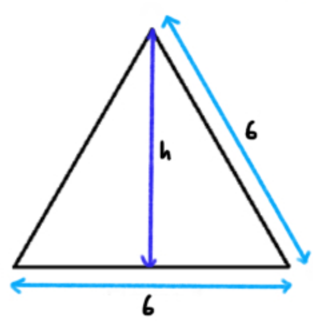
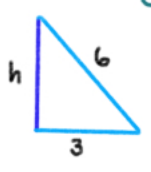
Sendo 6 m o lado de um triângulo equilátero, determine:

1. A altura do triângulo =

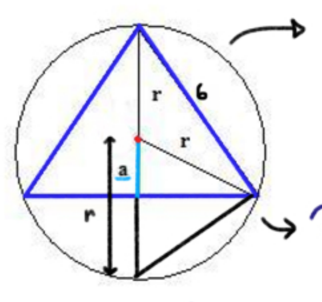
Por pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$ (hipotenusa: a; catetos: b, c)

$6^2 = h^2 + 3^2 \rightarrow 36 = h^2 + 9$

$h^2 = 36 - 9 \rightarrow h = \sqrt{27}$

$h = \sqrt{9 \cdot 3} \rightarrow \underline{h = 3\sqrt{3}\,m}$

2. O raio R da circunscrita =



A circunferência está circunscrita no triângulo equilátero.

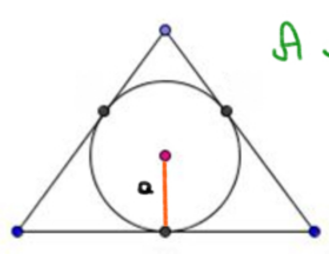
Podemos ver que o raio é metade do apótema. Logo $a = \frac{R}{2}$.

Em um triângulo equilátero o apótema é $\frac{1}{3} \cdot h$

Com isso, $a = \frac{1}{3} \cdot h \rightarrow a = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{3} \rightarrow a = \sqrt{3}\,m$

Como $a = \frac{R}{2} \longrightarrow R = 2 \cdot a \longrightarrow \underline{R = 2\sqrt{3}\,m}$

3. O raio r da inscrita =



A circunferência está inscrita no triângulo equilátero.

Neste caso, o apótema do triângulo é igual ao raio da circunferência.

Sabemos que $a = \sqrt{3}$, logo, $\boxed{r = \sqrt{3}\,m}$

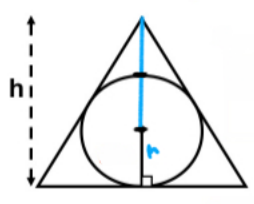
4. O apótema do triângulo =

Como visto nos exercícios acima, o apótema vale, em triângulos equiláteros, : $\frac{1}{3} \cdot h$

O apótema deste triângulo é $\underline{a = \sqrt{3}\,m}$

Dado um triângulo equilátero de 6 cm de altura, calcule:

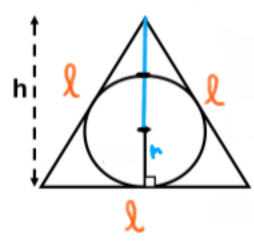
5. O raio do círculo inscrito =



Na aula vimos que, neste caso, o raio é igual à $\frac{1}{3} \cdot h$. Como $h = 6\,cm$

$r = \frac{1}{3} \cdot h \rightarrow r = \frac{1}{3} \cdot 6\,cm \rightarrow \boxed{r = 2\,cm}$

6. O lado =




Por pitágoras:

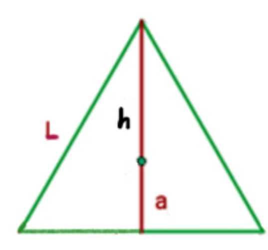
$\ell^2 = h^2 + \left(\ell/2\right)^2 \rightarrow \ell^2 - \left(\ell/2\right)^2 = 6^2$

$\ell^2 - \frac{\ell^2}{4} = 36 \rightarrow \frac{4\ell^2 - \ell^2}{4} = 36$

$3\ell^2 = 144 \rightarrow \ell^2 = \frac{144}{3} \rightarrow \ell^2 = 48 \rightarrow \ell = \sqrt{48}$

$\ell = \sqrt{16 \cdot 3} \rightarrow \boxed{\ell = 4\sqrt{3}\,cm}$

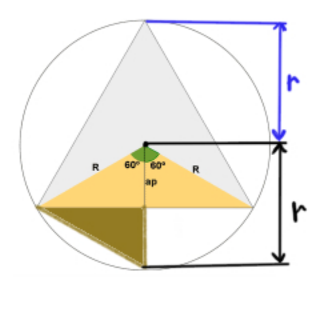
7. O apótema =



O apótema é $= \frac{1}{3} \cdot h$, como $h = 6\,cm$

$a = \frac{1}{3} \cdot h \rightarrow a = \frac{1}{3} \cdot 6 \rightarrow \boxed{a = 2\,cm}$

8. O raio do círculo circunscrito =

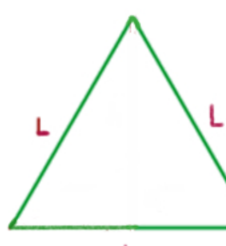


O raio é $= \frac{2}{3} \cdot h$, logo:

$r = \frac{2}{3} \cdot h \rightarrow r = \frac{2}{3} \cdot 6\,cm \rightarrow \underline{r = 4\,cm}$

Além disso, o raio pode ser encontrado pelo apótema do triângulo. Sendo o $a = \frac{R}{2}$, sabemos que $R = 2 \cdot a \rightarrow R = 2 \cdot 2\,cm \rightarrow \underline{R = 4\,cm}$

9. Determine a área de um triângulo equilátero com 30 m de perímetro.



O perímetro é a soma dos lados do triângulo, ou seja, seu comprimento total.

Logo, $P = L + L + L \rightsquigarrow 30\,m = 3L$

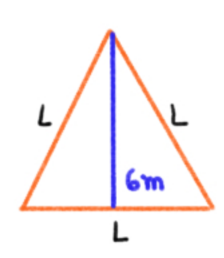
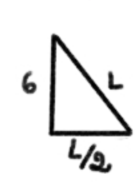
$L = \frac{30\,m}{3} \rightsquigarrow \underline{L = 10\,m}$

Para a área, vamos usar a fórmula da aula:

$A = \frac{L^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \rightsquigarrow A = \frac{10^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$

$A = \frac{100 \cdot \sqrt{3}}{4} \rightsquigarrow \underline{A = 25\sqrt{3}\,m^2}$

10. Determine a área de um triângulo equilátero com 6 m de altura.

Por pitágoras:

$L^2 = 6^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \rightarrow L^2 - \frac{L^2}{4} = 36$

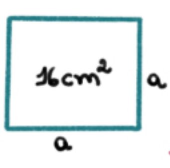
$\frac{4L^2 - L^2}{4} = 36 \rightarrow 3L^2 = 144$

$L^2 = 48 \rightarrow L = \sqrt{48} \rightarrow L = \sqrt{3 \cdot 16} \rightarrow L = 4\sqrt{3}\,m$

Com L podemos descobrir a área:

$A = \frac{b \cdot h}{2}$ $\quad A = \frac{4\sqrt{3} \cdot 6}{2}$ $\quad \underline{A = 12\sqrt{3}\,m^2}$

11. O apótema de um triângulo equilátero é igual ao lado de um quadrado de 16 cm² de área. Determine a área do triângulo.

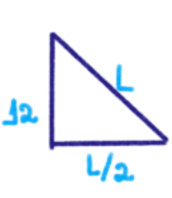


$A = a \cdot a \rightarrow A = a^2 \rightarrow 16 = a^2 \rightsquigarrow a = \sqrt{16} \rightarrow \underline{a = 4\,cm}$

Então o apótema deste triângulo é 4. Sabemos que apótema é $= \frac{1}{3} \cdot h$, logo:

$4 = \frac{1}{3} \cdot h \rightarrow h = 4 \cdot 3 \rightarrow \underline{h = 12\,cm}$

Assim como o exercício anterior, podemos fazer:



$L^2 = 12^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \rightsquigarrow L^2 - \frac{L^2}{4} = 144 \rightsquigarrow 3L^2 = 576$

$L^2 = 192 \rightsquigarrow L = \sqrt{192} \rightsquigarrow L = \sqrt{3 \cdot 64} \rightsquigarrow \underline{L = 8\sqrt{3}\,cm}$

Então:

$A = \frac{b \cdot h}{2} \longrightarrow A = \frac{8\sqrt{3} \cdot 12}{2} \longrightarrow \boxed{A = 48\sqrt{3}\,cm^2}$