

## Logaritmos

### INTRODUÇÃO

No ano de 1614, foi lançada a obra *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*, que significa “Uma descrição da maravilhosa regra dos logaritmos”. Tal obra, escrita pelo nobre escocês John Napier (1550-1617), provocou uma verdadeira revolução na Matemática da época, bem como nas áreas relacionadas à astronomia e à navegação, ao apresentar um método que diminuiu enormemente o tempo gasto na realização dos cálculos que os estudiosos dessas áreas efetuavam frequentemente. Coube ao inglês Henry Briggs (1561-1630) o aperfeiçoamento desse método, por meio da elaboração da chamada *Tábua de logaritmos decimais*, que permitia escrever qualquer número positivo como uma potência de dez.

Com o surgimento das calculadoras científicas, as tábuas logarítmicas perderam a sua utilidade. Porém, o conceito de logaritmo continua sendo um dos mais importantes da Matemática, e o seu uso é fundamental na abordagem de diversos problemas das mais variadas áreas do conhecimento.

### DEFINIÇÃO DE LOGARITMO

Imaginemos o seguinte problema:

A qual expoente devemos elevar o número 3 de modo a obtermos 243?

Observe que o problema anterior pode ser descrito através da seguinte equação exponencial:

$$3^x = 243 \Rightarrow 3^x = 3^5 \Rightarrow x = 5$$

A partir de agora, diremos que 5 é o logaritmo de 243 na base 3. Com isso, promovemos uma mudança na notação utilizada. Assim, escrevemos:

$$\log_3 243 = 5$$

Portanto, observamos que as expressões descritas anteriormente são equivalentes, ou seja:

$$\log_3 243 = 5 \Leftrightarrow 3^5 = 243$$

Podemos generalizar essa ideia do seguinte modo:

Sendo **a** e **b** números reais e positivos, com  $a \neq 1$ , chama-se logaritmo de **b** na base **a** o expoente real **x** que se deve dar à base **a** de modo que a potência obtida seja igual a **b**.

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x, \text{ com } a, b > 0 \text{ e } a \neq 1$$

Em que:

- i) **b** é o logaritmando.
- ii) **a** é a base.
- iii) **x** é o logaritmo.

#### Exemplo:

Calcular o valor de cada logaritmo a seguir:

1º)  $\log_2 32 = x \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5$

2º)  $\log_{0,2} 625 = x \Rightarrow 0,2^x = 625 \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^x = 625 \Rightarrow 5^{-x} = 5^4 \Rightarrow x = -4$

#### OBSERVAÇÕES

- i) As condições de existência do logaritmo  $\log_a b$  são:

$$b > 0 \text{ e } 0 < a \neq 1$$

- ii) Quando a base de um logaritmo é igual a 10 (logaritmo decimal), esta pode ser omitida.

Exemplo:  $\log_{10} 5$  pode ser escrito como  $\log 5$ .

- iii) Quando a base do logaritmo é o número **e** ( $e = 2,71828\dots$ ), esse logaritmo é chamado **logaritmo neperiano** ou **logaritmo natural** e é representado pela notação **ln**.

Exemplo:  $\log_e 18$  pode ser escrito como  $\ln 18$ .

### Consequências da definição

Considerando a definição de logaritmo e suas condições de existência, temos:

- i)  $\log_a a = 1$ , pois  $a = a^1$ ;
- ii)  $\log_a 1 = 0$ , pois  $1 = a^0$ ;
- iii)  $\log_a a^k = k$ , pois  $a^k = a^k$ ;
- iv)  $a^{\log_a b} = b$ .

Justificativa de **iv**:

Seja  $a^{\log_a b} = x$  (I)

Chamando  $\log_a b = y$  em (I), temos que  $a^y = x$  (II).

Da definição, sabemos que, se  $\log_a b = y \Rightarrow a^y = b$  (III).

De (II) e (III), deduzimos que  $x = b$ , e, assim:  $a^{\log_a b} = x = b$ .

## PROPRIEDADES DOS LOGARITMOS

Sendo **a**, **b** e **c** números reais e positivos, e  $a \neq 1$ , temos:

- i)  $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$ ;
- ii)  $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ ;
- iii)  $\log_a b^\alpha = \alpha \cdot \log_a b$ , com  $\alpha \in \mathbb{R}$ ;
- iv)  $\log_a^\alpha b = \frac{1}{\alpha} \cdot \log_a b$ , com  $\alpha \in \mathbb{R}^*$ .

## EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

**01.** Sendo  $\log_2 x = 3$ ,  $\log_2 y = 5$  e  $\log_2 z = 7$ , calcular o valor de  $\log_2 \frac{\sqrt[5]{x^3}}{y^2 z}$ , considerando satisfeitas as condições de existência.

**Resolução:**

$$\log_2 \frac{\sqrt[5]{x^3}}{y^2 z} = \log_2 x^{\frac{3}{5}} - (\log_2 y^2 + \log_2 z) \Rightarrow$$

$$\log_2 \frac{\sqrt[5]{x^3}}{y^2 z} = \frac{3}{5} \log_2 x - 2 \log_2 y - \log_2 z \Rightarrow$$

$$\log_2 \frac{\sqrt[5]{x^3}}{y^2 z} = \frac{3}{5} \cdot 3 - 2 \cdot 5 - 7 = -\frac{76}{5}$$

**02.** (UFMG) A intensidade de um terremoto na escala Richter é definida por  $I = \frac{2}{3} \log_{10} \left(\frac{E}{E_0}\right)$ , em que **E** é a energia liberada pelo terremoto, em quilowatt-hora (kWh), e  $E_0 = 10^{-3}$  kWh. A cada aumento de uma unidade no valor de **I**, o valor de **E** fica multiplicado por:

- A)  $10^{\frac{1}{2}}$
- B) 10
- C)  $10^{\frac{3}{2}}$
- D)  $\frac{20}{3}$

**Resolução:**

Sabemos que  $I = \frac{2}{3} \log_{10} \left(\frac{E}{E_0}\right)$ . Seja **k** o número pelo qual o valor de **E** fica multiplicado a cada aumento de uma unidade no valor de **I**. Assim, temos:

$$I + 1 = \frac{2}{3} \log_{10} \left(\frac{E}{E_0} \cdot k\right) \Rightarrow I + 1 = \frac{2}{3} \log_{10} \left(\frac{E}{E_0}\right) + \frac{2}{3} \cdot \log_{10} k \Rightarrow$$

$$I + 1 = I + \frac{2}{3} \cdot \log_{10} k \Rightarrow \log_{10} k = \frac{3}{2} \Rightarrow k = 10^{\frac{3}{2}}$$

## MUDANÇA DE BASE

Considere o logaritmo  $\log_a b$ , em que  $b > 0$  e  $0 < a \neq 1$ . Se desejarmos escrever esse logaritmo em uma base **c**, em que  $0 < c \neq 1$ , utilizaremos a seguinte propriedade:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \text{ sendo } \log_c a \neq 0, \text{ ou seja, } a \neq 1.$$

**Exemplos:**

**1º)** Escrever  $\log_2 5$  na base 2.

$$\log_2 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 2}$$

**2º)** Escrever  $\log_3 4$  na base 4.

$$\log_3 4 = \frac{\log_4 4}{\log_4 3} = \frac{1}{\log_4 3}$$

Nesse último exemplo, podemos observar que  $\log_3 4$  é igual ao inverso de  $\log_4 3$ . E, é claro que, se  $\log_3 4 = \frac{1}{\log_4 3}$ , então  $(\log_3 4) \cdot (\log_4 3) = 1$ .

**GENERALIZANDO**

Se forem satisfeitas todas as condições de existência dos logaritmos, podemos escrever que:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Uma outra forma de se escrever essa propriedade é:

$$(\log_a b) \cdot (\log_b a) = 1$$

## COLOGARITMO

É definido como o valor oposto ao do logaritmo. Assim, escrevemos:

$$\text{colog}_a b = -\log_a b$$

Observe também que  $-\log_a b = \log_a b^{-1} = \log_a \left(\frac{1}{b}\right)$

Portanto, podemos escrever que:

$$\text{colog}_a b = -\log_a b = \log_a \left(\frac{1}{b}\right)$$

## EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS

São equações que envolvem logaritmos, em que as variáveis podem aparecer no logaritmando ou na base.

Assim, para resolvê-las, aplicamos a definição, as condições de existência e as propriedades dos logaritmos.

## EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- 03.** Resolver, em  $\mathbb{R}$ , a seguinte equação logarítmica:

$$\log_5 (3x - 18) = \log_5 6$$

**Resolução:**

Inicialmente, devemos verificar as condições de existência (C.E.) de cada logaritmo. Assim, temos:

$$3x - 18 > 0 \Rightarrow x > 6$$

Em seguida, como as bases são iguais, devemos igualar também os logaritmandos.

$$\text{Logo: } 3x - 18 = 6 \Rightarrow 3x = 24 \Rightarrow x = 8$$

Como esse valor satisfaz a condição de existência ( $x > 6$ ), então a solução da equação é  $S = \{8\}$ .

- 04.** Resolver, em  $\mathbb{R}$ , a equação  $\log_2 (1 - 5x) = -3$ .

**Resolução:**

Aplicando a condição de existência, temos:

$$1 - 5x > 0 \Rightarrow -5x > -1 \Rightarrow 5x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{5}$$

Aplicando a definição de logaritmo, temos:

$$1 - 5x = 2^{-3} \Rightarrow 1 - 5x = \frac{1}{8} \Rightarrow 1 - \frac{1}{8} = 5x \Rightarrow$$

$$\frac{7}{8} = 5x \Rightarrow x = \frac{7}{40}$$

Então, como  $\frac{7}{40} < \frac{1}{5}$ , satisfazendo a condição de

existência, a solução da equação é  $S = \left\{\frac{7}{40}\right\}$ .

- 05.** Determinar o conjunto solução da equação

$$\log_5 (x^2 - 4x) = \log_5 21, \text{ em } \mathbb{R}.$$

**Resolução:**

Inicialmente, verificamos a condição de existência:

$$x^2 - 4x > 0$$

**Observação:** Nesse caso, não julgamos necessário resolver a inequação de segundo grau, mas apenas indicá-la. Em seguida, resolvemos a equação e verificamos se cada uma das soluções satisfaz a condição de existência.

Como as bases são iguais, temos:

$$x^2 - 4x = 21 \Rightarrow$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-21) = 16 + 84 = 100$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 10}{2} \Rightarrow$$

$$x_1 = -3 \text{ ou } x_2 = 7$$

Verificando as condições de existência, temos:

$$\text{Para } x_1 = -3 \Rightarrow (-3)^2 - 4 \cdot (-3) = 9 + 12 = 21 > 0 \text{ (convém)}$$

$$\text{Para } x_2 = 7 \Rightarrow 7^2 - 4 \cdot 7 = 49 - 28 = 21 > 0 \text{ (convém)}$$

Portanto, a solução da equação é  $S = \{-3, 7\}$ .

- 06.** Resolver, em  $\mathbb{R}$ , a equação  $\log_2 (x + 7) - \log_2 (x - 11) = 2$ .

**Resolução:**

Inicialmente, devemos verificar as condições de existência de cada logaritmo. Assim, temos:

$$x + 7 > 0 \Rightarrow x > -7 \text{ (condição I) e}$$

$$x - 11 > 0 \Rightarrow x > 11 \text{ (condição II)}$$

Como  $x$  deve atender simultaneamente às duas condições, temos que a interseção dessas é dada por  $x > 11$ .

Manipulando a equação, obtemos:

$$\log_2 (x + 7) - \log_2 (x - 11) = 2 \Rightarrow$$

$$\log_2 \left(\frac{x+7}{x-11}\right) = 2 \Rightarrow \frac{x+7}{x-11} = 2^2 \Rightarrow$$

$$\frac{x+7}{x-11} = 4 \Rightarrow 4x - 44 = x + 7 \Rightarrow$$

$$3x = 51 \Rightarrow$$

$$x = 17$$

Como 17 satisfaz a condição de existência ( $x > 11$ ), então a solução da equação é  $S = \{17\}$ .

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



- 01.** (UECE-2018) Se  $x$  é o logaritmo de 16 na base 2, então, o logaritmo (na base 2) de  $x^2 - 5x + 5$  é igual a
- A) 2.                      B) 1.                      C) -1.                      D) 0.
- 02.** (UFRGS-RS-2020) Se  $\log 2 = x$  e  $\log 3 = y$ , então  $\log 288$  é
- A)  $2x + 5y$ .                      C)  $10xy$ .                      E)  $x^2 - y^2$ .  
B)  $5x + 2y$ .                      D)  $x^2 + y^2$ .
- 03.** (UFPR) Para se calcular a intensidade luminosa  $L$ , medida em lúmens, a uma profundidade de  $x$  centímetros num determinado lago, utiliza-se a Lei de Beer-Lambert, dada pela seguinte fórmula:
- $$\log \left( \frac{L}{15} \right) = -0,08x$$
- Qual a intensidade luminosa  $L$  a uma profundidade de 12,5 cm?
- A) 150 lumens.                      D) 1,5 lumens.  
B) 15 lumens.                      E) 1 lúmen.  
C) 10 lumens.
- 04.** (Unicamp-SP) A solução da equação na variável real  $x$ ,  $\log_x(x + 6) = 2$ , é um número
- A) primo.                      C) negativo.  
B) par.                      D) irracional.
- 05.** (UFRGS-RS-2018) Se  $\log_3 x + \log_9 x = 1$ , então o valor de  $x$  é:
- A)  $\sqrt[3]{2}$                       C)  $\sqrt[3]{3}$                       E)  $\sqrt[3]{9}$   
B)  $\sqrt{2}$                       D)  $\sqrt{3}$
- 06.** (FGV-SP) Sendo  $p$  e  $q$  números reais, com  $p > q$  e  $p + q > 0$ , definiremos a operação  $\#$  entre  $p$  e  $q$  da seguinte forma:  $p \# q = p^2 - q^2 + \log(p + q)$ , com  $\log(p + q)$  sendo o logaritmo na base 10 de  $(p + q)$ . Utilizando-se essa definição, o valor de  $10 \# (-5)$  é igual a:
- A)  $176 - \log 2$                       D)  $74 + \log 2$   
B)  $174 - \log 2$                       E)  $74 - \log 2$   
C)  $76 - \log 2$
- 07.** (Insper-SP) O número de soluções reais da equação  $\log_x(x + 3) + \log_x(x - 2) = 2$  é
- A) 0.                      D) 3.  
B) 1.                      E) 4.  
C) 2.
- 08.** (UFRGS-RS) Atribuindo para  $\log 2$  o valor 0,3, então os valores de  $\log 0,2$  e  $\log 20$  são, respectivamente,
- A) -0,7 e 3.                      D) 0,7 e 2,3.  
B) -0,7 e 1,3.                      E) 0,7 e 3.  
C) 0,3 e 1,3.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



- 01.** (UERJ-2017) Uma calculadora tem duas teclas especiais, **A** e **B**. Quando a tecla **A** é digitada, o número que está no visor é substituído pelo logaritmo decimal desse número. Quando a tecla **B** é digitada, o número do visor é multiplicado por 5.
- Considere que uma pessoa digitou as teclas BAB, nesta ordem, e obteve no visor o número 10. Nesse caso, o visor da calculadora mostrava inicialmente o seguinte número:
- A) 20.                      B) 30.                      C) 40.                      D) 50.
- 02.** (UFG-GO) Em um experimento hipotético com cinco espécies de bactérias em meio de cultura, cada uma com população inicial de 10 células, registraram-se as populações apresentadas na tabela a seguir, uma hora após o início do experimento.

Bactéria	Número de células uma hora após o início
<i>Chlamydia trachomatis</i>	160
<i>Escherichia coli</i>	50
<i>Leptospira interrogans</i>	40
<i>Streptococcus pneumoniae</i>	100
<i>Vibrio cholerae</i>	80

Considerando-se que o número de bactérias duplica a cada geração, define-se o número de geração,  $n$ , quando a população chega a  $N$  células, pela fórmula:

$$N = N_0 \cdot 2^n$$

em que  $N_0$  é o número inicial de células.

O tempo de geração é definido como o tempo necessário para a população dobrar de tamanho, e pode ser obtido dividindo-se o tempo decorrido para a população passar de  $N_0$  a  $N$  pelo número de geração correspondente. O bacilo, nesse experimento, causa diarreia e seu tempo de geração, em minutos, foi de:

**Dado:**  $\log 2 = 0,3$ .

- A) 30.                      C) 20.                      E) 15.  
B) 26.                      D) 18.
- 03.** (PUC Rio) Seja  $x = \log_2 3 + \log_2 9 + \log_2 27$ . Então, é correto afirmar que:
- A)  $6 \leq x \leq 7$                       D)  $9 \leq x \leq 10$   
B)  $7 \leq x \leq 8$                       E)  $x \geq 10$   
C)  $8 \leq x \leq 9$
- 04.** (UFPR) Um importante estudo a respeito de como se processa o esquecimento foi desenvolvido pelo alemão Hermann Ebbinghaus no final do século XIX. Utilizando métodos experimentais, Ebbinghaus determinou que, dentro de certas condições, o percentual  $P$  do conhecimento adquirido que uma pessoa retém após  $t$  semanas pode ser aproximado pela fórmula:
- $$P = (100 - a) \cdot b^t + a$$
- sendo que  $a$  e  $b$  variam de uma pessoa para outra.

Se essa fórmula é válida para um certo estudante, com  $a = 20$  e  $b = 0,5$ , o tempo necessário para que o percentual se reduza a 28% será

- A) entre uma e duas semanas.
- B) entre duas e três semanas.
- C) entre três e quatro semanas.
- D) entre quatro e cinco semanas.
- E) entre cinco e seis semanas.

05. ZFYM



(UERJ) Um lago usado para abastecer uma cidade foi contaminado após um acidente industrial, atingindo o nível de toxidez  $T_0$ , correspondente a dez vezes o nível inicial. Leia as informações a seguir:

- A vazão natural do lago permite que 50% de seu volume sejam renovados a cada dez dias.
- O nível de toxidez  $T(x)$ , após  $x$  dias do acidente, pode ser calculado por meio da seguinte equação:

$$T(x) = T_0 \cdot (0,5)^{0,1x}$$

Considere **D** o menor número de dias de suspensão do abastecimento de água, necessário para que a toxidez retorne ao nível inicial.

Se  $\log 2 = 0,3$ , o valor de **D** é igual a:

- A) 30.      B) 32.      C) 34.      D) 36.

06. KZRB



(Unicamp-SP) Uma barra cilíndrica é aquecida a uma temperatura de 740 °C. Em seguida, é exposta a uma corrente de ar a 40 °C. Sabe-se que a temperatura no centro do cilindro varia de acordo com a função:

$$T(t) = (T_0 - T_{AR}) \cdot 10^{-\frac{t}{12}} + T_{AR}$$

sendo  $t$  o tempo em minutos,  $T_0$  a temperatura inicial e  $T_{AR}$  a temperatura do ar. Com essa função, concluímos que o tempo requerido para que a temperatura no centro atinja 140 °C é dado pela seguinte expressão, com o log na base 10:

- A) 12.[log (7) - 1] minutos
- B) 12.[1 - log (7)] minutos
- C) 12.log (7) minutos
- D)  $\frac{[1 - \log (7)]}{12}$  minutos

07. AL60



(Unifor-CE) Em 1987, uma indústria farmacêutica iniciou a fabricação de certo tipo de medicamento e, desde então, sua produção tem crescido à taxa de 8% ao ano. Assim, em que ano a produção de tal medicamento quadruplicou a quantidade fabricada em 1987?

- (São dadas as aproximações:  $\log 2 = 0,30$ ;  $\log 3 = 0,48$ .)
- A) 2002      C) 2004      E) 2006
  - B) 2003      D) 2005

08.

(Albert Einstein) Uma pesquisa foi desenvolvida a partir de 250 bactérias de uma cultura. Estimou-se então, de maneira aproximada, que, durante certo tempo, o aumento percentual do número de bactérias na cultura poderia ser obtido pela expressão  $B(t) = -30 \cdot \log_3 (t + 21) + 150$ , em que  $t$  é o tempo decorrido, em minutos, após o início da pesquisa. Nessas condições, ao fim da primeira hora da pesquisa, quantas bactérias havia em tal cultura?

- A) 325      B) 400      C) 450      D) 525

09. X3UQ



(FGV-SP) Considere a função  $f(x) = \log_{1,319} x^2$ .

Se  $n = f(10) + f(11) + f(12)$ , então:

- A)  $n < 1$       C)  $1 < n < 2$       E)  $n > 2$
- B)  $n = 1$       D)  $n = 2$

10. S509



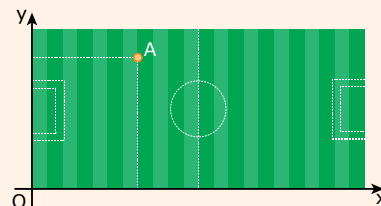
(UPF-RS) Sendo  $\log_a x = 2$ ,  $\log_b x = 3$  e  $\log_c x = 5$ , o valor de  $\log_{abc} x$  é:

- A) 30      C)  $\frac{31}{30}$       E)  $\frac{1}{3}$
- B) 31      D)  $\frac{30}{31}$

11. HRBE



(UFESM-RS) Suponha que um campo de futebol seja colocado em um sistema cartesiano ortogonal, conforme mostra a figura.



Para que o ponto  $A(\log_{10}(x + 1) + 1; \log_{10}(x^2 + 35))$  tenha abscissa e ordenada iguais, é necessário e suficiente que:

- A)  $x > -1$       C)  $x < -1$       E)  $x > 5$
- B)  $x = 5$       D)  $x = -5$

12. KA8U



(CMMG-2020) Um estudante acompanha duas reações químicas **A** e **B** que evoluem ao longo de  $t$  segundos, com velocidades  $V_A(t)$  e  $V_B(t)$ , dadas por  $V_A(t) = \log_2(t + 4)$  e  $V_B(t) = \log_4(t^2 + 3t + 31)$ . Segundo orientações recebidas, determinado catalisador deve ser inserido no processo quando as velocidades das reações se igualarem. Iniciado o processo, essa ação será efetivada em

- A) 1 s.      B) 3 s.      C) 4 s.      D) 7 s.

13. RPOA



(UEL-PR) Considere **A**, **B** e **C** números reais positivos com  $A \neq 1$ ,  $B \neq 1$  e  $C \neq 1$ . Se  $\log_A B = 2$  e  $\log_C A = \frac{3}{5}$ , conclui-se que o valor de  $\log_B C$  é:

- A)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{1}{6}$       E)  $\frac{6}{5}$
- B)  $\frac{5}{3}$       D)  $\frac{5}{6}$

14. CHBJ




(UFPR-2017) Suponha que a quantidade **Q** de um determinado medicamento no organismo  $t$  horas após sua administração possa ser calculada pela fórmula:

$$Q = 15 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{2t}$$

sendo **Q** medido em miligramas, a expressão que fornece o tempo  $t$  em função da quantidade de medicamento **Q** é:

- A)  $t = \log \sqrt{\frac{15}{Q}}$       D)  $t = \frac{1}{2} \cdot \log \frac{Q}{15}$
- B)  $t = \frac{\log 15}{2 \log Q}$       E)  $t = \log \frac{Q^2}{225}$
- C)  $t = 10 \sqrt{\log \left(\frac{Q}{15}\right)}$

**15.** (UFC-CE) O valor da soma  
 POST   $\log_{10} \left( \frac{1}{2} \right) + \log_{10} \left( \frac{2}{3} \right) + \log_{10} \left( \frac{3}{4} \right) + \dots + \log_{10} \left( \frac{99}{100} \right)$  é

- A) 0.                      C) -2.                      E) 3.  
 B) -1.                      D) 2.

**16.** (UFSM) Quando um elemento radioativo, como o Césio 137, entra em contato com o meio ambiente, pode afetar o solo, os rios, as plantas e as pessoas. A radiação não torna o solo infértil, porém tudo que nele crescer estará contaminado.

A expressão  $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-0,023t}$  representa a quantidade, em gramas, de átomos radioativos de Césio 137 presentes no instante  $t$ , em dias, onde  $Q_0$  é a quantidade inicial.

O tempo, em dias, para que a quantidade de Césio 137 seja a metade da quantidade inicial é igual a

Use:  $\ln 2 = 0,69$ .

- A) 60.                      C) 15.                      E) 3.  
 B) 30.                      D) 5.

## SEÇÃO ENEM



**01.** (Enem-2020) A Lei de Zipf, batizada com o nome do linguista americano George Zipf, é uma lei empírica que relaciona a frequência ( $f$ ) de uma palavra em um dado texto com o seu *ranking* ( $r$ ). Ela é dada por:

$$f = \frac{A}{r^B}$$

O *ranking* da palavra é a sua posição ao ordenar as palavras por ordem de frequência. Ou seja,  $r = 1$  para a palavra mais frequente,  $r = 2$  para a segunda palavra mais frequência e assim sucessivamente. **A** e **B** são constantes positivas.

Disponível em: <<http://klein.sbm.org.br>>  
 Acesso em: 12 ago. 2020 (Adaptação).

Com base nos valores de  $X = \log(r)$  e  $Y = \log(f)$ , é possível estimar valores para **A** e **B**.

No caso hipotético em que a lei é verificada exatamente, a relação entre **Y** e **X** é:

- A)  $Y = \log(A) - BX$                       E)  $Y = \frac{\log(A)}{X^B}$   
 B)  $Y = \frac{\log(A)}{X + \log(B)}$   
 C)  $Y = \frac{\log(A)}{B} - X$   
 D)  $Y = \frac{\log(A)}{B \cdot X}$

**02.** (Enem-2017) Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R\$ 5 000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R\$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação ( $P$ ) é calculado em função do número de prestações ( $n$ ) segundo a fórmula

$$P = \frac{5\,000 \cdot 1,013^n \cdot 0,013}{(1,013^n - 1)}$$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para  $\log 1,013$ ; 2,602 como aproximação para  $\log 400$ ; 2,525 como aproximação para  $\log 335$ .

De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

- A) 12.    D) 16.  
 B) 14.    E) 17.  
 C) 15.

**03.** (Enem-2017) Em 2011, a costa nordeste do Japão foi sacudida por um terremoto com magnitude de 8,9 graus na escala Richter. A energia liberada **E** por esse terremoto,

em kWh, pode ser calculada por  $R = \frac{2}{3} \log \left( \frac{E}{E_0} \right)$ , sendo

$E_0 = 7 \cdot 10^{-3}$  kWh e **R** a magnitude desse terremoto na escala Richter. Considere 0,84 como aproximação para  $\log 7$ .

Disponível em: <<http://oglobo.globo.com>>.  
 Acesso em: 02 ago. 2012.

A energia liberada pelo terremoto que atingiu a costa nordeste do Japão em 2011, em kWh, foi de:

- A)  $10^{10,83}$     D)  $10^{15,51}$   
 B)  $10^{11,19}$     E)  $10^{17,19}$   
 C)  $10^{14,19}$

## SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP



### GABARITO

Meu aproveitamento 

#### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

01. D     03. D     05. E     07. B  
 02. B     04. A     06. C     08. B

#### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

01. A     05. C     09. E     13. D  
 02. B     06. C     10. D     14. A  
 03. D     07. A     11. B     15. C  
 04. C     08. A     12. B     16. B

#### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

01. A     02. D     03. B



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %