ANÁLISE COMBINATÓRIA

Ciclo de Revisão

Questão 01

(FUVEST)

Em uma civilização antiga, o alfabeto tinha apenas três letras. Na linguagem dessa civilização, as palavras tinham de uma a quatro letras. Quantas palavras existiam na linguagem dessa civilização?

A. 4.
B. 12.
C. 16.
D. 40.
E. 120.

Questão 02

(EXPECEX-AMAN_2018)

Duas instituições financeiras fornecem senhas para seus clientes, construídas segundo os seguintes métodos:

1ª instituição: 5 caracteres distintos formados por elementos do conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
2ª instituição: 6 caracteres distintos formados por duas letras, dentre as vogais, na primeira e segunda posições da senha, seguidas por 4 algarismos dentre os elementos do conjunto $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Para comparar a eficiência entre os métodos de construção das senhas, medindo sua maior ou menor vulnerabilidade, foi definida a grandeza "força da senha", de forma que, quanto mais senhas puderem ser criadas pelo método, mais "forte" será a senha.

Com base nessas informações, pode-se dizer que, em relação à 2ª instituição, a senha da 1ª instituição é

A. 10% mais fraca.
B. 10% mais forte.
C. de mesma força.
D. 20% mais fraca.
E. 20% mais forte.

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES:

LOTOGOL é um jogo de loteria em que o apostador marca seu palpite de placar em 5 jogos de futebol de uma rodada. Ganha premiação aquele que acerta 3, 4 ou 5 dos palpites. Estas são as instruções do jogo:

Como jogar:
Acerte a quantidade de gols feitos pelos times de futebol na rodada e concorra a uma bolada. Para apostar, basta marcar no volante o número de gols de cada time de futebol participante dos 5 jogos do concurso. Você pode assinalar 0, 1, 2, 3 ou mais gols (esta opção está representada pelo sinal +). Os clubes participantes estão impressos nos bilhetes emitidos pelo terminal.

(http://loterias.caixa.gov.br. Adaptado)

Questão 03

(INSPER_2018)

Laura acredita que, nos 5 jogos da rodada, serão marcados um total de 4 gols. Além disso, ela também acredita que em apenas um dos jogos o placar será zero a zero. O número de apostas diferentes que Laura poderá fazer, seguindo sua crença, é

A. 64.
B. 96.
C. 80.
D. 84.
E. 75.

Questão 04

(INSPER_2018)

O número total de diferentes apostas que podem ser feitas no LOTOGOL é igual a

A. 5^6
B. $5^{10} - 5$
C. 5^5
D. 5^{10}
E. $5^5 - 5$

Questão 05
(IFPE_2017)

Um *pixel* é o menor elemento de uma imagem digital e, em casos de imagens coloridas, é composto por um conjunto de 3 pontos: vermelho, verde e azul. Cada um desses pontos é capaz de exibir 256 tonalidades distintas. Combinando tonalidades desses três pontos, quantas cores diferentes podem ser exibidas?

A. 3^{256}
B. $3 \cdot 256$
C. 256^3
D. 256
E. $27 \cdot 256$

Questão 06
(UECE_2017)

Quantos são os números naturais pares formados com quatro dígitos que têm pelo menos dois dígitos iguais?

A. 2204
B. 2468
C. 2096
D. 2296

Questão 07
(UEMG_2016)

“Genius era um brinquedo muito popular na década de 1980 (...). O brinquedo buscava estimular a memorização de cores e sons. Com formato semelhante a um OVNI, possuía 4 botões de cores distintas que emitiam sons harmônicos e se iluminavam em sequência. Cabia aos jogadores repetir o processo sem errar”.
Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre. (Adaptado).

Considerando uma fase do jogo em que 3 luzes irão acender de forma aleatória e em sequência, podendo cada cor acender mais de uma vez.

O número máximo de formas que essa sequência de 3 luzes poderá acender é:

A. 12.
B. 24.
C. 36.
D. 64.

Questão 08
(UEG_2016)

Uma montadora de carros oferece a seus clientes as seguintes opções na montagem de um carro: 2 tipos de motores (1.8 ou 2.0), 2 tipos de câmbios (manual ou automático), 6 cores (branco, preto, vermelho, azul, cinza ou prata) e 3 tipos de acabamento (simples, intermediário ou sofisticado). De quantas maneiras distintas pode-se montar esse carro?

A. 4
B. 13
C. 24
D. 36
E. 72

Questão 09
(UERJ_2016)

Com o objetivo de melhorar o tráfego de veículos, a prefeitura de uma grande cidade propôs a construção de quatro terminais de ônibus. Para estabelecer conexão entre os terminais, foram estipuladas as seguintes quantidades de linhas de ônibus:

- do terminal A para o B, 4 linhas distintas;
- do terminal B para o C, 3 linhas distintas;
- do terminal A para o D, 5 linhas distintas;
- do terminal D para o C, 2 linhas distintas.

Não há linhas diretas entre os terminais A e C.

Supondo que um passageiro utilize exatamente duas linhas de ônibus para ir do terminal A para o terminal C, calcule a quantidade possível de trajetos distintos que ele poderá fazer.

Questão 10

(IFBA_2016)

De acordo com o DETRAN de uma certa cidade, ainda estão disponíveis os prefixos de placa de automóveis com três letras, conforme modelo a seguir:

M		

Se estiverem disponíveis para o 2º espaço as letras X, Y e Z, e para o 3º espaço as letras letras A, B, C, D, E, F, G e H, então o número de prefixos disponíveis para emplacamento é:

A. 18
B. 24
C. 28
D. 36
E. 60

Questão 11

(IFSul_2016)

Para atender à crescente demanda de novos usuários em determinadas regiões do país, a Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL) decidiu acrescentar o nono dígito aos números de celulares, como já ocorre nos estados de São Paulo e Rio de Janeiro, por exemplo. No Rio Grande do Sul, os números de celulares ainda contêm 8 dígitos. Suponha que o código de área 53 do Rio Grande do Sul admita as seguintes combinações de números:

91xx – xxxx	96xx – xxxx	81xx – xxxx
92xx – xxxx	97xx – xxxx	82xx – xxxx
93xx – xxxx	98xx – xxxx	84xx – xxxx
94xx – xxxx	99xx – xxxx	85xx – xxxx

Os dígitos representados pela letra “x” podem ser quaisquer números de 0 até 9, incluindo repetições. Assim, o número máximo de celulares que podem ser ativados na área 53 é de

A. 4×10^6
B. 8×10^6
C. 12×10^6
D. 24×10^6

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
Em um programa de televisão que revela novos talentos para a música, cada candidato faz uma breve apresentação para os 4 jurados que, inicialmente, ficam de costas, apenas ouvindo. Durante a apresentação, todos os jurados que gostarem da voz daquele candidato viram-se para ele. Se pelo menos um jurado se virar, o candidato é selecionado.

Questão 12

(Insper_2016)

Em certa edição do programa, n candidatos tiveram pelo menos um dos 4 jurados se virando durante sua apresentação. O conjunto de todos os jurados que se viraram, porém, nunca foi o mesmo para dois quaisquer desses n candidatos. Dessa forma, n pode valer, no máximo,

A. 4.
B. 6.
C. 12.
D. 15.
E. 24.

Questão 13

(IFPE_2014)

Para ir da cidade A para a cidade D, Álvaro obrigatoriamente passa pelas cidades B e C, nessa ordem. Sabendo que existem cinco estradas diferentes de A para B, quatro estradas diferentes de B para C e três estradas diferentes de C para D, quantos trajetos diferentes existem de A para D?

A. 12
B. 15
C. 30
D. 60
E. 120

Questão 14

(IME_2014)

Em uma festa de aniversário estão presentes n famílias com pai, mãe e 2 filhos, além de 2 famílias com pai, mãe e 1 filho. Organiza-se uma brincadeira que envolve esforço físico, na qual uma equipe azul enfrentará uma equipe amarela. Para equilibrar a disputa, uma das equipes terá apenas o pai de uma das famílias, enquanto a outra equipe terá 2 pessoas de uma mesma família, não podendo incluir o pai. É permitido que o pai enfrente 2 pessoas de sua própria família. Para que se tenha exatamente 2014 formas distintas de se organizar a brincadeira, o valor de n deverá ser

A. 17
B. 18
C. 19
D. 20
E. 21

Questão 15

(UEPA_2012)

Um profissional de design de interiores precisa planejar as cores que serão utilizadas em quatro paredes de uma casa, para isso possui seis cores diferentes de tinta. O número de maneiras diferentes que esse profissional poderá utilizar as seis cores nas paredes, sabendo-se que somente utilizará uma cor em cada parede, é:

A. 24
B. 30
C. 120
D. 360
E. 400

Questão 16

(UEG_2018)

O número de anagramas que se pode formar com a palavra ARRANJO é igual a

A. 21
B. 42
C. 5040
D. 2520
E. 1260

Questão 17

(IFPE_2018)

Os alunos do curso de Computação Gráfica do campus Olinda estão desenvolvendo um vídeo com todos os anagramas da palavra CARNAVAL. Se cada anagrama é mostrado durante 0,5 s na tela, a animação completa dura

A. menos de 1 minuto.
B. menos de 1 hora.
C. menos de meia hora.
D. menos de 10 minutos.
E. mais de 1 hora.

Questão 17

(EXPECEX-AMAM_2017)

Um grupo é formado por oito homens e cinco mulheres. Deseja-se dispor essas oito pessoas em uma fila, conforme figura abaixo, de modo que as cinco mulheres ocupem sempre as posições 1, 2, 3, 4 e 5, e os homens as posições 6, 7 e 8.

figura ilustrativa – fora de escala

Interbits®

Quantas formas possíveis de fila podem ser formadas obedecendo a essas restrições?

A. 56
B. 456
C. 40320
D. 72072
E. 8648640

Questão 19

(EFOMM_2017)

Quantos anagramas é possível formar com a palavra **CARAVELAS**, não havendo duas vogais consecutivas e nem duas consoantes consecutivas?

A. 24
B. 120
C. 480
D. 1920
E. 3840

Questão 20

(IFPE_2016)

Uma urna contém 10 bolas, sendo 3 bolas pretas iguais, 3 bolas brancas iguais, 2 bolas verdes iguais e 2 bolas azuis iguais. Quantas são as maneiras diferentes de se extrair, uma a uma, as 10 bolas da urna, sem reposição?

A. 25200
B. 10!
C. 144
D. 3600
E. 72000

Questão 21

(UPE_2015)

A vendedora de roupas está arrumando os cabides da vitrine de uma loja. Ela deve pendurar 5 camisas, 3 bermudas e 2 casacos na vitrine, de modo que cada peça fique uma do lado da outra sem sobreposição.

Quantas são as disposições possíveis nessa arrumação, de modo que as peças de um mesmo tipo fiquem sempre juntas, lado a lado na vitrine?

A. 30
B. 120
C. 1440
D. 4320
E. 8640

Questão 22

(UPE_2014)

Na comemoração de suas Bodas de Ouro, Sr. Manuel e D. Joaquina resolveram registrar o encontro com seus familiares através de fotos. Uma delas sugerida pela família foi dos avós com seus 8 netos. Por sugestão do fotógrafo, na organização para a foto, todos os netos deveriam ficar entre os seus avós.
De quantos modos distintos Sr. Manuel e D. Joaquina podem posar para essa foto com os seus netos?

A. 100
B. 800
C. 40 320
D. 80 640
E. 3 628 800

Questão 23

(Esc. Naval_2014)

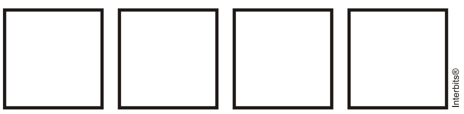
A Escola Naval irá distribuir 4 viagens para a cidade de Fortaleza, 3 para a cidade de Natal e 2 para a cidade de Salvador. De quantos modos diferentes podemos distribuí-las entre 9 aspirantes, dando somente uma viagem para cada um?

A. 288
B. 1260
C. 60800
D. 80760
E. 120960

Questão 24

(UEPA_2014)

Um jovem descobriu que o aplicativo de seu celular edita fotos, possibilitando diversas formas de composição, dentre elas, aplicar texturas, aplicar molduras e mudar a cor da foto. Considerando que esse aplicativo dispõe de 5 modelos de texturas, 6 tipos de molduras e 4 possibilidades de mudar a cor da foto, o número de maneiras que esse jovem pode fazer uma composição com 4 fotos distintas, utilizando apenas os recursos citados, para publicá-las nas redes sociais, conforme ilustração abaixo, é:



A. 24×120^4.
B. 120^4.
C. 24×120.
D. 4×120.
E. 120.

Questão 20

(Esc. Naval_2013)

Um aspirante da Escola Naval tem, em urna prateleira de sua estante, 2 livros de Cálculo, 3 livros de História e 4 livros de Eletricidade. De quantas maneiras ele pode dispor estes livros na prateleira de forma que os livros de cada disciplina estejam sempre juntos?

A. 1728
B. 1280
C. 960
D. 864
E. 288

Questão 26

(UPE_2013)

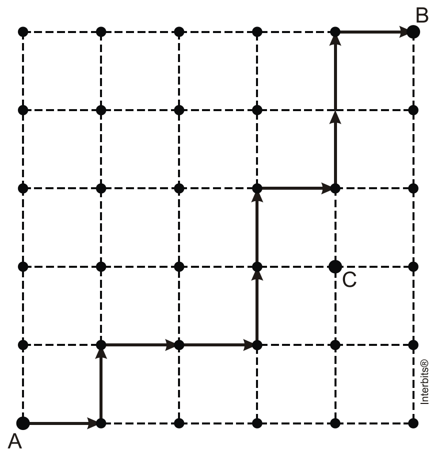
Seguindo a etiqueta japonesa, um restaurante tipicamente oriental solicita aos seus clientes que retirem seus calçados na entrada do estabelecimento. Em certa noite, 6 pares de sapato e 2 pares de sandálias, todos distintos, estavam dispostos na entrada do restaurante, em duas fileiras com quatro pares de calçados cada uma. Se esses pares de calçados forem organizados nessas fileiras de tal forma que as sandálias devam ocupar as extremidades da primeira fila, de quantas formas diferentes podem-se organizar esses calçados nas duas fileiras?

A. 6!
B. 2 . 6!
C. 4 . 6!
D. 6 . 6!
E. 8!

Questão 27

(UFU_2012)

Um projeto piloto desenvolvido em um curso de Engenharia Mecânica prevê a construção do robô "Eddie", cujos movimentos estão limitados apenas a andar para frente (F) e para a direita (D). Suponha que Eddie está na posição **A** e deseja-se que ele se desloque até chegar à posição B, valendo-se dos movimentos que lhe são permitidos. Admita que cada movimento feito por Eddie o leve a uma posição consecutiva, conforme ilustra um esquema a seguir, em que foram realizados 10 movimentos (as posições possíveis estão marcadas por pontos e o percurso executado de **A** até **B**, é representado pela sequência ordenada de movimentos <u>D</u> <u>F</u> <u>D</u> <u>D</u> <u>F</u> <u>F</u> <u>D</u> <u>F</u> <u>F</u> <u>D</u>).



Com base nas informações acima, o número de maneiras possíveis de Eddie se deslocar de **A** até **B**, sem passar pelo ponto **C**, é igual a

A. 192
B. 60
C. 15
D. 252

Questão 28

(UNIOSTE_2012)

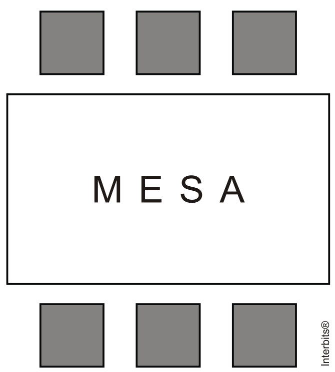
Quantas palavras podemos formar, independente se tenham sentido ou não, com as 9 letras da palavra BORBOLETA?

A. 81 440.
B. 90 720.
C. 362 880.
D. 358 140.
E. 181 440.

Questão 29

(INSPER_2012)

Em cada ingresso vendido para um show de mϊsica, ι impresso o nϊmero da mesa onde o comprador deverα se sentar. Cada mesa possui seis lugares, dispostos conforme o esquema a seguir.



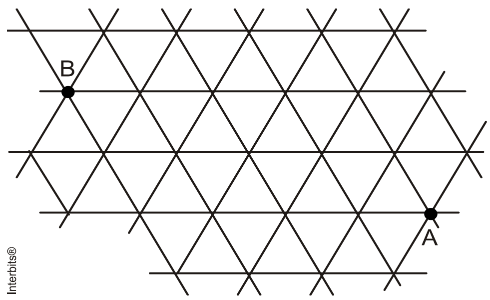
O lugar da mesa em que cada comprador se sentarα nγo vem especificado no ingresso, devendo os seis ocupantes entrar em acordo. Os ingressos para uma dessas mesas foram adquiridos por um casal de namorados e quatro membros de uma mesma famvlia. Eles acordaram que os namorados poderiam sentar-se um ao lado do outro. Nessas condiηυes, o nϊmero de maneiras distintas em que as seis pessoas poderγo ocupar os lugares da mesa ι

A. 96.
B. 120.
C. 192.
D. 384.
E. 720.

Questão 30

(UERJ_2011)

Uma rede é formada de triângulos equiláteros congruentes, conforme a representação abaixo.



Uma formiga se desloca do ponto A para o ponto B sobre os lados dos triângulos, percorrendo X caminhos distintos, cujos comprimentos totais são todos iguais a *d*. Sabendo que *d* corresponde ao menor valor possível para os comprimentos desses caminhos, X equivale a:

A. 20
B. 15
C. 12
D. 10

Questão 31

(EBMSP_2018)

Os professores X e Y receberam ajuda financeira para levarem três alunos de cada um deles a um encontro científico. Na relação de possíveis integrantes desse grupo, foram selecionados, dos alunos de X, 4 homens e 3 mulheres e, dos alunos de Y, 3 homens e 4 mulheres.

Sabendo-se que os professores não têm alunos em comum, pode-se afirmar que o número máximo de formas distintas de se compor um grupo com 3 estudantes homens e 3 estudantes mulheres, para ir ao encontro, é

A. 144
B. 161
C. 324
D. 468
E. 485

Questão 32

(IFAL_2018)

Certa lanchonete possui 5 funcionários para atender os clientes durante os dias da semana. Em cada dia, pode trabalhar, no mínimo, 1 funcionário até todos os funcionários. Dentro desse princípio, quantos grupos de trabalho diário podem ser formados?

A. 5.
B. 15.
C. 16.
D. 31.
E. 32.

Questão 33

(FAMERP_2018)

Lucas possui 6 livros diferentes e Milton possui 8 revistas diferentes. Os dois pretendem fazer uma troca de 3 livros por 3 revistas. O total de possibilidades distintas para que essa troca possa ser feita é igual a

A. 1040.
B. 684.
C. 980.
D. 1120.
E. 364.

Questão 34

(PUC-RS_2018)

Uma família mudou-se da zona rural para uma cidade grande, onde os pais e seus 10 filhos deverão morar numa casa de três quartos. Os dez filhos deverão ocupar dois quartos, sendo 6 filhos num quarto e 4 filhos em outro quarto.

De quantos modos os filhos poderão ser separados dessa forma?

A. $6! + 4!$
B. $6! \cdot 4!$
C. $\frac{10!}{6! \cdot 4!}$
D. $\frac{10!}{6!}$

Questão 35

(PUCCAMP_2018)

Admita que certa cidade brasileira tenha 8 *canais* de TV aberta, todos com transmissões diárias. Se uma pessoa pretende assistir três dos oito canais em um mesmo dia, ela pode fazer isso de x maneiras diferentes sem levar em consideração a ordem em que assiste os canais, e pode fazer de y maneiras diferentes levando em consideração a ordem em que assiste os canais. Sendo assim, $y - x$ é igual a

A. 112
B. 280
C. 224
D. 56
E. 140

Questão 36

(UECE_2017)

Seja X um conjunto formado por 15 pontos distintos do espaço, o qual tem um subconjunto Y formado por 5 pontos coplanares. Sempre que são considerados quatro pontos coplanares, esses pontos estão em Y. O número de planos determinados por esses 15 pontos de X é igual a

A. 595
B. 446
C. 465
D. 485

Questão 37

(IFPE_2017)

Oito amigos decidiram brincar de telefone. Para isso, dispuseram-se em um terreno de modo que cada um estivesse no vértice de um octógono regular de lado medindo 20 metros, conforme figura 1.

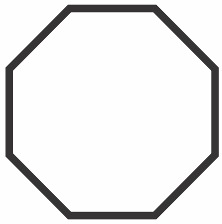


Figura 1

Interbits®

Decidiram montar os telefones utilizando barbante e copos descartáveis, conforme figura 2.

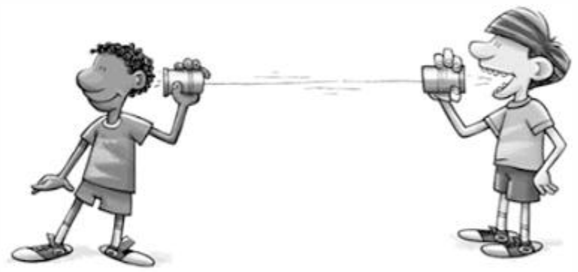


Figura 2

Disponível em: <http://www.beaba.com.br/brincadeira-infantil-telefone-sem-fio/>. Acesso: 05 de out. 2016.

Disponível em: <http://www.beaba.com.br/brincadeira-infantil-telefone-sem-fio/>. Acesso: 05 de out. 2016.

Cada telefone, que é intransferível, liga apenas dois dos amigos e é formado por dois copos, que não podem estar em dois telefones simultaneamente, e um barbante. Para que todos possam falar com todos através de um telefone desses, incluindo os amigos em vértices consecutivos, quantos telefones eles precisarão confeccionar?

A. 20
B. 28
C. 12
D. 10
E. 8

Questão 38

(UNIGRARIO_MEDICINA_2017)

Considere 5 pontos distintos sobre uma reta r e 4 pontos distintos sobre uma reta s, de forma que r seja paralela a s. O número de triângulos com vértices nesses pontos é igual a:

A. 10
B. 12
C. 20
D. 50
E. 70

Questão 39

(ESC. NAVAL_2017)

Calcule o número de soluções inteiras não negativas de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 20$, nas quais pelo menos 3 incógnitas são nulas, e assinale a opção correta.

A. 3332
B. 3420
C. 3543
D. 3678
E. 3711

Questão 40

(IFPE_2017)

O coordenador de Matemática do campus Recife conta com 7 professores para lecionar aulas em um programa do PROIFPE. São aulas semanais e a cada semana um novo trio de professores é selecionado para ministrá-las.

Considerando um mês equivalente a 4 semanas, em quanto tempo esse programa estará finalizado

A. 6 meses.
B. 4 meses e 1 semana.
C. 1 ano, 8 meses e 2 semanas.
D. 2 anos e 3 meses.
E. 8 meses e 3 semanas.

Questão 41

(ESPM_2017)

Em uma competição de vôlei de praia participaram n duplas. Ao final, todos os adversários se cumprimentaram uma única vez com apertos de mãos. Sabendo-se que foram contados 180 apertos de mãos, podemos concluir que n é igual a:

A. 8.
B. 9.
C. 10.
D. 11.
E. 12.

Questão 42

(UEG_2017)

Uma comissão será composta pelo presidente, tesoureiro e secretário. Cinco candidatos se inscrevem para essa comissão, na qual o mais votado será o presidente, o segundo mais votado o tesoureiro e o menos votado o secretário.

Dessa forma, de quantas maneiras possíveis essa comissão poderá ser formada?

A. 120
B. 60
C. 40
D. 20
E. 10

Questão 43

(UFJF_2017)

Para concorrer à eleição a diretor e a vice-diretor de uma escola, há 8 candidatos. O mais votado assumirá o cargo de diretor e o segundo mais votado, o de vice-diretor. Quantas são as possibilidades de ocupação dos cargos de diretor e vice-diretor dessa escola?

A. 15
B. 27
C. 34
D. 56
E. 65

Questão 44

(UECE_2016)

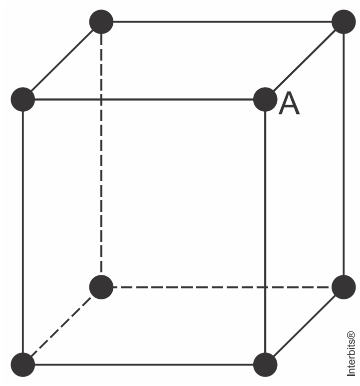
Uma urna contém 50 cartelas das quais 20 são azuis, numeradas de 1 a 20, e 30 são vermelhas, numeradas de 21 a 50. De quantas formas diferentes é possível retirar três cartelas (por exemplo, duas vermelhas e uma azul, três azuis,...) dessa urna?

A. 19600.
B. 19060.
C. 16900.
D. 16090.

Questão 45

(PUC-RS_2016)

O número de triângulos que podem ser formados unindo o vértice A a dois dos demais vértices do paralelepípedo é



A. 15
B. 18
C. 21
D. 24
E. 27

Questão 46

(UCS_2016)

Um supermercado está selecionando, entre 15 candidatos que se apresentaram, 3 funcionários para desempenhar a função de "caixa".

De quantas maneiras diferentes pode ser feita essa escolha?

A. 5
B. 45
C. 215
D. 360
E. 455

Questão 47

(FEEVALE_2016)

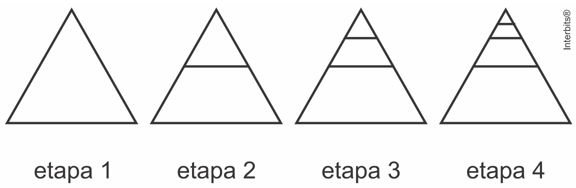
Em certo bairro, houve um "troca-troca" de livros usados. João levou 10 livros de romance. Pedro levou 15 de poesia, e Marcelo, 7 de ficção. Marcelo quer levar para casa, em troca de seus livros, 4 de romance e 3 de poesia. Assinale a alternativa que representa o número de formas diferentes com que essa escolha pode ser feita.

A. $C_{10,4} \cdot C_{15,3}$
B. $C_{10,4} + C_{15,3}$
C. $A_{10,4} \cdot A_{15,3}$
D. $A_{10,3} \cdot A_{15,4}$
E. $A_{10,4} + A_{15,3}$

Questão 48

(UFRGS_2015)

Considere o padrão de construção representado pelos desenhos abaixo.



Na etapa 1, há um único triângulo equilátero. Na etapa 2, é traçado um segmento a partir dos pontos médios de dois lados do triângulo da etapa 1, formando dois triângulos equiláteros. Na etapa 3, é traçado um segmento a partir dos pontos médios de dois lados do triângulo menor da etapa 2, formando três triângulos equiláteros. Na etapa 4 e nas etapas seguintes, o mesmo processo é repetido em cada um dos triângulos menores da etapa anterior.

O número de trapézios na 6ª etapa de construção é

A. 14.
B. 15.
C. 16.
D. 17.
E. 18.

Questão 49

(UEMG_2015)

Observe a tirinha abaixo:

Passando por uma sorveteria, Magali resolve parar e pedir uma casquinha. Na sorveteria, há 6 sabores diferentes de sorvete e 3 é o número máximo de bolas por casquinha, sendo sempre uma de cada sabor.

O número de formas diferentes com que Magali poderá pedir essa casquinha é igual a

A. 20
B. 41
C. 120
D. 35

Questão 50

(PUC-SP_2015)

No vestiário de uma Academia de Ginástica há exatamente 30 armários, cada qual para uso individual. Se, no instante em que dois alunos dessa Academia entram no vestiário para mudar suas roupas, apenas 8 dos armários estão desocupados, quantas opções eles terão para escolher seus respectivos armários?

A. 14
B. 28
C. 48
D. 56
E. 112

Gabarito:

Resposta da questão 1: [E]

Como as palavras tem até quatro letras temos a seguinte situação: palavras com uma, duas, três ou quatro letras. Logo:
$3+(3\times 3)+(3\times 3\times 3)+(3\times 3\times 3\times 3)=120$

Resposta da questão 2: [A]

Total de senhas da 1ª instituição: n
Para determinarmos n devemos escolher 5 números distintos do conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
$n=9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5$

Total de senhas da 2ª instituição: m
Para determinarmos m devemos escolher 2 vogais distintas do conjunto $\{A, E, I, O, U\}$ e 4 números distintos do conjunto $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
$m=5\cdot 4\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4$
Fazendo $\frac{n}{m}$,
$\frac{n}{m}=\frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{5\cdot 4\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}$
$\frac{n}{m}=\frac{9}{10}$
$\frac{n}{m}=0{,}9$
$n=0{,}9m$
$n=(1-0{,}1)m$

Assim, em relação à 2ª instituição, a senha da 1ª instituição é 10% mais fraca.

Resposta da questão 3: [C]

Existem 5 modos de escolher o jogo que terá o placar de zero a zero. Logo, como serão marcados apenas 4 gols nos quatro jogos restantes e nenhum poderá terminar em zero a zero, necessariamente todos terão placar de um a zero. Em consequência, existem 2 maneiras de escolher o time vencedor em cada jogo.
A resposta, pelo Princípio Multiplicativo, é dada por $5\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=80$.

Resposta da questão 4: [D]

Como são 5 as escolhas para cada um dos 10 times, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é 5^{10}.

Resposta da questão 5: [C]

Como são três pontos e cada ponto possui 256 tonalidades temos: $256\times 256\times 256=256^3$ cores.

Resposta da questão 6: [A]

Existem $9\cdot 10\cdot 10\cdot 5=4500$ números naturais pares de quatro algarismos distintos ou não. Portanto, como há $9\cdot 8\cdot 7=504$ pares com algarismos distintos que terminam em zero, e $8\cdot 8\cdot 7\cdot 4=1792$ pares com algarismos distintos que não terminam em zero, podemos concluir que a resposta é $4500-504-1792=2204$.

Resposta da questão 7: [D]

Pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $4\cdot 4\cdot 4=64$.

Resposta da questão 8: [E]

O resultado será o produto do número de opções para cada item.
$2\cdot 2\cdot 6\cdot 3=72$

Resposta da questão 9:
Pelo Princípio Multiplicativo, existem $4\cdot 3=12$ maneiras de ir de A para C, passando por B, e $5\cdot 2=10$ maneiras de ir de A para C, passando por D. Em consequência, pelo Princípio Aditivo, segue que a resposta é $12+10=22$.

Resposta da questão 10: [B]

Com base no enunciado, pode-se deduzir:

M	**3 possibilidades**	**8 possibilidades**

Logo, o número total de possibilidades de prefixos será de $3\cdot 8=24$.

Resposta da questão 11: [C]

Como possuem doze sufixos e em cada sufixo seis possíveis números e em cada número dez números possíveis temos:
12×10^6

Resposta da questão 12: [D]

Sabendo que temos duas opções para cada jurado, virar ou não virar sua cadeira.
Portanto, o número n de candidatos pedido será dado por:
$n=2\cdot 2\cdot 2\cdot 2-1=2^4-1=15$.

Observação: foi subtraído 1 para desconsiderar a situação em que todos os jurados não viraram as cadeiras.

Resposta da questão 13: [D]

Para saber a quantidade de caminhos diferentes basta multiplicar o número de estradas diferentes entre as cidades. Sabendo que entre A e B possui cinco estradas diferentes, de B para C quatro e de C para D, três, temos:
$\text{trajetos} = 5 \times 4 \times 3 = 60$

Resposta da questão 14: [A]

$$(n+2)\cdot(3n+2) = 1007$$
$$(n+2)\cdot(3n+2) = 19\cdot 53$$
$$n+2 = 19 \Rightarrow n = 17$$

Resposta da questão 15: [D]

Existem 6 modos de escolher a cor da primeira parede, 5 para escolher a cor da segunda, 4 de escolher a cor da terceira e 3 de escolher a cor da quarta. Portanto, pelo PFC, existem $6\cdot 5\cdot 4\cdot 3 = 360$ maneiras de pintar as paredes de modo que cada uma tenha uma cor distinta.

Resposta da questão 16: [E]

O cálculo será obtido fazendo uma permutação de 7 elementos com repetição de dois deles.
$$P_7^{2,2} = \frac{7!}{2!\cdot 2!} = 1260.$$

Resposta da questão 17: [B]

O número de anagramas da palavra CARNAVAL será dado por:
$$P_8^3 = \frac{8!}{3!} = 6720 \text{ anagramas.}$$

Como são $0{,}5\text{ s}$ para cada anagrama, o tempo total será:
$6720 \times 0{,}5 = 3360\text{ s}$ (menos que $1\text{ hora} = 3600\text{ s}$)

Ou seja, a resposta correta é a opção [B], menos de 1 hora.

Resposta da questão 18: [C]

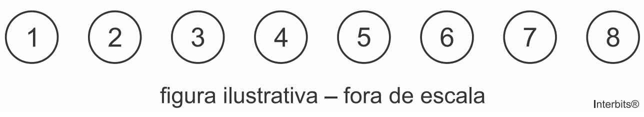


figura ilustrativa – fora de escala

Permutando as mulheres nas cinco primeiras posições, temos:
$P_5 = 5! = 120$

Calculando todas as sequências de três homens possíveis, escolhidos em um total de $8,$ temos:
$8\cdot 7\cdot 6 = 336.$

Portanto, o número de formas possíveis de fila que podem ser formadas e obedecendo a essas restrições são:
$P = 120\cdot 336 = 40.320$

Resposta da questão 19: [C]

A palavra CARAVELAS possui 5 consoantes e 4 vogais, a única configuração possível dos anagramas que apresenta as vogais e consoantes alternadas será dada abaixo, onde CO é uma consoante e VO é uma vogal.

CO	VO	CO	VO	CO	VO	CO	VO	CO

Interbits®

Temos então 5 consoantes distintas e 4 vogais com 3 repetidas. Logo, o número N de anagramas pedido será dado por:
$$N = P_5 \cdot P_4{}^3 = 5!\cdot\frac{4!}{3!} = 480$$

Resposta da questão 20: [A]

Devemos fazer uma permutação de 10 com repetição de $3,$ com repetição de 3 e com repetição de 2 e com repetição de $2.$

$$P^{3,3,2,2}{}_{10} = \frac{10!}{3!\cdot 3!\cdot 2!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3!}{3!\cdot 3!\cdot 2!\cdot 2!} = 25.200$$

Resposta da questão 21: [E]

Supondo que as peças de um mesmo grupo (camisas, bermudas e casacos) sejam distinguíveis, há $P_5 = 5! = 120$ maneiras de arrumar as camisas, $P_3 = 3! = 6$ modos de arrumar as bermudas e $P_2 = 2!$ maneiras de arrumar os casacos. Além disso, ainda podemos arrumar os 3 grupos de $P_3 = 3! = 6$ modos.
Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que o resultado pedido é $120\cdot 6\cdot 2\cdot 6 = 8640.$

Resposta da questão 22: [D]

Supondo que todos aparecerão na foto lado a lado, temos 2 possibilidades para os avós e $P_8 = 8! = 40320$ possibilidades para os netos. Portanto, pelo Princípio Fundamental da Contagem, existem $2 \cdot 40320 = 80640$ maneiras distintas de fazer a foto.

Resposta da questão 23: [B]

Trata-se de permutação simples com repetição de elementos, ou seja:

$$P_9^{4,3,2} = \frac{9!}{4! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3! \cdot 2!} = 9 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 5 \rightarrow P_9^{4,3,2} = 1260$$

Resposta da questão 24: [A]

Supondo que ao modificar a ordem das fotos obtemos composições distintas, tem-se que o número de maneiras possíveis de fazer uma composição é dado por

$$P_4 \cdot (5 \cdot 6 \cdot 4)^4 = 24 \cdot 120^4.$$

Resposta da questão 25: [A]

Número de permutações das três disciplinas: $3!$
Número de permutações dos livros de Cálculo: $2!$
Número de permutações dos livros de História: $3!$
Número de permutações dos livros de Eletricidade: $4!$

Portanto, o número de maneiras distintas para dispor estes livros na prateleira será dado por:
$3! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! = 6 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 24 = 1728$

Resposta da questão 26: [B]

Podemos organizar as sandálias de $2!$ formas diferentes, e os sapatos podem ser dispostos de $6!$ modos. Portanto, pelo Princípio Fundamental da Contagem, os calçados podem ser organizados de $2! \cdot 6! = 2 \cdot 6!$ formas distintas.

Resposta da questão 27: [A]

Qualquer que seja o percurso de A até B, serão necessários 5 deslocamentos para frente e 5 para a direita. Logo, existem

$$P_{10}^{(5,\,5)} = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 252$$

trajetos possíveis.

Por outro lado, existem

$$P_6^{(4,\,2)} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

percursos de A até C, e

$$P_4^{(3)} = \frac{4!}{3!} = 4$$

trajetos de C até B. Desse modo, pelo PFC, há $15 \cdot 4 = 60$ percursos de A até B passando por C.

Portanto, o resultado pedido é dado por $252 - 60 = 192$.

Resposta da questão 28: [B]

Calculando o número de anagramas da palavra BORBOLETA. (Observe que as letras O e B parecem duas vezes cada).

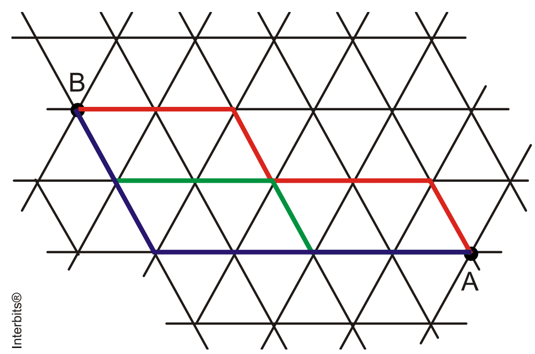
$$P_p^{2,2} = \frac{9!}{2!.2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7!}{4} = 18 \cdot 5040 = 90720$$

Resposta da questão 29: [C]

Existem 2 maneiras de escolher um dos lados da mesa. Escolhido o lado, os três lugares que o casal e um dos membros da família irão ocupar podem ser definidos de $P_2 = 2! = 2$ maneiras. O casal ainda pode trocar de lugar de $P_2 = 2! = 2$ modos, e a família pode ocupar os 4 lugares de $P_4 = 4! = 24$ maneiras.

Portanto, pelo PFC, segue que o resultado pedido é dado por $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 24 = 192$.

Resposta da questão 30: [B]



O menor caminho será formado por dois lados inclinados (decidas) e quatro lados horizontais.

$$P_6^{2,4} = \frac{6!}{2!.4!} = 15$$

Resposta da questão 31: [E]

Considere a tabela, que explicita as possibilidades de escolhas para X e Y.

X		Y	
homem	mulher	homem	mulher
0	3	3	0
1	2	2	1
2	1	1	2
3	0	0	3

Portanto, o resultado é dado por

$$1+\binom{4}{1}\cdot\binom{3}{2}\cdot\binom{3}{2}\cdot\binom{4}{1}+\binom{4}{2}\cdot\binom{3}{1}\cdot\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{2}+\binom{4}{3}\cdot\binom{4}{3}=1+144+324+16$$
$$=485.$$

Resposta da questão 32: [D]

Como existem cinco funcionários e no mínimo um trabalha, temos cinco combinações variando de um a cinco funcionários, logo:

$$C_{5,1}+C_{5,2}+C_{5,3}+C_{5,4}+C_{5,5}=\frac{5!}{1!(5-1)!}+\frac{5!}{2!(5-2)!}+\frac{5!}{3!(5-3)!}+\frac{5!}{4!(5-4)!}+\frac{5!}{1!(5-5)!}$$
$$=5+10+10+5+1=31$$

Resposta da questão 33: [D]

Calculando o total de possibilidades:

$$\text{Total}=C_{6,3}\cdot C_{8,3}$$
$$C_{6,3}=\frac{6!}{3!\cdot 3!}=\frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2}=20$$
$$C_{8,3}=\frac{8!}{3!\cdot 5!}=\frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2}=56$$
$$\text{Total}=20\cdot 56=1120$$

Resposta da questão 34: [C]

Devemos considerar o número de maneiras distintas de se colocar 6 filhos no primeiro quarto. Para isto devemos fazer uma combinação de 10 elementos tomados 6 a 6.

$$C_{10,6}=\frac{10!}{6!\cdot 4!}$$

Resposta da questão 35: [B]

Calculando:

$$\left.\begin{array}{l} C_{8,3}=\dfrac{8!}{3!\cdot 5!}=56 \\ A_{8,3}=\dfrac{8!}{5!}=336 \end{array}\right\rangle \Rightarrow 336-56=280$$

Resposta da questão 36: [B]

Como qualquer escolha de três elementos de Y determina um único plano, temos ainda planos determinados por três elementos de X que não pertencem a Y, planos determinados por dois elementos de X que não pertencem a Y e um elemento de Y, e planos determinados por um elemento de X que não pertence a Y e dois elementos de Y.

Portanto, o resultado é dado por

$$1+\binom{10}{3}+\binom{10}{2}\cdot\binom{5}{1}+\binom{10}{1}\cdot\binom{5}{2}=1+\frac{10!}{3!\cdot 7!}+\frac{10!}{2!\cdot 8!}\cdot 5+10\cdot\frac{5!}{2!\cdot 3!}$$
$$=446.$$

Resposta da questão 37: [B]

Basta obter a combinação de 8 dois a dois. Logo temos:

$$C_{8,2}=\frac{8!}{2!(8-2)!}=\frac{8\cdot 7\cdot 6!}{2!6!}=28$$

Resposta da questão 38: [E]

Calculando:

1) 2 pontos em r, 1 ponto em s:

$$C_{5,2}=\frac{5!}{2!\cdot(5-2)!}=10$$
$$T_{\Delta}=10\cdot 4=40$$

2) 1 ponto em r, 2 pontos em s:

$$C_{4,2}=\frac{4!}{2!\cdot(4-2)!}=6$$
$$T_{\Delta}=6\cdot 5=30$$

$$\text{Total}\Delta=40+30=70 \text{ triângulos}$$

Resposta da questão 39: [E]

Do enunciado, devemos ter as seguintes situações:
3 incógnitas nulas ou 4 incógnitas nulas ou 5 incógnitas nulas.

Com 3 incógnitas nulas
$C_{6,3} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$ é o total de maneiras de escolher as três incógnitas nulas.

Analisemos o caso em que $x_1 = x_2 = x_3 = 0.$ Assim, queremos encontrar o total de soluções inteiras não negativas e não nulas da equação $x_4 + x_5 + x_6 = 20.$
Assim, podemos escrever:
$x_4 = a + 1, x_5 = b + 1$ e $x_6 = c + 1.$

Então,
$a + 1 + b + 1 + c + 1 = 20$
$a + b + c = 17$

O total de soluções inteiras não negativas da equação $a + b + c = 17,$ é:
$$P_{19}^{2,17} = \frac{19!}{2! \cdot 17!} = \frac{19 \cdot 18 \cdot 17!}{2 \cdot 17!} = 171$$

Logo, pelo princípio da multiplicação, há $20 \cdot 171 = 3420$ soluções para a equação $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 20$ na qual 3 incógnitas são nulas.

Com 4 incógnitas nulas
$C_{6,4} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$ é o total de maneiras de escolher as quatro incógnitas nulas.
Analisemos o caso em que $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0.$ Assim, queremos encontrar o total de soluções inteiras não negativas e não nulas da equação $x_5 + x_6 = 20.$
Assim, podemos escrever:
$x_5 = d + 1$ e $x_6 = e + 1.$

Então,
$d + 1 + e + 1 = 20$
$d + e = 18$

O total de soluções inteiras não negativas da equação $d + e = 18,$ é:
$$P_{19}^{18} = \frac{19!}{18!} = \frac{19 \cdot 18!}{18!} = 19$$

Logo, pelo princípio da multiplicação, há $15 \cdot 19 = 285$ soluções para a equação $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 20$ na qual 4 incógnitas são nulas.

Com 5 incógnitas nulas
$C_{6,5} = \frac{6!}{5! \cdot 1!} = 6$ é o total de maneiras de escolher as quatro incógnitas nulas.
Analisemos o caso em que $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0.$ Assim, queremos encontrar o total de soluções inteiras não negativas e não nulas da equação $x_6 = 20.$
Só há uma solução para esse caso.
Logo, pelo princípio da multiplicação, há $6 \cdot 1 = 6$ soluções para a equação $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 20$ na qual 5 incógnitas são nulas.

Portanto, o total de soluções inteiras não negativas de $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 20,$ nas quais pelo menos 3 incógnitas são nulas é $3420 + 285 + 6 = 3711.$

Resposta da questão 40: [E]

Como o campus possui sete professores e a cada aula três lecionam, basta aplicar a combinação de sete, três a três.
$$C_{7,3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{3!4!} = 35 \text{ semanas.}$$

Calculando em meses, basta dividir por quatro.
$$\frac{35}{4} = 8 \text{ meses e } 3 \text{ semanas.}$$

Resposta da questão 41: [C]

Se todos os atletas se cumprimentassem, então o número de apertos de mãos seria igual a $\binom{2n}{2}.$ Mas, como apenas adversários se cumprimentam, devemos descontar desse total o número de apertos de mãos trocados entre atletas de uma mesma dupla, qual seja $n.$

Portanto, segue que o resultado é tal que
$$\begin{aligned}\binom{2n}{2} - n = 180 &\Rightarrow \frac{(2n)!}{2!(2n-2)!} - n = 180 \\ &\Rightarrow n^2 - n - 90 = 0 \\ &\Rightarrow n = 10.\end{aligned}$$

Resposta da questão 42: [B]

O resultado corresponde ao número de arranjos simples de 5 objetos tomados 3 a 3, ou seja, $A_{5,\,3} = \frac{5!}{2!} = 60.$

Resposta da questão 43: [D]

Calculando:

$$A_{8,\,2} = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 56$$

Perceba que a ordem (diretor e vice) é importante, por isso usa-se arranjo.

Resposta da questão 44: [A]

Sendo a bola azul e v bola vermelha, as possibilidades são: $\{a, a, a\},$ $\{a, a, v\},$ $\{a, v, v\}$ e $\{v, v, v\}.$ Logo, é possível retirar 3 bolas azuis de $\binom{20}{3} = \frac{20!}{3! \cdot 17!} = 1140$ modos; 2 bolas azuis e 1 vermelha de $\binom{20}{2} \cdot \binom{30}{1} = \frac{20!}{2! \cdot 18!} \cdot 30 = 5700$ maneiras; 1 bola azul e 2 vermelhas de $\binom{20}{1} \cdot \binom{30}{2} = 20 \cdot \frac{30!}{2! \cdot 28!} = 8700$ modos; e 3 bolas vermelhas de $\binom{30}{3} = \frac{30!}{3! \cdot 27!} = 4060$ maneiras.

Portanto, pelo Princípio Aditivo, segue que a resposta é

$$1140 + 5700 + 8700 + 4060 = 19600.$$

Resposta da questão 45: [C]

O resultado corresponde ao número de combinações simples de 7 vértices tomados 2 a 2, isto é, $\binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 21.$

Resposta da questão 46: [E]

A resposta corresponde ao número de combinações simples de 15 objetos tomados 3 a 3, ou seja, $\binom{15}{3} = \frac{15!}{3! \cdot 12!} = 455.$

Resposta da questão 47: [A]

Como os grupos de livros diferenciam-se apenas pela natura de elementos (a ordem dos livros escolhidos não importa), trata-se de combinação. Como Marcelo quer levar 4 livros de romance e 3 livros de poesia, logo deve-se fazer uma multiplicação entre duas combinações, a fim de encontrar o número total de formas diferentes de escolha. Logo, a alternativa correta é a letra [A].

Resposta da questão 48: [B]

1ª Solução: (Progressão Aritmética)

Seja a_n o número de trapézios na etapa $n.$

Vamos determinar uma fórmula para a_n em função de $n.$ É fácil ver que $a_1 = 0,$ $a_2 = 1,$ $a_3 = 3$ e $a_4 = 6.$ Logo, temos

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= 1 \\ a_3 - a_2 &= 2 \\ a_4 - a_3 &= 3 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n-1} - a_{n-2} &= n-2 \\ a_n - a_{n-1} &= n-1 \end{aligned}$$

Somando, vem

$$\begin{aligned} a_n - a_1 &= \left(\frac{1+n-1}{2}\right) \cdot (n-1) \\ &= \frac{n}{2} \cdot (n-1). \end{aligned}$$

Portanto, o número de trapézios obtidos na sexta etapa é

$$a_6 = \frac{6}{2} \cdot (6-1) = 15.$$

2ª Solução: (Combinações Simples)

O número de trapézios formados na etapa $n,$ com $n \ge 2,$ corresponde ao número de combinações simples dos n segmentos horizontais (inclusive a base do triângulo inicial) tomados 2 a 2, isto é, $\binom{n}{2}.$ Portanto, a resposta é $\binom{6}{2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15.$

Resposta da questão 49: [B]

Como uma casquinha pode ter no máximo 3 bolas e os sabores devem ser distintos, segue-se que o resultado pedido é dado por

$$\begin{aligned}\binom{6}{1}+\binom{6}{2}+\binom{6}{3} &= 6+\frac{6!}{2!\cdot 4!}+\frac{6!}{3!\cdot 3!}\\ &= 6+15+20\\ &= 41.\end{aligned}$$

Resposta da questão 50: [D]

O número de opções que eles terão para escolher seus respectivos armários é igual ao arranjo de
8 armários 2 a 2. Ou seja:

$$A_8^2=\frac{8!}{(8-2)!}=\frac{8\cdot 7\cdot 6!}{6!}=8\cdot 7=56$$