# Potenciação e Radiciação

## 1. Potenciação

### 1.1. Definição

**Potenciação** é a operação matemática que representa a multiplicação de fatores iguais.

$$\underbrace{a\,.\,a\,.\,.....\,a}_{\text{n fatores}} = a^n \Rightarrow \text{potência}$$

Expoente

$$7\,.\,7\,.\,7 = 7^{3}$$

3 fatores iguais a 7

Base

- A **potência** indica um produto de fatores iguais;
- A **base** indica o fator que se repete; e
- O **expoente** indica quantas vezes a base se repete como fator.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$$

### 1.2. Propriedades da potenciação

| | |
|---|---|
| $a^1 = a$ | $(a^b)^c = a^{bc}$ |
| $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$ | $(a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c$ |
| $\dfrac{a^b}{a^c} = ab–c$ | $a^{-1} = \dfrac{1}{a},\ a \neq 0$ |
| $a^0 = 1,\ a \neq 0$ | $a^{\frac{b}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$ |

**Observações**

- Toda potência de base 1 é igual a 1.

$$1^2 = 1^{15} = 1^{1000} = 1$$

- Toda potência de expoente par é positiva.

$$(-2)^4 = 16 \qquad (-5)^2 = 25$$

- Toda potência de expoente ímpar mantém o sinal da base:

$$(-3)^3 = 27 \qquad (-2)^5 = -32$$

- Toda potência de base diferente de zero e expoente zero é igual a 1.

$$a^0 = 1,\ a \neq 0$$

## 2. Radiciação

### 2.1. Definição

Dados um número real a e um número natural $n \geq 1$, chama-se **raiz enésima** de a o número real b, tal que $b^n = a$.

O símbolo utilizado para representar a raiz enésima de a é $\sqrt[n]{a}$ e é chamado de radical. Nesse símbolo, a é o radicando e n é o índice.

$$\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow b^2 = a$$

Exemplos:

a) $\sqrt[2]{32} = 6$, pois $6^2 = 36$.

b) $\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = (-8)$.

c) $\sqrt[4]{81}$, pois $3^4 = 81$.

Propriedades da radiciação

- $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$, com $p \neq 0$.
- $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:p]{a^{m:p}}$, com $p \neq 0$.
- $\sqrt[n]{a \cdot c} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{c}$
- $\sqrt{\dfrac{a}{c}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{c}}$, com $c \neq 0$.
- $(\sqrt[n]{a}\,)^m = \sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
- $(\sqrt[n]{a^m})^p = \sqrt[n]{a^{m \cdot p}}$

### 2.2. Racionalização de denominadores

A fração $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$ tem no seu denominador um número irracional. A racionalização de denominadores consiste na obtenção de uma fração com denominador racional equivalente.

Para racionalizar o denominador de uma fração, devemos multiplicar o numerador e o denominador dessa fração por uma expressão com radical, denominado **fator racionalizante**, de modo a obter uma nova fração equivalente com denominador sem radical.

**1º caso:** O denominador possui um único radical. Neste caso, o fator racionalizante é o próprio escolhido de modo a eliminar a raiz.

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

**2º caso:** O denominador é uma soma ou diferença de dois termos em que um deles, ou ambos, são radicais. Neste caso, o fator racionalizante será a expressão conjugada do denominador, sendo a expressão conjugada de a + b é a – b.

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \cdot \frac{(\sqrt{5}\ -\sqrt{5}\ )}{(\sqrt{5}\ -\sqrt{5}\ )} = \frac{\sqrt{5}\ -\sqrt{2}}{5-2} = \frac{\sqrt{5}\ -\sqrt{2}}{3}$$

**Observação:** usamos o conjugado pois $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

## Exercícios de sala

**1.** **(UEM 2020)** Assinale o que for **correto.**

01) $\dfrac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = 2-\sqrt{2}$

02) $\sqrt{7} = 2+\sqrt{3}$.

04) $\sqrt[6]{9} = \sqrt[3]{3}$.

08) $(2^{30})^{30} = (2^{100})^{9}$.

16) $24^{125} = 8^{125} + 16^{125}$.

**2.** **(G1 - IFMT 2020)** O valor de x na seguinte expressão $x = \dfrac{\sqrt[5]{0{,}00032}\cdot\sqrt[4]{0{,}0256}}{\sqrt[3]{0{,}125}}$ é:

a) 0,02
b) 0,04
c) 0,08
d) 0,16
e) 0,32

**3.** **(G1 - CFTMG)** O valor da expressão numérica $\dfrac{(1{,}25)^{-2} + 4 \times 5^{-1}}{(0{,}999...)^2 - 2(-10)^{-1}}$ é igual a

a) $\dfrac{3}{5}$

b) $\dfrac{4}{5}$

c) $\dfrac{6}{5}$

d) $\dfrac{7}{5}$

**4.** **(PUCCAMP)** Usando a tecnologia de uma calculadora pode-se calcular a divisão de 2 por $\sqrt[3]{4}$ e obter um resultado igual a

a) $\sqrt{4}$.
b) $\sqrt[3]{3}$.
c) $\sqrt{5}$.
d) $\sqrt[3]{2}$.
e) $\sqrt{4^2}$.

**5.** **(G1 - IFSUL)** O valor da expressão $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\dfrac{1}{5}\right)^{2} + \sqrt[3]{-27}$ é

a) 3
b) −3

c) $\dfrac{551}{25}$

d) $\dfrac{701}{25}$

## Estudo Individualizado (E.I.)

**1.** Calcule as potências.
a) $2^6$
b) $4^6$
c) $9^2$
d) $11^0$
e) $(-2)^3$
f) $(-4)^5$
g) $(-6)^2$
h) $(-7)^4$
i) $4^4$
j) $7^{-2}$
k) $20^{-1}$
l) $2^{-6}$

**2.** Calcule as potências.
a) $(-0,3)^4$
b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^2$
c) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$
d) $(1,9)^2$
e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$
f) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$
g) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$
h) $(4,56)^2$

**3.** Dê o valor da expressão $\frac{2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^2}{4 \cdot 6^2}$.

**4.** Use as propriedades da potenciação para transformar as expressões em uma única potência.
a) $7^5 \times 7^4$
b) $5^6 : 5^4$
c) $(13^2)^6$
d) $\left(\frac{7}{9}\right)^{20} \div \left(\frac{7}{9}\right)^{15}$
e) $8^5 \div 8^4$
f) $(0,9)^8 \times (0,9) \times (0,9)^3$
g) $(x^{10})^3$
h) $(1,7^{10})^4$
i) $(0,6)^{10} \div (0,6)^7$
j) $7^{10} \times 7^{12}$
k) $(-6)^3 \times (-6)^{15}$
l) $(-2)^{15} \times (-2) \times (-2)^9$

**5.** Simplifique as expressões usando as propriedades da potenciação
a) $(2xy^2)^3$
b) $(3xy^2) \cdot (2x^2y^3)$
c) $(5ab^2)^2 \cdot (a^2b)^3$
d) $\frac{9x^2y^3}{-3xy}$
e) $\left(\frac{16ab^4}{-8a^2b^7}\right)^{-3}$

**6.** Transforme em radical as potências a seguir.
a) $9^{\frac{3}{2}}$
b) $16^{\frac{3}{4}}$
c) $1024^{0,4}$
d) $625^{-0,25}$
e) $4^{-\frac{1}{2}}$
f) $64^{-\frac{2}{3}}$

**7.** Calcule as raízes.
a) $\sqrt{169}$
b) $\sqrt[3]{125}$
c) $\sqrt[3]{625}$
d) $\sqrt[3]{343}$
e) $\sqrt[4]{81}$
f) $\sqrt[6]{729}$
g) $\sqrt[7]{128}$
h) $\sqrt[10]{1024}$
i) $\sqrt[4]{\frac{4096}{16}}$
j) $\sqrt[3]{0,125}$
k) $\sqrt[3]{1,728}$
l) $\sqrt[5]{\frac{7776}{32}}$

**8.** Calcule as expressões.
a) $\frac{\sqrt{9} - \sqrt[3]{-8} + \left(\frac{1}{2}\right)^0}{(-2)^2 + \sqrt[3]{-27}}$
b) $\frac{\sqrt[3]{-1} + \sqrt[3]{8} + \sqrt{4}}{\sqrt{9+16}}$
c) $\sqrt{49} + \sqrt{1 + \sqrt{64}}$

**9.** Simplifique os radicais.

a) $\sqrt{98}$

b) $\sqrt{27}$

c) $\sqrt[3]{729}$

d) $\sqrt{363}$

**10.** Qual o valor da expressão $\sqrt{32 + \sqrt{14 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}}}$?

## GABARITO (E.I.)

**1.**

a) $2^6 = 64$

b) $4^6 = 4096$

c) $9^2 = 81$

d) $11^0 = 1$

e) $(-2)^3 = -8$

f) $(-4)^5 = -1024$

g) $(-6)^2 = 36$

h) $(-7)^4 = 2401$

i) $4^4 = 256$

j) $7^{-2} = (\frac{1}{7})^2 = \frac{1}{49}$

k) $20^{-1} = (\frac{1}{20})^1 = \frac{1}{20}$

l) $2^{-6} = (\frac{1}{2})^6 = \frac{1}{64}$

**2.**

a) $(-0,3)^4 = 0,0081$

b) $(-\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$

c) $(-\frac{3}{4})^3 = -\frac{27}{64}$

d) $(1,9)^2 = 3,61$

e) $(\frac{2}{3})^{-3} = (\frac{3}{2})^3 = \frac{27}{8}$

f) $(\frac{1}{3})^{-4} = 3^4 = 81$

g) $(\frac{4}{3})^{-2} = (\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$

h) $(4,56)^2 = 20,7936$

**3.**

$$\frac{2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^2}{4 \cdot 6^2} = \frac{2 \cdot 9 + 3 \cdot 4}{4 \cdot 36} = \frac{18 + 12}{144} = \frac{30}{144} = \frac{5}{24}$$

**4.**

a) $7^5 \text{ x } 7^4 = 7^{5+4} = 7^9$

b) $5^6 : 5^4 = 5^{6-4} = 5^2$

c) $(13^2)^6 = 13^{2 \cdot 6} = 13^{12}$

d) $(\frac{7}{9})^{20} \div (\frac{7}{9})^{15} = (\frac{7}{9})^{20-15} = (\frac{7}{9})^5$

e) $8^5 \div 8^4 = 8^{5-4} = 8^1 = 8$

f) $(0,9)^8 \text{ x } (0,9) \text{ x } (0,9)^3 = (0,9)^{8+1+3} = 0,9^{12}$

g) $(x^{10})^3 = x^{10 \cdot 3} = x^{30}$

h) $(1,7^{10})^4 = (1,7)^{10 \cdot 4} = 1,7^{40}$

i) $(0,6)^{10} \div (0,6)^7 = 0,6^{10-7} = 0,6^3$

j) $7^{10} \text{ x } 7^{12} = 7^{10+12} = 7^{22}$

k) $(-6)^3 \text{ x } (-6)^{15} = (-6)^{3+15} = (-6)^{18}$

l) $(-2)^{15} \text{ x } (-2) \text{ x } (-2)^9 = (-2)^{15+1+9} = (-2)^{25}$

**5.**

a) $(2xy^2)^3 = 2^3\, x^3\, y^{2 \cdot 3} = 8x^3\, y^6$

b) $(3xy^2) \cdot (2x^2\, y^3) = (3 \cdot 2)\,(x \cdot x^2)\,(y^2 \cdot y^3) = 6x^{1+2}\, y^{2+3}$
$= 6x^3\, y^5$

c) $(5ab^2)^2 \cdot (a^2\, b)^3 = (5^2\, a^2\, b^{2 \cdot 2}) \cdot (a^{2 \cdot 3}\, b^3) = (5^2\, a^2\, b^4) \cdot$
$(a^6\, b^3) = 25a^{2+6}\, b^{4+3} = 25a^8\, b^7$

d) $\frac{9x^2y^3}{-3xy} = \frac{9}{-3}x^{2-1}\, y^{3-1} = -3x^1\, y^2 = -3xy^2$

e) $\left(\frac{16ab^4}{-8a^2b^7}\right)^{-3} = \left(\frac{-8a^2b^7}{16ab^4}\right)^3 = \left(-\frac{a^2b^7}{2ab^4}\right)^3 = \left(-\frac{a^{2-1}b^{7-4}}{2}\right)^3 = \left(-\frac{a^1b^3}{2}\right)^3 = -\frac{a^3b^9}{8}$

**6.**

a) $9^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{9^3} = \sqrt[2]{729}$

b) $16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{4096}$

c) $1024^{0,4} = 1024^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{1024^2} = \sqrt[5]{2048}$

d) $625^{-0,25} = 625^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{625}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{625}}$

e) $4^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{\frac{1}{4}}$

f) $64^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{64}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{1}{4096}}$

**7.**

a) $\sqrt{169} = 13$

b) $\sqrt[3]{125} = 5$

c) $\sqrt[4]{625} = 5$

d) $\sqrt[3]{343} = 7$

e) $\sqrt[4]{81} = 3$

f) $\sqrt[6]{729} = 3$

g) $\sqrt[7]{128} = 2$

h) $\sqrt[10]{1024} = 2$

i) $\sqrt[4]{\dfrac{4096}{16}} = \sqrt[4]{256} = 4$

j) $\sqrt[3]{0,125} = 0,5$

k) $\sqrt[3]{1,728} = 1,2$

l) $\sqrt[5]{\dfrac{7776}{32}} = \sqrt[5]{243} = 3$

**8.**

a) $\dfrac{\sqrt{9} - \sqrt[3]{-8} + \left(\frac{1}{2}\right)^0}{(-2)^2 + \sqrt[3]{-27}} = \dfrac{3-(-2)+1}{4+(-3)} = \dfrac{6}{1} = 6$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{-1} + \sqrt[3]{8} + \sqrt{4}}{\sqrt{9+16}} = \dfrac{-1+2+2}{\sqrt{25}} = \dfrac{3}{5} = 0,6$

c) $\sqrt{49 + \sqrt{1 + \sqrt{64}}} = 7 + \sqrt{1+8} = 7 + \sqrt{9} = 7 + 3 = 10$

**9.**

a) $\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \cdot 2} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

b) $\sqrt{27} = \sqrt{3^3} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

c) $\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{3^6} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} = 3 \cdot 3 = 9$

d) $\sqrt{363} = \sqrt{11^2 \cdot 3} = \sqrt{11^2} \cdot \sqrt{3} = 11\sqrt{3}$

**10.**

$$\sqrt{32 + \sqrt{14 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}}} = \sqrt{32 + \sqrt{14 + \sqrt{1+3}}} = \sqrt{32 + \sqrt{14 + \sqrt{4}}} = \sqrt{32 + \sqrt{14+2}} = \sqrt{32 + \sqrt{16}} = \sqrt{32+4} = \sqrt{36} = 6$$