Funções do 2º Grau

Funções do 2º Grau

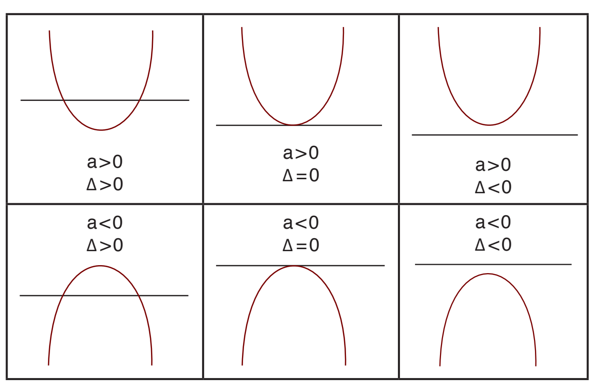
Toda função do 2º grau é do tipo:

$$\boxed{y=f(x)=ax^2+bx+c}$$

Com $a \neq 0$

O seu gráfico é uma parábola que pode ser côncava para cima ( ) ou côncava para baixo ( ). Quem vai determinar sua concavidade é o a. O valor do seu termo independente (c) indicará a sua interseção com o eixo das ordenadas (y).

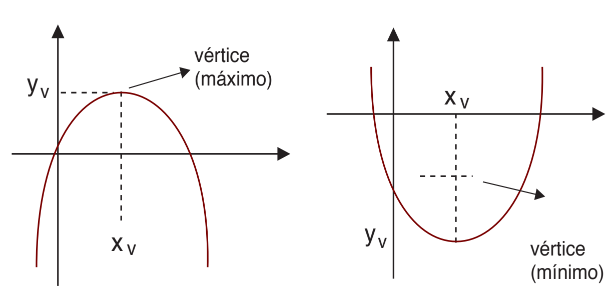
Existem 6 possibilidades para essa parábola:



Observação: o sinal de Δ indica a quantidade de raízes e as interseções do gráfico com o eixo das abscissas são suas raízes.

Vértice (Ponto Máximo ou Mínimo)

O vértice de uma parábola pode ser o ponto máximo ($a < 0$) ou o ponto mínimo ($a > 0$).



Suas coordenadas são: $X_v = \frac{-b}{2a}$; $Y_v = \frac{-D}{4a}$. O máximo ou o mínimo de uma parábola sempre ocorrem no X_v e seu valor é sempre Y_v.

O X_v da parábola é o ponto em que esta deixa de ser crescente e fica decrescente, e vice versa.

O Y_v vai determinar o conjunto imagem da função.

Exemplo:

Com 20 m de arame conseguimos formar infinitos retângulos. Determine as dimensões do retângulo de área máxima.

1º passo: chamando as dimensões de a e b, temos que sua área é a.b.

2º passo: como queremos maximizar a área, temos que escrevê-la em função de uma só variável. Como o perímetro é 20 (comprimento do arame), temos que b=10 – a. Logo a área é dada por:

$A(a)= a.(10 - a) = - a^2+10a.$

Repare que encontramos uma função que é representada por uma parábola côncava para baixo, portanto possui um ponto máximo.

3º passo: como queremos as dimensões para a área ser máxima e não o valor da área máxima, vamos calcular o

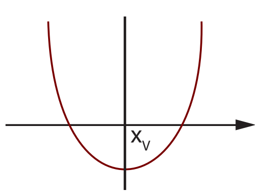
$$X_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{-2} = 5$$

Logo, o valor de **a** que maximiza a área é 5.

Como b = 10 – a, b = 5.

Concluímos que nesse caso o retângulo de área máxima é um quadrado.

Eixo Simetria



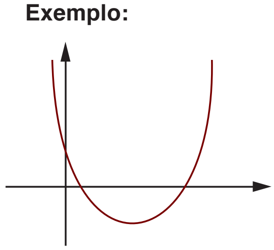
Toda parábola tem um eixo de simetria que é a reta $x = x_v$.

Observação: Pela simetria, temos que x_v é a média aritmética entre as abscissas de pontos que possuem a mesma imagem, em especial é o ponto médio das raízes.

Análise de b

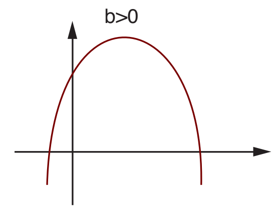
Para analisarmos o b, basta analisar o sinal do x_v e da <u>a</u>.

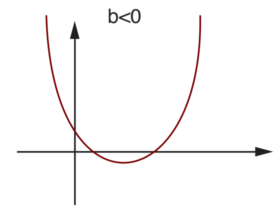
Exemplo:

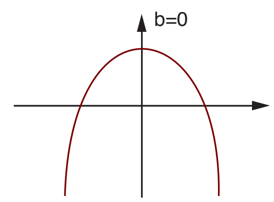


Nessa parábola, x_v é positivo e a também é positivo. Como $x_v = \frac{-b}{2a}$, temos que b tem que ser negativo, pois, se fosse positivo, o x_v seria negativo.

Observação: Pode-se olhar b pela interseção com o eixo das ordenadas. Se a parábola interceptar o eixo y crescentemente, b será positivo; se decrescentemente, b será negativo, e, se não for nem crescente e nem decrescente, b será zero.







Equação de uma Parábola

Para determinarmos a equação de uma parábola, podemos escrevê-la de 2 formas:

$\boxed{y = ax^2 + bx + c}$ ou $\boxed{y = a(x - x') . (x - x'')}$

No primeiro caso, o objetivo é encontrarmos a, b e c. No segundo caso, a, x' e x'' em que x' e x'' são suas raízes.

QUESTÕES DE FUNÇÃO 2º Grau

1. (PUC/MG-2007) Certo posto vende diariamente uma média de 10.000 litros de gasolina ao preço de R$ 2,60 por litro. Um estudo demonstrou que uma redução de 1 centavo no preço do litro corresponde a um aumento de 50 litros nas vendas diárias. Com base nesse estudo, o preço por litro de gasolina que garante a maior receita é

A) R$ 2,20

B) R$ 2,30

C) R$ 2,40

D) R$ 2,50

2. (PUC/MG-2009) Uma empresa de turismo fretou um avião com 200 lugares para uma semana de férias, devendo cada participante pagar R$500,00 pelo transporte aéreo, acrescidos de R$10,00 para cada lugar do avião que ficasse vago. Nessas condições, o número de passagens vendidas que torna máxima a quantia arrecadada por essa empresa é igual a

A) 100

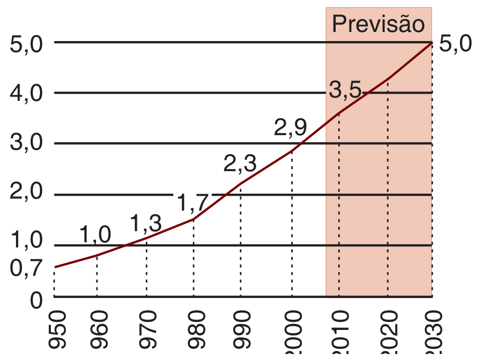
B) 125

C) 150

D) 180

5. (ENEM-2008) Uma pesquisa da ONU estima que, já em 2008, pela primeira vez na história das civilizações, a maioria das pessoas viverá na zona urbana. O gráfico a seguir mostra o crescimento da população urbana desde 1950, quando essa população era de 700 milhões de pessoas, e apresenta uma previsão para 2030, baseada em crescimento linear no período de 2008 a 2030.

Cresce a População Urbana no Mundo



Almanaque Abril, 2008, p. 128 (Adaptado)

De acordo com o gráfico, a população urbana mundial em 2020 corresponderá, aproximadamente, a quantos bilhões de pessoas?

A) 4,00

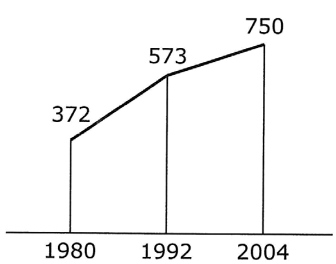
B) 4,10

C) 4,15

D) 4,25

E) 4,50

6. (ENEM/2010) O gráfico mostra o número de favelas no município do Rio de Janeiro entre 1980 e 2004, considerando que a variação nesse número entre os anos considerados é linear.



Época. "Favela Tem Memória". n° 621, 12 abr. 2010 (Adaptação).

Se o padrão na variação do período 2004 / 2010 se mantiver nos próximos 6 anos, e, sabendo que o número de favelas em 2010 é 968, então o número de favelas em 2016 será

A) menor que 1150.

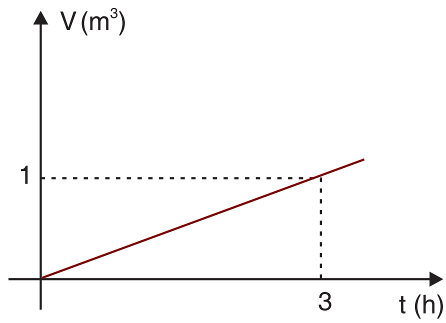
B) 218 unidades maior que em 2004.

C) maior que 1150 e menor que 1 200.

D) 177 unidades maior que em 2010.

E) maior que 1200.

7. (CEFET/SC-2010) O volume de água de um reservatório aumenta em função do tempo, de acordo com o gráfico a seguir:



Para encher esse reservatório de água com 2.500 litros, uma torneira é aberta. Qual o tempo necessário para que o reservatório fique completamente cheio?

A) 7h

B) 6h50min

C) 6h30min

D) 7h30min

E) 7h50min

QUESTÕES DE FUNÇÃO 2º Grau

1. (PUC/MG-2007) Certo posto vende diariamente uma média de 10.000 litros de gasolina ao preço de R$ 2,60 por litro. Um estudo demonstrou que uma redução de 1 centavo no preço do litro corresponde a um aumento de 50 litros nas vendas diárias. Com base nesse estudo, o preço por litro de gasolina que garante a maior receita é

A) R$ 2,20

B) R$ 2,30

C) R$ 2,40

D) R$ 2,50

2. (PUC/MG-2009) Uma empresa de turismo fretou um avião com 200 lugares para uma semana de férias, devendo cada participante pagar R$500,00 pelo transporte aéreo, acrescidos de R$10,00 para cada lugar do avião que ficasse vago. Nessas condições, o número de passagens vendidas que torna máxima a quantia arrecadada por essa empresa é igual a

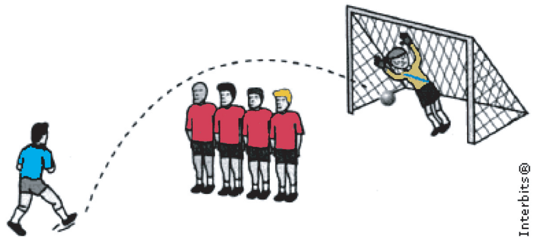
A) 100

B) 125

C) 150

D) 180

3. (UFT-2011) Um jogador de futebol, ao bater uma falta com barreira, chuta a bola de forma a encobri-la. A trajetória percorrida pela bola descreve uma parábola para chegar ao gol.



Sabendo-se que a bola estava parada no local da falta no momento do chute, isto é, com tempo e altura iguais a zero; sabendo-se, ainda, que, no primeiro segundo após o chute, a bola atingiu uma altura de 6 metros e, cinco segundos após o chute, ela atingiu altura de 10 metros, pode-se afirmar que, após o chute, a bola atingiu a altura máxima no tempo igual a

A) 3 segundos

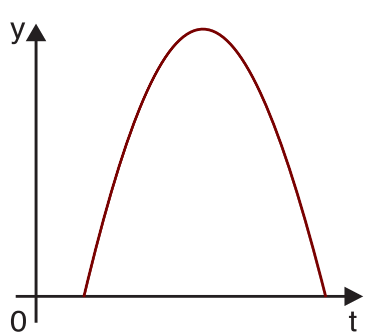
B) 3,5 segundos

C) 4 segundos

D) 4,5 segundos

E) 5 segundos

4. (UFSM-2011) Uma pessoa ingere uma certa substância que se concentra em seu cérebro. O gráfico a seguir mostra essa concentração em função do tempo t.



Admitindo que a concentração y seja dada por uma função quadrática $y = at^2 + bt + c$, é CORRETO afirmar que

A) $a > 0$ e $b^2 - 4ac > 0$

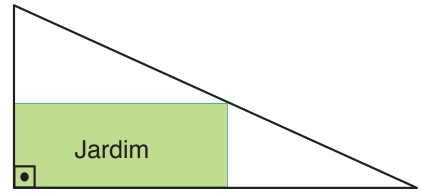
B) $a > 0$ e $b^2 - 4ac < 0$

C) $a < 0$ e $b^2 - 4ac > 0$

D) $a < 0$ e $b^2 - 4ac < 0$

E) $a\ 0$ e $b^2 - 4ac = 0$

5. (UEG-2012) Em um terreno, na forma de um triângulo retângulo, será construído um jardim retangular, conforme figura a seguir.



Sabendo-se que os dois menores lados do terreno medem 9 m e 4 m, as dimensões do jardim, para que ele tenha a maior área possível, serão, respectivamente,

A) 2,0 m e 4,5 m

B) 3,0 m e 4,0 m

C) 3,5 m e 5,0 m

D) 2,5 m e 7,0 m

GABARITO

Questões de Função 2º Grau

1	2	3	4	5
B	B	B	C	A