percebemos facilmente que, quanto maior for a distância entre o observador e o objeto, menor será o ângulo visual.

O menor ângulo visual pelo qual a visão humana ainda percebe dois pontos distintos (limite de acuidade visual) é da ordem de um minuto de arco ($1^\circ/60$).

É por isso que temos um limite de visão a longas distâncias. A partir de uma certa distância, fica impossível distinguir dois pontos. Lembre-se do teste que fazemos em uma consulta oftalmológica.

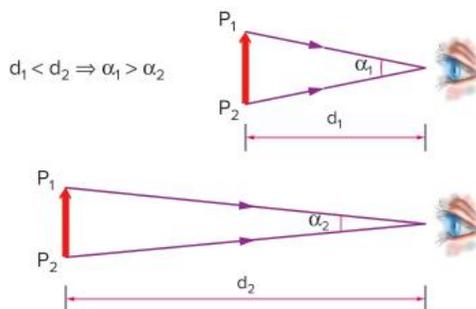


Fig. 12 Ângulo visual.

Revisando

- Um edifício de altura H projeta no solo uma sombra de 20 m. No mesmo instante, uma pessoa toma uma haste vertical de 0,20 m e nota que sua sombra mede 0,40 m. Qual é a altura H do edifício?
- O esquema a seguir representa o corte de uma câmara escura de orifício, diante do qual existe um corpo luminoso AB de 40 cm de comprimento.

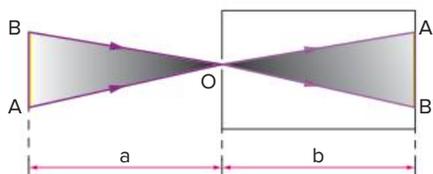


Figura fora de escala

Considerando $a = 100$ cm e $b = 20$ cm, calcule o comprimento da figura A'B' projetada no fundo da câmara.

- 3 Define-se um ano-luz como sendo a distância percorrida por um sinal luminoso no vácuo durante um ano terrestre. Sabendo que no vácuo a luz viaja com velocidade de $3,00 \cdot 10^5$ km/s, calcule, em metros, o comprimento equivalente a um ano-luz.

Exercícios propostos

- 1 UEM Assinale a alternativa **incorreta**.

- A A luz visível é uma forma de radiação eletromagnética.
- B A frequência de uma radiação aumenta à medida que se aumenta o seu comprimento de onda.
- C A energia de uma radiação aumenta conforme se aumenta a frequência.
- D A radiação chamada de “visível” possui comprimento de onda menor do que a radiação emitida por emissoras de rádio.
- E A radiação gama, produzida em reações nucleares, possui frequência maior do que a radiação infravermelha.

- 2 Das alternativas seguintes, aponte aquela que traz exclusivamente fontes luminosas primárias.

- A Lanterna acesa, espelho plano, vela apagada.
- B Olho de gato, Lua, palito de fósforo aceso.
- C Lâmpada acesa, arco voltaico, vaga-lume aceso.
- D Planeta Marte, fio aquecido ao rubro, parede de cor clara.

- E Vídeo de uma TV em funcionamento, Sol, lâmpada apagada.

- 3 Admita que, a partir de determinado instante, o Sol deixe de emanar energia, isto é, o Sol se “apague”. Quanto tempo após o referido instante esse fato seria registrado na Terra?

Considere: distância do Sol à Terra = $1,5 \cdot 10^8$ km; velocidade da luz no vácuo = $3 \cdot 10^8$ m/s.

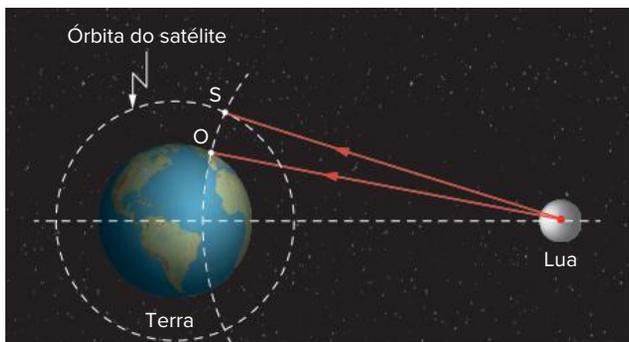
- 4 Considere a seguinte citação:

“Quando contemplamos o céu numa noite de tempo bom, recebemos das estrelas um relato do passado.”

Utilizando argumentos científicos, comente o pensamento do autor.

- 5 Com seu telescópio, um astrônomo visa a Lua para observar a decolagem de um módulo lunar. Ao mesmo tempo, seu assistente observa o fenômeno pela televisão, que faz uma transmissão via satélite. No instante da decolagem, o satélite S e o observatório O (onde estão o astrônomo e seu assistente) acham-se sobre uma mesma circunferência, que tem centro na Lua, conforme mostra o esquema a seguir.

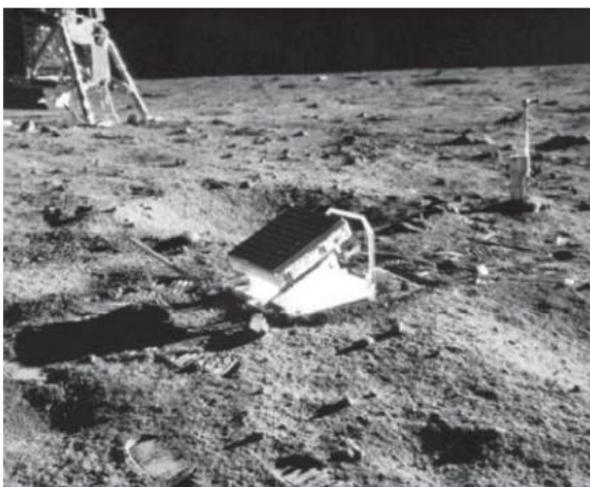
A distância OS vale $6,0 \cdot 10^4$ km.



O astrônomo e seu assistente cronometram o instante em que aparecem as chamas do foguete do módulo lunar. Adotando-se, para as ondas eletromagnéticas, a velocidade $3,0 \cdot 10^8$ m/s (no vácuo e na atmosfera terrestre), pode-se afirmar que o assistente vê o fenômeno:

- A no mesmo instante que o astrônomo.
- B 0,20 s antes do astrônomo.
- C 0,20 s após o astrônomo.
- D 2,0 s antes do astrônomo.
- E 2,0 s após o astrônomo.

6 UFBA As comemorações dos 40 anos da chegada do homem à Lua trouxeram à baila o grande número de céticos que não acreditam nessa conquista humana. Em um programa televisivo, um cientista informou que foram deixados na Lua espelhos refletores para que, da Terra, a medida da distância Terra-Lua pudesse ser realizada periodicamente e com boa precisão, pela medida do intervalo de tempo ΔT que um feixe de *laser* percorre o caminho de ida e volta.



Um grupo acompanhou uma medida realizada por um cientista, na qual $\Delta T = 2,5$ s. Considerando que a velocidade da luz, no vácuo, é igual a $3 \cdot 10^8$ m/s e desprezando os efeitos da rotação da Terra, calcule a distância Terra-Lua.

- 7** A velocidade de propagação das ondas luminosas:
- A é infinitamente grande.
 - B é máxima no ar.
 - C é maior na água do que no vácuo.
 - D vale 300 000 km/s no vidro.
 - E vale $3,00 \cdot 10^{10}$ cm/s no vácuo.

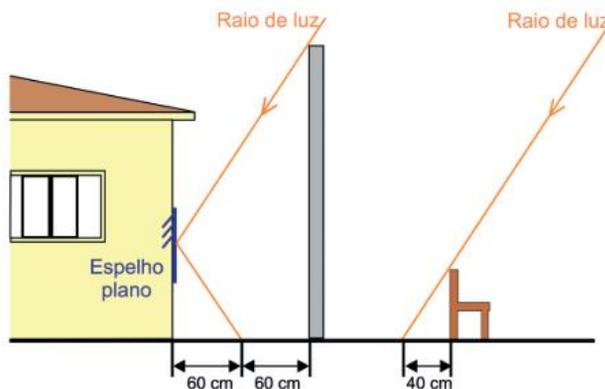
8 EEAR 2017 Associe corretamente os princípios da óptica geométrica, com suas respectivas definições, constantes abaixo.

- I. Princípio da propagação retilínea da luz.
 - II. Princípio da independência dos raios de luz.
 - III. Princípio da reversibilidade dos raios de luz.
- Num meio homogêneo a luz se propaga em linha reta.
 - A trajetória ou caminho de um raio não depende do sentido da propagação.
 - Os raios de luz se propagam independentemente dos demais.

Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta para o preenchimento das lacunas acima.

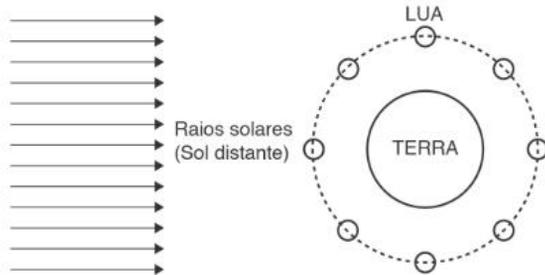
- A I, II e III.
- B II, I e III.
- C III, II e I.
- D I, III e II.

9 Famema 2019 Tomando como referência a sombra gerada por uma cadeira de 60 cm de altura, uma pessoa decidiu determinar a altura de um muro construído próximo à lateral de sua casa por meio de métodos geométricos. A casa, o muro e a cadeira estavam sobre o mesmo chão horizontal e, como não era possível obter uma sombra completa do muro, a pessoa providenciou um espelho plano que prendeu paralelamente à lateral da casa, como mostra a figura, que representa os resultados obtidos em um mesmo instante.



- A pessoa concluiu que o muro tinha uma altura de
- A 2,1 m.
 - B 3,2 m.
 - C 3,0 m.
 - D 2,4 m.
 - E 2,7 m.

- 10 Enem 2019** A figura mostra, de forma esquemática, uma representação comum em diversos livros e textos sobre eclipses. Apenas analisando essa figura, um estudante pode concluir que os eclipses podem ocorrer duas vezes a cada volta completa da Lua em torno da Terra. Apesar de a figura levar a essa percepção, algumas informações adicionais são necessárias para se concluir que nem o eclipse solar, nem o lunar ocorrem com tal periodicidade.



A periodicidade dos eclipses ser diferente da possível percepção do estudante ocorre em razão de

- A eclipses noturnos serem imperceptíveis da Terra.
 B planos das órbitas da Terra e da Lua serem diferentes.
 C distância entre a Terra e a Lua variar ao longo da órbita.
 D eclipses serem visíveis apenas em parte da superfície da Terra.
 E o Sol ser uma fonte de luz extensa comparado ao tamanho da Lua.
- 11** Em um eclipse total da Lua, a posição relativa dos três astros, Sol, Lua e Terra, é a seguinte:
- A o Sol entre a Lua e a Terra.
 B a Lua entre o Sol e a Terra.
 C a Terra entre o Sol e a Lua.
 D a Terra e a Lua à esquerda do Sol.
 E é impossível a ocorrência de um eclipse total da Lua.

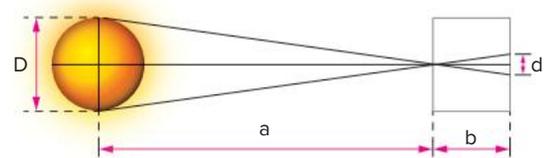
- 12 CPS 2020** SOHO, abreviação de Solar & Heliospheric Observatory, é uma sonda que orbita o Sol e coleta informações de nossa estrela utilizando vários instrumentos. Um deles registra o comportamento da coroa

solar e, para isso, conta com um pequeno disco opaco que fica estrategicamente posicionado à frente da câmera, ocultando a visão do disco solar.

Esse instrumento simula o que acontece quando, devidamente protegidos, estamos observando, daqui da Terra, o Sol no momento em que ocorre um eclipse

- A lunar total, com a Lua se interpondo entre a Terra e o Sol.
 B lunar parcial, com a Terra se interpondo entre a Lua e o Sol.
 C solar total, com a Lua se interpondo entre a Terra e o Sol.
 D solar total, com a Terra se interpondo entre a Lua e o Sol.
 E solar parcial, com a Lua se interpondo entre a Terra e o Sol.

- 13 Fatec** Mediante uma câmara escura de orifício, obtém-se uma imagem do Sol, conforme o esquema a seguir.



Dados: distância Sol-Terra: $a = 1,5 \cdot 10^{11}$ m; distância do orifício ao anteparo: $b = 1,0$ m; diâmetro da imagem: $d = 9,0$ mm.

Para o diâmetro D do Sol, resulta, aproximadamente:

- A $1,7 \cdot 10^{10}$ m D $1,4 \cdot 10^{12}$ m
 B $1,4 \cdot 10^9$ m E n.d.a.
 C $1,7 \cdot 10^{10}$ m

- 14 IFBA 2018** Um objeto luminoso e linear é colocado a 20 cm do orifício de uma câmara escura, obtendo-se em sua parede do fundo uma figura projetada de 8 cm de comprimento. O objeto é, então, afastado, sendo colocado a 80 cm do orifício da câmara. O comprimento da nova figura projetada na parede do fundo da câmara é:

- A 32 cm D 4 cm
 B 16 cm E 10 cm
 C 2 cm

Textos complementares

Como Newton explicou a separação das cores da luz do Sol

Em 1665, quando Isaac Newton tinha 23 anos, a peste se espalhou pela Europa. Para fugir do contágio na cidade grande, Newton passou um ano e meio no campo, na casa de sua mãe. Durante essas férias forçadas, dedicou-se aos estudos, que publicou vários anos depois.

Aqui vamos relatar seus estudos sobre a luz e as cores. Newton dispunha

apenas de alguns prismas, lentes e da luz do Sol. Fazendo um pequeno furo em uma parede, obteve um feixe estreito de luz que fez incidir sobre um prisma. A luz, depois de passar pelo prisma, projetava sobre a parede oposta uma mancha alongada, com as cores distribuídas do vermelho ao violeta.

“Foi muito agradável”, escreveu ele, “observar as cores vivas e intensas, mas logo tratei de examiná-las com cuidado”. De cara, ele chegou à ideia de que a luz branca do Sol é composta de luzes de todas as cores visíveis.



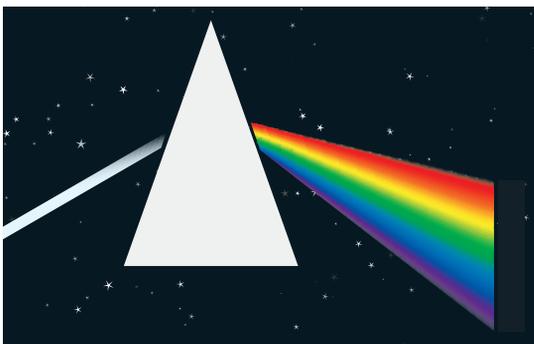
Apic/Getty Images

Gravura retratando o experimento da decomposição da luz branca feito por Sir Isaac Newton (1642-1727).

O que o prisma faz é, simplesmente, separar essas componentes. A componente violeta é a mais desviada, e a vermelha, a menos desviada. As outras têm desvios intermediários.

Para testar essa ideia, Newton fez a luz espalhada pelo prisma incidir sobre outro prisma, colocado na posição invertida. Bingo! O segundo prisma juntou de novo as luzes componentes, e a luz branca ressurgiu do outro lado.

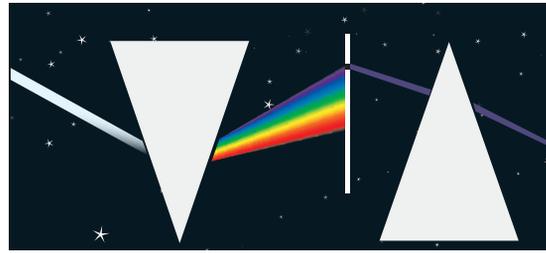
Para ter certeza de sua interpretação, Newton fez uma experiência crucial: incidiu a luz dispersada sobre um cartão com um pequeno furo. Ajustando a posição do furo, deixou passar só uma componente (a violeta, por exemplo). Fez esse feixe incidir sobre o segundo prisma e não observou nenhuma decomposição a mais. O feixe se desviava, mas continuava da mesma cor. Com essas e outras observações, Newton demonstrou que a luz branca do Sol é uma mistura de luzes com as cores visíveis. Cada cor sofre um desvio diferente pelo prisma. Tecnicamente, dizemos que a luz violeta é mais refringente que a vermelha, pois se desvia mais. Ou, em outros termos, o índice de refração da componente violeta é maior que o índice de refração da componente vermelha. Durante toda a sua vida, Newton acreditou que a luz era feita de partículas emitidas pelos corpos luminosos.



Dispersão da luz branca do Sol



Recombinação da luz dispersada



A luz violeta não se dispersa

Dispersão da luz.

Cores diferentes corresponderiam a partículas diferentes. No ar, todas as partículas teriam a mesma velocidade, mas, entrando no prisma de vidro, a velocidade seria diferente para cada cor. Isso causaria o desvio diferente das componentes da luz. Outros cientistas, como Christiaan Huygens, diziam que a luz era formada de ondas, cada cor tendo um comprimento de onda diferente. Hoje sabemos que a luz apresenta um comportamento dual, com características de ondas e partículas, que podem ser observadas em diferentes fenômenos.

Óptica e a atmosfera terrestre

Por que o céu é azul?

A resposta está em como os raios solares interagem com a atmosfera. Quando a luz passa através de um prisma, o espectro é quebrado em um arco-íris. Nossa atmosfera faz o mesmo papel, atuando como uma espécie de prisma em que os raios solares colidem com as moléculas e são responsáveis pela dispersão do azul.

Quando olhamos a cor de algo, é porque esse “algo” refletiu ou dispersou a luz de uma determinada cor associada a um comprimento de onda. Uma folha verde utiliza todas as cores para fazer a fotossíntese, menos a verde, porque esta foi refletida. Devido ao seu pequeno tamanho e estrutura, as minúsculas moléculas da atmosfera difundem melhor as ondas com pequenos comprimentos de onda, tais como o azul e o violeta. As moléculas estão espalhadas por toda a atmosfera, de modo que a luz azul dispersada chega aos nossos olhos com facilidade.

A luz vermelha, que não é dispersa e sim transmitida, continua em sua direção original, então, quando olhamos para o céu, é a luz azul que vemos, porque é a que foi mais dispersa pelas moléculas em todas as direções.

Luz violeta tem comprimento de onda menor que luz azul, portanto, dispersa-se mais na atmosfera que o azul. Por que então não vemos o céu violeta? Porque não há luz violeta suficiente. O Sol produz muito mais luz azul que violeta.

Quando o céu está com cerração, névoa ou poluição, há partículas de tamanho grande que dispersam igualmente todos os comprimentos de ondas, logo, o céu tende ao branco pela mistura de cores. Isso é mais comum na linha do horizonte.

No vácuo do espaço extraterrestre, onde não há atmosfera, os raios solares não são dispersos, logo, eles percorrem uma linha reta do Sol até o observador. Em virtude disso, os astronautas veem um céu negro. Em Júpiter, o céu também é azul porque ocorre o mesmo tipo de dispersão do azul na atmosfera do planeta, como na Terra. Em Marte, porém, o céu é cor-de-rosa, já que há excessivas partículas de poeira na atmosfera marciana por causa da presença de óxidos de ferro originários do solo. Se a atmosfera de Marte fosse limpa da poeira, ela seria azul, porém um azul mais escuro, já que a atmosfera de Marte é muito mais rarefeita.

Por que o pôr do sol e a alvorada são vermelhos?



Turazgulidadi/Wikimedia Commons

Pôr do sol.

Quando o Sol está no horizonte, a luz percorre, através da atmosfera, um caminho muito maior para chegar aos nossos olhos do que quando está sobre nossas cabeças. A luz azul nesse caminho foi

toda dispersada: a atmosfera atua como um filtro, e pouca luz azul chega até nós; enquanto a luz vermelha, que não é dispersada e sim transmitida, alcança nossos olhos com facilidade. Nessa hora, a luz branca está sem o azul. Durante a dispersão da luz nas moléculas, ocorre o fenômeno de interferência destrutiva, em que a onda principal se subdivide em várias outras de menor intensidade e em todas as direções, porém mantendo a energia total conservada. O efeito disso é que a luz azul do Sol, que vinha em linha reta, passa a ir em todas as direções. Ao meio-dia, todas as direções estão próximas de nós, mas, ao entardecer, a dispersão leva para longe do nosso campo de visão o azul, já que a luz solar percorre uma longa trajetória na atmosfera da Terra até chegar aos nossos olhos. Além disso, o vermelho e o laranja tornam-se muito mais vívidos no crepúsculo quando há poeira ou fumaça no ar, provocadas por incêndios, tempestades de poeira e vulcões. Isso ocorre porque essas partículas maiores também provocam dispersão com a luz de comprimento de onda próxima, no caso, o vermelho e o laranja.

Por que as nuvens são brancas?

Nas nuvens, existem partículas (gotas de água) de tamanhos muito maiores que o comprimento de onda da luz, ocorrendo dispersão generalizada em todo o espectro visível, e iguais quantidades de azul, verde e vermelho se juntam formando o branco. Pelo mesmo fenômeno, temos a espuma de sabão, o *chantilly* etc.

Resumindo

Velocidade da luz em meios materiais é sempre menor que a velocidade da luz no vácuo: $v < c$

A velocidade da luz no vácuo: $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s

Fonte de luz { Primária – luminosa
Secundária – iluminada

Raio de luz { Divergente
Convergente
Paralelo ou cilíndrico

Meio de propagação da luz { Transparente
Translúcido
Opaco

Princípios da óptica geométrica:

- **Princípio da propagação retilínea da luz**
Nos meios transparentes e homogêneos, a luz se propaga em linha reta.
- **Princípio da independência dos raios de luz**
As trajetórias dos raios de luz são independentes entre si.
- **Princípio da reversibilidade dos raios de luz**
A trajetória de um raio de luz independe de seu sentido.

Quer saber mais?



Sites

- Luz e cores
Disponível em: <www.if.usp.br/gref/optica/optica2.pdf>. Acesso em: 26 set. 2020.
- História da fotografia
Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1264/8/CT_PPGFCET_M_Silva%2C%20Milene%20Dutra%20da_2015_6.pdf>. Acesso em: 26 set. 2020.
- Construção de uma câmera *pinhole*
Disponível em: <www.eba.ufmg.br/cfalieri/pinhole.html>. Acesso em: 26 set. 2020.
- Eclipse tripla em Júpiter (em inglês)
Disponível em: <<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/solar/jupec.html>>. Acesso em: 26 set. 2020.

Exercícios complementares

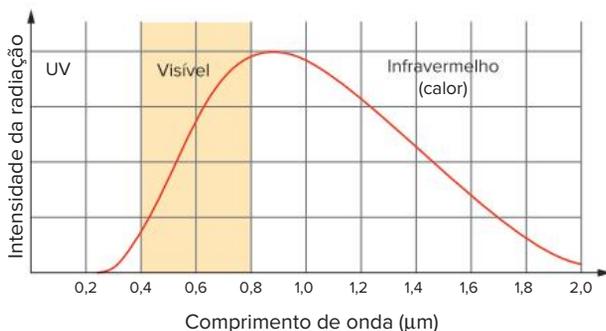
- 1 Enem 2019** Os olhos humanos normalmente têm três tipos de cones responsáveis pela percepção das cores: um tipo para tons vermelhos, um para tons azuis e outro para tons verdes. As diversas cores que enxergamos são o resultado da percepção das cores básicas, como indica a figura.



A protanopia é um tipo de daltonismo em que há diminuição ou ausência de receptores da cor vermelha. Considere um teste com dois voluntários: uma pessoa com visão normal e outra com caso severo de protanopia. Nesse teste, eles devem escrever a cor dos cartões que lhes são mostrados. São utilizadas as cores indicadas na figura.

Para qual cartão os dois voluntários identificarão a mesma cor?

- A Vermelho.
B Magenta.
C Amarelo.
D Branco.
E Azul.
- 2 Enem** A passagem de uma quantidade adequada de corrente elétrica pelo filamento de uma lâmpada deixa-o incandescente, produzindo luz. O gráfico a seguir mostra como a intensidade da luz emitida pela lâmpada está distribuída no espectro eletromagnético, estendendo-se desde a região do ultravioleta (UV) até a região do infravermelho.



A eficiência luminosa de uma lâmpada pode ser definida como a razão entre a quantidade de energia emitida na forma de luz visível e a quantidade total de energia gasta para o seu funcionamento. Admitindo-se que essas duas quantidades possam ser estimadas, respectivamente, pela área abaixo da parte da curva

correspondente à faixa de luz visível e pela área abaixo de toda a curva, a eficiência luminosa dessa lâmpada seria de, aproximadamente:

- A 10%
B 15%
C 25%
D 50%
E 75%
- 3 Udesc 2015** Com relação aos fenômenos da reflexão e da refração da luz branca, analise as proposições.
- A transparência dos vidros é explicada pelos fenômenos de refração e reflexão.
 - A dispersão da luz branca em um prisma de vidro é devida à reflexão na face de incidência do prisma.
 - A luz branca dispersa em um prisma é composta somente pelas cores primárias vermelho, verde e azul.
- Assinale a alternativa correta.
- A Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
B Somente a afirmativa I é verdadeira.
C Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
D Somente a afirmativa III é verdadeira.
E Todas as afirmativas são verdadeiras.
- 4 Fuvest** Uma estrela emite radiação que percorre a distância de 1 bilhão de anos-luz, até chegar à Terra e ser captada por um telescópio. Isso quer dizer que:
- A a estrela está a 1 bilhão de quilômetros da Terra.
B daqui a 1 bilhão de anos, a radiação da estrela não será mais observada na Terra.
C a radiação recebida hoje na Terra foi emitida pela estrela há 1 bilhão de anos.
D hoje, a estrela está a 1 bilhão de anos-luz da Terra.
E quando a radiação foi emitida pela estrela, ela tinha a idade de 1 bilhão de anos.

- 5 Uerj** Admita que, em um determinado lago, a cada 40 cm de profundidade, a intensidade de luz é reduzida em 20%, de acordo com a equação

$$I = I_0 \cdot 0,8^{\frac{h}{40}}$$

na qual I é a intensidade da luz em uma profundidade de h , em centímetros, e I_0 é a intensidade na superfície. Um nadador verificou, ao mergulhar nesse lago, que a intensidade da luz, em um ponto P, é de 32% daquela observada na superfície.

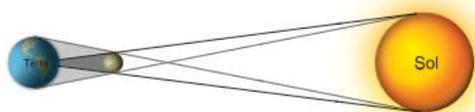
A profundidade do ponto P, em metros, considerado $\log 2 = 0,3$, equivale a:

- A 0,64
B 1,8
C 2,0
D 3,2

6 Uma fonte puntiforme ilumina um disco metálico de raio 10 cm. A fonte e o centro do disco pertencem a uma reta perpendicular a um anteparo. Sabendo-se que a distância da fonte ao disco é de 20 cm e que a do disco ao anteparo é de 50 cm, determine o raio da sombra do disco projetada no anteparo.

7 Uma pessoa de 1,8 m de altura está em pé ao lado de um edifício de altura desconhecida. Em um dado instante, a sombra dessa pessoa, projetada pela luz solar, tem uma extensão de 3,0 m, enquanto a sombra do edifício tem 80 m de extensão. Qual a altura, em metros, do edifício?

8 UEL Durante um eclipse solar, um observador:



- A no cone de sombra, vê um eclipse parcial.
- B na região de penumbra, vê um eclipse total.
- C na região plenamente iluminada, vê a Lua eclipsada.
- D na região da sombra própria da Terra, vê somente a Lua.
- E na região plenamente iluminada, não vê o eclipse solar.

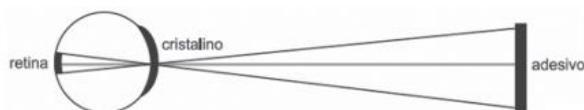
9 Enem No Brasil, verifica-se que a Lua, quando está na fase cheia, nasce por volta das 18 horas e se põe por volta das 6 horas. Na fase nova, ocorre o inverso: a Lua nasce às 6 horas e se põe às 18 horas, aproximadamente. Nas fases crescente e minguante, ela nasce e se põe em horários intermediários.



Sendo assim, a Lua na fase ilustrada na figura acima poderá ser observada no ponto mais alto de sua trajetória no céu por volta de:

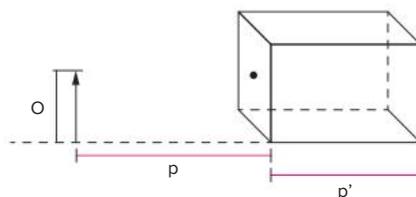
- A meia-noite.
- B três horas da madrugada.
- C nove horas da manhã.
- D meio-dia.
- E seis horas da tarde.

10 UPF 2016 Uma pessoa com visão perfeita observa um adesivo, de tamanho igual a 6 mm, grudado na parede na altura de seus olhos. A distância entre o cristalino do olho e o adesivo é de 3 m. Supondo que a distância entre esse cristalino e a retina, onde se forma a imagem, é igual a 20 mm, o tamanho da imagem do adesivo formada na retina é:



- A $4 \cdot 10^3$ mm.
- B $5 \cdot 10^3$ mm.
- C $4 \cdot 10^2$ mm.
- D $5 \cdot 10^4$ mm.
- E $2 \cdot 10^4$ mm.

11 Cesgranrio O esquema a seguir representa um objeto situado em frente a uma câmara escura com orifício. No esquema, O é a altura do objeto, p é a distância do objeto ao orifício da câmara, e p' a distância do orifício à imagem, ou o comprimento da caixa. Esse dispositivo ilustra como funciona uma máquina fotográfica, onde a luz atravessa o diafragma e atinge o filme, sensibilizando-o.



Chamando de altura da imagem formada de i, o gráfico que melhor representa a relação entre i e p é:

- A
- B
- C
- D
- E

12 Uema 2015 O edifício Monumental, localizado em um shopping de São Luís-MA, iluminado pelos raios solares, projeta uma sombra de comprimento $L = 80$ m. Simultaneamente, um homem de $1,80$ m de altura, que está próximo ao edifício, projeta uma sombra de $l = 3,20$ m.

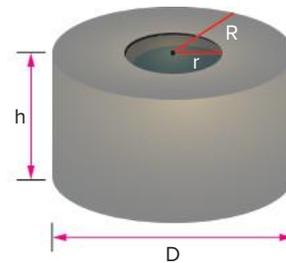
O valor correspondente, em metros, à altura do prédio é igual a

- A 50,00
- B 47,50
- C 45,00
- D 42,50
- E 40,00

13 Unesp Mapas topográficos da Terra são de grande importância para as mais diferentes atividades, tais como navegação, desenvolvimento de pesquisas ou uso adequado do solo. Recentemente, a preocupação com o aquecimento global fez dos mapas topográficos das geleiras o foco de atenção de ambientalistas e pesquisadores. O levantamento topográfico pode ser feito com grande precisão utilizando os dados coletados por altímetros em satélites. O princípio é simples e consiste em registrar o tempo decorrido entre o instante em que ele retorna ao satélite, depois de refletido pela superfície na Terra. Considere que o tempo decorrido entre a emissão e a recepção do pulso do *laser*, quando emitido sobre uma região ao nível do mar, seja de $18 \cdot 10^{-4}$ s. Se a velocidade do *laser* for igual a $3 \cdot 10^8$ m/s, calcule a altura, em relação ao nível do mar, de uma montanha de gelo sobre a qual um pulso de *laser* incide e retorna ao satélite após $17,8 \cdot 10^{-4}$ segundos.

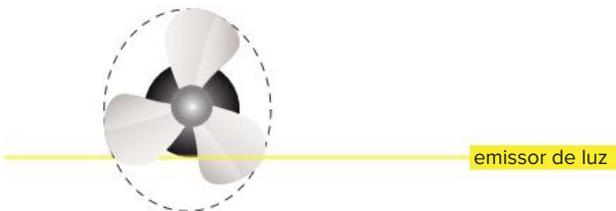
14 Uerj Uma caixa-d'água cilíndrica, com altura $h = 36$ cm e diâmetro $D = 86$ cm, está completamente cheia de água. Uma tampa circular, opaca e plana, com abertura central de diâmetro d , é colocada sobre a caixa.

No esquema a seguir, R representa o raio da tampa e r o raio de sua abertura. Considere $n_{\text{água}} = 1,345$.



Determine o menor valor assumido por d para que qualquer raio de luz incidente na abertura ilumine diretamente o fundo da caixa, sem refletir nas paredes verticais internas.

15 Uerj Um feixe de raios paralelos de luz é interrompido pelo movimento das três pás de um ventilador. Essa interrupção gera uma série de pulsos luminosos. Admita que as pás e as aberturas entre elas tenham a forma de trapézios circulares de mesma área, como ilustrado a seguir.



Se as pás executam 3 voltas completas por segundo, o intervalo de tempo entre o início e o fim de cada pulso de luz é igual, em segundos, ao inverso de:

- A 3
- B 6
- C 12
- D 18



FRENTE 3

CAPÍTULO

8

Reflexão da luz

Em uma associação de espelhos planos, a luz sofre reflexões sucessivas, resultando na formação de múltiplas imagens, dependendo do ângulo entre as superfícies refletoras. Um instrumento óptico, como o caleidoscópio, utiliza o princípio de reflexões múltiplas para a criação de belas imagens, com formas e cores variadas.

Introdução

Você já deve ter observado que ao mesmo tempo que alguém consegue visualizar você através de uma janela de vidro, você também pode ver sua própria imagem refletida na superfície do vidro. O fato é que dois importantes fenômenos ópticos estão acontecendo de forma simultânea: a reflexão e a refração da luz. Ao mesmo tempo que a luz emitida por você refrata, através do vidro, atingindo o observador, parte da luz é refletida e retorna para você.



Fig. 1 Reflexão parcial e refração da luz.

Considere uma superfície de separação S entre dois meios diferentes (ar e vidro, por exemplo). Quando a luz incide nessa superfície de separação, parte dos raios luminosos retorna ao meio original, caracterizando a **reflexão parcial**, e outra parte passa a se propagar no outro meio, caracterizando a **refração**.

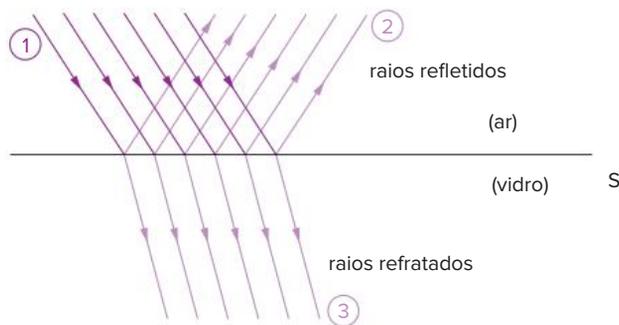


Fig. 2 Raios refletidos e refratados.

Assim, podemos definir **reflexão** e **refração** da seguinte maneira:

- **Reflexão:** fenômeno no qual a luz, após incidir na superfície de separação entre dois meios, volta a se propagar no meio de onde foi emitida (raio 2).
- **Refração:** é o fenômeno no qual a luz, após incidir na superfície de separação de dois meios, passa a se propagar no meio no qual ela não foi emitida (raio 3).

Reflexão

Reflexão regular e difusa

A reflexão pode ocorrer de duas maneiras, regular e difusa, dependendo do acabamento ou irregularidade da superfície de separação entre dois meios.

Consideremos um feixe de luz paralelo incidente sobre uma superfície S . Nesse caso, dizemos que ocorrerá reflexão **especular**, ou **regular**, se os raios refletidos forem também paralelos entre si. Caso contrário, a reflexão é considerada **difusa**.

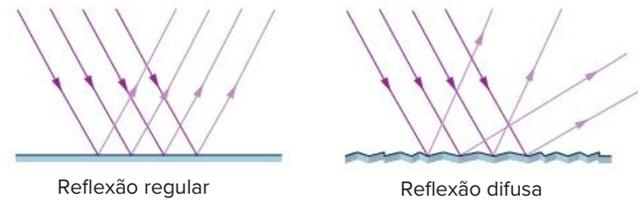


Fig. 3 Tipos de reflexão.

Regular versus difusa

- A reflexão regular será a reflexão predominante quando a superfície refletora for plana e bem polida.
- A reflexão difusa, ou difusão, ocorrerá em superfícies irregulares e porosas. Ela é fundamental para que possamos ver as coisas que nos cercam. É, por exemplo, a reflexão difusa que permite que você e quem está ao seu lado veja esta folha de papel.
- Na reflexão difusa, vale a mesma lei da reflexão e refração especular, estando a diferença somente na maior ou menor irregularidade da superfície.
- Como não há superfície completamente lisa, superfície refletora ideal, ocorrerá a difusão de uma parte da luz incidente sempre que ocorrer reflexão. Essa parte difundida será tanto menor quanto mais polida for a superfície.



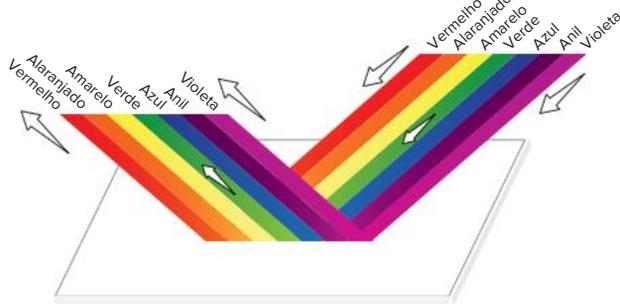
Fig. 4 Reflexão da luz na superfície do lago Riffelsee, Suíça.

Reflexão seletiva

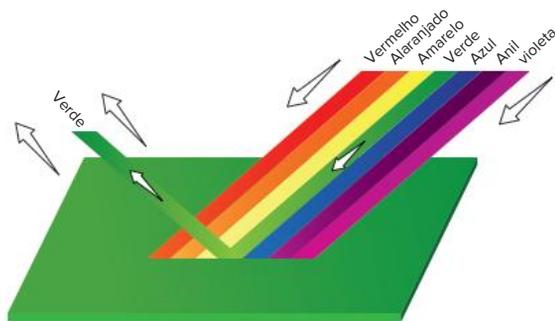
A luz branca, como se sabe, é policromática, ou seja, é composta de inúmeras cores.

Ao usarmos a luz branca em uma superfície verde (uma lousa, por exemplo), todas as cores componentes da luz branca são absorvidas pela superfície e transformadas em energia térmica, exceto a luz verde que está sendo refletida em nossos olhos.

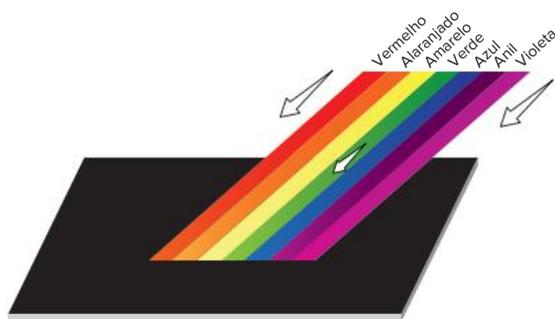
Se iluminássemos essa mesma superfície com luz monocromática azul, ela se apresentaria negra, pois absorveria a luz azul e não teria luz para refletir.



Superfície branca: reflete todas as cores.



Superfície verde: reflete o verde e absorve as demais cores.



Superfície negra: absorve todas as cores.

Fig. 5 Reflexão seletiva da luz.

Atenção

- Corpo branco ideal é aquele que reflete todas as cores, não absorvendo nenhuma.
- Corpo negro ideal é aquele que absorve todas as cores, não refletindo nenhuma.

Leis da reflexão

Vamos considerar um raio de luz incidente em uma superfície e o correspondente raio de luz refletido. Traçando a reta normal à superfície pelo ponto de incidência da luz, temos:

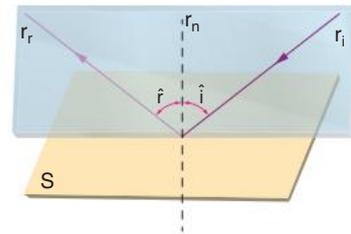


Fig. 6 Reflexão da luz.

- S:** superfície refletora
 r_i : raio de luz incidente
 r_r : raio de luz refletido
 r_n : reta normal

Primeira lei da reflexão

O raio de luz incidente, o raio de luz refletido e a reta normal à superfície pelo ponto de incidência da luz são coplanares.

Percebemos na figura que r_i , r_r e r_n pertencem a um mesmo plano.

Segunda lei da reflexão

O ângulo de incidência e o ângulo de reflexão possuem a mesma medida.

Atenção

O ângulo de incidência e o ângulo de reflexão são formados pelos raios de luz incidente e refletido, respectivamente, e a reta normal:

\hat{i} : medida do ângulo de incidência

\hat{r} : medida do ângulo de reflexão

$$\hat{i} = \hat{r}$$

Espelho plano

Uma superfície plana e polida na qual ocorre predominantemente reflexão regular da luz é chamada espelho plano.

Construção de imagens

Vamos considerar um ponto luminoso P diante de um espelho plano E_p . A luz proveniente de P incide no espelho, sofrendo reflexão.

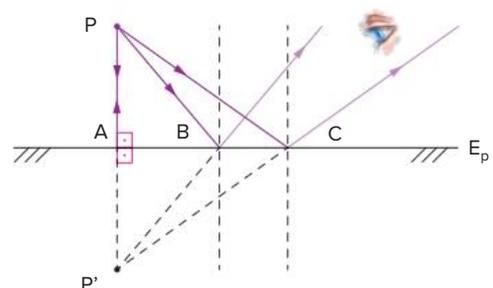


Fig. 7 Construção gráfica de uma imagem em um espelho plano.

Nessa situação, os pontos conjugados pelo sistema óptico são:

P: POR (ponto objeto real)

P': PIV (ponto imagem virtual)

Portanto, de um ponto objeto real (P), o espelho conjuga um ponto imagem virtual (P').

O observador recebe os raios de luz refletidos pelo espelho, cujos prolongamentos se interceptam em P'. O observador enxerga, pelo espelho, a imagem P' conjugada do objeto P.

Simetria: propriedade fundamental do espelho plano

Na figura 7, percebemos que os triângulos PAB e P'AB são congruentes, pelo caso LAA_O.

Assim, temos:

$$\overline{PA} = \overline{P'A}$$

O objeto e a imagem são **simétricos** em relação ao espelho plano, isto é, o objeto e a imagem são **equidistantes** do espelho e pertencem à mesma reta perpendicular a ele.

Imagem de um objeto virtual

O espelho plano, de um ponto objeto virtual (POV), conjuga um ponto imagem real (PIR).

Podemos conseguir um objeto virtual para o espelho com auxílio de um outro sistema óptico, como uma lente, conforme a figura 8.

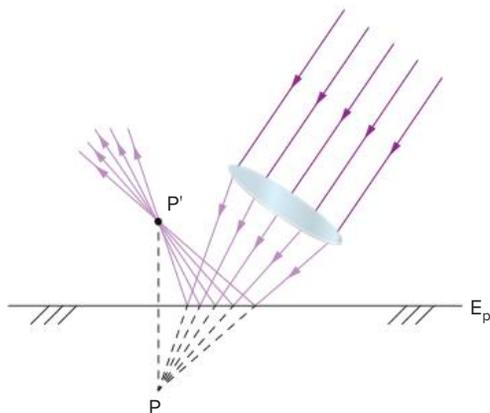


Fig. 8 Imagem real de um objeto virtual.

O ponto P é, para o espelho, um ponto objeto virtual. Assim, usando as leis da reflexão, vamos determinar a imagem do objeto virtual, traçando os raios de luz refletidos pelo espelho.

P: POV (ponto objeto virtual)

P': PIR (ponto imagem real)

Atenção

- De um ponto objeto virtual (P), o espelho conjuga um ponto imagem real (P').
- O objeto e a imagem, em um espelho plano, possuem naturezas opostas, ou seja, quando um é real o outro é virtual, e vice-versa.

Imagem de um objeto extenso

A propriedade de simetria entre o objeto e a imagem nos ajuda muito a obter a imagem de um objeto extenso, como o da figura a seguir.

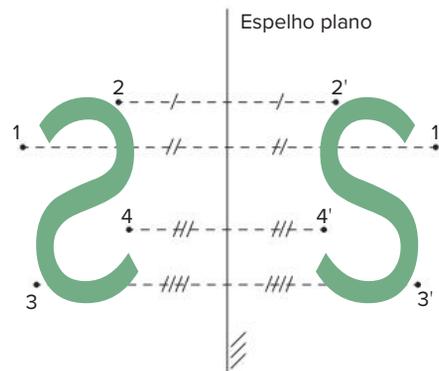


Fig. 9 Imagem de um corpo extenso.

Os pontos 1', 2', 3' e 4' são as imagens dos pontos 1, 2, 3 e 4, obtidas por simetria.

Devido à simetria, o objeto extenso e a sua imagem são iguais em forma e tamanho, porém, são **enantiomorfos** entre si, querendo-se dizer com isso que o lado direito do objeto corresponde ao esquerdo da imagem e vice-versa.

Assim, se diante de um espelho levantamos o braço direito, teremos como imagem um braço esquerdo. Se colocarmos nossa mão esquerda, espalmada, diante de um espelho, teremos como imagem uma mão direita.

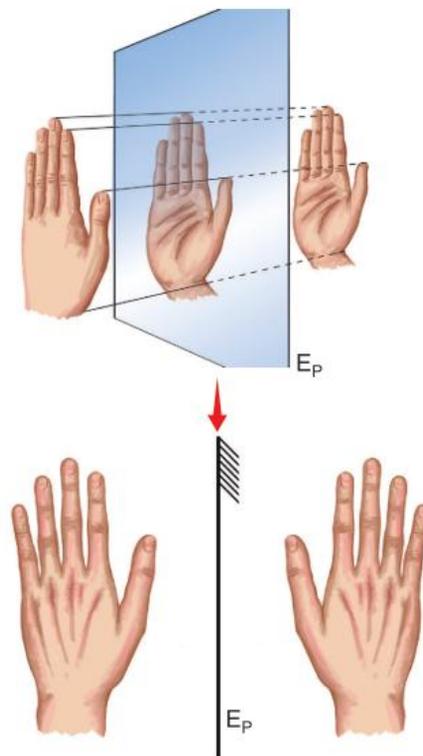


Fig. 10 Imagem enantiomorfa.

Observação: Podemos verificar se uma figura possui ou não um eixo de simetria, sobrepondo a imagem com objeto e analisando a ocorrência de um casamento perfeito.

Por exemplo, a mão direita não é simétrica à mão esquerda.

Observe também que as imagens de palavras aparecem escritas de maneira reversa. Por exemplo, a imagem da palavra U.T.I. MÓVEL em um veículo é vista no espelho retrovisor de um carro parado a sua frente como:

Hamilton M. Fernandes.



Fig. 11 Imagem reversa.

Campo visual

Campo visual de um espelho em relação a um observador é, por definição, a região que pode ser visualizada por esse observador através da reflexão da luz no espelho em questão.

Geometricamente, para determinar o campo visual, basta tomar o ponto O' , simétrico de O , e uni-lo às extremidades do espelho plano E_p . Essa construção é justificada pela propriedade de simetria e pela necessidade de os pontos do campo visual emitirem luz que incida em E_p e, após a reflexão, incida em O .

Qualquer ponto do campo visual (observe a área sombreada da figura 12) terá sua imagem vista pelo observador O , refletida no espelho E_p .

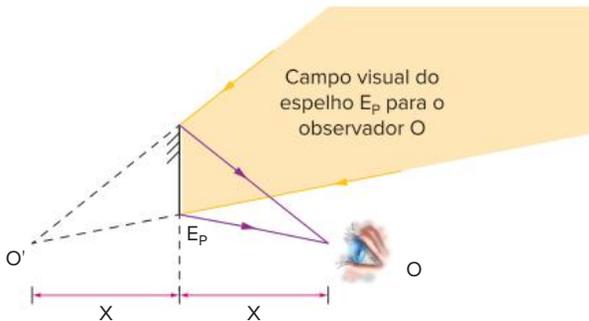


Fig. 12 Campo visual.

! Atenção

Note que o campo visual depende tanto da posição relativa do observador em relação ao espelho quanto das dimensões do espelho.

Movimentos de um espelho plano

Translação de espelho plano

Considere uma posição inicial entre um objeto e um espelho plano. Por causa da propriedade de simetria, a distância entre a imagem formada e a distância do objeto são iguais, tudo em relação ao espelho. Isto é, $\overline{PE_p} = \overline{P'E_p}$.

Efeturemos uma translação do espelho de uma distância x de sua posição inicial, mantendo o objeto fixo.

Com essa translação, a imagem sofrerá um deslocamento em relação ao espelho. A esse deslocamento sofrido pela imagem, denominamos y .

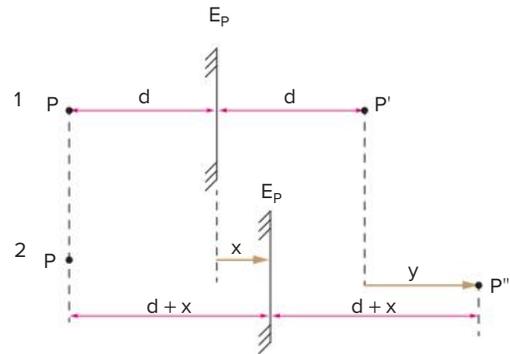


Fig. 13 Translação de um espelho plano.

Da análise da figura, temos:

$$(PP')_1 = d + d + y = 2d + y$$

$$(PP'')_2 = d + x + (d + x) = 2d + 2x$$

Como: $(PP'')_1 = (PP'')_2$, temos: $2d + y = 2d + 2x$. ∴

$$y = 2x$$

Quando o espelho se translada com velocidade \vec{v} , em uma direção perpendicular ao seu plano, a imagem se movimenta com velocidade $2\vec{v}$. Nesse caso, o importante é definir um referencial estático e, então, obter os módulos e os sentidos das velocidades. Observe:

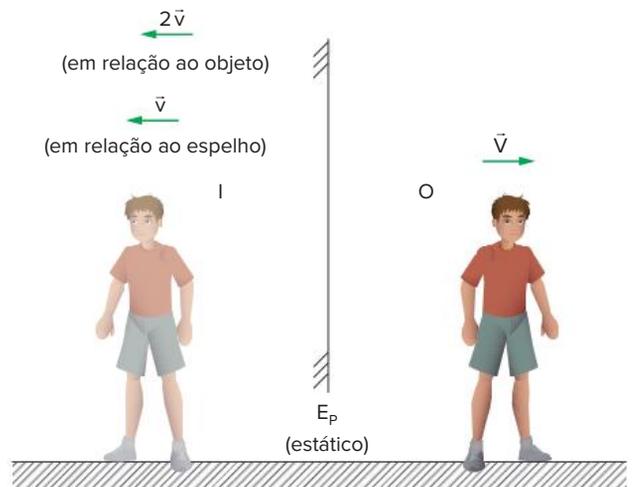


Fig. 14 Velocidades relativas na translação de um espelho plano.

Rotação de um espelho plano

Considere a figura 15, em que um raio luminoso r_i incide em um ponto I_1 de um espelho plano situado na posição E_p . Dessa forma, temos o raio refletido r_r . Se girarmos o espelho em torno do ponto O , rotação esta correspondendo a um ângulo α , o espelho passa a ocupar a posição E'_p , o raio r_i agora incide no ponto I_2 e temos o raio refletido r'_r .

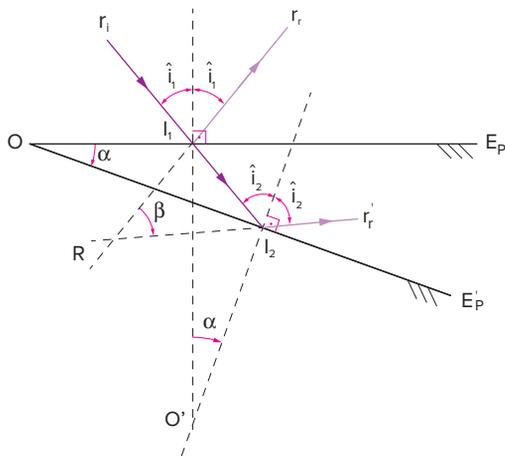


Fig. 15 Rotação de um espelho plano.

Sendo β o ângulo formado pelos raios refletidos (r_r e r'_r), vamos relacionar α e β .

1. Aplicando o teorema do ângulo externo no $\Delta O'I_1I_2$, temos:

$$\hat{i}_2 = \hat{i}_1 + \alpha$$

2. Aplicando o teorema do ângulo externo no ΔRI_1I_2 , temos:

$$2\hat{i}_2 = 2\hat{i}_1 + \beta$$

Como: $\alpha = \hat{i}_2 - \hat{i}_1$ e $\beta = 2\hat{i}_2 - 2\hat{i}_1 = 2(\hat{i}_2 - \hat{i}_1)$, logo:

$$\beta = 2 \cdot \alpha$$

Atenção

Ao rotacionarmos um espelho plano com velocidade angular ω , em torno de um ponto O, a imagem será rotacionada com o dobro da velocidade de rotação do espelho.

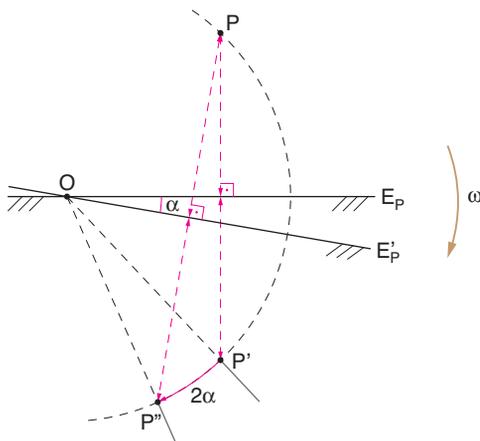


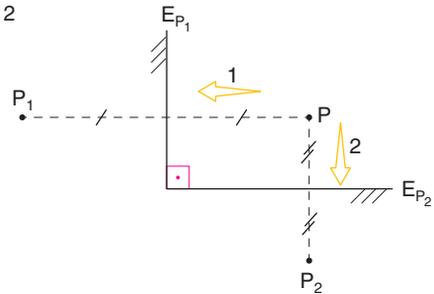
Fig. 16 Velocidades relativas na rotação de um espelho plano.

Se chamamos de ω_E a velocidade angular do espelho e de ω_I a velocidade angular da imagem, então: $\omega_I = 2\omega_E$.

Associação de espelhos planos

Consideremos um objeto P colocado diante de dois espelhos planos, E_{P_1} e E_{P_2} , perpendiculares entre si.

Passos 1 e 2



Passos 3 e 4

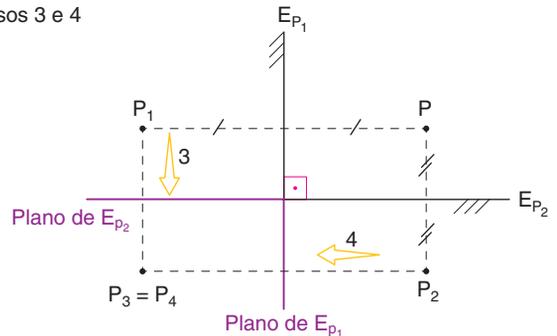


Fig. 17 Associação de espelhos planos (90°).

Observe os esquemas representados na figura 17, passo a passo.

Passos 1 e 2

Haverá formação de duas imagens por simples reflexão, ou seja:

- luz de P sofre reflexão em E_{P_1} , formando a imagem P_1 .
- luz de P sofre reflexão em E_{P_2} , formando a imagem P_2 .

Passos 3 e 4

Haverá também duas imagens formadas por dupla reflexão, ou seja:

- luz de P sofre reflexão em E_{P_1} e depois em E_{P_2} , formando a imagem P_3 .
- a luz de P sofre reflexão em E_{P_2} e depois em E_{P_1} , formando a imagem P_4 .

Atenção

- Observe na figura que P_3 é imagem da "imagem P_1 ".
- Observe na figura que P_4 é imagem da "imagem P_2 ".
- Observe que as imagens P_3 e P_4 , formadas por dupla reflexão, coincidem.
- Não haverá formação de mais imagens além dessas, pois, após duas reflexões sucessivas, a luz abandona a associação de espelhos perpendiculares.
- A associação de dois espelhos planos perpendiculares entre si forma três imagens distintas do objeto P:
 - duas, P_1 e P_2 , por simples reflexão.
 - uma, $P_3 \equiv P_4$, por dupla reflexão.
- Conforme a figura 17, o objeto P e as imagens localizam-se sobre uma circunferência de centro O e o raio OP. A área compreendida entre os prolongamentos dos espelhos é chamada de **Zona Morta**, ou seja, pontos imagem que são formados nessa área não darão origem a outras imagens.

Se o objeto P for extenso, as imagens P_1 e P_2 , por simples reflexão, serão enantiomorfas ao objeto.

E a imagem $P_3 = P_4$, por dupla reflexão, será idêntica ao objeto.

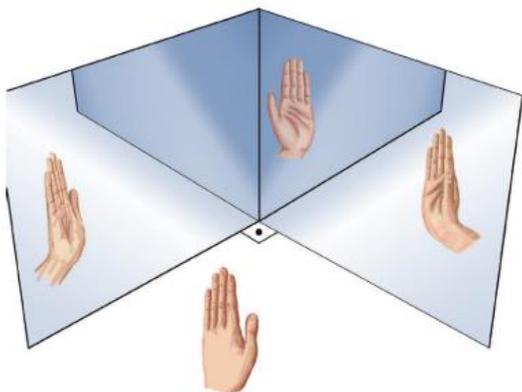


Fig. 18 Associação de espelhos planos.

Atenção

- Se a imagem é formada por um número ímpar de reflexões, ela será enantiomorfa.
- Se formada por um número par de reflexões, ela será igual ao objeto.
- De um modo geral, quando dois espelhos formam um ângulo α entre suas faces refletoras, o número n de imagens do objeto P é dado por:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

- Essa fórmula é válida para α divisor de 360° .

- Se $\frac{360^\circ}{\alpha}$ for par, a fórmula é válida para qualquer posição do objeto.

- Se $\frac{360^\circ}{\alpha}$ for ímpar, a fórmula só é válida quando o objeto estiver equidistante dos dois espelhos.

Observação: Se um objeto está localizado entre as faces refletoras de dois espelhos planos e paralelos, haverá a formação de infinitas imagens, pois a luz sofrerá infinitas e sucessivas reflexões entre os espelhos. Contudo, conseguiremos apenas visualizar um número finito de imagens, devido à perda de intensidade luminosa e diminuição do ângulo visual.

Exercício resolvido

- 1 Com três patinadores colocados entre dois espelhos planos fixos, um diretor de cinema consegue uma cena em que são vistos, no máximo, 24 patinadores. Qual o ângulo α entre os espelhos? Sabe-se que o ângulo α é tal que $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é um número inteiro.

Resolução:

Como são vistos no máximo 24 patinadores, sabemos que aos três patinadores (objetos) correspondem 21 imagens. Logo, a um patinador (objeto) correspondem 7 imagens.

De $N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$, e sendo $N = 7$, vem:

$$7 = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Espelhos esféricos

São superfícies refletoras que têm a forma de calota esférica.

Existem dois tipos de espelhos esféricos:

- côncavo:** quando a face espelhada está voltada para o centro de curvatura.
- convexo:** quando a face espelhada está voltada para o lado oposto ao centro de curvatura.

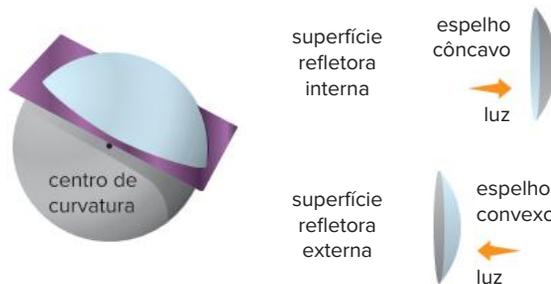


Fig. 19 Espelhos esféricos.

Espelhos esféricos gaussianos

Para obtermos a imagem de um ponto objeto P, fornecida por um espelho esférico, basta usar as leis da reflexão e lembrar que a reta normal a uma superfície esférica tem a direção que passa pelo centro de curvatura C dessa superfície.

Observamos, na figura 20, que os raios refletidos pelo espelho não se interceptam no mesmo ponto, fazendo com que ao objeto P correspondam inúmeras imagens (mancha luminosa).

Em virtude disso, dizemos que o espelho esférico é astigmático.

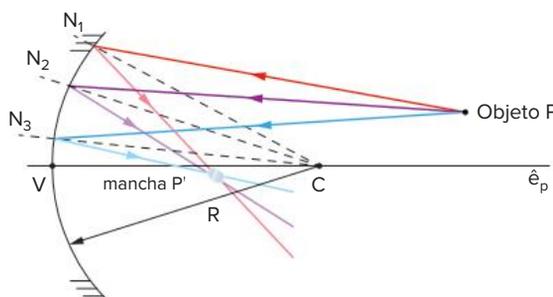


Fig. 20 Imagem astigmática.

Os principais elementos geométricos nos espelhos esféricos são:

- C: centro de curvatura
- V: vértice
- $\overline{CV} = R$: raio de curvatura
- e_p : eixo óptico principal – reta que passa por C e V

Contudo, se utilizarmos o espelho dentro de certas condições, ele poderá tornar-se **estigmático**, isto é, de um ponto objeto conjugar um único ponto imagem.

Condições de Gauss

As condições para que o espelho esférico seja **estigmático** são chamadas de condições de Gauss.

As condições de Gauss são:

- os raios de luz devem ser pouco inclinados em relação ao eixo óptico principal.
- os raios de luz devem incidir próximo ao vértice do espelho.

! Atenção

É muito importante ficar claro que todo o nosso estudo é baseado no uso das condições de Gauss, isto é, considerando que os espelhos esféricos sempre geram imagens estigmáticas.

Raios notáveis de luz

Passaremos agora a estudar alguns raios de luz, denominados raios notáveis por serem úteis na determinação gráfica da imagem formada em espelhos esféricos (E_p).

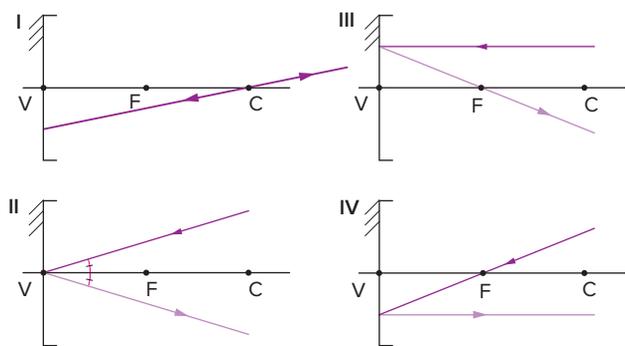


Fig. 21 Raios notáveis.

- Todo raio que incide em uma direção que passa pelo centro de curvatura reflete-se sobre si mesmo. Essa trajetória é devida à incidência da luz estar na direção da reta normal (incidência normal $\hat{i} = 0$).
- Todo raio que incide no vértice do espelho reflete-se simetricamente ao eixo óptico principal. Isso ocorre porque, nesse caso, o eixo óptico principal representa a reta normal no ponto de incidência da luz.
- Todo raio que incide paralelamente ao eixo óptico principal reflete-se em uma direção que passa pelo foco principal do espelho.

IV. Todo raio que incide em uma direção que passa pelo foco principal reflete-se paralelamente ao eixo óptico principal.

Esse raio notável decorre do anterior pelo princípio da reversibilidade da luz.

Na figura 21, o ponto F é o chamado foco principal do espelho.

! Atenção

Foco (F) do espelho côncavo é real.

Foco (F) do espelho convexo é virtual.

O foco de um sistema óptico qualquer é um ponto que tem por conjugado um ponto impróprio (situado no infinito).

Demonstra-se que dentro das condições de Gauss, o foco F é o ponto médio do segmento \overline{CV} .

Sendo:

$\overline{CV} = R$: raio de curvatura

$\overline{FV} = F$: distância focal

Como $\overline{FV} = \frac{\overline{CV}}{2}$, logo:

$$F = \frac{R}{2}$$

! Atenção

Assim como existe o foco principal, existem os focos secundários, ou seja, todo pincel cilíndrico que incide em um espelho esférico paralelo a um eixo secundário se reflete passando por um foco secundário.

Pode-se provar que, desde que obedecidas as condições de Gauss, todos os focos de um espelho esférico situam-se em um mesmo plano denominado plano focal.

$$\left[\begin{matrix} E_{\text{côncavo}} \\ E_{\text{convexo}} \end{matrix} \right] E_{\text{plano focal}}$$

Representação de um espelho esférico de Gauss.

V – vértice

C – centro de curvatura

F – foco



Fig. 22 Espelho convexo e espelho côncavo.

Determinação gráfica da imagem

Vamos determinar graficamente, nas figuras de 23 a 27, a imagem $A'B'$ de um pequeno objeto real AB disposto frontalmente diante de um espelho esférico. Para isso, consideramos a luz emitida pela extremidade A do espelho que, após ser refletida, formará a extremidade A' da imagem. A imagem $A'B'$ ficará determinada sabendo-se que ela também estará disposta perpendicularmente ao eixo óptico principal.

Na determinação gráfica da imagem, basta traçar dois raios quaisquer de luz entre os quatro raios notáveis.

Atenção

É importante ressaltar que é muito útil saber determinar graficamente a imagem, tendo em vista que é uma importante ferramenta para verificar se a determinação analítica está correta.

Espelho côncavo

Caso 1:

Objeto situado depois do centro de curvatura C .

Imagem conjugada:

- real
- invertida
- menor
- entre F e C

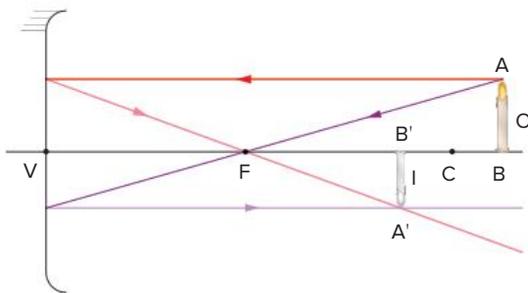


Fig. 23 Objeto além do centro de curvatura.

Caso 2:

Objeto situado sobre o centro de curvatura C .

Imagem conjugada:

- real
- invertida
- igual
- em C

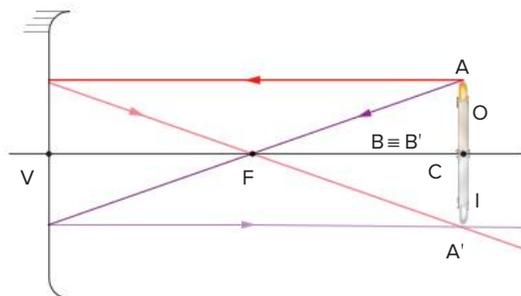


Fig. 24 Objeto sobre o centro de curvatura.

Caso 3:

Objeto situado entre o centro de curvatura C e o foco F .

Imagem conjugada:

- real
- invertida
- maior
- depois de C

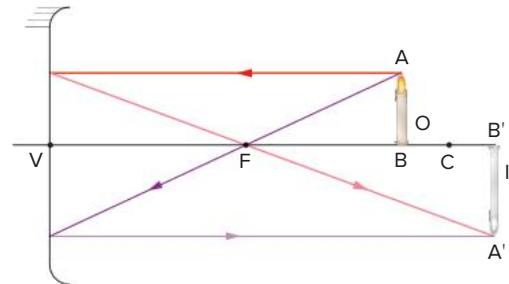


Fig. 25 Objeto entre o foco e o centro de curvatura.

Esse caso corresponde ao chamado espelho de aumento, como aqueles usados para se barbear, ou aqueles usados por dentistas.

Caso 4:

Objeto situado sobre o foco F .

Imagem conjugada no infinito (imprópria).

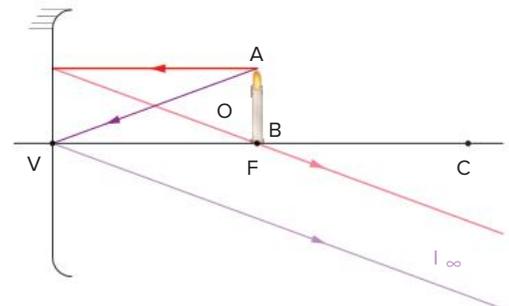


Fig. 26 Objeto sobre o foco.

Caso 5:

Objeto situado entre o foco F e o vértice V .

Imagem conjugada:

- virtual
- direita
- maior
- atrás do espelho

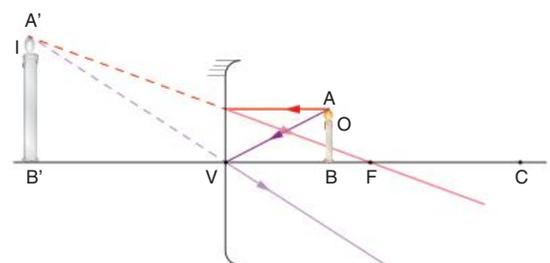


Fig. 27 Objeto entre o vértice e o foco.

Espelho convexo

Caso único:

Objeto situado na frente do espelho.

Imagem conjugada:

- virtual
- direita
- menor
- atrás do espelho

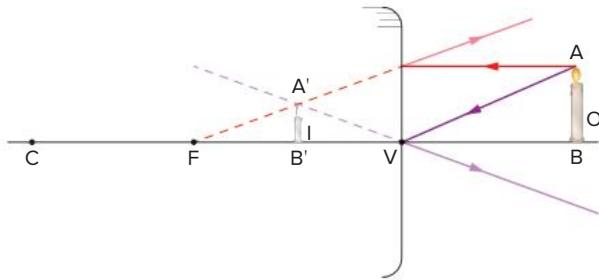


Fig. 28 Espelho convexo, caso único.

Atenção

- Sempre que o objeto e a imagem tiverem naturezas opostas, um real e o outro virtual, a imagem é direita.
- Sempre que o objeto e a imagem tiverem a mesma natureza, os dois reais ou os dois virtuais, a imagem é invertida.
- Espelho esférico convexo, para um objeto real, sempre conjuga uma imagem virtual, direita e reduzida.
- Uma imagem real está localizada na frente do espelho e poderá ser projetada sobre um anteparo (uma tela) colocada na posição em que se forma, pois é constituída pela interseção dos próprios raios de luz.
- Uma imagem virtual está localizada atrás do espelho e, embora possa ser visualizada, não poderá ser projetada em um anteparo, pois não é constituída por luz e, sim, pelos prolongamentos dos raios.

Determinação analítica da imagem

Agora que já sabemos determinar as imagens de forma qualitativa, devemos passar para o método quantitativo, isto é, definiremos expressões matemáticas que determinem a posição e o tamanho da imagem.

Equação dos pontos conjugados de Gauss

Observe as figuras a seguir.

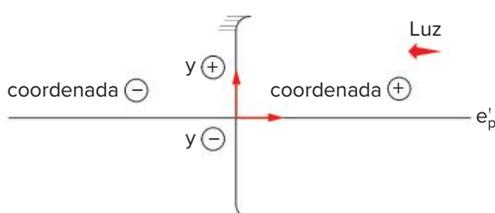


Fig. 29 Ao longo de e_p , teremos coordenadas positivas na região iluminada do espelho.

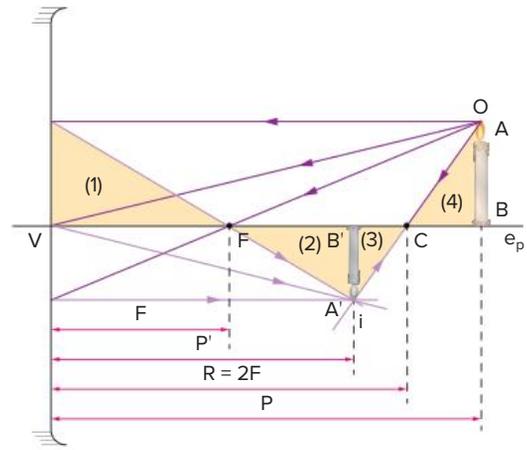


Fig. 30 Parâmetros para determinação analítica de imagens formadas em espelhos esféricos.

Na figura 30, temos:

P: abscissa do objeto, distância do objeto ao espelho

P': abscissa da imagem, distância da imagem ao espelho

O: altura do objeto, (AB)

i: altura da imagem, (A'B')

I. $\Delta(1) = D(2)$

$$\text{temos: } \frac{O}{i} = \frac{F}{P' - F}$$

II. $\Delta(3) = D(4)$

$$\text{temos: } \frac{O}{i} = \frac{P - 2F}{2F - P'}$$

Portanto:

$$\begin{aligned} F \cdot (2F - P') &= (P - 2F) \cdot (P' - F) \Rightarrow \\ 2F^2 - FP' &= PP' - PF - 2FP' + 2F^2 \Rightarrow \\ 2F^2 - FP' - PP' + PF + 2P' - 2F^2 &= 0 \Rightarrow \\ -PP' + PF + FP' &= 0 \Rightarrow \\ PF + FP' &= PP' \end{aligned}$$

Dividindo a equação por $PP'F$, temos:

$$\frac{PF}{PP'F} + \frac{FP'}{PP'F} = \frac{PP'}{PP'F}$$

que resulta na equação de Gauss:

$$\frac{1}{P'} + \frac{1}{P} = \frac{1}{F}$$

Observe ainda que $\Delta ABV \approx \Delta A'B'V$, logo:

$$\frac{O}{i} = \frac{P}{P'} \Rightarrow \frac{i}{O} = \frac{P'}{P}$$

Por definição, o aumento linear transversal A é a razão entre a altura da imagem i e a altura do objeto o, ou seja:

$$A = \frac{i}{O}$$

Pela relação vista anteriormente:

$$\frac{i}{O} = \frac{P'}{P} \Rightarrow \frac{i}{O} = \frac{-P'}{P} \quad (\text{convenção de sinal})$$

Portanto, podemos escrever a chamada equação do aumento linear transversal:

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-P'}{P}$$

Convenção de sinais

Para usarmos adequadamente a equação de conjugação de Gauss e a equação do aumento linear transversal, tanto para os espelhos côncavos quanto para os convexos, é necessário estabelecer uma convenção de sinais:

- objeto real: $P > 0$
- objeto virtual: $P < 0$
- imagem real: $P' > 0$
- imagem virtual: $P' < 0$
- espelho côncavo: $R > 0$ e $F > 0$
- espelho convexo: $R < 0$ e $F < 0$
- imagem direita: i com o mesmo sinal de o
- imagem invertida: i com o sinal contrário ao de o

! Atenção

Imagem projetável \Leftrightarrow Imagem Real $\Leftrightarrow P' > 0$

Pela equação do aumento linear transversal, notamos que:

- se $A > 0$, então a imagem é direita.
- se $A < 0$, então a imagem é invertida.
- se $|A| > 1$, então a imagem é maior que o objeto (imagem ampliada).
- se $|A| < 1$, então a imagem é menor que o objeto (imagem reduzida).
- se $|A| = 1$, então a imagem é igual ao objeto (imagem normal).

Exercícios resolvidos

2 Um espelho esférico conjuga, de um objeto situado a 30 cm dele, uma imagem direita e três vezes menor que o objeto. Determine:

- o tipo de espelho.
- sua distância focal.

Resolução:

- O espelho que fornece imagem direita e menor é convexo. Essa imagem é virtual.
- A abscissa do objeto é $P = 30$ cm. A imagem, sendo direita (aumento linear A positivo) e três vezes menor, resulta:

$$A = \frac{1}{3}$$

Da expressão $A = -\frac{P'}{P}$, obtém-se:

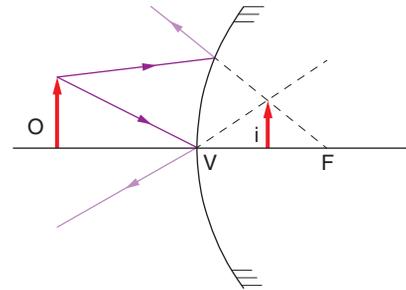
$$\frac{1}{3} = -\frac{P'}{30} \Rightarrow P' = -10 \text{ cm}$$

A equação dos pontos conjugados nos fornece:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{1}{30} + \frac{1}{-10} = \frac{1-3}{30} = \frac{-2}{30}$$

$$F = -15 \text{ cm}$$

Observe que F resultou negativo, confirmando que o espelho é convexo. Esquemáticamente, temos:



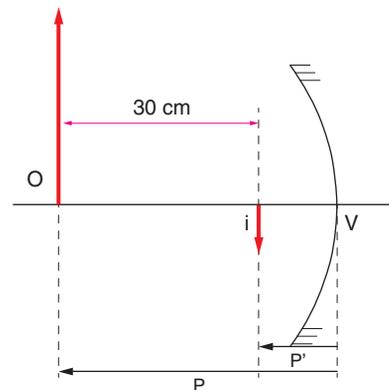
3 A distância entre um objeto e sua imagem em um espelho esférico mede 30 cm; sendo ambos reais, com o objeto apresentando altura quatro vezes superior à da imagem, determine o raio de curvatura do espelho.

Resolução:

Sendo objeto e imagem reais, o espelho é côncavo. Como a imagem é quatro vezes menor que o objeto e invertida, resulta para o aumento linear: $A = -\frac{1}{4}$.

Como $A = -\frac{P'}{P}$, temos: $-\frac{1}{4} = -\frac{P'}{P}$, logo:

$$4P' = P \text{ (I)}$$



Sendo de 30 cm a distância entre o objeto e a imagem, resulta:

$$P - P' = 30 \text{ cm (II)}$$

De (I) e (II), temos: $P = 40$ cm, $P' = 10$ cm.

A equação dos pontos conjugados nos fornece:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{1}{40} + \frac{1}{10} = \frac{1+4}{40}$$

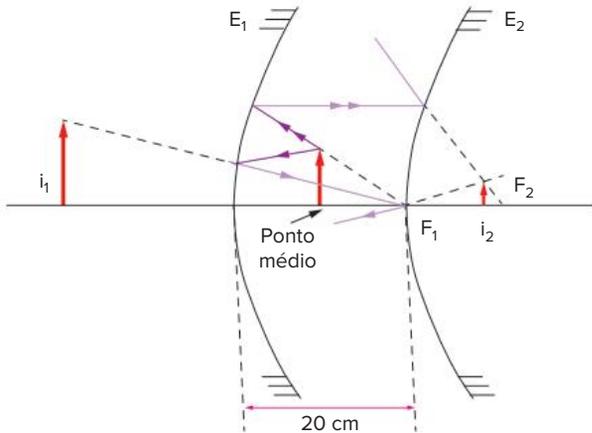
$$\frac{1}{F} = \frac{5}{40} \Rightarrow F = 8 \text{ cm}$$

Como $R = 2F$, temos: $R = 16$ cm.

- 4 Um espelho convexo, cuja distância focal mede 10 cm, está situado a 20 cm de um espelho côncavo de distância focal igual a 20 cm. Os espelhos estão montados coaxialmente e as superfícies refletoras se defrontam. Coloca-se um objeto no ponto médio do segmento que une os vértices dos dois espelhos. Localize a imagem fornecida pelo espelho convexo ao receber os raios luminosos que partem do objeto e são refletidos pelo espelho côncavo.

Resolução:

A imagem fornecida pelo espelho convexo pode ser obtida graficamente como segue:



Ao objeto, o espelho côncavo E_1 conjuga a imagem i_1 . Esta funciona como objeto em relação ao espelho convexo.

A equação dos pontos conjugados aplicada ao espelho côncavo permite localizar a imagem i_1 . Esta funciona como objeto em relação ao espelho convexo E_2 , o qual conjuga a imagem i_2 .

Espelho côncavo

A equação dos pontos conjugados aplicada ao espelho côncavo permite localizar a imagem i_1 :

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P'_1}$$

Sendo $F_1 = 20$ cm e $P_1 = 10$ cm, obtém-se:

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{10} + \frac{1}{P'_1} \Rightarrow \frac{1}{P'_1} = \frac{1}{20} - \frac{1}{10} = \frac{1-2}{20} = \frac{-1}{20}$$

$$P'_1 = -20$$

Espelho convexo

A imagem i_1 funciona como objeto em relação ao espelho convexo. A abscissa de i_1 para o espelho convexo é $P_2 = 40$ cm.

Sendo $F_2 = -10$ cm a distância focal do espelho convexo, podemos localizar a imagem i_2 :

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{P_2} + \frac{1}{P'_2} \Rightarrow \frac{1}{-10} = \frac{1}{40} + \frac{1}{P'_2}$$

$$\frac{1}{P'_2} = -\frac{1}{10} - \frac{1}{40} \Rightarrow \frac{1}{P'_2} = \frac{-4-1}{40} \Rightarrow \frac{1}{P'_2} = \frac{-5}{40}$$

$$P'_2 = -8$$

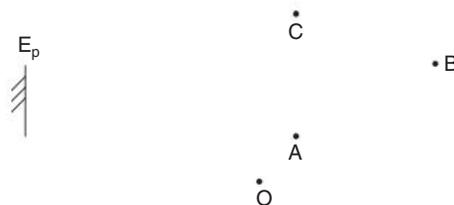
Logo, a imagem final i_2 está a -8 cm do espelho convexo e é virtual.

Revisando

- 1 Desenhe a trajetória do raio de luz que parte do objeto puntiforme F, sofre reflexão no espelho plano E e atinge o observador O.



- 2 A figura representa um espelho plano E_p , objetos A, B e C e um observador O.



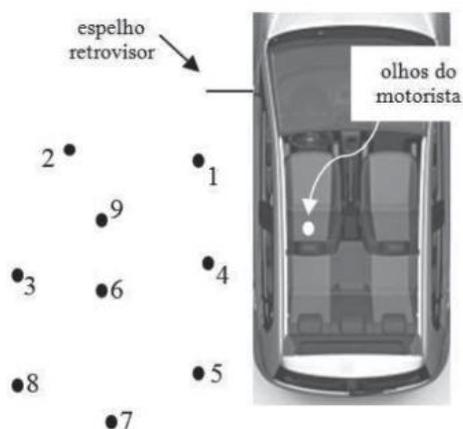
- Determine o campo visual que E oferece a O.
- Quais dos objetos poderão ser visualizados por O?
- O observador O enxerga a si próprio pelo espelho E?

- 3 Um ponto luminoso sobre o eixo óptico principal de um espelho esférico côncavo desloca-se do centro de curvatura até o foco. Como varia a posição da imagem?
- 4 Diante de um espelho esférico convexo, de raio de curvatura de 60 cm, é colocado, perpendicularmente ao eixo principal, um objeto de 2 cm de altura. O objeto dista 40 cm do espelho. Determine:
- a posição da imagem.
 - o tamanho da imagem.

Exercícios propostos

- 1 **UFJF 2019** Na figura a seguir estão representadas a lateral esquerda de um carro, com o seu espelho retrovisor plano, e nove pessoas paradas na calçada, correspondentes aos pontos 1 a 9.

O espelho retrovisor representado tem a altura do seu centro coincidindo com a altura dos olhos do motorista, conforme mostra a figura. Nessa situação, o motorista vê as pessoas:



Representação de nove pessoas com possibilidade de serem observadas pelo retrovisor de um automóvel.

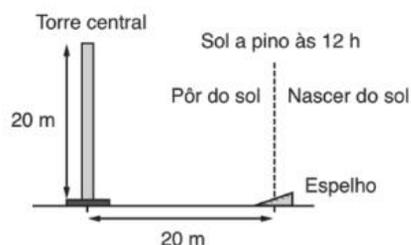
- | | | |
|-----------|-----------|-----------|
| A 1, 4, 5 | C 5, 7, 8 | E 1, 6, 7 |
| B 1, 5, 7 | D 1, 9, 3 | |

- 2 **UPE 2018** Uma usina heliotérmica é muito parecida com uma usina termelétrica. A diferença é que, em vez de usar carvão ou gás como combustível, utiliza o calor do Sol para gerar eletricidade. (...) O processo heliotérmico tem início com a reflexão dos raios solares diretos, utilizando um sistema de espelhos, chamados de coletores ou heliostatos. Esses espelhos acompanham a posição do Sol ao longo do dia e refletem os raios solares para um foco, onde se encontra um receptor.

A principal característica dessa tecnologia é a presença de uma imensa torre no centro da usina.

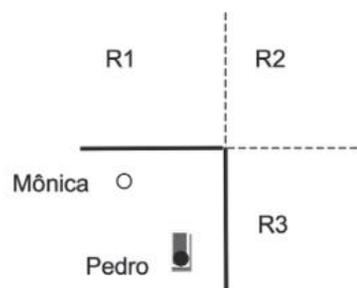
Fonte: <http://energiaheliotermica.gov.br/pt-br/energia-heliotermica/como-funciona>, acessado em: 11 de julho de 2017.

Suponha que as dimensões do espelho são muito menores que as dimensões da torre e que o ângulo entre a superfície do espelho e a horizontal seja de 30° . Determine em qual horário a radiação solar que atinge o espelho será refletida para a extremidade superior da torre.



- | | | |
|--------|--------|--------|
| A 10 h | C 12 h | E 14 h |
| B 11 h | D 13 h | |

- 3 **FCM 2018** Dois espelhos perpendiculares entre si estão posicionados em paredes verticais de um shopping. Mônica move-se entre eles na direção de Pedro, que está sentado num banco, também entre os espelhos, como mostrado na figura, vista do alto.



Pedro observa três imagens da Mônica, através dos espelhos, nas regiões R1, R2 e R3. O sentido do movimento de Mônica observado por Pedro na região R2 é representado pela seta:



4 Unifor 2014 O ângulo entre dois espelhos planos é de 20° . Um objeto de dimensões desprezíveis é colocado em uma posição tal que obterá várias imagens formadas pelo conjunto de espelhos. Das imagens observadas, assinale na opção abaixo, quantas serão enantiomorfas.

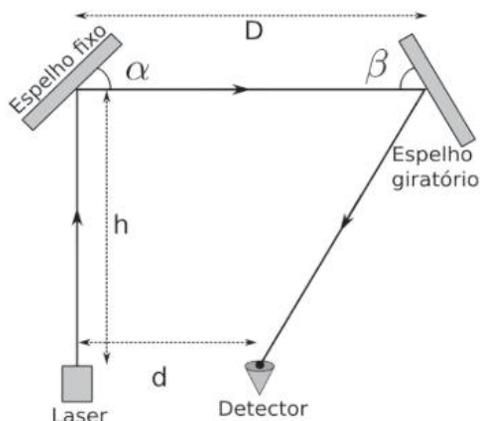
A 8 B 9 C 10 D 17 E 18

5 Uma pessoa está em pé diante de um espelho plano vertical.

- Qual o tamanho mínimo desse espelho, para que a pessoa consiga ver inteiramente sua imagem, dos pés à cabeça?
- A que altura do solo deve ser colocado o espelho?

▶ **Dados:** H = altura total da pessoa; h = altura dos pés aos olhos; d = distância horizontal da pessoa ao espelho.

6 UFG 2014 A figura a seguir representa um dispositivo óptico constituído por um laser, um espelho fixo, um espelho giratório e um detector. A distância entre o laser e o detector é $d = 1,0$ m, entre o laser e o espelho fixo é $h = \sqrt{3}$ m e entre os espelhos fixo e giratório é $D = 2,0$ m.



Sabendo-se que $\alpha = 45^\circ$, o valor do ângulo β para que o feixe de laser chegue ao detector é:

A 15° B 30° C 45° D 60° E 70°

7 UFPR Um espelho plano fornece, de um dado objeto em relação a ele, uma imagem real, projetável sobre um anteparo. Pode-se, então, afirmar, sobre o objeto e sobre o feixe emergente do espelho, respectivamente, que:

- é real e divergente.
- é virtual e convergente.
- é virtual e divergente.
- é real e convergente.
- é real e paralelo.

8 Vunesp Um raio de luz, vertical, incide num espelho plano horizontal. Se o espelho girar 20° em torno de um eixo horizontal, o raio refletido se desviará de sua direção original de:

A 0° D 60°
B 20° E 40°
C 10°

9 ITA Um raio de luz de uma lanterna acesa em A ilumina o ponto B, ao ser refletido por um espelho horizontal sobre a semirreta DE da figura, estando todos os pontos num mesmo plano vertical. Determine a distância entre a imagem virtual da lanterna A e o ponto B. Considere $AD = 2$ m, $BE = 3$ m e $DE = 5$ m.

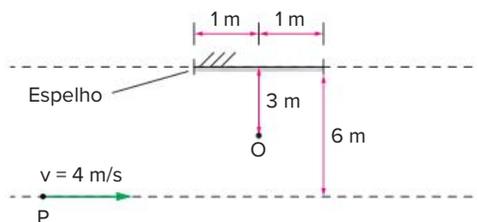


10 Um caminhão trafega em uma estrada retilínea com velocidade de 40 km/h. Olhando no espelho retrovisor, o motorista contempla a imagem de um poste fixo na estrada.



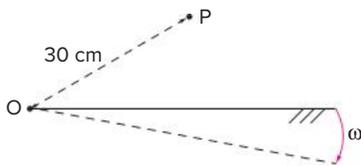
- Qual a velocidade da imagem do poste em relação ao solo?
- Qual a velocidade da imagem do poste em relação ao motorista do caminhão?

11 UFJF Um observador O de dimensões desprezíveis posta-se em repouso a uma distância de 3 m em frente ao centro de um espelho plano de 2 m de largura, que também está em repouso. Um objeto pontual P desloca-se uniformemente com 4 m/s ao longo de uma trajetória retilínea paralela à superfície do espelho e distante 6 m desta (veja figura). Inicialmente, o observador não vê o objeto.



A partir de um certo ponto de sua trajetória, o objeto passa a ser visto pelo observador. Por quanto tempo ele permanece visível?

- 12 Um objeto pontual **P** encontra-se diante da superfície refletora de um espelho plano, conforme mostra a figura:



Se o espelho girar em torno do eixo **O** (perpendicular à página) com velocidade angular $\omega = 5,0 \text{ rad/s}$, qual será a velocidade escalar da imagem de **P**?

- 13 UFRJ Uma criança segura uma bandeira do Brasil como ilustrado na figura I. A criança está diante de dois espelhos planos verticais **A** e **B** que fazem entre si um ângulo de 60° . A figura II indica seis posições, 1, 2, 3, 4, 5 e 6, relativas aos espelhos. A criança se encontra na posição 1 e pode ver suas imagens nas posições 2, 3, 4, 5 e 6.



figura 1

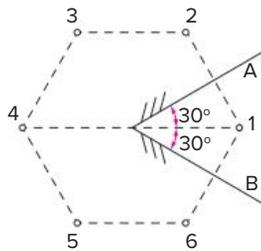
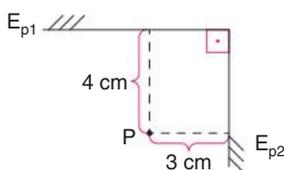


figura 2

Em quais das cinco imagens a criança pode ver os dizeres **ORDEM E PROGRESSO**? Justifique a sua resposta.

- 14 PUC-SP Um objeto **P** está localizado entre dois espelhos perpendiculares conforme a figura.

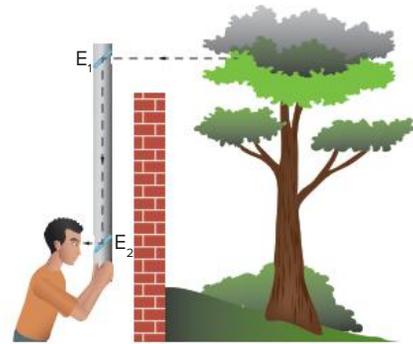


Localize, na figura, as imagens formadas; dando as suas distâncias até o objeto, e se as imagens são inversas ou direitas.

- 15 Uma pequena lâmpada é colocada diante das superfícies refletoras de dois espelhos planos que formam entre si um ângulo de 30° .
- Quantas imagens a associação conjuga com a lâmpada?
 - Reduzindo-se os ângulos entre os espelhos, o número de imagens aumenta ou diminui?

- 16 PUC-SP O estudo da luz e dos fenômenos luminosos sempre atraiu os pensadores desde a antiga Grécia. Muitas são as aplicações dos espelhos e lentes, objetos construídos a partir dos estudos realizados em Óptica.

A figura representa um periscópio, instrumento que permite a observação de objetos mesmo que existam obstáculos opacos entre o observador e uma região ou objeto que se deseja observar. Considere que, nesse periscópio, E_1 e E_2 são espelhos planos.



A respeito do periscópio e dos fenômenos luminosos que a ele podem ser associados são feitas as afirmativas:

- A colocação de espelhos planos, como indicada na figura, permite que a luz proveniente da árvore atinja o observador comprovando o princípio da propagação retilínea da luz.
- O ângulo de incidência do raio de luz no espelho E_1 é congruente ao ângulo de reflexão nesse mesmo espelho.
- Como os espelhos E_1 e E_2 foram colocados em posições paralelas, os ângulos de incidência do raio de luz no espelho E_1 e de reflexão no espelho E_2 são congruentes entre si.

Dessas afirmativas, está correto apenas o que se lê em:

- | | |
|------------|----------------|
| A II. | D II e III. |
| B I e II. | E I, II e III. |
| C I e III. | |

- 17 UFFel Os espelhos planos podem ser associados, isto é, colocados lado a lado em ângulo ou dispostos paralelamente entre si. Há a possibilidade de essas associações deslocarem ou multiplicarem o número de imagens de um objeto.

Baseado em seus conhecimentos sobre Óptica Geométrica, em relação às imagens produzidas entre dois espelhos planos em ângulo, é correto afirmar que

- existe a formação de uma única imagem, para um ângulo de 180° , o que, na prática, significa um único espelho.
- não haverá formação de imagens, quando o ângulo for de 0° , já que os espelhos ficam dispostos paralelamente.
- a expressão $n = 360^\circ/\alpha - 1$ não apresenta limitações, fornecendo o número de imagens para qualquer ângulo α entre 0° e 360° .
- haverá a formação de 6 imagens, se os espelhos estiverem dispostos perpendicularmente.
- podem ser produzidas teoricamente infinitas imagens, desde que os espelhos fiquem dispostos paralelamente, ou seja, $\alpha = 180^\circ$.

18 UFBA O quadro a seguir apresenta características de três espelhos, I, II e III.

Espelho	Tipo	Distância focal	Distância da imagem ao espelho	Distância do objeto ao espelho	Aumento linear transversal	Natureza da imagem	Orientação da imagem
I	côncavo	+20		+10			
II				+10	+1	virtual	
II		-20	-4				direita

Determine os dados que faltam relativos ao:

- espelho I.
- espelho II.
- espelho III.

19 Famerp 2020 No dia 20 de junho de 1969, o ser humano caminhou pela primeira vez na superfície lunar. Em uma das fotos registradas nesse dia pode-se ver uma imagem direita e menor formada pela superfície convexa do visor do capacete do astronauta Edwin Aldrin, que funciona como um espelho.



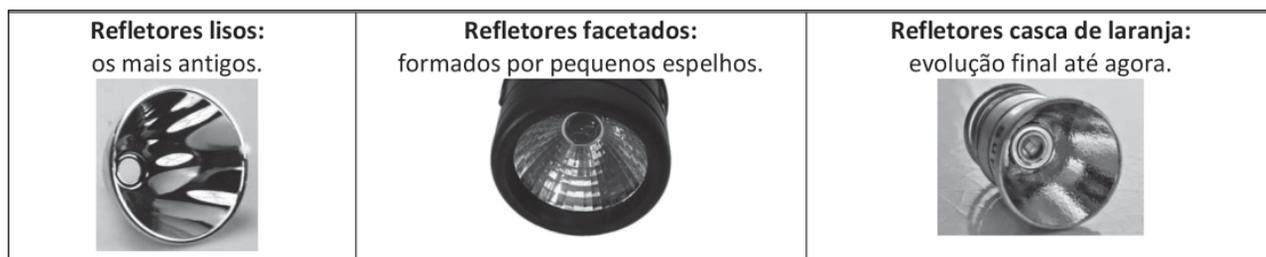
Essa imagem é

- real e o objeto se encontra além do centro de curvatura do espelho.
- virtual e independe da localização do objeto.
- virtual e o objeto se encontra entre o espelho e seu foco principal.
- real e o objeto se encontra entre o espelho e seu foco principal.
- real e independe da localização do objeto.

20 Um espelho esférico fornece, de um objeto real, uma imagem virtual e duas vezes menor do que o objeto. Sabendo que a distância do objeto ao espelho é de 60 cm, determine:

- a posição da imagem.
- a distância focal do espelho.

- 21 Acafe 2019** As lanternas ainda são equipamentos muito utilizados, principalmente, quando precisamos de uma fonte de luz móvel. No decorrer dos anos, os refletores que as lanternas utilizam foram sendo desenvolvidos para melhorar a eficiência luminosa e garantir que reflitam a luz paralelamente ao eixo principal. Os tipos de refletores utilizados são:



Fonte: disponível em: <https://sobrevivencialismo.com/2016/07/04/lanternas-o-guia-completo/>. [Adaptada]. Acesso em 01 de abril de 2019.

Com base no exposto, assinale a alternativa que completa **corretamente** as lacunas da frase a seguir.

Todos esses três refletores representam _____ do tipo _____ e as lâmpadas utilizadas estão posicionadas no _____ do refletor.

- A lentes – convergente – foco
 B espelhos – convexo – vértice
 C espelhos – côncavo – foco
 D lentes – convergente – vértice
- 22 Ufes** Utiliza-se um espelho côncavo para projetar sobre uma parede a imagem de uma lâmpada, aumentada 5 vezes. A lâmpada está distante 1,20 m da parede. Determine:
- a) o raio de curvatura do espelho.
 b) a posição da lâmpada em relação ao espelho.
- 23** Um espelho esférico côncavo é utilizado para projetar, sobre uma tela, a imagem do Sol. A distância focal do espelho é de 2,0 metros. Qual é, aproximadamente, a distância entre a imagem do Sol e o espelho?

24 Mackenzie 2019



O espelho bucal, utilizado por dentistas, é um instrumento que pode ser feito com um espelho plano ou esférico.

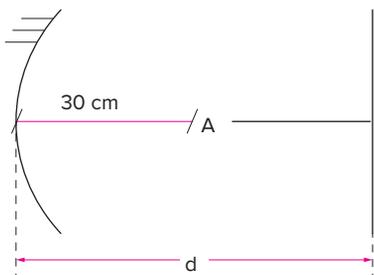
Um dentista, a fim de obter uma imagem ampliada de um dente específico, deve utilizar um espelho bucal

- A côncavo, sendo colocado a uma distância do dente menor que a distância focal.
 B côncavo, sendo colocado a uma distância do dente entre o foco e o centro de curvatura.
 C convexo, sendo colocado a uma distância do dente entre o foco e o centro de curvatura.
 D plano.
 E convexo, sendo colocado a uma distância do dente menor que a distância focal.
- 25 ITA** Seja E um espelho côncavo cujo raio de curvatura é de 60,0 cm. Qual tipo de imagem obteremos se colocarmos um objeto real de 7,50 cm de altura, verticalmente, a 20,0 cm do vértice do espelho?
- 26 EsPCEx 2018** Uma jovem, para fazer sua maquiagem, comprou um espelho esférico de Gauss. Ela observou que, quando o seu rosto está a 30 cm do espelho, a sua imagem é direita e três vezes maior do que o tamanho do rosto. O tipo de espelho comprado pela jovem e o seu raio de curvatura são, respectivamente,
- A côncavo e maior do que 60 cm.
 B convexo e maior do que 60 cm.
 C côncavo e igual a 30 cm.
 D côncavo e menor do que 30 cm.
 E convexo e menor do que 30 cm.

27 Um ponto luminoso percorre o eixo principal de um espelho esférico côncavo gaussiano, deslocando-se do centro de curvatura para o foco. Nesse deslocamento, podemos afirmar que a imagem do ponto conjugada pelo espelho:

- A desloca-se do centro de curvatura para o foco.
- B desloca-se do centro de curvatura para o infinito.
- C desloca-se do foco para o centro de curvatura.
- D desloca-se do infinito para o foco.
- E permanece em repouso.

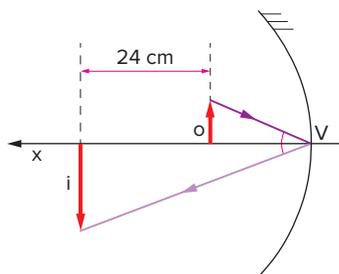
28 ITA Um espelho plano está colocado na frente de um espelho côncavo, perpendicularmente ao eixo principal. Uma fonte luminosa **A**, centrada no eixo principal entre os dois espelhos, emite raios que se refletem sucessivamente sobre ambos e formam, sobre a própria fonte **A**, uma imagem real da mesma. O raio de curvatura do espelho é de 40 cm e a distância do centro da fonte **A** até o centro do espelho esférico é de 30 cm. A distância **d** do espelho plano até o centro do espelho côncavo é, então:



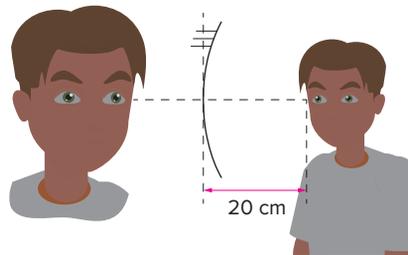
- A 20 cm
- B 30 cm
- C 40 cm
- D 45 cm
- E 50 cm

29 A figura a seguir representa um espelho esférico côncavo, um objeto frontal e a imagem conjugada pelo espelho. A distância entre o objeto e a imagem é de 24 cm. Tendo a imagem uma altura quatro vezes maior que o objeto, obtenha:

- a) as abscissas gaussianas do objeto e da imagem.
- b) a distância focal do espelho.



30 USS-RJ Uma pessoa, estando a 20 cm de um espelho esférico côncavo, observa a imagem de seu próprio rosto refletida no espelho. A imagem é uma vez e meia maior do que o rosto da pessoa (figura).



Nessa situação, quanto vale, aproximadamente, o raio de curvatura do espelho?

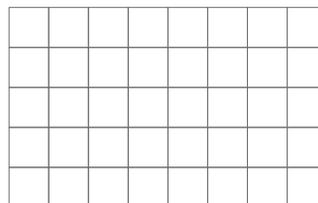
- A 12 cm
- B 30 cm
- C 40 cm
- D 60 cm
- E 120 cm

31 UFPR Deseja-se obter a imagem de uma lâmpada, ampliada 5 vezes, sobre uma parede situada a 12 cm de distância da lâmpada. Quais as características e a posição do espelho esférico que se pode utilizar? Ele deverá ser:

- A convexo, com 5 cm de raio, a 3 cm da lâmpada.
- B côncavo, com 5 cm de raio, a 3 cm da lâmpada.
- C convexo, com 24 cm de raio, a 2 cm da lâmpada.
- D côncavo, com 6 cm de raio, a 4 cm da lâmpada.
- E convexo, com 6 cm de raio, a 4 cm da lâmpada.

32 Um objeto puntiforme encontra-se diante de um espelho esférico côncavo a 3,0 cm de seu vértice. A distância focal dele é 2,0 cm. Determine, pelo Método Gráfico das Coordenadas:

- a) a abscissa da imagem.
- b) a natureza da imagem (use o quadriculado).



33 Unicamp 2017 Em uma animação do Tom e Jerry, o camundongo Jerry se assusta ao ver sua imagem em uma bola de Natal cuja superfície é refletora, como mostra a reprodução abaixo. É correto afirmar que o efeito mostrado na ilustração não ocorre na realidade, pois a bola de Natal formaria uma imagem



(Adaptado de https://www.youtube.com/watch?v=RtZYfTr7D_o. Acessado em 25/10/2016.)

- A virtual ampliada.
- B virtual reduzida.
- C real ampliada.
- D real reduzida.

34 UEPB O espelho esférico foi estudado pelo matemático grego Euclides (325 a.C. a 265 a.C.) em sua obra *Catoptics*, datada de 300 a.C., [...] o nome Euclides está intrinsecamente ligado à geometria. Ao postular a propagação em linha reta dos raios luminosos, ele tornou a óptica uma simples divisão da geometria.

Ricardo Barthem. *Temas atuais de Física: A luz*. Editora livraria da Física, São Paulo, 2005, p. 5.

Os espelhos esféricos são aplicados tecnologicamente em uma variedade de instrumentos e objetos. No caso dos espelhos convexos, estes são utilizados como espelhos retrovisores de veículos, nas saídas das garagens de prédios e nas portas de certos elevadores. Considerando que um destes espelhos tem 20 cm de distância focal, e conjuga uma imagem a 4 cm do seu vértice, a distância do objeto ao espelho é de:

- A -3,3 cm
- B +3,3 cm
- C -5 cm
- D +5 cm
- E -4 cm

35 Ufal Considere um espelho côncavo de raio de curvatura 20 cm e um pequeno objeto, colocado sempre perpendicularmente ao eixo principal do espelho. Analise as afirmativas seguintes.

- Se o objeto estiver entre o foco e o vértice do espelho, a imagem é virtual e invertida.
- A distância focal do espelho é de 10 cm.
- Se o objeto estiver no centro de curvatura, a imagem é real e invertida.
- Para o objeto entre o centro de curvatura e o foco do espelho, a imagem é invertida e menor que o objeto.
- Para o objeto colocado além de 20 cm do espelho, forma-se imagem real e menor que o objeto.

36 PUC-SP Um objeto é colocado a 30 cm de um espelho esférico côncavo perpendicularmente ao eixo óptico deste espelho. A imagem que se obtém é classificada como real e se localiza a 60 cm do espelho. Se o objeto for colocado a 10 cm do espelho, sua nova imagem

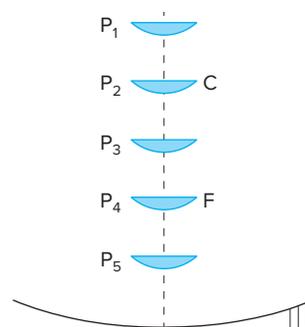
- A será classificada como virtual e sua distância do espelho será 10 cm.
- B será classificada como real e sua distância do espelho será 20 cm.
- C será classificada como virtual e sua distância do espelho será 20 cm.
- D aumenta de tamanho em relação ao objeto e pode ser projetada em um anteparo.
- E diminui de tamanho em relação ao objeto e não pode ser projetada em um anteparo.

37 UEM Das afirmativas a seguir, assinale o que for correto.

- 01 Uma imagem virtual não pode ser mostrada numa tela.
- 02 Um espelho convexo nunca forma uma imagem real de um objeto real.
- 04 Um espelho côncavo sempre forma uma imagem virtual.
- 08 Um espelho côncavo nunca forma uma imagem real ampliada de um objeto real.
- 16 A imagem virtual formada por um espelho côncavo é sempre menor que o objeto.
- 32 Quando a distância imagem é negativa, isso significa que a imagem é virtual.
- 64 Todos os raios paralelos ao eixo de um espelho esférico convergem para o mesmo ponto depois de refletidos. Esse ponto é o centro de curvatura do espelho.

Soma:

38 Unifesp Os elevados custos da energia, aliados à conscientização da necessidade de reduzir o aquecimento global, fazem ressurgir antigos projetos, como é o caso do fogão solar. Utilizando as propriedades reflexivas de um espelho esférico côncavo, devidamente orientado para o Sol, é possível produzir aquecimento suficiente para cozinhar ou fritar alimentos. Suponha que um desses fogões seja constituído de um espelho esférico côncavo ideal e que, num dado momento, tenha seu eixo principal alinhado com o Sol.



Na figura, P_1 a P_5 representam cinco posições igualmente espaçadas sobre o eixo principal do espelho, nas quais uma pequena frigideira pode ser colocada. P_2 coincide com o centro de curvatura do espelho e P_4 , com o foco. Considerando que o aquecimento em cada posição dependa exclusivamente da quantidade de raios de luz refletidos pelo espelho que atinja a frigideira, a ordem decrescente de temperatura que a frigideira pode atingir em cada posição é:

- A $P_4 > P_1 = P_3 = P_5 > P_2$.
- B $P_4 > P_3 = P_5 > P_2 > P_1$.
- C $P_2 > P_1 = P_3 = P_5 > P_4$.
- D $P_5 = P_4 > P_3 = P_2 > P_1$.
- E $P_5 > P_4 > P_3 > P_2 > P_1$.

A energia solar através dos tempos

Registra a História que, no ano 212 a.C., a cidade de Siracusa foi defendida por Arquimedes, que utilizando espelhos côncavos, formados por segmentos de espelhos planos, incendiara a esquadra de Marcelus. A invasão romana havia sido derrotada pelo Sol!

O foco formado pelo conjunto de espelhos fora dirigido para as velas das embarcações, cuja temperatura fora suficiente para queimá-las. Esta é provavelmente a primeira aplicação bélica da energia solar que se tem notícia em toda a História da Humanidade.

As tentativas para utilização da energia solar como uma fonte energética importante datam de épocas remotas. No século I, Heron de Alexandria construiu um dispositivo solar para bombeamento de água. O Egito antigo conhecia o efeito estufa, hoje largamente empregado nos sistemas de aquecimento solar de baixa concentração.

Foi, na verdade, a partir do século XVI que os estudos para a utilização da energia solar foram aprofundados. Data de 1560 a construção de um alambique solar pelo cirurgião francês Ambroise Paré. Mais tarde, em 1615, o engenheiro Salomon de Caus construiu uma caldeira solar. Em 1697, o Grão-Duque Cosme III, da Toscana, utilizando a propriedade das lentes convergentes, concentrou os raios solares e queimou o diamante.

Em 1745, o pesquisador Buffon queimou uma pilha de madeira no Jardim Botânico de Paris, empregando a radiação solar captada por 140 espelhos planos, a 65 metros de distância. Em seguida, aumentou a distância para 100 metros e conseguiu queimar o carbono e fundir o chumbo. Em 1759, surgiu um motor de ar quente, com o emprego da radiação solar, cujo invento deve-se ao pesquisador inglês Henry Wood.

Com o emprego de espelhos planos, o suíço Saussure construiu, em 1770, um sistema de aquecimento com o emprego da radiação solar. Chega o ano de 1772! Nesse ano, Isaac Newton conseguiu convergir em um único ponto os raios solares refletidos por meio de um sistema formado por espelhos côncavos. A ideia de Isaac Newton foi depois aperfeiçoada pelo físico russo Mikhail Lomonosov, que empregou oito lentes e mais sete espelhos dispostos segundo uma circunferência, obtendo assim um único foco de maior densidade energética, formado pela concentração dos raios solares captados no sistema. Lomonosov denominou esse sistema de catótrico-dióptrico. Ainda em 1772, Lavoisier utilizando uma lente formada por duas faces de vidro curvados e justapostos, contendo álcool em seu interior, concentrou os raios solares e reproduziu a experiência realizada por Cosme III e ainda demonstrou que o diamante e o grafite são variedades alotrópicas de um mesmo elemento químico conhecido como carbono. O astrônomo inglês John Herschel escolheu o Cabo da Boa Esperança e lá repetiu as experiências realizadas por Saussure, fato ocorrido entre 1834 e 1838.

O pesquisador Augustin Mouchot é hoje considerado o precursor moderno da Energia Solar. Por meio de espelhos troncocônicos, ele concentrou os raios solares em um cilindro e provocou a ebulição da água, fundiu o estanho, o zinco e o chumbo, fabricou bombas solares e pequenas máquinas a vapor, construiu uma máquina impressora acionada por um motor solar. Essa impressora tinha uma tiragem de 500 exemplares de um jornal denominado *O Sol*, trabalho este apresentado à Exposição Internacional, de Paris, em 1878. A primeira indústria solar de que se tem notícia chamou-se *Centrale des utilisateurs de la chaleur solaire*, e foi fundada pelo professor Mouchot em sociedade com um outro inventor, o Monsieur Pifre. Em 1886, um motor solar de 1 CV, cujo vapor era gerado por um cilindro parabólico de 19 metros quadrados, era apresentado em Estocolmo pelo engenheiro sueco Ericson. O motor girava a 120 rotações por minuto.

Até meados do século XIX, as instalações solares existentes eram insatisfatórias e de baixo rendimento termodinâmico. O primeiro resultado prático do aproveitamento direto da energia solar foi seguramente a destilação da água salobra, trabalho este atribuído ao pesquisador sueco Harding, que, em 1872, construiu na região Las Salinas, no Chile, um grande destilador que durante 25 anos consecutivos produziu diariamente 23 mil litros de água destilada, sais e nitratos. Quase cem anos depois, em 1973, foi feita a comemoração dessa instalação de destilação solar, fato ocorrido em Antofagasta no Chile, ocasião em que foi criada a Associação Latino-Americana de Energia Solar.

Inspirado nos trabalhos realizados por Mouchot, o engenheiro inglês A. C. Eneas trabalhou entre 1901 e 1903 na construção de caldeiras solares, na Califórnia e no Arizona, chegando a produzir vapor a 15 atm que alimentava estações de bombeamento de água. A instalação da Califórnia (South Pasadena) era formada por um espelho troncocônico de 9 metros de diâmetro.

Em 1904, o padre português Himalaya desenvolveu em Saint Louis, nos Estados Unidos, um espelho parabólico de 80 metros quadrados, pela associação de 6.000 espelhos planos, destinados à concentração da radiação solar.



Arquimedes, (287 a.C. 212 a.C.).

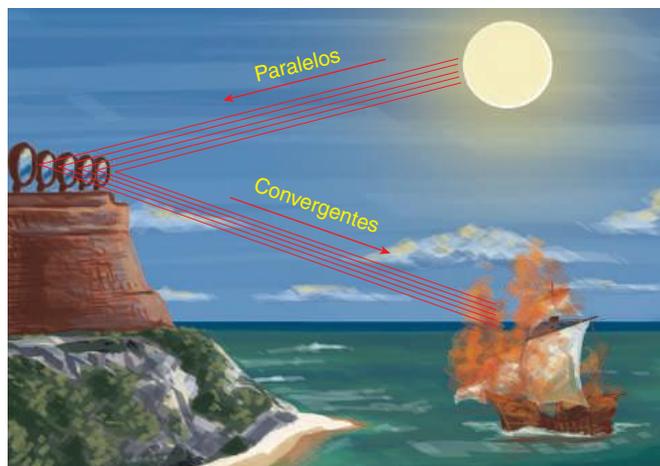


Ilustração simulando o feito de Arquimedes.

Resumindo

Leis da reflexão

Primeira lei da reflexão: O raio de luz incidente, o raio de luz refletido e a reta normal à superfície pelo ponto de incidência da luz são coplanares.

$$\text{Coplanares} \begin{cases} r_i: \text{raio de luz incidente} \\ r_r: \text{raio de luz refletido} \\ r_n: \text{reta normal} \end{cases}$$

Segunda lei da reflexão: O ângulo de incidência e o ângulo de reflexão possuem a mesma medida.

Espelho plano – Imagem formada de objetos reais:

- Natureza: Virtual
- Orientação: Direita
- Tamanho: Igual ao objeto
- Posição: Simétrica

Espelho esférico

$$\text{Foco: } F = \frac{R}{2}$$

$$\text{Equação de Gauss: } \frac{1}{F} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}$$

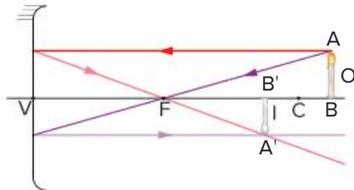
$$\text{Equação do aumento linear transversal: } A = \frac{I}{O} = \frac{-P'}{P}$$

Lembre-se de que uma imagem possui sempre quatro características:

- Natureza: real ou virtual
- Orientação: direita ou invertida em relação ao objeto
- Tamanho
- Posição em relação ao espelho e seus pontos notáveis

Espelho côncavo

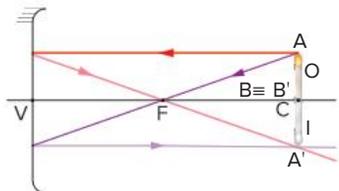
Caso 1: objeto situado depois do centro de curvatura C. Imagem conjugada:



Objeto além do centro de curvatura.

$$\text{Imagem: } \begin{cases} \text{Real} \\ \text{Invertida} \\ \text{Menor} \\ \text{Entre F e C} \end{cases}$$

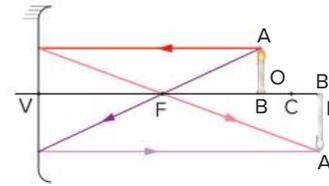
Caso 2: objeto situado sobre o centro de curvatura C. Imagem conjugada:



Objeto sobre o centro de curvatura.

$$\text{Imagem: } \begin{cases} \text{Real} \\ \text{Invertida} \\ \text{Igual} \\ \text{Em C} \end{cases}$$

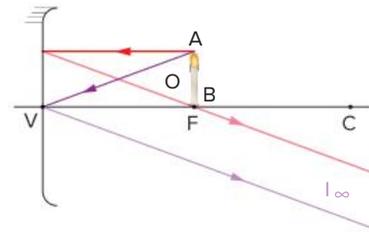
Caso 3: objeto situado entre o centro de curvatura C e o foco F. Imagem conjugada:



Objeto entre o foco e o centro de curvatura.

$$\text{Imagem: } \begin{cases} \text{Real} \\ \text{Invertida} \\ \text{Maior} \\ \text{Depois de C} \end{cases}$$

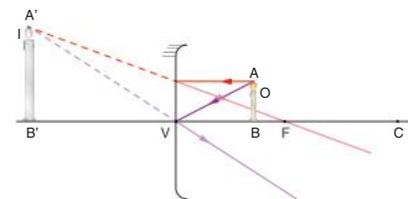
Caso 4: Objeto situado sobre o foco F. Imagem conjugada no infinito (imprópria).



Objeto sobre o foco.

$$\text{Imagem: } \{ \text{Imprópria} \}$$

Caso 5: Objeto situado entre o foco F e o vértice V. Imagem conjugada:

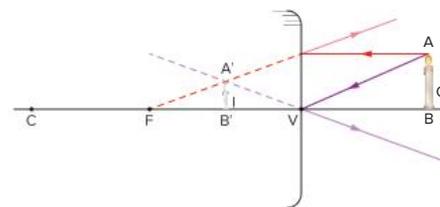


Objeto entre o vértice e o foco.

$$\text{Imagem: } \begin{cases} \text{Virtual} \\ \text{Direita} \\ \text{Maior} \\ \text{Atrás do espelho} \end{cases}$$

Espelho convexo

Objeto situado na frente do espelho. Imagem conjugada:



Espelho convexo, caso único.

$$\text{Imagem: } \begin{cases} \text{Virtual} \\ \text{Direita} \\ \text{Menor} \\ \text{Atrás do espelho} \end{cases}$$

Atenção para os sinais de P , P' , F e A :

- Objeto real: $P > 0$
- Objeto virtual: $P < 0$
- Imagem real: $P' > 0$
- Imagem virtual: $P' < 0$
- Espelho côncavo: $R > 0$ e $F > 0$
- Espelho convexo: $R < 0$ e $F < 0$

- Imagem direita: i com o mesmo sinal de o
- Imagem invertida: i com o sinal contrário ao de o
- $A > 0$: imagem direita e consequentemente virtual
- $A < 0$: imagem invertida e consequentemente real e projetável
- $|A| > 1$: imagem maior que o objeto (imagem ampliada)
- $|A| = 1$: imagem menor que o objeto (imagem reduzida)
- $|A| = 1$: imagem igual ao objeto (imagem normal)

Quer saber mais?

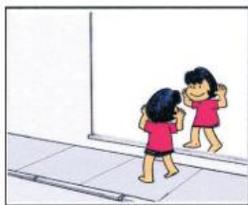


Sites

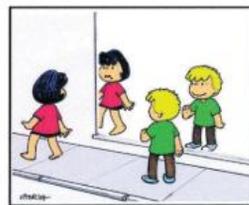
- THENÓRIO, Iberê. Como fazer um espelho infinito (experiência de óptica). *manual do mundo*. 1 jun. 2015. Disponível em: <<https://tvuol.uol.com.br/video/manual-do-mundo--como-fazer-um-espelho-infinito-experiencia-de-optica-04028D993364E4A15326/>>. Acesso em 26 set. 2020.
- Caleidoscópio – O que é, origem, como funciona e como reproduzir. *R7*. Atualizado em 27 maio 2020. Disponível em: <<https://conhecimentocientifico.r7.com/caleidoscopio/>>. Acesso em 26 set. 2020.

Exercícios complementares

- Um homem com 1,80 m de altura deseja mirar-se dos pés à cabeça em um espelho plano, quadrado, disposto verticalmente e com sua base paralela ao solo. Sendo a altura de seus olhos ao solo de 1,70 m, determine:
 - a menor medida admissível para o lado do espelho, a fim de que o homem consiga seu objetivo.
 - a distância da borda inferior do espelho ao solo, durante a observação do homem.
- FEI** Um objeto vertical AB , com altura de 80 cm, encontra-se diante de um espelho plano vertical E_p . Sabe-se que a imagem do ponto B encontra-se a 30 cm do espelho. Um raio de luz, partindo do ponto B , encontra o espelho num ponto C , segundo um ângulo de incidência α , e reflete-se passando pelo ponto A . Qual o valor de $\sin \alpha$?
- UFRJ** Os quadrinhos a seguir mostram dois momentos distintos. No primeiro quadrinho, Maria está na posição A e observa sua imagem fornecida pelo espelho plano E . Ela, então, caminha para a posição B , na qual não consegue mais ver sua imagem; no entanto, Joãozinho, posicionado em A , consegue ver a imagem de Maria na posição B , como ilustra o segundo quadrinho.

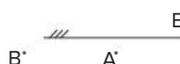


Maria na posição A



Maria na posição B e Joãozinho na posição A

Reproduza o esquema ilustrado abaixo e desenhe raios luminosos apropriados que mostrem como Joãozinho consegue ver a imagem de Maria.



- FGV** Leia o trecho da música “Espelho-d’Água”, de Almir Sater e Renato Teixeira.

Emoção...

Os rios falam pelas cachoeiras,

Compaixão...

Os peixes nadam contra a correnteza,

Sim ou Não...

As dúvidas são partes da certeza,

Tudo é um rio refletindo a paisagem,

Espelho-d’água levando as imagens pro mar,

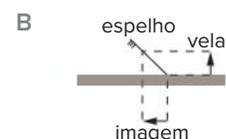
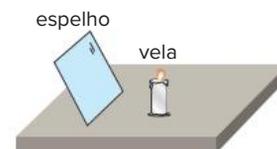
Cada pessoa levando um destino,

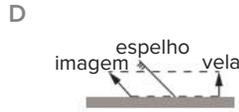
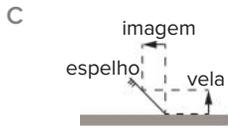
Cada destino levando um sonho...

As águas límpidas e calmas de um rio podem se comportar como um espelho plano, refletindo a imagem dos objetos de uma paisagem de forma direta:

- real e de tamanho igual ao do objeto.
- virtual e de tamanho igual ao do objeto.
- real e de tamanho menor que o do objeto.
- virtual e de tamanho menor que o do objeto.
- real e de tamanho maior que o do objeto.

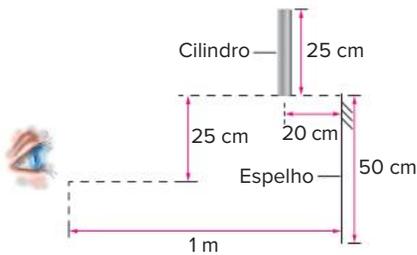
- UFMG** Uma vela está sobre uma mesa, na frente de um espelho plano, inclinado, como representado na figura a seguir. Assinale a alternativa cujo diagrama representa corretamente a formação da imagem do objeto, nessa situação.



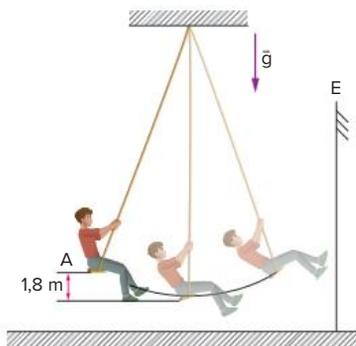


6 Considere um corredor delimitado por duas paredes planas, verticais e paralelas entre si. Numa das paredes (A) está incrustada uma lâmpada puntiforme (L) acesa. Na outra parede (B) está fixado um espelho plano (MN), que reflete luz proveniente de L, iluminando a região M'N' da parede A. Considere que a parede A se aproxima da parede B com velocidade constante v . Determine a velocidade relativa entre M' e N'.

7 **Faap** Um cilindro de 25 cm de altura e de diâmetro desprezível foi abandonado de uma posição tal, que sua base inferior estava alinhada com a extremidade superior de um espelho plano de 50 cm de altura e a 20 cm deste. Durante sua queda, ele é visto, assim com a sua imagem, por um observador, que se encontra a 1 m do espelho e a meia altura deste (ver figura). Calcule por quanto tempo o observador ainda vê a imagem, mesmo que parcial, do cilindro, que permanece vertical durante a queda. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



8 Na situação esquematizada, um garoto está balançando diante de um espelho plano E postado verticalmente sobre o solo. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $|\vec{g}| = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Se na posição A a velocidade do balanço é nula, então, o máximo valor do módulo da velocidade do garoto em relação à sua imagem fornecida por E é:

- A $3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ C $9,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ E $15,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
 B $6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ D $12,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

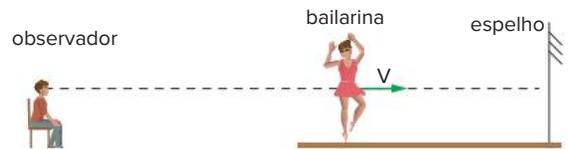
9 No esquema a seguir, são representadas as motos M_1 e M_2 em movimento uniforme, em um trecho retilíneo de uma estrada. Suas velocidades escalares, dadas de acordo com a orientação da trajetória, estão indicadas na figura:



Sabendo que a moto M_1 é equipada com um espelho retrovisor plano, calcule para a imagem de M_2 , conjugada pelo referido espelho:

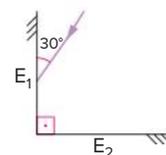
- a) a velocidade escalar em relação ao espelho.
 b) a velocidade escalar em relação a M_2 .
 c) a velocidade escalar em relação à Terra.

10 **UFMS** Um grande espelho plano serve como pano de fundo em um palco de teatro, durante a apresentação de uma dança. A bailarina se coloca entre o espelho e o público, que assiste à dança. Um observador do público está em uma posição da qual, num dado momento, vê a imagem refletida da bailarina no espelho e vê também a bailarina na mesma linha de seus olhos (veja a figura). Nesse momento, a bailarina se aproxima do espelho com velocidade V com relação ao palco. Se a bailarina vê sua própria imagem e também a do observador refletida no espelho, é correto afirmar que:



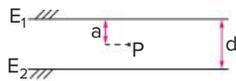
- A o observador percebe que a imagem da bailarina, refletida no espelho, aproxima-se dele com velocidade $2V$.
 B a bailarina percebe que a imagem do observador, refletida no espelho, aproxima-se dela com velocidade $2V$.
 C a bailarina percebe que sua própria imagem, refletida no espelho, aproxima-se dela com velocidade $2V$.
 D a imagem refletida da bailarina no espelho é uma imagem real.
 E a distância da bailarina até o espelho é o dobro da distância da bailarina até sua imagem refletida.

11 Na figura a seguir, os espelhos planos E_1 e E_2 são perpendiculares. Um raio luminoso incide no espelho E_1 formando 30° com a superfície refletora, conforme está indicado:



Represente a trajetória da luz até que esta deixe o sistema de espelhos.

- 12 Um objeto P está entre dois espelhos planos e paralelos, E_1 e E_2 , conforme a figura.

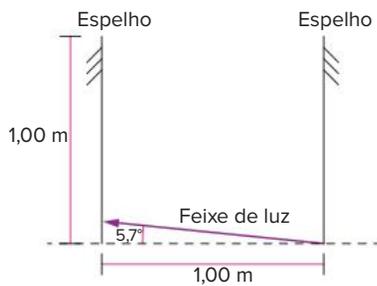


Sabendo-se que a distância entre os espelhos é d e que o objeto P dista a do espelho E_1 , determine a distância entre as duas primeiras imagens formadas (imagens formadas por simples reflexão).

- 13 Dois espelhos planos paralelos, E_1 e E_2 , estão frente a frente, separados pela distância de 20 cm. Entre eles há uma fonte luminosa F, de pequenas dimensões.

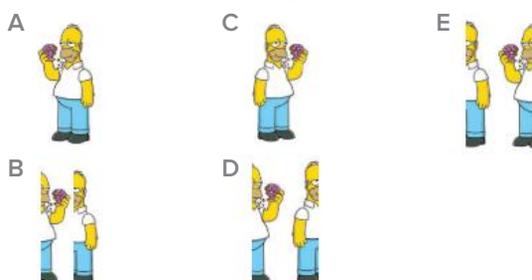
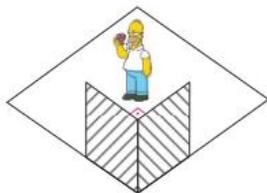
- Calcule a distância entre a primeira imagem fornecida pelo espelho E_1 e a primeira imagem fornecida pelo espelho E_2 .
- A distância calculada no item a depende da posição de F em relação a E_1 e E_2 ?

- 14 CFTCE Dois espelhos planos, dispostos paralelamente, têm suas faces refletoras voltadas uma para a outra. Um raio de luz penetra na região entre os espelhos, fazendo um ângulo de $5,7^\circ$ com a horizontal, conforme a figura. O número de reflexões que o raio sofre, até deixar a região entre os espelhos, é: (use $\text{tg } 5,7^\circ = 0,1$).

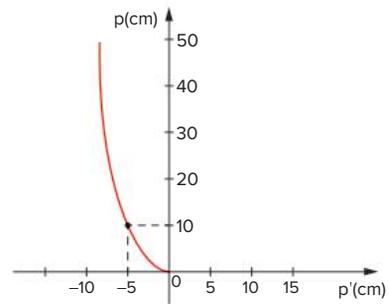


- A 4 B 5 C 6 D 7 E 8

- 15 UFRGS A figura a seguir representa a vista frontal de Homer comendo em frente a dois espelhos planos, posicionados perpendicularmente entre si. Assinale a alternativa que representa a imagem que Homer observa nos espelhos.



- 16 Um objeto é colocado sobre o eixo de um espelho convexo. O gráfico seguinte representa, respectivamente, as posições P e P' do objeto e de sua imagem, ambas em relação ao vértice do espelho:



Qual é a distância focal desse espelho, em cm?

- 17 Considere um espelho côncavo de aumento, com distância focal $F = 1,0$ m, usado para uma pessoa fazer a barba. Calcule a distância do rosto ao espelho para que a imagem do rosto esteja ampliada 2 vezes.

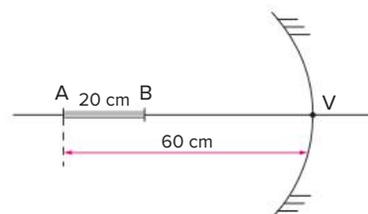
- 18 Diante de um espelho esférico, perpendicularmente ao seu eixo principal, é colocado um objeto luminoso a 15 cm do vértice. Deseja-se que a imagem correspondente seja projetada em um anteparo e tenha quatro vezes o comprimento do objeto. Determine:

- se a imagem é real ou virtual, direita ou invertida.
- a distância do anteparo ao vértice do espelho, para que a imagem seja nítida.
- a distância focal do espelho.

- 19 Uma vela acesa de 18 cm de comprimento é colocada sobre o eixo principal de um espelho esférico, a 60 cm do vértice. A imagem real correspondente forma-se a 30 cm do espelho. Determine:

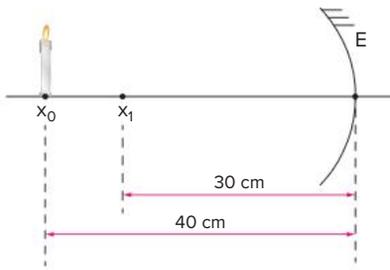
- se o espelho é côncavo ou convexo.
- o comprimento da imagem.
- o traçado gráfico do objeto e de sua imagem conjugada pelo espelho.

- 20 Uma barra AB de 20 cm de comprimento está colocada sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo. A extremidade B encontra-se sobre o centro de curvatura do espelho, enquanto a extremidade A encontra-se a 60 cm do espelho, conforme mostra a figura. Determine:



- a distância focal do espelho.
- o comprimento da imagem da barra conjugada pelo espelho.

- 21 Em uma experiência de óptica geométrica, dispuseram-se um toco de vela e um espelho côncavo gaussiano E, de distância focal igual a 20 cm, como mostra a figura:

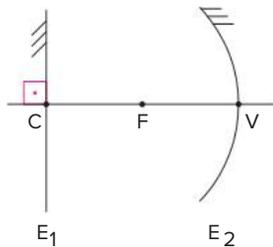


O toco de vela foi deslocado de x_0 a x_1 , com velocidade escalar de módulo 1,0 cm/s. Enquanto o toco de vela foi deslocado, qual foi o módulo da velocidade escalar média da imagem, expressa em cm/s?

- 22 UFSC A distância entre a imagem e um objeto colocado em frente a um espelho côncavo é de 16 cm. Sabendo-se que a imagem é direita e 3 vezes maior, determine o raio de curvatura do espelho, em cm.
- 23 UnitaU Um objeto retilíneo, de altura h , está diante de um espelho côncavo, de raio de curvatura R , a uma distância d do mesmo. Para que a sua imagem seja real e tenha altura $h/2$, a distância d deve valer:

- A $\frac{R}{3}$ C $\frac{3R}{4}$ E $3R$
- B $\frac{2R}{3}$ D $\frac{3R}{2}$

- 24 No esquema a seguir, E_1 é um espelho plano e E_2 é um espelho esférico côncavo de raio de curvatura $R = 60$ cm:



C, F e V são, respectivamente, em relação a E_2 , o centro de curvatura, o foco e o vértice. Em **F**, é colocada uma fonte pontual de luz. Determine a distância da fonte à sua imagem, considerando que a luz sofre dupla reflexão, primeiramente em E_1 e posteriormente em E_2 .

- 25 Fuvest A imagem de um objeto forma-se a 40 cm de um espelho côncavo com distância focal de 30 cm. A imagem formada situa-se sobre o eixo principal do espelho, é real, invertida e tem 3 cm de altura.
- Determine a posição do objeto.
 - Determine a altura do objeto.
 - Construa o esquema referente à questão, representando objeto, imagem espelho e raios utilizados e indicando as distâncias envolvidas.

- 26 Faap Um objeto de 75 mm de altura é colocado perpendicularmente ao eixo principal de um espelho esférico côncavo, de distância focal igual a 30 cm. Obtém-se um aumento de 1,5. A imagem sendo real, pergunta-se:

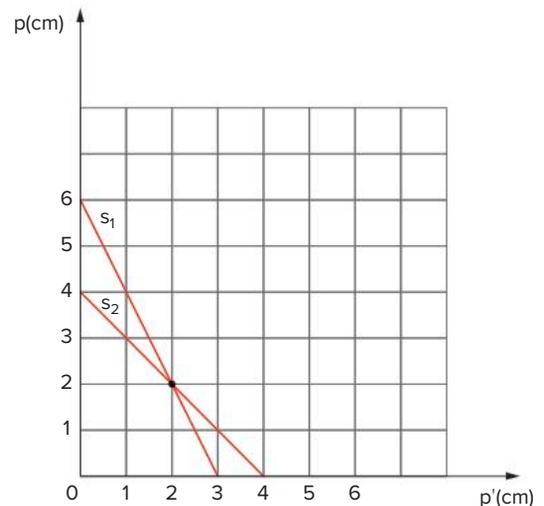
- qual é a altura da imagem obtida? Ela é direita ou invertida?
- qual é a distância da imagem ao espelho?
- qual é a distância do objeto ao espelho?

- 27 ITA Seja E um espelho côncavo cujo raio de curvatura é 60,0 cm. Que tipo de imagem obteremos se colocarmos um objeto real de 12,0 cm de altura, verticalmente, a 20 cm do vértice de E?

- Virtual e reduzida a 4,0 cm de altura.
- Real e colocada a 60,0 cm da frente do espelho.
- Virtual e três vezes mais alta que o objeto, isto é, com 36,0 cm.
- Real, invertida e de tamanho igual ao do objeto.
- Virtual, direita e com 18,0 cm de altura.

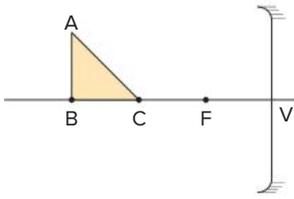
- 28 No plano cartesiano da figura a seguir, foram representados nos eixos cartesianos valores de abscissas de objeto (p) e de imagem (p') conjugados por um espelho esférico. Duas experiências foram representadas pelas respectivas retas suportes s_1 e s_2 , de acordo com o Método Gráfico de Coordenadas. Determine:

- a distância focal e o raio de curvatura do espelho.
- na 1ª experiência, as abscissas do objeto e da imagem.
- na 2ª experiência, as abscissas do objeto e da imagem.
- os aumentos lineares transversais A_1 e A_2 para cada uma das respectivas experiências.

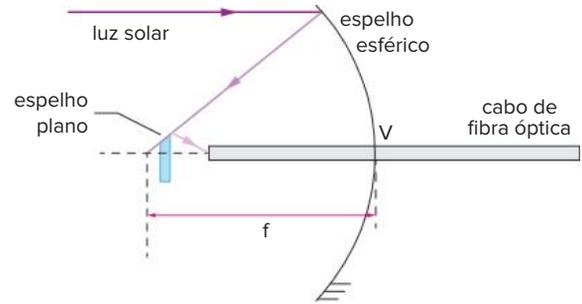
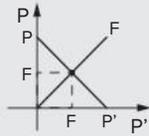


- 29 O triângulo retângulo ABC da figura tem o cateto \overline{BC} sobre o eixo principal do espelho esférico, de centro de curvatura C e raio 12 cm. O cateto \overline{AB} , perpendicular ao eixo, tem 8,0 cm de comprimento, ao passo que \overline{BC} tem 6,0 cm de comprimento. Determine a área da imagem do triângulo ABC.

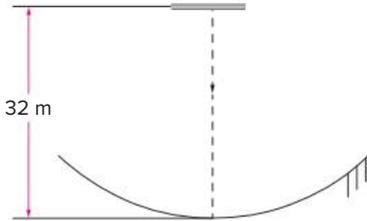
Obs.: faça a figura da imagem.



A questão 29 deve ser resolvida pelo método gráfico de Pierre Lucie.



- 30 IME** Uma pequena barra metálica é solta no instante $t = 0$ s do topo de um prédio de 32 m de altura. A aceleração da gravidade local é 10 m/s^2 .



A barra cai na direção de um espelho côncavo colocado no solo, conforme indicado na figura. Em certo instante, a imagem da barra fica invertida, 30 cm acima da barra e quatro vezes maior que ela. O instante em que isso ocorre é, aproximadamente:

- A 2,1 s
- B 2,2 s
- C 2,3 s
- D 2,4 s
- E 2,5 s

- 31 ITA** Um espelho esférico convexo reflete uma imagem equivalente a $\frac{3}{4}$ da altura de um objeto dele situado a uma distância p_1 . Então, para que essa imagem seja refletida com apenas $\frac{1}{4}$ da sua altura, o objeto deverá se situar a uma distância p_2 do espelho, dada por:

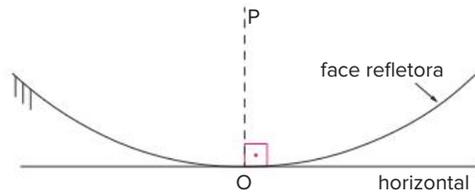
- A $p_2 = 9p_1$
- B $p_2 = \frac{9p_1}{4}$
- C $p_2 = \frac{9p_1}{7}$
- D $p_2 = \frac{15p_1}{7}$
- E $p_2 = \frac{-15p_1}{7}$

- 32 Unesp** Um pesquisador decide utilizar a luz solar concentrada em um feixe de raios luminosos para confeccionar um bisturi para pequenas cirurgias. Para isso, construiu um coletor com um espelho esférico, para concentrar o feixe de raios luminosos, e um pequeno espelho plano, para desviar o feixe em direção à extremidade de um cabo de fibra óptica. Este cabo capta e conduz o feixe concentrado para a sua outra extremidade, como ilustrado na figura.

Em uma área de 1 mm^2 , iluminada pelo sol, a potência disponível é $0,001 \text{ W/mm}^2$. A potência do feixe concentrado que sai do bisturi óptico, transportada pelo cabo, cuja seção tem $0,5 \text{ mm}$ de raio, é de $7,5 \text{ W}$. Assim, a potência disponibilizada por unidade de área (utilize $\pi = 3$) aumentou por um fator de:

- A 10000
- B 4000
- C 1000
- D 785
- E 100

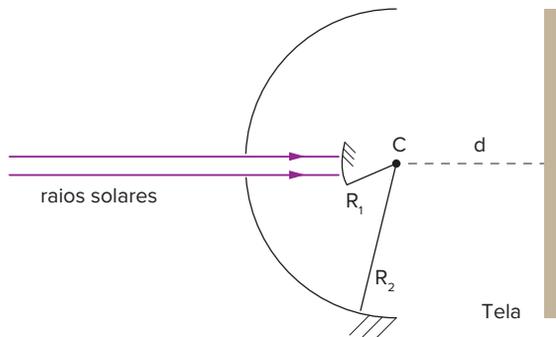
- 33 UFC** A figura mostra um espelho esférico côncavo de raio de curvatura R , apoiado sobre a horizontal, com a face refletora voltada para cima. A reta tracejada vertical \overline{OP} passa sobre o ponto correspondente ao centro do espelho esférico. Determine a distância y , acima do ponto O e ao longo da reta \overline{OP} , para a qual ocorrerá maior incidência de luz solar refletida no espelho, suposta de incidência vertical. Considere o espelho esférico com pequeno ângulo de abertura, de modo que os raios incidentes são paralelos e próximos ao seu eixo principal.



Assinale a alternativa que apresenta corretamente essa distância.

- A $\frac{R}{2}$
- B $\frac{3R}{4}$
- C R
- D $\frac{3R}{2}$
- E $2R$

- 34 UFRJ** Um dispositivo para a observação da imagem do Sol é constituído por dois espelhos esféricos concêntricos e uma tela, como ilustra a figura a seguir. O espelho convexo tem raio de curvatura R_1 igual a 12 cm e o espelho côncavo tem raio de curvatura R_2 igual a 30 cm .



Calcule o valor da distância (d) entre a tela e o centro de curvatura C , comum aos dois espelhos, quando a imagem do Sol se forma com nitidez sobre a tela.

35 FGV

LUA NA AGUA
LUA NA AGUA

ALGUMA LUA
ALGUMA LUA

LUA ALGUMA
LUA ALGUMA

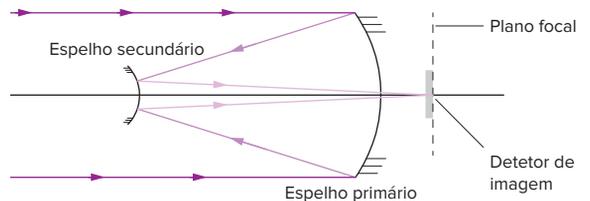
Paulo Leminski

Nesse poema, Paulo Leminski brinca com a reflexão das palavras, dando forma e significado a sua poesia ao imaginar a reflexão em um espelho-d'água. Para obter o mesmo efeito de inversão das letras, se os dizeres da primeira linha estiverem sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo, com sua escrita voltada diretamente à face refletora do espelho, o texto corretamente grafado e o anteparo onde será projetada a imagem devem estar localizados sobre o eixo principal, nessa ordem:

- A no mesmo lugar e sobre o foco.
- B no mesmo lugar e sobre o vértice.
- C no centro de curvatura e sobre o foco.
- D no foco e sobre o centro de curvatura.
- E no mesmo lugar e sobre o centro de curvatura.

- 36 UFPR Mãe e filha visitam a “Casa dos Espelhos” de um parque de diversões. Ambas se aproximam de um grande espelho esférico côncavo. O espelho está fixo no piso de tal forma que o ponto focal F e o centro de curvatura C do espelho ficam rigorosamente no nível do chão. A criança para em pé entre o ponto focal do espelho e o vértice do mesmo. A mãe pergunta à filha como ela está se vendo e ela responde:
- A “Estou me vendo maior e em pé”.
 - B “Não estou vendo imagem alguma”.
 - C “Estou me vendo menor e de cabeça para baixo”.
 - D “Estou me vendo do mesmo tamanho”.
 - E “Estou me vendo em pé e menor”.

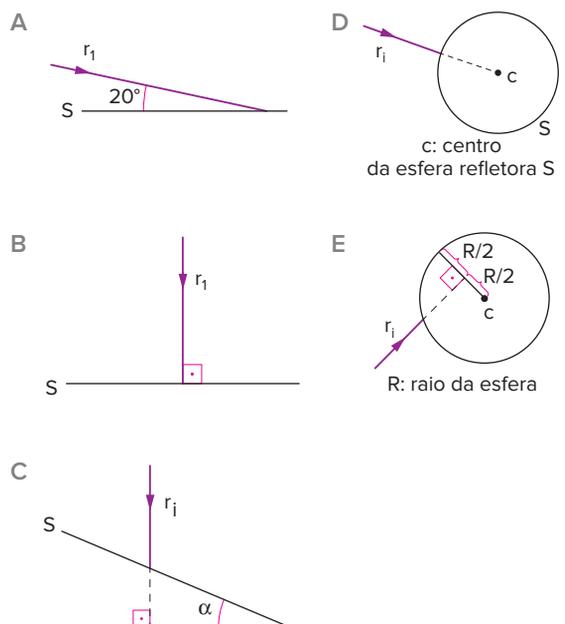
- 37 UFF O telescópio refletor Hubble foi colocado em órbita terrestre de modo que, livre das distorções provocadas pela atmosfera, tem obtido imagens espetaculares do universo. O Hubble é constituído por dois espelhos esféricos, conforme mostra a figura abaixo. O espelho primário é côncavo e coleta os raios luminosos oriundos de objetos muito distantes, refletindo-os em direção a um espelho secundário, convexo, bem menor que o primeiro. O espelho secundário, então, reflete a luz na direção do espelho principal, de modo que esta, passando por um orifício em seu centro, é focalizada em uma pequena região onde se encontram os detectores de imagem.



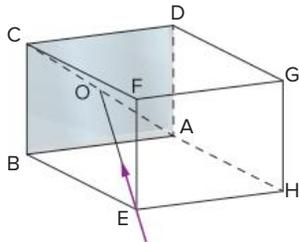
Com respeito a este sistema óptico, pode-se afirmar que a imagem que seria formada pelo espelho primário é:

- A virtual e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem que ser virtual.
- B real e funciona como objeto real para o espelho secundário, já que a imagem final tem que ser virtual.
- C virtual e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem que ser real.
- D real e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem que ser real.
- E real e funciona como objeto real para o espelho secundário, já que a imagem final tem que ser real.

- 38 Desenhe o raio de luz refletido pela superfície S e determine os ângulos de incidência (i) e de reflexão (r), nos casos abaixo:



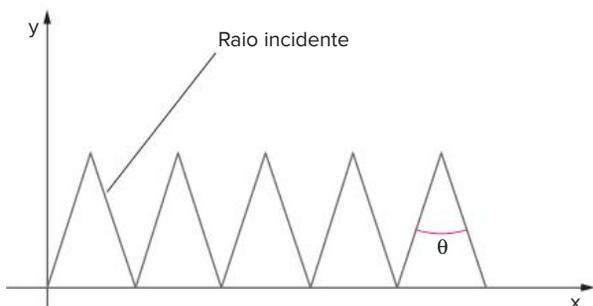
- 39 Considere a caixa cúbica representada a seguir, em que a face ABCD é espelhada de tal forma que a superfície refletora seja voltada para dentro da caixa:



Suponha que um raio luminoso penetre na caixa pelo vértice E e incida no ponto O, centro do espelho. Você poderá, então, afirmar que o correspondente raio refletido sairá da caixa pelo ponto:

- A C C F E A
B G D H

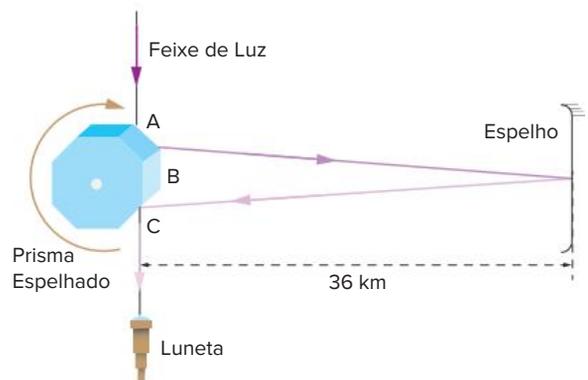
- 40 Unir Um possível mecanismo pelo qual o chamado “avião invisível” seja dificilmente detectado por radares consiste na existência de pequenas saliências e reentrâncias na superfície do avião, como mostra a figura.



- A partir dessas informações, assinale a afirmativa correta.
- A Quanto menos o ângulo θ , menor o número de reflexões, independente do ângulo de incidência do raio.
- B Qualquer incidência na direção do eixo y e para qualquer ângulo θ , resultaria em um número ímpar de reflexões.
- C Se o ângulo θ for menor que 60° , o raio incidente fará infinitas reflexões, independente do ângulo de incidência.
- D Para $\theta = 90^\circ$, o raio incidente retornaria na mesma direção, desde que se realizem duas reflexões.
- E Se o ângulo θ for maior que 30° , o raio incidente fará apenas duas reflexões.

- 41 UFBA A medida da velocidade da luz, durante muitos séculos, intrigou os homens. A figura mostra um diagrama de um procedimento utilizado por Albert Michelson, físico americano nascido na antiga Prússia. Um prisma octogonal regular com faces espelhadas é colocado no caminho óptico de um raio de luz. A luz é refletida na face A do prisma e caminha cerca de 36,0 km atingindo o espelho, no qual é novamente refletida, retornando em direção ao prisma espelhado onde sofre uma terceira reflexão na face C e é

finalmente detectada na luneta. O procedimento de Michelson consiste em girar o prisma de modo que, quando o pulso de luz retornar, encontre a face B exatamente no lugar da face C.



Considerando que a velocidade da luz é igual a $3,0 \cdot 10^5$ km/s e que a aresta do prisma é muito menor do que a distância entre o prisma e o espelho,

- calcule o tempo que um pulso de luz gasta para percorrer, ida e volta, a distância do prisma espelhado até o espelho;
- calcule a frequência de giro do prisma de modo que a face B esteja na posição da face C, quando o pulso de luz retornar.

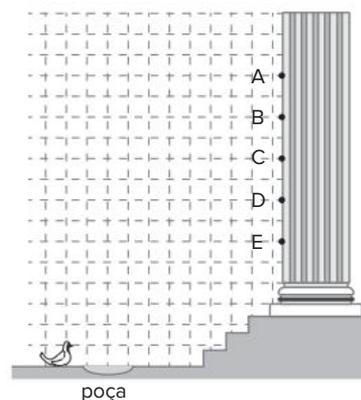
42 FGV

A realidade e a imagem

O arranha-céu sobe no ar puro lavado pela chuva
E desce refletido na poça de lama do pátio.
Entre a realidade e a imagem, no chão seco que as separa,
Quatro pombas passeiam.

Manuel Bandeira.

Diante da suntuosa fachada neoclássica do arranha-céu, uma pomba observa o reflexo de parte de uma coluna em uma poça a sua frente.



Dentre os pontos indicados, a pomba vê por reflexão, nessa poça, apenas:

- A B
B C
C A e B
D B e C
E D e E

FRENTE 3**CAPÍTULO****9****Refração da luz**

Quando a luz passa de um meio para outro com características físicas diferentes, pode ocorrer uma mudança em sua velocidade de propagação e a luz pode ser desviada, um fenômeno conhecido como refração. A partir de um ângulo específico, o chamado ângulo crítico, o feixe luminoso não consegue retornar ao meio inicial, sofrendo reflexão interna total. Nas fibras ópticas, materiais com características ópticas específicas permitem a transmissão de sinais luminosos por meio de reflexões internas sucessivas, transportando informações, com perda mínima, a grandes distâncias.

Introdução

Como já foi visto em capítulos anteriores, a velocidade da luz é máxima no vácuo e, conseqüentemente, em qualquer meio material (água, vidro, cristal etc.) a velocidade é menor.

Dizemos que a luz sofre refração quando muda de meio de propagação, modificando sua velocidade de propagação.

Em geral, a refração é acompanhada por um desvio na trajetória original da luz, entretanto, existe um caso de refração no qual a luz não sofre desvio: é quando a luz incide normalmente à superfície de separação entre os meios (ângulo de incidência nulo).

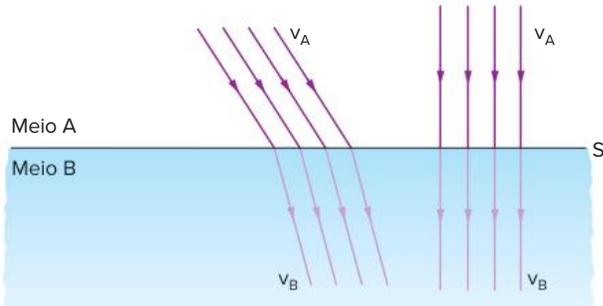


Fig. 1 Refração da luz.

Na figura anterior, S é a interface entre os meios A e B, isto é, a superfície de separação entre os meios de propagação da luz onde sua velocidade é, respectivamente, v_A e v_B .

Chama-se de dioptro ao conjunto:

- meio A
- meio B
- superfície de separação S

Nos dioptros reais, o fenômeno da refração é sempre acompanhado pelo fenômeno da reflexão da luz. Assim, o raio de luz incidente na superfície S gera dois raios: um refratado e outro refletido.

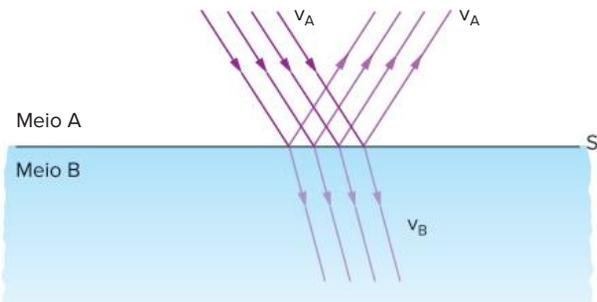


Fig. 2 Refração acompanhada de reflexão parcial.

Atenção

Toda refração gera reflexão parcial. Além disso, é importante observar que parte da energia incidente em S é absorvida, e parte da energia luminosa incidente é transformada em energia térmica.

Em um dioptro ideal ou perfeito, a refração da luz não é acompanhada de reflexão nem de absorção.

Índice de refração

Seja c a velocidade da luz no vácuo e v a velocidade da luz em um dado meio, definimos o índice de refração absoluto do meio, denominado n , como sendo:

$$n = \frac{c}{v}$$

Observação: $n \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} n = 1, (\text{vácuo}) \\ n > 1, (\text{meios materiais}) \end{cases}$

A partir da definição, temos que, quanto maior for o índice de refração absoluto do meio, menor é a velocidade da luz nesse meio.

Vale a pena observar que, em um dado meio, a velocidade de propagação depende da frequência da luz (lembre-se do capítulo anterior).

Observe a figura 3.

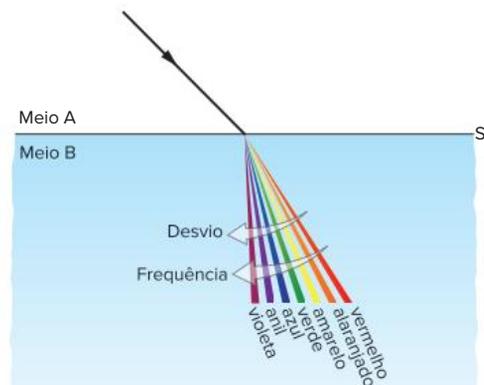


Fig. 3 Relação de n com a frequência e o desvio da luz.

Atenção

O índice de refração absoluto é uma grandeza adimensional (sem unidade de medida).

Índice de refração relativo

Se n_A e n_B são, respectivamente, os índices de refração absolutos dos meios A e B para um dado feixe de luz monocromática, então definimos o índice de refração do meio A em relação ao meio B, $n_{A,B}$, como sendo:

$$n_{A,B} = \frac{n_A}{n_B}$$

Como:

$$n_A = \frac{c}{v_A} \text{ e } n_B = \frac{c}{v_B}$$

temos:

$$n_{A,B} = \frac{\frac{c}{v_A}}{\frac{c}{v_B}}$$

Logo:

$$n_{A,B} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{v_B}{v_A}$$

Observe que, quanto maior o índice de refração relativo para os meios A e B, menor é a velocidade de propagação de uma luz monocromática em relação ao meio B.

Leis da refração

Considere um dióptro constituído por uma superfície de separação S e dois meios refringentes A e B, com índices de refração n_A e n_B , respectivamente. Considere agora um raio de luz monocromático incidente r_i na superfície no ponto I, gerando um raio refratado r_r . Observe a figura a seguir.

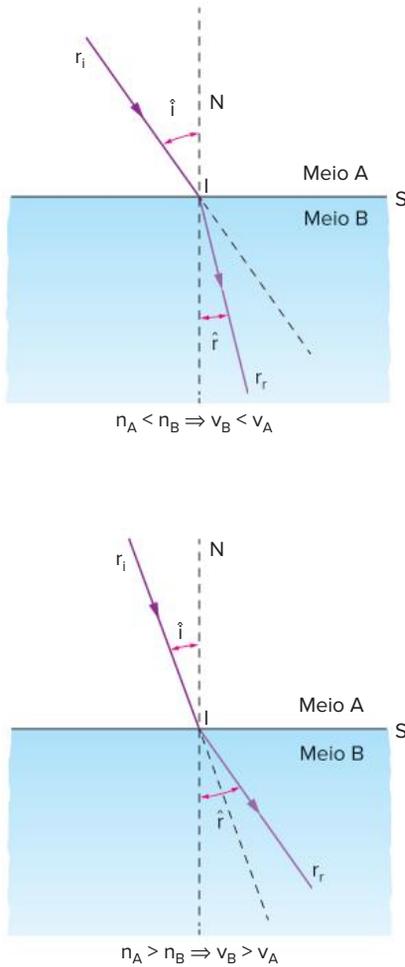


Fig. 4 Refração da luz.

Primeira lei da refração

O raio de luz incidente, o raio de luz refratado e a reta normal são coplanares.

! Atenção

Observe que o raio de luz incidente e o refratado ficam em lados opostos em relação à reta normal.

Segunda lei de refração

É constante a relação entre os senos dos ângulos de incidência e refração. Essa lei é conhecida por **Lei de Snell-Descartes**.

$$n_A \text{sen } \hat{i} = n_B \text{sen } \hat{r}$$

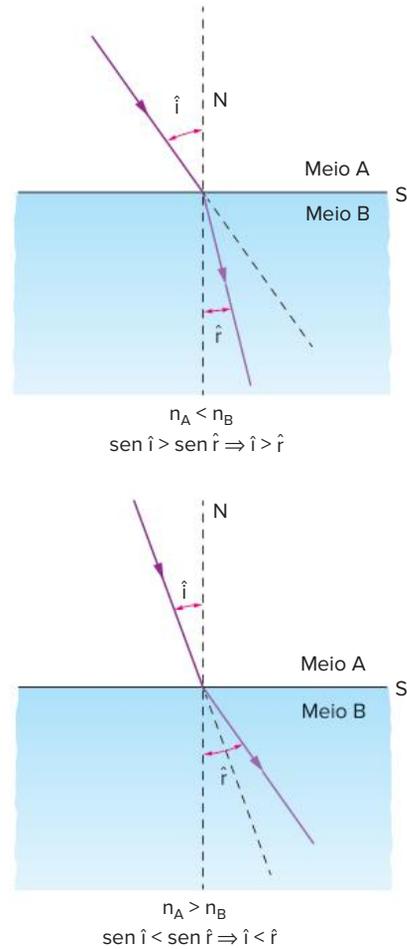


Fig. 5 Lei de Snell-Descartes.

em que:

\hat{i} : ângulo de incidência.

\hat{r} : ângulo de refração.

! Atenção

Semelhante à reflexão, os ângulos de incidência e de refração são sempre os ângulos formados com a reta normal.

Uma consequência direta da mudança de velocidade de propagação de um meio para o outro é que a luz poderá sofrer um desvio de direção no sentido de se aproximar ou de se afastar da reta normal. Só não ocorrerá um desvio da direção de propagação se a luz sofrer uma incidência normal ($\hat{i} = 0^\circ$).

Para descrever o comportamento da luz na refração, observe:

$$n_{\text{maior}} \xrightarrow{\text{vai para}} n_{\text{menor}}$$

$$v_{\text{menor}} \xrightarrow{\text{vai para}} v_{\text{maior}}$$

\therefore o raio de luz se afasta da reta normal

$$n_{\text{menor}} \xrightarrow{\text{vai para}} n_{\text{maior}}$$

$$v_{\text{maior}} \xrightarrow{\text{vai para}} v_{\text{menor}}$$

\therefore o raio de luz se aproxima da reta normal

! Atenção

No meio mais refringente (n_{maior}), o ângulo que a luz forma e sua respectiva velocidade são menores em relação ao outro meio (n_{menor}).

Ângulo limite de incidência

Considere um raio de luz se propagando de um meio mais refringente A para um meio menos refringente B. Nesse caso, como já vimos, o raio refratado tende a se afastar da normal.

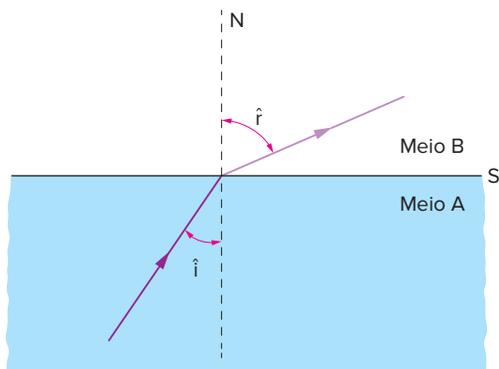


Fig. 6 Refração do meio mais refringente para o menos refringente.

Observe que $n_A > n_B \Rightarrow \hat{r} > \hat{i}$ e que, à medida que se aumenta \hat{i} , o ângulo \hat{r} também aumenta.

No caso limite, temos um valor tal para \hat{i} , tal que $\hat{r} = 90^\circ$. Para esse valor de \hat{i} , chamamos de ângulo limite de incidência \hat{L} .

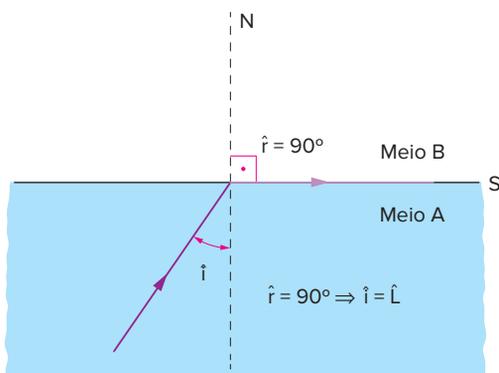


Fig. 7 Refração rasante.

! Atenção

Ângulo limite (\hat{L}) é o ângulo de incidência no meio mais refringente que gera uma refração rasante ($\hat{r} = 90^\circ$) no meio menos refringente.

Pode-se calcular o ângulo limite \hat{L} pela Lei de Snell-Descartes, observe:

$$n_A \cdot \text{sen } \hat{i} = n_B \cdot \text{sen } \hat{r}$$

aplicando a definição de \hat{L} , temos:

$$n_A \cdot \text{sen } \hat{L} = n_B \cdot \text{sen } 90^\circ$$

Como $\text{sen } 90^\circ = 1$, temos:

$$n_A \cdot \text{sen } \hat{L} = n_B$$

Logo:

$$\text{sen } \hat{L} = \frac{n_B}{n_A}$$

Observe que, como $n_B < n_A$, $\text{sen } \hat{L}$ é sempre menor que 1.

Todo dioptro possui um ângulo limite para a refração da luz do meio mais refringente para o meio menos refringente, e esse valor é dado pelo arco cujo seno é a razão entre o menor n e o maior n .

$$\text{sen } \hat{L} = \frac{n_{(\text{menor})}}{n_{(\text{maior})}}$$

Reflexão total

E se por algum motivo o ângulo de incidência da luz no meio mais refringente for maior do que o ângulo limite?

Nesse caso, o ângulo de refração não pode ser superior a 90° , portanto, em casos de $\hat{i} > \hat{L}$, teremos uma reflexão total da luz incidente, apesar da superfície em questão não se tratar de um espelho.

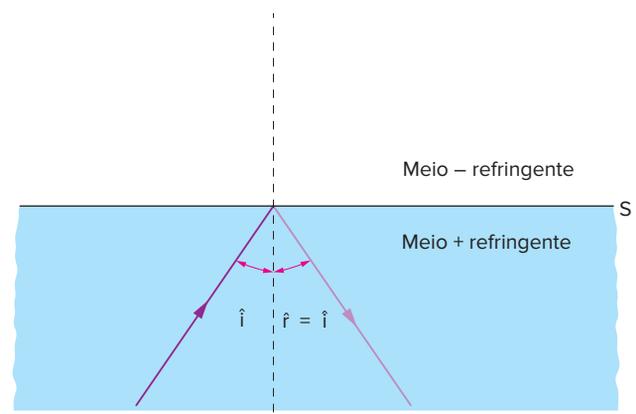


Fig. 8 Reflexão total, $\hat{i} > \hat{L}$.

! Atenção

Condições para que ocorra reflexão total:

- I. incidência pelo meio mais refringente.
 $n_{\text{maior}} \rightarrow n_{\text{menor}}$
- II. $\hat{i} > \hat{L}$

Dioptro plano

Temos um dioptro plano quando a superfície de separação S entre os dois meios de propagação for plana. O objetivo principal, em nosso estudo de dioptros planos, é determinar posições aparentes de objetos observados por observadores em meios distintos.

Vamos dividir esse estudo em duas situações:

Situação 1:

Objeto no meio mais refringente e observador em um meio menos refringente.
 Observe a figura a seguir.

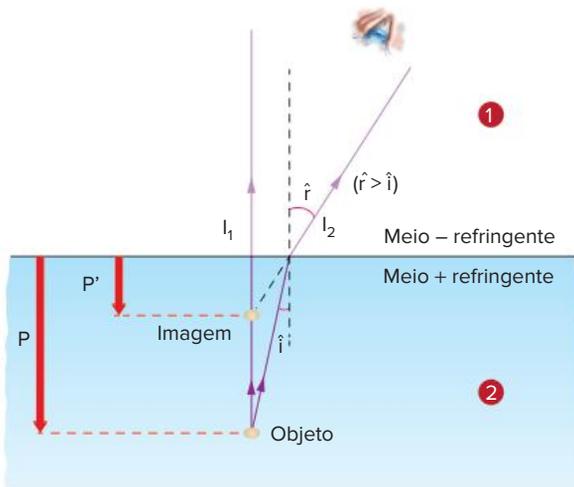


Fig. 9 Posição aparente, $P' < P$.

O observador no meio menos refringente percebe a imagem P' , conjugada por um dioptró plano, de um objeto real P localizado no meio mais refringente.

A imagem P' é virtual e está mais próxima da superfície S do que o objeto P .

No caso dos meios 1 e 2 serem o ar e a água, respectivamente, teremos a mesma visão que temos quando observamos um peixe na água ou o fundo de uma piscina; tanto o peixe quanto o fundo da piscina parecem estar mais próximos da superfície do que realmente estão.

Observação: Este fenômeno pode se tornar um risco para mergulhadores de cavernas submersas, pois, ao emergir, podem ter a impressão de que o teto, ou mesmo uma estalactite, está mais afastado da superfície do que realmente está, podendo gerar um grave acidente.

Contudo, o dioptró plano é um sistema óptico astigmático, significando que a imagem P' será uma mancha luminosa, entretanto, se considerarmos os raios de luz paraxiais, ou seja, próximos da reta normal, o dioptró plano poderá ser considerado estigmático.

Nessas condições, podemos demonstrar que:

$$P' = \frac{n_{\text{observador}}}{n_{\text{objeto}}} \cdot P$$

em que:

P' : posição da imagem em relação a S .

P : posição do objeto em relação a S .

$n_{\text{observador}}$: índice de refração do meio para o qual a luz emerge (1).

n_{objeto} : índice de refração do meio no qual a luz incide (2).

Situação 2:

Objeto no meio menos refringente e observador em um meio mais refringente.

Observe a figura a seguir.

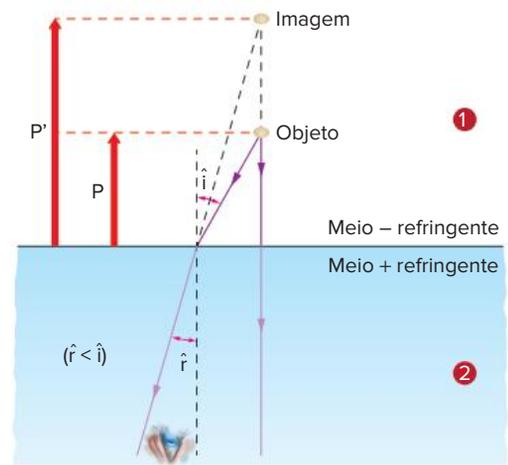


Fig. 10 Posição aparente, $P' > P$.

O observador no meio mais refringente percebe a imagem P' , conjugada por um dioptró plano, de um objeto real P localizado no meio menos refringente.

Analogamente à situação 1, a imagem P' é virtual, só que, desta vez, a imagem está mais afastada da superfície S do que o objeto P .

No caso dos meios 1 e 2 serem o ar e a água, respectivamente, teremos a mesma visão que um mergulhador tem quando observa uma ave no ar, tendo a nítida impressão de que a ave está mais afastada da superfície do que realmente está.

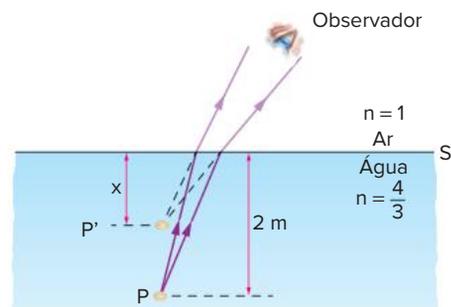
Perceba que a equação vista para a situação 1 é válida para a situação 2.

$$P' = \frac{n_{\text{observador}}}{n_{\text{objeto}}} \cdot P$$

Exercícios resolvidos

- 1 Uma pedrinha encontra-se no fundo de uma piscina, a uma profundidade igual a 2,0 m. Considerando igual a $\frac{4}{3}$ o índice de refração da água, qual a profundidade aparente dessa pedra para uma pessoa que se encontra fora da água, olhando para ela, nas vizinhanças da vertical que passa pela pedra?

Resolução:



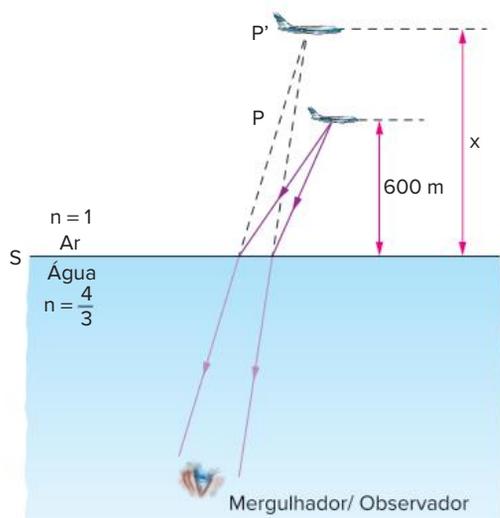
$$P' = \frac{n_{\text{Observador}}}{n_{\text{Objeto}}} \cdot P$$

$$P' = \frac{1}{4/3} \cdot 2 \Rightarrow P' = \frac{3}{4} \cdot 2 \Rightarrow P' = 1,5 \text{ m}$$

∴ Posição aparente = 1,5 m

- 2** Um mergulhador imerso nas águas de um lago observa um avião no instante em que ambos estão aproximadamente na mesma vertical. O avião está 600 m acima da superfície da água, cujo índice de refração admite-se igual a $\frac{4}{3}$. A que altura da superfície da água o avião aparenta estar, em relação ao mergulhador?

Resolução:



$$P' = \frac{n_{\text{Observador}}}{n_{\text{Objeto}}} \cdot P \Rightarrow P' = \frac{4}{3} \cdot 600 \Rightarrow P' = 800 \text{ m}$$

∴ Posição aparente = 800 m

Lâmina de faces paralelas

Uma lâmina de faces paralelas é uma associação de dois dioptros planos e paralelos.

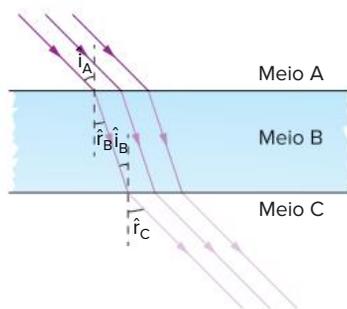


Fig. 11 Lâmina de faces paralelas.

Na maioria dos casos, o que ocorre é o representado na figura anterior, em que os meios A e C são igualmente refringentes, isto é, $n_A = n_C$, que, por sua vez, são menores que n_B .

Aplicando a Lei de Snell-Descartes, temos:

$$\text{em } S_1 : n_A \cdot \text{sen } i_A = n_B \cdot \text{sen } r_B$$

$$\text{em } S_2 : n_B \cdot \text{sen } i_B = n_C \cdot \text{sen } r_C$$

Logo:

$$n_A \cdot \text{sen } i_A = n_C \cdot \text{sen } r_C$$

No caso de $n_A = n_C$, por exemplo, uma lâmina de vidro envolvida pelo ar, $\text{sen } i_A = \text{sen } r_C$. Já que $n_A \cdot \text{sen } i_A = n_C \cdot \text{sen } r_C$ e $n_A = n_C$.

Como a função seno no primeiro quadrante é uma função estritamente crescente, $\text{sen } i_A = \text{sen } r_C$ implica

$$i_A = r_C$$

Portanto, em uma lâmina de faces paralelas envolvidas pelo mesmo meio, o raio de luz incidente é obrigatoriamente paralelo ao raio de luz emergente.

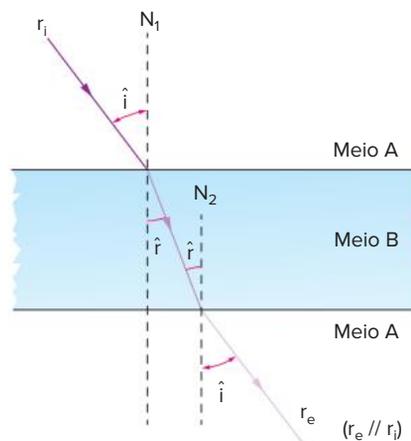


Fig. 12 Raio emergente paralelo ao raio incidente.

Em que:

r_i : raio de luz incidente.

r_e : raio de luz emergente.

Observação: Ao observar um objeto através de uma janela de vidro de faces paralelas, a imagem observada está mais próxima do vidro do que o objeto, devido ao deslocamento dos raios de luz.

Deslocamento lateral do raio emergente em relação ao raio incidente

Como o raio de luz emergente é paralelo ao raio de luz incidente, devemos calcular o deslocamento lateral que esse raio de luz sofre. Observe a figura a seguir.

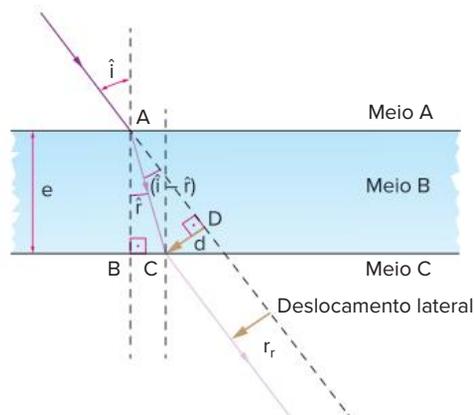


Fig. 13 Deslocamento lateral em uma lâmina de faces paralelas.

Pode-se provar que o deslocamento lateral é dado por:

$$d = e \cdot \frac{\sin(\hat{i} - \hat{r})}{\cos \hat{r}}$$

Deslocamento máximo e mínimo

Um raio de luz, ao se refratar por uma lâmina de faces paralelas, pode sofrer um deslocamento lateral que pode variar da espessura da lâmina (deslocamento máximo) até zero (deslocamento mínimo). Observe a figura a seguir.

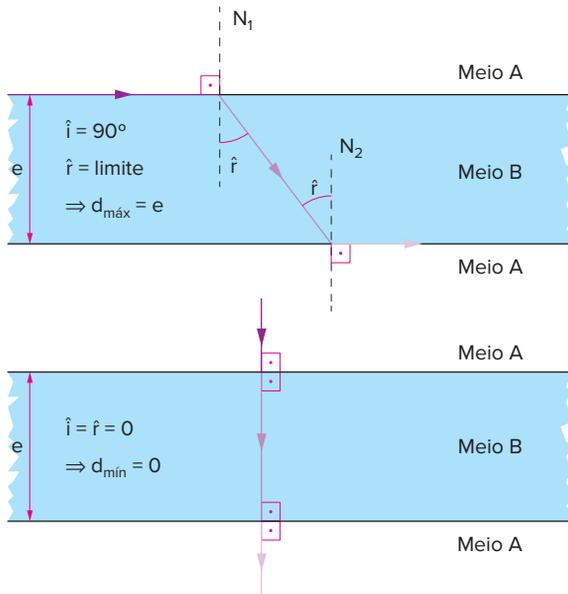


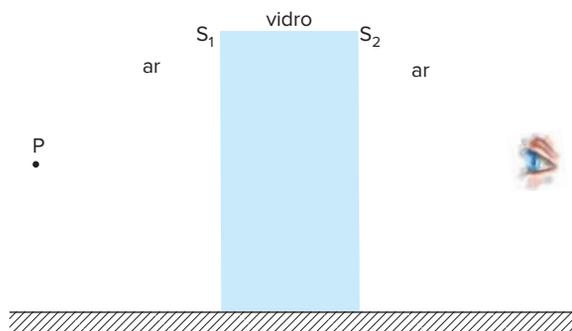
Fig. 14 Deslocamento lateral máximo e mínimo.

Atenção

No caso do deslocamento máximo, o ângulo de refração (dentro da lâmina) é justamente o ângulo limite entre os meios da lâmina e exterior a ela.

Exercício resolvido

3 Uma lâmina de vidro de faces paralelas tem espessura de 1,5 cm e índice de refração 1,5. Um ponto luminoso P encontra-se a 2,0 cm da face S_1 da lâmina, conforme a figura. Seja P' a imagem de P conjugada pela lâmina. Qual a distância entre P' e a face S_2 ? O índice de refração do ar é 1,0.



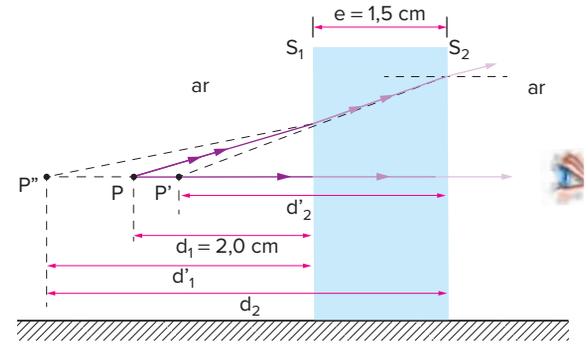
Resolução:

Dióptro ar-vidro(S_1):

$$\frac{n}{d_1} = \frac{n'}{d_1'} \Rightarrow d_1' = 3,0 \text{ cm}$$

P'' é objeto em relação ao dióptro S_2 :

$$\frac{n}{d_2} = \frac{n'}{d_2'} \Rightarrow d_2' = 3,0 \text{ cm} \quad (d_2 = d_1' + e)$$



Prisma óptico

Em óptica, denomina-se prisma óptico o sistema constituído por um corpo transparente dotado de duas faces planas não paralelas, como vemos na figura 15.

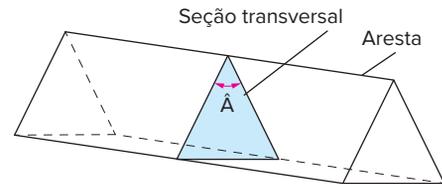


Fig. 15 Prisma.

Estudaremos o prisma a partir da sua seção reta (perpendicular à aresta), que indicamos na figura anterior e que destacamos a seguir.

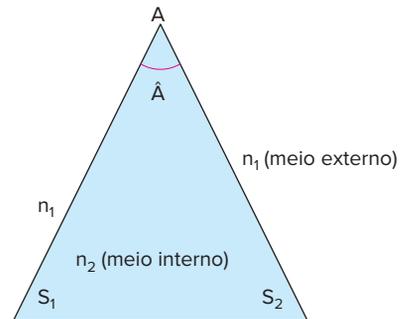


Fig. 16 Prisma, seção transversal.

Na representação do prisma, temos:

- \hat{A} : ângulo de abertura ou de refringência do prisma.
- n_1 : índice de refração do meio externo ao prisma.
- n_2 : índice de refração do prisma.

Observe na figura 17 a trajetória de um raio de luz através do prisma.

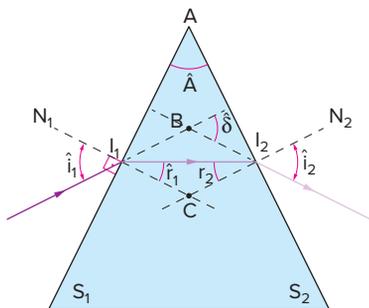


Fig. 17 Prisma, caminho da luz.

Na figura, temos:

- \hat{i}_1 ângulo de incidência.
- \hat{r}_1 ângulo de refração em S_1 .
- \hat{r}_2 ângulo de incidência em S_2 .
- \hat{i}_2 ângulo de emergência.
- $\hat{\delta}$ ângulo de desvio.

Aplicando no $\Delta I_1 I_2 C$ a propriedade do ângulo externo, temos:

$$\hat{A} = \hat{r}_1 + \hat{r}_2$$

Por definição, o ângulo de desvio $\hat{\delta}$ sofrido pelo raio de luz ao atravessar o prisma é o ângulo entre a direção do raio incidente e a direção do raio emergente.

Aplicando no $\Delta I_1 I_2 B$ novamente a propriedade do ângulo externo, temos:

$$\hat{\delta} = (\hat{i}_1 - \hat{r}_1) + (\hat{i}_2 - \hat{r}_2)$$

Logo:

$$\hat{\delta} = (\hat{i}_1 + \hat{i}_2) - (\hat{r}_1 + \hat{r}_2)$$

Como $(\hat{r}_1 + \hat{r}_2) = \hat{A}$

temos:

$$\hat{\delta} = (\hat{i}_1 + \hat{i}_2) - \hat{A}$$

Atenção

Eventualmente, podemos ter cada face do prisma em contato com meios de índice de refração diferentes entre si.

Desvio mínimo

O ângulo de desvio ($\hat{\delta}$) atinge seu valor mínimo ($\hat{\delta}_{\min}$) quando o ângulo de incidência (\hat{i}_1) é igual ao ângulo de emergência (\hat{i}_2), como decorrência, teremos $\hat{r}_1 = \hat{r}_2$ conforme a figura a seguir.

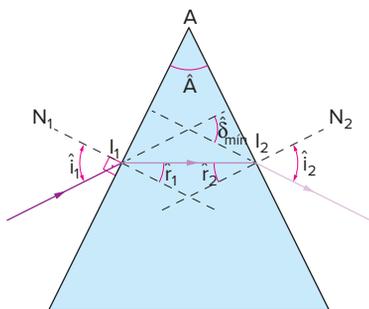


Fig. 18 Prisma, desvio mínimo (simetria).

Atenção

$$\text{Desvio mínimo } (\hat{\delta}_{\min}) \Rightarrow \hat{i}_1 = \hat{i}_2 \text{ e } \hat{r}_1 = \hat{r}_2$$

Observe que, na condição de desvio mínimo, temos:

$$\hat{\delta} = \hat{i}_1 + \hat{i}_2 - \hat{A} \Rightarrow \hat{\delta}_{\min} = 2\hat{i} - \hat{A}$$

Como:

$$\hat{A} = \hat{r}_1 + \hat{r}_2 \Rightarrow \hat{A} = 2 \cdot \hat{r}$$

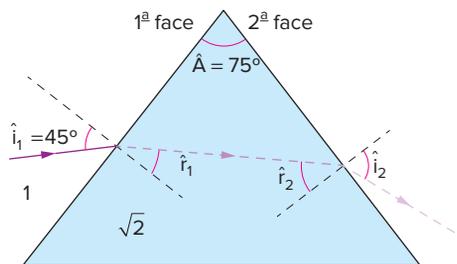
Temos:

$$\hat{\delta}_{\min} = 2\hat{i} - 2\hat{r} = 2(\hat{i} - \hat{r})$$

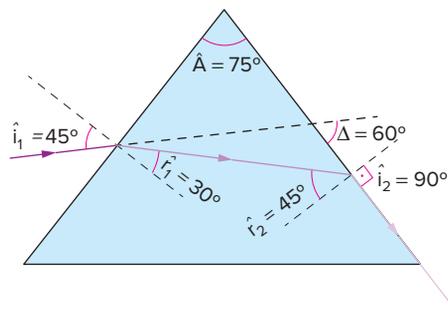
Exercício resolvido

- 4 Sobre uma das faces de um prisma de índice de refração $\sqrt{2}$ e imerso no ar ($n_{\text{ar}} = 1$), incide um raio de luz monocromática, fazendo com a normal um ângulo de 45° . O ângulo de refração do prisma é de 75° . Determine:

- o ângulo de incidência \hat{r}_2 , na segunda face.
- o ângulo de emergência \hat{i}_2 , na segunda face.
- o desvio angular Δ do raio que atravessa o prisma.



Resolução:



- a) Vamos, inicialmente, calcular o ângulo de refração \hat{r}_1 na 1ª face:

$$1 \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2} \cdot \sin \hat{r}_1$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \sin \hat{r}_1$$

$$\sin \hat{r}_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{r}_1 = 30^\circ$$

De $\hat{A} = \hat{r}_1 + \hat{r}_2$ e sendo $\hat{A} = 75^\circ$, vem:

$$75^\circ = 30^\circ + \hat{r}_2$$

$$\hat{r}_2 = 45^\circ$$

b) Lei de Snell-Descartes aplicada à 2ª face:

$$n \cdot \sin \hat{i}_2 = n_{ar} \cdot \sin \hat{i}'_2$$

$$\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \cdot \sin \hat{i}'_2$$

$$\sin \hat{i}'_2 = 1$$

$$\hat{i}'_2 = 90^\circ \text{ (emerge rasante)}$$

c) O desvio angular é dado por:

$$\Delta = \hat{i}'_1 + \hat{i}'_2 - \hat{A}_Z$$

$$\Delta = 45^\circ + 90^\circ - 75^\circ$$

$$\Delta = 60^\circ$$

Atenção

Nós vimos no início deste capítulo que o índice de refração de um dado meio é função da velocidade da luz no vácuo em relação à velocidade da luz no meio. Entretanto, a velocidade da luz em um meio material é função da frequência da luz. Quanto maior a frequência da luz, menor a velocidade de propagação.



Fig. 19 Desvios diferentes para frequências diferentes.

Assim, por exemplo, o vidro tem índices de refração diferentes para cada uma das cores; dessa forma, embora o ângulo de incidência i seja igual para todas as frequências, os valores dos ângulos de refração r serão diferentes, de onde ocorre a decomposição da luz.

Lentes esféricas delgadas

Uma lente esférica é a associação de dois dioptros, sendo que uma das superfícies de separação é esférica e a outra é esférica ou plana.

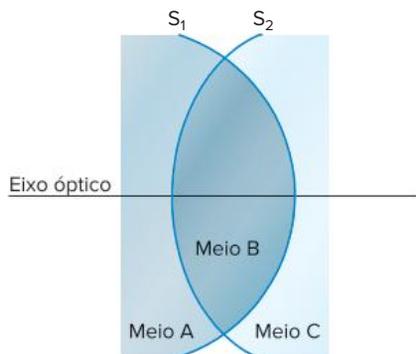


Fig. 20 Lente esférica delgada.

Em geral, consideramos idênticos os meios A e C e os chamamos, impropriamente, de meios externos à lente. Dessa maneira, o meio B, delimitado pelas superfícies S_1 e S_2 , é considerado como sendo a própria lente.

Elementos geométricos

A figura a seguir mostra os elementos geométricos característicos de uma lente:

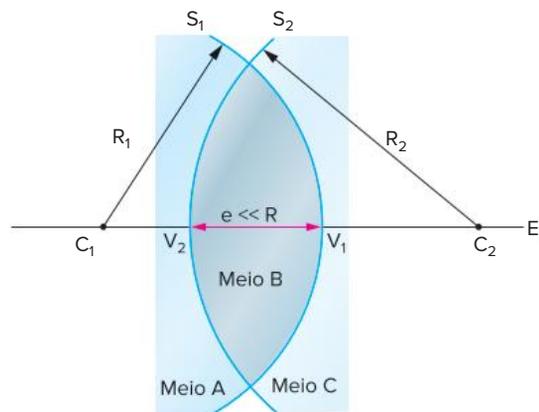


Fig. 21 Elementos geométricos de uma lente.

em que:

- C_1 e C_2 são os centros de curvatura das faces S_1 e S_2 .
- R_1 e R_2 são os raios de curvatura das faces S_1 e S_2 .
- E_p é o eixo óptico principal, é a reta que passa por C_1 e C_2 .
- V_1 e V_2 são os vértices, isto é, interseções do eixo principal com as faces S_1 e S_2 .
- $e = \overline{V_1V_2}$ é a espessura da lente ($e \ll R$).

Observação:

- Uma lente é delgada quando a espessura e for desprezível em relação aos raios de curvatura.
- Quando a lente tiver uma face plana, o eixo principal passa pelo centro da face esférica e é perpendicular à face plana.

Classificação das lentes

Podemos classificar as lentes quanto a dois aspectos: tipos de faces (**geometria**) e comportamento óptico (**vergência**).

- Quanto às faces, temos seis tipos de lentes divididos em dois grupos: as de bordas finas e as de bordas grossas.

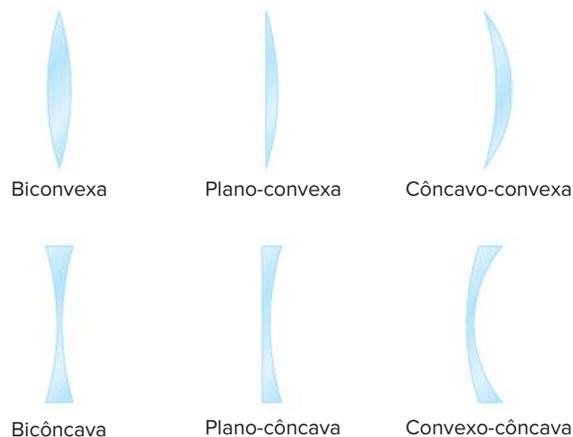


Fig. 22 Classificação das lentes às faces.

Os nomes seguem a convenção de que devemos citar em primeiro lugar a face de maior raio de curvatura e depois a face de menor curvatura. Lembre-se de que uma superfície plana possui raio de curvatura infinito.

II. Quanto ao comportamento óptico, uma lente pode ser convergente ou divergente.

A lente é convergente se a luz, ao atravessá-la, sofrer desvios no sentido de dirigir-se a um mesmo ponto. Em caso contrário, a lente será divergente.

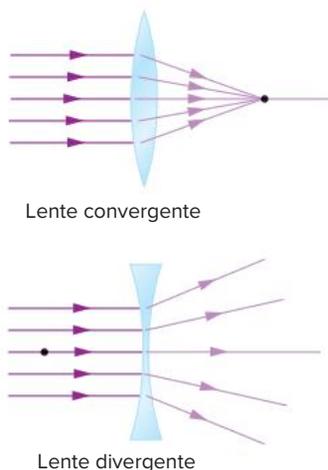


Fig. 23 Convergência e divergência de lentes delgadas.

As lentes delgadas convergentes e divergentes podem ser representadas da seguinte forma.

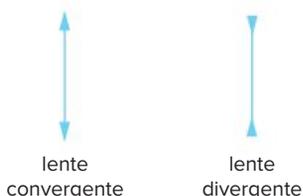


Fig. 24 Representação esquemática.

Um pincel incidente de luz, constituído por raios paralelos, ao passar por uma lente convergente, resulta em um pincel emergente convergente e, ao passar por uma lente divergente, resulta em um pincel emergente divergente.

Comportamento óptico e índice de refração

O comportamento óptico de uma lente depende, além de sua forma, dos índices de refração da lente e do meio externo a ela.

O caso mais comum é a lente ser mais refringente do que o meio externo, como uma lente de vidro imersa no ar. Nesse caso, podemos concluir que as lentes de bordas finas são convergentes e as lentes de bordas grossas são divergentes.

	Borda fina	Borda grossa
$n_L > n_{\text{meio}}$	convergente	divergente
$n_L < n_{\text{meio}}$	divergente	convergente

Tab. 1 Vergência de lentes delgadas.

Focos principais

Semelhante à abordagem dada a espelhos planos, vamos considerar, neste estudo, lentes delgadas e raios de luz dentro das condições de Gauss.

Foco imagem principal (F_I)

É o ponto imagem que a lente conjuga de um objeto impróprio, definido por raios de luz paralelos ao eixo óptico principal.

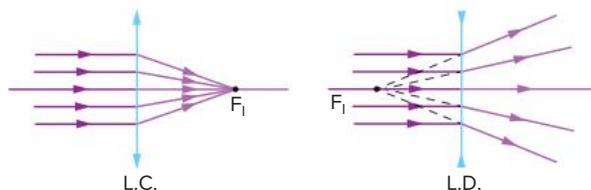


Fig. 25 Foco imagem principal.

Percebemos que a lente convergente possui foco imagem real e a lente divergente possui foco imagem virtual.

Foco objeto principal (F_O)

É o ponto objeto associado pela lente a uma imagem imprópria definida por raios de luz paralelos ao eixo óptico principal.

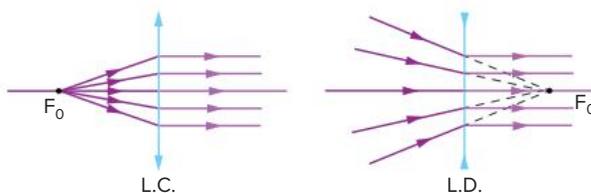


Fig. 26 Foco objeto principal.

Para a lente convergente, o foco objeto é real e, para a lente divergente, o foco objeto é virtual.

Distância focal

Como vimos, uma lente possui dois focos principais: o foco objeto e o foco imagem. Verifica-se que esses focos são simétricos em relação à lente delgada.

A distância focal F é a distância de um dos focos até a lente delgada.

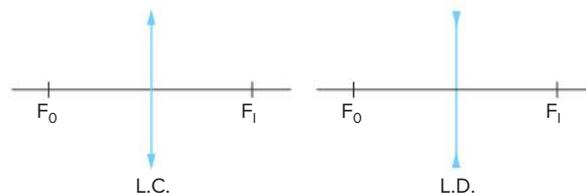


Fig. 27 Focos principais.

Atenção

Como os focos da lente convergente são reais e os focos da lente divergente são virtuais, convencionou-se que:

- a distância focal de uma lente convergente é positiva ($F > 0$).
- a distância focal de uma lente divergente é negativa ($F < 0$).

Raios notáveis de luz

Os raios notáveis em lentes são semelhantes aos raios notáveis estudados em espelhos esféricos, a diferença é que em espelhos os raios de luz sofrem reflexão, enquanto nas lentes os raios sofrem refração.

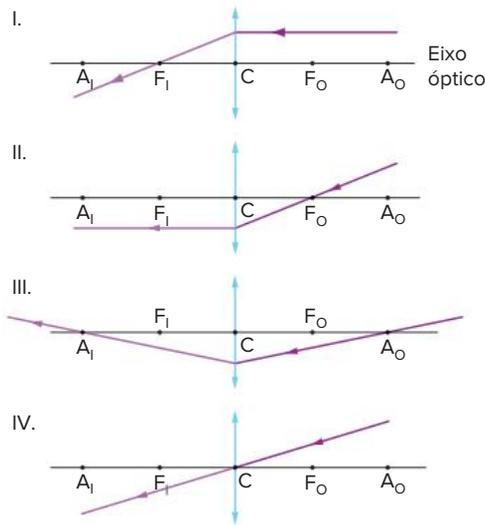


Fig. 28 Raios notáveis em lentes delgadas.

- I. Todo raio de luz que incide paralelamente ao eixo óptico principal da lente emerge em uma direção que passa pelo foco imagem principal. Essa trajetória decorre da própria definição de foco imagem principal. Na **lente convergente**, é o próprio raio de luz que passa pelo foco. Enquanto, na **lente divergente**, são os seus prolongamentos que passam pelo foco.
- II. Todo raio de luz que incide em uma direção que passa pelo foco objeto principal emerge paralelamente ao eixo óptico principal. Essa trajetória também é decorrente da definição de foco objeto.
- III. Todo raio de luz que incide em uma direção que passa pelo ponto antiprincipal objeto, ou antifoco (A_0), emerge em uma direção que passa pelo ponto antiprincipal imagem (A_1).

Observação: Ponto antiprincipal é aquele que dista da lente o dobro da distância focal:

- A_0 é o ponto antiprincipal objeto.
- A_1 é o ponto antiprincipal imagem.

- IV. Todo raio de luz que incide pelo centro óptico da lente passa por ela sem sofrer desvio em sua direção. Esse raio de luz define o centro óptico (C) da lente, ou seja, a interseção do eixo óptico principal com a lente.

Determinação gráfica da imagem

De modo análogo ao que fizemos nos espelhos esféricos, vamos determinar graficamente a imagem I de um pequeno objeto O, disposto frontalmente diante de uma lente delgada.

Lente convergente

Caso 1:

Objeto situado além do ponto antiprincipal A_0 . Imagem conjugada:

- real
- menor
- invertida
- entre A_1 e F_1

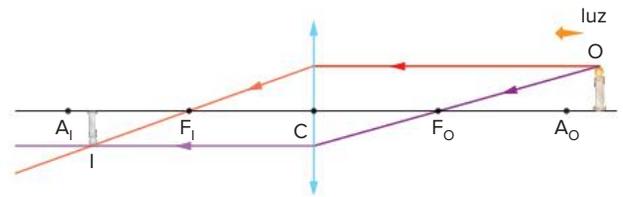


Fig. 29 Objeto além do antifoco.

Observação: Esse caso corresponde à imagem formada por uma câmera fotográfica.

Caso 2:

Objeto situado em A_0 . Imagem conjugada:

- real
- igual
- invertida
- em A_1

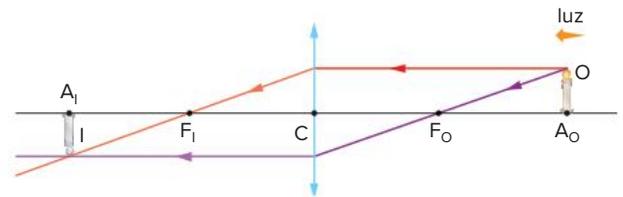


Fig. 30 Objeto sobre o antifoco.

Caso 3:

Objeto situado entre A_0 e F_0 . Imagem conjugada:

- real
- maior
- invertida
- depois do A_1

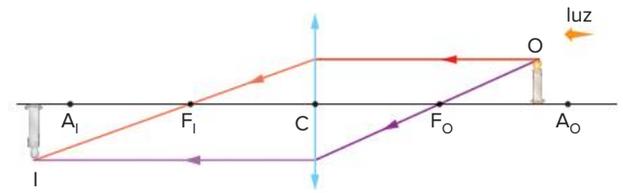


Fig. 31 Objeto entre o foco e o antifoco.

Observação: Esse caso corresponde à imagem produzida por projetores (tanto de slides como de filmes).

Caso 4:

Objeto situado em F_0 . Imagem conjugada: imprópria (infinito).

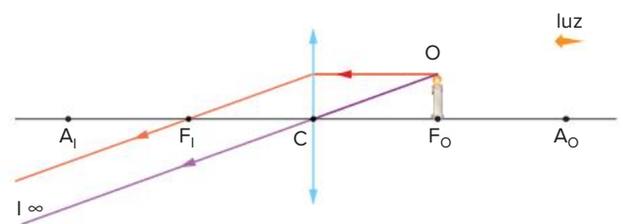


Fig. 32 Objeto sobre o foco.

Caso 5:

Objeto situado entre F_0 e C. Imagem conjugada:

- virtual
- direita
- maior
- região do objeto

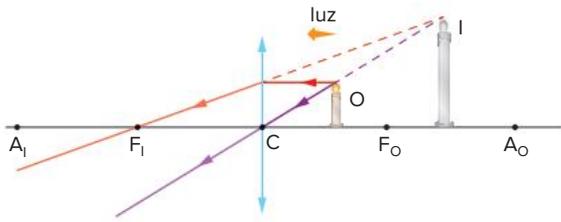


Fig. 33 Objeto entre a lente e o foco.

Observação: A lente de aumento, ou lupa, corresponde a uma lente convergente utilizada nas condições da figura anterior.

Lente divergente

Caso único:

Objeto situado na frente da lente. Imagem conjugada:

- virtual
- menor
- direita
- região do objeto

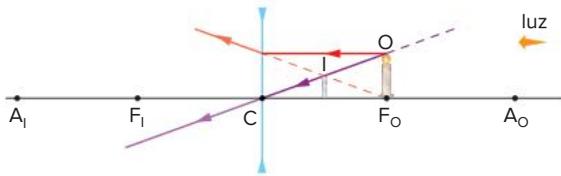


Fig. 34 Caso único de lente divergente.

Independentemente da posição do objeto real O, a imagem conjugada I será virtual, direita e reduzida.

Atenção

Observando as construções que acabamos de fazer, podemos concluir:

- sempre que o objeto e a imagem tiverem naturezas opostas, um real e o outro virtual, estarão localizados do mesmo lado da lente e a imagem será direita em relação ao objeto.
- sempre que o objeto e a imagem tiverem mesma natureza, os dois reais ou os dois virtuais, estarão localizados em lados opostos da lente e a imagem será invertida em relação ao objeto.
- a lente divergente, para um objeto real, sempre conjuga uma imagem virtual, direita e reduzida.

Determinação analítica da imagem

As equações que utilizaremos para a determinação da posição e tamanho da imagem são análogas às utilizadas no estudo dos espelhos esféricos.

Equação dos pontos conjugados de Gauss

Observe a figura a seguir, na qual é representado o sistema de referência.

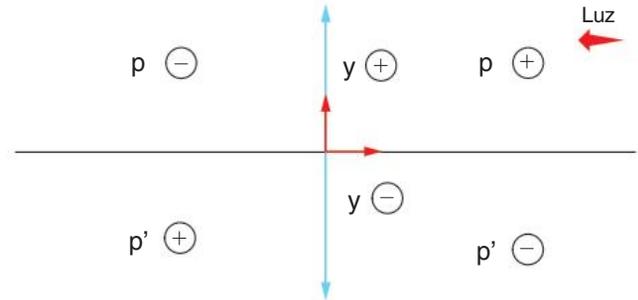


Fig. 35 Sistema de referência.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}$$

em que:

F: distância focal.

P: abscissa do objeto.

P': abscissa da imagem.

Para aplicarmos a equação de Gauss, devemos observar a seguinte convenção de sinais:

$F > 0$: lente convergente

$F < 0$: lente divergente

$P > 0$: objeto real

$P < 0$: objeto virtual

$P' > 0$: imagem real

$P' < 0$: imagem virtual

O aumento linear transversal, analogamente a espelhos esféricos, é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{P'}{P}$$

em que:

A: aumento linear transversal.

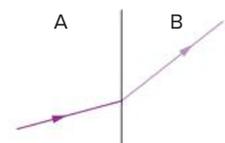
i: altura da imagem.

o: altura do objeto.

Revisando

1 Um raio de luz monocromática passa de um meio A para um meio B, conforme a figura.

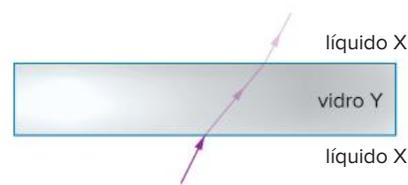
- Qual é o meio mais refringente?
- Em que meio a luz possui a maior velocidade?



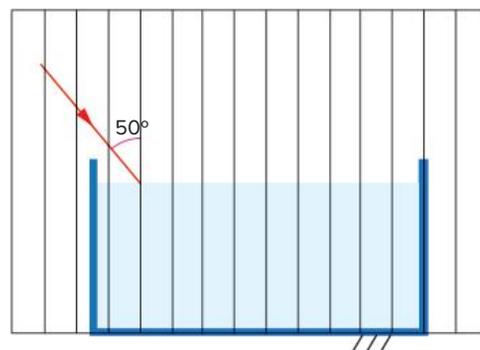
- 2 Um raio de luz monocromática incide perpendicularmente sobre uma das faces de um prisma, cujo ângulo de abertura é de 30° . Sendo o índice de refração do prisma $\sqrt{3}$ e estando ele imerso no ar, determine:
- a medida do ângulo de emergência.
 - o valor do desvio angular sofrido pelo raio.

- 3 Um raio de luz monocromática atravessa a fronteira plana entre os meios A e B, de A para B, com ângulo de incidência igual a 30° e ângulo de refração igual a 60° . Determine:
- o comportamento de um raio de luz de mesma frequência, que se dirige de A para B com ângulo de incidência de 60° .
 - o comportamento de um raio de luz de mesma frequência, que forma no meio B um ângulo de 30° com a normal e dirige-se de B para A.

- 4 Um feixe de luz monocromática passa do líquido X para o vidro Y e volta novamente para o líquido X, como mostra a figura. Em qual meio, X ou Y, a velocidade da luz é maior? Justifique a sua resposta.



- 5 **UFMG** Um feixe de luz vermelha, emitido por um laser, incide sobre a superfície da água de um aquário, como representado nesta figura. O fundo desse aquário é espelhado, a profundidade da água é de 40 cm e o ângulo de incidência do feixe de luz é de 50° . Observa-se, então, que esse feixe emerge da superfície da água a 60 cm do ponto em que entrou.



Considerando essas informações:

- trace, na figura acima, a continuação da trajetória do feixe de luz até depois de ele sair da água. Justifique sua resposta.
- calcule o índice de refração da água nessa situação. Em seguida, usa-se outro laser que emite luz verde.

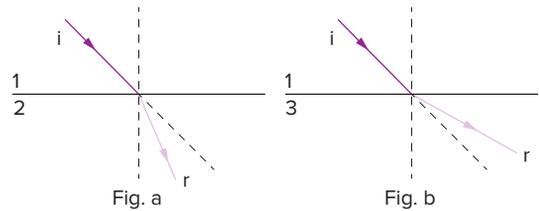
Considerando essa nova situação, responda:

- a distância entre o ponto em que o feixe de luz verde entra na água e o ponto em que ele emerge é menor, igual ou maior que a indicada para o feixe de luz vermelha? Justifique sua resposta.

- 6 **FCC (Adapt.)** Um raio luminoso monocromático se propaga de um meio transparente M para outro N. Nessa mudança de meio, sua velocidade aumenta de 25%. Para essa luz monocromática, qual o valor do índice de refração do meio M em relação ao meio N?

- 7 **Fuvest** As figuras *a* e *b* indicam os raios de luz incidente (*i*) e refratado (*r*) na interface entre o meio 1 e os meios 2 e 3, respectivamente:

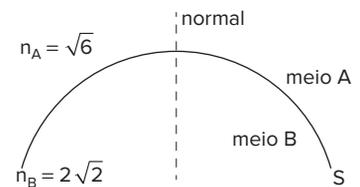
- a) Represente graficamente a refração de um raio de luz que passa do meio 2 para o meio 3.
b) Um desses três meios é o vácuo. Qual deles?



- 8 A figura ao lado representa uma superfície *S*, separadora de dois meios ordinários. Os índices absolutos de refração estão indicados na figura.

Pergunta-se:

- a) Qual o valor do seno do ângulo limite para esses dois meios?
b) Em qual meio ocorrerá o ângulo limite?

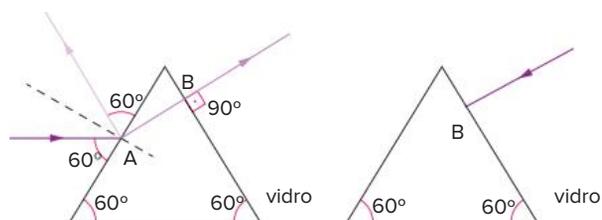


- 9 **Fuvest** Um feixe de luz monocromática incide sobre lâminas paralelas de diamante e vidro. Sendo os índices de refração de 2,42 para o diamante e 1,52 para o vidro, represente a trajetória do feixe luminoso que possui incidência oblíqua.

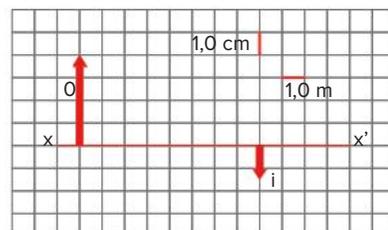
- 10 Fuvest** Um raio luminoso proveniente do ar atinge uma lâmina de vidro de faces paralelas com 8,0 cm de espessura e 1,5 de índice de refração. Esse raio sofre refração e reflexão ao atingir a primeira superfície; refração e reflexão ao atingir a segunda superfície (interna).
- Trace as trajetórias dos raios incidente, refratados e refletidos.
 - Determine o tempo para o raio refratado atravessar a lâmina, sendo o seno do ângulo de incidência 0,9.

- 11** Se a distância entre o objeto e a lente convergente passa de $2F$ para F (em que F é a distância focal), como irá variar a distância entre a imagem e a lente?

- 12 Fuvest** O esquema representa um bloco de vidro com uma cavidade prismática vazia e a trajetória percorrida por um raio de luz incidente no ponto A.
- Desenhe a trajetória de um outro raio que entra na cavidade, no ponto B, perpendicularmente à face.
 - Calcule o índice de refração do vidro.



- 13** A figura representa um objeto real O e a respectiva imagem i , produzida por uma lente delgada de eixo óptico principal xx' . Determine graficamente:
- a posição do centro óptico.
 - a distância focal da lente.

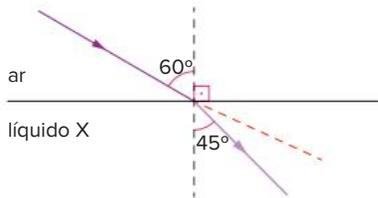


Exercícios propostos

- 1 UFPR 2019** Um dado meio tem um índice de refração n_1 . Um outro meio tem um índice de refração n_2 . Assinale a alternativa que expressa corretamente a relação entre os módulos das velocidades da luz nos dois meios, quando $n_2 = 2n_1$.

A $v_2 = 4v_1$ C $v_2 = v_1$ E $v_2 = \frac{v_1}{4}$
 B $v_2 = 2v_1$ D $v_2 = \frac{v_1}{2}$

- 2** Considere a refração da luz ao passar do ar para um líquido X, conforme o esquema seguinte:



Determine o índice de refração absoluto do líquido X, sabendo que: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e índice de refração absoluto do ar $\cong 1$.

- 3** Quando um raio de luz passa de um meio mais refringente para outro menos refringente:
- A afasta-se da normal.
 B aproxima-se da normal.
 C aumenta a frequência.
 D não ocorre desvio.
 E aumenta a velocidade de propagação.
- 4** O índice de refração do vácuo é igual a 1. Admitamos que o índice de refração do diamante seja igual a 2,4. Sendo de 300 000 km/s a velocidade da luz no vácuo, podemos, então, concluir que:
- A o vácuo é mais refringente que o diamante.
 B a luz sempre desvia fortemente, quando passa do vácuo para o diamante.
 C o diamante é um excelente emissor de luz.
 D a velocidade de propagação da luz no diamante é de 125 000 km/s.
 E a velocidade de propagação da luz no diamante é de 720 000 km/s.

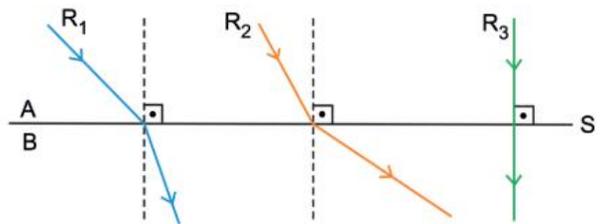
- 5 UFP 2018** Sobre o comportamento da luz em diferentes meios, são feitas as seguintes afirmações:
- Um feixe de luz monocromático tem frequência definida.
 - No vácuo, os diferentes feixes de luz monocromáticos se propagam com velocidades distintas.
 - A passagem da luz de um meio para outro, acompanhada de uma variação em sua velocidade de propagação, recebe o nome de refração da luz.
 - O índice de refração absoluto de um meio define-se como o quociente entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no meio em questão.

Está **correto** apenas o que se afirma em:

- A I, II e III.
 B I, III e IV.
 C I e III.
 D II e IV.
 E III e IV.

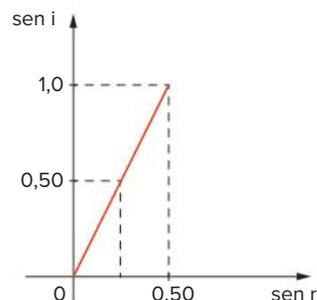
- 6** Qual o comprimento de onda de uma luz de frequência igual a $4 \cdot 10^{14}$ Hz propagando-se em um meio de índice de refração igual a 1,5?

- 7 UEFS 2018** Dois meios transparentes, A e B, de índices de refração absolutos n_A e $n_B \neq n_A$, são separados por uma superfície plana S, e três raios monocromáticos, R_1 , R_2 e R_3 , se propagam do meio A para o meio B, conforme a figura.



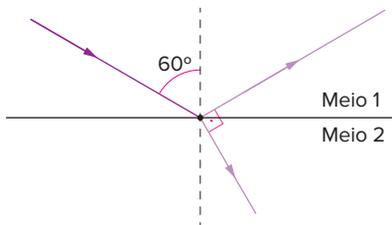
É correto afirmar que

- A o raio R_3 não sofre refração.
 B o raio R_1 é mais rápido no meio B do que no meio A.
 C para o raio R_3 , o meio B é mais refringente do que o meio A.
 D para o raio R_2 , $\frac{n_B}{n_A} < 1$.
 E para o raio R_1 , $n_B \cdot n_A < 0$.
- 8** Uma mesma luz monocromática passa do vácuo para o interior de uma substância, com diversos ângulos de incidência. Os senos do ângulo de incidência (i) e do ângulo de refração (r) são dados pelo gráfico seguinte.



Calcule o índice de refração absoluto dessa substância.

- 9** Na figura seguinte representa-se um pincel cilíndrico de luz monocromática que, propagando-se num meio 1, incide na fronteira separadora deste com um meio 2. Uma parcela de luz incidente é refletida, retornando ao meio 1, enquanto a outra é refratada, passando para o meio 2.



Sabendo que os pincéis refletido e refratado são perpendiculares entre si, obtenha:

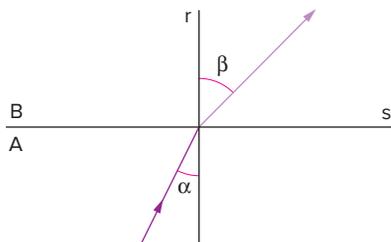
- os ângulos de reflexão e de refração.
- o índice de refração do meio 2 em relação ao meio 1.

- 10 Consideremos dois blocos de mesmo formato e igualmente lapidados, um de quartzo e outro de diamante, imersos no ar.

▶ **Dados:** índice de refração do quartzo $n_{\text{quartzo}} = 1,5$ e índice de refração do diamante $n_{\text{diamante}} = 2,4$.

Sendo igualmente iluminados:

- o diamante brilha mais, porque o ângulo limite na fronteira diamante-ar é menor que na fronteira quartzo-ar, o que favorece a reflexão interna no diamante.
 - o diamante brilha mais, porque o ângulo limite na fronteira diamante-ar é maior que na fronteira quartzo-ar.
 - o diamante brilha mais, porque a luz propaga-se em seu interior com velocidade maior que no interior do quartzo.
 - o quartzo brilha mais, porque ele é mais refringente que o diamante.
 - o quartzo e o diamante brilham igualmente.
- 11 **Fuvest** Um raio de luz monocromática propaga-se em um meio A. Incide na superfície S formando um ângulo α com a reta normal r e emerge no meio B formando um ângulo β com r . Quando α vale 30° , β vale 45° . Qual o valor de β quando $\alpha = 45^\circ$?



- A 15° B 30° C 60° D 75° E 90°

- 12 **IFSul 2019 (Adapt.)** Você já deve ter percebido que um objeto parece ter uma forma anormal quando mergulhado parcialmente em água, como representado na fotografia a seguir, na qual um pincel está parcialmente mergulhado em um copo com água. Essa ilusão é causada pelo fenômeno ondulatório chamado refração da luz, que ocorre quando a luz refletida pelo pincel muda de meio de propagação, passando da

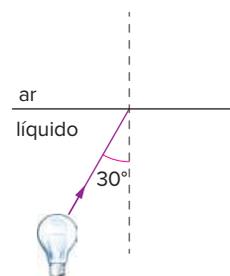
água para o ar. A explicação adequada para o fenômeno está na seguinte afirmação:



- Quando um feixe de luz passa da água para o ar, sua velocidade de propagação não se altera, o que provoca alteração na sua direção de propagação.
- Embora os meios ar e água apresentem o mesmo índice de refração, a velocidade de propagação da luz altera-se ao passar de um meio para o outro, gerando desvio de feixes de luz.
- O desvio dos feixes de luz deve-se meramente à ilusão de óptica gerada pela associação entre os meios água e vidro.
- Como o ar e a água apresentam diferentes índices de refração, a velocidade de propagação da luz é diferente de um meio para outro, causando o desvio de feixes de luz.

- 13 **Aman** A velocidade da luz em um certo óleo mede $\frac{2}{3}$ da velocidade no vácuo. O índice de refração abaixo é:
- A 1,50 C 1,67 E 1,75
 B 0,67 D 2,50

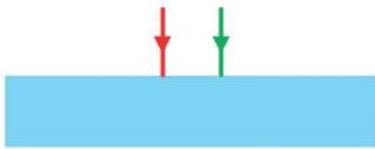
- 14 **Ufop** A figura mostra um raio luminoso proveniente de uma lâmpada colocada dentro de um líquido cujo índice de refração em relação ao ar é aproximadamente $\sqrt{2}$.



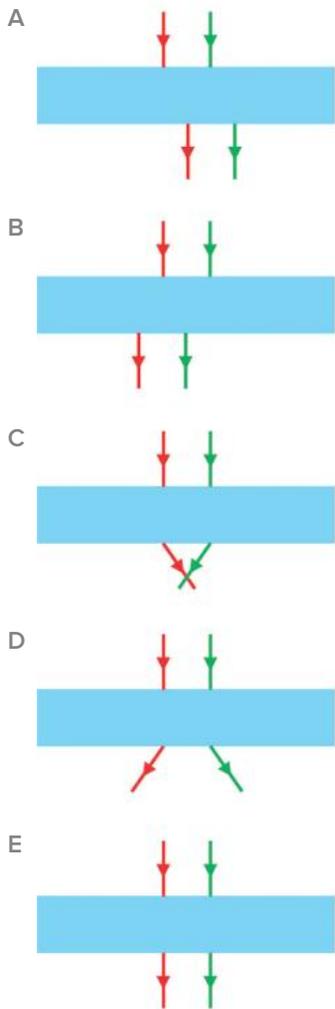
O valor do ângulo de refração é:

- $21,2^\circ$
- 30°
- $42,4^\circ$
- 45°
- $\arcsen \frac{1}{2\sqrt{2}}$

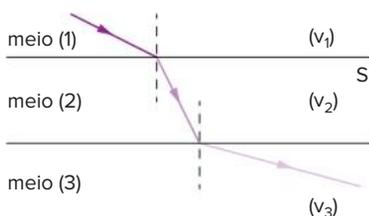
- 15 Famerp 2019** Dois raios de luz monocromáticos incidem perpendicularmente em uma das faces de uma lâmina de vidro de faces paralelas, imersa no ar, como mostra a figura.



Assinale a alternativa que representa esses mesmos raios de luz, ao emergirem na face oposta à de incidência.



- 16 Cesgranrio** Um raio de luz monocromático passa de um meio (1) para um meio (2) e deste para um meio (3), conforme indicado na figura a seguir.

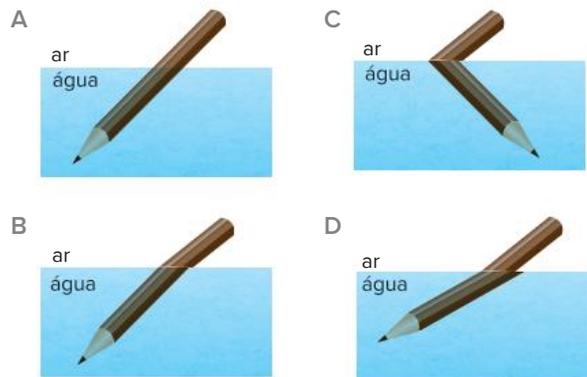


Ordene as velocidades de propagação da luz, nestes três meios: v_1 , v_2 e v_3 .

- 17 Mackenzie** Um raio luminoso que se propaga no vidro (índice de refração $= \sqrt{2}$) atinge a superfície que separa esse meio do ar (índice de refração $= 1$), segundo um ângulo i com a normal no ponto de incidência. Com relação a esse fato, podemos afirmar que haverá:
- A refração somente para $i \geq 45^\circ$.
 B refração somente para $i \leq 45^\circ$.
 C refração somente para $i = 45^\circ$.
 D refração para qualquer valor de i .
 E reflexão total para qualquer valor de i .

- 18 Fuvest** Um feixe luminoso propagando-se a 300 000 km/s atinge um bloco de certo material transparente, cujo índice de refração é 2,0.
- a) Desenhe o raio incidente, o refratado e o emergente, supondo que o raio incidente faça um ângulo de 60° com a normal a uma das faces do bloco.
 b) Qual a velocidade do feixe ao atravessar o interior do bloco?

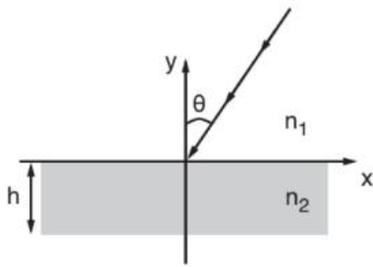
- 19** Mergulhando parcialmente um lápis em água e olhando através dela, o veremos como mostra a figura:



- 20 UPE 2018** Em 1968, o físico russo Victor Veselago chamou a atenção para o fato de que nenhum princípio fundamental proíbe a existência de materiais com índice de refração negativo. (...) O fenômeno mais interessante previsto por Veselago aconteceria na interface entre um meio com índice de refração negativo e outro com índice positivo. Um raio de luz que incidisse sobre a fronteira entre os dois meios seria refratado para o lado “errado” da linha normal. Usando a lei de Snell, ao invés de cruzar essa linha, como ocorre quando ambos os meios têm índices de refração positivos, o raio permaneceria sempre do mesmo lado da normal.

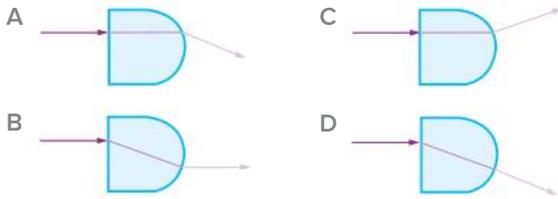
Fonte: http://www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/material_didatico/2011/refracao_negativa/refracao_negativa.html, acessado e adaptado em: 11 de julho de 2017. Adaptado.

Considere uma radiação monocromática que se propaga de um meio com índice de refração positivo, $n_1 = 1,0$, para um meio com índice de refração negativo, $n_2 = (3)^{-1/2}$, de espessura igual a $h = 1,0$ mm. Se o raio incidente forma um ângulo $\theta = 30^\circ$, segundo ilustra a figura, determine a coordenada x do ponto de onde o feixe emerge do meio 2.



- A -1,7 B -0,5 C 0,0 D 0,5 E 1,7

21 PUC-Minas Em um certo experimento de laboratório, um feixe de laser atinge um objeto de vidro perpendicularmente à sua face plana, como indicado nos diagramas abaixo. A direção do feixe, ao passar pelo vidro, é corretamente indicada no diagrama:



22 Udesc Um feixe de luz, cujo comprimento de onda é igual a 600 nm, propagando-se no ar, incide sobre um bloco de material transparente. O feixe de luz incidente forma um ângulo de 30° com relação a uma reta normal à superfície do bloco, e o refratado faz um ângulo de 20° com a normal. Considerando o índice de refração do ar igual a 1,00 e a tabela abaixo, o valor do índice de refração do material é:

Ângulo (θ)	sen (θ)	cos (θ)
20°	0,34	0,94
30°	0,50	0,87
60°	0,87	0,50
70°	0,94	0,34

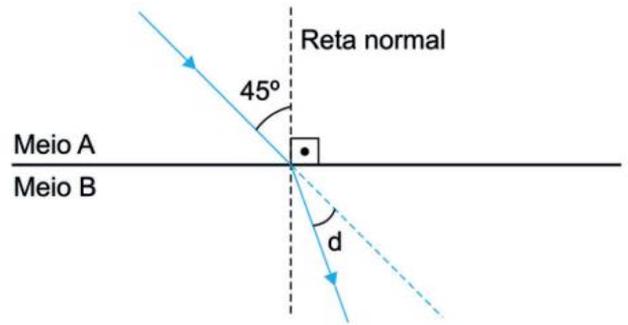
- A 1,47 C 2,56 E 1,00
B 0,68 D 0,93

23 UEPG A respeito de um raio de luz que se propaga de um meio 1 para um meio 2, assinale o que for correto.

- 01 Quanto maior a sua velocidade no meio 2, menor será seu índice de refração.
- 02 Quanto maior o índice de refração, maior será o desvio do raio de luz no meio 2.
- 04 Na superfície de separação dos meios só ocorre refração.
- 08 O ângulo de refração é, em toda circunstância, menor que o ângulo incidente.

Soma:

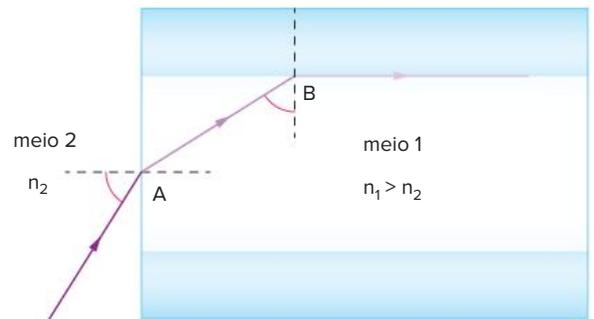
24 Famema 2018 Um raio de luz monocromático propaga-se por um meio A, que apresenta índice de refração absoluto $n_A = 1$, e passa para outro meio B, de índice de refração $n_B = \sqrt{2}$, conforme figura.



Considere que o raio incidente forma com a normal à superfície o ângulo de 45° . Nessas condições, o ângulo de desvio (d), indicado na figura, é igual a

- A 60° D 15°
B 30° E 90°
C 45°

25 Unesp As fibras óticas são dispositivos flexíveis projetados para conduzir um feixe de luz por longas distâncias e por caminhos sinuosos, sendo largamente utilizadas nos mais diversos campos da computação, da medicina e da engenharia. Considerando a figura, que representa um raio luminoso incidindo em uma fibra ótica, de índice de refração n_1 , diga qual ou quais são os fenômenos físicos que ocorrem nos pontos A e B.



Considere, agora, que um raio luminoso incida, no ponto A, saindo da fibra ótica. Nesse caso, comparando a situação em que o meio 2 é o ar com aquela em que o meio 2 é a água, determine e justifique em qual delas o ângulo limite de incidência desta fibra é maior.

26 FGV Um feixe de luz monocromática, proveniente de um meio óptico A, incide sobre a superfície de separação desse meio com um meio óptico B. Após a incidência, o raio segue por entre os dois meios, não refletindo nem penetrando o novo meio.



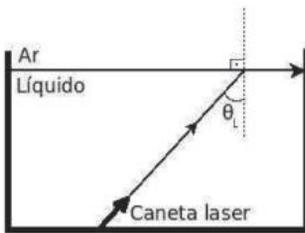
Com relação a esse acontecimento, analise:

- I. O meio óptico A tem um índice de refração maior que o meio óptico B.
- II. Em A, a velocidade de propagação do feixe é maior que em B.
- III. Se o ângulo de incidência (medido relativamente à normal à superfície de separação) for aumentado, o raio de luz reflete, permanecendo no meio A.
- IV. Se o raio de luz penetrasse o meio B, a frequência da luz monocromática diminuiria.

Está correto o contido apenas em:

- A I e III. C II e IV. E I, III e IV.
 B II e III. D I, II e IV.

27 UFJF 2018 Em um experimento realizado em um laboratório, Maria Meitner colocou uma caneta laser adequadamente protegida no fundo de um aquário e depois o encheu com um líquido desconhecido. Ao instalar o laser, ela mediu o ângulo limite, θ_L , para que ocorra a reflexão total na interface com o ar, encontrando o valor de 42° . A figura a seguir representa o experimento, sendo que a seta no fundo do aquário representa a caneta laser e as outras, por sua vez, indicam a direção de propagação do feixe. Dados: $\cos 42^\circ = 0,74$; $\sin 42^\circ = 0,67$; $n_{Ar} = 1,0$ (índice de refração do ar). Os índices de refração de cinco líquidos diferentes estão indicados na tabela abaixo. O índice de refração de qual líquido se aproxima mais do obtido pelo experimento de Maria Meitner?



Líquido	Índice de refração
Líquido 1	1,1
Líquido 2	1,3
Líquido 3	1,5
Líquido 4	1,7
Líquido 5	1,8

- A Do líquido 5. D Do líquido 2.
 B Do líquido 4. E Do líquido 1.
 C Do líquido 3.

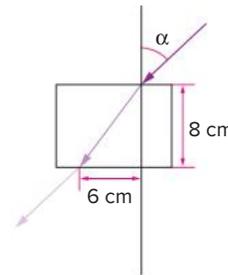
28 Mackenzie Para haver reflexão total, é preciso apenas:

- A uma superfície de separação entre dois meios.
- B que a luz se propague do meio de menor para o de maior índice de refração.
- C um espelho plano.
- D que a luz se propague de um meio menos refringente para um meio mais refringente, com um ângulo de incidência superior a um certo ângulo limite.
- E que a luz se propague do meio mais refringente para um meio menos refringente, com um ângulo de incidência superior a um certo ângulo limite.

29 Mackenzie Um raio de luz, que se propaga num meio A, atinge a superfície que separa este meio de outro B e sofre reflexão total. Podemos afirmar que:

- A A é mais refringente do que B e o ângulo de incidência é menor que o ângulo limite.
- B A é mais refringente do que B e o ângulo de incidência é maior que o ângulo limite.
- C A é menos refringente do que B e o ângulo de incidência é maior que o ângulo limite.
- D A é menos refringente do que B e o ângulo de incidência é menor que o ângulo limite.
- E A é menos refringente do que B e o ângulo de incidência é igual ao ângulo limite.

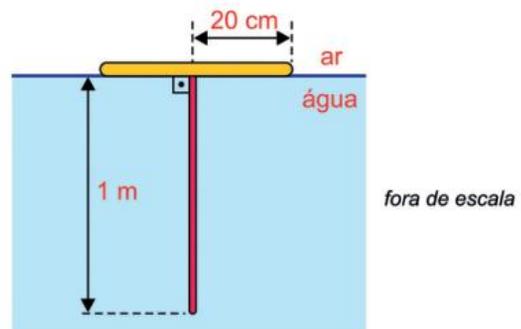
30 UFU Um raio de luz propagando-se no ar (índice de refração igual a 1) incide sobre o topo de um cubo de vidro, cujo lado é 8 cm, formando um ângulo α com a normal à superfície. O raio de luz emerge na base do bloco a uma distância de 6 cm à esquerda em relação à vertical do ponto de incidência, conforme figura a seguir.



Sendo $\sin \alpha = 0,9$, o índice de refração deste vidro será de:

- A 1,5 B 1,2 C 1,125 D 0,675

31 Unesp 2017 Dentro de uma piscina, um tubo retilíneo luminescente, com 1 m de comprimento, pende, verticalmente, a partir do centro de uma boia circular opaca, de 20 cm de raio. A boia flutua, em equilíbrio, na superfície da água da piscina, como representa a figura.



Sabendo que o índice de refração absoluto do ar é 1,00 e que o índice de refração absoluto da água da piscina é 1,25, a parte visível desse tubo, para as pessoas que estiverem fora da piscina, terá comprimento máximo igual a

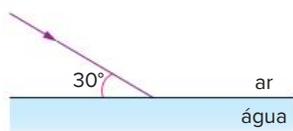
- A 45 cm C 15 cm E 65 cm
 B 85 cm D 35 cm

- 32 Fuvest** Um pássaro sobrevoa em linha reta e à baixa altitude uma piscina em cujo fundo se encontra uma pedra. Podemos afirmar que:
- A com a piscina cheia, o pássaro poderá ver a pedra durante um intervalo de tempo maior do que se a piscina estivesse vazia.
 - B com a piscina cheia ou vazia, o pássaro poderá ver a pedra durante o mesmo intervalo de tempo.
 - C o pássaro somente poderá ver a pedra enquanto estiver voando sobre a superfície da água.
 - D o pássaro, ao passar sobre a piscina, verá a pedra numa posição mais profunda do que aquela em que ela realmente se encontra.
 - E o pássaro nunca poderá ver a pedra.

- 33 UFJF 2016** No seu laboratório de pesquisa, o aluno Pierre de Fermat utiliza um sistema de fibras ópticas para medir as propriedades ópticas de alguns materiais. A fibra funciona como um guia para a luz, permitindo que esta se propague por reflexões totais sucessivas. Em relação aos fenômenos de reflexão e refração, assinale a alternativa CORRETA:

- A A reflexão total só pode ocorrer quando a luz passa de um meio menos refringente para um mais refringente;
- B A reflexão total só pode ocorrer quando a luz passa de um meio mais refringente para um menos refringente;
- C A luz não sofre reflexões no interior da fibra óptica, ela simplesmente se curva junto com a curvatura da fibra;
- D O efeito de reflexão total só ocorre em função da proteção plástica que envolve as fibras; sem a proteção, a luz irá se perder;
- E A Lei de Snell não prevê que ocorra o fenômeno de refração.

- 34 Mackenzie** Um raio luminoso se propaga no ar (índice de refração = 1) e atinge a superfície da água como mostra a figura. Um mergulhador no interior da água vê esse raio formando 60° com a superfície livre da água.



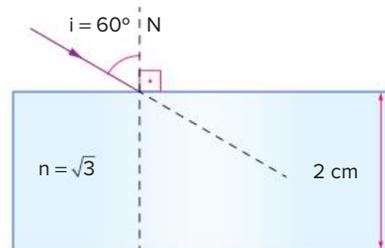
O índice de refração dessa água vale:

- A $\frac{1}{3}$ B $\sqrt{3}$ C $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D 3 E $\frac{2}{3}$

- 35 Osec** Um raio luminoso monocromático incide numa lâmina de faces planas e paralelas, imersa no ar, de 4,00 cm de espessura e índice de refração 1,5, sob um ângulo de 45° . Ao sair da lâmina, o raio luminoso faz com a normal um ângulo de:

- A 30° C 60° E n.d.a.
B 45° D 75°

- 36 Faap** Um raio luminoso incide sob um ângulo de 60° sobre a superfície de uma placa de vidro com 2 cm de espessura, cujo índice de refração vale $\sqrt{3}$.

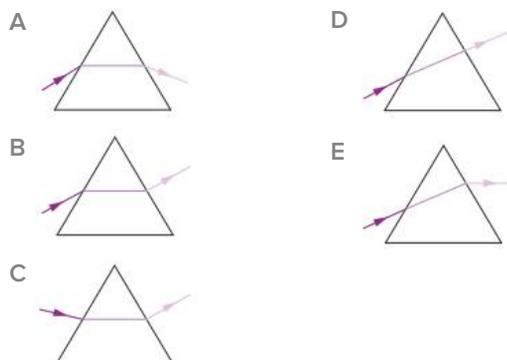


Determinar o deslocamento do raio luminoso emergente.

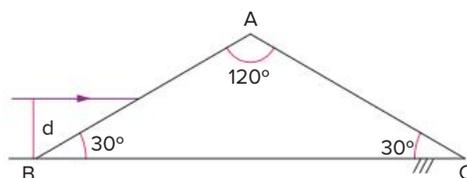
- 37 IFSul 2019** Uma pessoa pega o fundo de uma garrafa de vidro transparente que está quebrada e, através da base da garrafa, observa as coisas a sua volta, percebendo que elas parecem menores. A mudança no tamanho das imagens, devido aos raios de luz que passam pelo fundo dessa garrafa, permite concluir que eles sofrem

- A polarização.
- B refração.
- C uma diminuição na sua frequência.
- D o fenômeno de reflexão total ao passar do ar para o vidro.

- 38 FCC** Qual das seguintes figuras melhor representa a trajetória de um raio de luz através de um prisma de vidro imerso no ar?

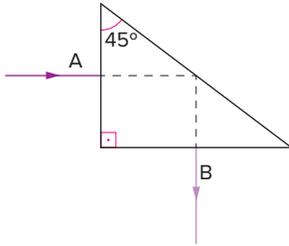


- 39 Fuvest** Um prisma isósceles de ângulo 120° e índice de refração $\sqrt{3}$ tem sua base BC espelhada. Um raio luminoso, contido num plano de seção reta do prisma, paralelo à base e distando desta de d , incide sobre a face AB.



- a) Esboce o caminho do raio no interior do prisma e depois de emergir deste.
- b) Qual é o ângulo de incidência do raio luminoso sobre a face espelhada?

40 ITA Um prisma de 45° é usado para desviar de 90° um feixe luminoso.

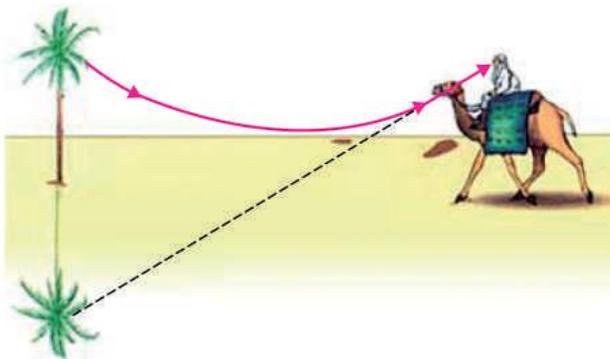


Qual deverá ser um possível índice de refração do vidro em relação ao ar, para que toda a luz que entra em A saia em B?

- A 1,3 C 1,40 E 1,65
B 1,23 D 0,71

41 Unesp 2019 Ao meio-dia, a areia de um deserto recebe grande quantidade de energia vinda do Sol. Aquecida, essa areia faz com que as camadas de ar mais próximas fiquem mais quentes do que as camadas de ar mais altas. Essa variação de temperatura altera o índice de refração do ar e contribui para a ocorrência de miragens no deserto, como esquematizado na figura 1.

FIGURA 1

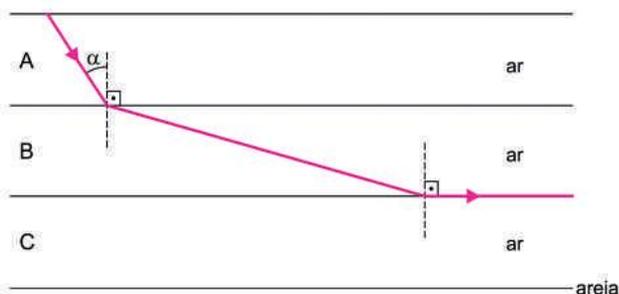


fora de escala

(www.phy.ntnu.edu.tw. Adaptado.)

Para explicar esse fenômeno, um professor apresenta a seus alunos o esquema da figura 2, que mostra um raio de luz monocromático partindo do topo de uma palmeira, dirigindo-se para a areia e sofrendo refração rasante na interface entre as camadas de ar B e C.

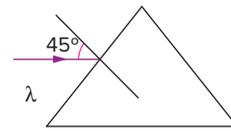
FIGURA 2



Sabendo que nesse esquema as linhas que delimitam as camadas de ar são paralelas entre si, que n_A , n_B e n_C são os índices de refração das camadas A, B e C, e sendo α o ângulo de incidência do raio na camada B, o valor de $\sin \alpha$ é

- A $\frac{n_C}{n_B}$ C $\frac{n_B}{n_A}$ E $\frac{n_C}{n_A}$
B $\frac{n_A}{n_B}$ D $\frac{n_B}{n_C}$

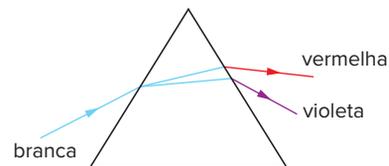
42 Vunesp Um prisma de vidro tem os três lados iguais e índice de refração $n = \sqrt{2}$ em relação ao do ar, para um determinado comprimento de onda λ . Um raio luminoso de comprimento de onda incide no prisma formando um ângulo de 45° com a normal e paralelo à base do prisma.



Calcule o ângulo de desvio do raio que emerge do prisma, em relação ao raio incidente.

- A 60° D 30°
B 45° E 15°
C 0°

43 UFV Ao incidirmos um feixe de luz branca sobre um prisma, observamos a distância da luz no feixe emergente, sendo que a cor violeta sofre o maior desvio e a vermelha, o menor.



Analisar as seguintes afirmativas.

- I. O índice de refração do vidro é maior para a luz violeta.
- II. O índice de refração do vidro é maior para a luz vermelha.
- III. A velocidade da luz violeta dentro do vidro é maior que a da vermelha.
- IV. A velocidade da luz vermelha dentro do vidro é maior que a da violeta.
- V. As velocidades das luzes vermelha e violeta são iguais dentro do vidro.

São verdadeiras:

- A II e IV.
B I e V.
C I e III.
D I e IV.
E II e III.

44 UFPE É comum encontramos desenhos do arco-íris com as cores colocadas em ordem diferente da distribuição real. Considerando que o ordenamento das cores é o mesmo obtido quando a luz branca atravessa um prisma, e levando em conta que o desvio de cada cor é determinado pela sua frequência, indique qual a ordem espacial com que as cores indicadas abaixo aparecem no arco-íris.

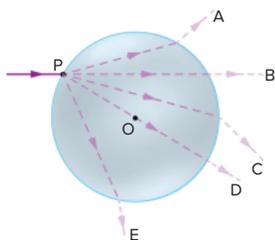
- A vermelho – verde – amarelo – azul
- B verde – amarelo – azul – vermelho
- C amarelo – verde – vermelho – azul
- D azul – verde – amarelo – vermelho
- E azul – amarelo – verde – vermelho

45 IME Quando a luz, que estava se propagando no ar, penetra na água de uma piscina, sua velocidade (I), sua frequência (II) e seu comprimento de onda (III).

A opção que corresponde ao preenchimento correto das lacunas (I), (II) e (III) é:

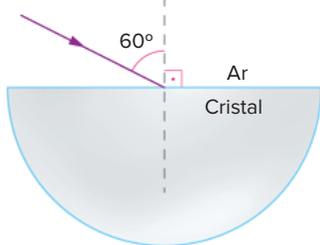
	(I)	(II)	(III)
A	diminui	aumenta	permanece constante
B	aumenta	permanece constante	diminui
C	diminui	permanece constante	diminui
D	aumenta	diminui	aumenta
E	diminui	diminui	diminui

46 Um raio de luz monocromática proveniente do ar incide em uma esfera de vidro, como mostra a figura.



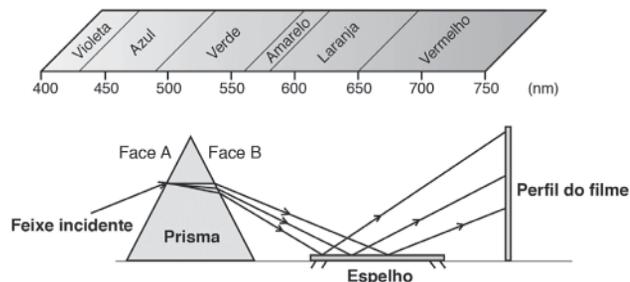
Dos trajetos indicados (A, B, C, D e E), qual é possível?

47 Um raio de luz monocromática incide no centro da face de uma peça hemisférica de cristal transparente. A figura mostra a seção da peça determinada pelo plano de incidência do raio.



Sendo $\sqrt{3}$ o índice de refração do cristal para a referida radiação, determine a trajetória do raio refratado até emergir para o ar, indicando os ângulos envolvidos.

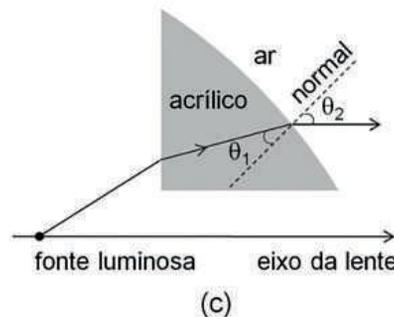
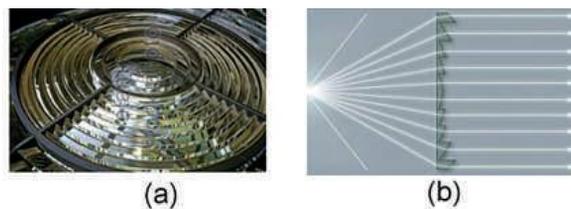
48 Enem 2018 A figura representa um prisma óptico, constituído de um material transparente, cujo índice de refração é crescente com a frequência da luz que sobre ele incide. Um feixe luminoso, composto por luzes vermelha, azul e verde, incide na face A, emerge na face B e, após ser refletido por um espelho, incide num filme para fotografia colorida, revelando três pontos.



Observando os pontos luminosos revelados no filme, de baixo para cima, constatam-se as seguintes cores:

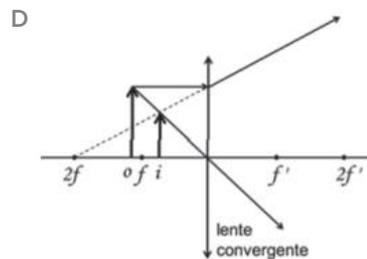
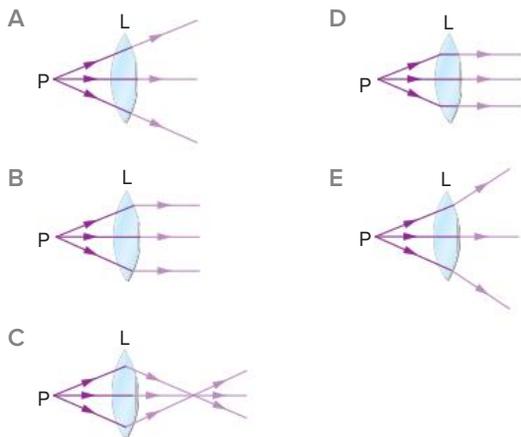
- A Vermelha, verde, azul.
- B Verde, vermelha, azul.
- C Azul, verde, vermelha.
- D Verde, azul, vermelha.
- E Azul, vermelha, verde.

49 Unicamp 2018 Uma lente de Fresnel é composta por um conjunto de anéis concêntricos com uma das faces plana e a outra inclinada, como mostra a figura (a). Essas lentes, geralmente mais finas que as convencionais, são usadas principalmente para concentrar um feixe luminoso em determinado ponto, ou para colimar a luz de uma fonte luminosa, produzindo um feixe paralelo, como ilustra a figura (b). Exemplos desta última aplicação são os faróis de automóveis e os faróis costeiros. O diagrama da figura (c) mostra um raio luminoso que passa por um dos anéis de uma lente de Fresnel de acrílico e sai paralelamente ao seu eixo. Se $\text{sen}(\theta_1) = 0,5$ e $\text{sen}(\theta_2) = 0,75$, o valor do índice de refração do acrílico é de

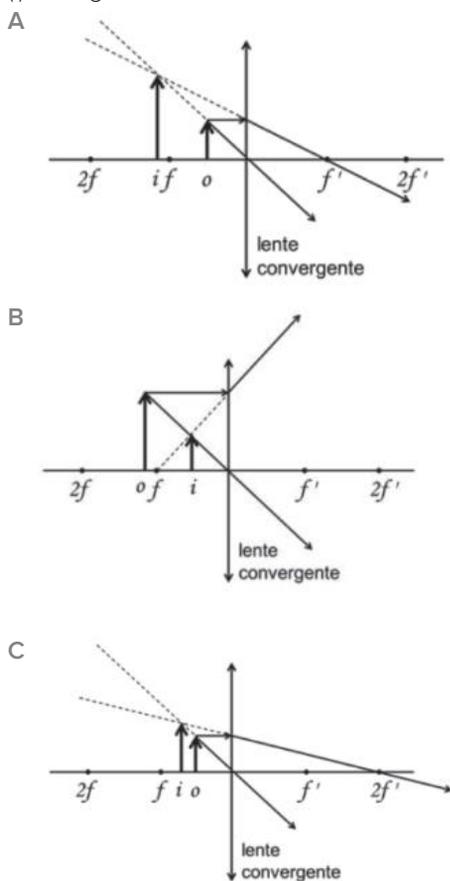


- A 1,50.
- B 1,41.
- C 1,25.
- D 0,66.

50 Cesgranrio Coloca-se uma lâmpada P no foco de uma lente convergente L e em seguida imerge-se o conjunto num líquido, cujo índice de refração é igual ao do vidro de que é feita a lente. A figura que melhor representa o percurso dos raios luminosos que incidem na lente é:



51 Unicamp 2020 A lupa é um instrumento óptico simples formado por uma única lente convergente. Ela é usada desde a Antiguidade para observar pequenos objetos e detalhes de superfícies. A imagem formada pela lupa é direta e virtual. Qual figura abaixo representa corretamente o traçado dos raios luminosos principais provenientes de um determinado ponto de um objeto observado por uma lupa? Nessas figuras, (f) e (f') representam os pontos focais, (o) o objeto e (i) a imagem.



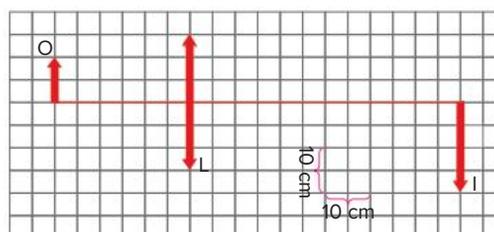
52 PUC-SP Na figura a seguir, em relação ao instrumento óptico utilizado e às características da imagem nele formada, é possível afirmar que é uma imagem:



Folha de S. Paulo, 04 nov. 2007.

- A real, formada por uma lente divergente, com o objeto (livro) colocado entre o foco objeto e a lente.
- B virtual, formada por uma lente convergente, com o objeto (livro) colocado entre o foco objeto e a lente.
- C virtual, formada por uma lente divergente, com o objeto (livro) colocado entre o foco objeto e a lente.
- D real, formada por uma lente convergente, com o objeto (livro) colocado entre o foco objeto e o ponto antiprincipal objeto da lente.
- E virtual, formada por uma lente convergente, com o objeto (livro) colocado sobre o foco objeto da lente.

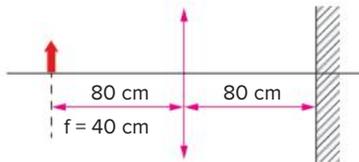
53 UC-BA Na figura abaixo está esquematicamente representada uma lente convergente (L), um objeto real (O) e sua imagem (I) conjugada pela lente.



Considerando a escala da figura, qual é a distância focal de L, em cm?

- A 10
- B 20
- C 40
- D 60
- E 90

63 Fuvest No esquema estão representados:



L: lente delgada e convergente de distância focal igual a 40 cm.

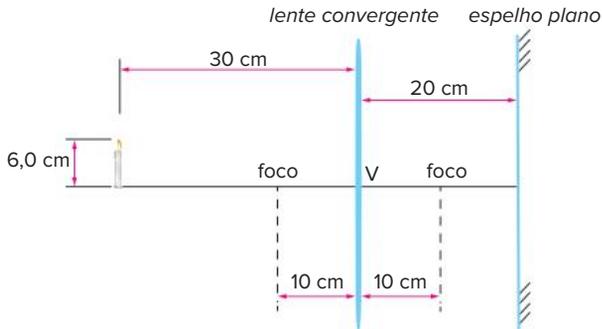
E: espelho plano perpendicular ao eixo principal da lente L e distante 80 cm dela.

O: objeto situado a 80 cm da lente L.

O conjunto formado pela lente L e o espelho E conjugam, ao objeto O, uma imagem final I. O módulo da razão entre a altura da imagem I e a altura do objeto O é igual a:

- A $\frac{1}{2}$ C 1 E 2
 B $\frac{3}{4}$ D $\frac{4}{3}$

64 UFRJ A figura a seguir mostra uma lente convergente de distância focal 10 cm frente a um espelho plano paralelo à lente. O espelho encontra-se a uma distância de 20 cm do vértice V da lente. Do outro lado da lente, uma vela de 6,0 cm de altura encontra-se a uma distância de 30 cm do vértice da lente.



- a) Calcule a distância entre a vela e sua imagem formada pelo espelho plano.
 b) Calcule a altura da imagem da vela formada pelo espelho plano.

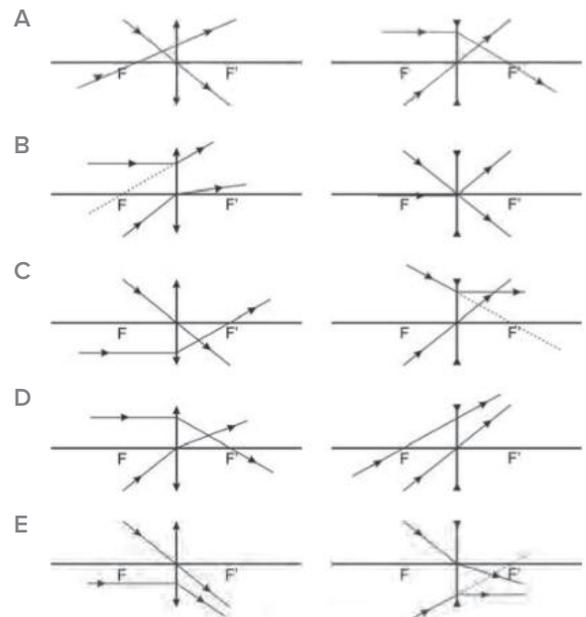
65 Fuvest Um feixe de luz propaga-se no interior de um vidro homogêneo. Quando esse feixe atinge a superfície de separação do vidro com o ar, podemos afirmar que seguramente ocorre:

- A refração. D interferência.
 B difração. E reflexão.
 C dispersão.

66 UEL 2020 Certos dispositivos possibilitam visualizar ou demonstrar fenômenos naturais explicados pelas Leis da Física como o que se encontra no Museu de Ciência e Tecnologia de Londrina, conforme a figura a seguir.



Nos compartimentos inferiores do dispositivo, há dois tipos de lentes, sendo possível observar a convergência e a divergência dos raios de luz que incidem nas lentes e delas emergem ao se acionar um botão. Com base na imagem e nos conhecimentos sobre lentes esféricas, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o caminho percorrido pelos raios de luz.



67 UPF 2019 Muitos instrumentos se utilizam de lentes esféricas delgadas para seu funcionamento. Tais lentes podem ser do tipo convergente ou divergente e formam imagens com características específicas. Sobre as imagens formadas por essas lentes, é correto afirmar que

- A quando um objeto é posicionado no foco de uma lente convergente, se forma uma imagem real, maior e direita.
 B quando um objeto é posicionado entre o foco e o centro óptico de uma lente convergente, se forma uma imagem real, maior e direita.
 C quando um objeto é posicionado entre o foco e o centro óptico de uma lente convergente, não se forma nenhuma imagem.
 D uma lente divergente só pode formar uma imagem virtual, menor e direita de um objeto.
 E uma lente divergente só pode formar uma imagem real, maior e direita de um objeto.

68 IME Um espelho e uma lente, ambos esféricos, encontram-se posicionados de maneira que seus eixos ópticos coincidam. Uma vela acesa é posicionada entre o espelho e a lente, perpendicularmente ao eixo óptico, com a base sobre o mesmo. Para que as imagens formadas individualmente pelos dois instrumentos, a partir do objeto, possam ser direitas e coincidentes, os tipos de espelho e de lente devem ser, respectivamente:

- A convexo e convergente.
- B convexo e divergente.
- C côncavo e convergente.
- D côncavo e divergente.
- E não existe combinação que torne as imagens coincidentes.

69 UFPR Com relação aos conceitos sobre a óptica física, assinale a alternativa correta.

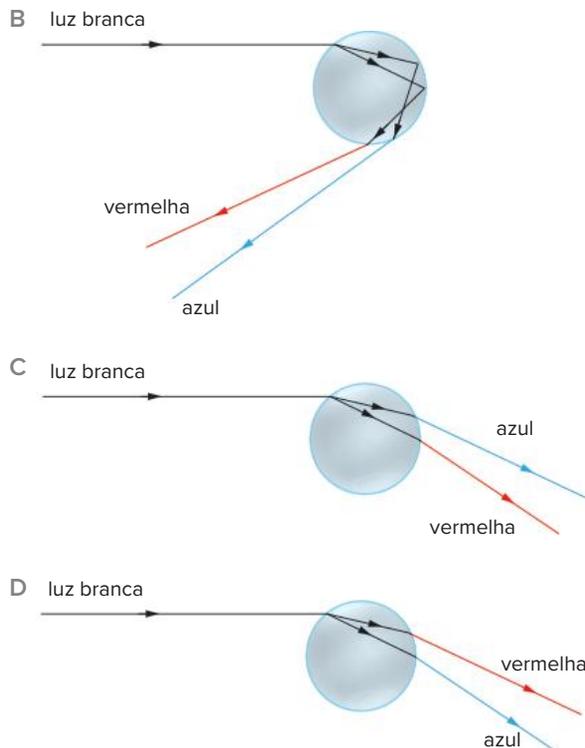
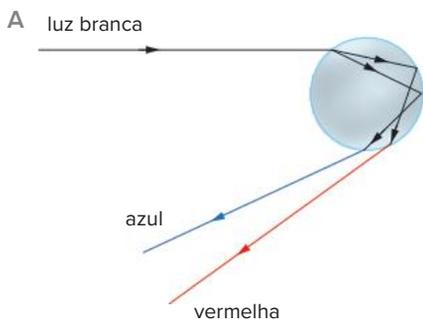
- A A velocidade da luz no vácuo vale cerca de $300 \cdot 10^9$ m/s.
- B No espectro visível, a cor de maior comprimento de onda é o violeta, seguido pelo azul, pelo ciano, pelo verde, pelo amarelo, pelo laranja e pelo vermelho, sendo este a de menor comprimento de onda.
- C A luz, quando passa de um meio para outro com índice de refração diferente, tem a sua frequência alterada, mas seu comprimento de onda permanece o mesmo.
- D Quando a luz passa de um meio com índice de refração maior para outro com índice de refração menor, a sua frequência permanece a mesma, mas seu comprimento de onda aumenta.
- E O nome que um observador dá à cor atribuída às regiões do espectro visível não é algo arbitrário, pois a convenção de cor é um conceito físico mensurável e absoluto e independente da sensação visual.

70 UFMG Um arco-íris forma-se devido à dispersão da luz do Sol em gotas de água na atmosfera.

Após incidir sobre gotas de água na atmosfera, raios de luz são refratados; em seguida, eles são totalmente refletidos e novamente refratados.

Sabe-se que o índice de refração da água para a luz azul é maior que para a luz vermelha.

Considerando essas informações, assinale a alternativa em que estão mais bem representados os fenômenos que ocorrem em uma gota de água e dão origem a um arco-íris.



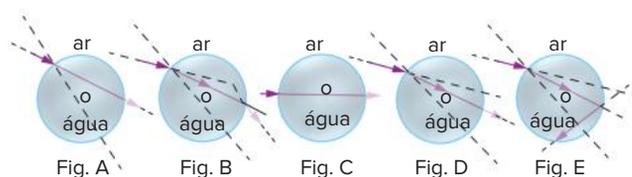
71 Uece 2020 Uma lupa é um instrumento óptico bastante usual para facilitar a visualização de objetos pequenos. Considere que um usuário utiliza uma lupa bem próxima ao seu olho para ver um ponto de um objeto. Este ponto observado está no eixo principal da lente da lupa. Para maior conforto visual, deseja-se que os raios de luz oriundos desse ponto cheguem ao olho paralelos ao eixo principal. Para isso, a lente deve ser

- A convergente e o ponto do objeto coincidente com o foco.
- B divergente e o ponto do objeto coincidente com o foco.
- C convergente e o ponto do objeto após o foco.
- D divergente e o ponto do objeto muito distante do foco.

72 UFSC A aparência do arco-íris é causada pela dispersão da luz do Sol, a qual sofre refração pelas gotas de chuva. A luz sofre uma refração inicial quando penetra na superfície da gota de chuva; dentro da gota ela é refletida e sofre nova refração ao sair da gota.

<http://pt.wikipedia.org/wiki/Arco-%C3%Adris>. 25 jul. 2006.

Com o intuito de explicar o fenômeno, um aluno desenhou as possibilidades de caminhos óticos de um feixe de luz monocromática em uma gota d'água, de forma esférica e de centro geométrico O, representados nas figuras A, B, C, D e E.

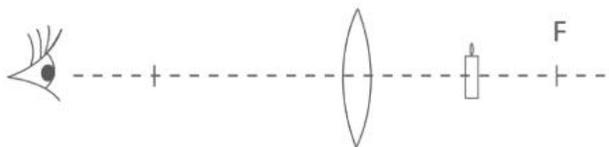


Admitindo-se que o índice de refração do ar (n_{ar}) seja menor que o índice de refração da água ($n_{água}$), assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 A velocidade da luz no ar é maior do que na água.
- 02 A e D são caminhos óticos aceitáveis.
- 04 B e C são caminhos óticos aceitáveis.
- 08 D e E são caminhos óticos aceitáveis.
- 16 A e C são caminhos óticos aceitáveis.
- 32 B e E são caminhos óticos aceitáveis.

Soma:

73 Fuvest 2019 Uma pessoa observa uma vela através de uma lente de vidro biconvexa, como representado na figura.



Considere que a vela está posicionada entre a lente e o seu ponto focal F. Nesta condição, a imagem observada pela pessoa é

- A virtual, invertida e maior.
- B virtual, invertida e menor.
- C real, direita e menor.
- D real, invertida e maior.
- E virtual, direita e maior.

Textos complementares

Miragem

O ar atmosférico bem próximo à superfície da Terra pode ser considerado homogêneo. No entanto, em regiões quentes, como nos desertos, a camada de ar diretamente em contato com a superfície terrestre (areia) é muito mais quente que a restante. Na superfície de separação dessas duas camadas de ar, uma mais quente (menor densidade – menor índice de refração – maior desvio) e outra menos quente (maior densidade – maior índice de refração – menor desvio), ocorre refração total da luz proveniente de um ponto P, longe do observador O, que vê a imagem aparente P' invertida, conforme a figura. Por esse motivo, as pessoas têm a impressão de ver poças d'água no asfalto da estrada, em dias quentes. O evento descrito corresponde à miragem, que também ocorre de maneira análoga em regiões muito frias (polares).

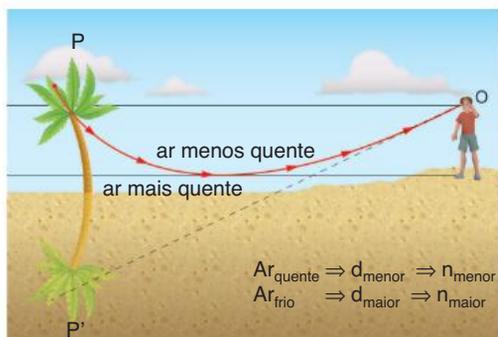


Fig. 36 Miragem.

Arco-íris

Dois fenômenos óticos envolvem a formação do arco-íris: a refração, com decomposição da luz branca, seguida de reflexão total no interior de uma gotícula de água em suspensão na atmosfera.



Fig. 37 Arco-íris.

O esquema (Fig. 38) mostra a luz branca do Sol incidindo sobre uma face de uma gotícula de água, que tem forma esférica. Ao penetrar na gotícula, a luz se decompõe em um leque multicolor de luzes monocromáticas, sendo a vermelha a que desvia menos e a violeta, mais. Na face interna oposta, as cores sofrem reflexão total e emergem da primeira face, sofrendo nova refração, formando um feixe divergente; a luz vermelha forma um ângulo de 43° e a violeta 41°, em relação à direção da luz branca incidente.

Por motivos geométricos, um observador só vê o arco-íris estando de costas para o Sol. As gotículas de água situadas em um determinado círculo, conforme a figura 39, refletem a luz que chega ao observador. O arco de maior raio corresponde à cor vermelha e o de menor raio à cor violeta.

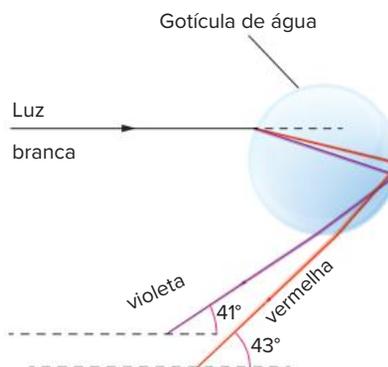


Fig. 38 Dispersão da luz.

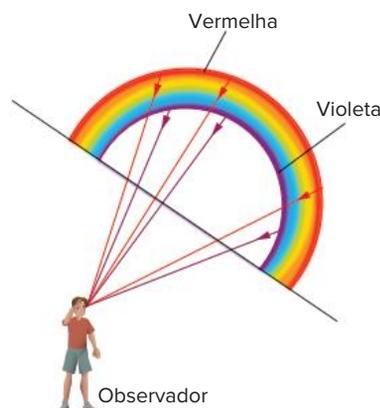


Fig. 39 Observação do arco-íris.

A luz artificial no mundo subaquático

A iluminação artificial no fundo do mar é fundamental para a melhor definição de cores, detalhes e texturas das fotografias. Portanto, sem *flash* você está sujeito a surpresas nada agradáveis.

Para a obtenção de cores vibrantes e detalhes contrastantes nas fotos subaquáticas, o fotógrafo depende, fundamentalmente, de uma boa quantidade de luz presente no momento em que ele dispara o obturador da câmara.

Em águas limpas (com pouca ou nenhuma turbidez ou plancton), já a partir de, aproximadamente, 10 metros de profundidade, a fotografia fica muito difícil sem o auxílio de uma fonte de luz artificial, isto porque, ao contrário da necessidade do fotógrafo, o meio aquático atua como um filtro do espectro luminoso, alterando e atenuando a presença da luz até a sua total extinção.

Em função da composição molecular da água, que pode apresentar uma pequena variação de um oceano para o outro, quando um feixe de luz solar penetra no meio líquido, ele sofre um processo de absorção seletiva de seus diferentes comprimentos de onda. As cores mais quentes são as primeiras a serem absorvidas, por isso o comprimento de onda do vermelho é removido logo nos primeiros 6 metros, seguido do laranja em torno dos 8 metros, o amarelo depois dos 10 metros de profundidade e assim sucessivamente vão desaparecendo os outros comprimentos de onda. Abaixo dos 20 metros começa a predominar o azul, que vai dando lugar à escuridão quando se aumenta gradativamente a profundidade.

Dessa forma, o fenômeno da absorção seletiva provoca uma perda de contraste nas fotografias, enquanto as cores vão se tornando pálidas e com pouca definição à medida que o fotógrafo tenta trabalhar em profundidades maiores. Outro fator que deve ser levado em consideração é o efeito da reflexão da luz. Dependendo do ângulo de incidência com que o raio luminoso atinge a superfície da água, uma parte da luz é refletida e outra penetra no meio líquido. Quanto mais vertical for a incidência do raio luminoso, maior a penetração da luz e, conseqüentemente, menor a reflexão. Por outro lado, quanto mais inclinado estiver o Sol, maior a reflexão do raio luminoso e menos luz penetrará no ambiente subaquático. Se estabelece, então, que as horas em que o Sol está a pino são as mais indicadas para a prática da fotografia submarina.

Em virtude disso, o *flash* subaquático passa a ser uma das primeiras peças do equipamento compradas pelos fotógrafos submarinos, e o uso correto dele é imprescindível para obtenção de boas fotos. Só com o uso da luz artificial é que se pode restabelecer cores, detalhes e texturas na fotografia subaquática.



Fig. 40 Estrela-do-mar.

Saber balancear a luz natural do Sol presente no ambiente com certa quantidade de luz artificial suficiente para uma boa exposição não é tarefa fácil.

Existem alguns sistemas integrados que visam facilitar essa tarefa, como é o caso do TTL, presente em alguns tipos de *flash*, em que um sensor construído internamente mede a quantidade de luz que passa pela lente (daí o nome TTL – *Through the Lens*) até o filme e sinaliza para o *flash* a quantidade de luz suficiente para uma boa exposição.

Existem, porém, situações em que esse sistema não trabalha de uma forma tão eficiente quanto em outras. Por exemplo, em fotos de peixes de coloração branca ou prateada, fundos de areia branca, o sistema TTL acaba sempre ocasionando problemas de superexposição.

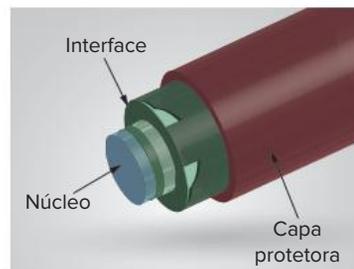
O mercado oferece equipamentos de iluminação para fotografia subaquática de diferentes marcas e em várias potências. A Sea&Sea fabrica os modelos de *flash* YS-50, YS-120 Duo e o YS-300TTL-S de alta tecnologia com controles manual e automático (TTL) compatíveis com câmaras Motor Marine II, caixas estanques para Nikon N50 e N90, Nikonos V e RS. A Nikon fabrica o modelo SB-105, que também opera de forma manual e em TTL. A marca Ikelite fabrica os modelos Substrobe 50, Substrobe 100A, Substrobe 200, Substrobe 400, que também são compatíveis com a maioria das câmaras subaquáticas, operando de forma manual, em TTL ou em conjunto com outros equipamentos de iluminação no modo *slave*. No modo de operação *slave*, o *flash* dispara simultaneamente com outro equipamento de iluminação, mesmo sem estar conectado por cabo a ele.

O conhecimento das propriedades de seu equipamento de iluminação subaquática e de técnicas de exposição e intensidade do *flash*, juntamente com a prática adquirida após o uso de alguns rolos de filmes, certamente vão lhe garantir fotos subaquáticas de boa qualidade.

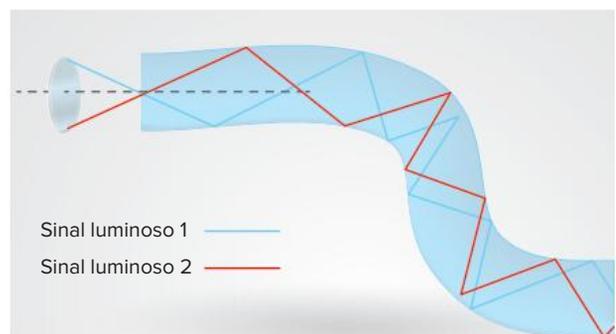
Nildo Teixeira. *A luz artificial no mundo subaquático*. Disponível em: <<http://photos.uol.com.br/materias/ver/51492>>. (Adapt.)

Fibras ópticas

Fibras ópticas são fios longos e finos de vidro muito puro, com o diâmetro aproximado de um fio de cabelo humano, dispostas em feixes chamados cabos ópticos e usadas para transmitir sinais de luz ao longo de grandes distâncias.



Imagine que você queira enviar o fecho de luz de uma lanterna através de um longo corredor reto. Basta apontá-lo diretamente na direção do corredor: a luz viaja em linha reta, então isso não é um problema. Mas e se o corredor virar à esquerda ou à direita? Você poderia colocar um espelho na curva para refletir o fecho de luz e dobrar a esquina. Mas e se o corredor for muito sinuoso, com múltiplas mudanças de direção? Poderia revestir as paredes com espelhos e ajustar o ângulo do fecho de modo que ele refletisse de um lado para outro ao longo do corredor. Isso é exatamente o que acontece em uma fibra óptica.

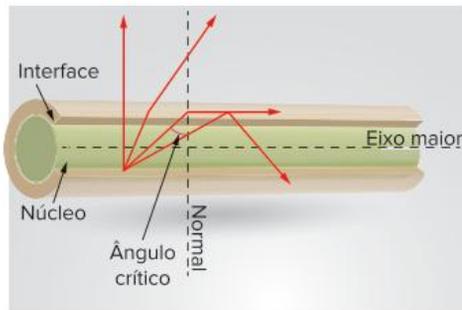


Em um cabo de fibra óptica, a luz viaja através do núcleo (o corredor) refletindo constantemente na interface (as paredes revestidas de espelhos), o que representa um princípio chamado de reflexão interna total.

Quando a luz passa de um meio m_1 com um índice de refração para outro meio m_2 com um índice de refração mais baixo, ela se desvia ou refrata para longe de uma linha imaginária perpendicular à superfície (linha normal). Conforme o ângulo do feixe através de m_1 se torna maior em relação à linha normal, a luz refratada através de m_2 se desvia para longe da linha.

Em um ângulo particular (o ângulo crítico), a luz refratada não penetrará em m_2 , viajando ao longo da superfície entre os dois meios: $\text{sen}(\text{ângulo crítico}) = \frac{n_2}{n_1}$, onde n_1 e n_2 são os índices de refração dos meios m_1 e m_2 , sendo que n_1 é maior do que n_2 . Se o ângulo do feixe através de m_1 for maior do que o ângulo crítico, então o feixe refratado será refletido inteiramente de volta para m_1 (reflexão interna total), mesmo que m_2 seja transparente!

Em Física, o ângulo crítico é descrito em relação à linha normal. Para as fibras ópticas, o ângulo crítico é descrito em relação ao eixo paralelo que corre pelo meio da fibra. Assim, o ângulo crítico da fibra óptica é igual a 90 graus menos o ângulo crítico físico.



Em uma fibra óptica, a luz viaja através do núcleo (m_1 , de alto índice de refração), refletindo-se constantemente na interface (m_2 , de menor índice de refração), porque o ângulo da luz é sempre maior do que o ângulo crítico. A luz se refletirá na interface, não importando o ângulo em que a fibra seja curvada, mesmo que seja um círculo completo.

Como a interface não absorve nenhuma luz do núcleo, a onda de luz pode viajar grandes distâncias. Entretanto, uma parte do sinal luminoso se degrada dentro da fibra, principalmente em razão de impurezas contidas no vidro. O grau dessa degradação do sinal depende da pureza do vidro e do comprimento de onda da luz transmitida (por exemplo, 850 nm = 60 a 75%/km; 1.300 nm = 50 a 60%/km; para 1.550 nm, ela é maior do que 50%/km). Algumas fibras ópticas de qualidade excepcional apresentam uma degradação de sinal muito menor: menos de 10%/km em 1.550 nm.

As fibras ópticas são feitas de vidro óptico extremamente puro. Costumamos achar que uma janela de vidro é transparente. Entretanto, quanto mais espesso for o vidro, menos transparente ele será em razão das impurezas nele contidas. O vidro de uma fibra óptica, porém, possui menos impurezas do que o vidro usado em janelas.

Atualmente, diversas companhias, como provedores de redes, companhias telefônicas e de TV a cabo, estão substituindo seus antigos sistemas baseados em fio de cobre por novos sistemas com base em fibra óptica para melhorar a velocidade, capacidade e clareza das informações transmitidas.

Craig Freudenrich, Ph.D. – traduzido por HowStuffWorks Brasil.
Como funcionam as fibras ópticas. (Adapt.)

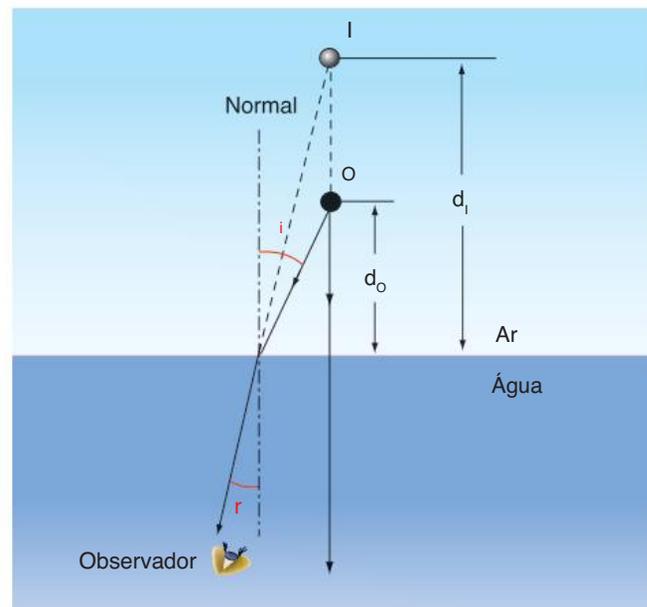
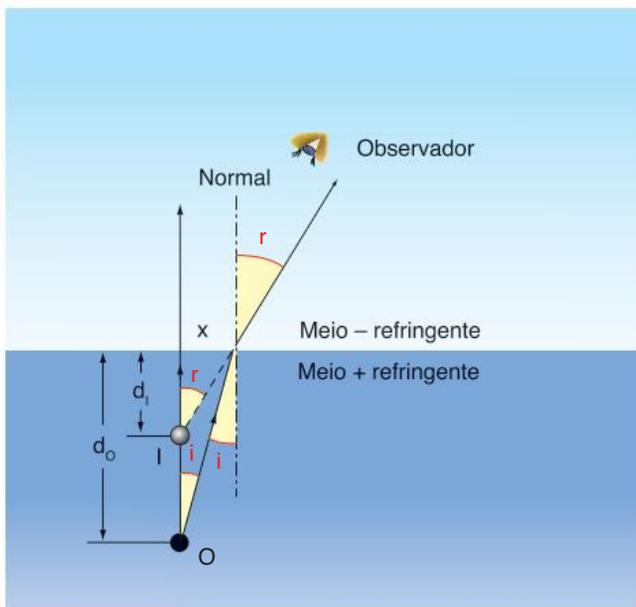
howstuffworks
comotudofunciona

Disponível em: <www.hsw.com.br>.

Resumindo

Dióptros planos

Posição aparente



$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{n_2}{n_1}$$

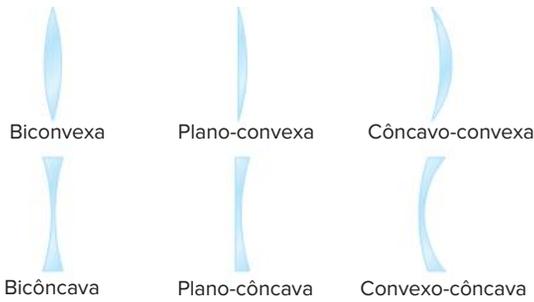


Fig. 41 Classificação das lentes às faces.

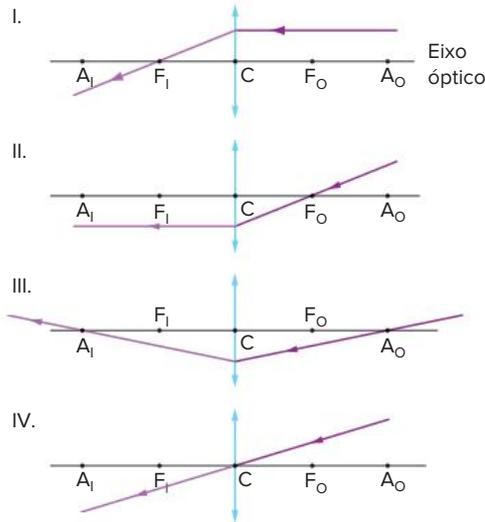


Fig. 42 Raios notáveis em lentes delgadas.

Lentes esféricas delgadas

Lentes convergentes

Caso 1: objeto situado antes do ponto antiprincipal A_0 . Imagem conjugada:

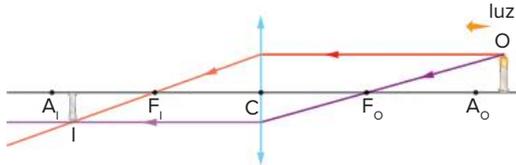


Fig. 43 Objeto além do antipfoco.

Imagem: {
Real
Invertida
Menor
Entre A_1 e F_1

Caso 2: objeto situado em A_0 . Imagem conjugada:

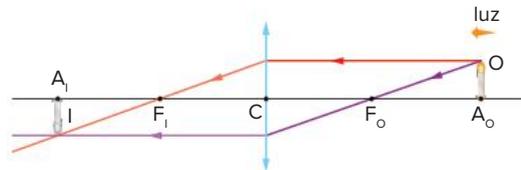


Fig. 44 Objeto sobre o antipfoco.

Imagem: {
Real
Invertida
Igual
No A_1

Caso 3: objeto situado entre A_0 e F_0 . Imagem conjugada:

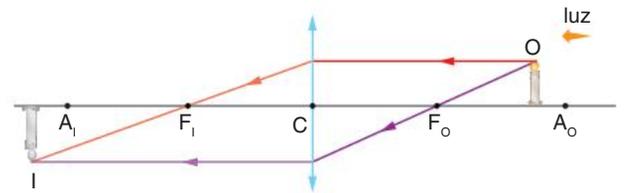


Fig. 45 Objeto entre o foco e o antipfoco.

Imagem: {
Real
Invertida
Maior
Depois do A_1

Caso 4: objeto situado em F_0 . Imagem conjugada: imprópria (infinito).

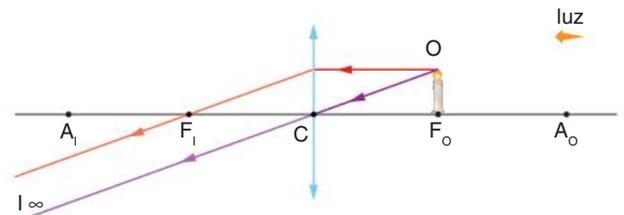


Fig. 46 Objeto sobre o foco.

Imagem: {Imprópria

Caso 5: objeto situado entre F_0 e C . Imagem conjugada:

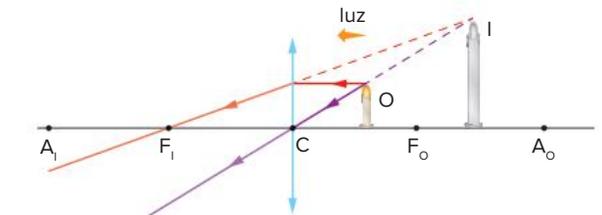


Fig. 47 Objeto entre a lente e o foco.

Imagem: {
Virtual
Direita
Maior
Região do objeto

Lentes divergentes

Caso único: objeto situado na frente da lente. Imagem conjugada:

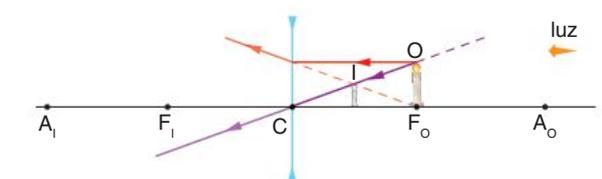


Fig. 48 Caso único de lente divergente.

Imagem: {
Virtual
Direita
Maior
Região do objeto

Determinação analítica da imagem

Equação de Gauss:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}$$

em que:

F: distância focal

P: abscissa do objeto

P': abscissa da imagem

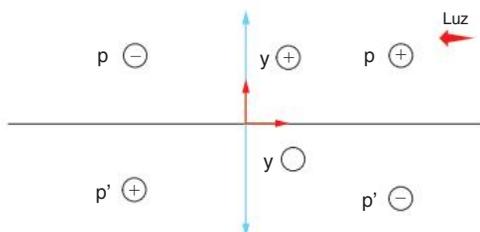


Fig. 49 Sistema de referência.

Para aplicarmos a equação de Gauss, devemos observar a seguinte convenção de sinais:

F > 0: lente convergente

F < 0: lente divergente

P > 0: objeto real

P < 0: objeto virtual

P' > 0: imagem real

P' < 0: imagem virtual

O aumento linear transversal, analogamente a espelhos esféricos, é dado por:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{P'}{P}$$

em que:

A: aumento linear transversal

i: altura da imagem

o: altura do objeto

Quer saber mais?



Sites

- Halos
<<http://sro0.wordpress.com/2008/09/07/halos-solares-e-lunares-fenomenos-opticos-na-atmosfera>>.
- Refração atmosférica
<<http://astrosurf.com/skyscapes/disc/refracao/refracao.htm>>.

Exercícios complementares

- 1 **UPF 2018** Conta a história que Isaac Newton, trabalhando no polimento de algumas peças de vidro, conseguiu obter um prisma triangular, o qual utilizou para a sua famosa experiência da dispersão da luz branca, ilustrada na figura a seguir.

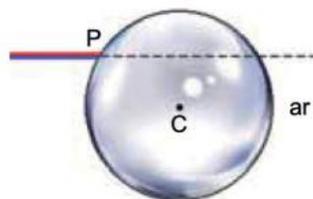


Utilizando-se da palavra latina *spectrum*, ele descreveu o conjunto de cores que resultou dessa dispersão da luz branca ao atravessar o prisma. A explicação para o observado por Newton encontra-se associada

ao fato de que cada cor que compõe o *spectrum* sofre um desvio diferente em virtude

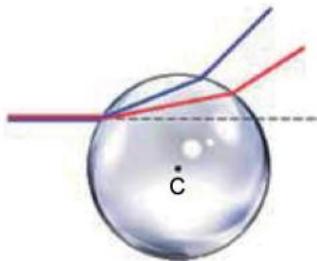
- A da sua polarização.
- B da sua difusão.
- C do seu índice de refração.
- D da sua velocidade no vácuo.
- E da sua interferência.

- 2 **Famerp 2017** Dois raios de luz monocromáticos provenientes do ar, um azul e o outro vermelho, incidem no ponto P da superfície de uma esfera maciça de centro C, paralelos um ao outro, na direção da linha tracejada indicada na figura. A esfera é feita de vidro transparente e homogêneo.

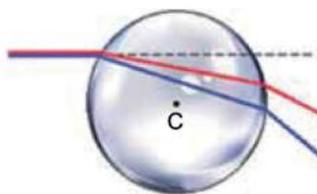


Se o índice de refração absoluto do vidro é maior para a cor azul do que para a vermelha e se não houve reflexão total dentro da esfera, a figura que representa corretamente a trajetória desses raios desde a sua incidência no ponto P até a sua emergência da esfera está indicada em

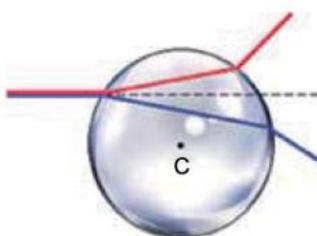
A



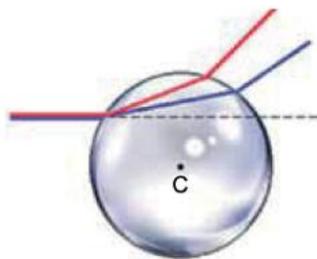
B



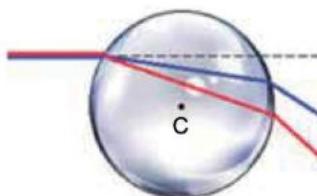
C



D



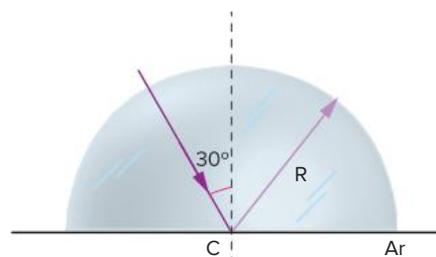
E



3 Esal Para certa luz monocromática, cuja velocidade no ar vale $300\,000\text{ km/s}$, os índices de refração da água, do vidro e do cristal, todos em relação ao ar, são $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$ e $\frac{8}{5}$, respectivamente. Calcule:

- o índice de refração do vidro em relação à água.
- a velocidade da luz no vidro.
- a velocidade da luz no cristal.

4 Um pincel cilíndrico de luz monocromática, propagada em um bloco sólido transparente, incide na fronteira plana entre o bloco e o ar, com ângulo de incidência igual a 30° .



Sabendo que o índice de refração do bloco para a radiação considerada vale $\sqrt{3}$, determine:

- o ângulo de refração.
- o desvio experimentado pela luz, ao se refratar.
- a representação esquemática dos raios incidente, refletido e refratado.

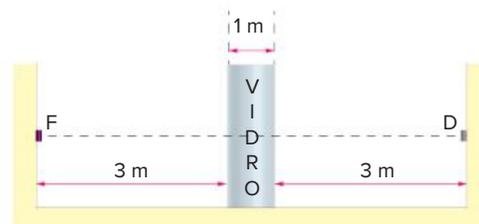
5 Dois recipientes de vidro contêm, respectivamente, água e tetracloretileno, ambos completamente transparentes. Duas barras de vidro, transparentes e idênticas, são mergulhadas nos recipientes. A parte imersa na água continua quase tão visível como a que está fora. A parte imersa no tetracloretileno fica praticamente invisível.



O vidro fica praticamente invisível porque:

- o índice de refração do vidro é maior que o do ar.
- o índice de refração do vidro é menor que da água.
- o índice de refração do tetracloretileno é muito menor que o do vidro.
- o índice de refração do tetracloretileno é aproximadamente igual ao do vidro.
- o índice de refração do tetracloretileno é muito maior que o do vidro.

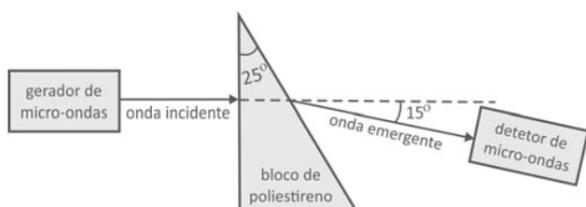
6 Fuvest No esquema a seguir, temos uma fonte luminosa F no ar, defronte a um bloco de vidro, após o qual se localiza um detector D. Observe as distâncias e dimensões indicadas no desenho.



► **Dados:** índice de refração do ar = 1,0; índice de refração do vidro em relação ao ar = 1,5; velocidade da luz no ar = 300 000 km/s.

- a) Qual o intervalo de tempo para a luz propagar-se de F a D?
 b) Represente graficamente a velocidade da luz, em função da distância, a contar da fonte F.

7 Fuvest 2017 Em uma aula de laboratório de física, utilizando-se o arranjo experimental esquematizado na figura, foi medido o índice de refração de um material sintético chamado poliestireno. Nessa experiência, radiação eletromagnética, proveniente de um gerador de micro-ondas, propaga-se no ar e incide perpendicularmente em um dos lados de um bloco de poliestireno, cuja seção reta é um triângulo retângulo, que tem um dos ângulos medindo 25° , conforme a figura. Um detector de micro-ondas indica que a radiação eletromagnética sai do bloco propagando-se no ar em uma direção que forma um ângulo de 15° com a de incidência.

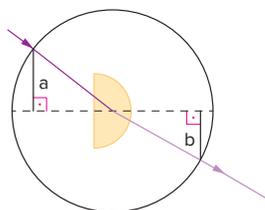


► **Note e adote:**

Índice de refração do ar: 1,0
 $\text{sen} 15^\circ = 0,3$
 $\text{sen} 25^\circ = 0,4$
 $\text{sen} 40^\circ = 0,6$

A partir desse resultado, conclui-se que o índice de refração do poliestireno em relação ao ar para essa micro-onda é, aproximadamente,
A 1,3 **B** 1,5 **C** 1,7 **D** 2,0 **E** 2,2

8 UnB A figura a seguir mostra esquematicamente uma experiência para determinar o índice de refração de um material. Um semicilindro de uns poucos centímetros de espessura é centrado sobre um disco de raio igual a 20 cm. Medem-se as distâncias a e b em centímetros, como indicado na figura, relativamente ao diâmetro mostrado, cujos valores constam na tabela, para várias posições incidentes do feixe de luz.



a(cm)	1,4	4,2	7,0	9,8
b(cm)	0,5	1,5	2,5	3,5

Determine o índice de refração do material.

- 9** As estrelas cintilam porque:
A acendem e apagam alternadamente.
B o índice de refração da atmosfera cresce com a altitude.
C o índice de refração da atmosfera diminui com a altitude.
D ocorrem reflexões em seu interior, enquanto elas se movem.
E os valores dos índices de refração nos diversos pontos da atmosfera não são estáveis e a intensidade da luz que recebemos delas é muito pequena.

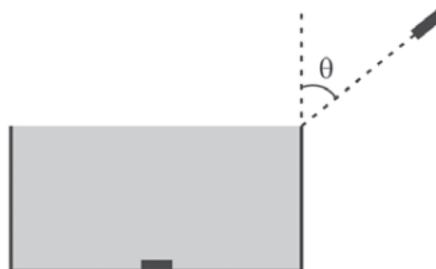
10 FCC A velocidade de propagação de uma radiação luminosa num meio I vale v_1 e o índice de refração desse meio para aquela radiação é n_1 , enquanto o índice de refração de outro meio II é n_2 . A velocidade de propagação da radiação no segundo meio vale:

- A** $v_1(n_1 - n_2)$
B $v_1(n_2 - n_1)$
C $v_1 \cdot \frac{n_2}{n_1}$
D $v_1 \cdot \frac{n_1}{n_2}$
E $v_1 \left(1 - \frac{n_2}{n_1} \right)$

11 Aman Um raio luminoso amarelo incide com um ângulo de incidência de 30° e refrata-se, formando um ângulo de 60° com a normal. O índice de refração do meio que contém o raio refratado em relação ao meio que contém o raio incidente é:

- A** 1 **B** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **D** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **E** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

12 Fuvest 2016 Uma moeda está no centro do fundo de uma caixa-d'água cilíndrica de 0,87 m de altura e base circular com 1,0 m de diâmetro, totalmente preenchida com água, como esquematizado na figura.



► **Note e adote:**

Índice de refração da água: 1,4
 $n_1 \text{sen}(\theta_1) = n_2 \text{sen}(\theta_2)$
 $\text{sen}(20^\circ) = \text{cos}(70^\circ) = 0,35$
 $\text{sen}(30^\circ) = \text{cos}(60^\circ) = 0,50$
 $\text{sen}(45^\circ) = \text{cos}(45^\circ) = 0,70$
 $\text{sen}(60^\circ) = \text{cos}(30^\circ) = 0,87$
 $\text{sen}(70^\circ) = \text{cos}(20^\circ) = 0,94$

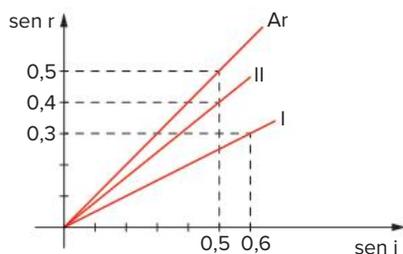
Se um feixe de luz laser incidir em uma direção que passa pela borda da caixa, fazendo um ângulo θ com a vertical, ele só poderá iluminar a moeda se

- A $\theta = 20^\circ$ C $\theta = 45^\circ$ E $\theta = 70^\circ$
 B $\theta = 30^\circ$ D $\theta = 60^\circ$

13 Osec-SP Quando um raio de luz passa de um meio menos refringente para outro mais refringente:

- A afasta-se da normal.
 B aproxima-se da normal.
 C sofre reflexão total.
 D diminui a velocidade.
 E diminui a frequência.

14 UFBA O gráfico a seguir representa a variação do seno do ângulo de refração com uma função do seno do ângulo de incidência de um raio de luz que incide em três meios diferentes: substância I, substância II e o ar.



a) O ângulo limite para um raio de luz que incide na substância I e emerge para o ar é:

- A 15° C 45° E 90°
 B 30° D 60°

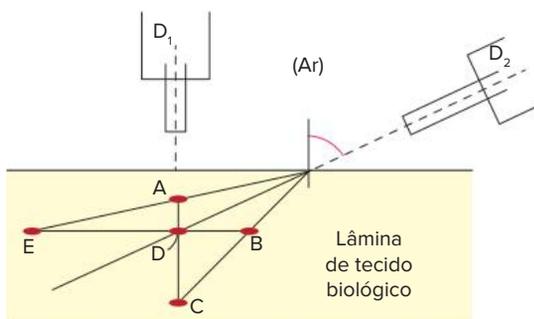
b) O índice de refração da substância II é aproximadamente:

- A 0,50 C 1,00 E 1,50
 B 0,67 D 1,25

c) O ângulo limite entre as substâncias I e II é aproximadamente:

- A zero. C 45° E 90°
 B 39° D 73°

15 Fuvest Dois sistemas óticos, D_1 e D_2 , são utilizados para analisar uma lâmina de tecido biológico a partir de direções diferentes. Em uma análise, a luz fluorescente, emitida por um indicador incorporado a uma pequena estrutura, presente no tecido, é captada, simultaneamente, pelos dois sistemas, ao longo das direções tracejadas.



Levando-se em conta o desvio da luz pela refração, dentre as posições indicadas, aquela que poderia corresponder à localização real dessa estrutura no tecido é:

- A A D D
 B B E E
 C C

Suponha que o tecido biológico seja transparente à luz e tenha índice de refração uniforme, semelhante ao da água.

16 PUC-Minas Um raio de luz monocromática, de comprimento de onda igual a $5 \cdot 10^{-7}$ m, propaga-se da água para o meio X. O ângulo de incidência na água é 45° , e o ângulo de refração no meio X é 29° . O comprimento de onda dessa luz, dentro d'água, é, em metros:

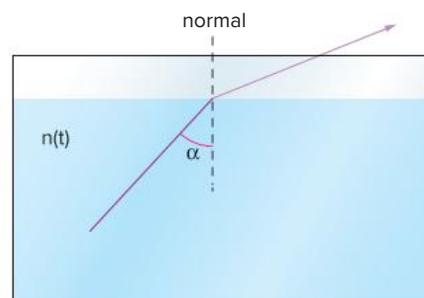
► **Dados:** $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0,707$; $\sin 29^\circ = 0,485$; $\cos 29^\circ = 0,875$; $n_{\text{água}} = 1,33$.

- A $2,57 \cdot 10^{-7}$
 B $3,76 \cdot 10^{-7}$
 C $4,65 \cdot 10^{-7}$
 D $9,65 \cdot 10^{-7}$

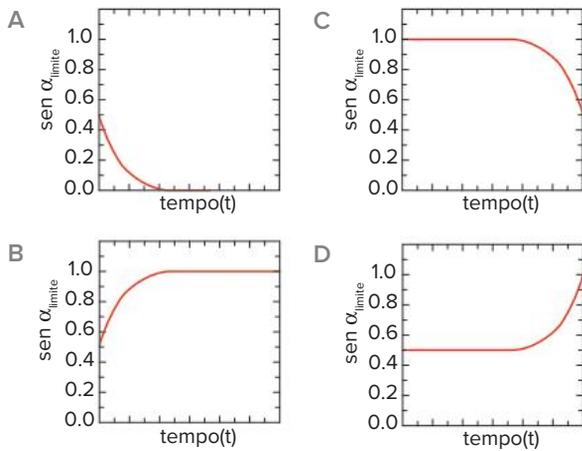
17 UEM Ao propagar-se no ar, um feixe de luz monocromático incide obliquamente sobre a superfície plana de um vidro. Sempre que o raio refletido e o raio refratado formarem um ângulo de 90° , o ângulo de refração será:

- A o suplementar do ângulo de incidência.
 B o complementar do ângulo de incidência.
 C o suplementar do ângulo do raio refletido.
 D o complementar do ângulo formado pelo raio refletido e a superfície.
 E o suplementar do ângulo formado pelo raio refletido e a superfície.

18 UFU Um recipiente aberto, conforme a figura, contém um líquido de índice de refração $n(t)$, que varia com o tempo (t) de acordo com a expressão $n(t) = n_{\text{ar}}(1 + e^{-bt})$, em que b é uma constante positiva e n_{ar} é o índice de refração do ar.



Quando a luz passa do líquido para o ar, é possível ocorrer o fenômeno de reflexão total para um ângulo de incidência maior do que um certo ângulo limite, α limite (que é medido em relação à normal). Assinale a alternativa que melhor descreve a variação do seno do ângulo limite ($\sin \alpha$ limite) em função do tempo.

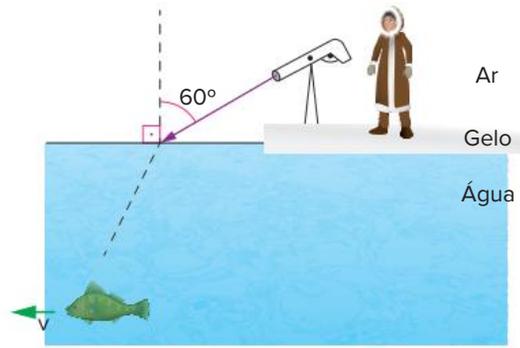


- 19 Uece 2016** Um apontador laser, também conhecido como “laser pointer”, é direcionado não perpendicularmente para a superfície da água de um tanque, com o líquido em repouso. O raio de luz monocromático incide sobre a superfície, sendo parcialmente refletido e parcialmente refratado. Em relação ao raio incidente, o refratado muda
- A a frequência
 B o índice de refração
 C a velocidade de propagação
 D a densidade

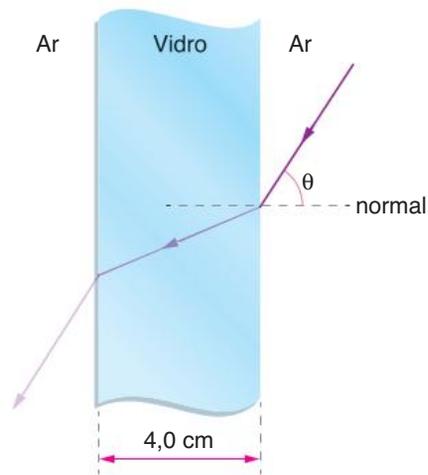
- 20 Enem 2015** Será que uma miragem ajudou a afundar o Titanic?
 O fenômeno óptico conhecido como Fata Morgana pode fazer com que uma falsa parede de água apareça sobre o horizonte molhado. Quando as condições são favoráveis, a luz refletida pela água fria pode ser desviada por uma camada incomum de ar quente acima, chegando até o observador, vinda de muitos ângulos diferentes. De acordo com estudos de pesquisadores da Universidade de San Diego, uma Fata Morgana pode ter obscurecido os icebergs da visão da tripulação que estava a bordo do Titanic. Dessa forma, a certa distância, o horizonte verdadeiro fica encoberto por uma névoa escurecida, que se parece muito com águas calmas no escuro.
 O fenômeno óptico que, segundo os pesquisadores, provoca a Fata Morgana é a
- A ressonância C difração E difusão
 B refração D reflexão

- 21 IME** Um esquimó aguarda a passagem de um peixe sob um platô de gelo, como mostra a figura. Ao avistá-lo, ele dispara sua lança, que viaja com uma velocidade constante de 50 m/s, e atinge o peixe. Determine qual era a velocidade v do peixe, considerando que ele estava em movimento retilíneo uniforme na direção indicada na figura.

Obs: Suponha que a lança não muda de direção ao penetrar na água.
Dados: índice de refração do ar: $n_{\text{ar}} = 1$;
 índice de refração da água: $n_{\text{água}} = 1,33$.

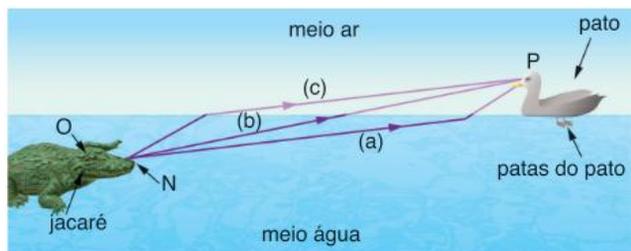


- 22 UFRJ** Um raio luminoso proveniente do ar atravessa uma placa de vidro de 4,0 cm de espessura e índice de refração 1,5.

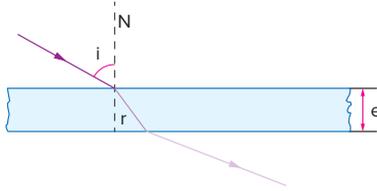


Sabendo que o ângulo de incidência θ do raio luminoso é tal que $\text{sen } \theta = 0,90$ e que o índice de refração do ar é 1,0, calcule a distância que a luz percorre ao atravessar a placa.

- 23 UFMS** A figura mostra um jacaré, imerso na água, o qual avança lentamente, com velocidade constante e horizontal, para abocanhar um pato que flutua em repouso na superfície de um lago. Os olhos do jacaré estão no ponto O atrás do ponto N que corresponde ao nariz dele. Enquanto os olhos do pato estão no ponto P. Considere todos esses pontos contidos no plano da página. Os três caminhos a, b, e c, mostrados na figura, representam raios de luz que saem do ponto N (nariz do jacaré) e chegam até o ponto P (olhos do pato). Considere a água transparente, parada e mais refringente que o ar. Com relação à propagação retilínea da luz, é correto afirmar:



31 Esc. Naval Uma lâmina de faces paralelas tem espessura $e = \sqrt{2}$ cm e encontra-se no ar.



Sabendo-se que $r = 45^\circ$ e que ocorre um desvio lateral de 1,0 cm para um raio de luz que incide com um ângulo i , podemos afirmar que o valor do ângulo i é:

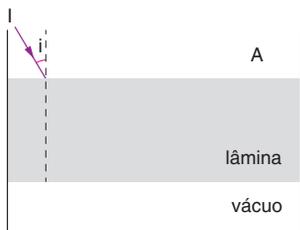
- A 30°
- B 60°
- C 70°
- D 75°
- E 80°

32 Unicamp Um peixe, nadando de manhã num lago calmo de água transparente, vê o Sol em uma posição angular de 53° em relação à horizontal.

- a) Sabendo-se que o índice de refração da água é $\frac{4}{3}$, determine a posição angular verdadeira do Sol em relação ao horizonte.
- b) Se naquele local o Sol nasce às 6 horas e põe-se às 18 horas, que horas são, aproximadamente, quando o peixe avista o Sol na situação do item anterior? Admita que a trajetória do Sol em relação à Terra é descrita com velocidade constante.

Dados: $\sin 53^\circ = 0,8$ e $\cos 53^\circ = 0,6$.

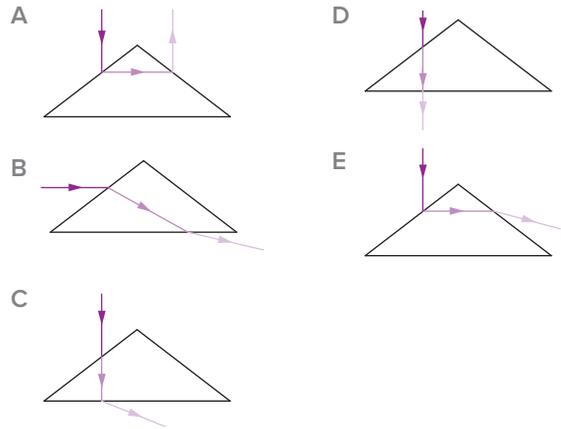
33 Unirio Uma lâmina transparente é usada para separar um meio A, também transparente, do vácuo. O índice de refração do meio A vale 2,0 e o da lâmina vale n . Um raio luminoso I incide na lâmina segundo um ângulo i , conforme ilustra a figura.



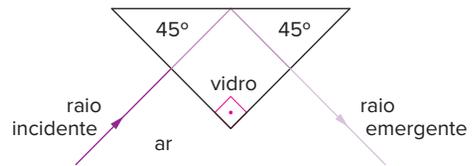
Para que o raio luminoso não atravesse a lâmina para a região de vácuo, o seno do ângulo i :

- A deve ser menor que $\frac{1}{2}$.
- B deve ser menor que $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- C deve ser maior que $\frac{1}{2}$.
- D deve ser maior que $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- E depende do valor n .

34 Mackenzie Um raio luminoso incide num prisma cuja secção transversal é um triângulo e cujo índice de refração, em relação ao ambiente, é maior do que a unidade. A figura que representa uma trajetória possível do raio luminoso é:



35 Fuvest Alguns instrumentos de óptica utilizam prismas “de reflexão total” como espelhos, como no caso da figura:

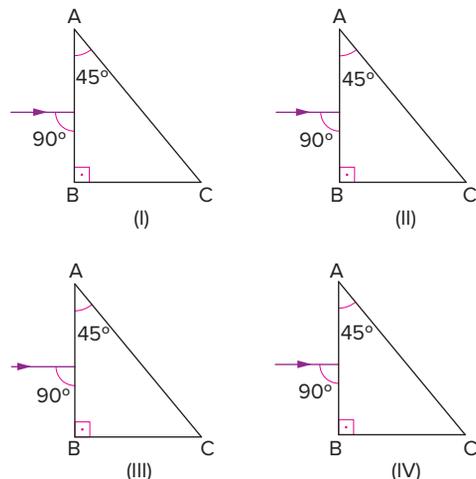


O mínimo valor do índice de refração do vidro desse prisma deve ser, aproximadamente:

- A 2,00
- B 1,73
- C 1,41
- D 1,00
- E 0,707

36 Vunesp A seguir, estão esquematizados quatro prismas de formas geométricas iguais, sobre os quais incidem raios luminosos normais às faces AB. Os prismas são feitos de material óptico de índices de refração:

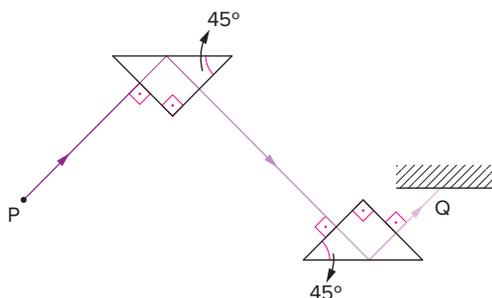
$$n_I = \frac{1}{\sqrt{2}}; n_{II} = \frac{1,5}{\sqrt{2}}; n_{III} = \frac{3}{\sqrt{2}}; n_{IV} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$



Em quais dos prismas o raio emergente sai pela face BC?

- A Em I e II. D Em III e IV.
 B Somente em III. E Em II, III e IV.
 C Somente em IV.

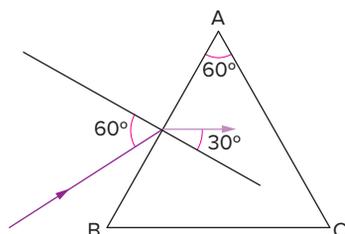
- 37 Mackenzie** Dois prismas idênticos encontram-se no ar dispostos conforme a figura abaixo. O raio luminoso proveniente do ponto P segue a trajetória indicada e atinge o ponto Q.



Nesse caso, podemos afirmar que:

- A o ângulo limite do material desses prismas é 90° .
 B o ângulo limite do material desses prismas é inferior a 45° .
 C o ângulo limite do material desses prismas é superior a 45° .
 D os prismas são constituídos de material de índice de refração igual a 1.
 E os prismas são constituídos de material de índice de refração menor que 1.

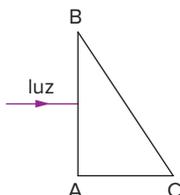
- 38** Um raio de luz monocromático penetra na face AB de um prisma, imerso no ar, conforme sugere a figura.



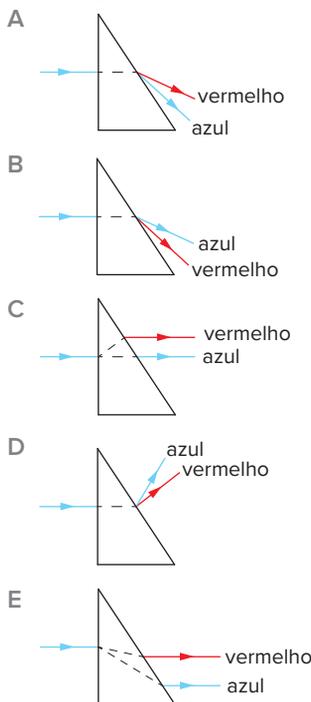
O ângulo que o raio emergente faz com a normal à face AC e o ângulo entre os prolongamentos dos raios emergente e incidente (desvio) valem, respectivamente:

- A 90° e 120° . C 60° e 60° . E 30° e 90° .
 B 60° e 120° . D 30° e 60° .

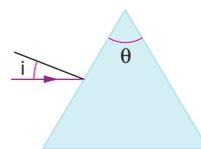
- 39 Fuvest** Um feixe de luz, composto das cores azul e vermelho, incide perpendicularmente sobre a face AB de um prisma imerso no ar. Os índices de refração do prisma são $n_v = 1,26$ e $n_a = 1,53$ para o vermelho e o azul, respectivamente. O prisma separa a luz emergente na face BC em dois feixes, um vermelho e outro azul.



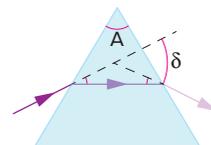
Qual a figura que melhor representa esse fenômeno?



- 40 EEM-SP** Um raio de luz monocromática incide com ângulo i na face de um prisma de ângulo θ e índice de refração n em relação ao meio em que está imerso. O raio está contido no plano da seção transversal do prisma. Estabeleça a condição que deve ser obedecida por i , θ e n para que haja reflexão total na face oposta do prisma.



- 41 ITA** O Método do Desvio Mínimo, para a medida do índice de refração, n , de um material transparente, em relação ao ar, consiste em se medir o desvio mínimo d de um feixe estreito de luz que atravessa um prisma feito desse material. Para que esse método possa ser aplicado (isto é, para que se tenha um feixe emergente), o ângulo A do prisma deve ser menor que:



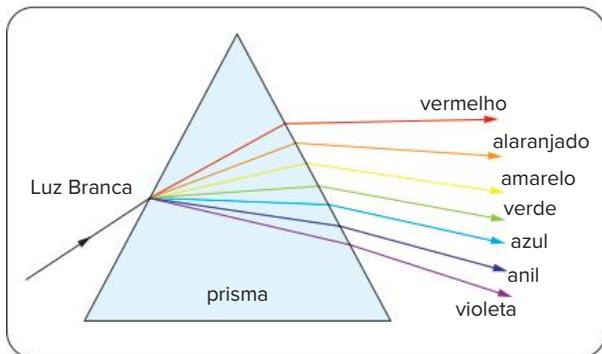
- A $\arcsen(n)$.
 B $2 \arcsen\left(\frac{1}{n}\right)$.
 C $0,5 \arcsen\left(\frac{1}{n}\right)$.
 D $\arcsen\left(\frac{1}{n}\right)$.
 E outro valor.

42 Um raio luminoso atravessa um prisma de índice de refração n e imerso no ar ($n_{\text{ar}} = 1,0$). Calcule o desvio angular Δ que o raio sofre, sabendo que o ângulo de incidência i bem como o ângulo de refringência A são pequenos. (Considerar $\sin i \cong i$.)

- A $\Delta \approx A \left(n + \frac{1}{2} \right)$
 B $\Delta \approx A \left(n - \frac{1}{2} \right)$
 C $\Delta \approx A (n - 1)$
 D $\Delta \approx A (n + 1)$
 E $\Delta \approx An - 1$

Leia o texto a seguir para responder às questões **43** e **44**.

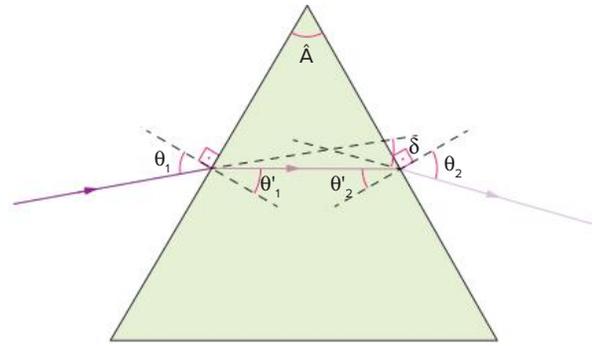
A dispersão é um fenômeno óptico que consiste na separação da luz branca, ou seja, separação da luz solar em várias cores. Esse fenômeno pode ser observado em um prisma de vidro, figura a seguir, que mostra o trajeto de um raio de luz. O célebre físico e matemático Isaac Newton observou esse fenômeno e, no ano de 1672, publicou um trabalho no qual apresentava suas ideias sobre a natureza das cores. A interpretação sobre a dispersão da luz e a natureza das cores, dada por Isaac Newton, é aceita até hoje [...].



<www.brasilecola.com/fisica/a-dispersao-luz-branca.htm>. (Adapt.)

- 43 UEPB** Acerca do assunto tratado no texto, em relação ao fenômeno da dispersão da luz, podemos afirmar que
- o índice de refração absoluto do prisma é único para todas as cores.
 - a dispersão da luz branca ocorre porque o índice de refração absoluto de qualquer meio depende da frequência da radiação luminosa que o atravessa.
 - a manifestação visível da frequência é a cor da radiação luminosa.
- Após a análise feita, pode-se afirmar que é(são) correta(s) apenas a(s) proposição(ões):
- A II.
 B I e II.
 C I.
 D II e III.
 E III.

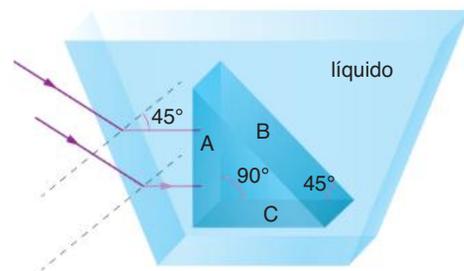
44 UEPB Ainda acerca do assunto tratado no texto, em relação à trajetória de um raio de luz através de um prisma, observe a situação-problema a seguir.



Um raio de luz monocromática, quando atravessa um prisma triangular, imerso no ar, sofre um desvio de ângulo δ em sua trajetória, como mostra a figura, sendo \hat{A} o ângulo entre as faces atravessadas pelo raio de luz, chamado de ângulo de refingência, e θ_1 e θ_2 , respectivamente, os ângulos de incidência e refração do raio de luz no prisma, e θ'_1 e θ'_2 , respectivamente, ângulos formados pelo raio de luz com as faces internas do prisma. Considerando as indicações da figura, a relação correta é:

- A $\delta = \theta_1 + \theta_2 - \hat{A}$
 B $\hat{A} = \theta'_1 - \theta'_2$
 C $\hat{A} = \theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$
 D $\theta_1 - \theta_2 = 90^\circ - \hat{A}$
 E $\delta = 2(\theta_1 - \theta_2) - \hat{A}$

45 UFG Com a finalidade de obter um efeito visual, através da propagação da luz em meios homogêneos, colocou-se dentro de um aquário um prisma triangular feito de vidro *crown*, conforme mostra a figura abaixo.

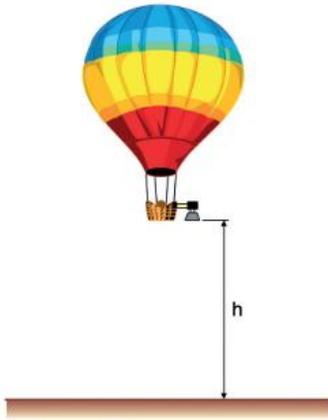


Um feixe de luz violeta, após refratar-se na parede do aquário, incidiu perpendicularmente sobre a face A do prisma, atingindo a face B. Com base nesses dados e conhecidos os índices de refração do prisma e do líquido, respectivamente, 1,52 e 1,33, conclui-se que o efeito obtido foi um feixe de luz emergindo da face:

- A B, por causa da refração em B.
 B C, por causa da reflexão total em B.
 C B, por causa da reflexão total em B e C.
 D C, por causa da reflexão em B seguida de refração em C.
 E A, por causa das reflexões em B e C e refração em A.

46 Unesp 2020 Em uma atividade de sensoriamento remoto, para fotografar determinada região da superfície terrestre, foi utilizada uma câmera fotográfica constituída de uma única lente esférica convergente. Essa câmera foi fixada em um balão que se posicionou, em

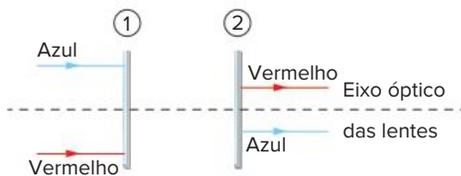
repouso, verticalmente sobre a região a ser fotografada, a uma altura h da superfície.



Considerando que, nessa atividade, as dimensões das imagens nas fotografias deveriam ser 5000 vezes menores do que as dimensões reais na superfície da Terra e sabendo que as imagens dos objetos fotografados se formaram a 20 cm da lente da câmera, a altura h em que o balão se posicionou foi de

- A 1000 m C 2000 m E 4000 m
B 5000 m D 3000 m

- 47 Cesgranrio** Um raio luminoso azul e outro vermelho, paralelos entre si, incidem sobre um sistema formado por duas lentes delgadas (1) e (2), cujo eixo comum é paralelo aos raios e equidistante destes, como mostra a figura. A figura mostra, também, os raios emergentes do sistema, que continuaram paralelos ao eixo óptico e equidistantes deste.



Entretanto, a separação entre os raios emergentes é menor que aquela entre os raios incidentes. Nas opções a seguir, F_1 e F_2 representam os focos das lentes (1) e (2), respectivamente, e estas podem ser convergentes (∇) ou divergentes (∇). Escolha a opção que representa o sistema proposto.

- A D
B E
C

- 48 IFSul 2019** Diante de uma lente convergente, cuja distância focal é de 15 cm, coloca-se um objeto linear de altura desconhecida. Sabe-se que o objeto encontra-se a 60 cm da lente. Após, o mesmo objeto é colocado a 60 cm de uma lente divergente, cuja distância focal também é de 15 cm.

A razão entre o tamanho da imagem conjugada pela lente convergente e o tamanho da imagem conjugada pela lente divergente é igual a

- A $1/3$ C $3/5$
B $1/5$ D $5/3$

- 49** Uma lente esférica de vidro, cujo índice de refração é 1,5, tem uma face plana e outra côncava, com raio de curvatura 50 cm. Sabendo-se que a lente está imersa no ar ($n_{\text{ar}} = 1,0$), pode-se afirmar que sua vergência vale:

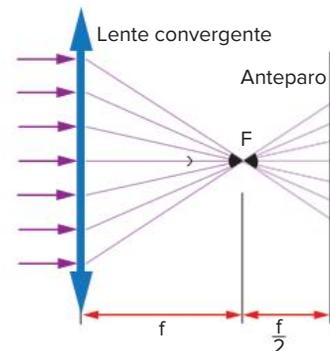
- A 1,0 di D $-2,0$ di
B $-1,0$ di E 2,5 di
C 2,0 di

- 50 Osec-SP** Duas lentes convergentes de raios de curvatura iguais têm índices de refração 1,5 e 1,7, respectivamente. A relação entre suas respectivas distâncias focais é:

- A $\frac{15}{17}$
B $\frac{17}{15}$
C $\frac{7}{5}$
D $\frac{5}{7}$

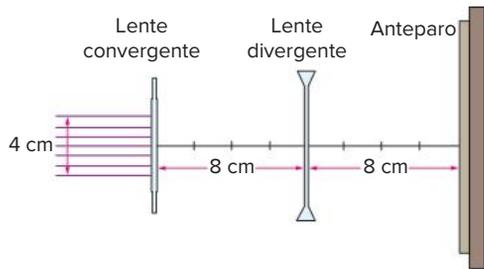
E não pode ser calculada.

- 51 Unir** Um pincel de raios luminosos paralelos, após atravessar uma lente convergente de distância focal igual a f , incide sobre um anteparo plano distante $\frac{3f}{2}$ da lente. Sabendo-se que a intensidade luminosa incidente sobre a lente é igual a $12 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, qual a intensidade luminosa do feixe incidente sobre o anteparo:

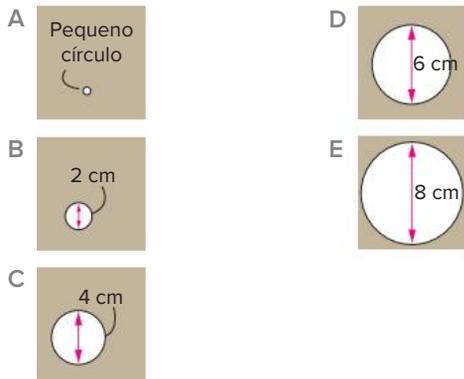


- A $6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ D $24 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$
B $48 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ E $12 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$
C $3 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

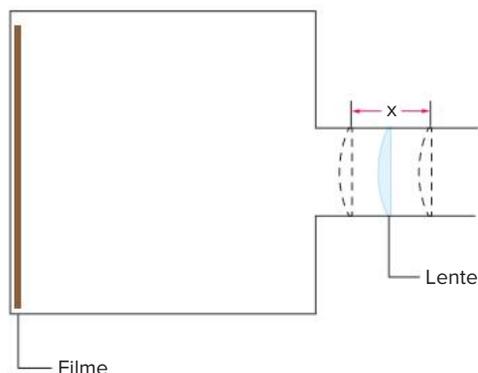
- 52 Fuvest** Um sistema de duas lentes, sendo uma convergente e outra divergente, ambas com distâncias focais iguais a 8 cm, é montado para projetar círculos luminosos sobre um anteparo. O diâmetro desses círculos pode ser alterado, variando-se a posição das lentes.



Em uma dessas montagens, um feixe de luz, inicialmente de raios paralelos e 4 cm de diâmetro, incide sobre a lente convergente, separada da divergente por 8 cm, atingindo finalmente o anteparo 8 cm adiante da divergente. Nessa montagem específica, o círculo luminoso formado no anteparo é melhor representado por:



- 53 UFMG** Usando uma lente convergente, José Geraldo construiu uma câmera fotográfica simplificada, cuja parte óptica está esboçada nesta figura:



Ele deseja instalar um mecanismo para mover a lente ao longo de um intervalo de comprimento x , de modo que possa aproximá-la ou afastá-la do filme e, assim, conseguir formar, sobre este, imagens nítidas.

- a) Sabe-se que a distância focal da lente usada é de 4,0 cm e que essa câmera é capaz de fotografar objetos à frente dela, situados a qualquer distância igual ou superior a 20 cm da lente.

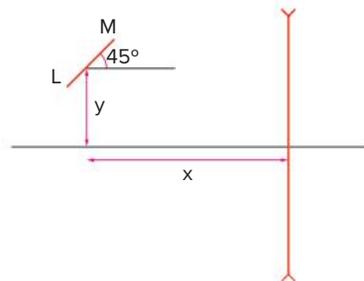
Considerando essas informações, determine o valor de x .

- b) Pretendendo fotografar a Lua, José Geraldo posiciona a lente dessa câmera a uma distância D do filme. Em seguida, ele substitui a lente da câmera por outra, de mesmo formato e tamanho, porém feita com outro material, cujo índice de refração é maior.

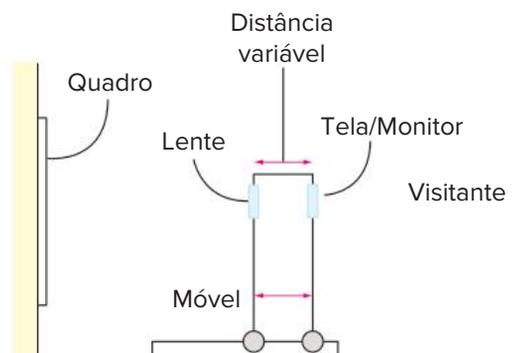
Considerando essas informações, responda:

Para José Geraldo fotografar a Lua com essa nova montagem, a distância da lente ao filme deve ser menor, igual ou maior que D ? Justifique sua resposta.

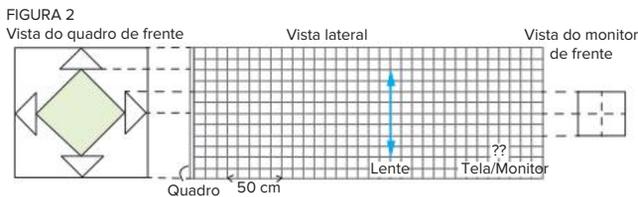
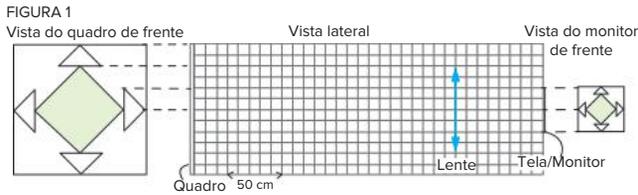
- 54 ITA** A figura mostra uma barra LM de $10\sqrt{2}$ cm de comprimento, formando um ângulo de 45° com a horizontal, tendo o seu centro situado a $x = 30,0$ cm de uma lente divergente, com distância focal igual a 20,0 cm, e a $y = 10,0$ cm acima do eixo óptico da mesma. Determine o comprimento da imagem da barra e faça um desenho esquemático para mostrar a orientação da imagem.



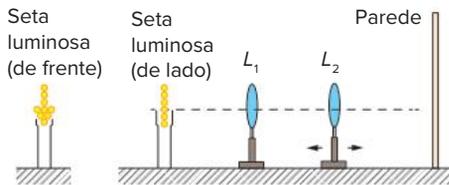
- 55 Fuvest** Em um museu, um sistema óptico permite que o visitante observe detalhes de um quadro sem se aproximar dele. Nesse sistema, uma lente convergente, de distância focal fixa, projeta a imagem do quadro (ou parte dela) sobre uma tela de receptores, que reproduzem essa imagem em um monitor (do mesmo tamanho da tela). O sistema pode ser aproximado ou afastado do quadro, pelo visitante, que deve ainda ajustar a distância entre a lente e a tela, para focalizar a imagem na tela. A Figura 1 esquematiza a situação em que um quadro é projetado na tela/monitor. A Figura 2 esquematiza a situação em que o visitante aproxima a lente do quadro e ajusta a distância lente-tela, obtendo uma imagem nítida na tela/monitor. Para verificar o que é observado, nesse caso, pelo visitante,



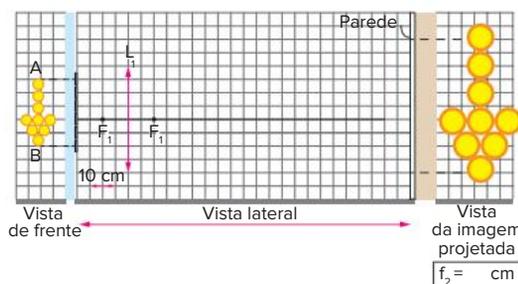
- a) assinale, na Figura 1, traçando as linhas de construção necessárias, a posição do foco da lente, indicando-a pela letra F.
- b) assinale, na Figura 2, traçando as linhas de construção necessárias, a nova posição da tela para que a imagem seja projetada com nitidez, indicando-a pela letra T.
- c) desenhe, na Figura 2, a imagem formada sobre a tela, tal como vista no monitor.



- 56 Fuvest** Uma seta luminosa é formada por pequenas lâmpadas. Deseja-se projetar a imagem dessa seta, ampliada, sobre uma parede, de tal forma que seja mantido o sentido por ela indicado. Para isso, duas lentes convergentes, L_1 e L_2 , são colocadas próximas uma da outra, entre a seta e a parede, como indicado no esquema abaixo.



- Para definir a posição e a característica da lente L_2 :
- a) determine, no esquema a seguir, traçando as linhas de construção apropriadas, as imagens dos pontos A e B da seta, produzidas pela lente L_1 , cujos focos F_1 estão sinalizados, indicando essas imagens por A_1 e B_1 respectivamente.
- b) determine, no esquema a seguir, traçando as linhas de construção apropriadas, a posição onde deve ser colocada a lente L_2 , indicando tal posição por uma linha vertical, com símbolo L_2 .
- c) determine a distância focal f_2 da lente L_2 , em cm, traçando os raios convenientes ou calculando-a. Escreva o resultado no espaço destacado.

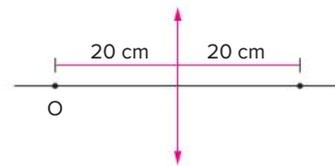


- 57 Cesgranrio** Ao iniciar a projeção de um filme, um estudante observou que, quando em foco, a imagem projetada estava bem maior do que a tela. Para corrigir esse problema, o estudante deve:

- A aproximar o projetor da tela e aproximar a lente do filme.
 B aproximar o projetor da tela, sem variar a distância da lente ao filme.
 C aproximar o projetor da tela e afastar a lente do filme.
 D afastar o projetor da tela e afastar a lente do filme.
 E afastar o projetor da tela e aproximar a lente do filme.

- 58 Cesgranrio (Adapt.)** Quando um objeto pontual se encontra em O a 20 cm de uma lente convergente, a imagem se forma em I, simétrico de O em relação à lente.

Se quisermos queimar uma folha de papel com essa lente, em dia ensolarado, a folha deverá ser colocada a que distância da lente?



- A 5,0 cm C 10 cm E 40 cm
 B 20 cm D 30 cm

- 59 Mackenzie** Um ponto luminoso é colocado a uma distância $2F$ de uma lente de distância focal $+F$. Quando o ponto luminoso se move ao longo do eixo principal da lente, afastando-se dela, a distância da imagem à lente varia de:

- A de F para infinito.
 B F para $2F$.
 C $2F$ para infinito.
 D $2F$ para F .
 E $2F$ para zero.

- 60 Fuvest 2018** Câmeras digitais, como a esquematizada na figura, possuem mecanismos automáticos de focalização



Em uma câmera digital que utilize uma lente convergente com 20 mm de distância focal, a distância, em mm, entre a lente e o sensor da câmera, quando um objeto a 2 m estiver corretamente focalizado, é, aproximadamente

- A 1. D 15.
 B 5. E 20.
 C 10.



Figura 1

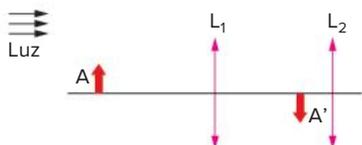
(Riviane Neuenschwander, Mal-entendido, casca de ovo, areia, água, vidro e fita mágica, 2000.)

A observação da figura 1 permite constatar que a parte do ovo submersa aparenta ser maior que aquela que está fora d'água. Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, os princípios físicos que explicam o efeito da ampliação mencionada.

- A O copo funciona como uma lente divergente, sendo que os raios refletidos do ovo passam de um meio menos refringente (água) para um meio mais refringente (ar).
- B O copo funciona como uma lente convergente, sendo que os raios refletidos do ovo passam de um meio mais refringente (água) para um meio menos refringente (ar).
- C O copo funciona como uma lente divergente e, neste caso, para o ovo (objeto real), a lente proporciona ao observador a formação de uma imagem real, invertida e ampliada.
- D O copo funciona como uma lente convergente e, neste caso, para o ovo (objeto real), a lente proporciona ao observador a formação de uma imagem real, direita e ampliada.
- E O copo funciona como uma lente convergente e, neste caso, para o ovo (objeto real), a lente proporciona ao observador a formação de uma imagem virtual, invertida e ampliada.

- 62 UFG Um objeto fixo está a uma distância $D = 2,0$ m de um anteparo, também fixo. Há duas posições, entre o objeto e o anteparo, em que se pode colocar uma lente convergente, de modo a projetar sobre o anteparo a imagem do objeto. A distância entre estas duas posições é $d = 1,0$ m. Qual a distância focal da lente?

- 63 Fuvest Um objeto A está situado a 5 cm de uma lente convergente L_1 , cuja distância focal é 4 cm. Uma segunda lente convergente, idêntica à anterior, é colocada a 2 cm de distância da imagem A'. A figura ilustra o esquema.



- a) A que distância de L_1 encontra-se L_2 ?
- b) Qual a amplificação do sistema L_1L_2 ?

- 64 ITA Uma lente A, convergente ($F_A = 10$ cm), é justaposta a outra lente B convergente ($F_B = 5$ cm). A lente equivalente é:

- A divergente e $F = 3,33$ cm.
- B divergente e $F = 5,2$ cm.
- C convergente e $F = 5,2$ cm.
- D convergente e $F = 15$ cm.
- E convergente e $F = 3,33$ cm.

- 65 USP Um objeto está situado 9,0 cm à frente de um sistema de duas lentes coladas, cujas potências são 5,00 e 10,00 dioptrias, respectivamente. Determine a natureza e a posição da imagem:

- A real, direita; 25,7 cm atrás do sistema.
- B real, invertida; 25,7 cm atrás do sistema.
- C virtual, invertida; 25,7 cm atrás do sistema.
- D virtual, direita; 25,7 cm atrás do sistema.
- E real, direita; 25,7 cm atrás do sistema.

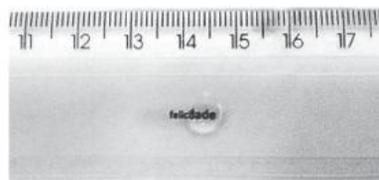
- 66 Vunesp Viajando de automóvel em dias quentes, sobre estradas asfaltadas, frequentemente tem-se a impressão de asfalto molhado, longe na estrada. Isto é devido à:

- A existência de água nas proximidades.
- B insolação que amortece o sentido de visão do viajante.
- C percepção simultânea de raios luminosos diretos e refratados, nas camadas de ar diferentemente aquecidas, imediatamente sobre o leito da estrada.
- D difração sofrida pelos raios luminosos ao penetrar a superfície da Terra.
- E presença de um corpo perfeitamente refletor às costas do viajante.

- 67 Unimep Uma pessoa sobre a Terra pode ver o Sol, mesmo quando ele se encontra abaixo do horizonte, principalmente porque a atmosfera:

- A refrata a luz.
- B difunde a luz.
- C reflete a luz.
- D polariza a luz.
- E nenhuma das anteriores.

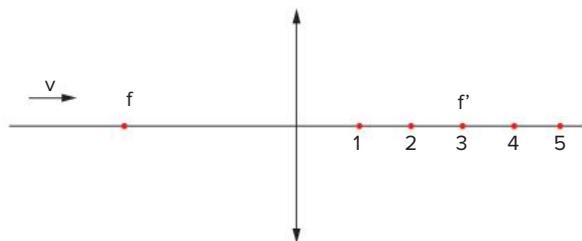
- 68 Enem 2017 Um experimento bastante interessante no ensino de ciências da natureza constitui em escrever palavras em tamanho bem pequeno, quase ilegíveis a olho nu, em um pedaço de papel e cobri-lo com uma régua de material transparente. Em seguida, pinga-se uma gota d'água sobre a régua na região da palavra, conforme mostrado na figura, que apresenta o resultado do experimento. A gota adquire o formato de uma lente e permite ler a palavra de modo mais fácil em razão do efeito de ampliação.



Qual é o tipo da lente formada pela gota d'água no experimento descrito?

- A Biconvexa.
- B Bicôncava.
- C Plano-convexa.
- D Plano-côncava.
- E Convexa-côncava.

69 IME

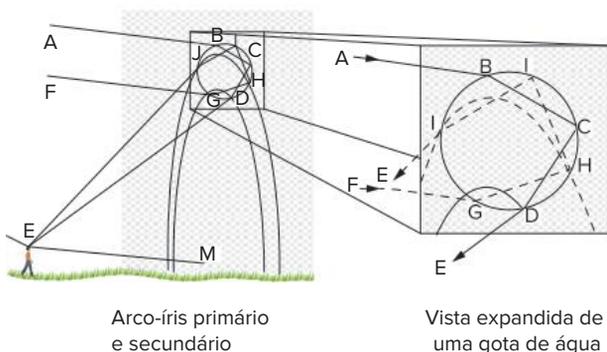


Um objeto se desloca com velocidade constante v em direção a uma lente convergente, como mostra a figura anterior. Sabendo que o ponto 3 é o foco da lente, a velocidade de sua imagem é maior no ponto:

- | | | |
|-----|-----|-----|
| A 1 | C 3 | E 5 |
| B 2 | D 4 | |

70 ITA Foi René Descartes, em 1637, o primeiro a discutir claramente a formação do arco-íris. Ele escreveu: Considerando que esse arco-íris aparece não apenas no céu, mas também no ar perto de nós, sempre que haja gotas de água iluminadas pelo sol, como podemos ver em certas fontes, eu imediatamente entendi que isso acontece devido apenas ao caminho que os raios de luz traçam nessas gotas e atingem nossos olhos. Ainda mais, sabendo que as gotas são redondas, como fora anteriormente provado e, mesmo que sejam grandes ou pequenas, a aparência do arco-íris não muda de forma nenhuma, tive a ideia de considerar uma bem grande, para que pudesse examinar melhor [...].

Ele então apresentou a figura onde estão representadas as trajetórias para os arco-íris primário e secundário. Determinar o ângulo entre o raio incidente na gota, AB, e o incidente no olho do observador, DE, no caso do arco-íris primário, em termos do ângulo de incidência, e do índice de refração da água n_a . Considere o índice de refração do ar $n = 1$.



71 UFPI Analise as afirmativas e assinale V (verdadeira) ou F (falsa).

- Um mergulhador numa piscina, à noite, observa a imagem da Lua numa direção que forma um ângulo de 30° com a vertical. Sendo o índice de refração da água igual a $\frac{4}{3}$, o desvio experimentado pelo raio incidente, ao se refratar, é de 30° .
- A dispersão de uma luz policromática, através de um prisma em suas diversas componentes monocromáticas, somente é possível porque as diferentes frequências percebem na matéria diferentes índices de refração.
- Na dispersão da luz branca, a componente que sofre menor desvio é a mesma que tem maior perda de velocidade.
- As fibras ópticas foram desenvolvidas no início da década de 1950. Utilizadas primeiramente em medicina, a partir da década de 1980, passaram a ser usadas nas telecomunicações. O princípio físico utilizado nessas aplicações baseia-se na dispersão da radiação eletromagnética ao longo da fibra óptica.

72 UEPB Num dia de sol intenso, com o intuito de diminuir a intensidade da radiação solar que penetra em sua cozinha, através de uma porta de vidro transparente, a dona de casa decidiu abri-la. Com base nesta atitude, analise as seguintes proposições.

- I. Ela foi feliz com tal procedimento, porque a intensidade da radiação solar na cozinha diminuiu, já que os raios solares são concentrados na cozinha pela porta de vidro.
- II. Ela foi feliz com tal procedimento, porque a intensidade da radiação solar diminuiu devido à convecção solar provocada pela radiação.
- III. Ela não teve sucesso com este procedimento, pois ao abrir a porta de vidro, parte da luz solar que antes era refletida, agora não é mais, assim a intensidade da radiação solar no interior da cozinha aumentou.
- IV. Ela não teve sucesso, uma vez que a intensidade da radiação solar no interior de sua cozinha permanece constante.

Das proposições acima apresentadas, está(ão) correta(s):

- A Somente I.
- B Somente III.
- C Somente II.
- D Somente IV.
- E Somente I e II.

73 UEPB Um estudante curioso, a fim de testar a inversão de imagens, encheu um tubo de ensaio com água, vedou-o com uma rolha e, utilizando-se da expressão CHICO RALA COCO, impressa num cartão, percebeu que, ao afastar o instrumento do cartão, obteve uma nova expressão, conforme apresentado na figura a seguir.

CHICO RALA COCO



(Instrumento)

Com base em sua análise e conhecimentos em fenômenos ópticos, esta observação do estudante acontece porque:

- A a luz proveniente do cartão, ao incidir sobre o instrumento que funciona como uma lente, refrata-se, e apenas a palavra RALA da imagem da expressão impressa no cartão é invertida.
- B a luz proveniente do cartão, ao incidir sobre o instrumento que funciona como uma lente, refrata-se, porém não há inversão alguma da imagem da expressão impressa no cartão.
- C a luz proveniente do cartão, ao incidir sobre o instrumento que funciona como uma lente, refrata-se, e assim a imagem da expressão impressa no cartão é invertida.
- D a luz proveniente do cartão, ao incidir sobre o instrumento que funciona como um espelho, inverte a imagem da expressão impressa no cartão.
- E a luz proveniente do cartão, ao incidir sobre o instrumento que funciona como um espelho, inverte apenas a palavra RALA da imagem da expressão impressa no cartão.

74 UEL As fibras óticas são largamente utilizadas nas telecomunicações para a transmissão de dados. Nesses materiais, os sinais são transmitidos de um ponto ao outro por meio de feixes de luz que se propagam no interior da fibra, acompanhando sua curvatura. A razão pela qual a luz pode seguir uma trajetória não retilínea na fibra ótica é consequência do fenômeno que ocorre quando da passagem de um raio de luz de um meio, de índice de refração maior, para outro meio, de índice de refração menor. Com base no texto e no conhecimento sobre o tema, assinale a alternativa que apresenta os conceitos ópticos necessários para o entendimento da propagação “não retilínea” da luz em fibras óticas.

- A Difração e foco.
- B Reflexão total e ângulo limite.
- C Interferência e difração.
- D Polarização e plano focal.
- E Imagem virtual e foco.

75 UFSC A mãe zelosa de um candidato, preocupada com o nervosismo do filho antes do vestibular, prepara uma receita caseira de “água com açúcar” para acalmá-lo. Sem querer, a mãe faz o filho lembrar alguns conceitos relacionados à luz, quando o mesmo observa a colher no copo com água, como mostrado na figura a seguir.

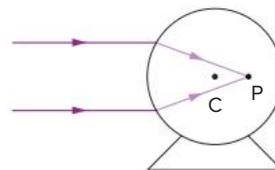


Sobre o fenômeno apresentado na figura acima, é correto afirmar que:

- 01 a luz tem um comportamento somente de partícula.
- 02 a velocidade da luz independe do meio em que se propaga.
- 04 a colher parece quebrada, pois a direção da propagação da luz muda ao se propagar do ar para a água.
- 08 a velocidade da luz na água e no ar é a mesma.
- 16 a luz é refratada ao se propagar do ar para a água.

Soma:

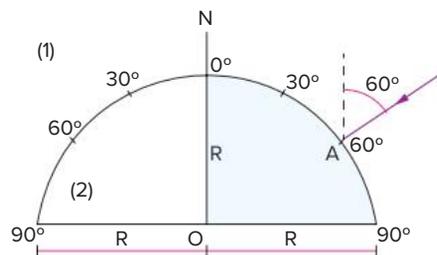
76 UFRJ Sobre um recipiente transparente de forma esférica e paredes delgadas, de centro em C, completamente cheio de álcool etílico, incide um feixe estreito de raios paralelos de luz monocromática, que convergem para o ponto P, como mostra a figura:



Para que o ponto P se aproxime do centro C do recipiente, devemos substituir o álcool etílico por outro líquido de maior ou menor índice de refração? Justifique sua resposta.

77 Quais os fenômenos ópticos que determinam a ocorrência do arco-íris?

78 PUC O meio 2, indicado na figura, é transparente, homogêneo, de índice de refração $\frac{2}{\sqrt{2}}$, tem seção semicircular e está imerso no ar (meio 1).



Mostre, por meio de cálculos, o caminho seguido pelo raio de luz I, que incide no ponto A, normalmente à superfície lateral do meio 2, com inclinação de 60° em relação ao eixo ON.

Frente 1

Capítulo 6 – Cinemática vetorial

Revisando

- 10 N
 - 2 N
 - 14 N
- Módulo: 13; ângulo: $\arccos \frac{11}{13}$
- Módulo: 10; ângulo: -60°
- Módulo: 10; ângulo: $\arccos 0,6$
- π s
 - $\frac{\pi}{4}$ s
 - π m
 - $2\sqrt{2}$ m
 - $\frac{8\sqrt{2}}{\pi}$ m/s
 - 8 m/s^2
 - $\frac{16\sqrt{2}}{\pi} \text{ m/s}^2$
- 8 m/s
 - 6 m/s^2
 - 8 m/s^2
 - 10 m/s^2
 - $\arccos 0,6$
- 10 km/h
 - 5 km/h
 - 6 h
- 35 km/h
 - 5 km/h
 - 12 min
 - A 3 km do ponto oposto ao de partida, na outra margem, rio abaixo.
 - 25 km/h
 - $\arccos(-0,75)$
 - $5\sqrt{7}$ km/h
 - $\frac{4\sqrt{7}}{35}$ h
- 2 cm/s
 - 4 cm/s
 - 1 rad/s

Exercícios propostos

- E
- B

- C
- A
- C
- E
- B
- A
- C
- $\vec{x} = -2\vec{i} - \vec{j}$
- $|\vec{a}| = 12; |\vec{b}| = 5$
- B
- E
- A
- B
- A
- Soma: $01 + 04 = 05$
- A
- C
- E
- I – D; II – C; III – A; IV – B; V – E
- C
- C
- D
- C
- D
- C
- B
- 5,0 m
 - 2,5 m/s
- 0,40 m/s
 - 12 m
- D
- B
 - D
- E
- B
- B
- 2
- 8,0 s
 - $x = 96 \text{ m}$ e $y = 128 \text{ m}$
- E
 - D
- C
- C
- 5 m/s
 - $y = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}; x \geq 2$
- retilínea
- E

- A
- 250π km/h para oeste
- B
- 1,0 m/s
 - 1,5 m/s
- 21 s
- B
- D
- B
- E
- D
- A
- 2,0 h
 - 1 km
- C
- D
- E
- E
- $5\sqrt{2}$ m/s
- 20 rad/s
 - $\frac{10}{\pi}$

Exercícios complementares

- E
- D
- V; F; F; F; V; F; F; V
- D
- 6k
- C
- Soma: $01 + 02 + 04 + 08 = 15$
- A
- Soma: $01 + 02 = 03$
- B
- Soma: $01 + 02 + 08 = 11$
- B
- C
- C
- B
- Soma: $01 + 16 = 17$
- E
- B
- E
- C
- $v_m \cong 1,67 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$
 - $l = 6 \cdot 10^4 \text{ m}$
- E

- 23.
- a) $\vec{r}_0 = 8\vec{i}$
- b) $\vec{r} = 32\vec{i}$
- c) 24 m
- d) 40 m
24. C
25. C
- 26.
- a) 3 min
- b) 10,0 km/h
- 27.
- a) 2,8 m/s
- b) 2,0 m/s
- 28.
- a) módulo: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ m/s;
 direção: reta que faz ângulo de 135° com o eixo x positivo (SE-NO);
 sentido: noroeste.
- b) 1,5 m/s
29. B
30. $5,0 \text{ m/s}^2$
31. C
32. C
33. B
34. A
35. Soma: $02 + 08 = 10$
- 36.
- a) $\sqrt{2}$ m/s
- b) 1 s
- 37.
- a) $y = 2x^2$ (parábola)
- b) $y = \frac{2x}{3}$ (reta)
- c) $y = \frac{5x^2}{16} - \frac{3x}{4} + \frac{1}{4}$ (parábola)
- d) $x^2 + y^2 = 9$ (circunferência)
- e) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ (elipse)
38. D
39. A
40. E
41. Soma: $04 + 08 + 16 = 28$
42. B
- 43.
- a) $V_T = 3 \text{ m/s}$; $a = 4,5 \text{ m/s}^2$
- b) $U = 5 \text{ m/s}$
- c) $\theta \cong 37^\circ$
44. C
45. C
46. B
- 47.
- a) 0,5 m/s
- b) $\frac{5}{6}$ m/s

- c) $\frac{2}{3}$ m/s
48. 10 s
49. C
50. C
51. 59 km/h
52. C
53. E

Capítulo 7 – Lançamento oblíquo no vácuo

Revisando

- 1.
- a) 0,6 s
- b) 1,8 m
- c) 1,2 s
- d) 9,6 m
- e) 8 m/s
- f) 45°
- g) 10 m
- 2.
- a) 0,4 s
- b) 1,2 m
- c) 5 m/s
- d) $\arccos 0,8$
- 3.
- a) 4 s
- b) $30\sqrt{2}$ m/s
4. 14 m
- 5.
- a) $2\sqrt{2}$ s
- b) 360 m
6. $1,6\sqrt{5} \text{ m/s} < v < 4 \text{ m/s}$

Exercícios propostos

1. B
2. B
3. B
4. B
5. A
6. Soma: $04 + 08 = 12$
7. Soma: $01 + 04 + 08 = 13$
- 8.
- a) Arco de parábola
- b) Reta
- c) 0,80 m
- d) 2,0 m
- e) 2,5 m/s
9. 60 m/s
10. D
11. C
- 12.
- a) 20 m/s
- b) 60°
- c) $2\sqrt{3}$ s

- d) $20\sqrt{3}$ m
13. A
14. 440 m
15. C
16. E
17. C
- 18.
- a) 10 m/s
- b) 1,5 s
- 19.
- a) 0,1 s
- b) 1,25 m
20. D
- 21.
- a) 20 s
- b) 2000 m
- c) $100\sqrt{5}$ m/s
- 22.
- a) Arco de parábola
- b) 4 m/s^2
- c) 4 m/s
- d) 1,2 m
23. D
- 24.
- a) 2,0 s
- b) 2,5 m/s
- c) $\sqrt{406,25}$ m/s
- d) $y = 0,8 \cdot x^2$ (SI), tomando o eixo y com origem no lançamento e orientado para baixo.
- 25.
- a) 1 s
- b) 1 m/s
- c) 0,2 rad/s
26. B
27. D
28. B
29. B
30. Soma: $02 + 16 + 32 = 50$
31. 320 m
32. $\sqrt{\frac{2}{3}}$
33. B
34. A
35. D
- 36.
- a) 2 200 m
- b) $\text{tg}^{-1} \frac{10}{11}$
37. 16 m
38. E
- 39.
- a) 0,4 s
- b) 1,6 m
40. C

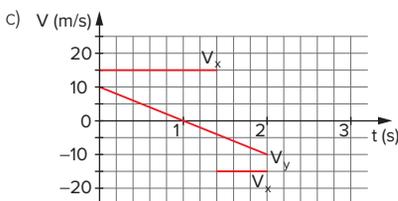
Revisando

1. E
- 2.
- a) 12 N, para a direita.
- b) 12 N, para a esquerda.
- c) Zero.
- d) 4 m/s^2 , para a esquerda.
- 3.
- a) 30 m/s
- b) 5 s
- 4.
- a) 2 m/s^2
- b) 4 N
- c) 16 N
- d) 10 N
- 5.
- a) $T_A = 100 \text{ N}$ e $T_B = 60 \text{ N}$
- b) $T_A = 120 \text{ N}$ e $T_B = 72 \text{ N}$
- c) $T_A = 70 \text{ N}$ e $T_B = 42 \text{ N}$
- 6.
- a) 600 N
- b) 1 m/s^2 , para baixo.
- 7.
- a) $15\sqrt{3} \text{ N}$
- b) 5 m/s^2
- c) 40 m
- 8.
- a) 2 m/s^2
- b) 48 N
- c) 96 N
- 9.
- a) $\frac{10}{3} \text{ m/s}^2$
- b) 10 N
- c) 20 N
- 10.
- a) 2 m/s^2 , descendo o plano.
- b) 12 N
- 11.
- a) 40 N
- b) 2 m/s^2 , para baixo.
- c) 10 m/s^2 , para cima.
12. $L_1 = 70 \text{ cm}$ e $L_2 = 45 \text{ cm}$
13. $x_A = 20 \text{ cm}$; $x_B = 40 \text{ cm}$; $x_C = 10 \text{ cm}$
14. 2 m
- 15.
- a) Contrário ao sentido em que o fio se move em relação ao trem na partida.
- b) $7,5 \text{ m/s}^2$
- c) 50 N
- d) $62,5 \text{ N}$
- 16.
- a) 2
- b) $a_A = 4 \text{ m/s}^2$ e $a_B = 2 \text{ m/s}^2$
- c) 16 N

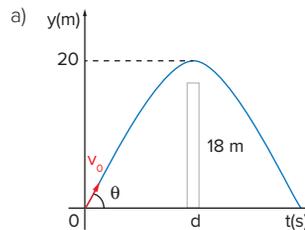
- 41.
- a) 20 m/s
- b) arcsen 0,8
42. A
43. E

Exercícios complementares

1. A
2. C
3. C
4. D
5. A
6. E
7. D
8. Todas as sentenças são verdadeiras.
9. 20 m/s
- 10.
- a) 5,0 m/s
- b) 1,5 m/s
11. 14,4 km/h
- 12.
- a) 1000 m
- b) $100\sqrt{2} \text{ m/s}$
13. D
14. A
- 15.
- a) $500\sqrt{3} \text{ m}$
- b) 125 m
- c) 500 m
16. $50\sqrt{10} \text{ m}$
17. $\text{tg}\theta = v\sqrt{\frac{2}{gh}}$
18. D
19. 178 m/s
- 20.
- a) 1,5 m/s
- b) zero
- c) 2 m/s^2
21. D
22. 2,0 km
23. I, II e IV
- 24.
- a) D
- b) E
- 25.
- a) 0,4 s
- b) 2 s



- 26.
- a) 0,8 s
- b) 2,4 m
- c) 6 m/s
- 27.
- a) C
- b) D
- c) D
28. C
29. 9 s
30. B
31. E
- 32.
- a) 0,75 s
- b) 32 m/s
- c) $V_{0x} = 64 \text{ m/s}$, $V_{0y} = 5 \text{ m/s}$
- 33.
- a) 0,5 s
- b) 6 m/s
- c) 0,67 s
- 34.
- a) 7,6 m
- b) $7\sqrt{2} \text{ m/s}$
35. A
36. C
- 37.



- a) 28,2 m/s
- c) 40 m
38. C
39. D
- 40.
- a) 400 m/s
- b) 4,6 s
41. Soma: $02 + 04 + 08 + 16 = 30$
42. $\text{tg}\theta = \frac{h}{L}$
- 43.
- a) 20 s
- b) $3\sqrt{3} \text{ m/s}$
- 44.
- a) 45 m
- b) 75 m
45. 5° degrau
- 46.
- a) $x = [v \cos(\alpha + \theta)]t$
 $y = v \sin(\alpha + \theta)t - \frac{1}{2}gt^2$
- b) $y = x \cdot \text{tg}(\alpha + \theta) - \frac{1}{2} \cdot \frac{g \cdot x^2}{v^2 \cos^2(\alpha + \theta)}$
- c) $d = \frac{\sqrt{2}v^2(\sqrt{3}-1)}{2g}$

Exercícios propostos

- B
- F; F; V; V; V; F
- Sim. Se Garfield fosse para um planeta com menor aceleração da gravidade, sua massa não mudaria, pois é a mesma em qualquer lugar, mas seu peso, de fato, diminuiria.
- E
- B
- 1ª situação: $v \rightarrow B$; $a \rightarrow Q$
2ª situação: $v \rightarrow A$; $a \rightarrow P$
3ª situação: $v \rightarrow C$; $a \rightarrow R$
- Soma: $01 + 04 = 05$
- Soma: $04 + 16 = 20$
- D
- I, II, III e IV
- D
- D
- B
- A
- a) 30 N, para cima.
b) 650 N, para cima.
- A
- a) 12
b) No fio preso ao suporte.
- D
- a) 8 N, para a esquerda.
b) 1 m/s^2 , para a direita.
- C
- 4 m/s^2
- a) 1000 N, para cima.
b) $0,05 \text{ m/s}^2$
- a) 8 N
b) 1 N, horizontal, para a esquerda.
c) Diminuindo
- B
- E
- a) Depois: $\Delta s = 125 \text{ m}$
b) 2000 N
- E
- C
- a) 5 m/s^2
b) 15 N
c) 5 N
- C
- 3,0 N
- 40 N
- E

- $\frac{1}{2}$
- a) 60°
b) 102,6 N
- $1,0 \text{ m/s}^2$
- D
- B
- D
- a) $T_A = 60 \text{ N}$; $T_B = 40 \text{ N}$
b) $T_A = 72 \text{ N}$; $T_B = 48 \text{ N}$
c) $T_A = T_B = 0$
- D
- D
- a) $a_{\text{gravidade}} = 9,8 \text{ m/s}^2$ e $a_{\text{elevador}} = 2,2 \text{ m/s}^2$
b) 588 N
c) Elevador em queda livre.
- 0,4
- E
- A
- a) 300 N
b) 400 N
c) 375 N
d) 250 N
- C
- a) B
b) D
- 2,5 kg
- E
- a) $a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$ e $T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$
b) Demonstração.
c) Situação 2.
- E
- C
- $\frac{3}{2}$
- E
- E
- D
- a) $\frac{1}{19} \text{ kg}$
b) 0,5 N
- D
- a) D
b) 8,0 N
c) 6,0 N
d) 2,4 kg

- C
- $\arcsen \frac{1}{3}$
- B
- 1 kg
- D
- D
- a) $\alpha = \beta = 0$
b) $\alpha = 0$ e $\beta = 5,0 \text{ m/s}^2$
c) $\alpha = 5,0 \text{ m/s}^2$ e $\beta = 15 \text{ m/s}^2$
- D
- C
- A
- a) 1,6 m
b) 1,5 kg
- a) 10 N/m
b) 15 m/s^2
- C
- a) 0,33 N/cm
b) 1,5 N/cm
- A
- a) 5 N
b) 0,5 kg
c) 0,45 m
- 16,5 cm
- A
- E
- 24 m/s^2
- A
- E
- a) 2
b) $a_A = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2$ e $a_B = \frac{5}{3} \text{ m/s}^2$
- $a = 7,0 \text{ m/s}^2$ e $F = 120 \text{ N}$

Exercícios complementares

- A
- D
- C
- B
- C
- C
- E
- Soma: $02 + 04 + 16 = 22$
- Soma: $01 + 04 + 08 = 13$
- D
- C
- a) 600 N
b) 400 kg

13.

a)



b) $P_3 = 2 \text{ N}$; $F_{43} = 4 \text{ N}$; $F_{23} = 6 \text{ N}$

14.

a) 40 kgf

b) 110 kgf

15. B

16. A

17. 10^{-21} m/s^2

18.

a) Porque não há necessidade de alterar seu estado inercial.

$$m_{\text{Lua}} = m_{\text{Terra}} = 90 \text{ kg}$$

b) $g_{\text{Lua}} = 1,6 \text{ m/s}^2$

19. A

20. 314600 N

21.

a) $\frac{\sqrt{3}}{100} \text{ m/s}^2$, de A para B.

b) $10000\sqrt{3} \text{ N}$, de B para A.

22. B

23.

a) $1,0 \cdot 10^6 \text{ N}$

b) $2,5 \cdot 10^5 \text{ N}$

24. B

25. 20 kg

26.

a) $40,5 \cdot 10^3 \text{ N}$

b) 10 vezes maior.

27. Pelo bloco de massa maior, pois o módulo da tração no fio é diretamente proporcional à massa solicitada por esse fio.

28. B

29. Soma: $01 + 02 + 08 = 11$

30. A

31. A

32. Soma: $02 + 04 + 08 + 32 = 46$

33. D

34.

a) $7,5 \text{ m/s}^2$

b) 60 N

c) $12,5 \text{ m/s}^2$

35.

a) $1,0 \text{ m/s}^2$

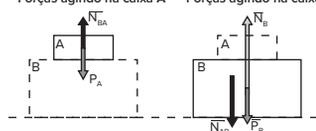
b) 220 N

36. D

37.

a) $F_A = m_A$ (unidades SI)

b) Forças agindo na caixa A Forças agindo na caixa B



c) $F_S = 11m_A$ (unidades SI)

d) $F_D = 9m_A$ (unidades SI)

38.

a) B

b) C

39.

a) m_1g

b) $\frac{m_1 + m_2}{m_2} \cdot g$, para baixo

40. C

41.

a) 800 N

b) 400 N

42. 300 m

43.

a) 5250 N

b) 15250 N

44. B

45. Descendo com movimento acelerado; 5 m/s^2 .

46. $3,2 \cdot 10^4 \text{ N}$

47. A

48.

a) $2,0 \cdot 10^4 \text{ N}$

b) 100

49. D

50. D

51. A

52. $\sqrt{\frac{gh}{3}}$

53.

a) $\frac{(m+M) \cdot (g+a)}{2}$

b) $\frac{(m-M) \cdot (g+a)}{2}$

54. $a_1 = \frac{P}{m+m'}$ e $a_2 = \frac{P}{m'} \Rightarrow a_2 > a_1$

55. $1,2 \text{ cm}^3$

56. A

57. 1,4 s

58.

a) 100 N

b) 50 m/s^2

c) 500 N

d) 5000 N

59.

a) $\frac{g(1 + \sin \alpha)}{2}$

b) $\frac{mg(1 - \sin \alpha)}{2}$

60.

a) $3,0 \text{ m/s}^2$

b) 45 N

61.

a) $0,40 \text{ m/s}^2$

b) $T_{AB} = 1,60 \text{ N}$ e $T_{BC} = 1,84 \text{ N}$

c) 2,0 Nvc

62. C

63.

a) $\frac{P}{8}; \frac{P}{4}; \frac{P}{2}$

b) P; P; P

64.

a) 600 N

b) Não com a pessoa mantendo contato com o solo; seria possível se a pessoa subisse pelo fio em movimento acelerado com aceleração maior que $2,0 \text{ m/s}^2$.

65. D

66. D

67. D

68. A

69. A

70.

a) $5,0 \text{ m/s}^2$

b) 30 N

71. B

72.

a) $\frac{Mg}{k}$

b) $\frac{kd}{M}$

73. A

74.

a) Dimensão: $\frac{\text{massa}}{\text{tempo}}$; unidade: $\frac{\text{kg}}{\text{s}}$

b) $1,0 \cdot 10^{-12} \text{ N}$

c) $1,0 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}$

75. C

76.

a) $\frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot g$

b) Zero.

77. B

78. 2,2 N

79.

a) $(M_A + M_B) \cdot a$

b) $\sqrt{M_B^2 \cdot a^2 + M_A^2 \cdot g^2}$

c) $\frac{M_B \cdot a}{M_A \cdot g}$

80. 2 N

81. 1200 N

82. Soma: $01 + 04 = 05$

83.

a) $a_c = \frac{a_A + a_B}{2}$

b) $a_A = 4,0 \text{ m/s}^2$; $a_B = 6,0 \text{ m/s}^2$; $a_c = 5,0 \text{ m/s}^2$

c) 60 N

84.

a) 720 N/m

b) $a_A = 0$; $a_B = 5,0 \text{ m/s}^2$; $a_{\text{polia}} = 2,5 \text{ m/s}^2$

c) 40 N

85. 0,80 s

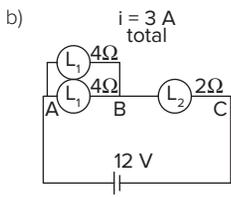
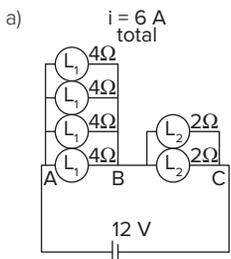
86. Soma: $02 + 08 + 16 = 26$

Revisando

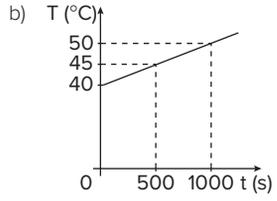
- 1.
- a) 14Ω
- b) 144Ω
- 2.
- a) $S_1/S_2 = 3,5$
- b) $P = 1,125 \cdot 10^{-9} \text{ W}$
3. $R_{\text{eq}} = 92,3 \Omega$ e $P_2 = 36 \text{ W}$
4. $R_V = 20 \Omega$

Exercícios propostos

1. D
2. E
3. C
4. D
- 5.
- a) $1,8 \cdot 10^6 \text{ J} = 0,50 \text{ kWh}$
- b) R\$ 3,00
- c) $10,1 \Omega$
- 6.
- a) Ferro e lâmpada.
- b) 16 lâmpadas.
7. 8Ω
8. E
9. D
10. B
11. E
12. A
- 13.
- a) $0,20 \text{ A}$
- b) 15
- 14.



15. D
- 16.
- a) $5,0 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$



17. Soma: $08 + 32 = 40$
18. D
19. A
20. 56Ω
- 21.
- a) $5,0 \Omega$
- b) $1,0 \cdot 10^3 \text{ A}$
- c) $5 \cdot 10^6 \text{ W}$
22. E
23. A
24. B
25. C
26. E
27. E
28. C
29. C
30. F; V; V; V; F
31. C
32. D
33. E
34. $150 ^\circ\text{C}$
35. B
36. E
37. D
38. D
39. A
- 40.
- a) $i = 0,5 \text{ A}$ e $\Delta E = 30 \text{ J}$
- b) $R_P = 36 \Omega$

41. A
42. C
43. B
44. D
45. A
46. B
47. A
48. A
49. A
50. E
51. C
52. B
53. C
54. B
55. B
56. Soma: $01 + 02 = 03$
57. D
58. B
59. 45Ω

60. Soma: $01 + 02 + 04 = 07$
61. C
62. D
63. 1,5
64. B

Exercícios complementares

1. E
2. D
3. A
- 4.
- a) $R_{AB} = 2 \Omega$ e $R_{ACB} = 10 \Omega$
- b) $P_{\text{total}} = 86,4 \text{ W}$
5. E
6. C
7. A
8. B
- 9.
- a) $R_{\text{eq}} = 100 \Omega$
- b) $i = 1,2 \text{ A}$ e $i_4 = 0,3 \text{ A}$
- c) $P = 144 \text{ W}$ e $P_3 = 72 \text{ W}$
- 10.
- a) $40 ^\circ\text{C}$
- b) $20,2 \text{ A}$
11. $P_B/P_A = 4/3$ e $P_C/P_A = 2/3$
12. D
13. D

Capítulo 6 – Circuitos elétricos

Revisando

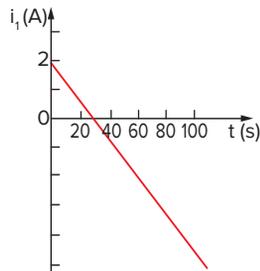
- 1.
- a) $r = 4 \Omega$
- b) $\eta = 0,6$
- 2.
- a) $R_{\text{eq}} = 4 \Omega$
- b) $U = 6 \text{ V}$
- c) $r = 1 \Omega$
- 3.
- a) $U_C = 2,5 \text{ V}$
- b) $i_B = 60 \mu\text{A}$
- 4.
- a) $5,0 \text{ V}$
- b) 12 W

Exercícios propostos

- 1.
- a) $r = 8 \Omega$
- b) $i_{\text{cc}} = 10 \text{ A}$
2. B
3. C
4. D
5. E
6. A
7. Soma: $01 + 02 = 03$
8. Soma: $01 + 16 = 17$
9. B

10. C
 11.
 a) $\frac{6}{11} A$
 b) $\frac{600}{11} C$
 c) $\frac{150}{11} s$
 12. B
 13. B
 14. A
 15. A
 16. C
 17. 5,0 A
 18. B
 19. D
 20. E
 21. C
 22. D
 23. E
 24. D
 25. C
 26. B
 27. A
 28.
 a) 30 V; 2 Ω
 b) 0,216 kWh
 29. A
 30. 80 s
 31.
 a) 400 W
 b) 205 W
 c) 5 W
 32. A
 33. A
 34. 10 A; o gerador fornece energia e o receptor consome energia.
 35. D
 36. C
 37. A
 38. D
 39. A
 40. B
 41. D
 42. D
 43. C
 44. B
 45. B
 46. E
 47. D
 48. B
 49. E
 50.
 a) $1,1 \cdot 10^{-14} F$

- b) $Q \cong 1,1 pC$
 c) $1,1 \mu A$
 51. C
 52. C
 53. E
 54. Soma: $01 + 02 + 08 + 16 = 27$
 55. D
 56. A
 57. D
 58.
 a) $i_1 = 2 A$
 b) $t = 30 s$
 c) Marcando os pontos de (a) e (b) no gráfico, temos:



- d) $P = 48 W$
 59. B
 60. 36 V
 61. D
 62. A
 63. C
 64. A
 65. C
 66. C
 67.
 a) 12 V
 b) 24 mA
 68. D
 69.
 a) Com a chave C aberta, a indicação no amperímetro é zero e a indicação no voltímetro é 12 V.
 b) Com a chave C fechada, a indicação no amperímetro é 2 A e no voltímetro é 10 V.
 70.
 a) 1,0 V
 b) 1,005 Ω
 c) 19800 Ω
 71. C
 72. E
 73. C
 74.
 a) 24 V
 b) 1,0 A
 c) $R_A = 12 W$ e $R_B = 18 W$
 75. D
 76. B

77.
 a) $R = 5 k\Omega$
 b) $P = 2 \cdot 10^{-2} W$

Exercícios complementares

1.
 a) 2 A
 b) 0,8 W
 c) 8 V
 2.
 a) $\frac{R}{4}$
 b) 4
 3. C
 4. Soma: $01 + 04 + 32 = 37$
 5. 4,5 Ω
 6. B
 7. 28 V; 7 Ω
 8. C
 9. C
 10. B
 11. C
 12. Soma: $01 + 02 = 03$
 13. C
 14. D
 15. $V_2 = 9 V$
 16.
 a) 0,50 V
 b) 0,010 A ou 10 mA
 17. C
 18. E
 19. A
 20. Soma: $01 + 04 + 08 = 13$
 21. A
 22. A
 23.
 a) 4 Ω
 b) 2400 J
 24.
 a) $i = 4 A$
 b) $i_0 = 8 A$
 c) $R = \frac{1}{3} \Omega$
 25.
 a) 1 A
 b) 40 V
 c) 52 V
 26.
 a) 20 A
 b) 8 baterias
 c) 32 V
 27. $i = 0,75 A$
 28. Soma: $01 + 04 + 16 = 21$

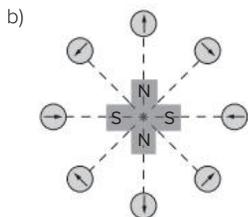
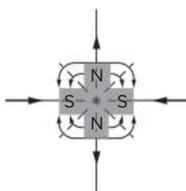
Capítulo 7 – Interação entre cargas elétricas e campo magnético

Revisando

- 2 voltas completas.
- $E = 5 \cdot 10^4$ N/C, na direção do eixo y e no sentido positivo do eixo y .
 - $B = 1,0$ T, na direção do eixo z e no sentido negativo do eixo z .
- $E = 200$ N/C
 - $R = 0,2$ m

Exercícios propostos

- D
- C
- C
- B
- B
- E
- E
- D
- B
- Y
- Todas.
- D
- D
- $0,20\sqrt{2}$ T
- C
- E
-



- E
- A
- A
- Soma: $01 + 02 + 16 = 19$
- B
- E
- E
- A
- A
- D
- A
- A
- A
- D

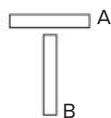
- E
- D
- D
- C
- D
- A
- Soma: $01 + 08 = 09$
- E
- D
- A
- A
- Soma: $02 + 04 + 08 + 16 = 30$
- A
- $B = 10$ T
- A
- Nulo

$$b) v = \frac{R \cdot B \cdot |q|}{m}$$

- E
- E
- B
- A
- E
- E
- A
- $\frac{m_1}{m_2} = \frac{R_1}{R_2}$
- Soma: $01 + 04 = 05$

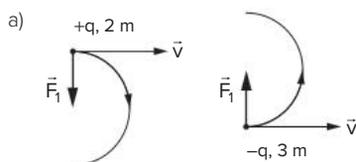
Exercícios complementares

- E
- Se forem notadas forças de campo entre as barras, pelo menos uma estará imantada.
 - Se as forças de campo entre a extremidade de uma barra e a extremidade da outra forem sempre de atração, apenas uma barra estará imantada. Se as forças forem de atração ou repulsão, as duas estarão imantadas.
 - As barras deverão ser dispostas como na figura a seguir:

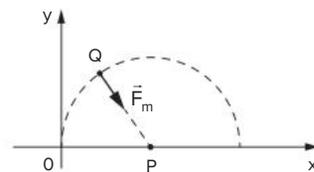


Se houver atração, a barra B estará imantada.
Se não houver atração, a barra A estará imantada.

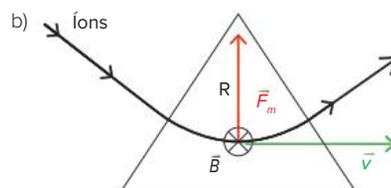
- C
-



- $\frac{3}{2}$
- $3 \cdot 10^5$ m/s



- em F e em A
 - $\otimes \vec{B}$
 - $m = \frac{B^2 \cdot e \cdot d^2}{8E}$
- A
- Soma: $01 + 02 + 16 = 19$
- E
- $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$



- $B = 0,1$ T
- $t = 1,5$ s
 - $m = 7,2 \cdot 10^{-26}$ kg
- Trajetória 1.
 - $x = 1$ cm
 - $B = 10^4$ T, no sentido que "entra" no plano da página.
- B
- $E = 5,0 \cdot 10^3$ V/m
 - $B_{\text{máx}} \approx 2,8 \cdot 10^{-5}$ T
- D

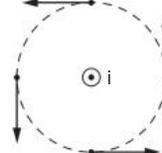
Capítulo 8 – Fontes de campo magnético

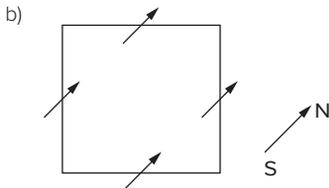
Revisando

- $B = 2 \cdot 10^{-4}$ T
- Para dentro, com intensidade $8,0 \cdot 10^{-5}$ T.
- $B = \mu I / 12a$

Exercícios propostos

- A
-



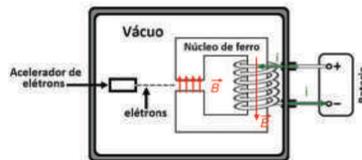


3. D
4. B
5. B
6. D
7. A
8. A
9. A
10. D
11. D
12. E
13. B
14. Soma: $02 + 08 + 16 = 26$
15. D
16. 3
17. B
18. E
19. C
20. D
21. E
22. A
23. E
24. C
25. D
26. B
27. $1,6 \cdot 10^{-9} \text{ N}$
28. 4
29. A
30. $8,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
31. A
32. C
33. B
34. A
35. B
- 36.
- a) $2\pi \cdot 10^{-3} \text{ T}$
- b) Polo sul magnético.
37. D
38. Anti-horário $\frac{i}{2}$
39. E
40. A
41. B
42. B
43. A
44. A
45. C
46. A
47. A
48. B
49. B

50. D
51. A
52. 1,9 A
- 53.
- a) $\frac{M_{0i}}{2R_1}$, entrando no plano do papel.
- b) $\vec{F} = 0$

Exercícios complementares

1. A
2. D
3. B
4. D
5. Abaixo, já que a corrente passa de sul para norte.
6. B
7. A
8. 10^{-5} T , perpendicular ao plano, saindo.
9. $B = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ T}$, horizontal para a direita.
10. A
11. Soma: $04 + 08 = 12$
- 12.
- a) Anti-horário.
- b) $\frac{i}{i'} = 2\pi$
13. C
- 14.
- a) 3 A (arco menor); 1 A (arco maior).
- b) Zero.
15. B
16. E
17. E
18. $\frac{\mu_0 i}{2} \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\pi^2 r^2}}$
- 19.
- a)



- b) Pela regra da mão direita, o elétron terá uma trajetória curva entrando no plano da folha.
- c) $a = 2 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2$
20. $\pi \cdot 10^{-5} \text{ T}$
21. Nula.
22. $3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
23. $\frac{2}{3}$
24. A
25. $\pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$

Frente 3

Capítulo 7 – Introdução à óptica geométrica

Revisando

1. 10 m

2. 8 cm
3. $9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$

Exercícios propostos

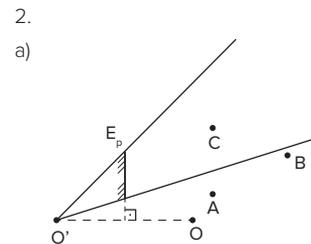
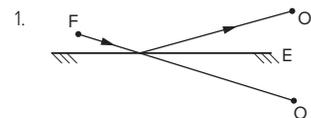
1. B
2. C
3. 8min20s
4. A velocidade da luz não é infinita.
5. C
6. 375 000 km
7. E
8. D
9. E
10. B
11. C
12. C
13. B
14. C

Exercícios complementares

1. E
2. C
3. B
4. C
5. C
6. 35 cm
7. 48 m
8. E
9. E
10. C
11. A
12. C
13. $h_{\text{geleira}} = 3000 \text{ m}$
14. $d = 6 \text{ cm}$
15. D

Capítulo 8 – Reflexão da luz

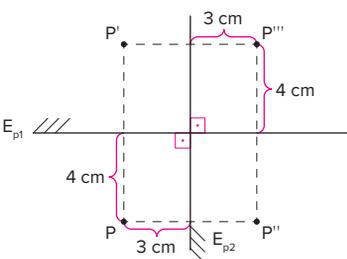
Revisando



- b) C (sim); A e B (não).
- c) Não, pois encontra-se fora do campo de visão (observe letra a).
3. A imagem desloca-se do centro de curvatura para o infinito.

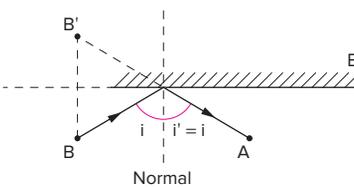
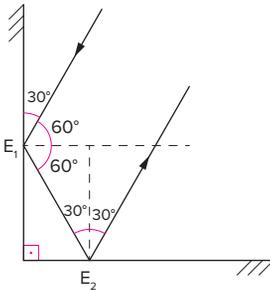
4.
 a) $-\frac{120}{7}$ cm
 b) $\frac{6}{7}$ cm

Exercícios propostos

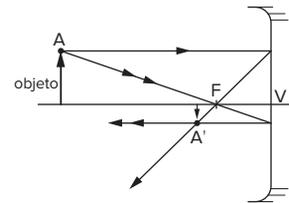
1. E
 2. D
 3. C
 4. A
 5.
 a) $\frac{H}{2}$
 b) $\frac{h}{2}$
 6. D
 7. B
 8. E
 9. $\overline{A'B} = 5\sqrt{2}$ m
 10.
 a) 80 km/h
 b) 40 km/h
 11. 1,5 s
 12. 3 m/s
 13. Nas imagens 3 e 5.
 14.
- 
15.
 a) 11 imagens
 b) aumenta
 16. E
 17. A
 18.
 a) Espelho I
 Côncavo, +20, -20, +10, +2, virtual, direita.
 b) Espelho II
 Plano, infinito, -10, +10, +1, virtual, direita.
 c) Espelho III
 Convexo, -20, -4, +5, +0,8, virtual, direita.
 19. B
 20.
 a) -30 cm
 b) -60 cm
 21. C
 22.
 a) 0,5 m
 b) $P = 0,3$ m e $P' = 1,5$ m
 23. 2 m
 24. A
 25. Imagem virtual, direita e maior.
 ($P' = -60$ cm, $A = 3$, $i = 22,5$ cm)

26. A
 27. B
 28. D
 29.
 a) $P = 8$ cm, $P' = 32$ cm
 b) $F = 6,4$ cm
 30. E
 31. B
 32.
 a) 6 cm
 b) real
 33. B
 34. D
 35. F, V, V, F, V
 36. C
 37. 35
 38. B

Exercícios complementares

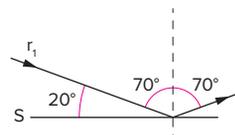
1.
 a) 90 cm
 b) 85 cm
 2. 0,8
 3.
- 
4. B
 5. B
 6. Velocidade relativa entre M' e N' é zero.
 7. 0,4 s
 8. D
 9.
 a) 10 m/s
 b) 20 m/s
 c) 50 m/s
 10. C
 11.
- 
- 12.2 · d
 13.
 a) 40 cm
 b) Não, $d = 40$ cm para qualquer posição de F.
 14. B
 15. A
 16. -10 cm
 17. 50 cm

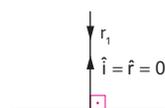
18.
 a) Real e invertida.
 b) 60 cm
 c) 12 cm
 19.
 a) Côncavo
 b) -9 cm (invertida).
 c) Objeto além do centro de curvatura e imagem entre o centro de curvatura e o foco.
 20.
 a) 20 cm
 b) $A'B' = 10$ cm
 21. 2,0 cm/s
 22. 12 cm
 23. D
 24. 15 cm
 25.
 a) 120 cm
 b) 9 cm
 c)

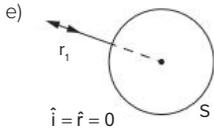
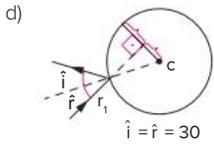
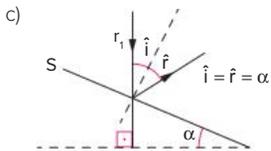


26.
 a) 112,5 mm, invertida.
 b) 750 mm
 c) 500 mm
 27. C
 28.
 a) $F = +2$ cm, $R = +4$ cm
 b) $P_1 = 6$ cm, $P'_1 = 3$ cm
 c) $P_2 = 4$ cm, $P'_2 = 4$ cm
 d) $A_1 = -\frac{1}{2}$, $A_2 = -1$

29. 6,0 cm²
 30. E
 31. A
 32. A
 33. A
 34. 10 cm.
 35. E
 36. A
 37. D
 38.
 a)



- b)
- 



39. B

40. D

41. $t = 2,4 \cdot 10^{-4}$ s;

$$f \approx 521 \text{ Hz.}$$

42. E

Capítulo 9 - Refração da luz

Revisando

1.

a) meio A

b) meio B

2.

a) 60°

b) 30°

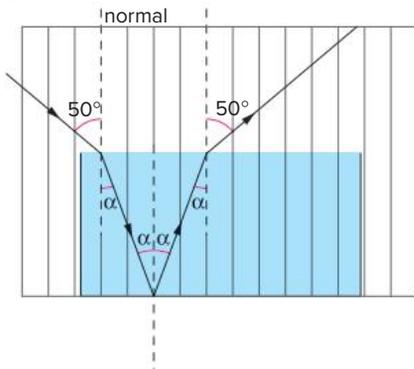
3.

a) Reflexão total.

b) Refração, $\hat{r} = \arcsen\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$

4. No vidro, a velocidade é maior (afasta da normal).

5. 1.



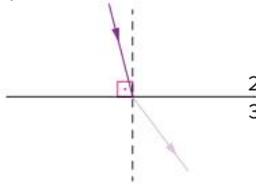
2. $n = 1,3$

3. Sendo $f_{\text{verde}} > f_{\text{vermelho}}$, logo $n_{\text{verde}} > n_{\text{vermelho}}$, então o raio refratado aproxima-se mais da normal que no primeiro caso e a distância percorrida dentro da água será menor, ou seja, a distância entre o feixe incidente na superfície e o seu feixe emergente é menor.

6. 1,25

7.

a) $n_2 > n_1$ e $n_1 > n_3$, logo $n_2 > n_3$ (afasta da normal)



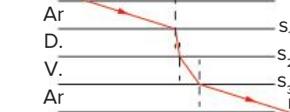
b) O meio 3, pois tem o menor índice de refração.

8.

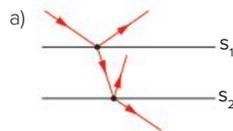
a) 60°

b) Meio B ($n_A < n_B$)

9.



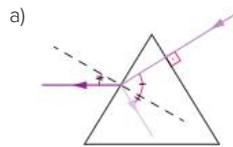
10.



b) $5 \cdot 10^{-10}$ s

11. Do centro de curvatura para o infinito.

12.



b) $n_v = \sqrt{3}$

13. $P = 5$ cm, $P' = 3$ cm, $F = 1,875$ cm

Exercícios propostos

1. D

2. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

3. E

4. D

5. B

6. $5 \cdot 10^{-7}$ m

7. D

8. 2

9.

a) 60° e 30°

b) $\sqrt{3}$

10. A

11. E

12. D

13. A

14. D

15. E

16. $v_3 > v_1 > v_2$

17. B

18.

a) incidente = 60°

refletido = 60°

refratado = 26° ; $\left(\text{sen} = \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

b) $v = 150000$ km/s

19. D

20. E

21. A

22. A

23. Soma: $01 + 02 = 03$

24. D

25. A: refração.

B: reflexão total.

O ângulo limite é maior quando o meio 2 é a água.

26. A

27. C

28. E

29. B

30. A

31. B

32. A

33. B

34. B

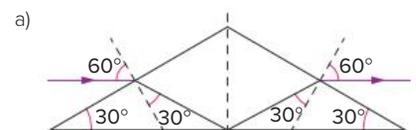
35. B

36. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

37. B

38. A

39.



b) $\hat{i} = \hat{r} = 60^\circ$

40. E

41. E

42. D

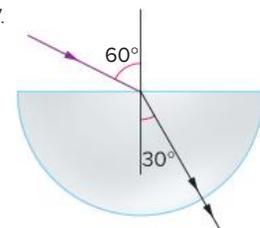
43. D

44. D

45. C

46. Raio C

47.



48. A

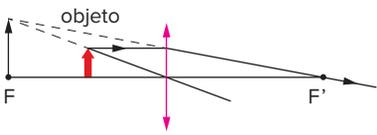
49. A

50. A

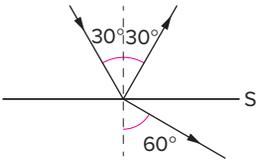
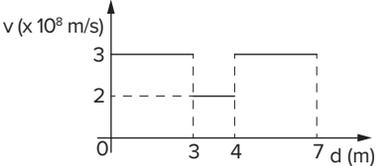
51. A

52. B

53. B

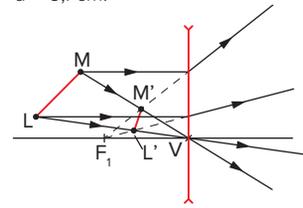
54. a) A 10 cm da lente, é virtual e coincide com F.
b) 
55. B
56. E
57. A
58. A
59. B
60. 10 cm
61. D
62. E
63. C
64. a) 55 cm
b) 3,0 cm
65. E
66. C
67. D
68. C
69. D
70. A
71. A
72. Soma: $01 + 04 + 32 = 37$
73. E

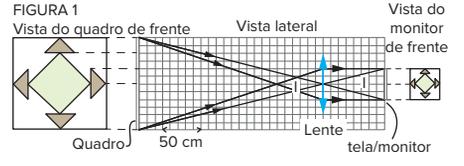
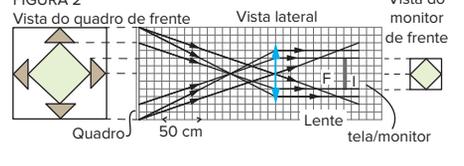
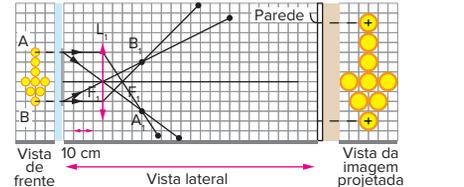
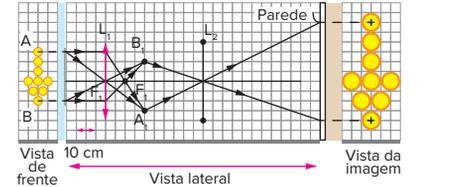
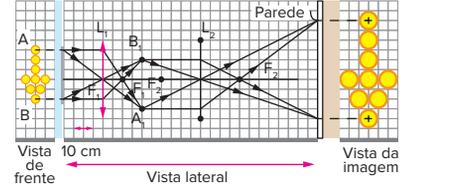
Exercícios complementares

1. C
2. B
3.
a) 1,125
b) 200000 km/s
c) 187500 km/s
4.
a) 60°
b) 30°
c) 
5. D
6.
a) $2,5 \cdot 10^{-8}$ s
b) 
7. B

8. 2,8
9. E
10. D
11. E
12. C
13. D
14.
a) B
b) D
c) B
15. C
16. B
17. B
18. B
19. B
20. B
21. $25\sqrt{3}\left(1 - \frac{3}{\sqrt{37}}\right)$ m/s
22. D = 5,0 cm
23. Soma: $01 + 02 + 04 = 07$
24. 3,2 m
25. 45 cm
26. D
27. B
28. B
29. B
30. D
31. D
32.
a) 37°
b) 8h28min
33. C
34. B
35. C
36. D
37. B
38. C
39. A
40. $\text{sen}\theta\sqrt{n^2 - \text{sen}^2i} - \text{senic}\theta > 1$
41. B
42. C
43. D
44. A
45. A
46. A
47. C
48. D
49. B
50. C
51. B
52. C
53.
a) $x = 1$ cm
b) Deve ser menor.

54. O comprimento da imagem da barra é $d = 5,1$ cm.



55. a) 
FIGURA 1
Vista do quadro de frente Vista lateral Vista do monitor de frente
Quadro 50 cm Lente tela/monitor
b) e c) 
FIGURA 2
Vista do quadro de frente Vista lateral Vista do monitor de frente
Quadro 50 cm Lente tela/monitor
56. a) 
Vista de frente 10 cm Vista lateral Vista da imagem projetada
b) 
Vista de frente 10 cm Vista lateral Vista da imagem
c) 
Vista de frente 10 cm Vista lateral Vista da imagem
 $f_2 = 20$ cm
57. C
58. C
59. D
60. E
61. B
62. 37,5 cm
63.
a) 22 cm
b) -8
64. E
65. B
66. C

67. A

68. C

69. E

$$70. \alpha = 4 \arcsen\left(\frac{\text{sen } i}{n_a}\right) - 2i$$

71. F; V; F; F

72. B

73. C

74. B

75. Soma: $04 + 16 = 20$

76. Maior, para que o raio refratado se aproxime mais do normal.

77. Refração, dispersão e reflexão.

78. Reflexão total em O, $\hat{L} = 45^\circ$.

