

# Bernoulli Resolve

6V | Volume 5 | Física

# SUMÁRIO

Frente	A	Módulo 13:	Teoremas de Pascal e Arquimedes	3
		Módulo 14:	Leis de Kepler	6
		Módulo 15:	Lei da Gravitação Universal	9
Frente	B	Módulo 13:	Instrumentos Ópticos	13
		Módulo 14:	Movimento Harmônico Simples (MHS)	16
		Módulo 15:	Introdução à Ondulatória	19
Frente	C	Módulo 13:	Cargas em Movimento em Campo Magnético	22
		Módulo 14:	Força Magnética sobre Fios	24
		Módulo 15:	Indução Eletromagnética e Transformadores	27

# COMENTÁRIO E RESOLUÇÃO DE QUESTÕES

## MÓDULO – A 13

### Teoremas de Pascal e Arquimedes

#### Exercícios de Aprendizagem

##### Questão 01 – Letra D

**Comentário:** Como o objeto em questão está flutuando na água, podemos inferir, pela 1ª Lei de Newton, que seu peso ( $\bar{P}$ ) terá mesmo módulo do empuxo ( $\bar{E}$ ) exercido pela água. Pelo Teorema de Arquimedes, o empuxo é numericamente igual ao peso do líquido deslocado. Como os módulos do peso do bloco e do empuxo são iguais, o peso da água deslocada será igual ao peso do bloco, resultado mostrado na alternativa D.

##### Questão 02 – Letra A

**Comentário:** A pressão de um fluido sobre um corpo imerso nele sempre exerce uma força perpendicular à superfície de contato; portanto, está melhor representado pelo vetor  $\bar{F}_1$ .

##### Questão 03 – Letra E

**Comentário:** Pelo Princípio de Arquimedes, sabemos que a intensidade do empuxo é igual ao módulo da força peso do fluido deslocado pelo corpo, ou seja:

$$E = d_{\text{fluido}} V_{\text{fluido}} g = m_{\text{fluido}} g = P_{\text{fluido}}$$

Portanto, quando o volume do peixe aumenta, também aumenta o peso do fluido deslocado pelo peixe, aumentando, assim, o módulo do empuxo que atua sobre o peixe.

##### Questão 04 – Letra D

**Comentário:** Como os sólidos flutuam em equilíbrio, o empuxo sobre cada um deles é igual ao seu peso. Se os três sólidos têm a mesma massa, logo, o mesmo peso, então sofrem o mesmo empuxo. Como o empuxo é igual ao peso do líquido deslocado, os três sólidos então precisam deslocar o mesmo volume.

##### Questão 05 – Letra D

**Comentário:** Como as esferas possuem volumes iguais, elas deslocam a mesma quantidade de água, de forma que os empuxos sobre elas são iguais. No caso da esfera I, chamando de  $\bar{T}_1$  a tração que atua sobre ela, que está pendente por um fio, é fácil ver que  $T_1 + E = P$ , e seu peso é maior que o empuxo que age sobre ela. A esfera II puxa o fio para cima, e, chamando de  $\bar{T}_2$  a tração no fio nessa situação, temos que  $T_2 + P = E$ . Assim, a esfera II possui um peso menor do que o empuxo, como está escrito na alternativa D.

##### Questão 06 – Letra A

**Comentário:**

- I. Correta. O empuxo que age na boia (e no restante do equipamento) equilibra o peso do conjunto, que é o mesmo no mar e no lago. Como a densidade da água do mar é maior que a densidade da água do lago, o volume imerso da boia no mar é menor que o volume correspondente no lago. Esse volume define o peso de água deslocada pela boia, que é igual ao empuxo exercido sobre ela. Repare que essa afirmativa I refere-se ao volume emerso (volume que está fora da água), e não ao volume imerso. Obviamente, como o volume imerso da boia no mar é menor, o volume emerso é maior.
- II. Incorreta. A boia sempre possui inércia (massa), independentemente de onde ela está.
- III. Incorreta. Além do peso do conjunto, existe também o empuxo. Como essa força é voltada para cima, ela colabora para o corpo subir. Assim, para erguer o conjunto, a intensidade da força na ponta do fio (igual à intensidade da força na ponta da vara) deve ser ligeiramente maior do que o peso do conjunto menos o empuxo sobre o conjunto.

##### Questão 07 – Letra A

**Comentário:** Como a esfera flutua em equilíbrio, o empuxo sobre ela é igual ao seu peso. O empuxo também é igual ao volume do líquido deslocado, ou seja, 1/8 do volume da esfera. Se a esfera encolhesse, mantendo sua massa, e consequentemente também seu peso, o volume submerso continuaria o mesmo enquanto ainda fosse possível manter o mesmo empuxo, ou seja, enquanto fosse de pelo menos 1/8 do volume inicial.

Assim, o raio final será:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V_{\text{final}} = \frac{V_{\text{inicial}}}{8} \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R_{\text{final}}^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{R_{\text{inicial}}^3}{8} \Rightarrow R_{\text{final}} = \frac{R_{\text{inicial}}}{2}$$

##### Questão 08 – Letra B

**Comentário:** Como o bloco de madeira está em equilíbrio mecânico, o módulo do seu peso será igual ao módulo empuxo a que está submetido. Como o volume de água deslocado é igual à diferença entre o volume total do bloco e seu volume emerso, temos:

$$P = E \Rightarrow (\rho_m \cdot V) \cdot g = \rho_a \cdot g \cdot (V - V_E) \Rightarrow V(\rho_m - \rho_a) = -\rho_a \cdot V_E \Rightarrow V_E/V = (\rho_a - \rho_m)/\rho_a$$

Como mostrado na alternativa B.

## Exercícios Propostos

### Questão 01 – Letra D

**Comentário:** A força  $F_1$  é dada pelo produto entre a pressão do ar comprimido no lado esquerdo do elevador e a área do êmbolo no cilindro nesse lado:

$$F_1 = P_1 \cdot A_1 = 2 \cdot 10^5 \cdot \pi (5,00 \cdot 10^{-2})^2 = 500\pi \text{ m}^2$$

O peso do carro é dado pelo produto dessa força pela vantagem mecânica do elevador. Como o raio do cilindro maior é 3 vezes maior que o raio do cilindro menor, a área do cilindro maior é 9 vezes maior que a do cilindro menor. Portanto, a vantagem mecânica do elevador é  $V_m = 9$ . Assim, o peso do carro é:

$$P = F_1 \cdot 9 = 4 \cdot 500\pi \text{ N}$$

Resultado expresso na alternativa D.

### Questão 02 – Letra E

**Comentário:** O empuxo sobre o navio é igual ao volume da água deslocada:

$$E = \rho_{\text{Ld}} \cdot g = 1 \text{ 000 kg/m}^3 \cdot 1 \text{ 000 m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 1,0 \cdot 10^7 \text{ N}$$

Como o navio flutua, o peso total da embarcação é igual ao empuxo. Assim:

$$(5 \cdot 10^4 \text{ kg} + m_{\text{areia}}) \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 1,0 \cdot 10^7 \text{ N} \Rightarrow$$

$$m_{\text{areia}} = 9,5 \cdot 10^5 \text{ kg} = 950 \cdot 10^3 \text{ kg} = 950 \text{ toneladas}$$

### Questão 03 – Letra C

**Comentário:** Se as caixas possuem a mesma massa, então possuem o mesmo peso. Se todas elas estão em equilíbrio, e a única outra força que surge é o empuxo, então o empuxo sobre todas elas é igual.

### Questão 04 – Letra D

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

- I. Falsa. O macaco hidráulico se baseia no Princípio de Pascal.
- II. Verdadeira. O Princípio de Pascal afirma que "a pressão exercida sobre um líquido em equilíbrio se transmite integralmente a todos os pontos do líquido". O macaco hidráulico faz uso desse princípio, fazendo com que a força aplicada na base de menor área seja ampliada na base de maior área.
- III. Falsa. O macaco hidráulico se baseia no Princípio de Pascal.
- IV. Verdadeira. O princípio descrito é o Princípio de Pascal e é nele que o macaco hidráulico se baseia.
- V. Falsa. Uma variação de pressão sobre um ponto do líquido é transmitida integralmente a todos os pontos do líquido.

### Questão 05 – Letra B

**Comentário:** Ao aplicar uma força no tanque, acelerando-o, a água, por inércia, tenderá a se acumular na parte traseira do tanque. Dessa forma, o empuxo da água, além da componente vertical para cima que já existia, também terá uma componente horizontal, fazendo com que a boia se incline para frente. Dos ângulos apresentados, o único que mostra esses resultados é o  $\alpha$ .

### Questão 06 – Letra A

**Comentário:** Sabemos que a variação de pressão em um êmbolo é transmitida ao outro, logo, a pressão nos dois êmbolos deve ser igual, assim, temos:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_1}{\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2} = \frac{F_2}{\pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$$

$$\frac{F_1}{d_1^2} = \frac{F_2}{d_2^2} = \frac{F_2}{(2d_1)^2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_1^2}{4d_1^2} = \frac{1}{4}$$

### Questão 07 – Letra A

**Comentário:** Há dois multiplicadores de força no sistema de freios apresentado neste exercício: a alavanca interfixa do próprio pedal e o cilindro de freio. Na alavanca, a vantagem mecânica vale  $V_{m1} = L/l = 40 \text{ cm}/10 \text{ cm} = 4$ . No cilindro cheio de óleo, a vantagem mecânica é  $V_{m2} = A/a = 8$ . A vantagem mecânica total é  $V_{mt} = 4 \cdot 8 = 32$ .

### Questão 08 – Letra C

**Comentário:** Fora da piscina, a força normal possui mesmo módulo que o peso da pessoa, logo:

$$N = m_{\text{pessoa}} \cdot g = \rho_{\text{pessoa}} \cdot V_{\text{pessoa}} \cdot g = 0,96 \rho_{\text{água}} \cdot V_{\text{pessoa}} \cdot g$$

Dentro da piscina, temos o empuxo, que, de acordo com o Princípio de Arquimedes, é igual ao peso do líquido deslocado:

$$E = m_{\text{água}} \cdot g = \rho_{\text{água}} \cdot V_{\text{água}} \cdot g = 0,24 \rho_{\text{água}} \cdot V_{\text{pessoa}} \cdot g$$

Sendo o empuxo uma força também para cima, aliviando a força normal necessária para equilibrar o corpo, a redução proporcional da força normal será:

$$\text{Redução} = \frac{E}{N} = \frac{0,24 \rho_{\text{água}} \cdot V_{\text{pessoa}} \cdot g}{0,96 \rho_{\text{água}} \cdot V_{\text{pessoa}} \cdot g} = 0,25 = 25\%$$

### Questão 09 – Letra C

**Comentário:** Para suspender o automóvel, o sistema, automóvel e pistões, deverá estar em equilíbrio. Ou seja,

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Sendo o índice 1 referente ao pistão menor e o índice 2 referente ao pistão maior e considerando que a área do pistão é circular, teremos que:

$$F_1 = \frac{\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}{\pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} F_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2} F_2$$
$$F_1 = \frac{d_1^2}{d_2^2} mg$$

Fazendo as devidas conversões de unidade,

$$F_1 = \frac{(10 \cdot 10^{-2})}{1,0} \cdot 10^3 \cdot 10 = 100 \text{ N}$$

**Questão 10 – Letra D**

**Comentário:** A diferença entre a tensão no fio e o peso da pedra é devido à força de empuxo que a água faz sobre a pedra, dessa forma, sabemos que o peso da água deslocada é de 200 N. Como a pedra está totalmente submersa, o volume da água deslocada é igual ao volume da pedra, que é de:

$$P_{\text{água}} = V \cdot \rho_{\text{água}} \cdot g \Rightarrow V = \frac{P_{\text{água}}}{\rho_{\text{água}} \cdot g} = \frac{200}{1000 \cdot 10} = 0,02 \text{ m}^3$$

Assim, a densidade da pedra é de:

$$\rho_{\text{pedra}} = \frac{P_{\text{pedra}}}{V \cdot g} = \frac{500}{0,02 \cdot 10} = 2500 \text{ kg / m}^3$$

**Questão 11 – Letra A**

**Comentário:**

Primeira situação:

Em condição de equilíbrio, a força resultante é nula, portanto o peso do corpo será, em módulo, igual ao empuxo.

$$P = E$$

Usando a definição de densidade e escrevendo a massa do corpo como o produto de sua densidade, massa específica pelo seu volume, e considerando que metade deste está imerso, temos:

$$\rho V g = \rho_L \frac{V}{2} g$$

Em que  $\rho$  é a densidade do corpo,  $V$  seu volume e  $\rho_L$  a densidade do líquido.

$$\rho = \frac{\rho_L}{2}$$

$$\rho = 0,500 \text{ g/cm}^3$$

Segunda situação:

Em um segundo líquido, o corpo fica em equilíbrio quando 80% do seu volume está imerso. Portanto:

$$\rho V g = 0,8 \rho_L V g$$

$$\rho_L = \frac{\rho}{0,8}$$

Usando o valor obtido na etapa anterior, temos:

$$\rho_L = 0,625 \text{ g/cm}^3$$

**Questão 12**

**Comentário:**

- Corpos que rolam sobre uma superfície, sem deslizar, como os pneus de um carro ou as rodinhas dos pés de uma geladeira, estão sujeitos à força de atrito estático. Porém, no caso desse exercício, como as rodas travaram, parando de girar, deslizando, a aceleração de frenagem do carro é proporcionada por uma força de atrito cinético entre o pneu e o solo. Usando a 2ª Lei de Newton, obtemos a aceleração de frenagem:

$$mg\mu_c = ma \Rightarrow a = g\mu_c = 10 \cdot 0,8 = 8,0 \text{ m/s}^2$$

Podemos calcular a distância percorrida durante a frenagem a partir da equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 - 2ad \Rightarrow 0^2 = 20^2 - 2 \cdot 8,0 \cdot d \Rightarrow d = 25 \text{ m}$$

- Existem dois dispositivos multiplicadores de força no sistema de freios. O primeiro é a alavanca do pedal de freio. Como o braço de ação (distância  $4d$  do ponto de aplicação da força no pedal até a articulação da alavanca) é 4 vezes maior do que o braço de resistência (distância  $d$  da força de reação do cilindro 1 até a articulação), concluímos que a força exercida pelo motorista é aumentada 4 vezes pelo sistema de alavanca. Essa força, que atua no êmbolo do cilindro 1, juntamente com o cilindro 2 e a mangueira de ligação do óleo, forma o segundo dispositivo. De acordo com o Princípio de Pascal, a pressão aplicada pelo cilindro 1 é transmitida para o cilindro 2, de forma que a pressão atuante no êmbolo dos dois cilindros é a mesma. Portanto, a força exercida pelos êmbolos dos cilindros é proporcional à área deles. Como o raio do cilindro 2 é o triplo do raio do cilindro 1, a área  $A_2$  é 9 vezes maior do que a área  $A_1$ . Assim, a força exercida pelo cilindro 2 é 9 vezes maior do que a exercida pelo cilindro 1. A amplificação final da força é igual ao produto das ampliações parciais em cada dispositivo. Por isso, a força final é  $4 \times 9$  vezes maior que a força aplicada no pedal, ou seja,  $F_{C_2} = 36F_{\text{pedal}}$ . Portanto,  $F_{\text{pedal}}/F_{C_2} = 1/36$ .

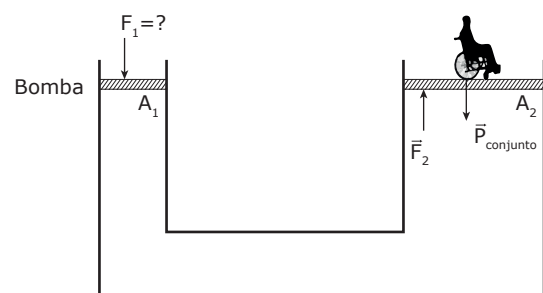
**Seção Enem****Questão 01 – Letra C**

**Eixo cognitivo:** I

**Competência de área:** 5

**Habilidade:** 17

**Comentário:**



Pelo Princípio de Pascal:

$$\Delta p_1 = \Delta p_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1 = \frac{F_2}{A_2} \cdot A_1$$

$$F_1 = \frac{F_2}{5A_1} \cdot A_1$$

$$F_1 = \frac{F_2}{5}$$

Cálculo de  $F_2$ :

$$\text{MRU} \rightarrow F_R = 0$$

$$F_2 = P_{\text{conjunto}}$$

$$F_2 = (65 + 15 + 20) \cdot 10$$

$$F_2 = 1\,000 \text{ N}$$

$$F_1 = \frac{1\,000}{5}$$

Portanto,

$$F_1 = 200 \text{ N}$$

## Questão 02 – Letra B

**Eixo cognitivo:** IV

**Competência de área:** 2

**Habilidade:** 7

**Comentário:** Sabendo a proporção volumétrica máxima de água na mistura, podemos usar o conceito de densidade para a densidade da mistura nessa situação:

$$\rho_{\text{mistura}} = \frac{m_{\text{mistura}}}{V_{\text{mistura}}} = \frac{m_{\text{álcool}} + m_{\text{água}}}{V_{\text{mistura}}} = \frac{\rho_{\text{álcool}} V_{\text{álcool}} + \rho_{\text{água}} V_{\text{água}}}{V_{\text{mistura}}}$$

$$V_{\text{mistura}} = V_{\text{álcool}} + V_{\text{água}}$$

$$V_{\text{água}} = 0,049 V_{\text{álcool}}$$

$$V_{\text{mistura}} = V_{\text{álcool}} + 0,049 V_{\text{álcool}} = 1,049 V_{\text{álcool}}$$

$$\rho_{\text{mistura}} = \frac{\rho_{\text{álcool}} V_{\text{álcool}} + 0,049 \rho_{\text{água}} V_{\text{álcool}}}{1,049 V_{\text{álcool}}}$$

$$\rho_{\text{mistura}} = \frac{0,80 + 0,049 \cdot 1,00}{1,049} \cong 0,81 \text{ g/cm}^3$$

## Questão 03 – Letra B

**Eixo cognitivo:** I

**Competência de área:** 2

**Habilidade:** 20

**Comentário:** A diferença entre as duas medições do peso do bloco é de 6 N. Essa diferença existe porque, quando o bloco está parcialmente submerso na água, ela o empurra para cima com uma força vertical contrária ao peso de módulo 6 N. Sendo o volume submerso igual à metade do volume do bloco, teremos  $V_{\text{sub}} = (0,10 \text{ m})^3 / 2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ . A densidade da água do lago pode ser obtida por meio da equação do empuxo:

$$E = \rho_L \cdot V_{\text{sub}} \cdot g \Rightarrow 6,0 = \rho_L \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \Rightarrow$$

$$\rho_L = 1\,200 \text{ kg/m}^3 = 1,2 \text{ g/cm}^3$$

## Questão 04 – Letra C

**Eixo cognitivo:** III

**Competência de área:** 6

**Habilidade:** 20

**Comentário:** Quando a garrafa é apertada, uma pressão extra é transmitida para todos os pontos dentro da água. Por isso, o aumento da pressão debaixo da boca do frasco resulta em um fluxo de água para o interior deste recipiente, como afirma a alternativa C.

Com mais água em seu interior, o peso do conjunto frasco-água aumenta. No entanto, o empuxo sobre o conjunto frasco-água permanece o mesmo, pois o volume externo do frasco é fixo. Assim, há um desequilíbrio de forças, de forma que o módulo do empuxo fique menor que o módulo do peso do conjunto. É por isso que o frasco afunda quando a garrafa plástica é apertada. Embora a questão não explore o movimento de subida do frasco, vale a pena comentar que, se o aperto na garrafa for interrompido, a pressão interna diminuirá em todos os pontos, e a água em excesso no frasco voltará para a garrafa. Então, o peso do conjunto frasco-água diminuirá, de forma que o módulo do peso torne-se menor que o módulo do empuxo. Como resultado, o frasco subirá, retornando à sua posição inicial.

## Questão 05 – Letra D

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 2

**Habilidade:** 6

**Comentário:** O álcool, para atender as especificações de boa qualidade, deve ter uma densidade compreendida entre  $0,805 \text{ g/cm}^3$  e  $0,811 \text{ g/cm}^3$ . Assim, uma das esferas dentro do cilindro de álcool deve ter uma densidade ligeiramente maior do que  $0,811 \text{ g/cm}^3$  (digamos,  $0,812 \text{ g/cm}^3$ ), de forma que ela sempre afunde no álcool, mesmo que ele esteja com a densidade máxima permitida. É isso que ocorre na amostra 2, na qual a esfera clara, que está no fundo, tem densidade maior que a do álcool. A outra esfera deve ter densidade ligeiramente menor do que  $0,805 \text{ g/cm}^3$  (digamos,  $0,804 \text{ g/cm}^3$ ), a fim de sempre flutuar no álcool, ainda que ele tenha a densidade mínima permitida. Na amostra 2, essa esfera é a mais escura, pois ela flutua no álcool.

No caso da amostra 1, o álcool está adulterado com uma densidade maior do que a máxima densidade permitida.

Como as duas esferas flutuam, o álcool está com uma densidade certamente maior do que aquela da esfera mais densa. Por exemplo, o álcool pode estar irregular com uma densidade igual a  $0,819 \text{ g/cm}^3$ .

No caso da amostra 3, o álcool está adulterado com uma densidade menor do que a mínima permitida. Como as duas esferas acham-se no fundo do cilindro, o álcool está com uma densidade certamente menor do que aquela da esfera menos densa. Por exemplo, o álcool pode estar irregular com uma densidade de  $0,801 \text{ g/cm}^3$ .

# MÓDULO – A 14

## Leis de Kepler

## Exercícios de Aprendizagem

### Questão 01 – Letra C

**Comentário:**

- I. Falso. Nos sistemas gregos, de forma geral, a Terra era o centro do Universo, e não a Lua, com todos os astros girando ao seu redor.

- II. Verdadeiro. No sistema planetário de Ptolomeu, a Terra se encontrava no centro do Universo, com os planetas movendo-se em círculos ao seu redor. O Sol e a Lua também rodavam em torno da Terra.
- III. Verdadeiro. No sistema planetário de Copérnico, o Sol se encontrava fixo no centro do Universo, enquanto os planetas, incluindo a Terra (agora rebaixada para a categoria de planeta), moviam-se em círculos ao redor do Sol. Copérnico percebeu que a Lua girava em volta da Terra e que a Terra girava em torno de si mesma, proporcionado a alternância do dia e da noite e o movimento aparente circular das estrelas em torno do eixo polar da Terra.
- IV. Verdadeiro. A 1ª Lei de Kepler postula que os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, que ocupa um dos focos da elipse.

### Questão 02 – Letra C

**Comentário:**

1. A 2ª Lei de Kepler nos mostra que a velocidade em pontos da órbita mais distantes do Sol é menor que em pontos mais próximos. Isso pode ser observado também pela conservação de energia mecânica da Terra.
2. A Terceira Lei de Newton nos garante isso.

### Questão 03 – Letra A

**Comentário:** Analisando cada afirmativa:

- A) Correta. A descoberta dos principais satélites de Júpiter por Galileu publicada por ele no folheto Sidereus Nuncius tornou-se um forte argumento a favor do heliocentrismo e vários defensores do geocentrismo na época abandonaram essa teoria.
- B) Incorreta. Isaac Newton nasceu na década de 1640, bastante tempo depois da publicação de Galileu, o que torna essa afirmativa anacrônica.
- C) Incorreta. Johannes Kepler formulou suas leis da mecânica Celeste a partir da análise de observações de Tycho Brahe, e publicou sua primeira lei da mecânica celeste um ano antes da publicação de Galileu.
- D) Incorreta. Nenhum dos satélites naturais de Júpiter é maior que a Terra, e além disso já se sabia que o Sol era maior que a Terra e se observavam vários outros corpos celestes desde a Antiguidade.
- E) Incorreta. Novamente, Isaac Newton nasceu depois da publicação de Galileu sobre os satélites naturais de Júpiter.

### Questão 04 – Letra D

**Comentário:** Como a Terceira Lei de Kepler pode ser escrita da seguinte forma:  $\frac{T^2}{r^3} = k$ , em que T é o período de translação, r a distância do semieixo maior da órbita e k uma constante, percebe-se que o quadrado do período de translação é proporcional ao cubo da distância r. Portanto, ao aumentar a sua distância à Terra, a Lua também está aumentando o seu período de translação.

### Questão 05 – Letra C

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

- I. Correta. A Primeira Lei de Kepler diz exatamente isso, todos os planetas descrevem órbitas elípticas, tendo o Sol como um dos focos.
- II. Correta. A Segunda Lei de Kepler diz exatamente isso, o seguimento de reta que liga um planeta ao Sol varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.
- III. Incorreta. A Segunda Lei de Kepler diz que o seguimento de reta que liga um planeta ao Sol varre áreas iguais, e não proporcionais, em intervalos de tempo iguais. Essa Lei não relaciona as orbitas de planetas diferentes.
- IV. Correta. A Terceira Lei de Kepler diz exatamente isso, o quociente entre o quadrado do período e o cubo do raio médio é uma constante.  $\frac{T^2}{R^3} = k \Rightarrow \frac{R^3}{T^2} = \frac{1}{k}$ .

### Questão 06 – Letra B

**Comentário:** O texto cita “[...] e acima de tudo um local perfeito construído pelo manto de estrelas, pela Lua, pelo Sol e pelos demais planetas [...]”. Esse trecho diz respeito à abóboda celeste, também conhecida como Firmamento, que é o limite do universo de acordo com a concepção aristotélica que afirmava que o universo é uma esférica finita.

### Questão 07 – Letra B

**Comentário:** Com a diminuição do raio médio da órbita da Terra, a 3ª Lei de Kepler nos garante que a nova órbita terá menor período. A aplicação numérica dessa Lei, levando-se em conta que o período original da órbita lunar é de 28 dias, nos leva a concluir que o raio médio dobrou.

### Questão 08 – Letra A

**Comentário:** Utilizando a terceira lei de Kepler, pode-se afirmar que:

$$\left(\frac{T_T}{T_E}\right)^2 = \left(\frac{R_T}{R_E}\right)^3$$

Como  $R_E = 4R_s$  e  $R_T = 20R_s \Rightarrow$

$$\left(\frac{T_T}{T_E}\right)^2 = \left(\frac{20}{4}\right)^3 = 5^3 = 125 \Rightarrow \frac{T_T}{T_E} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \approx 11,2$$

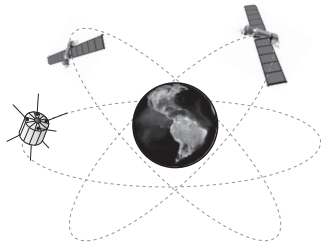
## Exercícios Propostos

### Questão 01 – Letra D

**Comentário:** O módulo da velocidade orbital de um satélite é dado por:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

G é a constante de gravitação universal, M é a massa da Terra (do astro central), e r é o raio orbital. Os parâmetros G e M são, portanto, constantes para qualquer satélite em órbita em torno da Terra. Assim, satélites que apresentam raios orbitais iguais, como os da figura a seguir, possuem velocidades iguais.



Como o período de um satélite, de acordo com a 3ª Lei de Kepler, depende do raio orbital, as alternativas A, B, C estão incorretas. Levando-se em conta que, de acordo com a Lei de Newton da Gravitação, a força centrípeta no satélite depende da massa da Terra, da massa do próprio satélite e da distância Terra-satélite, a alternativa E também está incorreta e a alternativa D está correta.

### Questão 02 – Letra D

**Comentário:** Pela Terceira Lei de Kepler sabe-se que a razão entre o quadrado do período de revolução e o cubo da distância do semieixo maior da órbita dos planetas é constante, ou seja,  $\frac{T^2}{r^3} = k$ . Pode-se afirmar que quanto maior a distância média do planeta ao Sol, maior o período de revolução desse planeta, ou seja,  $T^2 \propto r^3$ . Portanto, mercúrio tem o menor tempo de revolução demorando menos do que um ano terrestre.

### Questão 03 – Letra D

**Comentário:** De acordo com a 3ª Lei de Kepler, os quocientes entre o quadrado do período de revolução e o cubo do raio orbital dos satélites A e B são iguais:

$$\frac{T_B^2}{R_B^3} = \frac{T_A^2}{R_A^3} \Rightarrow \frac{T_B^2}{(4R)^3} = \frac{n^2}{R^3} \Rightarrow T_B = \sqrt{\frac{64R^3 n^2}{R^3}} = \sqrt{64n^2} = 8n \text{ dias}$$

### Questão 04 – Letra C

**Comentário:** Analisando cada afirmação separadamente:

- I. Correta. O enunciado diz que cada uma das áreas demarcadas é varrida em intervalos de tempo iguais. Pela Segunda Lei de Kepler sabemos que se os intervalos de tempo são iguais, as áreas varridas também são iguais.
- II. Incorreta. Pela Terceira Lei de Kepler, temos que o quadrado do período ( $T^2$ ) é proporcional ao cubo do raio médio ( $r^3$ ),  $T^2 = kr^3$ , o raio focal e todos os comprimentos lineares de uma figura plana são proporcionais ao raio médio, logo:
 
$$T^2 = k_1 r^3 = k_2 p^3 \Rightarrow T = k_3 p^{\frac{3}{2}}$$
 Ou seja, o período é proporcional a  $p^{\frac{3}{2}}$ .
- III. Correta. A força gravitacional é sempre atrativa, sendo assim, o movimento será acelerado de H para A e retardado de A para H, logo,  $V_A > V_H$ .

### Questão 05 – Letra D

**Comentário:** O módulo da velocidade do planeta é mínimo quando este está no Afélio e máxima quando está no Periélio. Desta forma, a velocidade do planeta deve aumentar indo de A até P e diminuir quando este viaja no sentido contrário. Logo, a alternativa correta é a D.

### Questão 06 – Letra C

**Comentário:** Como ambos os planetas estão orbitando a mesma estrela, podemos aplicar diretamente a Terceira Lei de Kepler:

$$\frac{T_A^2}{R_A^3} = \frac{T_B^2}{R_B^3} = \frac{T_B^2}{2^3 R_A^3} \Rightarrow T_B^2 = 8T_A^2 \Rightarrow T_B = \sqrt{8T_A^2} = 2\sqrt{2}T_A$$

### Questão 07 – Letra D

**Comentário:** A Terceira Lei de Kepler nos dá uma relação constante entre os períodos e os raios das órbitas de corpos em órbita, aplicando-a para esses dois satélites, podemos encontrar a relação entre os raios de ambas as órbitas:

$$\frac{T^2}{R^3} = k \Rightarrow \frac{T_{Geo}^2}{R_{Geo}^3} = \frac{T_{Sat}^2}{R_{Sat}^3}$$

$$R_{Sat}^3 = \frac{T_{Sat}^2 R_{Geo}^3}{T_{Geo}^2} = \frac{(2T_{Geo})^2 R_{Geo}^3}{T_{Geo}^2} = 4R_{Geo}^3$$

$$R_{Sat} = (4R_{Geo}^3)^{1/3} = 4^{1/3} R_{Geo}$$

### Questão 08 – Letra E

**Comentário:** De acordo com a Terceira Lei de Kepler, a razão entre o quadrado do período e o cubo da distância até o centro de órbita de um mesmo sistema solar possui um valor constante, portanto:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{T^2}{r^3} \Rightarrow \frac{T^2}{(10r)^3} = \frac{T^2}{r^3}$$

$$T^2 = \frac{T^2 1000r^3}{r^3} \Rightarrow T^2 = T^2 1000$$

Como  $\sqrt{1000} \cong 32$ , pode-se afirmar que o período de translação desse planeta é de aproximadamente 32 anos.

### Questão 09 – Letra D

**Comentário:** A Terceira Lei de Kepler nos dá uma relação constante entre os períodos e os raios das órbitas dos planetas. Sendo assim, tendo o raio e o período da órbita de um planeta, podemos encontrar o raio da órbita de qualquer planeta que conhecermos o período:

$$\frac{T^2}{R^3} = k \Rightarrow \frac{T_{Mercúrio}^2}{R_{Mercúrio}^3} = \frac{T_{Terra}^2}{R_{Terra}^3} = \frac{365^2}{(1,5 \cdot 10^8)^3} \cong 3,9 \cdot 10^{-20}$$

$$\frac{T_{Mercúrio}^2}{R_{Mercúrio}^3} = 3,9 \cdot 10^{-20} \Rightarrow R_{Mercúrio} = \sqrt[3]{\frac{88^2}{3,9 \cdot 10^{-20}}} \cong 5,8 \cdot 10^7 \text{ km}$$

Observe que a informação sobre o planeta Marte é irrelevante para resolução do problema.

### Questão 10

**Comentário:**

A) O intervalo de tempo para a luz percorrer a distância do Sol a um planeta é dado por  $\Delta t = d/c$ , em que  $d$  é a distância entre o Sol e o planeta, e  $c$  é a velocidade da luz. Substituindo, nessa equação, os valores dados no exercício, achamos:

$$t_T = 1,5 \cdot 10^{11} / 3,0 \cdot 10^8 = 5,0 \cdot 10^2 \text{ s} = 8,3 \text{ minutos}$$

$$t_P = 60 \cdot 10^{11} / 3,0 \cdot 10^8 = 2,0 \cdot 10^4 \text{ s} = 333 \text{ minutos}$$



B) Aplicando a 3ª Lei de Kepler, obtemos (observando que  $R_p = 40R_T$ , e que  $T_T = 1$  ano):

$$\frac{R_p^3}{T_p^2} = \frac{R_T^3}{T_T^2} \Rightarrow \frac{(40R_T)^3}{T_p^2} = \frac{R_T^3}{1^2} \Rightarrow$$

$$T_p = 80\sqrt{10} \cong 80,3,2 \cong 256 \text{ anos}$$

## Seção Enem

### Questão 01 – Letra A

**Eixo cognitivo:** I

**Competência de área:** 5

**Habilidade:** 17

**Comentário:** O sistema planetário de Copérnico permitiu explicar todas as trajetórias dos planetas observadas da Terra, inclusive o movimento retrógrado de Marte. Como a Terra está mais próxima do Sol que o planeta Marte, a velocidade de translação da Terra é maior que a velocidade de Marte. Por isso, durante certa época de sua órbita, a Terra acaba por ultrapassar o planeta Marte, de modo que temos a impressão de que o planeta Marte se move no sentido oposto logo depois que ele é ultrapassado. Algo semelhante acontece quando dois carros se movem no mesmo sentido e com velocidades diferentes. Se o carro que vem atrás for o mais rápido, depois que ele ultrapassar o carro da frente, os ocupantes do carro mais veloz verão o carro mais lento ficando para trás.

### Questão 02 – Letra C

**Eixo cognitivo:** I

**Competência de área:** 6

**Habilidade:** 20

**Comentário:** O texto do dramaturgo renascentista Shakespeare exalta o Sol como o centro do Universo “[...] o glorioso astro Sol está em nobre eminência entronizado e centralizado no meio dos outros [...]”. Dessa forma, o texto faz referência às ideias heliocêntricas de Copérnico, que também era renascentista. Portanto, a alternativa C é a correta.

### Questão 03 – Letra B

**Eixo cognitivo:** I

**Competência de área:** 5

**Habilidade:** 17

**Comentário:** Segundo a 3ª Lei de Kepler, quanto mais distante, maior é o período de um satélite ( $T^2 \propto R^3$ ). Assim, Calisto deve ser o satélite mais distante (satélite 4), pois apresenta o maior período de todos (16,7 dias). Usando o mesmo critério, na sequência, o mais distante é Ganimedes (satélite 1), depois Europa (satélite 3) e, finalmente, Io (satélite 2), que apresenta o menor período de todos.

# MÓDULO – A 15

## Lei da Gravitação Universal

### Exercícios de Aprendizagem

#### Questão 01 – Letra C

**Comentário:** Embora as três Leis de Kepler tenham sido estabelecidas para as órbitas dos planetas que estão ao redor do sol, Newton mostrou, por meio da sua Lei da Gravitação Universal, que essas leis nada mais são do que consequências dessa última. Sendo universal, a Lei da Gravitação de Newton e, por conseguinte, as Leis de Kepler aplicam-se a todos os movimentos de astros e até mesmo para satélites artificiais que giram em volta de um planeta, ou para uma nave que orbita em torno do Sol.

#### Questão 02 – Letra E

**Comentário:** Um satélite estacionário gira em torno da Terra a uma altitude de cerca de 6 raios terrestres. Nessa altura, o período do satélite é 24 h, valor que pode ser calculado pela Lei da Gravitação Universal de Newton. Se o plano da órbita for o plano equatorial da Terra, e, ainda, se o sentido de rotação do satélite for o mesmo da rotação da Terra em torno de si, então teremos uma órbita estacionária. Em outras palavras, o satélite se move mantendo sempre a mesma posição em relação a qualquer ponto da Terra. Por exemplo, se o satélite está sobre Macapá (cidade brasileira que se acha na Linha do Equador), assim permanecerá à medida que ele e a própria Terra girarem. A força de atração sobre o satélite estacionário (e também sobre satélites estáveis não estacionários) faz o papel da força centrípeta. Essa força é necessária para manter a órbita do satélite em torno da Terra.

Conclui-se, da discussão anterior, que a alternativa correta é a E.

#### Questão 03 – Letra C

**Comentário:** Como a gravidade é baixa, o sangue apresenta um peso muito baixo, de modo que não está mais sujeito a uma força para baixo. Logo, fica mais fácil para o sangue chegar ao cérebro.

#### Questão 04 – Letra C

**Comentário:** A força de atração gravitacional da Terra sobre um satélite é proporcional ao produto das massas da Terra e do satélite e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre esses corpos. Como os satélites I e II estão equidistantes da Terra, as suas massas é que definirão qual deles sofre a força de maior intensidade. Como a massa do satélite II é o dobro da massa do satélite I, concluímos que o módulo da força no satélite II é o dobro do módulo da força no satélite I. Quanto ao satélite III, ele sofre a força de maior módulo de todos, pois, sendo a sua massa o dobro da massa do satélite I e a mesma do satélite II, mas estando à metade da distância ao Sol do que os outros dois, o módulo da força no satélite III é o quádruplo do módulo da força sobre o satélite II e o óctuplo do módulo da força sobre o satélite I. Portanto,  $F_I < F_{II} < F_{III}$ .

### Questão 05 – Letra B

**Comentário:** De acordo com a Lei da Gravitação Universal, a força de atração entre a Terra, de massa  $M$ , e a Lua, de massa  $m$ , distanciadas de  $r$ , é:

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

Se a massa da Terra aumentar para  $9M$  e a distância aumentar para  $r'$ , a nova força de atração entre a Terra e a Lua será:

$$F' = G \frac{9Mm}{(r')^2}$$

Igualando  $F'$  e  $F$ , obtemos a distância  $r'$  desejada:

$$G \frac{9Mm}{(r')^2} = G \frac{Mm}{r^2} \Rightarrow (r')^2 = 9r^2 \Rightarrow r' = 3r$$

Portanto, se a massa da Terra ficasse 9 vezes maior, a distância da Terra à Lua deveria triplicar para que a atração entre elas não se alterasse.

### Questão 06 – Letra B

**Comentário:** Como queremos que a força de atração entre o Sol e a Terra não sofra alteração, pela Lei de Gravitação de Newton, teremos:

$$\frac{Gm_T m_s}{r^2} = \frac{Gm_T m'_s}{r'^2}$$

Em que  $m_T$  é a massa da Terra,  $m_s$  a massa do Sol,  $r$  a distância entre eles,  $m'_s$  a nova massa do Sol e  $r'$  a nova distância.

$$r'^2 = \frac{m'_s}{m_s} r^2$$

Como a massa do Sol irá aumentar 4 vezes,  $m'_s = 4m_s$ .

$$r'^2 = \frac{4m_s}{m_s} r^2$$

$$r' = 2r$$

### Questão 07 – Letra B

**Comentário:** A equação dada no enunciado  $F = mGM/d^2$  corresponde à Lei da Gravitação Universal. Essa lei relaciona a massa dos corpos à atração gravitacional entre eles. Associando a Lei da Gravitação Universal com a Segunda Lei de Newton, podemos encontrar a aceleração da gravidade:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow g = \frac{mGM/d^2}{m} = \frac{GM}{d^2}$$

### Questão 08 – Letra C

**Comentário:** O módulo da aceleração da gravidade a uma altura  $h$  da superfície da Terra é dado por:

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

em que  $G$  é a constante de gravitação universal,  $M$  e  $R$  são a massa e o raio da Terra, respectivamente. Na superfície da Terra, temos  $h = 0$ , e a aceleração da gravidade vale:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

Para uma altitude igual a 5% do raio da Terra, temos  $h = 0,05R$ . Substituindo esse valor na equação anterior, obtemos:

$$g' = \frac{GM}{(R+0,05R)^2} = \frac{GM}{(1,05R)^2} = 0,907 \frac{GM}{R^2} = 0,907 g$$

Portanto,  $g'$  é cerca de 90% da aceleração na superfície, como apresentado na alternativa C.

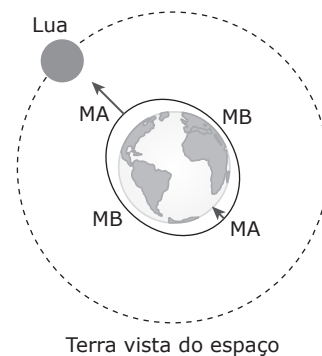
## Exercícios Propostos

### Questão 01 – Letra B

**Comentário:** O fenômeno retratado na questão é uma consequência das marés oceânicas. Quando duas forças iguais agem sobre os lados opostos de um corpo deformável, este se move com certa aceleração, mas sem se deformar. Porém, quando as forças são diferentes, o corpo se deforma, ficando mais alongado na direção das forças, como vemos na figura:



As marés oceânicas são deformações na água do mar que ocorrem porque a força de atração da Lua e, em menor proporção, do Sol, sobre o lado mais próximo da Terra é maior que sobre o lado oposto, que se acha mais distante. Como a água é um fluido, e, portanto, deformável, os oceanos ficam alongados na direção do eixo Terra-Lua, de modo que duas protuberâncias (MA: maré alta) e dois achatamentos (MB: maré baixa) aparecem nos lados opostos respectivos da Terra, como na figura a seguir:



O Sol reforça o efeito das marés quando ele, a Terra e a Lua estão alinhados. Isso ocorre nas fases de Lua nova e Lua cheia, quando as marés altas e baixas apresentam elevações e abaixamentos bem mais significativos que o usual. Essas são as marés de sizígia. Na preamar, que é o nível mais alto da maré alta, as águas do mar podem fluir para dentro do continente, pois as forças de atração gravitacional da Lua e do Sol se reforçam.

### Questão 02 – Letra C

**Comentário:** A aceleração centrípeta no satélite nada mais é do que a aceleração da gravidade que a Terra exerce no satélite.

Essa aceleração é dada por:

$$g = \frac{Gm}{r^2}$$

em que  $M$  é a massa da Terra e  $r$  é a distância do centro do planeta até o ponto onde a aceleração da gravidade está sendo calculada. Assim, para  $r = R$  (o raio da Terra),  $g$  é a aceleração da gravidade na superfície da Terra:

$$g_{\text{sup}} = \frac{GM}{R^2}$$

Na posição onde o satélite se encontra, a aceleração da gravidade é:

$$g_{\text{sat}} = \frac{GM}{R^2}$$

Como  $g_{\text{sat}} = g_{\text{sup}}/10$ , então:

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{1}{10} \frac{GM}{R^2} \Rightarrow r = \sqrt{10R^2} = 3,2R$$

Logo, a altitude do satélite é  $h = 3,2R - R = 2,2R$ . Substituindo  $R = 6,4 \cdot 10^6$  m, obtemos  $h = 1,4 \cdot 10^7$  m.

### Questão 03 – Letra A

**Comentário:** Como a força gravitacional sobre a massa é nula, a atração gravitacional de um planeta anula a do outro. Assim:

$$F_G = \frac{Gm_1 m_3}{\left(\frac{D}{3}\right)^2} = \frac{Gm_2 m_3}{\left(\frac{2D}{3}\right)^2}$$

$$\frac{m_1}{D^2} = \frac{m_2}{4D^2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$$

### Questão 04 – Letra D

**Comentário:** Sendo  $m_T$  a massa da Terra,  $m_N$  a massa de Netuno,  $d_{TS}$  a distância da Terra ao Sol e  $d_{NS}$  a distância de Netuno ao Sol, teremos, pela Lei de Gravitação de Newton, que as forças entre Sol-Terra e entre Sol-Netuno serão, respectivamente,

$$F_{ST} = \frac{GMm_T}{(d_{TS})^2} \text{ e } F_{SN} = \frac{GMm_N}{(d_{NS})^2}$$

$$\frac{F_{ST}}{F_{SN}} = \frac{m_T}{m_N} \cdot \left(\frac{d_{NS}}{d_{TS}}\right)^2$$

$$\frac{F_{ST}}{F_{SN}} = 54$$

### Questão 05 – Letra B

**Comentário:** A partir da Segunda Lei de Kepler, encontramos a relação entre os períodos das duas órbitas:

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \Rightarrow \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

Substituindo a velocidade orbital, temos:

$$v_2 = v_1 \sqrt{\frac{R_1}{2R_1}} = \frac{v_1}{\sqrt{2}} = \frac{v_1 \sqrt{2}}{2}$$

### Questão 06 – Letra B

**Comentário:** O período de translação de um satélite em diferentes planetas pode ser encontrado comparando sua velocidade linear à velocidade média, dado que este percorre uma circunferência de raio de órbita em um período de translação completo. Portanto, igualando a gravitação universal à força centrípeta, tem-se que:

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

A velocidade se relaciona com o período da seguinte forma:

$$\frac{2\pi R}{T} = v \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

Logo, a razão entre os períodos pode ser dada por:

$$\frac{T'}{T} = \frac{\cancel{2\pi} \sqrt{\frac{(4R)^3}{G(9M)}}}{\cancel{2\pi} \sqrt{\frac{R^3}{GM}}} = \frac{8}{3} \Rightarrow T' = \frac{8T}{3}$$

### Questão 07 – Letra A

**Comentário:** Aplicando a equação para o cálculo da força gravitacional,  $F = GMm/d^2$ , e como  $P = mg$ , temos que  $g = GM/d^2$ . Substituindo os dados do enunciado, encontramos que  $g \cong 8,7$  m/s<sup>2</sup>.

### Questão 08 – Letra D

**Comentário:** Aplicando a Lei da Gravitação Universal antes e depois das mudanças e substituindo uma equação pela outra, podemos encontrar a forma depois em função da força antes:

$$F = \frac{Gm_1 m_2}{d^2}$$

$$F' = \frac{G(2m_1)m_2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = 4,2 \frac{Gm_1 m_2}{d^2} = 8F$$

### Questão 09 – Letra A

**Comentário:** Lembrando que o volume de uma esfera é dado por  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , e aplicando a definição de densidade  $\rho = \frac{m}{V}$ , podemos encontrar a aceleração da gravidade usando a Lei da Gravitação Universal:

$$g_{\text{Lua}} = G \frac{M_{\text{Lua}}}{R_{\text{Lua}}^2}$$

$$g_{\text{Lua}} = G \frac{\rho_{\text{Lua}} V_{\text{Lua}}}{R_{\text{Lua}}^2} = G \frac{\rho_{\text{Lua}} \frac{4}{3}\pi R_{\text{Lua}}^3}{\left(\frac{R_{\text{Terra}}}{4}\right)^2} = G \frac{\rho_{\text{Terra}} \frac{4}{3}\pi \left(\frac{R_{\text{Terra}}}{4}\right)^3}{\frac{R_{\text{Terra}}^2}{4^2}}$$

$$g_{\text{Lua}} = \frac{4^2}{2 \cdot 4^3} G \frac{\rho_{\text{Terra}} V_{\text{Terra}}}{R_{\text{Terra}}^2} = \frac{1}{8} g_{\text{Terra}}$$

### Questão 10 – Letra B

**Comentário:** Se as acelerações da gravidade na Terra (massa  $M_T$ , raio  $R_T$  e densidade  $\rho_T$ ) e no planeta do Pequeno Príncipe (massa  $M_p$ , raio  $R_p$  e densidade  $\rho_p$ ) são iguais, então:

$$\frac{GM_T}{R_T^2} = \frac{GM_p}{R_p^2} \Rightarrow \frac{M_T}{R_T^2} = \frac{M_p}{R_p^2} \Rightarrow \frac{R_T M_T}{R_T^3} = \frac{R_p M_p}{R_p^3}$$

Como a densidade  $\rho$  de uma esfera é proporcional à razão entre a massa da esfera e o cubo do raio, temos:

$$R_T \rho_T = R_p \rho_p$$

Substituindo  $R_T$  por  $10^6 R_p$  (o raio da Terra é um milhão de vezes maior que o raio do planeta do Pequeno Príncipe), obtemos:

$$10^6 R_p \rho_p = R_p \rho_p \Rightarrow \rho_p / \rho_T = 10^6$$

### Questão 11 – Letra A

**Comentário:** Para medir a massa de um astro, no caso Plutão, isolamos a massa na equação da Lei da Gravitação Universal:

$$F = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow M = \frac{F \cdot r^2}{G \cdot m}$$

Sendo  $F$  a força gravitacional sobre a sonda,  $m$  a massa da sonda e  $r$  o raio da órbita.

Para encontrar a força gravitacional, podemos usar a equação da força centrípeta, que, caso a sonda esteja em uma órbita circular, será de:

$$F = m \cdot a_c = m \frac{v^2}{r} = m \frac{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}\right)^2}{r} = m \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2 \cdot r} = m \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2}$$
$$M = \frac{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r \cdot r^2}{G \cdot m \cdot T^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2}$$

Dessa forma, percebemos que, para encontrar a massa de Plutão, precisamos medir o raio e o período  $T$  da órbita da sonda, uma vez que esta seja circular, o que é descrito na alternativa A. A alternativa B não produz um método plausível, pois, para encontrar a massa de um corpo relacionando seu raio com o de outro corpo de massa conhecida, teríamos de conhecer a densidade dos dois corpos, o que não ocorre na situação do enunciado. As alternativas C e E propõem a realização de medidas da órbita de Plutão em torno do Sol, o que não pode ser usado para medir a massa de Plutão, embora pudesse ser usado para medir a massa do Sol. A alternativa D está incorreta porque a distância da Terra e o tempo que a luz do Sol leva para chegar até Plutão nada nos dizem sobre sua massa.

### Questão 12

**Comentário:**

A) A razão entre as velocidades pode ser dada por:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{GM/R_1}}{\sqrt{GM/R_2}} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

B) O valor do período  $T_2$  dos satélites SkySats, em horas, será:

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$
$$T_2 = \sqrt{\frac{24^2 \cdot 7 \cdot 000^3}{42 \cdot 000^3}}$$
$$T_2 = 1,63 \text{ h}$$

## Seção Enem

### Questão 01 – Letra D

**Eixo cognitivo:** I

**Competência de área:** 6

**Habilidade:** 20

**Comentário:** Sendo a órbita circular, e devido à interação gravitacional entre um determinado objeto e o buraco negro, teremos que:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{GmM}{R^2}$$
$$M = \frac{Rv^2}{G}$$

Sendo  $v$  a velocidade do objeto,  $m$  sua massa,  $r$  o raio da órbita e  $M$  a massa do buraco negro.

Sabemos que a velocidade de um objeto em movimento circular uniforme pode ser expressa por:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Em que  $T$  representa o período do movimento. Levando essa expressão àquela obtida igualando a força centrípeta com a gravitacional, chegamos a:

$$M = \frac{R}{G} \left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2$$
$$M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$$

### Questão 02 – Letra E

**Eixo cognitivo:** I

**Competência de área:** 6

**Habilidade:** 20

**Comentário:** Sobre as alternativas A e B:

De acordo com a Lei da Gravidade de Newton, podemos avaliar que a intensidade da força da Terra sobre uma maçã é algo perto de 1 N, enquanto a força do Sol sobre um planeta, mesmo que muito distante, é gigantesca, pois as massas do planeta e do Sol, que devem ser levadas em conta nos cálculos, são muito grandes.

Sobre as alternativas C e D:

Não existe conexão entre a força da Terra sobre uma maçã e a força do Sol sobre um planeta. A primeira é voltada para o centro da Terra, enquanto a outra é voltada para o centro do Sol.

Sobre a alternativa E:

De acordo com a Lei da Gravidade de Newton, todos os corpos, sejam eles planetas, estrelas, carros ou pessoas, atraem-se mutuamente. Por isso, a força da Terra sobre uma maçã e a força do Sol sobre um planeta apresentam a mesma origem, sendo ambas forças gravitacionais e calculadas pela clássica equação:  $F = G.M.m/r^2$ .

## MÓDULO – B 13

### Instrumentos Ópticos

#### Exercícios de Aprendizagem

##### Questão 01 – Letra D

**Comentário:** Apenas lentes convergentes produzem imagens aumentadas de um objeto e logo a lente da lupa deve ser convergente. Por outro lado, a lupa produz uma imagem direita, e logo virtual; assim, o objeto deve ser colocado entre o foco e a lente. Quando o objeto está além do foco, as imagens produzidas são reais.

##### Questão 02 – Letra A

**Comentário:** A alternativa A está incorreta, pois a imagem de uma pessoa distante teria tamanho menor que o da pessoa.

##### Questão 03 – Letra C

**Comentário:** Toda imagem projetada é real, pois a projeção pressupõe a existência física de luz sobre o anteparo. Como toda imagem real é invertida, a imagem formada é invertida.

##### Questão 04 – Letra C

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

1. Incorreta. A miopia ocorre quando o conjunto córnea + cristalino é mais convergente do que deveria e a imagem acaba por se formar antes da retina, logo, para corrigir este problema, deve-se usar lentes divergentes.
2. Correta. Quando se observa objetos distantes, a imagem é formada próxima ao foco do conjunto córnea + cristalino, no olho míope este foco fica antes da retina.
3. Incorreta. Estrelas são objetos muito distantes, logo, suas imagens são formadas sobre o foco, que no olho míope se encontra antes da retina.

##### Questão 05 – Letra D

**Comentário:** O cristalino, junto da córnea, faz papel de uma lente convergente, sendo responsável por focalizar a luz formando imagens sobre a retina como afirma a alternativa D. O controle da quantidade de luz que entra no olho é feito pela íris, a energia dos fótons é definida pela luz que chega ao olho e corresponde as cores dos objetos, não há nenhuma estrutura para modificar esta grandeza no olho humano, assim como, também não há nenhuma estrutura funcionando como lente divergente.

##### Questão 06 – Letra B

**Comentário:** Podemos ver pela figura que a imagem está se formando antes da retina, o que é uma característica de um olho míope; para corrigir este problema, devemos usar lentes divergentes, de forma que o conjunto lente corretiva + córnea + cristalino se torne uma lente com a convergência adequada a formar a imagem sobre a retina.

##### Questão 07 – Letra C

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

- I. Incorreta. As lentes inferiores são para melhorar a visão de objetos próximos, pessoas com miopia têm dificuldade de enxergar objetos distantes.
- II. Correta. Pessoas com dificuldade de observar objetos distantes precisam usar lentes divergentes. É o caso de míopes.
- III. Correta. Pessoas com hipermetropia são pessoas que têm o conjunto córnea + cristalino menos convergente do que deveria, por isso precisam usar lentes convergentes. Pessoas com presbiopia têm um enrijecimento do cristalino, de forma que este não mais consegue aumentar sua convergência. Logo, a correção também é feita através de lentes convergentes, porém, somente devem ser usadas quando se pretende observar objetos próximos.
- IV. Incorreta. Como convergentes fazem a imagem se formar antes de onde estavam sem o uso da lente. Ou seja, objetos que eram formados depois da retina irão se formar sobre a retina, imagens que se formam antes da retina se afastaram mais ainda da retina.
- V. Correta. As lentes inferiores, por serem convexas, podem convergir quaisquer raios de luz, inclusive do Sol.

##### Questão 08 – Letra A

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

- I. Verdadeira. O cristalino e a córnea funcionam como duas lentes convergentes de foco ajustável. Para objetos no infinito, em olhos saudáveis, o sistema formado por essas lentes tem como foco a retina.
- II. Verdadeira. O cristalino do míope é muito convergente e, logo, as imagens são formadas antes da retina.
- III. Falsa. Num olho hipermetrope, as imagens são formadas após a retina, ou seja, o cristalino é pouco convergente. Logo, esse defeito é corrigido com o auxílio de uma lente convergente, que deixa o sistema óptico do olho humano mais convergente.

### Exercícios Propostos

##### Questão 01 – Letra E

**Comentário:** Pela equação dos fabricantes de lentes,

$$V = \frac{1}{f} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot \left( \frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{meio}}} - 1 \right).$$

Percebe-se que a distância focal do cristalino aumenta com o aumento do raio deste. Como no caso do paciente com catarata o cristalino tem seu raio de curvatura diminuído, há diminuição da sua distância focal e aumento de sua convergência. Por isso, para se corrigir a miopia usam-se lentes divergentes.

## Questão 02 – Letra E

**Comentário:** Analisando cada alternativa separadamente:

- A) Incorreta. Espelhos convexos sempre formam imagens virtuais e não focalizam os raios de luz, logo, não é possível utilizá-los como espelho captador de luz em telescópios.
- B) Incorreta. Espelhos côncavos conjugam imagens virtuais, desde que o objeto esteja entre o foco e o vértice do espelho.
- C) Incorreta. Quando o objeto é colocado no centro de curvatura do espelho côncavo uma imagem real e invertida é conjugada também sobre o centro de curvatura.
- D) Incorreta. Quando um objeto é colocado entre o foco e o centro de curvatura de espelho côncavo a imagem formada é real e invertida.
- E) Correta. Para encontrar a ampliação de um espelho esférico primeiramente a distância em que a imagem será formada através da equação de Gauss:

$$f = \frac{R}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} \Rightarrow D_i = \frac{f \cdot D_o}{D_o - f} = \frac{30 \cdot 10}{30 - 10} = 15 \text{ cm}$$

E então usamos a equação da ampliação:

$$A = \frac{H_i}{H_o} = \frac{D_i}{D_o} = \frac{15}{10} = 1,5$$

## Questão 03 – Letra A

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

- (F) O ponto remoto do olho corresponde à distância máxima que um objeto pode estar para ter sua imagem projetada na retina, este ponto está mais próximo do que deveria em pessoas com miopia, não com hipermetropia.
- (V) O ponto próximo do olho corresponde à distância mínima que um objeto pode estar para ter sua imagem projetada na retina, este ponto está mais distante do que deveria em pessoas com hipermetropia e este defeito pode ser corrigido com lentes convergentes.
- (V) Ao se afastar do ponto remoto, o foco do conjunto córnea + cristalino, que estava antes da retina, é ajustado para mais próximo da retina, em que serão formadas as imagens.
- (V) Ao se aproximar do ponto próximo, o foco do conjunto córnea + cristalino, que estava após a retina, é ajustado para mais próximo da retina, em que serão formadas as imagens.
- (F) O globo ocular achatado faria com que as imagens se formassem após a retina, ou seja, geraria um problema de hipermetropia. A miopia pode ocorrer quando o globo ocular é alongado.

## Questão 04 – Letra B

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

- (F) Para que a imagem formada por uma lente convergente seja real e ampliada, o objeto deve estar entre o ponto antiprincipal ( $2f = 2 \text{ cm}$ ) e o foco ( $f = 1 \text{ cm}$ ).

(V) Usando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow D_i = \frac{f \cdot D_o}{D_o - f} = \frac{1 \cdot 1,5}{1,5 - 1} = 3 \text{ cm.}$$

- (V) Como a imagem formada pela objetiva é real, maior e direta, mas, ela é a imagem da imagem formada pela objetiva, que é virtual, invertida e maior que o objeto, logo, a imagem da ocular é real, invertida e maior que o objeto.
- (F) Para que a ocular forme imagem real e maior que a imagem formada pela objetiva, esta deve estar entre o foco e o vértice da objetiva, ou seja, a uma distância menor que  $4 \text{ cm}$ .

## Questão 05 – Letra A

**Comentário:** As lentes do telescópio são, ambas, convergentes. Segundo o texto, a primeira imagem é real (objetiva  $\rightarrow$  convergente) e a segunda imagem é ampliada (ocular  $\rightarrow$  convergente).

## Questão 06 – Letra D

**Comentário:** Os raios que chegam paralelos, do astro observado até o espelho A, tentam convergir para um ponto que é o seu foco. Esse foco, onde se forma a imagem produzida pelo espelho A, fica atrás do espelho B, funcionando, para esse espelho, portanto, como objeto virtual. O espelho B, no telescópio newtoniano, é plano e a luz refletida por ele, em direção à ocular, obedece à lei da reflexão (como em qualquer espelho), que garante que os ângulos de incidência e reflexão sejam congruentes.

## Questão 07 – Letra A

**Comentário:** A lente formada pela gota será do tipo plano-convexa, terá um dos raios de curvatura igual a  $+2,5 \text{ mm}$  ( $+2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ) e o outro tendendo para o infinito ( $1/R \rightarrow 0$ ). Considere que o meio externo à gota seja o ar ( $n_{\text{AR}} = 1$ ) e, assim, o índice de refração da glicerina, em relação ao ar, será  $n = 1,5$ . Para que a vergência seja obtida em di (dioptria), o raio deve estar no SI, ou seja, em metro. Dessa forma, tem-se:  $C = (1,5 - 1) \cdot [(1/2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}) + 0] = 0,5 \cdot 10^3 / 2,5 = 200 \text{ di}$

## Questão 08 – Letra A

**Comentário:** Como a vergência é negativa, por convenção, a lente é divergente. Assim, o paciente provavelmente é míope, pois esse tipo de lente corrige imagens formadas antes da retina. Ademais, sabe-se que a vergência é o inverso da distância focal, medida em metros. Portanto,  $f = \frac{1}{-4} = -0,25 \text{ m}$ .

## Questão 09 – Letra E

**Comentário:** Pelas informações do enunciado, a distância entre objeto e lente era de  $50 \text{ cm}$  e a distância entre imagem e lente era de  $2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$ . Aplicando a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{50} + \frac{1}{200} = \frac{4+1}{200} = \frac{1}{40}$$

$$f = 40 \text{ cm}$$

Como a distância focal é positiva, a lente é convergente e o paciente é hipermetrope, pois tal tipo de lente corrige imagens formadas após a retina. A sua vergência  $V$  é o inverso da distância focal medida em metros, ou seja,  $V = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ di}$ .

### Questão 10 – Letra C

**Comentário:** Perceba que, como a imagem conjugada pelo espelho plano é real, o objeto deve ser virtual, ou seja, os feixes de luz refratados pela lente devem formar uma imagem atrás do espelho, e, o espelho plano não muda as propriedades da imagem, apenas a direciona para o anteparo. Assim, a distância entre imagem real e espelho deve ser igual à distância entre espelho e anteparo, ou seja, devemos considerar que a lente está formando uma imagem a uma distância  $d_i = d_{LE} + d_{EA}$ . Assim, pela equação de aumento,  $d_i = 3d_o$ . Pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{3d_o} + \frac{1}{d_o} = \frac{3+1}{3d_o} = \frac{4}{3d_o}$$

$$d_o = 40 \text{ cm} \Rightarrow$$

$$d_i = 3d_o = 3 \cdot 40 = 120 \text{ cm}$$

Assim, o anteparo está a uma distância do espelho de  $d_{LE} = d_i - d_o = 120 - 40 = 80 \text{ cm}$ .

### Questão 11 – Letra D

**Comentário:** Primeiramente, percebemos que como a vergência  $V$  é o inverso da distância focal medida em metros,  $f = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$ . Por outro lado, perceba que a imagem formada pela lupa é direita, ou seja, virtual. Para que esse tipo de imagem seja conjugado, é necessário que o objeto esteja entre o foco e o centro óptico da lente, ou seja, a uma distância inferior a 25 cm da lente.

### Questão 12 – Letra D

**Comentário:** Na correção da miopia, o módulo da distância focal da lente divergente deve ser igual à distância máxima enxergada pela pessoa. Logo, a distância focal da lente será de  $-40 \text{ cm} = -0,4 \text{ m}$ . Assim, sua vergência será de

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{-0,4} = -2,5 \text{ di}$$

### Questão 13 – Letra C

**Comentário:** O aumento final será dado pelo produto entre os aumentos produzidos por cada lente. O objeto dista 6,1 mm da lente objetiva, de distância focal 6,0 mm. Pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} \Rightarrow \frac{1}{d_i} = \frac{1}{6} - \frac{1}{6,1} = \frac{6,1-6}{6 \cdot 6,1} = \frac{1}{366} = 366 \text{ mm}$$

$$A_1 = \frac{h_i}{h_o} = \frac{d_i}{d_o} = \frac{366}{6,1} = 60$$

O aumento total será  $A = 60 \cdot 11,4 = 684$ .

### Questão 14 – Letra C

**Comentário:** Como os astros observados pela luneta estão muito distantes (podemos considerar no infinito), a objetiva formará uma imagem real sobre seu foco (58,2 cm), esta imagem atuará como objeto para a lente ocular, assim:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow$$

$$D_i = \frac{f \cdot D_o}{D_o - f} = \frac{1,9 \cdot (60 - 58,2)}{(60 - 58,2) - 1,9} = -34,2 \text{ cm}$$

Ou seja, a imagem será formada a 34,2 cm da objetiva e, como o sinal é negativo, a imagem é virtual.

### Questão 15 – Letra E

**Comentário:** Perceba que os feixes de luz provenientes do objeto distante chegam de forma paralela, e logo uma primeira imagem será formada sobre o foco da objetiva, que se localiza a  $80 - 60 = 20 \text{ cm}$  da ocular. A imagem final será formada pela ocular, a partir, portanto, de um objeto que dista 20 cm da lente. Pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_o} = \frac{1}{30} - \frac{1}{20} = -\frac{1}{60}$$

$$d_i = -60 \text{ cm}$$

## Seção Enem

### Questão 01 – Letra B

**Eixo cognitivo:** III

**Competência de área:** 1

**Habilidade:** 2

**Comentário:** Um feixe de luz paralelo, para formar uma imagem nítida, deve convergir sobre a retina. O olho míope forma essa imagem antes da retina. Para corrigir este problema, as lentes corretivas, no caso as lentes fáticas, devem ser divergentes, assim o feixe de luz não chegaria ao cristalino em paralelo, e sim divergindo, de forma que ao passar pelo cristalino ele passa a convergir sobre a retina.

### Questão 02 – Letra C

**Eixo cognitivo:** III

**Competência de área:** 2

**Habilidade:** 6

**Comentário:** A melhor lente seria aquela cujos tempos de escurecimento e esmaecimento fossem menores, ou seja, aquela que mais rapidamente responde ao estímulo externo. Além disso, uma menor transmitância, ou seja, um maior escurecimento da lente, seria também uma característica desejada. Tomando como critérios de escolha da melhor lente, temos tanto menor valor da soma dos tempos de escurecimento e esmaecimento como menor valor da transmitância. Assim, a lente com as melhores características é a 3.

### Questão 03 – Letra C

Eixo cognitivo: I

Competência de área: 5

Habilidade: 17

**Comentário:** Observe, nas figuras da questão, que o problema 1 se refere à miopia (o sistema córnea-cristalino converge os raios paralelos para um ponto antes da retina – olho muito convergente) e o problema 2 se refere à hipermetropia (o sistema córnea-cristalino converge os raios paralelos para um ponto após a retina – olho pouco convergente). A correção do problema 1 se faz com lentes divergentes e a do problema 2 com lentes convergentes. Portanto, a alternativa correta é a C.

## MÓDULO – B 14

### Movimento Harmônico Simples (MHS)

#### Exercícios de Aprendizagem

##### Questão 01 – Letra B

**Comentário:** O período de um pêndulo simples depende exclusivamente do seu comprimento (L) e do módulo da aceleração local da gravidade (g), ou seja:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ .

Veja que o período não depende da massa (m) do pêndulo. Dessa forma, os períodos dos pêndulos 1 e 2 são iguais e diferentes do período do pêndulo 3.

##### Questão 02 – Letra B

**Comentário:** O período é, por definição, o intervalo de tempo de uma oscilação completa. Sabendo que ele gasta 0,5 s para ir de uma extremidade a outra, ele gastará mais 0,5 s para retornar a sua posição inicial. Portanto o período será de 1,0 s. Logo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1} \Rightarrow f = 1 \text{ Hz}$$

##### Questão 03 – Letra B

**Comentário:** O período de oscilação de um pêndulo é dado por  $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ , sendo L o seu comprimento.

Um aumento de temperatura dilata o fio e aumenta o comprimento L, o que consequentemente aumenta o período T. Como a frequência é o inverso do período, ela vai diminuir.

##### Questão 04 – Letra D

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

I) Verdadeira. O período de oscilação de um pêndulo simples depende apenas da aceleração da gravidade e do comprimento da corda, conforme a equação:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Como as duas cordas possuem o mesmo tamanho, os pêndulos possuem também o mesmo período.

II) Falsa. Utilizando a conservação da energia entre os pontos mais alto e mais baixo da trajetória, tem-se que:

$$\begin{aligned} E_{\text{alto}} &= E_{\text{baixo}} \Rightarrow \\ E_{\text{Pg alto}} + E_{\text{C alto}} &= E_{\text{Pg baixo}} + E_{\text{C baixo}} \Rightarrow \\ mgh &= \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} \end{aligned}$$

Como a velocidade do pêndulo independe da sua massa, os dois passarão com a mesma velocidade no ponto mais baixo da sua trajetória.

III) Falsa. A aceleração no ponto de equilíbrio (ponto mais baixo da trajetória no caso do pêndulo) é nula.

##### Questão 05 – Letra A

**Comentário:** A frequência de oscilação de um MHS qualquer é dada por  $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ , em que m é massa do corpo sujeito ao MHS e k representa a constante elástica da mola. Mesmo que a força inicial ou a amplitude diminuam, a frequência independe destas condições iniciais, portanto a mola vai oscilar com a mesma frequência f.

##### Questão 06 – Letra A

**Comentário:** A aceleração é máxima quando a força é máxima, ou seja, nos pontos em que a mola está mais comprimida (A) ou mais distendida (E). Já a velocidade, como o movimento é oscilatório, é máxima quando a força é mínima, ou seja, no ponto C. Assim, duas respostas possíveis seriam A e C ou E e C, destas, somente A e C estão entre as alternativas.

##### Questão 07 – Letra B

**Comentário:** A questão admite duas soluções:

1. A energia mecânica do sistema mostrado é 60 J (em  $x = 0 \Rightarrow E_p = 0$  e  $E_{\text{MEC}} = E_c = 60$  J). A energia potencial do sistema varia com o quadrado da elongação [ $E_p = (1/2)k.x^2$ ] e para  $x = \pm 2,0$  m, temos  $E_p = 60$  J. Logo, em  $x = -1,0$  m, a energia potencial vale  $E_p = 15$  J. Portanto, nessa posição, a energia cinética é igual a 45 J ( $E_{\text{MEC}} = E_c + E_p$ ).
2. Conforme já mencionado,  $E_p = (1/2)k.x^2$  e, para  $x = \pm 2,0$  m,  $E_{\text{MEC}} = E_p = 60$  J. Assim, temos:  
 $E_p = (1/2)k.x^2 = 60 \Rightarrow (1/2)k.2^2 = 60 \Rightarrow k = 30 \text{ N/m}$ .  
Em  $x = -1,0$  m,  $E_p = (1/2)k.x^2 = (1/2)30.(-1,0)^2 = 15$  J.  
 $E_{\text{MEC}} = E_c + E_p \Rightarrow 60 = E_c + 15 \Rightarrow E_c = 45$  J.

##### Questão 08 – Letra A

**Comentário:** Pelo gráfico, percebemos que o período (tempo de uma oscilação completa) é 0,8 s. A frequência, sendo o inverso do período, será  $f = 1,25$  Hz, como afirma a alternativa A.



## Exercícios Propostos

### Questão 01 – Letra B

**Comentário:** Considerando o sistema como ideal e escolhendo um ponto onde a energia cinética é nula, a energia total do sistema poderá ser calculada como:

$$E_M = E_{pe} + E_{pg} \Rightarrow$$

$$E_M = \frac{1}{2}kx^2 + mgh$$

Logo  $E_M$  é função de  $m$ ,  $g$ ,  $x$  e  $k$ .

### Questão 02 – Letra E

**Comentário:** A frequência do sistema massa-mola, que é o inverso do período, pode ser calculada por:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_A = 2f_B \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M_A}} = 2 \cdot \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M_B}} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{M_A}} = 2 \sqrt{\frac{1}{M_B}}$$

Elevando os dois membros ao quadrado, temos:

$$\frac{1}{M_A} = 4 \frac{1}{M_B} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{M_A}{M_B}$$

### Questão 03 – Letra C

**Comentário:** Como se trata de um pêndulo simples e esse se encontra na superfície terrestre, seu período antes da redução do comprimento pode ser escrito como:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Após o comprimento ter sido reduzido, seu novo período será:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{L'}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L/4}{g}} \Rightarrow T' = \frac{1}{2} 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{1}{2} T \Rightarrow T' = 4,0 \text{ s}$$

Como a frequência é o inverso do período, teremos que:

$$f' = \frac{1}{T'} = \frac{1}{4} \text{ Hz}$$

### Questão 04 – Letra C

**Comentário:** Como o pêndulo executa 20 oscilações em 2,0 minutos = 120 segundos, seu período é de 6 segundos. Pela fórmula do período de oscilação de um pêndulo e aproximando  $\pi = 3,14$ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow 6 = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{9}{g}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3,14}{\sqrt{g}}$$

$$\sqrt{g} = 3,14 \Rightarrow g = 3,14^2 \cong 9,87 \text{ m/s}^2$$

### Questão 05 – Letra A

**Comentário:** Utilizando a equação do pêndulo para isolar o comprimento do fio, tem-se:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

Substituindo os valores fornecidos, encontra-se:

$$L = \frac{16^2 \cdot 10}{4 \cdot 3^2} = \frac{2 \cdot 560}{36} \Rightarrow L \approx 71 \text{ m}$$

### Questão 06 – Letra A

**Comentário:** Desprezando a atuação de qualquer força dissipativa ou externa, a energia mecânica do sistema vai se conservar. Como desejamos determinar a velocidade do bloco no momento em que a energia cinética seja igual a potencial,  $E_c = E_{pe}$ , teremos que a energia total do sistema terá que se distribuir igualmente entre esses dois tipos de energia. Portanto:

$$E_M = E_c + E_{pe}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} k A^2 \right) = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = A \sqrt{\frac{k}{2m}} = 20 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-1}}}$$

$$v = 20 \text{ m/s}$$

### Questão 07 – Letra E

**Comentário:** Como os seis pêndulos estão oscilando no mesmo local, a gravidade que atua sobre eles é igual. Portanto, usando dos valores do pêndulo P chegamos a:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$g = 4L \left( \frac{\pi}{T} \right)^2 = 4 \cdot 100 \cdot \frac{\pi^2}{4}$$

$$g = 100\pi^2$$

Logo, o pêndulo que terá o período de 1 s é aquele de comprimento igual a:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g} \Rightarrow L = \frac{g}{4} \left( \frac{T}{\pi} \right)^2$$

$$L = \frac{100\pi^2}{4} \cdot \frac{1}{\pi^2} = 25 \text{ cm}$$

### Questão 08 – Letra E

**Comentário:** Usando a equação para o período do pêndulo, temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}}; T_2 = \frac{T_1}{2}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} = \pi \sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$2\sqrt{L_2} = \sqrt{L_1} \Rightarrow L_2 = \frac{L_1}{4} = \frac{100}{4} = 25 \text{ cm}$$

### Questão 09 – Letra A

**Comentário:** Se o bloco inicia o movimento em  $x = -2,0 \text{ m}$ , a amplitude de oscilação será  $A = 2,0 \text{ m}$ . Veja, no gráfico, que a energia potencial em  $x = \pm 1,0 \text{ m}$  vale  $U = 1,0 \text{ J}$ . Tal energia pode ser calculada por  $U = (1/2)kx^2$ , e, dessa forma, a energia em  $x = \pm 2,0 \text{ m}$  (extremos da oscilação) será  $U = 4,0 \text{ J}$ , pois  $1,0 = (1/2)k \cdot 1,0^2 \Rightarrow k = 1,0 \text{ N/m}$ . Nesses pontos, a energia mecânica é apenas potencial e vale, portanto,  $4,0 \text{ J}$ . Por isso, a alternativa A é a incorreta.

### Questão 10 – Letra C

**Comentário:** Como a frequência do sistema massa-mola é de 4,00 Hz, podemos escrever:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} = 2 \cdot f \cdot \pi$$

$$\frac{k}{m} = (2 \cdot f \cdot \pi)^2 = 4 \cdot f^2 \cdot \pi^2 = 4 \cdot 4^2 \cdot \pi^2 = 64\pi^2 \cong 632$$

Por inspeção, verifica-se que o valor da razão entre a constante elástica e a massa equivale a aproximadamente 632. Apenas os valores da alternativa C (1 000 N e 1,58 kg) satisfazem essa razão.

### Questão 11 – Letra C

**Comentário:** Sendo o período de oscilação do pêndulo simples nesse planeta duas vezes maior que o período do mesmo pêndulo, que significa mesmo comprimento, no planeta Terra, teremos que:

$$T_{\text{Planeta}} = 2T_{\text{Terra}}$$

$$2 \cdot \pi \sqrt{\frac{L}{g_{\text{Planeta}}}} = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{L}{g_{\text{Terra}}}}$$

$$\frac{1}{g_{\text{Planeta}}} = \frac{2^2}{g_{\text{Terra}}}$$

$$g_{\text{Planeta}} = \frac{g_{\text{Terra}}}{4} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

### Questão 12 – Letra C

**Comentário:** Esse pêndulo composto oscila como um misto de dois pêndulos simples, metade da oscilação com um período  $T_1$  e metade com um período  $T_2$ , ou seja, com um período total:

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{L-d}{g}} = \frac{\pi}{\sqrt{g}} (\sqrt{L} + \sqrt{L-d})$$

Usando os dados fornecidos:

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{g}} (\sqrt{L} + \sqrt{L-d}) \Rightarrow$$

$$1,5 = \frac{\pi}{\sqrt{g}} (\sqrt{L} + \sqrt{L-d})$$

$$\sqrt{L-d} = 0,5 \Rightarrow L-d = 0,25 \Rightarrow d = 0,75 \text{ m}$$

### Questão 13 – Letra C

**Comentário:** O coeficiente de dilatação linear da barra pode ser expresso como sendo

$$L_s = L_N (1 + \alpha \Delta t) \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{(L_s / L_N) - 1}{\Delta t}$$

Da equação do período do pêndulo simples, podemos explicitar o comprimento do pêndulo como segue:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

$$L_N = \frac{T_N^2 g}{4\pi^2}$$

$$L_s = \frac{T_s^2 g}{4\pi^2}$$

Substituindo  $L_N$  e  $L_s$  na equação do coeficiente de dilatação linear, obtém-se finalmente:

$$\alpha = \frac{(T_s^2 g / 4\pi^2) / (T_N^2 g / 4\pi^2) - 1}{\Delta t} = \frac{(T_s^2 / T_N^2) - 1}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{(T_s / T_N)^2 - 1}{\Delta t}$$

## Seção Enem

### Questão 01 – Letra C

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 1

**Habilidade:** 1

**Comentário:** O período de oscilação da suspensão do veículo é o tempo que o carro leva para passar sobre duas faixas consecutivas, logo:

$$t = \frac{d}{v}$$

Convertendo as unidades e efetuando os cálculos:

$$t = \frac{8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{108 / 3,6 \text{ m/s}} = \frac{8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{30 \text{ m/s}} \Rightarrow$$

$$t = \frac{4}{15} 10^{-2} \text{ s}$$

A frequência será, portanto:

$$f = \frac{1}{t} = \frac{1}{\frac{4}{15} + 10^{-2} \text{ s}} = \frac{15}{4} \cdot 10^2 \Rightarrow f = 375 \text{ hertz}$$

### Questão 02 – Letra A

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 1

**Habilidade:** 1

**Comentário:** Para o funcionamento adequado, o período de oscilação do pêndulo deve ser constante.

De acordo com a equação do período:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Conclui-se que o comprimento da haste deve ser mantido constante.

### Questão 03 – Letra C

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 1

**Habilidade:** 1

**Comentário:** Analisando um movimento circular uniforme, vemos que, ao decompor esse movimento em eixos perpendiculares no plano do movimento, temos duas componentes que são movimentos retilíneos harmônicos simples. A sombra do enfeite de berço corresponde a uma dessas projeções do movimento circular, portanto, descreve um movimento retilíneo harmônico simples.

## MÓDULO – B 15

## Introdução à Ondulatória

## Exercícios de Aprendizagem

## Questão 01 – Letra C

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

- I) Falsa. Ondas mecânicas não se propagam no vácuo.  
 II) Verdadeira. Essa é a definição de uma onda longitudinal.  
 III) Verdadeira. Ondas eletromagnéticas são o único tipo de onda que se propagam no vácuo.  
 IV) Falsa. Ondas sonoras são um exemplo de ondas longitudinais e mecânicas.

Dessa forma, a alternativa que contém apenas afirmações corretas é a C.

## Questão 02 – Letra A

**Comentário:** Perceba que se podem definir frequência, comprimento de onda e velocidade de propagação para qualquer tipo de onda, enquanto cor e energia dos fótons são propriedades exclusivas de ondas eletromagnéticas e estão relacionadas com a frequência.

## Questão 03 – Letra A

**Comentário:** Como o módulo da velocidade de propagação da onda é o mesmo em todas as direções de propagação, as frentes de onda são equidistantes da fonte. Como se trata de fontes pontuais, as frentes de onda formam esferas, cujo centro é a fonte pontual.

## Questão 04 – Letra A

**Comentário:** Perceba que  $x$  representa o comprimento de onda e  $y$  a amplitude da onda. Como  $v = \lambda f$  e  $\lambda = x$ , no caso a velocidade  $v$  será dada por  $v = f \cdot x$ .

## Questão 05 – Letra D

**Comentário:** Todas as ondas eletromagnéticas, dentre as quais, os raios ultravioleta provenientes do Sol, se propagam no vácuo com velocidade da luz, que é aproximadamente  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s. Essa forma de propagação de energia, através de ondas eletromagnéticas, é chamada de irradiação. Essas ondas também são transmitidas em outros meios além do vácuo, com o ar, alterando a sua velocidade.

## Questão 06 – Letra B

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

- I. Incorreta. Considerando que os dois eixos do plano que representa as ondas P e Q são referentes a espaço, e sabendo que a amplitude de uma onda é a distância do eixo central a um ponto da extremidade, é possível perceber que as amplitudes das ondas P e Q são iguais.

II. Correta. Como o comprimento de onda pode ser determinado pela distância entre duas cristas ou dois vales, é fácil perceber que  $P = 4$  unidades de comprimento e  $Q = 2$  unidades de comprimento.

III. Incorreta. Como as velocidades de propagação são iguais, e usando do resultado da afirmação anterior, teremos que a relação entre as frequências é:

$$\begin{aligned} v_P &= v_Q \\ \lambda_P f_P &= \lambda_Q f_Q \\ 4f_P &= 2f_Q \\ f_P &= \frac{1}{2} f_Q \end{aligned}$$

## Questão 07 – Letra E

**Comentário:** A distância entre duas cristas sucessivas é igual ao comprimento de onda. Logo,  $\lambda = 6,0$  m. Como as cristas se deslocam 12 m a cada 4,0 s, sua velocidade é  $v = 3,0$  m/s. Como a frequência depende apenas da fonte, todos os pontos da onda terão a mesma frequência e iguais a:

$$v = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3}{6} = 0,5 \text{ Hz}$$

## Questão 08 – Letra B

**Comentário:** De acordo com o esquema, o período da onda é igual a 1 s. Dessa forma, a velocidade da onda será:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{8}{8} \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$$

## Exercícios Propostos

## Questão 01 – Letra B

**Comentário:** Como o intervalo de tempo para a ocorrência de duas cristas consecutivas é de 0,2 s, este será o período da onda e sua frequência  $f$  será tal que:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ Hz}$$

## Questão 02 – Letra E

**Comentário:** Observe na figura que, no intervalo de 1,5 s, a frente de onda do pulso se desloca da posição 9 m para a posição 15 m e, na volta, entre as posições 15 m e 3,0 m. Assim, ela percorre uma distância  $d = 6 + 12 = 18$  m. A velocidade do pulso é  $v = d/t = 12$  m/s.

## Questão 03 – Letra B

**Comentário:** Observando a figura, pode-se inferir que o comprimento de onda da oscilação é de 25 mm. Sabendo que a onda se propaga com velocidade de 0,400 m/s, seu período será, portanto:

$$\begin{aligned} v &= \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{25 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{0,400 \text{ m/s}} \Rightarrow \\ T &= 62,5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \Rightarrow T = 62,5 \text{ ms} \end{aligned}$$

### Questão 04 – Letra B

**Comentário:** Podemos ver pelo gráfico que o período da onda (tempo que o gráfico volta a se repetir) é de pouco mais que 3 ms, tomando o período de 3,2 ms, temos uma frequência de  $f = \frac{1}{T} \cong \frac{1}{3,2 \cdot 10^{-3}} = 312,5 \text{ Hz}$ .

### Questão 05 – Letra B

**Comentário:** Pela equação fundamental da ondulatória, o comprimento de onda dessas ondas será:

$$c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f}$$
$$\lambda = \frac{3,0 \cdot 10^8}{4,0 \cdot 10^7} = 0,75 \cdot 10 = 7,5 \text{ m}$$

### Questão 06 – Letra D

**Comentário:** Como o som ouvido é o do primeiro harmônico, o comprimento de onda da nota lá é o dobro do comprimento total da corda, ou seja, 120 cm. Assim, a velocidade de propagação da onda sonora no ar, nesse caso, é de  $V = \lambda \cdot v = 1,2 \cdot 440 = 528 \text{ m/s}$ . Ao pressionar-se com o dedo uma outra posição da corda, não há alteração na velocidade do som, que depende apenas do meio. Por outro lado, sendo  $x$  o comprimento desejado, o comprimento de onda será  $\lambda = 2x$ , pois refere-se ao primeiro harmônico. Logo:

$$V = \lambda \cdot v \Rightarrow \lambda = \frac{V}{v} \Rightarrow x = \frac{528}{2 \cdot 660} = 0,4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

### Questão 07 – Letra C

**Comentário:** O gráfico I mostra a forma da onda e, assim, o comprimento horizontal de uma onda completa corresponde ao comprimento de onda  $\lambda = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$ .

O gráfico II mostra a oscilação de um ponto da corda. Dessa forma, o "comprimento horizontal" de uma oscilação completa nos fornece o período de oscilação dos pontos da corda  $T = 0,50 \text{ s}$ . O período da onda é igual ao período de oscilação dos pontos da corda. Assim,  $T_{\text{onda}} = 0,50 \text{ s} \Rightarrow f_{\text{onda}} = 2,0 \text{ Hz}$ .

Como  $v = \lambda \cdot f \Rightarrow v = 0,50 \cdot 2,0 = 1,0 \text{ m/s}$ .

### Questão 08 – Letra B

**Comentário:** A partir do gráfico, podemos perceber que a onda se deslocou 1 m no tempo entre os dois registros. Assim, basta aplicar o conceito de velocidade:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{7-3} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ m/s}$$

### Questão 09 – Letra A

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

I. Correta. Como a velocidade de propagação é constante,

$$v = \frac{d}{t} = \frac{3,3 \cdot 10^7}{1,1 \cdot 10^{-1}} = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

II. Correta. A velocidade de propagação de uma onda pode ser dada por  $v = \lambda \cdot f$ , em que  $\lambda$  é o comprimento de onda. Logo, a velocidade de propagação e comprimento de onda são diretamente proporcionais.

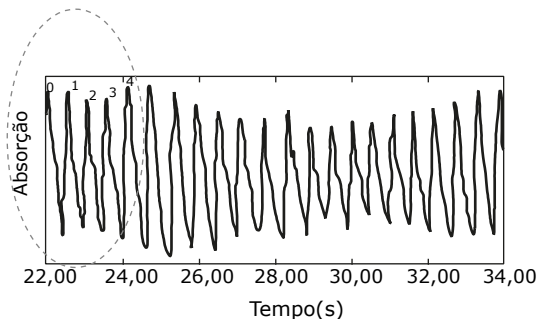
III. Incorreta. Analisando a equação de onda  $v = \lambda \cdot f$ , percebe-se que velocidade e frequência são diretamente proporcionais.

IV. Incorreta. Analisando a equação de onda:

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{1,0 \cdot 10^8} = 3,0 \text{ m}$$

### Questão 10 – Letra E

**Comentário:**



O momento da medição está representado na figura, em vermelho, pelo número 0 (zero). Os quatro primeiros picos acontecem em um intervalo de dois segundos. Portanto, o tempo para cada oscilação é

$$2 \text{ s} \text{ ----- } 4 \text{ cristas}$$

$$T \text{ ----- } 1 \text{ crista}$$

$$4T = 2 \Rightarrow T = 0,5 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ Hz}$$

2 Hz significa dois batimentos por segundo. Logo, em 60 s será 120 batimentos.  $f = 2 \text{ Hz} = 120 \text{ bpm}$ .

### Questão 11 – Letra C

**Comentário:** O período de oscilação é  $T = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}$ . Logo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{600} \text{ Hz}$$

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = 250 \cdot 600 = 150 \cdot 10^3 \text{ m} = 150 \text{ km}$$

### Questão 12 – Letra A

**Comentário:** Perceba que duas cristas consecutivas estão separadas por 3 divisões. O intervalo de tempo transcorrido é um período  $T$ , de modo que  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{220} \text{ s}$ , que equivalem a três divisões. Logo, a cada divisão transcorrem  $\frac{1}{220} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{660} \text{ s} \cong 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 1,5 \text{ ms}$ . Assim, a calibragem do osciloscópio está próxima de 1,5 ms/div.

### Questão 13 – Letra A

**Comentário:** No gráfico  $y-x$  podemos ver que a distância demarcada de 30 m corresponde a  $3/2$  comprimentos de onda, logo,  $\frac{3\lambda}{2} = 30 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ m}$ . Já pelo gráfico  $y-t$ , percebe-se que entre uma crista e um vale consecutivos transcorrem 5,0 s, logo  $\frac{T}{2} = 5 \Rightarrow T = 10 \text{ s}$ , ou seja, a frequência vale  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ Hz}$ . Logo, a velocidade  $v$  de propagação da onda é tal que  $v = \lambda \cdot f = 20 \cdot 0,1 = 2 \text{ m/s}$ .

**Questão 14 – Letra D**

**Comentário:** A amplitude de uma onda é a distância do eixo central de propagação a um ponto da extremidade, crista ou vale. Logo, pela figura,  $A = 1,2$  cm. O comprimento de onda é a distância entre um ponto e o primeiro que esteja executando o mesmo movimento do ponto de referência. Logo, pela figura,  $\lambda = 2,0$  cm. Como a velocidade de propagação é de 200 m/s, teremos que relação fundamental da ondulatória que

$$v = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f = \frac{2 \cdot 10^4}{2} = 10 \cdot 10^3 = 10 \text{ kHz}$$

**Questão 15 – Letra B**

**Comentário:** Analisando cada afirmativa separadamente:

- I. Incorreta. Perceba que, como as cordas são idênticas, o coeficiente  $\mu$  é idêntico para as duas. Como as forças de tração são diferentes, conclui-se pela fórmula  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  que as velocidades de propagação são diferentes.
- II. Correta. Pela figura percebe-se que a distância entre dois extremos para as duas ondas é igual. Logo, os comprimentos de onda são iguais.
- III. Incorreta. Como as velocidades de propagação são diferentes e os comprimentos de onda iguais, é impossível que as frequências sejam iguais. Por  $v = \lambda \cdot f$ , podemos perceber que as frequências são proporcionais à velocidade.

**Questão 16 – Letra D**

**Comentário:** Como as cordas estão unidas, a força de tração nelas é igual. Assim:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\lambda_1}}}{\sqrt{\frac{F}{\lambda_2}}} = \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} = \sqrt{\frac{4\lambda_1}{\lambda_1}} = 2$$

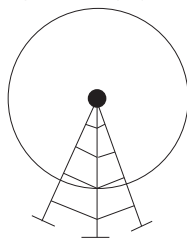
**Seção Enem****Questão 01 – Letra C**

**Eixo cognitivo:** III

**Competência de área:** 1

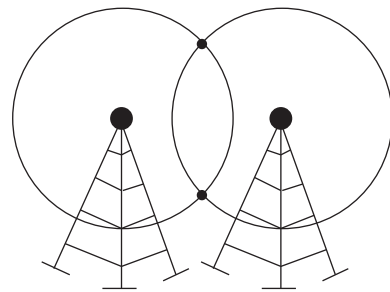
**Habilidade:** 2

**Comentário:** Considerando que as torres e o celular são puntiformes e que estão sobre um mesmo plano, qual o número mínimo de torres necessárias para se localizar a posição do telefone celular que originou a ligação?

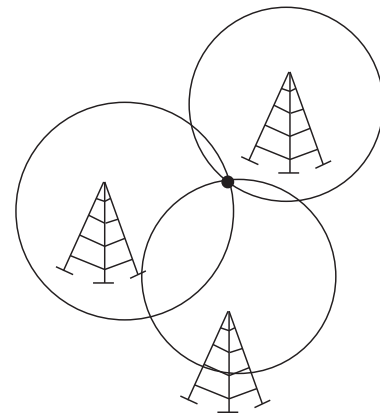


O tempo de resposta em relação a duas antenas indica que o aparelho se encontra em duas posições possíveis nas intersecções das circunferências mostradas na figura.

2 posições possíveis



Usando no mínimo três antenas, obtém-se a posição exata do celular por meio do tempo de resposta de cada uma das torres.

**Questão 02 – Letra B**

**Eixo cognitivo:** III

**Competência de área:** 6

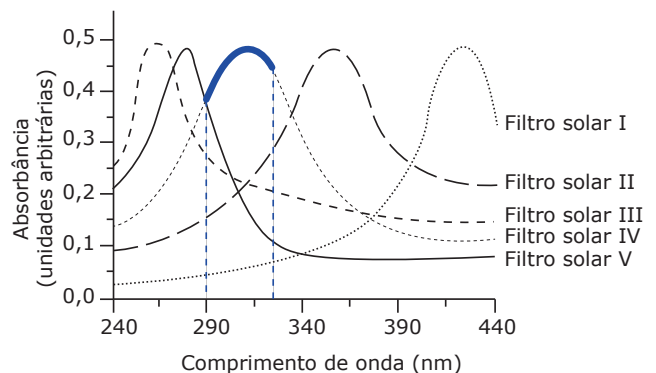
**Habilidade:** 22

**Comentário:** Dadas as frequências extremas do UV-B, podem ser obtidos os comprimentos de onda extremos desta radiação:

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{f_{\max}} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{1,03 \cdot 10^{15}} = 291 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{c}{f_{\min}} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{9,34 \cdot 10^{14}} = 321 \text{ nm}$$

A figura a seguir mostra que, para que a faixa de comprimentos de onda delimitada pelos valores obtidos anteriormente seja absorvida com mais eficiência, o filtro selecionado pela pessoa é o filtro IV.



### Questão 03 – Letra C

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 1

**Habilidade:** 1

**Comentário:**  $v = 45 \text{ km/h} = 12,5 \text{ m/s}$

16 pessoas  $\rightarrow$  15 espaços entre as pessoas

Cada espaço:  $80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$

Cálculo do  $\lambda$ :

15 espaços  $\times$   $0,8 \text{ m} = 12 \text{ m}$

$\lambda = 12 \text{ m}$

Cálculo da frequência:

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \rightarrow$$

$$f = \frac{12,5}{12} \rightarrow$$

$$f = 1,04 \rightarrow$$

$$f \cong 1,0 \text{ Hz}$$

### Questão 04 – Letra B

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 1

**Habilidade:** 1

**Comentário:** Considerando-se a profundidade constante, a velocidade das ondas na água da piscina não se altera e permanece igual a  $1,0 \text{ m/s}$  (conforme o enunciado). Como a frequência das gotas e, portanto, das ondas diminui, o comprimento de onda das ondas na água deve aumentar ( $v = \text{constante} \Rightarrow \lambda \propto 1/f$ ).

### Questão 05 – Letra D

**Eixo cognitivo:** IV

**Competência de área:** 5

**Habilidade:** 18

**Comentário:** A questão aborda a distância entre os órgãos do corpo. A onda emitida pelo dispositivo vai até cada órgão, sofre uma reflexão e retorna. Conhecendo a velocidade da onda e o tempo gasto para que ela vá até o órgão e retorne ao aparelho, é possível calcular a distância de cada órgão até o aparelho e, dessa forma, a distância entre eles.

## MÓDULO – C 13

### Cargas em Movimento em Campo Magnético

#### Exercícios de Aprendizagem

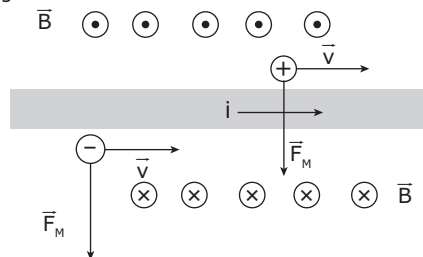
##### Questão 01 – Letra A

**Comentário:** Uma partícula carregada  $L$ , independentemente do sinal de sua carga, que penetra perpendicularmente em um campo magnético, tem a direção da sua velocidade alterada pelo campo, o que a obriga a descrever uma trajetória curvilínea. A partícula  $K$ , por sua vez, penetra na mesma direção do campo magnético e, por isso, não recebe força magnética. Desse modo, a sua velocidade, levando-se consideração apenas o campo magnético, não se altera.

##### Questão 02 – Letra B

**Comentário:** A questão aborda a regra da mão direita e também a regra do tapa.

Veja a figura a seguir. Com a regra da mão direita, determinamos o sentido do campo magnético criado pela corrente elétrica na região acima e na região abaixo do fio. Observando a figura e utilizando a regra do tapa, obtemos a direção e o sentido da força magnética.



##### Questão 03 – Letra B

**Comentário:** A força magnética é perpendicular ao movimento das cargas e ao campo magnético. Como as bobinas  $M$  e  $N$  continuam funcionando (e elas produzem campo na horizontal), os desvios dos elétrons serão apenas na direção vertical, portanto, a alternativa correta é  $B$ .

##### Questão 04 – Letra D

**Comentário:** Se o elétron ( $e$ ) é abandonado no centro do espaço mostrado, a força elétrica (devida ao campo elétrico vertical para baixo) desvia a partícula para cima. Com tal movimento, a força magnética (devido ao campo magnético horizontal de norte para sul) passa a atuar sobre o elétron e o desvia para “fora” do plano da página (regra do tapa com as costas da mão). Isso leva o elétron para as proximidades de ponto  $D$ .

##### Questão 05 – Letra E

**Comentário:** Como a partícula está em repouso,  $v = 0$ . O módulo da força magnética é dado por  $F_{\text{mag}} = B \cdot Q \cdot v = B \cdot Q \cdot 0 = 0$ , o que indica que partículas em repouso não sofrem ação de força magnética.

##### Questão 06 – Letra C

**Comentário:** Esse exercício aborda alguns conceitos relativos à força magnética que atua sobre uma partícula carregada em movimento. Vamos analisar cada uma das afirmações separadamente.

- I. Correta. A força magnética é sempre perpendicular ao vetor velocidade da partícula, portanto, a força magnética desempenha o papel de força centrípeta.
- II. Correta. Sendo a força magnética sempre perpendicular ao vetor velocidade da partícula, conclui-se que a força magnética é sempre perpendicular à direção do movimento.
- III. Incorreta. A força magnética que atua sobre uma partícula carregada em movimento pode ser nula, desde que o movimento da partícula seja paralelo à direção do vetor campo magnético.
- IV. Incorreta. Como a força magnética atua sempre perpendicularmente ao vetor velocidade, essa força não pode alterar o módulo desse vetor.

Diante das análises anteriores, conclui-se que a alternativa correta é a  $C$ .

**Questão 07 – Letra B**

**Comentário:** Analisando cada afirmação separadamente:

- I. Incorreta. Pela regra do tapa é possível perceber que a força magnética é sempre perpendicular à velocidade do corpo na qual atua, perpendicular a seu deslocamento, ou seja, não é uma força capaz de realizar trabalho. Supondo que essa seja a única força presente, a energia mecânica da partícula terá que ser conservada. Logo, desconsiderando a presença de energias potenciais de qualquer outra forma, a velocidade da partícula será constante em módulo.
- II. Correta. Justificativa do item anterior.
- III. Correta. A força magnética, consequência da interação do campo magnético já existente naquela região com o campo criado pela própria partícula carregada, devido a seu movimento, não é capaz de alterar o módulo da velocidade, mas por ter direção diferente do movimento inicial da partícula, irá alterar a todo momento a direção da velocidade.
- IV. Incorreta. O módulo da força magnética, para os casos em que o campo magnético seja perpendicular à velocidade, é determinado pelo produto da carga com os módulos da velocidade da partícula e do campo naquela região. Logo, a única maneira de não haver força é uma das grandezas anteriores ser nula, o que não é o caso.

**Questão 08 – Letra E**

**Comentário:** Uma carga positiva, colocada em repouso dentro de um campo, é acelerada para a direita apenas no caso de o campo na região I ser elétrico e apontar nessa mesma direção e sentido ( $+E_x$ ). Tal partícula, na região II, só pode descrever trajetória circular, no sentido indicado, devido a um campo magnético perpendicular à sua velocidade (eixo Z). De acordo com a regra do tapa, esse campo deve apontar para fora da página ( $+B_z$ ). Na região III, a trajetória é parabólica acelerada e desviada para a esquerda. Dessa forma, deve haver um campo elétrico que aponta para a esquerda ( $-E_x$ ).

**Exercícios Propostos****Questão 01 – Letra B**

**Comentário:** Como a partícula negativa foi acelerada pelo campo elétrico, a força elétrica apontou no sentido do deslocamento. Como a partícula é negativa, o campo aponta no sentido oposto ao do campo elétrico, ou seja, oposto a  $v_0$ . Ao adentrar a região do campo magnético com velocidade perpendicular a este, esta realizará um movimento circular; a utilização da regra do tapa indica que a força magnética aponta inicialmente para a esquerda, e a trajetória da partícula só pode ser dada por I.

**Questão 02 – Letra B**

**Comentário:** A velocidade do elétron é horizontal e para a direita. Como o campo está entrando no plano da página e se trata de uma carga negativa, pela regra do tapa, ela será defletida como representado na trajetória N.

**Questão 03 – Letra C**

**Comentário:** A trajetória inicial da partícula, dentro da caixa, é um arco de círculo de raio  $R = a$ . Quando a partícula volta à caixa após colisão com o anteparo, a sua velocidade está dirigida para baixo. Assim, ela recebe na reentrada uma força para a direita.

Observe que a carga ( $q$ ), a massa ( $m$ ) da partícula e os módulos do campo ( $B$ ) e da velocidade ( $v$ ) não são alterados. Dessa forma, o raio da trajetória é mantido constante ( $R = a$ ). Assim, ela descreve um arco de círculo descendente para a direita, saindo da caixa pelas coordenadas  $(2a, 0)$ .

**Questão 04 – Letra D**

**Comentário:** Para que o movimento seja retilíneo, os módulos das forças elétrica e magnética devem ser iguais:

$$F_M = F_E$$

$$Bqv = qE$$

$$E = Bv = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^6$$

$$E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

**Questão 05 – Letra B**

**Comentário:** A velocidade ( $v$ ) com que a partícula deixa o campo elétrico e penetra no campo magnético pode ser calculada por:

$$F_E = Eq; \text{ como } F = ma, \text{ temos que:}$$

$$ma = Eq \Rightarrow a = \frac{Eq}{m}$$

$$\text{Como } v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot d \text{ e } V_0 = 0,$$

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow v^2 = \frac{2Eqd}{m} \Rightarrow v = \left( \frac{2Eqd}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ ou } v = \sqrt{\frac{2Eqd}{m}}$$

Essa velocidade pode ser obtida mais facilmente usando-se a relação trabalho = variação da energia:

$$F_E d = \frac{1}{2} \cdot mv^2 \Rightarrow Eqd = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow$$

$$v^2 = \frac{2Eqd}{m} \Rightarrow v = \left( \frac{2Eqd}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ ou } v = \sqrt{\frac{2Eqd}{m}}$$

O raio da trajetória descrita pela partícula é:

$$R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow R = M \frac{\left( \frac{2Eqd}{m} \right)^{\frac{1}{2}}}{qB} \Rightarrow$$

$$R = \left( \frac{2Edm}{qB^2} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ ou } R = \sqrt{\frac{2Edm}{qB^2}}$$

**Questão 06 – Letra D**

**Comentário:** Como o movimento é circular, a força magnética atua como força centrípeta, assim:

$$F_{cp} = F_m = qvB = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 500 \cdot 400 = 4 \text{ N}$$

$$F_{cp} = m \frac{v^2}{r_t} \Rightarrow r_t = m \frac{v^2}{F_c} = 0,010 \frac{500^2}{4} = 625 \text{ m}$$

**Questão 07 – Letra A**

**Comentário:** Quando velocidade e campo magnético são perpendiculares, a carga perfaz um MRU, para o qual a força magnética age como força centrípeta:

$$\text{Como } R_2 = 2R_1:$$

$$R_2 = 2R_1 \Rightarrow \frac{2m_1 v}{Q_1 B} = \frac{m_1 v}{Q_2 B} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = 2 \frac{m_1}{m_2}$$

### Questão 08 – Letra A

**Comentário:** Sendo a trajetória circular, e a força magnética a única responsável por defletir os prótons, o campo magnético terá de ser perpendicular à velocidade dessas partículas. Logo,  $F = Bqv \Rightarrow F = 8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^8 \Rightarrow F = 3,84 \cdot 10^{-10} \text{ N}$

### Questão 09 – Letra E

**Comentário:** Sabendo que o raio de uma partícula dotada de massa, velocidade e carga elétrica dentro de um campo magnético possui um módulo de  $R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$ ; a razão pedida pelo enunciado vale:

$$\frac{v}{R} = \frac{q \cdot B}{m}$$

Como o próton possui uma carga de  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , uma massa de  $1,6 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$  e está submetido a um campo magnético de  $B = 10^{-12} \text{ T}$ , tem-se que:

$$\frac{v}{R} = \frac{q \cdot B}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-27}} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

### Questão 10 – Letra A

**Comentário:** A força resultante sobre o íon positivo é nula, já que este se moveu em movimento retilíneo uniforme. Igualando as forças elétrica e magnética experimentadas pela partícula, tem-se:

$$|\vec{F}_E| = |\vec{F}_M| \Rightarrow qE = qvB \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{1,0 \cdot 10^3}{2,0 \cdot 10^{-2}} = 5,0 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

### Questão 11 – Letra C

**Comentário:** Como o próton da figura descreve uma trajetória semicircular, o perímetro do trajeto é dado por:

$$p = \pi \cdot R$$

Para descobrir o raio, utiliza-se a equação  $R = \frac{mv}{qB}$ , assim:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{1,6 \cdot 10^{-27} \cdot 5 \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2}} = 5 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

Logo, o perímetro em centímetros é dado por:

$$p = \pi \cdot R = 3 \cdot 50 = 150 \text{ cm}$$

Como afirma a alternativa C.

## Seção Enem

### Questão 01 – Letra A

**Eixo cognitivo:** III

**Competência de área:** 2

**Habilidade:** 6

**Comentário:** A recomendação de não se abrir o gabinete e de não tocar em peças em seu interior pretende garantir a segurança da pessoa que manuseia o aparelho. Com o aparelho ligado, correntes elevadas percorrem os circuitos interiores. Com ele desligado, existe carga armazenada em circuitos capacitivos do dispositivo. Em ambos os casos, o operador pode estar sujeito a uma descarga elétrica perigosa. O fato de se evitar que o aparelho fique próximo a outros aparelhos elétricos ou a ímãs deve-se aos campos magnéticos gerados por esses elementos, que podem distorcer as imagens e danificar, permanentemente, o tubo de imagem da televisão.

### Questão 02 – Letra D

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 6

**Habilidade:** 21

**Comentário:** A maioria das partículas emanadas pelo Sol, que atingem a magnetosfera, incide sobre esta obliquamente ao campo magnético terrestre. Dessa forma, as partículas são desviadas e passam a descrever um movimento helicoidal para os polos e para fora da magnetosfera. Com a diminuição da intensidade do campo, a intensidade da força magnética (que é proporcional à intensidade do campo) diminui, reduzindo, assim, os desvios sofridos por essas partículas.

## MÓDULO – C 14

### Força Magnética sobre Fios

#### Exercícios de Aprendizagem

### Questão 01 – Letra D

**Comentário:** Os resistores estão em paralelo. Assim, a corrente I (que percorre o circuito e o fio superior esquerdo) se divide em I/2 para cada um dos resistores do circuito. Logo, as correntes que percorrem os fios I, II e III são, respectivamente, I, I/2 e I/2. Observe que, no circuito mostrado, os fios citados têm o mesmo comprimento L. Como a força exercida por um campo magnético B sobre fios de mesmo comprimento é proporcional à corrente elétrica que os percorre, temos que  $F_I > F_{II} = F_{III}$ .

### Questão 02 – Letra D

**Comentário:** O campo elétrico externo não atua sobre as cargas da corrente elétrica, pois o fio, sendo condutor, cria uma blindagem eletrostática para tal campo. Assim, a única força que atua no condutor é a força magnética, que, nesse caso e de acordo com a regra do tapa, deve estar no plano da folha e apontado para a esquerda.

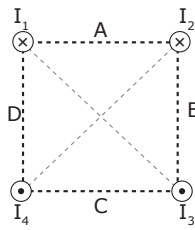
### Questão 03 – Letra A

**Comentário:** O exercício mostra o princípio básico de funcionamento de um motor elétrico ou de um galvanômetro. O campo magnético do ímã está no plano da folha e apontado para o topo dela. A corrente elétrica percorre o fio de cima (perto do polo sul) para a esquerda, e o fio de baixo (perto do polo norte) para a direita. Assim, as forças magnéticas, de acordo com a regra do tapa, atuam nos fios superior e inferior, respectivamente, para dentro e para fora da folha de papel. Logo, a espira tende a girar em torno do eixo X, no sentido de Y para Z. Assim, alternativa A é a correta.

### Questão 04 – Letra A

**Comentário:** Observe, na figura a seguir, os fios 1, 2, 3 e 4 vistos perpendicularmente no sentido da corrente no fio 1, as regiões A, B, C e D e o sentido de cada uma dessas correntes. Fios percorridos por correntes de mesmo sentido e de sentidos opostos se atraem e se repelem, respectivamente.





Veja que os fios 1 e 2 e os fios 3 e 4 irão se atrair. Dessa forma, os fios 1, 2, 3 e 4 tendem a se deslocar, respectivamente, para as regiões A, A, C e C. A mesma resposta poderia ser justificada usando-se a repulsão entre os fios de correntes opostas.

### Questão 05 – Letra D

**Comentário:** A corrente no circuito vai do polo positivo ao negativo, e, portanto, no fio aponta da esquerda para a direita. Por outro lado, o campo magnético aponta do polo norte ao polo sul. Logo, pela regra do tapa, a força magnética feita no fio aponta para cima. A reação a esta força é feita no ímã e aponta para baixo, o que aumenta a marcação da balança, uma vez que agora ela registrará a soma do peso do ímã com o módulo da força magnética.

### Questão 06 – I, II, III e IV

**Comentário:** Analisando cada explicação:

- I. Correta. Considerando que o encurvamento do fio é devido apenas à atuação da força magnética, pela expressão teremos que  $F = BiL \sin \theta$ . Se não há encurvamento, não há atuação de força. Como B e L são diferentes de zero, uma possível explicação seria a corrente ser nula no experimento 1.
- II. Correta. Pela expressão escrita no item anterior, caso o vetor campo magnético seja paralelo à orientação da corrente, o seno presente na expressão iria ser zero, o que anularia a força sobre o fio e não o encurvaria.
- III. Correta. Caso a corrente seja vertical e com sentido de baixo para cima, sendo o campo orientado para fora do plano da página, a força que atuaria no fio, pela regra do tapa e pelo sentido convencional de corrente, seria horizontal e para a direita.
- IV. Correta. Justificativa semelhante à do item anterior.
- V. Incorreta. Caso fosse essa configuração de corrente e campo, a força sobre o fio, pela regra do tapa, seria para fora do plano da página.

### Questão 07 – Letra D

**Comentário:** Usando da regra do tapa e considerando o sentido convencional de corrente, teremos que:

- I. vertical para cima;
- II. horizontal para esquerda;
- III. entrando no plano da página;
- IV. horizontal para direita;
- V. saindo do plano da página.

### Questão 08 – Letra A

**Comentário:** A corrente no lado b da espira sobe e no lado d desce. O campo aponta do polo norte para o polo Sul. Pela regra do tapa, percebe-se que a e c não sofrem ação de força magnética, b sofre para dentro do plano do papel e d para fora do plano do papel. Como os lados b e d são idênticos e percorridos pela mesma corrente, o módulo destas forças é igual. Logo, a resultante sobre a espira é nula. No entanto, com relação ao centro da espira, ambas as forças geram torque no sentido horário, e logo o torque resultante é diferente de zero.

## Exercícios Propostos

### Questão 01 – Letra B

**Comentário:** Um condutor, de comprimento L e percorrido por uma corrente I, imerso perpendicularmente em um campo magnético B, recebe a ação de uma força magnética dada por:  $F = B \cdot I \cdot L$ . Assim, apenas a componente  $B_z$  do campo atua sobre o condutor. A força por unidade de comprimento será:  $F = B \cdot I \cdot L / L = B \cdot I$

$$F = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 5\,000 = 0,25 \text{ N/m}$$

### Questão 02 – Letra E

**Comentário:** A força magnética no fio é dada por:

$$F = BiL$$

Substituindo os valores:

$$F = 0,25 \cdot 0,5 \cdot 16 = 2 \text{ N}$$

### Questão 03 – Letra C

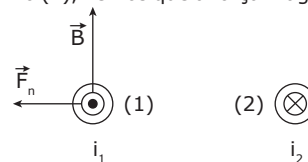
**Comentário:** Como as forças são de repulsão, as representações vetoriais eliminam as alternativas B e D. Para que a força entre os fios seja de repulsão, as correntes devem ter sentidos opostos eliminando as alternativas A e D. Determinando o módulo dessa força, teremos que:

$$F = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (20)^2 \cdot 10}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}}$$

$$F = 16 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

### Questão 04 – Letra B

**Comentário:** Aplicando a regra da mão direita sobre o fio (2), notamos que este gera na posição do fio (1) um campo magnético para cima, assim, aplicando a regra do tapa sobre o fio (1), vemos que a força magnética sobre ele é para esquerda.



### Questão 05 – Letra C

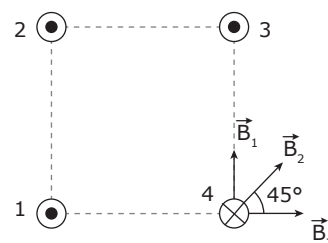
**Comentário:** As forças que atuam em cada fio são de mesma intensidade e valem:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 7}{2\pi \cdot 15 \cdot 10^{-2}} = 2,8 \cdot 10^{-5} = 28 \mu\text{N/m}$$

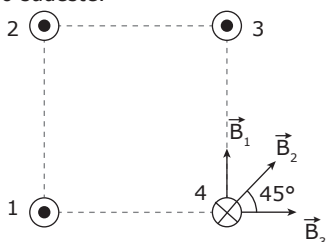
### Questão 06 – Soma = 26

**Comentário:** Analisando cada proposição:

01. Incorreta. Analisando o campo devido a cada fio individualmente e depois determinando através da decomposição de vetores qual o campo resultante, chegamos que, no fio 4, o vetor resultante aponta para o nordeste.



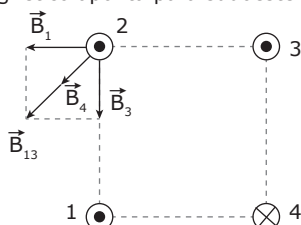
02. Correta. Como o campo magnético resultante aponta para o nordeste e a corrente tem sentido entrando no plano da página, pela regra do tapa, a força magnética resultante aponta para o sudeste.



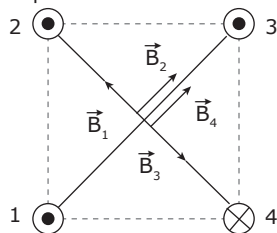
04. Incorreta. Os fios 1 e 3 são percorridos por correntes de mesmo sentido, logo a força entre eles é atrativa.

08. Correta. A intensidade do campo magnético que o fio 1 cria na região do fio 3 é menor que a intensidade do campo criado pelo fio 2. Isso é porque o módulo do campo magnético diminui com a distância. Como a força magnética é diretamente proporcional a intensidade do campo, temos que força que o fio 2 faz no fio 3 será maior que a força que o fio 1 faz no fio 3.

16. Correta. Assim como no item 01, analisando o campo criado por cada fio e posteriormente determinando o vetor resultante, podemos perceber que na região do fio 2 o campo magnético aponta para sudoeste.



32. Incorreta. Através da decomposição de vetores, podemos perceber que o campo magnético resultante no centro do quadrado aponta para o nordeste.



### Questão 07 – Letra C

**Comentário:** Aplicando a regra do tapa em cada lado da espira, percebemos o aparecimento de um binário de forças, para cima próximo ao polo norte e para baixo próximo ao polo sul, fazendo-a girar no sentido horário.

### Questão 08 – Letra B

**Comentário:** Considerando o sentido de corrente convencional, lembrando que o campo magnético é orientado do polo norte para o polo sul e aplicando a regra do tapa se chega à alternativa B.

### Questão 09 – Letra E

**Comentário:** Sobre as barras agem três forças, o peso na vertical, a força magnética na horizontal e a tensão, oblíqua. Sendo  $2\theta$  o ângulo entre os fios, tem-se, pela condição de equilíbrio tanto horizontal quanto vertical:

$$P = T \cdot \cos \theta$$

$$F_M = T \cdot \sin \theta$$

$$\frac{F_M}{P} = \tan \theta \Rightarrow \frac{\frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot L}{2\pi d}}{mg} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{2\pi \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10} = 1 \Rightarrow$$

$$\theta = 45^\circ \Rightarrow 2\theta = 90^\circ$$

### Questão 10 – Letra B

**Comentário:** Como a espira é simétrica, as forças magnéticas sobre cada lado da espira se anulam, logo, as trações nos fios equilibram o peso da espira:

$$F_T = \frac{mg}{2} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{2} = 2 \cdot 10^{-2} = 0,02N$$

### Questão 11 – Letra D

**Comentário:** Usando a regra do tapa sobre o fio condutor, constatamos que a força magnética é vertical e para baixo. Como são duas molas, suas deformações, dadas pela Lei de Hooke, serão:

$$F = 2kx \Rightarrow x = \frac{F}{2k}$$

$$F = p + F_{\text{mag}} = Mg + BiL$$

$$x = \frac{Mg + BiL}{2k}$$

## Seção Enem

### Questão 01 – Letra A

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 2

**Habilidade:** 5

**Comentário:** Os dados do problema são:

$$i = 6 \text{ A}$$

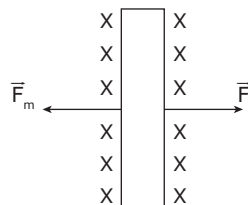
$$L = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$K = 5 \cdot 10^{-2} \text{ N/cm} = 5 \text{ N/m}$$

$$v_m = 5 \text{ m/s}$$

$$t = 6 \text{ ms} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

As forças na barra são:



A força de mola foi obtida pela regra do tapa.

Sabe-se que a força magnética em um fio longo e reto é dada por:

$$F_m = B \cdot i \cdot L \cdot \sin \theta$$

Considerando que a força magnética se iguala à força elástica na posição C, temos:

$$F_m = F_e \Rightarrow$$

$$B \cdot i \cdot L \cdot \sin \theta = Kx \text{ (em que } \theta = 90^\circ) \Rightarrow$$

$$B = \frac{Kx}{i \cdot L}$$

O deslocamento da barra é dado por:

$$d = v_m \cdot \Delta t \Rightarrow d = 5 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \Rightarrow d = 0,03 \text{ m}$$

Considerando  $d$  como a deformação da mola, temos:

$$d = x = 0,03 \text{ m}$$

$$B = \frac{Kx}{i \cdot L} \Rightarrow B = \frac{5 \cdot 0,03}{6 \cdot 0,05} = \frac{0,15}{0,3} \Rightarrow B = 0,5 \Rightarrow B = 5 \cdot 10^{-1} \text{ T}$$

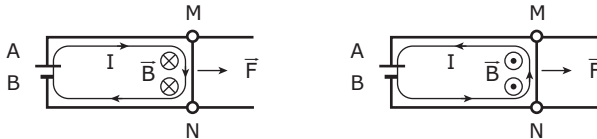
### Questão 02 – Letra D

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 6

**Habilidade:** 21

**Comentário:** As figuras a seguir mostram, de forma simplificada, a corrente ( $I$ ), os campos magnéticos ( $B$ ) gerados pela corrente nos trilhos e a força magnética ( $F$ ) que atua na haste que leva o projétil. Observe que a força magnética tem sempre o mesmo sentido (oposto à posição da fonte de alimentação), independentemente do sentido de polaridade da bateria. Assim, a corrente pode ser contínua (de qualquer polaridade) ou alternada, e o campo magnético deve ser sempre perpendicular à haste em que o projétil será disparado, conforme o texto original.



**Observação:** A explicação também pode ser dada levando-se em conta que as correntes que percorrem a haste e a fonte têm sentidos opostos e, por isso, repelem um ao outro.

### Questão 03 – Letra C

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 2

**Habilidade:** 5

**Comentário:** Considere um dos fios da bobina na posição inferior. Ele recebe uma força magnética que tende a girá-lo em um determinado sentido. Quando esse fio chegar à posição superior, a corrente elétrica que o percorre, se o fio estivesse todo desencapado, teria o mesmo sentido. Isso provocaria um torque oposto ao anterior, que tenderia a parar a bobina. Dessa forma, raspa-se apenas a metade do fio, de modo que não exista torque oposto ao inicial, uma vez que, quando a parte isolada do fio está em contato com o arame, não existe corrente na bobina.

## MÓDULO – C 15

### Indução Eletromagnética e Transformadores

#### Exercícios de Aprendizagem

#### Questão 01 – Soma = 31

**Comentário:**

01. Verdadeiro. Isso é expresso numericamente pela Lei de Faraday-Lenz.

02. Verdadeiro. Se há movimento entre os dois objetos, de afastamento ou aproximação, haverá variação do fluxo magnético que atravessa a espira e com isso surgirá uma corrente induzida. Repare que um movimento de giro do ímã não produz essa corrente, pois, nesse caso, por mais que o ímã esteja em movimento, em relação à espira ele não se aproxima ou afasta.

04. Verdadeiro. Esse é o enunciado da Lei de Lenz.

08. Verdadeiro. Isso é expresso numericamente pela Lei de Faraday-Lenz.

16. Verdadeiro. A corrente elétrica produzida tem o sentido convencional (sentido dos portadores de cargas positivos) por isso ambas (corrente e f.e.m.) terão o mesmo sentido.

### Questão 02 – Letra C

**Comentário:** A lei que descreve o fenômeno do surgimento de força eletromotriz através de variação de campo magnético

$$\left( \varepsilon = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right), \text{ recebe o nome de Lei de Faraday-Neumann-Lenz}$$

ou, simplesmente, Lei de Faraday.

### Questão 03 – Letra C

**Comentário:** Na segunda variação, não há variação de fluxo e logo não há corrente induzida. No primeiro caso, há um aumento do fluxo entrando, e logo a corrente induzida gerará um fluxo saindo, o que pela regra da mão direita gera corrente no sentido anti-horário. Analogamente, a corrente em 3 é no sentido horário.

### Questão 04 – Letra C

**Comentário:** As usinas geradoras de energia elétrica produzem corrente alternada que permite, através de um transformador (o qual apenas funciona se alimentarmos a bobina do seu primário com uma tensão alternada), elevar a tensão e, assim, diminuir a corrente elétrica. Isso ocorre porque o produto  $V \cdot I$  é constante (para aparelhos ideais), o que ocasiona uma diminuição da corrente  $I$ , devido ao aumento da tensão  $V$ . Essa diminuição da corrente reduz as perdas de energia por efeito Joule nas linhas de transmissão.

### Questão 05 – Letra D

**Comentário:** O exercício mostra uma aplicação interessante das correntes de Foucault. Uma vez que os dois pêndulos entram e saem de uma região na qual existe um campo magnético, aparecem correntes induzidas no anel e no disco. No disco metálico, entretanto, surgem correntes em diversos caminhos e, assim, a força de frenagem eletromagnética será muito mais intensa, fazendo com que ele pare mais rapidamente, como previsto pela alternativa D.

### Questão 06 – Letra E

**Comentário:** A quantidade de qualquer grandeza que atravessa uma determinada área remete ao conceito de fluxo. Quando o ímã estiver se aproximando da espira a quantidade de linhas de indução, que representam o campo magnético, que atravessam a região delimitada pela espira vai aumentar, aumentando o fluxo magnético. Pela Lei de Faraday, essa variação temporal do fluxo vai induzir uma f.e.m. na espira e, por consequência da Lei de Lenz, a corrente que surgirá devido a essa f.e.m. terá sentido de B para A. Quando o ímã estiver se afastando da espira o fenômeno é o mesmo, mas, devido ao sentido oposto do movimento do ímã, a corrente induzida também terá sentido oposto. Sendo, portanto, de A para B.

### Questão 07 – Letra E

**Comentário:** Como há variação do fluxo magnético, há a presença de uma corrente elétrica induzida, que gera um polo sul no lado esquerdo da espira, gerando repulsão entre esta e o ímã, de acordo com a Lei de Lenz.

### Questão 08 – Letra D

**Comentário:** Analisando cada alternativa separadamente:

- A) Incorreta. Sentido do campo elétrico depende do sinal da carga, sendo “para fora” quando a carga é positiva e “para dentro” quando a carga é negativa.
- B) Incorreta. O campo magnético gerado por uma corrente elétrica não é radial, e sim circular em volta do fio.
- C) Incorreta. Um campo magnético só gera força sobre carga elétrica quando a carga estiver em movimento.
- D) Correta. Em uma espira, surge uma f.e.m. sempre que varia o fluxo magnético que passa através dela.
- E) Incorreta. Ondas eletromagnéticas não se transformam em ondas mecânicas. Ao mudar de meio apenas altera sua velocidade e, conseqüentemente, sofre desvio na direção, sendo este fenômeno chamado de refração.

## Exercícios Propostos

### Questão 01 – Letra D

**Comentário:** Tomando como referencial a imagem da figura, vemos que com a aproximação do ímã pelo lado direito com o polo sul apontado para a bobina, haverá a indução de uma corrente na bobina que forçará o ímã a frear de acordo com Princípio da Conservação da Energia (Lei de Lenz). Deste modo surgirá na bobina um campo magnético com um polo norte do lado esquerdo da bobina e um polo Sul do lado direito.

Vamos analisar cada situação individualmente:

- I. Há na bobina um aumento do fluxo magnético, deste modo haverá uma corrente que induzirá um campo magnético com polo Norte à esquerda e polo Sul à direita da bobina. Como a situação é idêntica a situação inicial, a corrente induzida terá as mesmas características da situação inicial.
- II. Agora o ímã está se afastando da bobina com o polo Norte apontado para ele. O fluxo magnético estará diminuindo, e nesta situação, o campo magnético na espira, de acordo com a Lei de Lenz, terá um polo Sul à direita e polo Norte à esquerda, forçando a parada do ímã. Logo a corrente induzida, neste caso, também terá as mesmas características da condição inicial.
- III. No terceiro caso, novamente pensando em termos da Lei de Conservação da Energia, o campo magnético induzido na bobina forçara a parada da mesma. Desta forma, o campo magnético induzido terá um polo Norte à direita e um polo Sul à esquerda. Situação que é diferente da situação inicial, e, portanto, a corrente não terá as mesmas características da situação inicial tendo sentido contrário.

De acordo com a análise anterior, a alternativa que contém as correntes induzidas com mesmo sentido daquela produzida no experimento inicial é a alternativa D.

### Questão 02 – Letra D

**Comentário:** Para obter corrente induzida na espira, é necessário que o fluxo que a atravessa sofra variação. O ímã está perpendicular ao plano da espira, isso significa que o fluxo magnético é máximo. Assim, deve-se diminuí-lo. Para isso, é possível:

- I. Movimentar o ímã ou a espira, afastando ou aproximando um do outro (eixo y).
  - II. Girar o ímã ou a espira em torno dos eixos x ou z.
  - III. Deslocar o ímã ou a espira na direção dos eixos x ou z.
- Observemos que não haverá corrente induzida se o ímã ou a espira for girado(a) em torno do eixo y, pois, nesse caso, não haverá variação de fluxo.

### Questão 03 – Letra B

**Comentário:** Para se gerar corrente elétrica induzida em uma espira, é necessário que o fluxo magnético que passa por ela varie no tempo. Como o campo magnético  $\vec{B}$  é uniforme e constante no tempo, mesmo que a espira se mova, desde que não haja rotação e a velocidade seja constante. O fluxo magnético não varia. Portanto, a alternativa B é a resposta mais correta e completa para explicar o fenômeno.

### Questão 04 – Letra A

**Comentário:** A corrente induzida no tubo de cobre tem que ter um sentido tal que o campo magnético criado por ela se oponha ao movimento de queda do ímã. Além disso, deve-se ter em mente que o campo magnético é orientado do polo norte para o polo sul. Logo, a alternativa que melhor representa essa situação é aquela ilustrada na alternativa A.

### Questão 05 – Letra A

**Comentário:** Analisando cada alternativa separadamente:

- A) Incorreta. O dínamo não é capaz de gerar mais energia do que consome, isso violaria a conservação da energia. A Lei de Faraday relaciona a força eletromotriz induzida que surge numa espira à variação do fluxo magnético que passa por ela.
- B) Correta. Transformadores de tensão utilizam um solenoide (primário) para gerar um campo magnético variável, e este, gerar uma f.e.m. em outro solenoide (secundário), com essas transformações obedecendo a Lei de Faraday.
- C) Correta. A energia elétrica produzida por um dínamo jamais será maior que a energia mecânica consumida por ele, pois, isso violaria a conservação de energia.
- D) Correta. A Lei de Faraday relaciona a variação do fluxo magnético à força eletromotriz induzida que surge numa espira.
- E) Correta. Ao rotacionar o dínamo na presença de um campo magnético o fluxo magnético que passa pelas espiras varia, gerando uma f.e.m. induzida.

### Questão 06 – Letra D

**Comentário:** Analisando cada afirmação separadamente:

- I. Correta. A f.e.m. depende da variação do fluxo magnético, este é produzido pelo movimento relativo entre as espiras, logo, depende da velocidade.
- II. Correta. Sempre que uma corrente elétrica percorre um condutor há geração de campo magnético.

III. Incorreta. A f.e.m. induzida gerada no circuito B depende da variação do fluxo magnético e seu valor é dado pela Lei de Faraday. Já a corrente elétrica induzida é obtida pela Lei de Ohm que relaciona a f.e.m. com a resistência do circuito através da equação  $i = \frac{\varepsilon}{R}$ .

### Questão 07 – Letra B

**Comentário:** O fluxo magnético é dado por:  $\varphi = BA \cos \theta$ . Dessa forma:

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{B}{\Delta t} A \cos \theta = 0,5 \frac{\sqrt{3}}{2} A.$$

Como  $\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{B}{\Delta t} A \cos \theta = 0,5 \frac{\sqrt{3}}{2} A$ , em módulo,

$$\varepsilon_1 = 10 \cdot 0,5 \frac{\sqrt{3}}{2} A = \frac{5\sqrt{3}A}{2}.$$

### Questão 08 – Letra E

**Comentário:** A força eletromotriz induzida pode ser encontrada pela Lei de Faraday:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t} = -N \frac{\Delta B \cdot \pi R^2}{\Delta t} = 5 \frac{2,5 \cdot 3 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2}{9 \cdot 10^{-3}} = 3,75 V$$

### Questão 09 – Letra C

**Comentário:** Em um transformador, a potência em ambos os enrolamentos é a mesma, logo:

$$P_1 = P_2 = V_2 i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{P_1}{V_2} = \frac{100}{5} = 20 A$$

Como os aparelhos estão ligados em paralelo, a corrente no enrolamento é igual à soma das correntes nos aparelhos, logo:

$$i_2 = n i_{ap} \Rightarrow n = \frac{i_2}{i_{ap}} = \frac{20}{0,1} = 200 \text{ aparelhos.}$$

### Questão 10 – Letra B

**Comentário:** A força eletromotriz induzida na amostra será devido à Lei de Faraday, expressa por  $\varepsilon = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ .

Como o campo magnético é estático e incide perpendicularmente sobre a amostra, a variação do fluxo se dá devido exclusivamente à variação do comprimento do material. Logo, denotando por  $\Delta d$  a variação do comprimento e por  $L$  sua largura, temos:

$$\varepsilon = BL \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

$$\varepsilon = 0,5 \cdot 0,2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,10 \cdot 10^{-2}$$

$$\varepsilon = 1,0 \cdot 10^{-6} = 1,0 \mu V$$

### Questão 11 – Letra D

**Comentário:** A força eletromotriz induzida no circuito será dada por:

$$\varepsilon = BLv = 8 \cdot 0,5 \cdot 2 = 8 V$$

Como os capacitores são iguais e estão em série, cada um está submetido a metade dessa tensão:

$$V_1 = V_2 = \frac{\varepsilon}{2} = \frac{8}{2} = 4 V$$

Aplicando a expressão da energia armazenada no capacitor, temos:

$$E_{C_1} = \frac{C_1 V_1^2}{2} = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 4^2}{2} = 48 \cdot 10^{-6} J = 48 \mu J$$

### Questão 12 – Letra C

**Comentário:** Calculando o valor do fluxo magnético em ambas as espiras podemos encontrar a força eletromotriz induzida, assim:

$$\varphi_1 = B \cdot A \cdot \cos 0^\circ = B \cdot L^2 \cdot \cos 0^\circ = 5 \cdot 0,4^2 \cdot 1 = 0,8 Wb$$

$$\varphi_2 = B \cdot A \cdot \cos 90^\circ = B \cdot L^2 \cdot \cos 90^\circ = 5 \cdot 0,4^2 \cdot 0 = 0 Wb$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\Delta t} = \frac{|0 - 0,8|}{0,2} = 4 V$$

### Questão 13 – Letra D

**Comentário:** O número de elétrons é proporcional à carga elétrica, e esta, por definição, corresponde à corrente elétrica que circula em um determinado intervalo de tempo, assim:

$$Q = iT = \frac{\varepsilon}{R} T = \frac{\Delta \varphi}{\mathcal{R} R} \mathcal{R} = \frac{\Delta \varphi}{R}$$

Ou seja, a carga  $e$ , consequentemente, o número de elétrons, percorrida em cada aproximação depende só da variação do fluxo magnético e da resistência, não do período.

### Questão 14

**Comentário:**

A) Para determinar a relação entre o número de espiras no enrolamento primário e no secundário 2, vamos usar a equação  $N_p/N_s = V_p/V_s$ . Portanto, a relação entre o número de espiras dos enrolamentos é dada por:

$$N_p/N_s = 8\,800/220 = 40$$

B) De acordo com o Princípio da Conservação da Energia, temos:

$$P_p = P_{s1} + P_{s2}$$

Usando a equação  $P = VI$  para calcular as potências nos secundários, e lembrando que a potência de entrada no primário é  $P_p = 81\,000 W$ , que a corrente elétrica no secundário 2 é  $I_2 = 150 A$ , e que as f.e.m induzidas nos dois secundários são  $V_{s1} = 120 V$  e  $V_{s2} = 220 V$ , obtemos a seguinte corrente elétrica  $I_1$  no secundário 1:

$$81\,000 = 120I_1 + 220 \cdot 150 \Rightarrow I_1 = 400 A$$

### Questão 15

**Comentário:**

A) A tensão primária é do tipo alternada. Quando essa tensão é aplicada em um dos lados da peça de ferro, ela induz uma corrente elétrica alternada em toda a peça. Do lado oposto, essa corrente, por ser alternada, causará uma variação do fluxo magnético que atravessa as espiras secundárias, resultando dessa forma em uma f.e.m, ou tensão secundária. O número de bobinas pode ser implementado de modo que a tensão secundária tenha um valor maior ou menor que a tensão primária.

B) Zero. Para que um transformador funcione corretamente é necessário que haja uma variação do fluxo magnético nas espiras secundárias. Isso ocorre naturalmente quando a tensão primária é do tipo alternada, porém, para uma bateria, cuja tensão é constante, o fluxo em ambos os lados será constante e, portanto, a tensão elétrica induzida em todas as espiras de ambos os lados será zero.

C) A resolução dessa questão pode ser feita da forma apresentada pelo gabarito ou utilizando a equação de forma mais direta:

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{400}{800} \cdot 120 = 60 \text{ V}$$

## Seção Enem

### Questão 01 – Letra C

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 6

**Habilidade:** 21

**Comentário:** Ao aproximar o leitor da etiqueta, o campo de radiofrequência gera uma variação do fluxo magnético na bobina. Pela Lei de Faraday, essa variação produz corrente induzida na bobina.

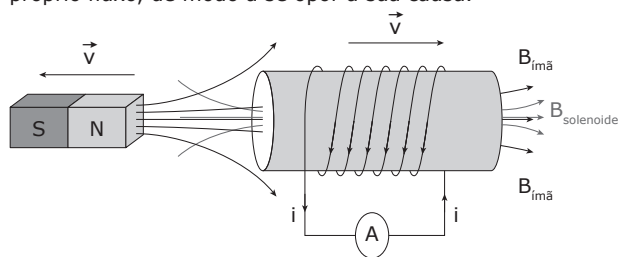
### Questão 02 – Letra A

**Eixo cognitivo:** II

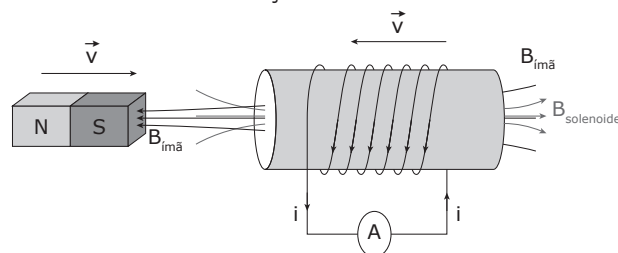
**Competência de área:** 6

**Habilidade:** 21

**Comentário:** Na situação inicial, o movimento relativo é de afastamento, o que implica redução do fluxo magnético no núcleo das espiras, com aparecimento de uma corrente induzida. Segundo Lenz, essa corrente tem um sentido tal que cria seu próprio fluxo, de modo a se opor à sua causa.



Ao movermos o ímã para a direita com a polaridade invertida e o solenoide para a esquerda, ocorrerá um aumento do fluxo magnético no núcleo das espiras. A corrente induzida terá um sentido tal que se opõe à sua causa (lei de Lenz), ou seja, o mesmo sentido da situação inicial.



### Questão 03 – Letra C

**Eixo cognitivo:** III

**Competência de área:** 2

**Habilidade:** 6

**Comentário:** Observe, pelo texto do manual, que o captador funciona com base na indução eletromagnética, de forma que uma corrente elétrica induzida percorre a bobina. A corda de uma guitarra é de aço (por ser uma substância ferromagnética, o material apresenta uma elevada capacidade de magnetização), e o náilon não é material ferromagnético, de maneira que a magnetização deste, provocada pelo ímã, é desprezível. Dessa forma, nenhuma corrente percorre a bobina do captador e o aparelho não funciona.

### Questão 04 – Letra C

**Eixo cognitivo:** II

**Competência de área:** 6

**Habilidade:** 21

**Comentário:** Para que seja induzida uma corrente elétrica no cérebro, é necessário que ocorra uma variação temporal do fluxo magnético através dos tecidos, sendo a corrente induzida proporcional à taxa de variação desse fluxo. Considerando que o número de espiras e a área das bobinas sejam constantes e que o tempo de variação seja sempre o mesmo, a corrente induzida será tanto maior quanto maior for a variação do campo gerado pelas bobinas. Tal campo será tanto maior quanto maior for a corrente elétrica que circula pelas bobinas. Assim, entre as alternativas apresentadas, a resposta certa é a C.

### Questão 05 – Letra E

**Eixo cognitivo:** III

**Competência de área:** 2

**Habilidade:** 6

**Comentário:** Para que exista uma corrente induzida capaz de acender a lâmpada, é necessário que ocorra uma variação temporal do fluxo magnético através da bobina. Uma vez que o dínamo da bicicleta apresenta bobina com área e número de espiras constantes, a variação do campo magnético através da bobina é responsável pela variação do fluxo magnético. Portanto, a alternativa correta é a E.

### Questão 06 – Letra A

**Eixo cognitivo:** I

**Competência de área:** 3

**Habilidade:** 8

**Comentário:** O caminhar transforma a energia potencial das molas em energia cinética. Assim, haverá variação do fluxo magnético, o que proporciona o aparecimento de energia elétrica induzida.

### Questão 07 – Letra D

**Eixo cognitivo:** V

**Competência de área:** 3

**Habilidade:** 12

**Comentário:** O elemento comum aos processos de geração de energia citados está no fato de que todos eles usam fontes renováveis de energia.





Rua Diorita, 43 - Prado

Belo Horizonte - MG

Tel.: (31) 3029-4949

[www.bernoulli.com.br/sistema](http://www.bernoulli.com.br/sistema)