Módulo 07

PROPORCIONALIDADE

7.1. GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

↳ REGRA DE 3

Definição: Duas grandezas x e y são diretamente proporcionais quando a razão entre elas é uma constante:

$$\frac{y}{x} = k \qquad \therefore \qquad y = k \cdot x$$

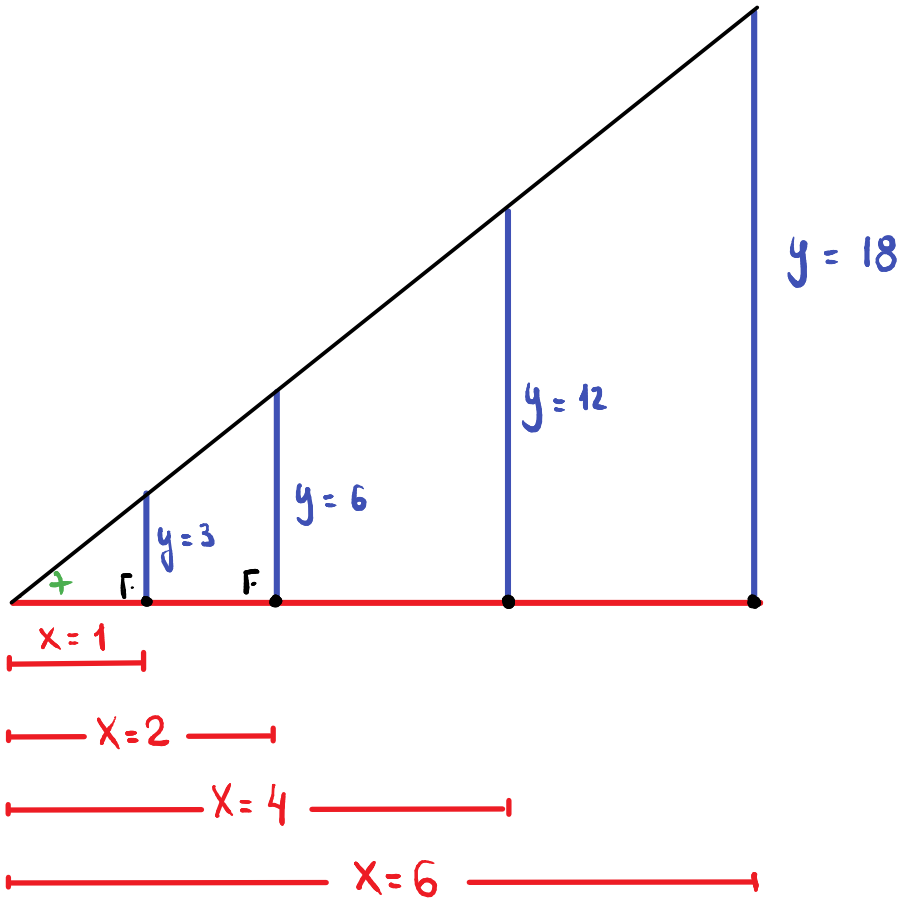
Exemplo

$$\frac{y}{x} = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{12}{4} = \frac{18}{6} = 3$$

y	x
3	1
6	2
12	4
18	6

$$y = 3 \cdot x$$

GEOMETRICAMENTE



Exemplo

$$\frac{y}{x} = \frac{6}{2} = \frac{8}{x} \quad \therefore \quad 6x = 8 \cdot 2$$

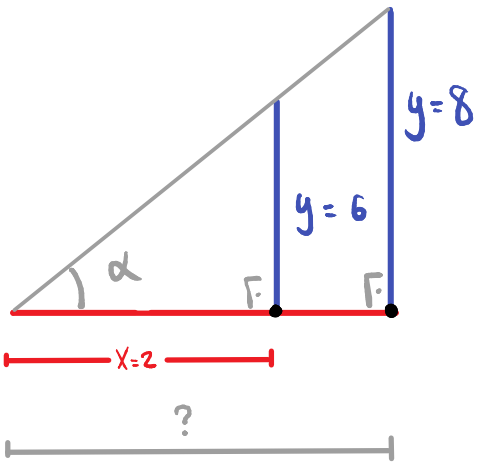
$$\boxed{x = \frac{8}{3}}$$

y	x
3	1
6	2
8	?
12	4
18	6

REGRA DE 3

GEOMETRICAMENTE

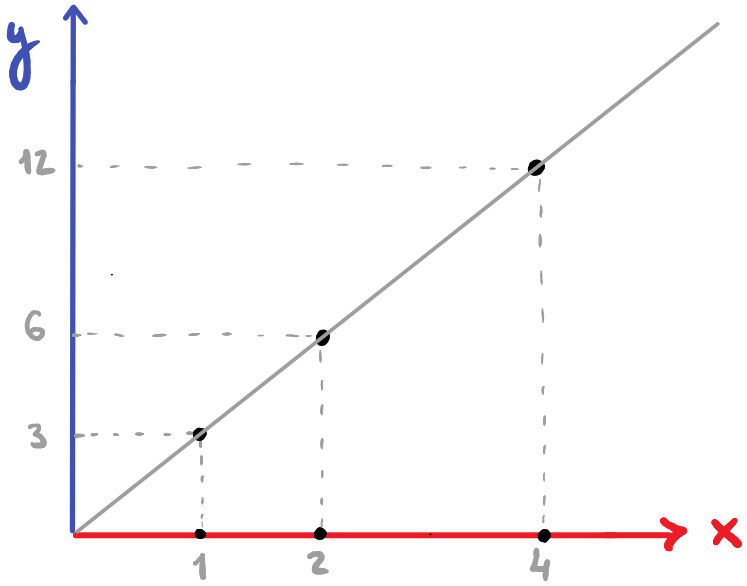
$$\text{tg}\,\alpha = \frac{y}{x} = \frac{6}{2} = \frac{8}{x} \quad \therefore \quad 6x = 8 \cdot 2$$



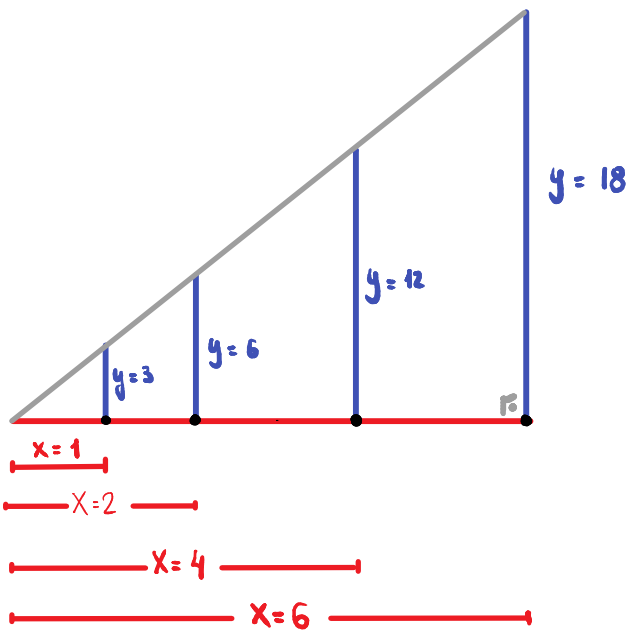
$$\boxed{x = \frac{8}{3}}$$

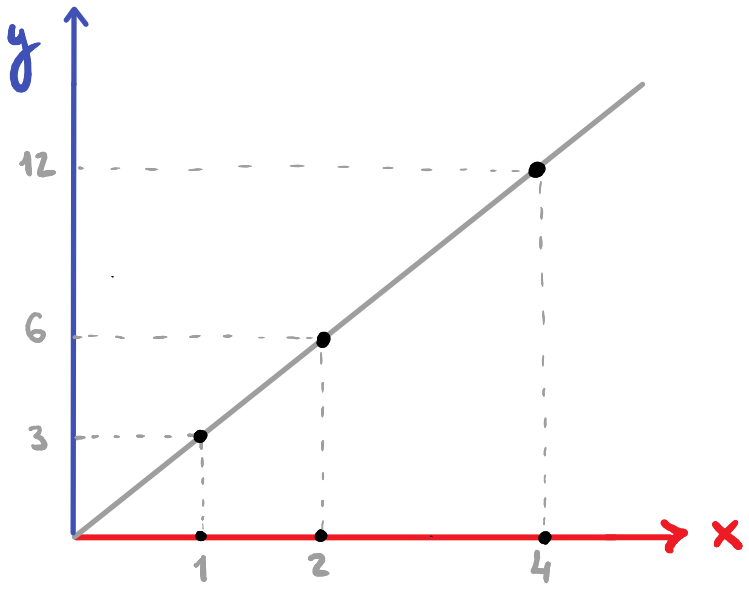
Exemplo

y	x
3	1
6	2
12	4
18	6



$$\frac{y}{x} = 3 \quad \therefore \quad y = 3 \cdot x$$





Exercícios

(i) Um carro percorre 200km em 4 horas. Quanto tempo ele levará para percorrer 1000 km?

CAMINHO 01:

$$\frac{D}{t} = \frac{200km}{4h} = \frac{1000\,km}{x} \quad \therefore \quad 200x = 1000 \cdot 4$$

$$\boxed{x = 20h}$$

CAMINHO 02:

$D = K \cdot t$

$K = 50\,km/h \dashrightarrow D = K \cdot t$

$1000 = 50 \cdot t$

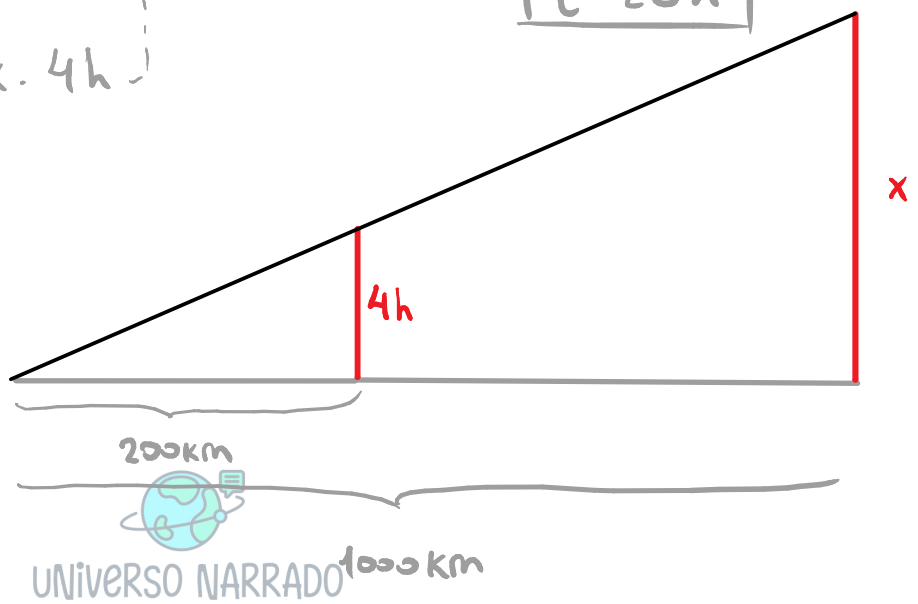
$\boxed{t = 20h}$

$200km = K \cdot 4h$

CAMINHO 03:

$$\frac{x}{4} = \frac{1000}{200}$$

$$\boxed{x = 20h}$$



(ii) 3 operários constroem 2 casas em 9 meses.

Quanto tempo é necessário para que sejam construídas 6 casas?

$$\frac{\text{TEMPO}}{\text{Nº CASAS}} = \frac{9 \text{ meses}}{2 \text{ casas}} = \frac{x}{6 \text{ casas}}$$

$$2x = 9 \cdot 6 \quad \therefore \quad x = \frac{9 \cdot 6}{2}$$

$$\boxed{x = 27 \text{ meses}}$$

Aplicações: FÍSICA

(i) $D = v \cdot t$ — v: K; D: ×2; t: ×2

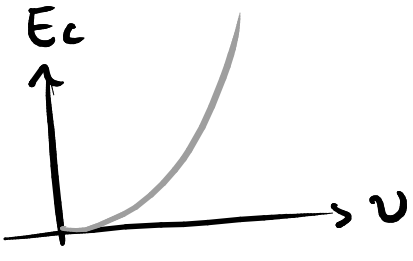
(ii) $U = R \cdot i$ — R: K; U: ×3; i: ×3

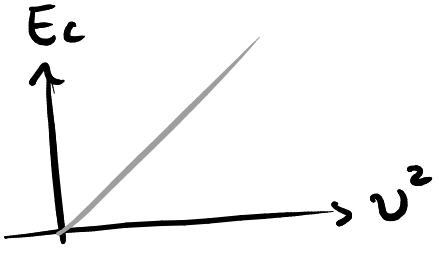
(iii) $F = m \cdot a$ — m: K; F: ×5; a: ×5

(iv) $v = \lambda \cdot f$ — λ: K; v: ×2; f: ×2

(v) $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ — $\frac{1}{2}$: K

↳ CUIDADO





7.2 . GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Definição: Duas grandezas y e x são inversamente proporcionais quando o produto entre elas é uma constante:

$$y \cdot x = k \quad \therefore \quad y = \frac{k}{x}$$

Exemplo

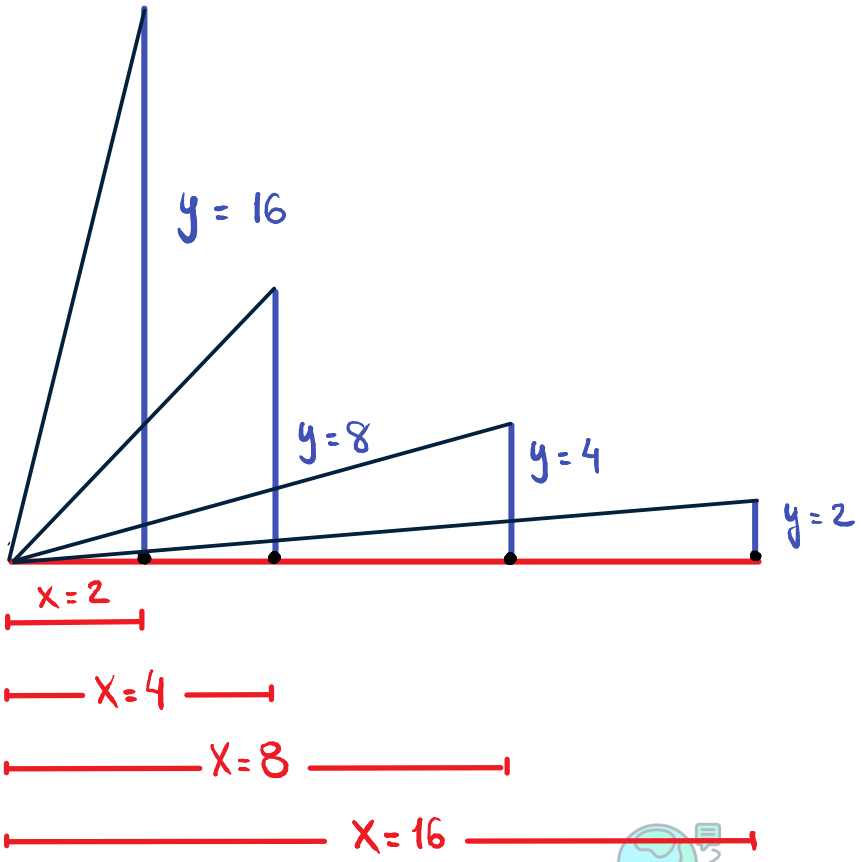
$$y \cdot x = 16 \cdot 2 = 8 \cdot 4 = 4 \cdot 8 = 2 \cdot 16$$

y	x
16	2
8	4
4	8
2	16

$$y \cdot x = 32$$

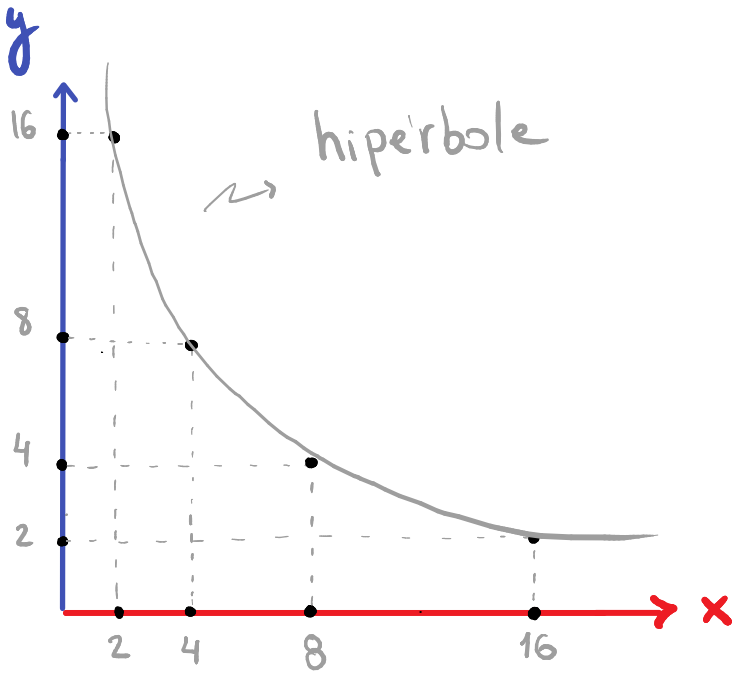
$$y = \frac{32}{x}$$

GEOMETRICAMENTE



Exemplo

y	x
16	2
8	4
4	8
2	16



$$y \cdot x = 32 \quad \therefore \quad \boxed{y = \frac{32}{x}}$$

Exercício

3 operários constroem 2 casas em 9 meses.

Quanto tempo é necessário para que sejam construídas as mesmas 2 casas, porém por 4 operários?

↳ Nº OP × TEMPO = constante

Nº OP × TEMPO = Nº OP × TEMPO

Nº OP × TEMPO = Nº OP × TEMPO

3 op × 9 meses = 4 op · x

$$x = \frac{3 \cdot 9}{4} \text{ meses} \therefore \boxed{x = 6{,}75 \text{ meses}}$$

Aplicações: Física

(i) $\underbrace{D}_{K} = \uparrow v \cdot t \downarrow \quad \therefore \downarrow t = \frac{D}{v} \uparrow$

(ii) $\underbrace{U}_{K} = \uparrow R \cdot i \downarrow \quad \therefore \downarrow i = \frac{U}{R} \uparrow$

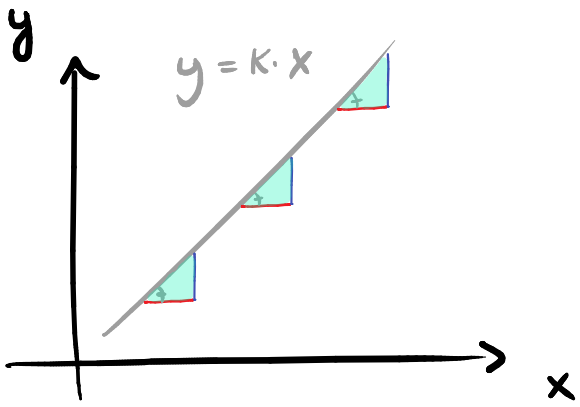
(iii) $F = \uparrow m \cdot a \downarrow \quad \therefore \downarrow a = \frac{F}{m} \uparrow$

(iv) $\underbrace{v}_{K} = \uparrow \lambda \cdot f \downarrow \quad \therefore \downarrow f = \frac{v}{\lambda} \uparrow$

DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

- VALE A "REGRA DE 3"

↳ TRIÂNGULOS SEMELHANTES

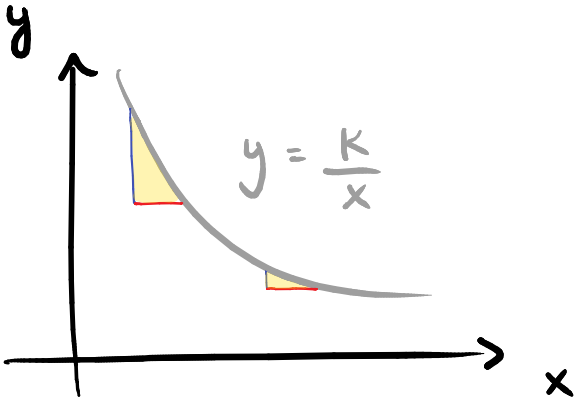


VS

INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

- NÃO VALE A "REGRA DE 3"

↳ TRIÂNGULOS DISTINTOS



7.3 · OUTRAS PROPORCIONALIDADES

7.3.1 Regra de 3 "composta"

↳ MISTURA DOS DOIS CASOS

Exemplo

3 operários constroem 2 casas em 9 meses.

Quanto tempo é necessário para que sejam construídas 6 casas, se temos 4 operários?

$$t = \frac{K(N°\text{casas})}{(N°\text{ OP.})}$$

$$9_m = \frac{K(\ 2\ )}{(\ 3\ )}$$

$$K = \frac{3 \cdot 9}{2}$$

$$t = \frac{3 \cdot 9}{2} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{4}$$

$$t = \frac{81}{4} = 20{,}25 \text{ meses}$$

7.3.2 Várias grandezas

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

b) $F = \frac{K\,Q_1\,Q_2}{d^2}$