

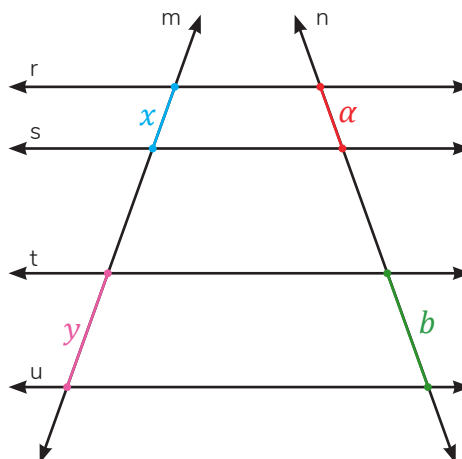


## TEOREMA DE TALES

Em apostilas anteriores estudamos um pouco sobre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por reta transversal (por exemplo, ângulos alternos externos). Agora, vamos expandir um pouco mais nosso conhecimento com Tales de Mileto, famoso matemático, que enunciou o que ficaria conhecido como **Teorema de Tales**:

Duas retas transversais quaisquer que passem sob retas paralelas distintas são divididas em segmentos proporcionais.

O que isso quer dizer? Observe a figura abaixo.



Pelo que o Teorema de Tales nos diz, a razão (ou seja, a divisão) entre dois segmentos de retas da primeira transversal é proporcional à razão entre os dois segmentos de reta **correspondentes** na segunda transversal. Na figura, teríamos então o seguinte:

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

A razão entre os segmentos  $x$  e  $y$  (da primeira transversal) é igual à razão entre os segmentos  $a$  e  $b$  (da segunda transversal).

Vale ressaltar que a igualdade acima também pode ser igualada à uma constante  $k$ , a chamada constante de proporcionalidade:

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b} = k$$



Essa constante de proporcionalidade nos indica que as razões entre os segmentos resultam no mesmo valor, sendo esse valor o próprio  $k$ .

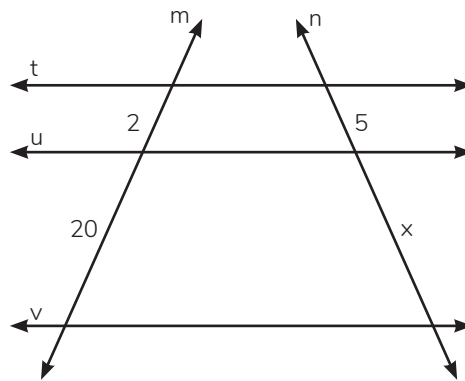
Lembrando também de uma propriedade de grandezas proporcionais, podemos ter ainda o seguinte:

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b} = \frac{x+a}{y+b}$$

**Observação:** a igualdade acima pode ser bastante útil em alguns exercícios.

Agora que já aprendemos a teoria, vamos fazer um exemplo para fixar as ideias.

**Exemplo:** Na figura abaixo, as retas  $m$  e  $n$  são transversais às retas  $t, u$  e  $v$ , com  $t \parallel u \parallel v$ . Determine o valor de  $x$ .



**Resolução:**

Observamos que se tratam de três retas paralelas cortadas por duas retas transversais. Vamos aplicar o Teorema de Tales para encontrar o valor de  $x$ :

$$\frac{2}{20} = \frac{5}{x}$$

$$2x = 100$$

$$x = \frac{100}{2} = 50$$

Na resolução acima a primeira razão se referia apenas à reta  $m$  e a segunda razão se referia apenas à reta  $n$ . Podemos resolver o exemplo de uma segunda forma, observe abaixo:

$$\frac{2}{5} = \frac{20}{x}$$

$$2x = 100$$

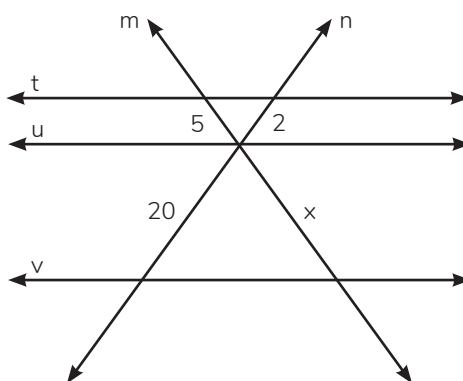
$$x = \frac{100}{2} = 50$$



Perceba que chegamos ao mesmo resultado, mas agora mantendo as informações a respeito da reta  $m$  **sempre** no numerador das frações e mantendo as informações a respeito da reta  $n$  **sempre** no denominador das frações.

A partir de agora você pode escolher qual das duas maneiras prefere resolver o exercício, mas lembre-se de **manter a ordem dos segmentos nas frações** se optar por resolver da segunda maneira.

Outro ponto que vale ser destacado é o seguinte: exercícios que se resolvem pelo teorema de Tales podem vir “mascarados”, como mostra a figura abaixo:



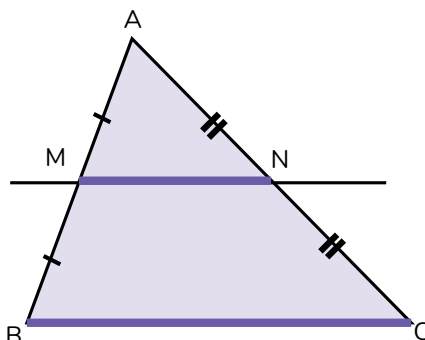
Nesse tipo de exercício, recomendamos que você separe as retas  $m$  e  $n$  e coloque na estrutura usual do Teorema de Tales e, posteriormente, resolva o exercício. Tente você mesmo com a imagem acima e perceba que você cairá no mesmo exemplo já resolvido.

## BASE MÉDIA

Além do teorema de Tales, existe outro conceito extremamente importante a ser estudado: o conceito de base média.

Em um triângulo qualquer, o segmento de reta que une os pontos médios de dois dos lados e é paralelo à base do triângulo é chamado de **base média do triângulo**. Além disso, a medida deste segmento de reta é igual à **metade da medida da base**.

Observe a figura abaixo.





Conforme o que falamos sobre base média, o segmento  $\overline{MN}$  (que une os pontos médios dos dois lados) é paralelo à base ( $\overline{BC}$ ):

$$\overline{MN} // \overline{BC}$$

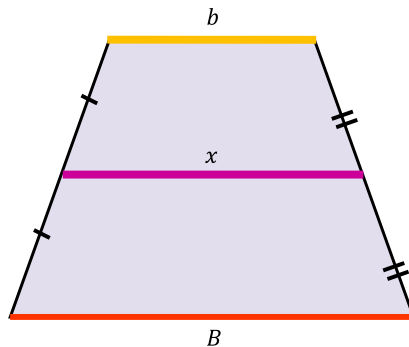
E o segmento  $\overline{MN}$  possui metade do comprimento de  $\overline{BC}$ :

$$\overline{MN} = \frac{\overline{BC}}{2}$$

O conceito de base média também pode ser aplicado ao trapézio!

Em um trapézio qualquer, o segmento de reta que une os pontos médios dos dois lados não paralelos e que é paralelo às bases do trapézio é chamado de **base média do trapézio**. Além disso, a medida deste segmento de reta é igual à **metade da soma da base maior com a base menor**.

A figura a seguir exemplifica isso.



Conforme o que falamos sobre base média, o segmento  $x$  (que une os pontos médios dos dois lados não paralelos) é paralelo às bases ( $b$  e  $B$ ):

$$x // b // B$$

E o segmento  $x$  possui metade do comprimento da soma das duas bases:

$$x = \frac{B + b}{2}$$

O assunto de base média pode aparecer em exercícios envolvendo triângulos e trapézios, então fique atento a este fato. Finalizamos então o estudo sobre Teorema de Tales e base média.

#### ANOTAÇÕES

---

---