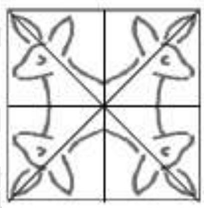
# Respostas – Canguru 2010 – Nível C

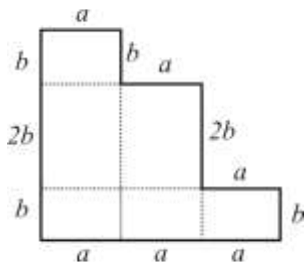
**1**. (alternativa C)
$12 + 23 + 34 + 45 + 56 + 67 + 78 + 89 =$
$(12+89)+(23+78)+(34+67)+(45+56)=$
$4\times 101=404$

**9.** (alternativa C)
Um quadrado tem 4 eixos de simetria, que são as retas contendo as diagonais e as retas que passam pelo centro e são paralelas aos lados do quadrado. Dobrando a folha ao longo dessas retas, verificamos que os desenhos não coincidem, quando dobramos a folha ao longo das diagonais. Isso ocorre apenas quando dobramos a folha ao longo dos outros dois eixos de simetria do quadrado. Portanto o número de eixos de simetria da figura (composta pelo quadrado e pelos desenhos do canguru) é 2.

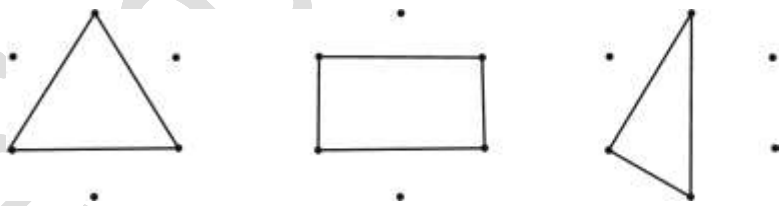


**3**. (alternativa D)
Em cada caixa maior, de plástico, são colocadas duas camadas de 4 caixas de papelão. Portanto, o número de caixas de papelão que se apoiam no fundo das caixas de plástico é 4.

**4**. (alternativa E)
Traçando segmentos paralelos aos lados maiores conforme indicado na figura, concluímos que o maior lado horizontal mede $a+a+a=3a$ e o maior lado vertical mede $b+2b+b=4b$. Portanto, o perímetro da figura é $2(3a+4b)=6a+8b$




**5**. (alternativa C)
A única figura geométrica que não pode ser obtida ligando-se os vértices de um hexágono é um quadrado. Na figura abaixo foram desenhados um triângulo eqüilátero, um retângulo, um triângulo retângulo e um trapézio (o retângulo também é um trapézio), ligando-se vértices do hexágono re-



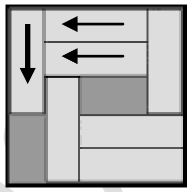
gular.
**6**. (alternativa D)
Sendo $n-1$, $n$ e $n+1$ os três consecutivos menores, temos $n-1+n+n+1=33 \Leftrightarrow 3n=33 \Leftrightarrow n=11$, ou seja, os três menores números consecutivos são 10, 11, 12. Logo, os outros quatro são 13, 14, 15 e 16. A soma dos três maiores é $14+15+16=45$.

**7**. (alternativa C)

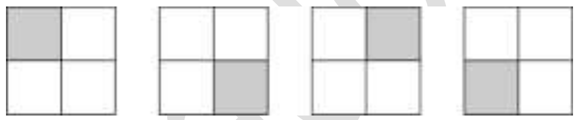
Quando fazemos $n$ cortes num toco, obtemos $n + 1$ tocos menores.
1 toco, com 53 cortes, se reparte em 54 tocos menores,
2 tocos, com 53 cortes (por exemplo, 26 num toco e 27 no outro), se repartem em 55 tocos menores,

3 tocos, com 53 cortes , se repartem em 56 tocos menores, e assim por diante. Assim, *n* tocos, com 53 cortes, se dividem em 72 tocos menores. De 1 a *n* há tantos números quantos de 54 a 72, ou seja, 72 – 54 + 1 = 19. Portanto, *n* = 19. Em outras palavras, antes de começar a serrar, o lenhador tinha 19 tocos.

**8**. (alternativa B)
A única peça que pode ser movida inicialmente é a peça marcada com a seta grossa. Movendo-a para baixo, as duas peças à direita, marcadas com setas finas, podem ser movidas. Isto deixará espaço para se colocar mais um taco vertical. Portanto, devem ser movidos 3 tacos.



**9**.(alternativa B)
Temos que considerar vários casos:
4 quadradinhos de branco (nenhum cinza) – 1 maneira (como mostra o desenho)
3 quadradinhos de branco (ou 1 quadradinho de cinza) – 1 maneira
2 quadradinhos de branco (ou 2 quadradinhos de cinza) – 2 maneiras
1 quadradinho de branco (ou 3 de cinza) – 1 maneira
nenhum quadradinho branco (ou 4 de cinza) – 1 maneira.
O número total de formas de pintar o quadrado é 1 + 1 + 2 + 1 + 1 = 6.



**10**. (alternativa C)
A soma dos cem primeiros pares positivos menos a soma dos cem primeiros ímpares positivos é

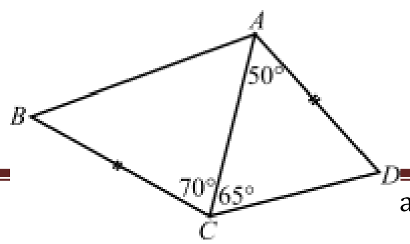
$$(2+4+6+\ldots+200)-(1+3+5+\ldots+199)=$$
$$2+4+6+\ldots+200-1-3-5-\ldots-199=$$
$$(2-1)+(4-3)+(6-5)+\ldots+(200-199)=$$
$$\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{100\text{ parcelas}}=100$$

**11**. (alternativa E)
Ela deve dividir o bolo de modo que o número de pedaços possa ser repartido igualmente entre 3, 5 ou 6 netinhos. Isto equivale a dizer que o número de pedaços deve ser múltiplo de 3, 5 e 6, o menor possível, isto é, o mínimo múltiplo comum de 3, 5 e 6, igual a 30.

**12**. (alternativa D)
O maior número igual à soma de três números diferentes de um dígito é 9 + 8 + 7 = 24. Todos os dígitos de dois algarismos menores ou iguais a 24 podem ser escritos como a soma de três números diferentes de um dígito (por exemplo, 20 = 9 + 8 + 3). Logo, o menor número que não pode ser escrito dessa forma é 25.

**13**. (alternativa D)
Para unir 3 correntes, Cátia precisa de 2 elos. Portanto, leva $\frac{18}{2}=9$ minutos para cada elo de ligação. Para fazer uma corrente unindo seis correntes menores, ela utilizará 5 elos, levando, portanto, $5\times 9=45$ minutos para isso.

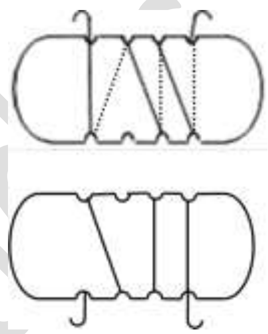
**14**. (alternativa B)



No triângulo *ACD*, temos $m\left(A\hat{D}C\right)=180^{O}-65^{O}-50^{O}=65^{O}$. Logo, o triângulo *ACD* é isósceles de base *CD* e *AD* = *AC*. Assim, o triângulo *ABC* também é isósceles, de base *AB*, pois *AC* = *AD* = *BC*, de modo que

$$m(ABC)=m(BAC)=\frac{180^{O}-70^{O}}{2}=\frac{110^{O}}{2}=55^{O}$$

**15**. (alternativa B)
Na figura de cima, as linhas tracejadas mostram como fica o fio na parte de trás da madeira. Com a rotação de 180º ao redor de um eixo horizontal, a parte de trás fica visível, porém "de ponta cabeça", conforme indicado na figura de baixo.

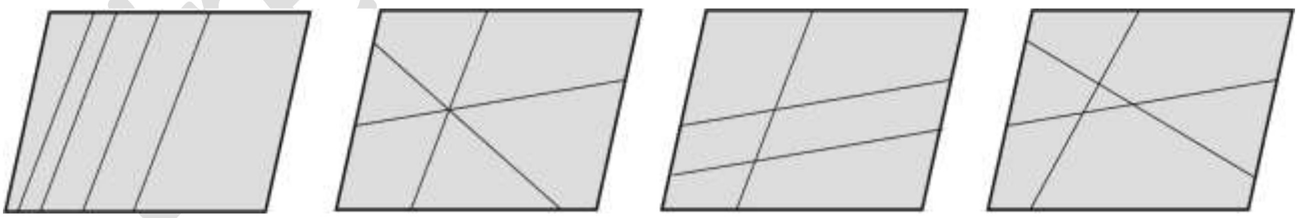


**16**. (alternativa C)
Sejam *A*, *B* e *V*, respectivamente, os números de bolas azuis, brancas e vermelhas. Sabemos que *B* = 11*A* e *A* + *B* + *C* = 50. Portanto, temos

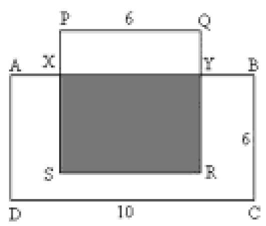
$$(A=1\Rightarrow B=11)\Rightarrow V=50-(1+11)=38$$
$$(A=2\Rightarrow B=22)\Rightarrow V=50-(2+24)=24$$
$$(A=3\Rightarrow B=33)\Rightarrow V=50-(3+33)=14$$
$$(A=4\Rightarrow B=44)\Rightarrow V=50-(4+44)=2$$

Mas $A<V<B$, logo *A* = 3, *B* = 33 e *V* = 14. O número de bolas brancas menos o número de bolas vermelhas é 33 – 14 = 19.

**17**. (alternativa B)
Podemos dividir o plano em 5 regiões traçando 4 retas paralelas distintas. Esse é o menor número possível, pois se traçarmos retas coincidentes, elas dividirão o plano em apenas duas regiões. Se traçarmos duas retas concorrentes distintas, elas dividirão o plano em quatro regiões. Qualquer outra reta que traçarmos, que não coincida com nenhuma dessas duas, irá adicionar duas ou três regiões, excedendo o número que queremos. Tudo isto pode ser verificado na figura abaixo:



**18**. (alternativa A)
Seja *PX* = *x*. Como a região escura é um retângulo, temos *XY* = *SR* = 6. Como *PS* =6, temos *XS* = 6 –*x*. A área do retângulo *ABCD* é $6\times10=60$ e a área do retângulo escuro é metade disso. Portanto, $6(6-x)=\frac{60}{2}=30\Leftrightarrow 6-x=5\Leftrightarrow x=1$




**19**. (alternativa E)

Temos

$a-1=b+2 \Leftrightarrow a=b+3 \Rightarrow a>b$

$a-1=c-3 \Leftrightarrow a=c-2 \Rightarrow a<c$

$a-1=d+4 \Leftrightarrow a=d+5 \Rightarrow a>d$

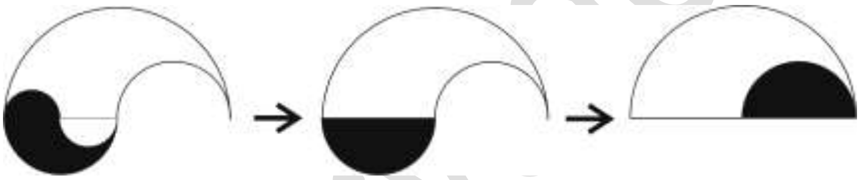
$a-1=e-5 \Leftrightarrow a=e-4 \Rightarrow a<e$

$b+3=d+5 \Leftrightarrow b=d+2 \Rightarrow b>d$

$c-2=e-4 \Leftrightarrow c=e-2 \Rightarrow c<e$

Das desigualdades acima concluímos que $d<b<a<c<e$

**20**. (alternativa B)



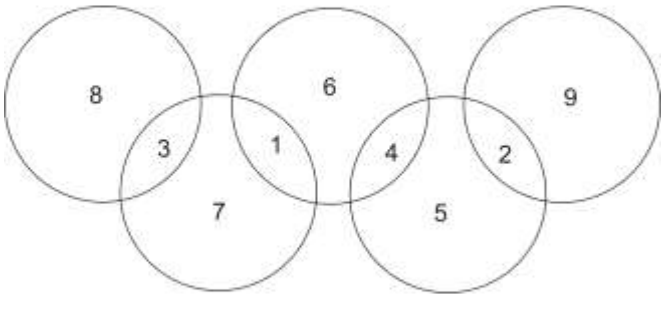
Na figura à esquerda, os semicírculos preto e branco de raio 2cm têm a mesma área. Sobrepondo o preto sobre o branco, obtemos um semicírculo preto de raio 4 cm, conforme a figura do meio. Este semicírculo tem a mesma área que o semicírculo branco de raio 4 cm. Repetindo a operação, obtemos, à direita, um semicírculo preto de raio 4 cm contido no semicírculo branco de raio 8cm . A área da figura original e a área da parte preta permanecem. O semicírculo preto e o semicírculo branco são figuras semelhantes e a razão de semelhança é igual à razão entre seus raios, ou seja, $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$. Portanto, a razão entre a área do semicírculo preto e a área do semicírculo branco é $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$.

**21**. (alternativa B)

Podemos escrever o número 11 como a soma de três números nos seguintes casos:

$1+2+8=11$, $1+3+7=11$, $1+4+6=11$, $2+3+6=11$ e $2+4+5=11$

Observamos que o número 9 não aparece nessas igualdades. Portanto, o número 9 deve estar numa das extremidades, onde apenas dois números são somados. Nesse círculo, o outro número é 2. O número 5 aparece em uma única dessas somas. Então, escrevemos no segundo círculo, da direita para a esquerda, 2, 5, 4. O número 4 aparece duas vezes, uma já apareceu. Escolhemos para colocar no círculo central 4, 6, 1 (pois 2, 3, 6 não pode, já que o 2 foi usado). O número 7 aparece uma única vez, escolhemos para o penúltimo círculo 1, 7, 3. Resta apenas o número 8, que será colocado na extremidade esquerda.




Portanto, no lugar do sinal ? está o número 6.

**22**.(alternativa C)

Se 1 ganso = 4 galinhas, então

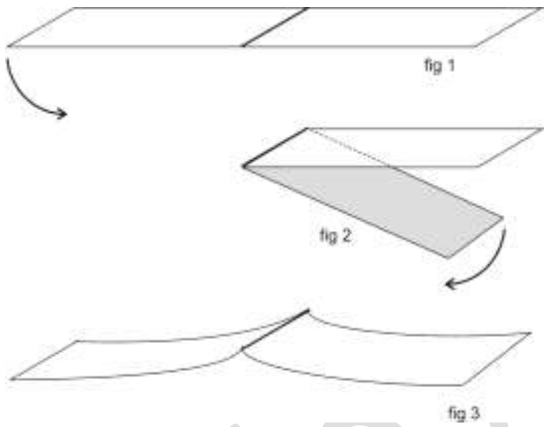
1 ganso + 2 galinhas = 4 galinhas + 2 galinhas = 6 galinhas.

Logo, 3 galos = 6 galinhas, ou seja, 1 galo = 2 galinhas.

Temos, também, 1 peru = 5 galos ou seja, 1 peru = 10 galinhas.

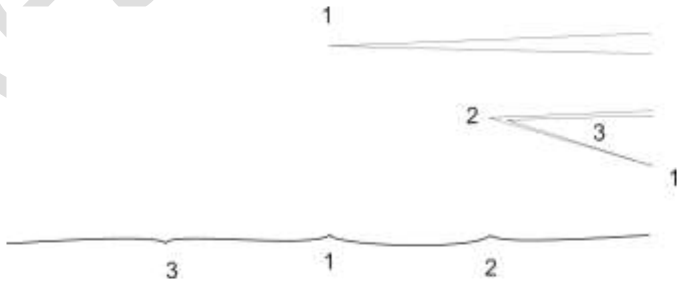
Portanto, 1 ganso + 1 peru + 1 galo = 4 galinhas + 10 galinhas + 2 galinhas = 16 galinhas.

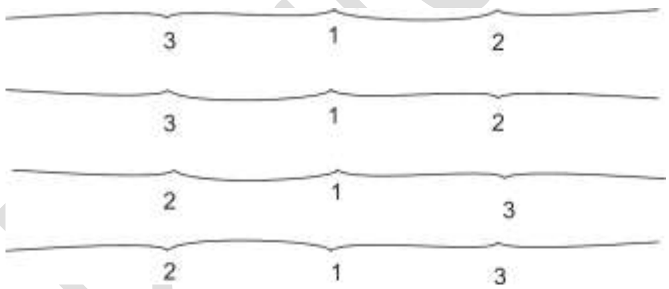
| |
|---|
| 1 peru = 5 galos |
| 1 ganso + 2 galinhas = 3 galos |
| 4 galinhas = 1 ganso |



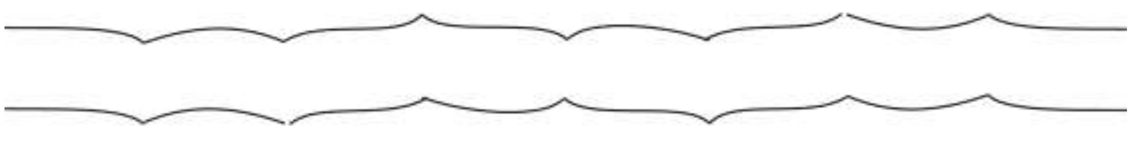

**23**. (alternativa D)
Tomando uma tira de papel branca do lado de cima e cinza do lado de baixo (fig. 1), fazemos uma dobra ao meio, de modo a esconder a parte cinza (fig. 2). Ao desdobrar a tira, vemos que se forma uma crista voltada para cima, do lado da parte branca (fig. 3)

No desenho ao lado, olhando para o perfil da folha, vemos que na primeira dobra se forma a crista 1 e na segunda dobra se formam as cristas 2 e 3. Ao desdobrar a tira, serão vistas 3 cristas, duas para cima e uma para baixo (a crista 3 refere-se à dobra que junta as faces brancas da tira; essa dobra se volta para a parte cinza)
Note que três cristas separam quatro partes da tira.
Note, abaixo, que podemos girar a tira e obter outras configurações.

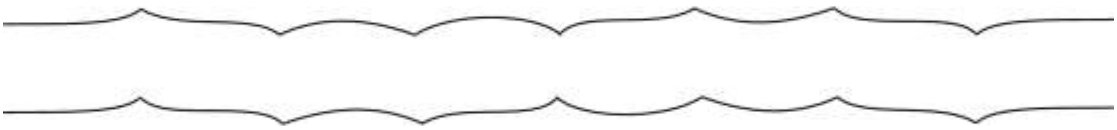



Ao fazer a 3ª dobra, teremos duas opções diferentes. No problema apresentado, as alternativas A e E representam uma dessas opções:



e as alternativa B e C representam a outra opção:



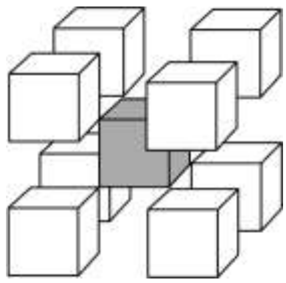
O perfil apresentado na alternativa D não pode ser obtido, já que não há uma outra opção para a 3ª dobra.

**24**. (alternativa B)
Se foi escrito o número 4 em $x$ cartões, então foi escrito o número 5 em 18 – $x$ cartões. A soma de todos esses números é $4x+5(18-x)=4x+90-5x=90-x$. Esse número deve ser divisível por 17, para $0<x<18$. Vemos que $x$ = 5 é o único número que satisfaz essa condição. Portanto, o número 4 foi escrito em exatamente 5 cartões.

**25**. (alternativa C)
A soma de todos os números de 1 a 10 é $\dfrac{10\times 11}{2}=55$. A operação de tomar dois números quaisquer da lista de 10 números, somá-los e subtrair 1 da soma e escrever essa diferença no lugar desses dois números, deverá ser repetida 9 vezes (a quantidade de números da lista irá diminuir de um em um, até chegar a um só número). Portanto, a soma será reduzida em 9 unidades, resultando o número final 55 – 9 = 46.

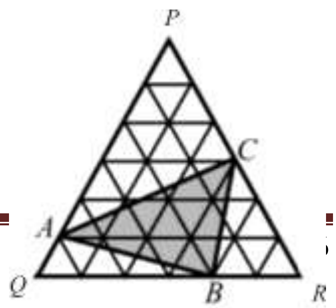
**26**. (alternativa C)
A primeira pessoa é mentirosa ou veraz. Se for verdade o que ela diz, ou seja, que todos são mentirosos, então ela é mentirosa, uma contradição. Portanto, a primeira pessoa é mentirosa e isso nos leva a concluir que há mais de 3 pessoas na sala e que pelo menos uma não mente.
A segunda pessoa é mentirosa ou veraz. Se for mentira o que diz, então não é verdade que alguns não são mentirosos, ou seja, todos são mentirosos, o que não está de acordo com a afirmação inicial e a conclusão anterior. Portanto, a segunda pessoa diz a verdade e daí concluímos que há 4 pessoas ou menos na sala.
A terceira pessoa é mentirosa ou veraz. Ela não pode estar dizendo a verdade, porque não pode haver 5 pessoas na sala, de acordo com a conclusão anterior. Portanto, ela é mentirosa. Logo, não há 3 pessoas mentirosas na sala. Conclusão: há 4 pessoas na sala e 2 são mentirosas.

**27**. (alternativa B)



No desenho ao lado temos um cubo cinza e oito cubos brancos. O cubo cinza tem um vértice comum com cada um dos cubos brancos. Para preencher o espaço ao redor do cubo cinza, falta agregar 27 – 9 = 18 cubos que terão faces comuns ou arestas comuns com o cubo cinza. Para pintar os 6 cubos que têm uma face comum com o cubo cinza, bastam 3 outras cores (uma para cada par de faces opostas). Para pintar os 12 cubos que partilham uma aresta com o cubo cinza, bastam 3 cores, diferentes das anteriores (uma para cada 4 cubos que partilham arestas paralelas do cubo cinza). Portanto, serão suficientes 2 + 3 + 3 = 8 cores.

**28**. (alternativa C)




A área do triângulo *ABC* é a diferença entre a área do triângulo equilátero *PQR* e a soma das áreas dos triângulos *ABQ*, *BCR* e *ACP*. Se $x$ e  são as medidas do lado e da altura dos triângulos eqüiláteros de área $1\text{cm}^2$, temos área $\Delta ABQ = \dfrac{4x\cdot h}{2}$, área $\Delta BCR = \dfrac{2x\cdot 3h}{2}$ e área $\Delta ACP = \dfrac{5x\cdot 3h}{2}$

Como $\dfrac{xh}{2} = 1 \Leftrightarrow xh = 2$, temos:

$$\text{área } \Delta ABC = 36 - \left(2xh + 3xh + \frac{15xh}{2}\right) = 36 - \frac{25}{2}\cdot xh = 36 - \frac{25}{2}\cdot 2 = 36 - 25 = 11\text{cm}^2.$$

**29**. (alternativa D)

Sejam $x$ e $y$ dois inteiros positivos e $\text{mmc}(24, x) < \text{mmc}(24, y)$. Sabemos que se $x$ é divisor de 24 e $y$ não é divisor de 24, então $\text{mmc}(24, x) < \text{mmc}(24, y)$. Assim,

$\text{mmc}(24,8) < \text{mmc}(24,7)$, logo $\dfrac{y}{x} = \dfrac{7}{8}$

$\text{mmc}(24,7\times 24) < \text{mmc}(24,8\times 24)$, logo $\dfrac{y}{x} = \dfrac{8\times 24}{7\times 24} = \dfrac{8}{7}$

$\text{mmc}(24,24) < \text{mmc}(24,16)$, logo $\dfrac{y}{x} = \dfrac{16}{24} = \dfrac{2}{3}$

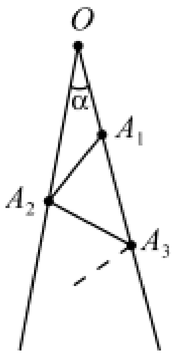
$\text{mmc}(24,6) < \text{mmc}(24,7)$, logo $\dfrac{y}{x} = \dfrac{7}{6}$

Seja $\dfrac{y}{x} = \dfrac{6}{7} = \dfrac{6k}{7k}$ para $k$ inteiro positivo. Devemos ter

$\text{mmc}(24, x) = \text{mmc}(24, 7k) < \text{mmc}(24, y) = \text{mmc}(24, 6k) = \text{mmc}(24, k)$ mas isto é impossível, pois $\text{mmc}(24, 7k) > \text{mmc}(24, k)$ para todo $k$ inteiro positivo.

Portanto, $\dfrac{y}{x}$ não pode ser igual a $\dfrac{6}{7}$

**30**. (alternativa C)




Como o triângulo $OA_1A_2$ é isósceles, temos $m(O\hat{A}_2A_1) = \alpha$. Portanto, o ângulo externo $A_3\hat{A}_1A_2$ mede $2\alpha$ e, de forma semelhante, podemos concluir que $m(A_2\hat{A}_3A_1) = 2\alpha$. Assim, no triângulo $OA_2A_3$, temos $m(A_4\hat{A}_2A_3) = 3\alpha$. Repetindo esse raciocínio chegamos à conclusão de que $m(A_{n+2}\hat{A}_nA_{n+1}) = n\cdot\alpha$, que deve ser menor do que um ângulo reto. Se esse ângulo for reto, não será mais possível traçar segmentos iguais a partir do ponto $A_{n+1}$, conforme indicado na figura. Se o ângulo for obtuso, os segmentos poderão ser traçados regressivamente, opção aqui descartada. Assim, $n\cdot 7^{\text{O}} < 90^{\text{O}} \Leftrightarrow n < \dfrac{90^{\text{O}}}{7^{\text{O}}} = 12{,}85\ldots$.

Como $n$ é inteiro, temos $n$ = 12. Portanto, o maior número de segmentos que podem ser traçados dessa maneira, é 12.