Resolução – Treinamento ENEM
S12.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 01 ==

Se o quadrado é formado por 4 retângulos, e cada um deles tem 48cm^2, a área total do quadrado será:

$$48 \times 4 = 192\text{cm}^2$$

E sabemos que a relação entre o lado do quadrado e sua área é:

$$L^2 = Á$$

Substituindo o valor da área, teremos para o lado:

$$L^2 = 192$$
$$L = \sqrt{192}$$
$$L = \sqrt{2^6 \times 3}$$
$$L = 2^3\sqrt{3}$$
$$L = 8\sqrt{3}\text{cm}$$

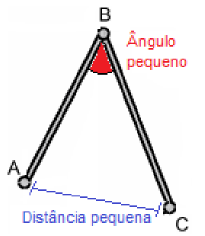
Por fim, o perímetro do quadrado será a soma de seus 4 lados, e como todos os lados são iguais, basta nós multiplicarmos a medida do lado por 4:

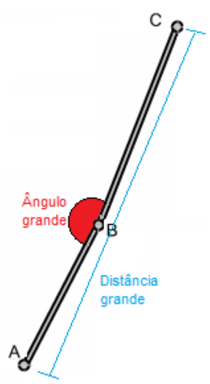
$$P = 4 \times 8\sqrt{3}$$
$$P = 32\sqrt{3}$$

E ficamos com a **Letra D.**

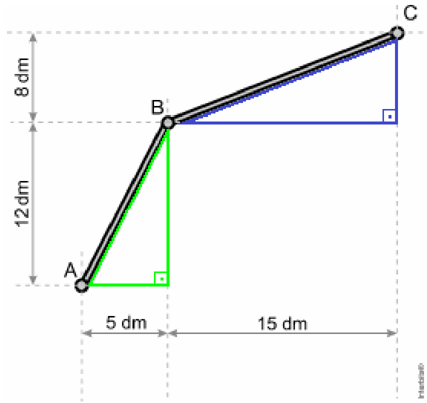
Item 02 ==

Observemos que a extremidade B da haste AC é responsável por articular as duas barras AB e BC e por determinar o ângulo entre elas, e que enquanto esse a ângulo diminui, é como se estivéssemos “fechando” a haste, e os ponto A e C vão se aproximar cada vez mais, e conforme o ângulo vai aumentando e se aproximando de 180°, a distância entre A e C aumenta, e será máxima no 180°, ou seja, quando a haste estiver totalmente esticada, ou totalmente reta.





Nessa situação, a distância entre A e C será justamente o comprimento da haste. Este comprimento pode ser encontrado na figura original ao notarmos que tanto o segmento AB quanto o segmento BC são hipotenusas de triângulos retângulos, e nós já conhecemos todos os catetos necessários para encontrar essas hipotenusas por Pitágoras:



Com isso, os catetos do triângulo verde (V) são 5 e 12, e do triângulo azul (A) são 15 e 8, por Pitágoras encontramos:

$$V: (AB)^2 = 5^2 + 12^2$$
$$AB = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169}$$
$$AB = 13\text{dm}$$
$$A: (BC)^2 = 8^2 + 15^2$$
$$BC = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289}$$
$$BC = 17\text{dm}$$

Com isso, a distância máxima AC é justamente a soma das medidas de AB e BC, que será 30 dm

Resposta: Letra D.

Item 03 ==

Essa questão é bem simples e rápida de se resolver. Basta lembrarmos que a área de um setor circular é proporcional ao seu ângulo central, logo, como nós temos a área da volta completa, basta usarmos regra de 3:

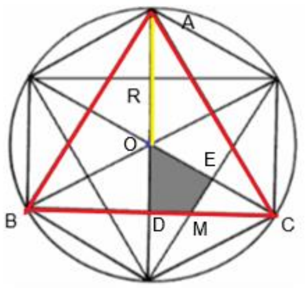
$$\frac{24°}{360°} = \frac{X}{600}$$
$$X = \frac{24 \times 600}{360}$$
$$X = 40$$

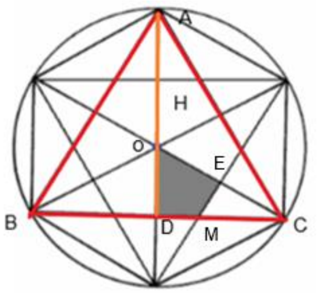
Resposta: Letra B.

Resolução – Treinamento ENEM
S12.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

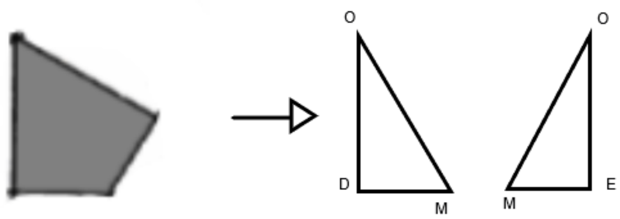
Item 04 ==

A partir do enunciado destacamos as duas figuras abaixo para facilitar a visualização e percebermos que OD é $\frac{1}{3}H$ (propriedade que o baricentro (o) tem de dividir a altura (H) na proporção 2:1).

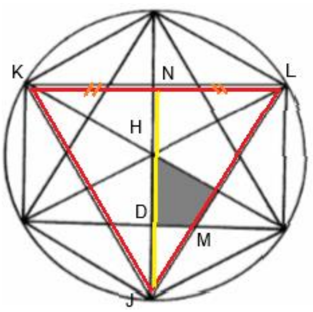




Dessa forma temos que OD vale 5 cm. Agora para calcularmos a área da parte cinza no desenho iremos dividi-la em dois triângulos retângulos congruentes como abaixo:



Aplicando o Teorema da Base Média no triângulo equilátero JKL de lado $10\sqrt{3}$, temos que DM vale:



Finalizando calculamos a área ODM e multiplicamos por 2 para chegarmos à área da parte cinza do desenho, sendo:

$$\frac{NL}{DM}=\frac{H}{DJ}\rightarrow\frac{5\sqrt{3}}{DM}=\frac{15}{5}$$

$$DM\times15=5\sqrt{3}\times5$$

$$DM=\frac{5\sqrt{3}\times5}{15}\rightarrow DM=\frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$OBS-1:\text{lado}=KL$$

$$OBS-2:\frac{KL}{2}=NL=KN$$

$$ÁreaODM=\frac{base\bullet altura}{2}\rightarrow ÁreaODM=\frac{\frac{5\sqrt{3}}{3}\bullet5}{2}$$

$$ÁreaODM=\frac{25\sqrt{3}}{2\bullet3}$$

$$Áreacinza=2\bullet ÁreaODM\rightarrow Áreacinza=2\bullet\frac{25\sqrt{3}}{2\bullet3}$$

$$Áreacinza=\frac{25\sqrt{3}}{3}$$

Por fim, multiplicamos o valor da área cinza por $\sqrt{3}$ como pede a questão, obtendo:

$$Resposta=Áreacinza\bullet\sqrt{3}$$

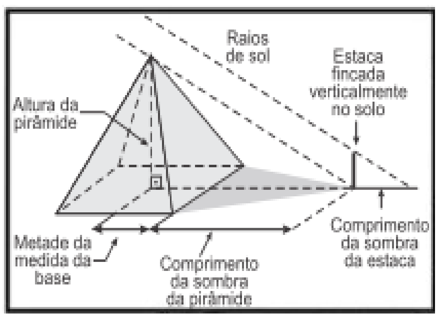
$$Resposta=\frac{25\sqrt{3}}{3}\bullet\sqrt{3}$$

$$Resposta=25$$

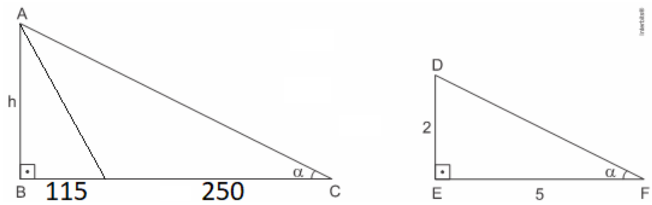
Resposta: Letra B.

Item 05 ==

Bom, descobrimos nessa questão que Tales não sabia só o Teorema de Tales, ele sabia fazer também semelhança de triângulos. E, nesse exercício, nós seremos, por 5 minutos, Tales de Mileto.



i) Da figura acima e do enunciado, temos:



115 = metade do lado da base da pirâmide (230)

$CBA = FED = 90^o$

$ACB = DFE = \alpha$

$250 = \text{sombra}$

Por essa relação dos ângulos, podemos afirmar que ABC e DEF são semelhantes.

ii) Agora, fazendo a semelhança entre os triângulos

$$\frac{h}{115+250} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{h}{365} = \frac{2}{5}$$

$$h = \frac{2\times 365}{5} \text{(agora, vou tentar facilitar o cálculo)}$$

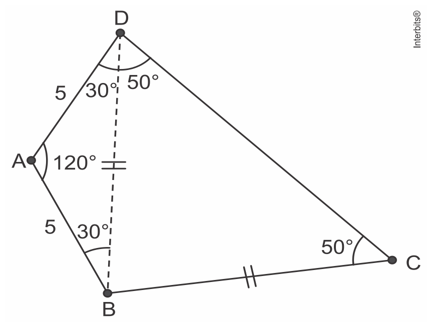
$$h = \frac{2\times 2\times 365}{10} = \frac{2\times 730}{10} = 2\times 73$$

$$h = 146\,m$$

Resposta: Letra D.

Item 06 ==

A partir do enunciado chegamos à figura abaixo:



Agora, aplicando a Lei dos Cossenos no triângulo ABD, temos:

$$BD^2 = AD^2 + AB^2 - 2\times AD\times AB\times \cos(120^o)$$

$$BD^2 = 5^2 + 5^2 - 2\times 5\times 5\times -\frac{1}{2}$$

$$BD^2 = 25+25+25 \rightarrow BD^2 = 25\times 3$$

$$BD = \sqrt{5^2\times 3} \rightarrow BD = 5\sqrt{3} \rightarrow BD \cong 8,5$$

$$OBS: \cos(120^o) = -\cos(60^o) = -\frac{1}{2}$$

Por fim, como o custo por quilômetro é de R\$ 500,00, o custo total (ctt) é:

$$ctt = 8,5\times 500 \rightarrow ctt = 4.250$$

Resposta: Letra B.

Item 07 ==

Conforme aprendemos no primeiro bloco, a probabilidade de um evento ocorrer pode ser definida pelo número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis. Dito isso, quando a gente lança um dardo aleatoriamente sobre um alvo, a chance de acertar uma determinada região é proporcional à sua área (um alvo com o dobro do tamanho é duas vezes mais fácil de acertar), então como o resultado que buscamos aqui é a chance de acertar a área cinza dentro de todo o alvo, só precisamos encontrar o valor da área cinza e dividir pela área do alvo inteiro.

Sabemos que DA e AC valem 10, logo as circunferências brancas têm raio igual a 10, logo o alvo inteiro tem raio igual a 20. Com isso, rapidamente encontramos a área total do alvo

$$A_T = \pi R^2 \rightarrow A_T = \pi 20^2$$
$$A_T = 400\pi$$

Agora só falta encontrarmos a área cinza, que vale justamente o valor da área total menos o dos dois círculos brancos:

$$A_C = \pi R^2 - 2\pi r^2 \rightarrow A_C = \pi\times 20^2 - 2\pi\times 10^2$$
$$A_C = 200\pi$$

E agora encontramos a probabilidade dividindo a área desejada pela área total

$$P = \frac{200\pi}{400\pi} = \frac{1}{2}$$

Resposta: Letra D.

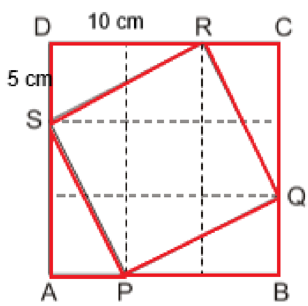
Item 08 ==

Primeiro calculando a área do quadrado ABCD temos:

$$\text{ÁreaABCD} = L^2 \rightarrow \text{ÁreaABCD} = 15^2$$

$$\text{ÁreaABCD} = (1\bullet 2)25 \rightarrow \text{ÁreaABCD} = 225$$

Agora calculamos o lado do quadrado PQRS a partir dos triângulos retângulos da imagem, como destacados abaixo, temos:



$SR^2 = DR^2 + DS^2 \rightarrow SR^2 = 10^2 + 5^2$

$SR^2 = 100 + 25 \rightarrow SR^2 = 125 \rightarrow SR = \sqrt{125}$

$SR = \sqrt{5^3} \rightarrow SR = 5\sqrt{5}$

Calculando a área do quadrado PQRS, onde SR= lado quadrado (L), temos:

$\text{ÁreaPQRS} = L^2 \rightarrow \text{ÁreaPQRS} = (5\sqrt{5})^2$

$\text{ÁreaPQRS} = (\sqrt{125})^2 \rightarrow \text{ÁreaPQRS} = 125$

Agora calculando a razão temos:

$$\text{Razão} = \frac{\text{ÁreaABCD}}{\text{ÁreaPQRS}} \rightarrow \text{Razão} = \frac{225}{125}$$

$$\text{Razão} = \frac{25 \bullet 9}{25 \bullet 5} \rightarrow \text{Razão} = \frac{9}{5}$$

Resposta: A razão entre as áreas dos quadrados é $\frac{9}{5}$.

Observação: uma forma de acelerar a questão seria resolver todas as contas no final sendo:

$$\text{Razão} = \frac{\text{ÁreaABCD}}{\text{ÁreaPQRS}} \rightarrow \text{Razão} = \frac{(15)^2}{(5\sqrt{5})^2}$$

$$\text{Razão} = \frac{3 \bullet 5 \bullet 3 \bullet 5}{5 \bullet 5 \bullet 5} \rightarrow \text{Razão} = \frac{3 \bullet 3}{5}$$

$$\text{Razão} = \frac{9}{5}$$

Resposta: Letra E.

Item 09 ==

Temos que a relação de proporcionalidade entre as medidas lineares de um polígono e sua área é quadrática. Ou seja, se o lado é dobrado, a área é multiplicada por 2^2, se o lado é triplicado, a área é multiplicada por 3^2, seguindo a relação:

$$\left(\frac{L}{L'}\right)^2 = \frac{A}{A'}$$

Com isso, se a distância entre os heróis for diminuída à metade, a área do triângulo será reduzida a 1/4 da original ($1/2^2$). Dessa forma, como a área é inversamente proporcional à energia, se a área é um quarto, a energia será quadruplicada, e ficamos com a **Letra C.**

Item 10 ==

O primeiro passo para resolver essa questão é calcular a distância total percorrida pelo atleta na raia II. A raia 2 é composta por 2 semicircunferêcias de 12 m de raio, o que equivale ao comprimento de uma circunferência inteira de mesmo raio; e dois trechos de 100 m de comprimento.

Com isso, o comprimento de uma volta na raia II é:

$2\pi R + 2 \times 100 =$
$2\pi \times 12 + 200 =$
$24\pi + 200$

E o atleta disse que correu 10 voltas, logo a distância total percorrida por ele será isso vezes 10:

$240\pi + 2.000$

Já o atleta que corre na raia I realiza uma volta um pouco mais curta, já que o raio das semicircunferências será de apenas 10 m:

$2\pi R + 2 \times 100 =$
$2\pi \times 10 + 200 =$
$20\pi + 200$

O que quer dizer que a cada volta, o atleta da raia II andava 4π m a mais que o da raia II, logo ao longo de 10 voltas o atleta da raia II acumulou uma vantagem de 40π m, o que será aproximadamente 125m. Essa distância é pequena o suficiente para que com apenas mais uma volta, o atleta da raia I supere o desempenho do outro, já que ele anda mais de 200 m em cada volta.

Logo, o atleta da raia I precisa completar 11 voltas para superar o outro, e ficamos com a **Letra A.**

Item 11 ==

A partir do texto, temos que o perímetro externo que cerca a área de lazer do cachorro é de 35 metros. Escrevendo esse perímetro em função das variáveis (x e y) e também do comprimento da casinha do cachorro temos:

$\textit{Perímetro externo} = 2 \cdot x + 2 \cdot y - 2 - 1$
$35 = 2 \cdot x + 2 \cdot y - 3$
$38 = 2 \cdot x + 2 \cdot y$

Resolvendo a equação acima com x valendo 6 metros, conforme o enunciado, obtemos que y vale:

$38 = 2 \cdot x + 2 \cdot y \rightarrow 38 = 2 \cdot 6 + 2 \cdot y$
$38 = 12 + 2 \cdot y \rightarrow 38 - 12 = 2 \cdot y$
$26 = 2 \cdot y \rightarrow \frac{26}{2} = y$
$y = 13\,m$

Por fim, para acharmos quanto vale a área externa de lazer do cachorro vamos calcular a área do retângulo maior (retângulo de dimensões x e y) e subtrair da área do cachorro obtendo:

- Área do retângulo maior:

$$\text{Área retângulo maior} = x \cdot y$$
$$\text{Área retângulo maior} = 6 \cdot 13$$
$$\text{Área retângulo maior} = (5+1) \cdot 13$$
$$\text{Área retângulo maior} = 65 + 13$$
$$\text{Área retângulo maior} = 78\, m^2$$

- Área da casinha de cachorro:

$$\text{Área da casinha do cachorro} = BI \cdot DI$$
$$\text{Área da casinha do cachorro} = 2 \cdot 1$$
$$\text{Área da casinha do cachorro} = 2\, m^2$$

- Área externa de lazer do cachorro:

$$\text{Área lazer} = \text{Área retângulo maior} - \text{Área casinha cachorro}$$
$$\text{Área lazer} = 78 - 2$$
$$\text{Área lazer} = 76\, m^2$$

Resposta: Letra D.

Item 12 ==

A partir do texto temos que a área do trapézio retângulo ABCD vale $800\, m^2$ e ainda que a área do trapézio AECD tem que ser de 50% a 70% da área do trapézio retângulo ABCD. Temos também que a área do trapézio AECD pode ser escrito como $\text{Área trapézio ADCE} = \frac{(DC + AE)}{2} \cdot DA$.

Assim, primeiro vamos calcular as áreas máximas e mínimas para o trapézio ADCE, obtendo:

- Área máxima:

$$\text{Área máxima} = \text{Área do trapézio ABCD} \cdot 70\%$$
$$\text{Área máxima} = 800 \cdot \frac{70}{100}$$
$$\text{Área máxima} = 8 \cdot 70$$
$$\text{Área máxima} = 560\, m^2$$

- Área mínima:

$$\text{Área mínima} = \text{Área do trapézio ABCD} \cdot 50\%$$
$$\text{Área mínima} = 800 \cdot \frac{50}{100}$$
$$\text{Área mínima} = 8 \cdot 50$$
$$\text{Área mínima} = 400\, m^2$$

Agora para acharmos os valores mínimos e máximos de AE, ou seja, x, vamos igualar as áreas máximas e mínimas a fórmula da área do trapézio ADCE que vimos anteriormente, obtendo os respectivos valores máximo e mínimos de x:

- x máximo:

$$\text{Área máxima} = \frac{(DC + AE)}{2} \cdot DA$$
$$560 = \frac{(30 + x)}{2} \cdot 20 \rightarrow \frac{560}{20} = \frac{(30 + x)}{2}$$
$$\frac{56}{2} \cdot 2 = 30 + x \rightarrow 56 = 30 + x$$
$$x = 56 - 30 \rightarrow x = 26\, \text{metros}$$

- x mínimo:

$$\text{Área mínima} = \frac{(DC + AE)}{2} \cdot DA$$
$$400 = \frac{(30 + x)}{2} \cdot 20 \rightarrow \frac{400}{20} = \frac{(30 + x)}{2}$$
$$\frac{40}{2} \cdot 2 = 30 + x \rightarrow 40 = 30 + x$$
$$x = 40 - 30 \rightarrow x = 10\, \text{metros}$$

Portanto, os valores possíveis para x pertencem ao intervalo $[10; 26]$.

Resposta: Letra B.

Item 13 ==

Como o comprimento de 1 volta é dado por 2πR e a distância total percorrida é 900$\boldsymbol{\pi}$ metros. Assim, igualando 900$\boldsymbol{\pi}$ a distância de 1 volta multiplicada pelo número de volta temos que:

$$\text{distância} = \text{nº de voltas} \bullet 2 \bullet \pi \bullet R$$
$$900\pi = \text{nº de voltas} \bullet 2 \bullet \pi \bullet 0,3$$
$$\text{nº de voltas} = \frac{900\pi}{2 \bullet \pi \bullet 0,3}$$
$$\text{nº de voltas} = \frac{3 \bullet 3000}{2 \bullet 3}$$
$$\text{nº de voltas} = \frac{3000}{2}$$
$$\text{nº de voltas} = 1500$$

Resposta: Letra C

Resolução – Treinamento ENEM
S12.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

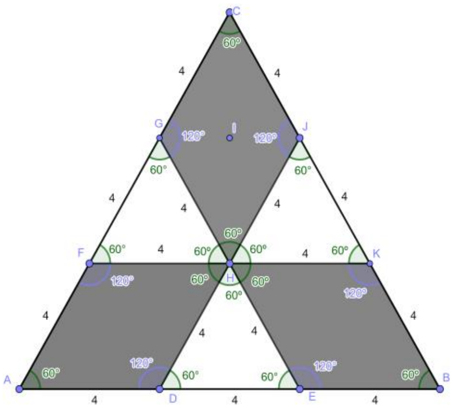
Item 14 ===

Bom, esse exercício aqui tem 2 resoluções, 1 uma delas envolve mais trigonometria e áreas de losangos, e a outra envolve mais visualização geométrica e áreas de triângulos. Como elas tratam de visualizações em micro e macroescala, vou chamá-las pela nomenclatura seguinte: Microscópica e Macroscópica.

Vou começar pela Macro porque ela é rápida e é elegante.

Resolução Macroscópica

Essa resolução se dará utilizando conteúdo da Aula 05 (triângulos) do Lobo.



i) Construção da imagem

Já coloquei a imagem construída acima, mas entenda como eu o fiz e o porquê de tê-lo feito. Primeiro eu coloquei as medidas que já sabíamos, os lados do losango (enunciado já nos dá que valem 4). Depois, coloquei os ângulos do losango (enunciado diz que o ângulo maior vale 120º, portanto o ângulo menor vale 60º - lembrem da aula de Losangos no capítulo 6.8 da Aula de Geometria do Lobo). Após isso, percebi que havia ângulos suplementares aos de 120º que valiam 60º e que no centro todos os ângulos seriam 60º.

Assim, terminamos a construção da figura.

ii) Cálculo da Área Total do Triângulo ABC

Lembrando, da Aula 05 deste Bloco de Geometria do Lobo, que a área do triângulo equilátero $\frac{L^2\sqrt{3}}{4}$

Como o $\triangle ABC$ é equilátero, podemos calcular:

$$\text{Área}_{\triangle}ABC = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Lado}_{\triangle}ABC = 3 \cdot L_{\text{Losango}}$$

$$\text{Lado}_{\triangle}ABC = 3 \cdot 4 = 12$$

$$\text{Área}_{\triangle}ABC = \frac{12^2\sqrt{3}}{4}$$

iii) Cálculo da Área dos Triângulos Brancos (DHE, FGH, HJK)

Dado Área = A

Como os 3 triângulos são equiláteros, temos:

$$A_{\triangle}DHE = A_{\triangle}FGH = A_{\triangle}HJK$$

$$A_{\triangle}DHE = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

$$A_{\triangle}DHE = A_{\triangle}FGH = A_{\triangle}HJK = 4\sqrt{3}$$

iv) Calculando, finalmente, a Área pintada (losangos) desejada

Área Pintada = Área Total – Área Branca

$$\text{Área Branca} = \begin{aligned} &A_{\triangle}DHE + A_{\triangle}FGH + A_{\triangle}HJK = 3A_{\triangle}DHE \\ &= 3 \cdot 4\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$A_{\text{Losangos}} = \frac{12^2\sqrt{3}}{4} - 12\sqrt{3} = \frac{12 \cdot 12 \cdot \sqrt{3}}{4} - 12\sqrt{3} = 3 \cdot 12\sqrt{3} - 12\sqrt{3}$$

$$A_{\text{Losangos}} = 3 \cdot 12\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \cdot (3-1) = 12\sqrt{3} \cdot 2 = 24\sqrt{3}$$

$$A_{\text{Losangos}} = 24\sqrt{3}\,(\text{u.m.})^2$$

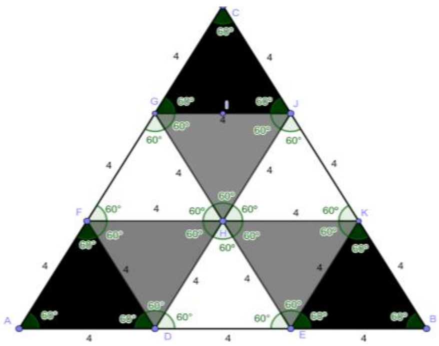
Resposta: Letra C.

Resolução Microscópica 01:

Legal, fizemos aquela resolução Macro só com triângulos, mas, Nick, se eu só lembro o conteúdo de triângulos, ou fico mais confortável em trabalhar com ele, posso fazer uma resolução Micro? Achei aquela sua ideia de pegar um padrão ou uma unidade constitutiva bem legal.

E a minha resposta é: Pode sim, Jovem!

i) Achando a unidade constitutiva ou o padrão



Já coloquei demarcadinho para vocês conseguirem enxergar, estão vendo que a figura é toda formada por vários triângulos equiláteros de lado 4?

Então, esse triângulo equilátero de lado 4 é a nossa unidade repetitiva do padrão ou unidade constitutiva.

ii) Calculando a área que queremos em termos da unidade constitutiva

A área que queremos é toda a área pintada, que é a área formada pelos 3 losangos. E, cada losango é formado por 2 triângulos equiláteros, ou seja, cada losango possui 2 unidades constitutivas. Sendo assim, a área que queremos é 3 (qtd de losangos). 2 (quantidade de triângulos equiláteros por losango), que é 6 vezes a área do triângulo equilátero padrão.

iii) Fazendo o cálculo

Como a área que queremos é 6 vezes a área da unidade constitutiva, temos:

$$A_{Losangos} = 3 \cdot 2A_{\Delta_{padrão}} = 3 \cdot 2 \cdot \frac{L^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6 \cdot 4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 6 \cdot 4 \cdot \sqrt{3}$$

$$A_{Losangos} = 24\sqrt{3}\,(\text{u.m.})^2 \text{ ou (u.a.)}$$

Resposta: Letra C.

Resolução Microscópica 02:

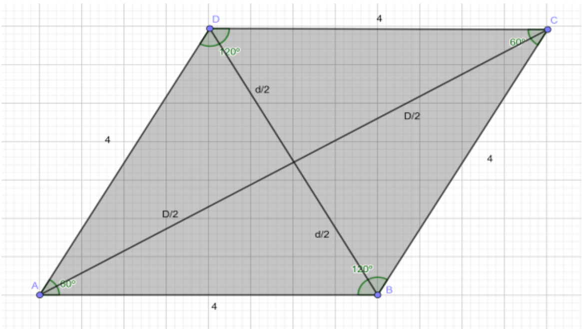
Beleza, gostei das outras resoluções envolvendo os capítulos anteriores e alguns truqueszinhos para deixar rápido. Mas, quero aprender a matéria desta aula né? Como faço para resolver usando só o conteúdo de losangos? Só a matéria do capítulo 6.8 da última aula do Lobo?

Continue acompanhando que você vai descobrir, Grasshopper.

i) Calculando a Diagonal Maior e a Diagonal Menor

Bom, para calcular essas diagonais há várias formas, como tudo na Geometria kkkk. Vou elencar algumas para caso vocês queiram fazer: Lei dos Cossenos + Trigonometria; Dividir em 4 Triângulos Amiguinhos (30º, 60º, 90º); Dividir em 2 Triângulos Equiláteros e por aí vai.

Vou fazer por Lei dos Cossenos para a diagonal maior e por Triângulo Amiguinho para a diagonal menor pra gente relembrar esses conteúdos, belê? A parte de dividir em triângulos equiláteros a gente já fez na resolução macroscópica 1, então já revisamos.



Tá aí o desenho de um dos losangos pra gente trabalhar em cima dele.

- Vamos fazer a Lei dos Cossenos então para achar a diagonal maior (D):

Lei dos Cossenos na Diagonal Maior:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$$

$$D^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos 120º$$

$$D^2 = 2 \cdot 4^2 - 2 \cdot 4^2 \cdot \cos 120º$$

$$\cos 120º = -\cos 60º$$

$$\cos 120º = -\frac{1}{2}$$

$$D^2 = 2 \cdot 4^2 - 2 \cdot 4^2 \cdot -\frac{1}{2}$$

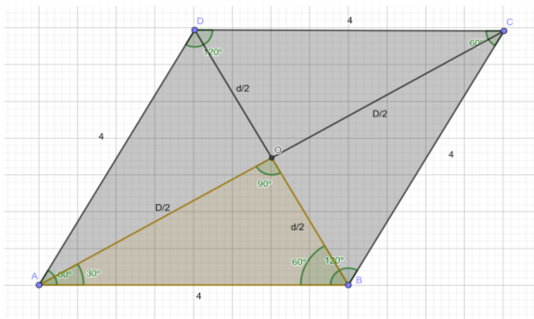
$$D^2 = 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$D^2 = 2 \cdot 4^2 \left(1 + \frac{1}{2}\right)$$

$$D^2 = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 3 \cdot 4^2$$

$$D = 4\sqrt{3}$$

- Vamos fazer o Triângulo Amiguinho para achar a Diagonal Menor:



Nosso Triângulo Amiguinho é o Triângulo Mostarda ali. Lembrando das propriedades desse triângulo 30º, 60º e 90º, o cateto menor (oposto a 30º) vale x, o cateto maior (oposto a 60º) vale $x\sqrt{3}$ e a hipotenusa (oposto a 90º) vale 2x.

Sendo assim, d/2 vale x; D/2 vale $x\sqrt{3}$ e 4 vale 2x.

Descobrimos, portanto, que x vale 2. E, dessa forma, d/2 = 2, então d = 4 (diagonal menor vale 4), e que D/2 = $2\sqrt{3}$, então D = $4\sqrt{3}$ (diagonal maior vale $4\sqrt{3}$, mesmo resultado da nossa lei dos cossenos).

d = 4

ii) Calculando a Área do Losango

Como mostrado pelo Lobo no capítulo 6.8, a área do Losango vale = D. d /2, então:

$$A_{Losango} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{4 \cdot \sqrt{3} \cdot 4}{2} = 8 \cdot \sqrt{3}$$

$$A_{Losango} = 8 \cdot \sqrt{3}$$

iii) Calculando a área pedida (área pintada dos 3 losangos)

$$A_{Losangos} = 3 \cdot A_{Losango}$$

$$A_{Losangos} = 3 \cdot 8 \cdot \sqrt{3} = 24 \cdot \sqrt{3}$$

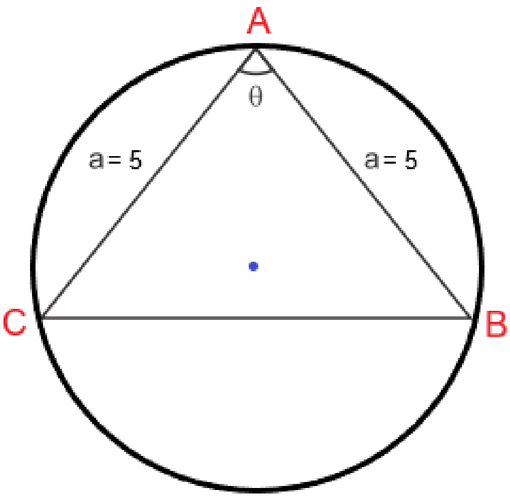
$$A_{Losangos} = 24\sqrt{3}\,(u.m.)^2 \text{ ou } (u.a.)$$

Resposta: Letra C

Observação: quando eu coloquei (u.m.)² ou (u.a.) no final, eu estou deixando claro que nós não esquecemos da unidade de medida (ou unidade de área) do exercício, apenas deixamos implícito nos cálculos, pois nas respostas não aparece em centímetro (já que já está explícito no enunciado). Essa é uma boa prática matemática.

Item 15 ==

Primeiro vamos construir a imagem de uma circunferência circunscrita a esse triângulo para facilitar a visualização e também como iremos resolver a questão.



Agora, vamos calcular quanto é o valor do lado CB do triângulo isósceles a partir do dos dois lados a que valem 5 cm e do $\cos\theta = \frac{3}{5}$. Assim, aplicando lei dos cossenos temos que o lado CB vale:

$$CB^2 = a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos\theta$$

$$CB^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}$$

$$CB^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$CB^2 = 50 - 30 \rightarrow CB^2 = 20$$

$$CB^2 = 2^2 \cdot 5 \rightarrow CB = \sqrt{2^2 \cdot 5}$$

$$CB = 2\sqrt{5}$$

Para calcularmos o raio da circunferência circunscrita vamos utilizar a lei dos senos. No entanto ainda não temos a seno de θ, mas como temos o valor de cosseno de θ vamos utilizar a relação fundamental da trigonometria ($sen^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$) para descobrirmos o valor de seno de θ que é:

$$sen^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$$

$$sen^2(\theta) + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \rightarrow sen^2(\theta) + \frac{9}{25} = 1$$

$$sen^2(\theta) = \frac{25}{25} - \frac{9}{25} \rightarrow sen^2(\theta) = \frac{16}{25}$$

$$sen^2(\theta) = \left(\frac{4}{5}\right)^2 \rightarrow sen(\theta) = \frac{4}{5}$$

Por fim, aplicando a lei dos senos para esse triangulo temos que o raio da circunferência circunscrita vale:

$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{b}{sen\beta} = \frac{c}{sen\gamma} = 2 \cdot R$$

$$\frac{CB}{sen\theta} = 2 \cdot R \rightarrow \frac{2\sqrt{5}}{\frac{4}{5}} = 2 \cdot R$$

$$2\sqrt{5} = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot R \rightarrow R = \frac{2\sqrt{5}}{\frac{2 \cdot 4}{5}}$$

$$R = 2\sqrt{5} \cdot \frac{5}{2 \cdot 4} \rightarrow R = \frac{5\sqrt{5}}{4}\,cm$$

Resposta: Letra D.